

TABLE DES MATIÈRES

	Page
INTRODUCTION	1
CHAPITRE 1 ÉTAT DES CONNAISSANCES.....	3
1.1 Formation sillage tourbillonnaire.....	3
1.2 Évolution du sillage tourbillonnaire.....	6
1.3 Développement d'instabilités dans le sillage tourbillonnaire	8
1.3.1 L'instabilité du mode elliptique	9
1.3.2 L'instabilité du mode flexion.....	10
1.3.3 Les instabilités d'ondes intermédiaires.....	11
1.4 Dynamique globale d'un système à une paire de tourbillons contrarotatifs et son influence sur la dispersion des émissions polluantes	13
1.4.1 Présentation du système.....	14
1.4.2 Développement d'instabilités.....	15
1.4.3 Influence de la dynamique sur la dispersion des émissions.....	16
1.5 Dynamique globale d'un système à deux paires de tourbillons contrarotatifs et son influence sur la dispersion des émissions polluantes	18
1.5.1 Dynamique globale bidimensionnelle.....	19
1.5.2 Développement d'instabilités tridimensionnelles.....	21
1.5.3 Hypothèses sur l'influence de la dynamique sur le mélange.....	23
1.6 Objectifs de recherche.....	24
CHAPITRE 2 MÉTHODOLOGIE.....	25
2.1 Caractérisation du sillage et simplification du problème.....	25
2.1.1 Simulation temporelle du sillage tourbillonnaire.....	26
2.1.2 Approximation bidimensionnelle et repère d'étude.....	27
2.2 Définitions physique et mathématique du système tourbillonnaire.....	28
2.2.1 Équations de Navier-Stokes.....	28
2.2.2 Le tourbillon de Lamb-Oseen	31
2.2.3 Système de quatre tourbillons contrarotatifs.....	34
2.3 Définition des conditions aux limites	37
2.3.1 Frontières longitudinales.....	37
2.3.2 Frontières transverses.....	38
2.4 Modélisation de la turbulence.....	39
2.5 Choix du code de calcul numérique.....	40
2.6 Outils de validation	41
2.6.1 Validation du modèle.....	41
2.6.2 Résolution des différentes échelles de l'écoulement	42
2.7 Outils de post-traitement.....	43
2.7.1 Caractérisation de la dynamique globale de l'écoulement	43
2.7.2 Caractérisation du mélange : indice de mélange.....	44

CHAPITRE 3	VALIDATION.....	45
3.1	Validation quasi-2D d'un tourbillon de Lamb-Oseen isolé.....	45
3.1.1	Domaine de calcul et conditions initiales	45
3.1.2	Diffusion visqueuse	46
3.2	Validation quasi-2D d'une paire de tourbillons contrarotatifs	47
3.2.1	Domaine de calcul et conditions initiales	47
3.2.2	Vitesse de descente	48
3.3	Validation 3D d'un système de quatre tourbillons contrarotatifs	49
3.3.1	Domaine de calcul et conditions initiales	49
3.3.2	Résolution de la transition vers la turbulence	50
CHAPITRE 4	RÉSULTATS.....	53
4.1	Domaine de calcul et conditions initiales	53
4.2	Configuration de référence constituée de deux paires contrarotatives	55
4.2.1	Dynamique globale	56
4.2.2	Concentration maximale et indice de mélange	63
4.3	Étude paramétrique selon la position et la circulation initiale des tourbillons secondaires.....	67
4.3.1	Présentation des différentes configurations	67
4.3.2	Évolution bidimensionnelle du traceur passif dans le champ de vorticité axiale.....	70
4.3.3	Développement d'instabilités 3D.....	78
4.3.4	Influence du développement d'instabilités sur le mélange	86
CHAPITRE 5	SYNTHÈSE ET DISCUSSION.....	89
CONCLUSION & RECOMMANDATIONS.....		95
LISTE DE RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....		101

LISTE DES TABLEAUX

	Page
Tableau 2.1	Conditions aux limites affectées aux bords du domaine.....37
Tableau 4.1	Synthèse des paramètres de simulation.....54
Tableau 4.2	Récapitulatif des simulations réalisées68
Tableau 4.3	Tableau récapitulatif des valeurs maximales d'énergie cinétique turbulente Emoy du traceur passif et de la dissipation moléculaire emol pour les différentes configurations de C285
Tableau-A I-1	Indicateur NSE et erreurs relatives entre les profils de vitesse tangentielle théoriques et simulés au cours du temps100

LISTE DES FIGURES

	Page
Figure 1.1	Volets hypersustentateurs sortis en approche d’atterrissage.....3
Figure 1.2	Vue de dessus de l’enroulement de la nappe tourbillonnaire du sillage (bas). Photographie tirée de Van Dyke (1985).....4
Figure 1.3	Interaction schématisée du sillage tourbillonnaire par Beardsell5
Figure 1.4	Instabilité du mode elliptique dans un écoulement sans vitesse axiale (Williamson et al., 2014)10
Figure 1.5	Schéma du mode de flexion dans une paire contrarotative (Williamson et al., 2014)11
Figure 1.6	Instabilité de Crouch d’un système constitué de deux paires de tourbillons (Crouch, 1997).....12
Figure 1.7	Système de deux tourbillons parallèles contrarotatifs de circulations égales.....14
Figure 1.8	Visualisation expérimentale dans une cuve à eau de l’instabilité elliptique dans une paire contrarotative (a) et corotative (b) (Williamson et al., 2014)15
Figure 1.9	Visualisation expérimentale dans une cuve a eau de l’instabilité de Crow dans une paire contrarotative (Williamson et al., 2014)16
Figure 1.10	Capture des émissions issues des jets dans la paire contrarotative issus des bouts d’ailes (source : site de L’avionnaire).....17
Figure 1.11	Système de quatre tourbillons contrarotatifs alignés19
Figure 1.12	Classification des systèmes à quatre tourbillons.....20
Figure 1.13	Instabilité du mode de flexion dans un système de quatre tourbillons de forces inégales. (a) Simulation numérique réalisée par Chatelain et al. (2008) (b) Visualisations expérimentales effectuées par Ortega et al. (2003) Figure issue de Leweke, Le Dizès &Williamson (2016).....22
Figure 2.1	Volume de contrôle se déplaçant à la vitesse de l’avion27

Figure 2.2	Profil radial de vitesse tangentielle u_θ et de circulation totale Γ adimensionnées d'un tourbillon de Lamb-Oseen33
Figure 2.3	Domaine de calcul avec représentation du système tourbillonnaire et du traceur passif. Les traits en pointillés et les traits pleins désignent respectivement les tourbillons de vorticité négative et positive35
Figure 3.1	Validation de la dispersion visqueuse d'un tourbillon de Lamb-Oseen de rayon $a_0/b = 0,2$ et avec $\Delta/b = 0,02$47
Figure 3.2	Validation de la vitesse de descente d'une paire de tourbillons de Lamb-Oseen de circulation égale de sens opposés49
Figure 3.3	Spectre temporel monodimensionnel d'énergie cinétique turbulente en fonction du nombre d'onde k_y calculé sur 64 fenêtres pour les temps $t^* = 4, 7, 10$ et 1351
Figure 4.1	Évolution temporelle 2D du traceur passif en $y = 0$ dans le champ de vorticité axiale ω_y pour la configuration de référence avec $\zeta = \Gamma_2/\Gamma_1 = 0.3$ et $\chi = b_2/b_1 = 0.3$57
Figure 4.2	Évolution temporelle du champ 3D de vorticité absolue ω pour la configuration de référence étudiée.....59
Figure 4.3	Vue du dessus de champ de vorticité absolue ω à l'instant $t^* = 4.25$60
Figure 4.4	Évolution temporelle de l'énergie cinétique turbulente $Emoy$ (haut) et de la dissipation moléculaire $emol$ (bas) pour la configuration de référence étudiée62
Figure 4.5	Évolution temporelle de la concentration maximale Z_{max} pour la configuration de référence étudiée.....63
Figure 4.6	Évolution temporelle de l'indice de mélange f pour la configuration de référence étudiée64
Figure 4.7	Évolution temporelle de la concentration moyenne Z_{moy} sur l'axe $x = 0$66
Figure 4.8	Présentation des configurations à quatre tourbillons contrarotatifs étudiées69
Figure 4.9	Initialisation du scalaire passif dans le champ de vorticité axiale ω_y pour les différentes configurations considérées à l'instant initial71

Figure 4.10	Visualisations 2D du traceur passif dans le champ de vorticité axiale ω_y � $t^* = 1$ pour les différentes configurations considérées	73
Figure 4.11	Visualisations 2D du traceur passif dans le champ de vorticité axiale ω_y � $t^* = 2$ pour les différentes configurations considérées	75
Figure 4.12	Visualisations 2D du traceur passif dans le champ de vorticité axiale ω_y � $t^* = 3$ pour les différentes configurations considérées	77
Figure 4.13	Champ 3D de vorticité absolue ω à $t^* = 4.25, 7$ et 10 pour C1($-0.2 \leq \zeta \leq -0.1$)	79
Figure 4.14	Champ 3D de vorticité absolue ω à $t^* = 4.25, 7$ et 10 pour C2($-0.5 \leq \zeta \leq -0.3$)	80
Figure 4.15	Vue du dessus zoomée sur des boucles oméga pour la configuration 8 à partir du champ de vorticité absolue ω au temps $t^* = 4.25$	82
Figure 4.16	Vue de côté de boucles et du mode elliptique dans les tourbillons primaires à partir du champ de vorticité absolue ω pour la configuration 1 au temps $t^* = 6$	82
Figure 4.17	évolutions temporelles de l'énergie cinétique turbulente Emoy (haut) et de la dissipation moléculaire ϵ_{mol} (bas) pour les différentes configurations pour deux intervalles de ζ	84
Figure 4.18	évolution temporelle des indices de mélange f du traceur passif Z avec le milieu extérieur (haut) et concentrations maximales Z_{max} (bas) pour les différentes configurations pour deux intervalles de ζ	87
Figure A-I.1	Distributions radiales de la composante tangentielle u_θ du champ de vitesses du tourbillon de Lamb-Oseen pour différents temps pour $Re = 100$	99

LISTE DES ABRÉVIATIONS, SIGLES ET ACRONYMES

AITA	Association Internationale du Transport Aérien
CFD	Dynamique des fluides numérique (Computational Fluids Dynamics)
CFL	Courant-Friedrichs-Lewy
CNRS	Centre National de la Recherche Scientifique (France)
CO_2	Gaz carbonique
DNS	Simulation numérique directe (Direct Numerical Simulation)
LMFN	Laboratoire de Mécanique des Fluides Numérique (Université Laval, Québec)
FDM	Méthode de différences finies (Finite Difference Method)
INERIS	Institut National de l'Environnement industriel et des Risques (France)
LES	Simulation des grandes échelles (Large Eddies Simulation)
NO _x	Oxydes d'azote
N-S	Navier-Stokes
NSE	Coefficient d'efficacité du modèle de Nash-Sutcliffe
ONERA	Office National d'Études et de Recherches Aérospatiales (France)
PM	Particules fines
TFT	ThermoFluide pour le Transport (École de technologie supérieure, Québec)

LISTE DES SYMBOLES ET UNITÉS DE MESURE

Symboles grecs

Γ	Circulation d'un tourbillon [$L^2 \cdot T^{-1}$]
Γ_1	Circulation du tourbillon principal [$L^2 \cdot T^{-1}$]
Γ_2	Circulation du tourbillon secondaire [$L^2 \cdot T^{-1}$]
Δ_t	Résolution temporelle de la simulation [T]
Δ_x	Résolution spatiale de la simulation [L]
ε	Énergie cinétique moyennée dans la direction longitudinale [$M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$]
λ	Longueur d'onde [L]
μ_0	Viscosité dynamique de référence [$M \cdot L^{-1} \cdot T^{-1}$]
M	Masse molaire de l'air [$M \cdot mol^{-1}$]
ν	Viscosité cinématique [$L^2 \cdot T^{-1}$]
ρ	Masse volumique adimensionnée
ρ_0	Masse volumique de référence [$M \cdot L^{-3}$]
σ_{ij}	Tenseur des contraintes visqueuses [L^3]
ω	Vitesse angulaire d'une perturbation [<i>angle</i> T^{-1}]
$\boldsymbol{\omega}$	Vecteur vorticité [T^{-1}]
Ω	Vitesse de rotation orbitale d'une paire contrarotative [<i>angle</i> T^{-1}]

Symboles latins

a_0	Rayon effectif d'un tourbillon de Lamb-Oseen [L]
a_1	Rayon effectif des tourbillons primaires [L]
a_2	Rayon effectif des tourbillons secondaires [L]
b_0	Envergure totale de l'avion [L]
b, b_1	Distance centre à centre de tourbillons primaires [L]
b_2	Distance centre à centre de tourbillons secondaires [L]
c_0	Vitesse du son [$L \cdot T^{-1}$]
C_p	Chaleur spécifique à pression constante [$L^2 \cdot T^{-2} \cdot K^{-1}$]
C_v	Chaleur spécifique à volume constant [$M \cdot L^2 \cdot T^{-2} \cdot K^{-1}$]
D	Diffusivité moléculaire du traceur passif
E	Densité spectrale d'énergie [$M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$]
E_{moy}	Énergie cinétique moyenne des fluctuations de vitesse [$M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$]
E_t	Énergie totale du système [$M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$]
L_0	Longueur de référence [L]
L_x, L_y, L_z	Longueurs du domaine [L]

P_0	Pression de référence [P_a]
p_0	Pression atmosphérique [P_a]
q_j	Flux de chaleur [$M.L^2.T^{-3}$]
r_c	Rayon interne d'un tourbillon de Lamb-Oseen [L]
r_j	Rayon des jets [L]
T_0	Température de référence [K]
$\mathbf{u}$	Vecteur vitesse [$L.T^{-1}$]
$\hat{u}$	Spectre du champ de vitesse
U_0	Vitesse de l'écoulement libre [$L.T^{-1}$]
W_0	Vitesse de descente induite [$L.T^{-1}$]
z_c	Ordonnées des centroïdes tourbillonnaires [L]

Nombres sans dimension

γ	Rapport des chaleurs spécifiques à pression et à volume constant
δ_{ij}	Symbole de Kronecker
ε_{mol}	Taux de dissipation moléculaire
ζ	Ratio de circulations
μ	Viscosité dynamique adimensionnée
χ	Ratio des distances centre à centre des tourbillons secondaires et primaires
f	Indice de mélange
k_y	Nombre d'onde dans la direction y
m_1, m_2, m_3	Nombres de points dans les directions x, y et z du domaine
M_a	Nombre de Mach
P_r	Nombre de Prandtl
R	Constante universelle des gaz parfaits
Re	Nombre de Reynolds
Re_Γ	Nombre de Reynolds basé sur la circulation du tourbillon primaire
S_c	Nombre de Schmidt
S_{ij}	Tenseur des taux de déformation
Z	Champ de concentrations du traceur passif

INTRODUCTION

Les problématiques environnementales liées à la qualité de l'air représentent des enjeux de tailles pour les générations futures. Évaluer l'impact du secteur aérien sur la qualité de l'air s'inscrit dans de telles problématiques. En effet, durant la phase de vol, un avion rejette des produits polluants (tels que le CO_2 ou encore les PM) dans l'atmosphère participant à la dégradation de la qualité de l'air. À l'échelle locale, les émissions sont concentrées le long de zones sensibles tels que les axes aériens et aux alentours les aéroports souvent situés près des villes. Les particules fines (PM) émises dans le sillage de l'avion sont nocives pour l'humain et insiste sur l'importance des enjeux liés à l'impact du trafic aérien sur la qualité de l'air à l'échelle locale. À l'échelle atmosphérique, le transport d'émissions tel que le CO_2 va directement modifier la composition de l'air et aura un impact sur le climat. Les enjeux sont d'autant plus importants depuis la dernière décennie où le trafic aérien est le secteur qui a connu une forte augmentation. Dans le rapport annuel 2018 de l'OACI, le nombre annuel mondial de passagers des transports aériens s'élève à 4,07 milliards pour la totalité des vols internationaux et intérieurs comparés à 2,05 milliards en 2008. En neuf ans, cela représente une augmentation du nombre annuel de passagers de 80%. De plus, l'AITA prédit que d'ici 2036, le nombre annuel de passagers représenterait 7,8 milliards de personnes, soit quasiment le double de l'année 2018. Cette croissance entrainera des problèmes importants au niveau des infrastructures et de la gestion du trafic aérien, impliquant des délais, des coûts et des émissions supplémentaires. Une fréquence de plus en plus importante du trafic impliquerait une augmentation des concentrations des émissions au niveau local aux alentours des zones aéroportuaires lorsque l'avion est en phase d'atterrissage ou décollage. Dans ce contexte, il est pertinent d'étudier comment sont dispersées les émissions à l'échelle locale où l'avion utilise des volets hypersustentateurs pour un contrôle optimal de l'avion à base vitesse durant ces phases. L'étude de la dispersion des émissions permet d'évaluer l'évolution des zones de concentrations polluantes importantes dans l'atmosphère pour éventuellement montrer qu'il existe des stratégies pouvant modifier la dispersion des émissions moteurs. Tant à l'échelle locale qu'à l'échelle atmosphérique, la dispersion des émissions polluantes dans l'air est une problématique qui s'inscrit dans les enjeux de l'impact du trafic aérien sur la qualité de l'air.

Ces enjeux se situent également à l'échelle microscopique où les émissions polluantes subissent des processus physico-chimiques modifiant la composition atmosphérique. Il est par exemple possible que des concentrations d'un gaz à effet de serre comme l'Ozone soient produites dans l'atmosphère après le passage de l'avion. De plus, afin de mieux comprendre comment les émissions sont dispersées dans l'atmosphère, il est essentiel de s'intéresser à la dynamique de l'écoulement engendré dans le sillage de l'avion. En effet, en phase de vol, un avion génère dans son sillage une multitude de tourbillons de sens et forces variables, créés depuis le bord des surfaces portantes de l'avion ; on parle alors de sillage tourbillonnaire. Il a été observé que la dynamique du sillage tourbillonnaire d'un avion en phase de vol est à l'origine d'importants transports d'air et joue un rôle principal dans la dispersion des émissions. Les émissions polluantes relâchées dans l'air ambiant sont en effet majoritairement enroulées autour des tourbillons créés dans le sillage de l'avion. Dans ce contexte, il est pertinent d'étudier la dynamique de sillage tourbillonnaire d'un avion en configuration hypersustentée pour évaluer les processus de mélange et dispersion des émissions dans l'air ambiant aux alentours des zones aéroportuaires.

C'est pourquoi, dans le premier chapitre de ce mémoire, une brève introduction présente l'influence d'une configuration hypersustentée sur la formation du sillage tourbillonnaire. Un état des connaissances sur l'évolution de ce sillage est ensuite abordé. Puis, la dynamique et la dispersion des émissions issues des jets, selon deux configurations simplifiées de sillage tourbillonnaire apparaissant à différentes distances en aval de l'avion hypersustenté, sont présentées. Et finalement, le premier chapitre se conclut sur la définition des objectifs de recherche et du plan de travail envisagé pour les atteindre. Le deuxième chapitre présente la méthodologie de recherche employée pour atteindre les objectifs. Le chapitre 3 comporte la validation du modèle mathématique utilisé afin de présenter les résultats sur la dynamique et la dispersion des émissions dans plusieurs configurations de deux paires contrarotatives de tourbillons dans le chapitre 4. Une discussion des résultats est également proposée dans le chapitre 5 sur des stratégies de dispersion des émissions.

CHAPITRE 1

ÉTAT DES CONNAISSANCES

1.1 Formation sillage tourbillonnaire

Lors des phases de décollage et d'atterrissage, caractérisées par des vitesses inférieures à la vitesse de croisière, les pilotes utilisent des dispositifs d'hypersustentation tels que des volets (visibles sur la Figure 1.1). Ces dispositifs permettent à l'avion d'obtenir une performance adaptée en basse vitesse et un fonctionnement optimal en croisière. L'hypersustentation est principalement possible par la présence de volets dont l'extrémité intérieure est décalée par rapport au fuselage de l'avion. Ce type de dispositifs peut être observé sur la Figure 1.1.



Figure 1.1 Volets hypersustentateurs sortis en approche d'atterrissage

La différence de pression entre l'intrados et l'extrados d'un profil d'aile est à l'origine de la force de portance permettant à l'avion de voler et entraîne la création de structures tourbillonnaires dans son sillage. Ce mécanisme permet un contournement du fluide sous forme de spirales (visible sur la Figure 1.2) sur le bord fuite de l'aile et est le plus intense aux extrémités. Le contournement de l'air sur le bord de fuite est un phénomène très rapide et déclenche la formation de deux tourbillons contrarotatifs au bout de chacune des deux ailes de l'avion. La phase d'enroulement de la nappe tourbillonnaire s'effectue dans le sillage proche de l'avion. C'est également dans cette zone que les jets de l'avion relâchent dans l'atmosphère les produits issus de la combustion du kérosène.

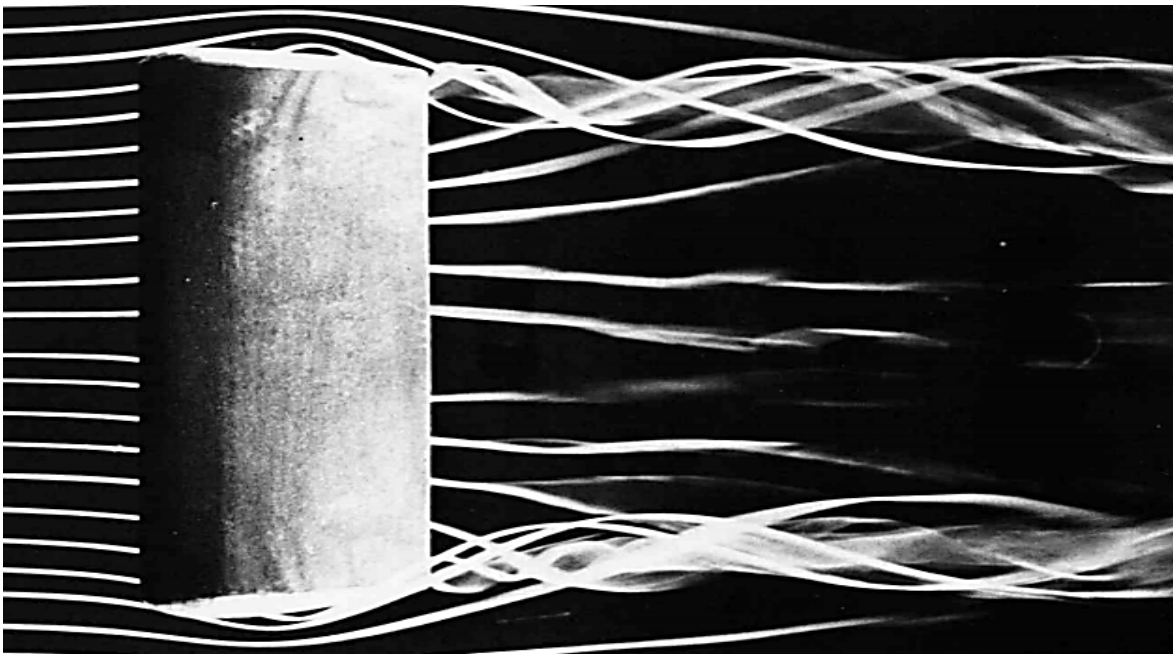


Figure 1.2 Vue de dessus de l'enroulement de la nappe tourbillonnaire du sillage (bas).
Photographie tirée de Van Dyke (1985)

Dans le cadre de travaux expérimentaux, des auteurs tels que Jacquin et al. (2001) et Fabre (2002) ont observé dans le sillage d'une maquette d'Airbus A300, la formation d'autres enroulement de fluide de sens et intensités variables sur le bord de fuite de l'aile en configuration de croisière d'une part et d'hypersustentation d'autre part. La paire de tourbillons issus des bouts d'ailes est la plus intense peu importe la configuration de l'avion

comparée aux autres paires formées. Dans les deux types de configurations, ces auteurs ont pu constater la création de tourbillons corotatifs (tourbillons évoluant dans le même sens horaire) et contrarotatifs (sens anti-horaire) sur le bord de fuite de l'aile pour certains arrangements de volets. Il est alors possible d'obtenir des structures tourbillonnaires complexes qui vont interagir dans le champ proche étendu du sillage d'un avion en configuration hypersustentée (Figure 1.3). Durant ses expériences en soufflerie, Fabre (2002) observe plusieurs tourbillons dans le demi-plan de gauche du sillage de la maquette dont la liste est rapportée ici :

- Trois tourbillons de vorticité négative engendrés par le bout d'aile, l'extrémité extérieure du volet hypersustentateur et le bord de nacelle;
- Trois tourbillons de vorticité positive issus de la jonction aile-fuselage, de l'extrémité intérieure du volet hypersustentateur et de l'empennage arrière.

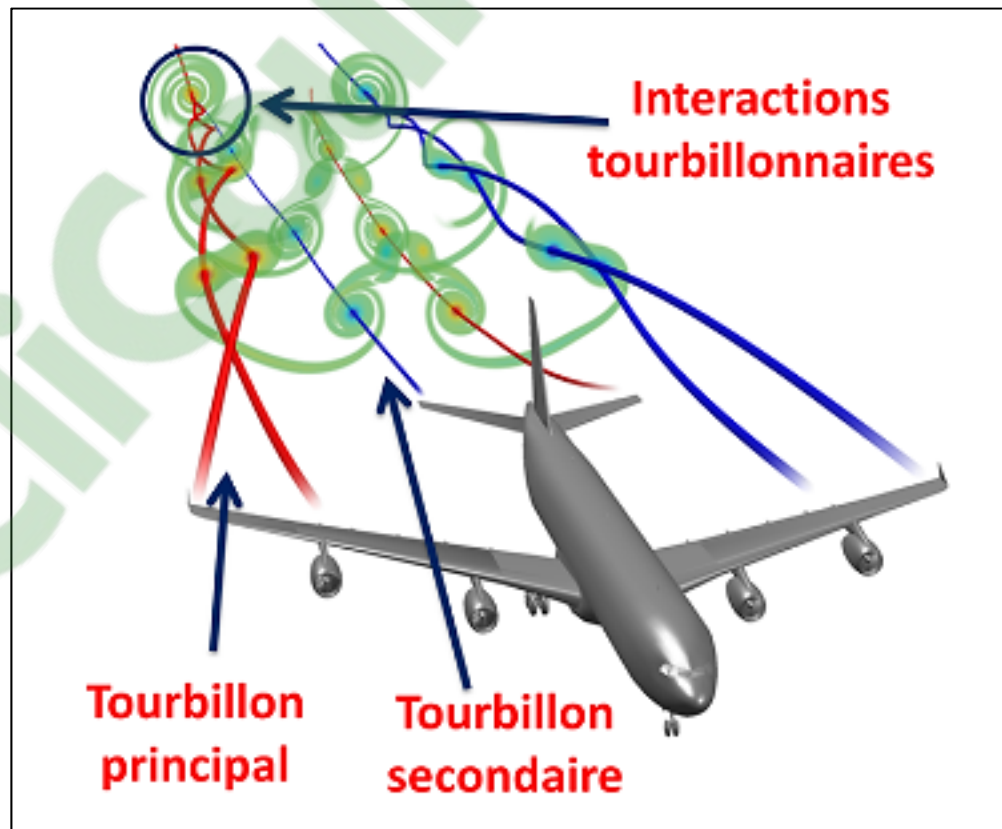


Figure 1.3 Interaction schématisée du sillage tourbillonnaire par Beardsell

1.2 Évolution du sillage tourbillonnaire

La formation complète de ces tourbillons est caractéristique du champ proche étendu du sillage. Cette zone débute à environ une envergure b (distance de séparation centre à centre des tourbillons issus des bouts d'aile) de l'avion derrière celui-ci ($y/b \approx 1$) (Fabre, 2002). Betz (1932) a été le premier à caractériser l'achèvement du processus de formation des tourbillons. Il suppose que les tourbillons contrarotatifs de bout d'ailes sont complètement formés lorsque la distance de séparation de leur centre respectif tend vers la valeur $b = \pi * b_0/4$ avec b_0 l'envergure totale (distance entre les deux bouts d'ailes) de l'avion. Une fois le processus d'enroulement terminé, les tourbillons commencent à interagir et vont enrouler la majorité des émissions issues des jets. Dans son expérimentation, Fabre (2002) a observé l'évolution de ces interactions tourbillonnaires jusqu'à une distance d'environ 10 envergures derrière l'avion ($y/b \approx 10$) dans le demi-plan de gauche tel que :

- Les tourbillons de vorticité négative issus du bout d'aile et de l'extrémité extérieure du volet hypersustentateurs fusionnent rapidement sur environ deux envergures pour ne laisser plus qu'un tourbillon intense;
- Le tourbillon de nacelle de vorticité négative évolue individuellement jusqu'à 5 envergures pour ensuite également fusionner avec le tourbillon de vorticité négative issu de la première fusion;
- Le tourbillon de vorticité positive formé à la jonction du fuselage et de l'aile se dissipe environ 5 envergures en aval de l'avion. Ce tourbillon peut être amplifié par les tourbillons formés par l'empennage arrière (également de vorticité positive). De plus, selon la configuration de voilure, le tourbillon de vorticité positive formé par le bord interne du volet hypersustentateur peut subsister au-delà de 5 envergures.

À noter que les mêmes observations ont été faites sur le demi-plan opposé de l'avion avec des tourbillons de circulations inverses et que les distances présentées représentent un ordre de grandeur. En effet, leur détermination est propre à l'expérience de Fabre (2002) et peuvent varier selon la voilure de l'avion. Les ordres de grandeurs des distances sont également retrouvés dans l'étude Jacquin et al. (2001) et seront pris comme référence pour cette étude.

À partir d'environ 9 envergures ($y/b \approx 9$) en aval de l'avion, peu importe la configuration de voilure, le sillage ne se compose uniquement de la paire contrarotative issue des bouts d'ailes. Cette paire est la plus intense tout au long de l'évolution du sillage et peut subsister encore très loin avant d'être déstructurée puis dissipée; elle est qualifiée de paire primaire. Les phénomènes de déstructuration et dissipation de cette paire s'opèrent dans le champ lointain ($y/b > 10$) du sillage pendant le régime de dispersion. Des études expérimentales (Lewke et al., 2011) et numériques (Jacquin et al., 2003) ont en effet montré que les tourbillons de bouts d'ailes restent cohérents jusque dans le sillage lointain du sillage de l'avion. Toutefois, selon la configuration de voilure de l'avion, au-delà d'environ 5 envergures derrière l'avion ($y/b > 5$), il est possible que le sillage soit constitué d'une ou plusieurs paires contrarotatives (évoluant dans des sens contraires) de tourbillons (Fabre, 2002). Il est possible de visualiser ces interactions tourbillonnaires sur la Figure 1.3. Si la diminution du nombre de structures tourbillonnaires est permise par la fusion des tourbillons corotatifs (de même sens), la dissipation de la paire contrarotative subsistante (dite paire secondaire car moins intense que la paire primaire) issue des bords internes des volets hypersustentateurs est quant à elle régit par son interaction avec la paire (également contrarotative) issue des bouts d'ailes (paire primaire).

Dans des conditions réalistes de vol, les forces d'inertie sont largement supérieures aux forces visqueuses, impliquant que la dissipation moléculaire est très faible pour dissiper le sillage. En revanche, l'interaction des structures tourbillonnaires entraîne le développement d'instabilités tridimensionnelles qui vont permettre une dissipation active de l'énergie du système tourbillonnaire complexe de sillage. Ces instabilités sont issues de perturbations naturellement présentes dans l'écoulement. Les perturbations sont représentatives de la turbulence externe affectant les structures tourbillonnaires. Dans le champ lointain, la paire primaire sera également soumise à des instabilités à l'origine de sa dissipation. La présence de systèmes tourbillonnaires contrarotatifs multipolaires, entre 5 et 9 envergures en aval de l'avion ($5 < y/b < 9$) pour certaines configurations hypersustentées, implique une dynamique et des processus de mélange des émissions issues des jets propres à ces configurations. Dans ce mémoire, notre étude se concentrera sur la dynamique de dispersion

des émissions dans le cas d'un système constitué de deux paires contrarotatives de tourbillons. Cette configuration est générique et permet d'illustrer les effets respectifs de la paire secondaire par rapport à la paire primaire sur la dynamique et ultimement sur la dispersion des émissions. Toutefois, cette configuration multipolaire développe une dynamique plus complexe que dans le cas d'une unique paire contrarotative. Dans ce contexte, la dynamique de dispersion des émissions dans un sillage constituée d'une unique paire de tourbillons contrarotatifs est tout d'abord présentée. Puis dans un deuxième temps, la dynamique de dispersion des émissions sera présentée dans le cas de deux paires contrarotatives où des tourbillons secondaires issus des bords internes des volets ont subsisté.

1.3 Développement d'instabilités dans le sillage tourbillonnaire

Comme énoncé plus haut, les instabilités permettant une dissipation du sillage tourbillonnaire sont issues de l'amplification au cours du temps de perturbations initialement présentes dans l'écoulement. Une perturbation est caractérisée par une longueur d'onde λ se propageant dans l'écoulement tourbillonnaire avec une vitesse angulaire (ω). Une perturbation se définit comme un mode caractérisé un nombre d'onde k_y relié à la longueur d'onde λ tel que :

$$k_y = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (1.1)$$

Au cours du temps, ces perturbations seront amplifiées exponentiellement, créant ainsi des mécanismes d'instabilités. Dans le cas d'une paire contrarotative de même intensité, trois paramètres interviennent dans la dynamique de sillage (Saffman, 1992):

1. Le champ de déformation dans lequel chaque tourbillon se situe;
2. Les effets de l'auto-induction auxquels chaque tourbillon s'expose;
3. Les effets de l'induction mutuelle de chaque tourbillon de la paire;

Dans le cas d'une paire contrarotative de circulations inégales, un quatrième facteur agit sur la croissance des perturbations :

4. L'effet de rotation de la paire secondaire autour de la paire primaire dû à l'asymétrie de la circulation. En effet, les tourbillons secondaires de faible intensité vont orbiter autour des tourbillons primaires dans chaque demi-plan.

Chacun de ces facteurs interagit donc pour développer un mécanisme d'instabilité et éventuellement dissiper les structures tourbillonnaires créées lors du passage de l'avion. Saffman (1992) explique que l'une des conditions nécessaires pour la création d'une instabilité est la dominance des effets d'induction mutuelle (3^{ème} facteur) par rapport aux effets d'auto-induction (2^{ème} facteur). De plus, cet auteur indique que le champ d'étirement (1^{er} facteur) constitue un paramètre moins important que les autres dans la participation de la croissance de la perturbation. Ajoutés à la turbulence extérieure et aux cisaillements du vent, les trois facteurs propres à la dynamique d'une paire contrarotative présentée vont participer à la création d'instabilités de différentes longueurs d'onde et ainsi à la dissipation du sillage. Une présentation non-exhaustive de ces instabilités, dans le cas d'une paire de tourbillons de circulation égale puis dans le cas de deux paires de circulations inégales, est présentée.

1.3.1 L'instabilité du mode elliptique

L'instabilité elliptique a été découverte par une analyse d'un anneau de tourbillon de Widnall et al. (1974). Cette instabilité forme des oscillations à courtes longueurs d'ondes de l'ordre d'une distance équivalent à un rayon de tourbillon ($\lambda = O(a)$). Elle intervient dans un tourbillon soumis à un champ d'étirement, par exemple par la présence d'un second tourbillon. Elle se caractérise par un déplacement du centre et de la périphérie du tourbillon dans les directions opposées. Moore & Saffman (1975) et Tsai & Widnall (1976) ont été les premiers à expliquer l'origine de cette instabilité. Ces auteurs expliquent qu'elle provient d'un phénomène de résonance quand deux ondes hélicoïdales stationnaires sont combinées. Chacune des deux ondes de perturbation (appelées aussi modes de Kelvin), contenues dans le champ de base, induise une contrainte sur l'autre tourbillon modifiant ainsi la structure interne de chaque tourbillon (Figure 1.4). Par effet de résonance, elle peut conduire à une amplification exponentielle des modes impliqués et provoquer ainsi l'instabilité du tourbillon.

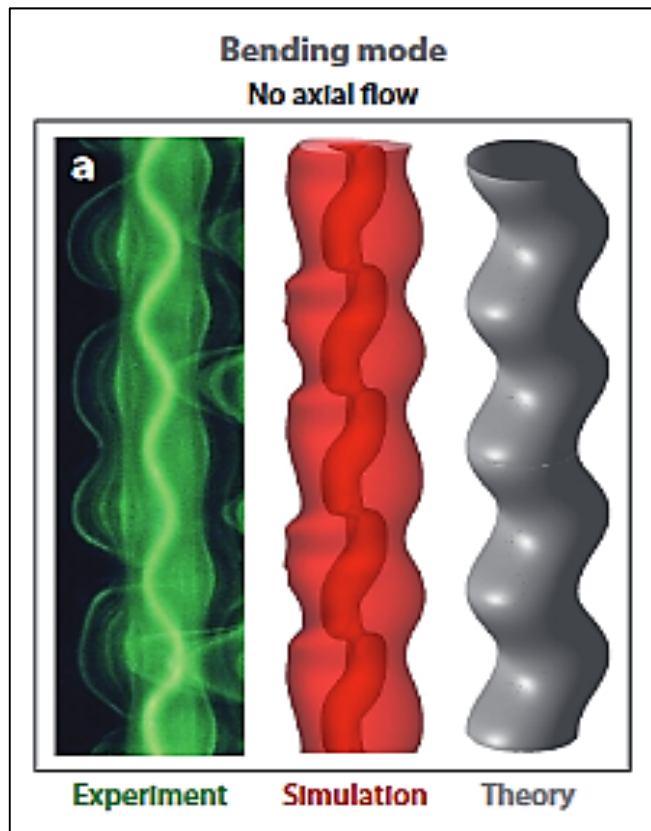


Figure 1.4 Instabilité du mode elliptique dans un écoulement sans vitesse axiale (Williamson et al., 2014)

1.3.2 L'instabilité du mode flexion

L'instabilité du mode de flexion porte le nom d'instabilité de Crow (1970) dans le cas d'une configuration à deux tourbillons contrarotatifs. C'est en effet le premier à avoir effectué une analyse théorique de ce mécanisme. Il a montré que l'induction mutuelle des tourbillons peut engendrer une instabilité tourbillons à grandes longueurs d'onde (entre 5 à 10 fois la séparation b entre les tourbillons de bouts d'aile). Il prouve que cette instabilité est la plus susceptible d'apparaître avec des perturbations de longueur d'onde $\lambda = 8.6b$. Elle prend la forme d'oscillations sinusoïdales et symétriques dans les cœurs tourbillonnaires visibles sur la Figure 1.5.

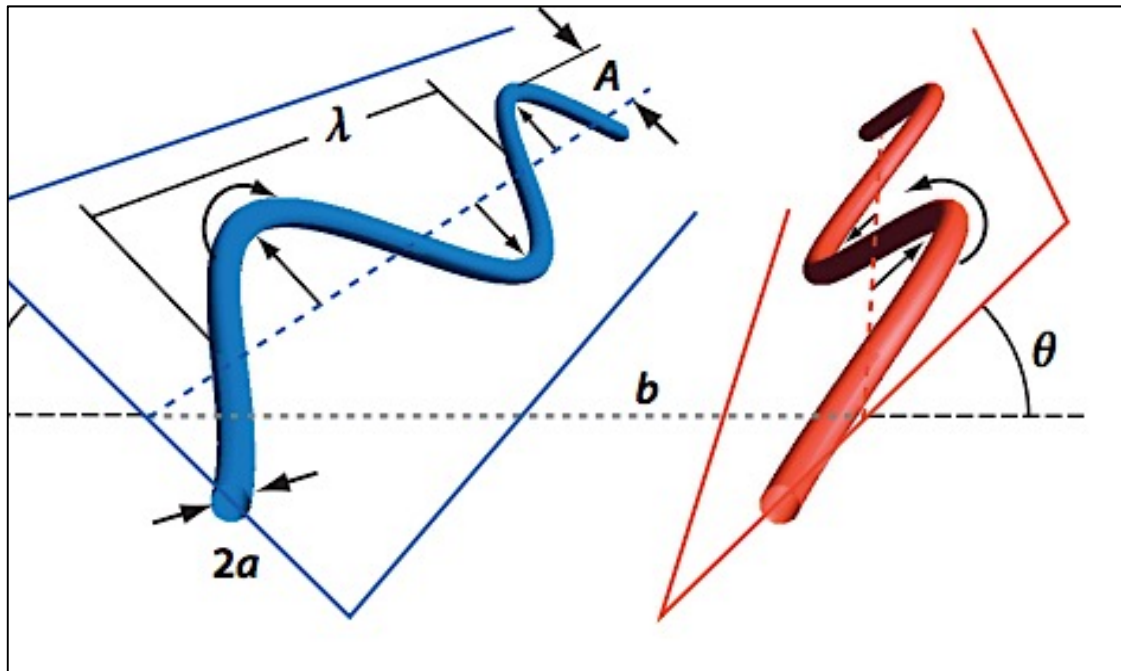


Figure 1.5 Schéma du mode de flexion dans une paire contrarotative (Williamson et al., 2014)

Ces oscillations aboutissent à une reconnexion des tourbillons sous forme d'une allée d'anneaux tourbillonnaires (Crow, 1970) qui se dissipent ensuite rapidement. Ces anneaux tourbillonnaires sont visibles sur la Figure 1.9.

1.3.3 Les instabilités d'ondes intermédiaires

Ce type d'instabilité a été observée pour la première fois par Crouch (1997) sur des systèmes à quatre tourbillons, que l'on peut retrouver dans le champ proche étendu du sillage de l'avion. Il est possible de la visualiser sur la Figure 1.6.

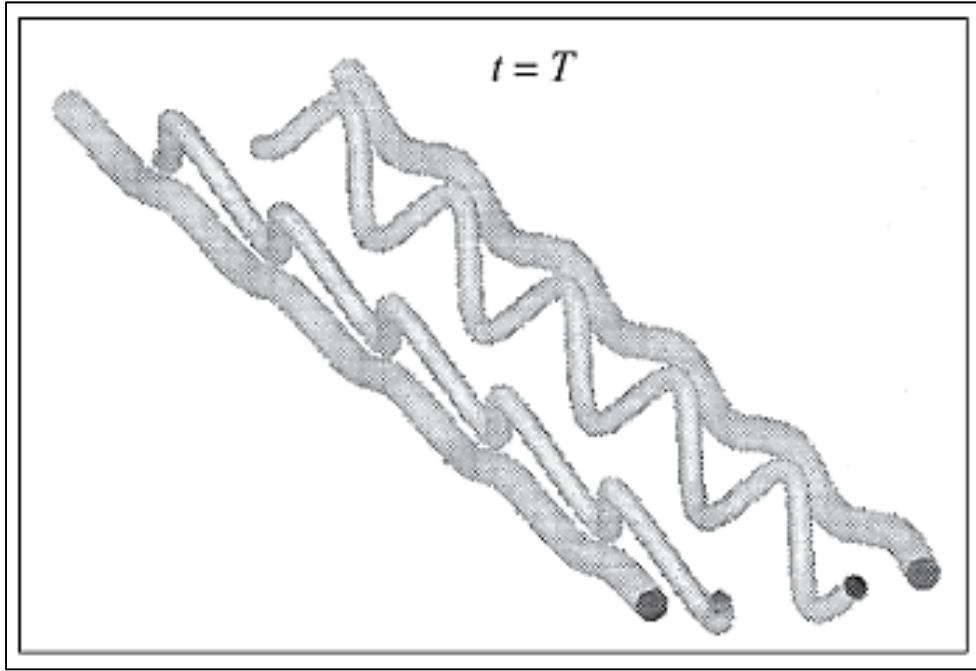


Figure 1.6 Instabilité de Crouch d'un système constitué de deux paires de tourbillons (Crouch, 1997)

La longueur d'onde de cette instabilité se situe entre $\lambda/b = 1.5$ et $\lambda/b = 6$. Ces longueurs d'ondes sont plus petites que celles du mode de flexion de l'instabilité de Crow ($\lambda/b = 8.6$) dans le cas d'une unique paire mais plus grandes que celles de l'instabilité du mode elliptique ($\lambda = O(a)$). À partir de la Figure 1.6, il est possible d'observer un comportement similaire au mode de flexion de la Figure 1.4 nettement amplifié sur les tourbillons secondaires avec une longueur d'onde plus petite. Crouch (1997) attribue cette moindre longueur d'onde que celle identifiée par Crow à l'effet de rotation de la paire de tourbillons primaire-secondaire dans chaque demi-plan à la vitesse angulaire Ω . La vitesse de rotation d'un tourbillon est exprimée dans les travaux de Batchelor (1967) ou encore ceux de Saffman (1992), telle que :

$$\Omega = \frac{\Gamma_1 + \Gamma_2}{2\pi d^2} \quad (1.2)$$

Avec $|\Gamma_1| > |\Gamma_2|$ les circulations respectives des tourbillons primaire et secondaire et d la distance inter-tourbillonnaire.

Dans le cas des configurations à quatre tourbillons contrarotatifs avec des circulations inégales, Bristol et al. (2003) et Bristol & Ortega (2004) ont mis en évidence une instabilité dont la longueur d'onde varie entre $0.7 \leq \lambda/b \leq 2.3$. Ce type d'instabilité est de l'ordre d'une distance de séparation des tourbillons de bout d'ailes ($\lambda/b = O(1)$) et peut se visualiser sur la Figure 1.13. Ces auteurs ont observé que le tourbillon de moindre circulation s'enroule autour de celui muni d'une plus forte circulation en formant des anneaux de vorticité appelée boucles oméga (Ω). Bristol et Ortega (2004) ont été les premiers émettre le concept que le même mécanisme d'instabilité du mode de flexion soit présent dans des systèmes à quatre et deux tourbillons contrarotatifs. Ils ont également été les premiers à formuler les effets de rotation de la paire de tourbillons asymétriques composés d'un tourbillon principal et secondaire dans une configuration à quatre tourbillons contrarotatifs.

Les mécanismes tridimensionnels présentés sont les facteurs principaux de déstructuration et de dissipation des tourbillons de sillage et jouent donc un rôle important dans la dispersion des émissions capturées dans celui-ci. Les caractéristiques d'évolution d'un système composé d'une unique paire contrarotative bidimensionnelle de tourbillons puis de deux paires contrarotatives bidimensionnelles sont présentées afin de comprendre l'influence globale de tels systèmes sur la dispersion des émissions issues des jets.

1.4 Dynamique globale d'un système à une paire de tourbillons contrarotatifs et son influence sur la dispersion des émissions polluantes

Tout véhicule volant horizontalement génère une paire de tourbillons contrarotatifs dans son sillage lointain. Les tourbillons peuvent s'étendre sur plusieurs kilomètres et demeurer longtemps dans l'air. Cette configuration constitue l'un des systèmes de tourbillons élémentaires considérés dans la littérature, utilisé par exemple pour étudier l'évolution des traînées de condensation dans le sillage tourbillonnaire de l'avion (Brunet, 1999; Ferreira-Gago, 2002). Cette configuration engendre un transport important de fluide et participe activement au transport des émissions dans l'air ambiant. La présente section présente la dynamique globale et son influence sur la dispersion des émissions issues des jets capturées dans ce type de configuration.

1.4.1 Présentation du système

Les tourbillons contrarotatifs sont suffisamment proches l'un de l'autre pour que leurs champs de vitesse interagissent. Chaque tourbillon, sous les effets de l'induction mutuelle, va alors s'induire une vitesse W_0 vers le bas. Cette vitesse a été déterminé par Betz (1932) et s'exprime telle que $W_0 = \Gamma/2\pi b$, avec Γ la circulation d'un tourbillon caractéristique de son intensité et b la distance de séparation des tourbillons complètement formés. Il est possible de caractériser ce système par un unique paramètre adimensionnel a_0/b nommé le rapport d'aspect, avec a_0 avec le rayon effectif du tourbillon. La signification physique de ce rayon sera présentée dans la section 2.2.2. La Figure 1.7 est la représentation dans le plan (xz) de ce type de système. Le tourbillon bleu possède une circulation positive Γ tandis que le tourbillon rouge détient une circulation négative $-\Gamma$ selon l'axe x , respectivement représentatifs des tourbillons issus des bouts d'aile gauche et droite. Au cours du temps, les trois facteurs explicités page 8 interagissent et développent des mécanismes d'instabilités au sein de la paire primaire, modifiant ainsi la dynamique de l'écoulement.

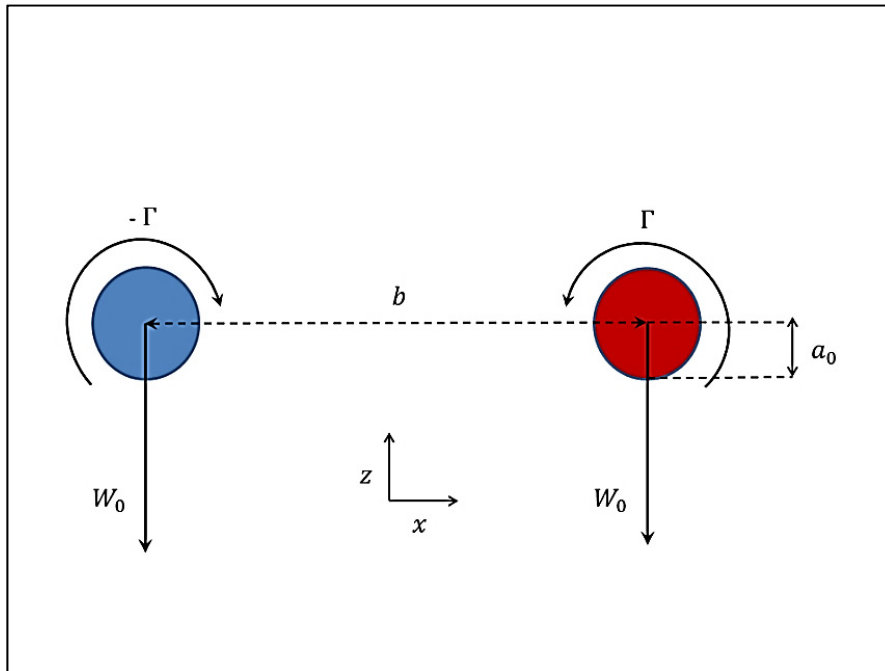


Figure 1.7 Système de deux tourbillons parallèles contrarotatifs de circulations égales

1.4.2 Développement d'instabilités

Le champ de déformation imposé par chaque tourbillon sur l'autre va amplifier ou amortir les perturbations initialement présentes dans l'écoulement. Dans cette configuration, les instabilités du mode elliptique (instabilité de Widnall) et du mode de flexion (instabilité de Crow) présentées dans la section 1.3 se combinent pour déstructurer et dissiper activement la paire encore cohérente dans le sillage lointain de l'avion.

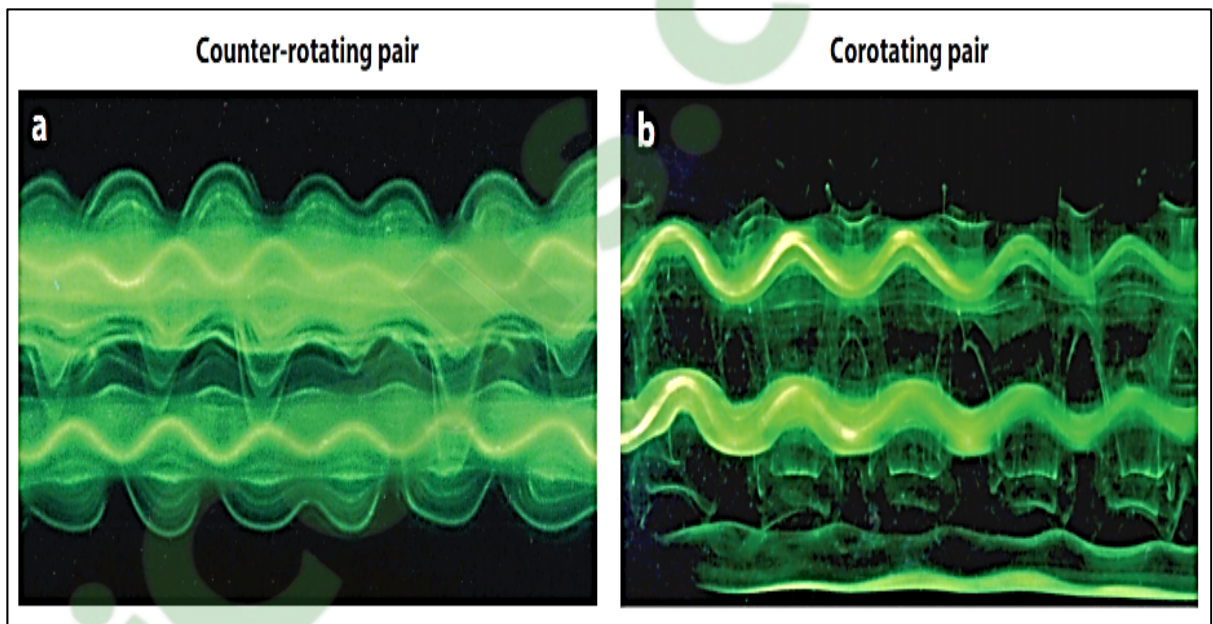


Figure 1.8 Visualisation expérimentale dans une cuve à eau de l'instabilité elliptique dans une paire contrarotative (a) et corotative (b) (Williamson et al., 2014)

Il est possible de les visualiser respectivement sur les Figures 1.8 et 1.9. À noter que l'instabilité du mode elliptique est susceptible d'apparaître dans des configurations d'une paire de tourbillons corotatifs (Figure 1.8b) et contrarotatifs (Figure 1.8a) tandis que l'instabilité du mode de flexion apparaît dans une paire uniquement contrarotative. Les reconnections tourbillonnaires calculées par Crow (1970) sont bien visibles sur la Figure 1.9 présentant les visualisations expérimentales effectuées dans une cuve à eau par Williamson et al. (2014). Ces deux instabilités participent à la déstructuration des tourbillons de bouts

d'ailes et vont ainsi modifier la dynamique de mélange des émissions dans l'air ambiant. En effet, la déstructuration des tourbillons implique une dispersion différente des émissions que dans un cas non perturbé. Dans ce contexte, des travaux qui ont étudié l'influence de la dynamique sur la dispersion des émissions issues des jets dans ce type de configuration sont présentés.

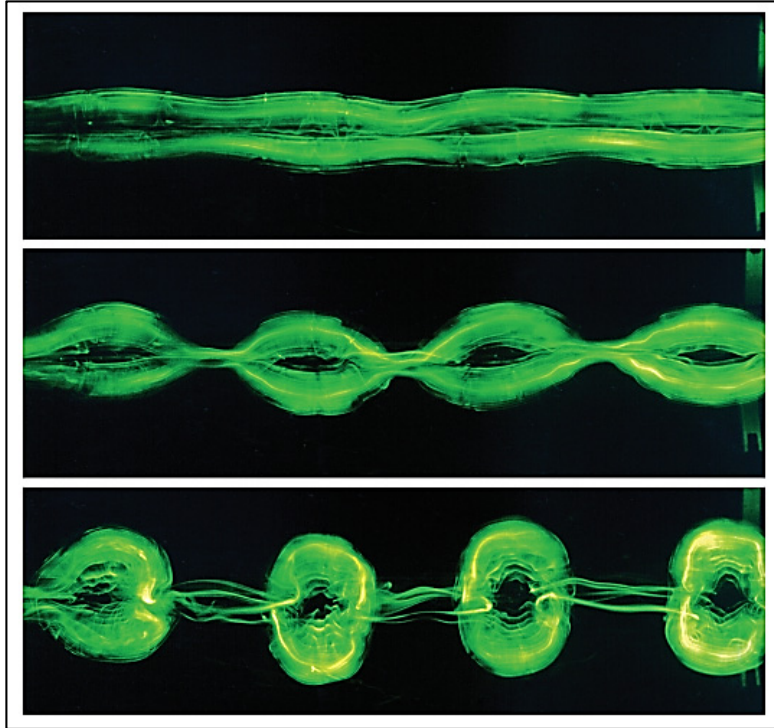


Figure 1.9 Visualisation expérimentale dans une cuve à eau de l'instabilité de Crow dans une paire contrarotative (Williamson et al., 2014)

1.4.3 Influence de la dynamique sur la dispersion des émissions

Afin de caractériser et quantifier le mélange des émissions polluantes dans des simulations numériques, des auteurs tels que Brunet (1999) et Ferreira-Gago (2002) utilisent un scalaire passif servant de traceur de concentrations. Dans les études expérimentales, les méthodes de vélocimétrie laser sont couramment employées pour caractériser l'écoulement. Concernant les études numériques, un scalaire passif, par définition, ne modifie pas la dynamique et la nature d'un écoulement. Au cours de la simulation, le scalaire sera soumis à la dynamique de

l'écoulement (déformations, étirements des tourbillons par exemple), il sera alors possible de déterminer son transport et sa dispersion dans l'écoulement en question. Dans sa thèse, Brunet (1999) reprend l'indice de mélange introduit par Cetegen et Mohamad (1993) pour caractériser le degré de mélange d'un traceur avec le milieu extérieur. Cet indicateur permet d'avoir une idée intuitive des différentes physiques de mélange du traceur et sera repris dans cette étude. Durant le début du régime tourbillonnaire, le mélange et la dispersion des émissions sont principalement contrôlés par la dynamique tourbillonnaire exercée (Ferreira-Gago, 2002). Cette dernière a étudié la dynamique d'interaction d'un jet turbulent avec un tourbillon de bout d'ailes, elle a observé que le jet contenant les polluants est complètement enroulé autour du tourbillon. Il est possible de visualiser cet enroulement sur la Figure 1.10. Les concentrations polluantes ne rentrent en revanche pas dans les cœurs tourbillonnaires en raison d'une rotation du cœur pouvant être considérée comme solide (Babiano et al., 1987; Brunet, 1999). Brunet (1999) observe également numériquement et expérimentalement que dans le cas d'une paire de tourbillons contrarotatifs, le traceur vient complètement s'enrouler dans le tourbillon à proximité puis sera transporté vers le bas jusque dans le champ lointain.

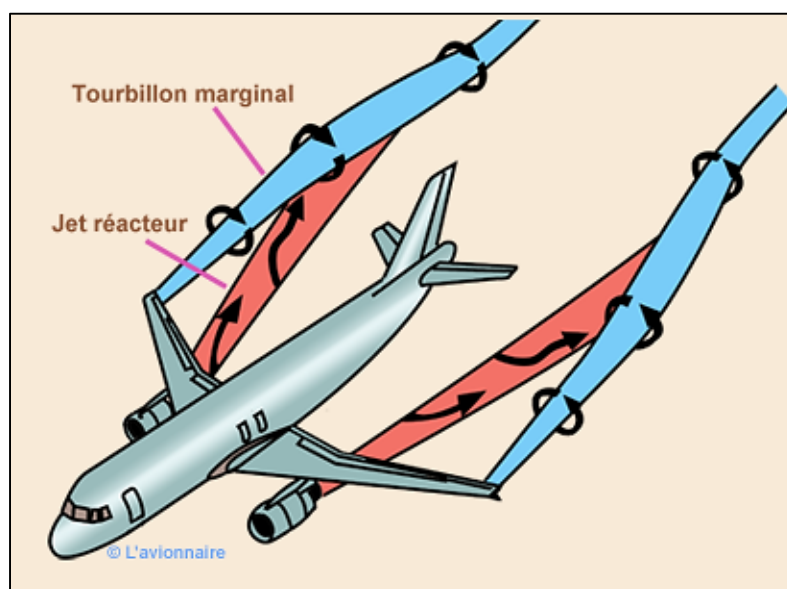


Figure 1.10 Capture des émissions issues des jets dans la paire contrarotative issus des bouts d'ailes (source : site de L'avionnaire)

Par le biais de simulations numériques, Paugam et al. (2010) ont quant à eux observé qu'une partie des effluents est libérée de l'attraction tourbillonnaire pour se mélanger avec l'air ambiant durant le mouvement de descente. Les effluents libérés seront par la suite diffusés rapidement avec l'air ambiant. Selon Paugam et al. (2010), ce mécanisme de libération serait permis par l'interaction des tourbillons de sillage avec la stratification ambiante. Gerz et al. (1998) ont observé numériquement le même phénomène. Les polluants contenus dans les deux tourbillons encore dans le champ lointain seront sujets aux différentes instabilités énoncées plus haut. Brunet (1999) montre que le mélange d'un traceur passif s'effectue plus intensément quand les tourbillons sont sujets à l'instabilité de Crow plutôt que dans le cas non perturbé. Il relie ce résultat au phénomène de reconnexion sous forme d'anneaux de vorticité qui vont permettre au traceur de se mélanger plus intensément avec le milieu extérieur. Selon ces observations, le développement de l'instabilité de Crow, dans le cas d'une unique paire, a donc une influence sur les processus de mélange des émissions. Le cas d'une configuration composée de deux paires contrarotatives, présentant une dynamique de dispersion des émissions plus complexe et rapide que la seule interaction des tourbillons de bouts d'ailes dans le champ lointain, est présenté.

1.5 Dynamique globale d'un système à deux paires de tourbillons contrarotatifs et son influence sur la dispersion des émissions polluantes

Comme vu plus haut, en configuration hypersustentée, des tourbillons de sens divers et d'intensités inégales sont créés sur le bord de fuite. Dans chaque demi-plan par rapport au centre de l'avion, ces paires de tourbillons vont interagir avec la paire de bouts d'aile. Les configurations à quatre tourbillons contrarotatifs, placées symétriquement comme deux paires inégales de tourbillons, représentent un modèle simplifié d'un sillage multipolaire ou les tourbillons formés par l'extrémité intérieure des volets ont subsisté. Il correspond à deux systèmes, symétriques par rapport à l'axe transverse, d'une paire de tourbillons contrarotatifs de circulations inégales. Ce type de configuration est schématisé sur la Figure 1.11. Le système est composé de deux tourbillons principaux contrarotatifs, séparés d'une distance b_1 , ayant une circulation opposée de même valeur $\pm\Gamma_1$, ainsi que deux tourbillons secondaires

également contrarotatifs, séparés d'une distance b_2 , d'une circulation opposée de même amplitude $\pm\Gamma_2$. Ils ont respectivement un rayon effectif a_1 et a_2 .

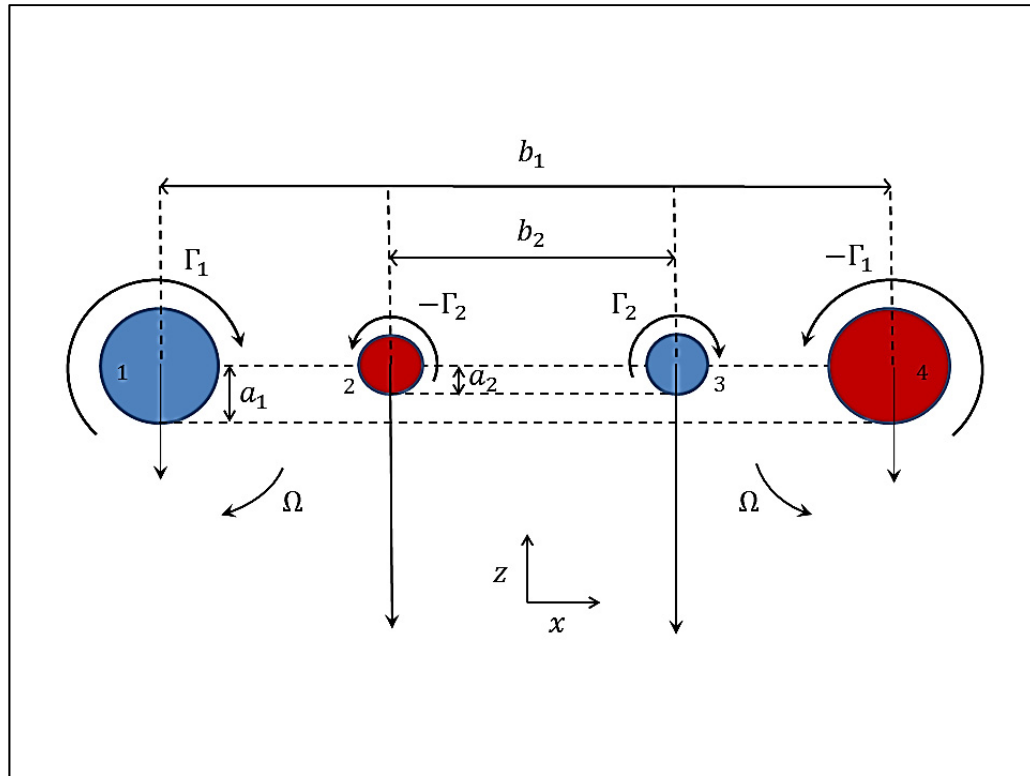


Figure 1.11 Système de quatre tourbillons contrarotatifs alignés

1.5.1 Dynamique globale bidimensionnelle

Donaldson & Bilanin (1975) ont été les premiers à considérer l'évolution bidimensionnelle de ce type de configurations. Ils ont montré que le système est soit divergent (les tourbillons secondaires de circulation moins forte s'éloignent des principaux pour n'en laisser rapidement qu'une paire), soit périodique (les tourbillons secondaires orbitent autour des principaux et le système entier descend) ou encore stationnaire où tout le système tourbillonnaire s'induit une vitesse de descente constante. De plus, l'évolution de paires de tourbillons ponctuels bidimensionnels ne dépend pas des rayons des tourbillons si la condition $a_1, a_2 \ll b_1, b_2$ est respectée et dépend ainsi uniquement des ratios des circulations Γ_2/Γ_1 des tourbillons secondaires et des tourbillons primaires ainsi que du ratio

de leurs distances de séparation respectives b_2/b_1 . Pour la suite du mémoire, la notation utilisée par Rennich & Lele (1999) dans leur étude numérique est reprise telle que :

$$\zeta = \frac{\Gamma_2}{\Gamma_1}, \quad \chi = \frac{b_2}{b_1}. \quad (1.3)$$

Il est alors possible de caractériser ce champ de base par les quatre paramètres adimensionnels: $\zeta = \Gamma_2/\Gamma_1$, $\chi = b_2/b_1$, a_1/b_1 , a_2/b_1 dans la limite $a_1, a_2 \ll b_1, b_2$. On propose de rappeler l'équation, exprimée par Donaldson & Bilanin (1975) pour les configurations stationnaires permettant de tracer les lignes solides sur la Figure 1.12, en fonction des ratios ζ et χ :

$$\chi^3 + 3\zeta\chi^2 + 3\chi + \zeta = 0. \quad (1.4)$$

Cette équation a également été dérivée par Rennich & Lele (1999). La Figure 1.12 présente les différents types de configurations par rapport aux deux ratios caractéristiques.

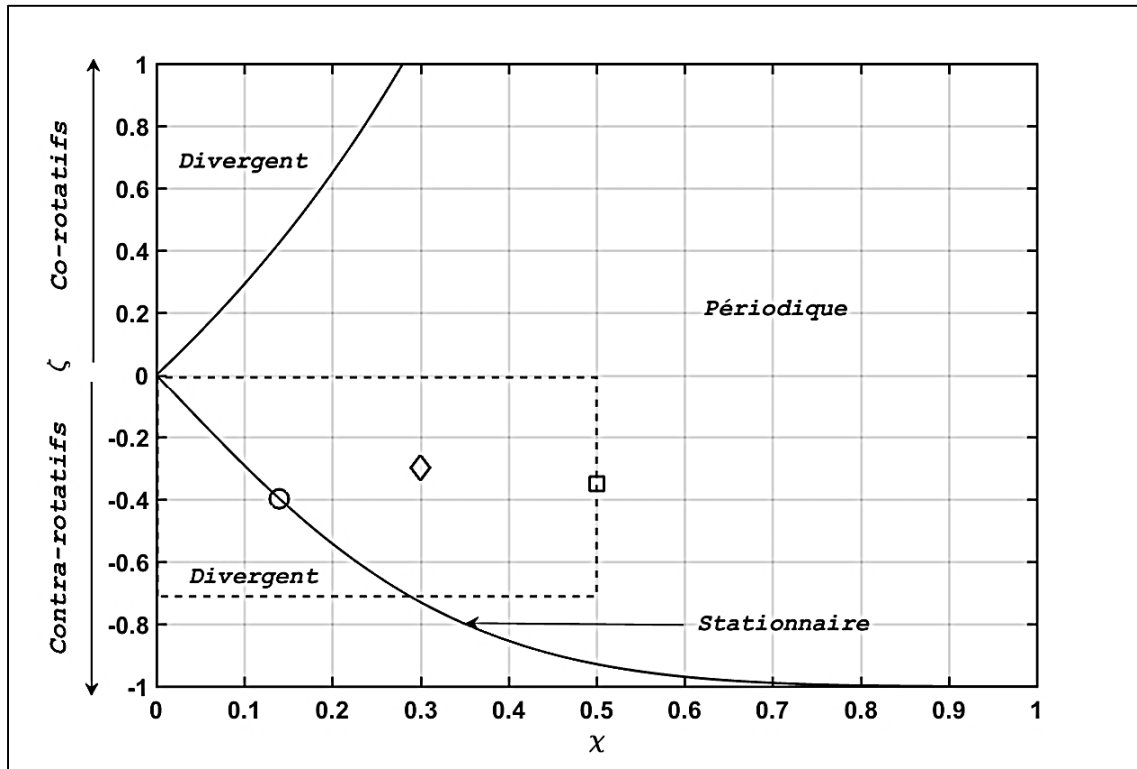


Figure 1.12 Classification des systèmes à quatre tourbillons

Sur la Figure 1.12, le cadre pointillé correspond aux configurations deux paires contrarotatives théoriquement possibles en fonction de la voilure de l'avion. Dans le cadre du projet européen FAR-WAKE à l'ONERA présenté plus haut, Jacquin et al. (2001) ont pu obtenir des résultats expérimentaux d'un modèle réduit d'Airbus A300 pour ce type de configuration (désignée par '◊' sur la Figure 1.12). Les symboles '○' et '□' correspondent respectivement aux études numériques de Rennich et Lele (1999) et expérimentaux d'Ortega et al (2003). Similairement au cas d'une unique paire, de telles configurations à quatre tourbillons vont développer des instabilités tridimensionnelles.

1.5.2 Développement d'instabilités tridimensionnelles

Rennich & Lele (1999) ont réalisé une étude paramétrique en calculant l'évolution d'un sillage menant à la formation d'une configuration à quatre tourbillons contrarotatifs et ont pu confirmer les travaux de Crow (1970) dans ces configurations. Ces auteurs ont montré que la présence des tourbillons primaires accentue fortement le développement de l'instabilité de Crow sur les tourbillons extérieurs. Leur étude paramétrique a montré que ce phénomène est particulièrement intense si les tourbillons sont proches dans une configuration stationnaire où les tourbillons restent alignés (ligne épaisse sur la Figure 1.12). Quackenbush (1997) et Ortega (2001) ont respectivement étudié numériquement et expérimentalement ce type de configurations contrarotatives pour d'autres paramètres que ceux utilisés par Rennich & Lele (1999). Fabre & Jacquin (2000b) ont quant à eux étudié analytiquement la stabilité de ces systèmes tourbillonnaires. Ils ont pu confirmer les résultats de Rennich & Lele (1999) en montrant que pour de grandes longueurs d'onde, le taux de croissance de l'instabilité est dix fois supérieur que celui de l'instabilité de Crow dans le cas d'une seule paire. Ils ont également pu calculer que cette instabilité n'est pas la plus amplifiée. La plus amplifiée est l'instabilité des ondes intermédiaires (section 1.3.3) qui touche principalement les tourbillons secondaires et les dissipe sans altérer les tourbillons primaires. La dynamique de ce système présente donc des instabilités du mode de flexion à croissance rapide. Ces instabilités vont croître beaucoup plus rapidement que celle-ci dans une paire de tourbillons contrarotatifs et ainsi créer de fortes interactions entre les tourbillons. Les simulations numériques de

Chatelain (2008) et les visualisations expérimentales par Ortega et al. (2003) présentées sur la Figure 1.13, montrent comment les perturbations du tourbillon secondaires se développent en une série de boucles Ω , tandis que la paire de tourbillons avec le plus d'intensité est beaucoup moins affectée par l'instabilité.

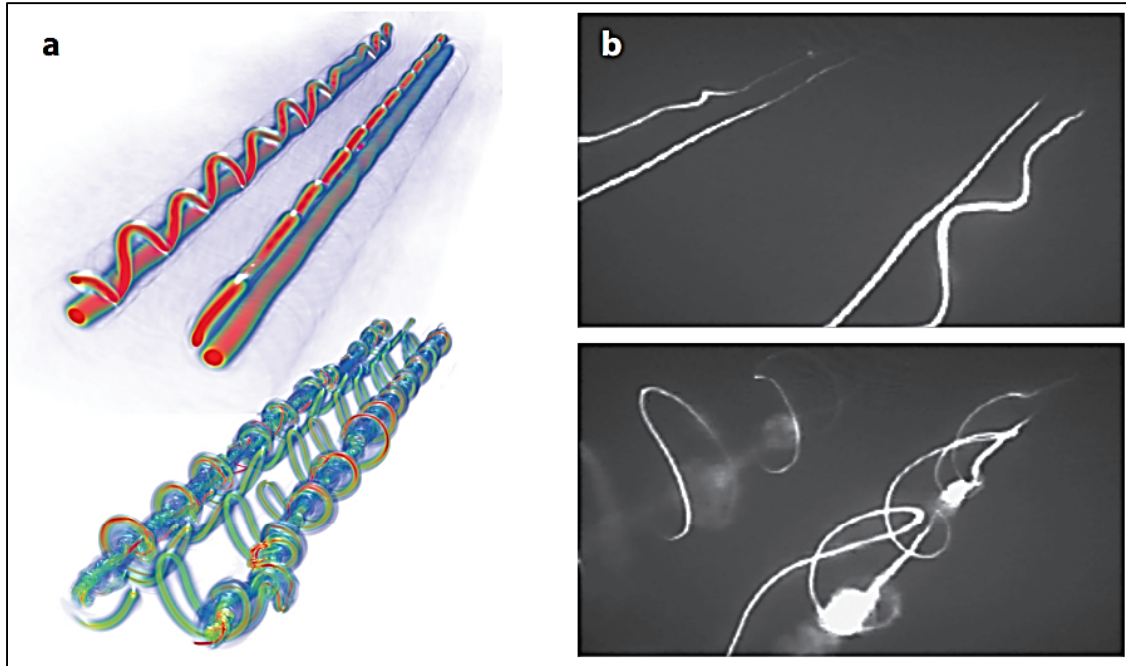


Figure 1.13 Instabilité du mode de flexion dans un système de quatre tourbillons de forces inégales.

(a) Simulation numérique réalisée par Chatelain et al. (2008)

(b) Visualisations expérimentales effectuées par Ortega et al. (2003)

Figure issue de Leweke, Le Dizès & Williamson (2016)

Ces déformations importantes des tourbillons en boucles Ω créent un comportement tridimensionnel élevé du sillage tourbillonnaire et vont produire des petites structures de vorticité aux alentours de l'axe central. Le caractère instable de l'écoulement participe activement à la dissipation d'énergie du système et sur la dispersion des émissions dans l'air ambiant. En effet, à l'image de l'instabilité de Crow dans le cas d'une unique paire contrarotative, les instabilités tridimensionnelles vont modifier la dynamique de l'écoulement et ainsi influencer les propriétés de dispersion des émissions dans l'air ambiant.

1.5.3 Hypothèses sur l'influence de la dynamique sur le mélange

Dans le cas d'un système de quatre tourbillons contrarotatifs (retrouvé en configuration hypersustentée), la rotation des tourbillons secondaires autour des tourbillons primaires impliquerait intuitivement un mélange plus rapide et dispersé du traceur dans chaque demi-plan (écoulement initialement symétrique selon l'axe central) avec le milieu ambiant comparé au cas d'une unique paire de tourbillons retrouvé dans le champ lointain d'un avion en configuration de croisière. Cette notion constituera une des hypothèses de recherche associée à l'impact de la dynamique d'un système de quatre tourbillons contrarotatifs sur le mélange des émissions avec l'air ambiant quand l'avion est aux alentours d'une zone aéroportuaire en configuration hypersustentée.

Dans le cas de quatre tourbillons contrarotatifs, la rotation des tourbillons secondaires vient ajouter une contrainte supplémentaire aux perturbations tridimensionnelles initiales permettant d'amplifier l'instabilité du mode de flexion beaucoup plus rapidement et plus intensément que dans le cas d'une unique paire contrarotative (Rennich et Lele (1999); Jacquin et al. (2003)). Il a été observé que cette instabilité va fortement déformer les tourbillons secondaires jusqu'à une déstructuration en petites structures de vorticité, mais les tourbillons primaires restent cohérents et sont beaucoup moins affectés. Dans ce contexte, on pourrait exprimer l'hypothèse que la déstructuration plus ou moins intense des tourbillons secondaires en petites structures de vorticité impliquerait une répartition différente des émissions moteurs selon les configurations d'hypersustentation.

1.6 Objectifs de recherche

Afin de confirmer ou non les hypothèses précédemment énoncées, un objectif principal scindé en trois objectifs secondaires a été fixé. **L'objectif principal** de notre étude est d'étudier numériquement la dynamique de différentes configurations de système à quatre tourbillons contrarotatifs afin d'améliorer la compréhension des processus de mélange et de dispersion des émissions d'un avion en configuration hypersustentée aux alentours des zones aéroportuaires. L'objectif principal a été scindé en trois objectifs secondaires tels que :

1. Il sera d'abord nécessaire de bien comprendre la dynamique d'une configuration de quatre tourbillons de sillage contrarotatifs de référence;
2. Puis, il sera nécessaire de déterminer les taux de concentrations, les processus de mélange et de dispersion d'un traceur passif évoluant dans cette configuration de référence;
3. Finalement, on cherchera à caractériser l'influence des distances de séparation entre tourbillons primaires/secondaires et leur ratio de circulations sur la dynamique d'écoulement et ultimement sur le mélange du traceur.

CHAPITRE 2

MÉTHODOLOGIE

Ce chapitre présente la méthodologie employée afin d'atteindre les objectifs de recherche présentés en fin de premier chapitre et critiquer les hypothèses émises ; soit modéliser et caractériser numériquement la dynamique d'un système de deux paires de tourbillons contrarotatifs éventuellement encore présentes dans le champ moyen du sillage d'un avion en configuration hypersustentée afin de comprendre les processus de mélange d'un traceur passif dans l'air ambiant. On s'intéressera tout d'abord aux différentes méthodes scientifiques employées pour caractériser le sillage d'un avion. Puis les définitions physiques et mathématiques du problème ainsi que la méthode choisie afin de modéliser la physique de l'écoulement sont présentées. Enfin, ce chapitre se conclut par la présentation des outils numériques de post-traitement des résultats et le code de calcul numérique utilisé.

2.1 Caractérisation du sillage et simplification du problème

Il existe trois méthodes pour caractériser le sillage : les campagnes expérimentales de mesures in situ (situations de vol réalistes), les études expérimentales en soufflerie et les modélisations numériques. Les méthodes expérimentales sont difficiles à mettre en place et le coût des équipements d'expérimentation est important. Ajoutées à la théorie, ces méthodes sont complémentaires afin d'approcher une bonne compréhension d'un phénomène. Les simulations numériques sont quant à elle moins coûteuses en temps et en argent. L'approche numérique offre l'avantage de choisir et contrôler les conditions initiales, permettant ainsi de simuler des configurations inaccessibles dans les études expérimentales. 'Les études numériques permettent de dégager les processus physiques essentiels de l'écoulement et peuvent fournir des informations conceptuelles très intéressantes dans la compréhension globale de mécanismes physiques tels que la dynamique de sillage' (Delbende, 2010). Dans ce contexte, une étude numérique a été choisie pour caractériser le problème. Les

modélisations numériques comportent toutefois des limites à garder en tête. En effet, les hypothèses initiales et les approximations induites durant les calculs nous éloignent des cas réalistes ou pire, fausser la solution finale. De plus, l'étude numérique envisagée s'étend sur plusieurs envergures derrière l'avion et nécessite l'emploi d'une approche numérique temporelle pour caractériser le sillage tourbillonnaire envisagé. La prochaine section décrit succinctement l'utilisation d'une telle approche d'une part et les approximations employées pour simplifier le problème d'autre part.

2.1.1 Simulation temporelle du sillage tourbillonnaire

Contrairement à une simulation spatiale d'un écoulement qui donne une quantification des variables d'états de l'écoulement à chaque position en espace (approche nécessitant un nombre de mailles très important), la simulation temporelle est quant à elle beaucoup moins couteuse en termes de calcul. Cette correspondance consiste à remplacer le problème tridimensionnel stationnaire par un problème bidimensionnel instationnaire en créant une analogie entre la distance en aval de l'avion y et le temps t tel que $t = y/U_0$, avec U_0 la vitesse de l'écoulement libre (ici cette vitesse est équivalente à celle de l'avion sur la Figure 2.1). Cette analogie permet de représenter un domaine infini en espace et de réduire ainsi significativement la taille de la boîte de calcul et s'avère très utile si l'on étudie des phénomènes sur de longues distances comme pour le régime tourbillonnaire envisagé. C'est pourquoi les calculs du système tourbillonnaire réalisés dans ce mémoire sont issus de simulations numériques temporelles. De plus, Batchelor (1964) explique que l'évolution temporelle remplace correctement l'évolution spatiale d'un tourbillon lorsque celui-ci est complètement formé. Dans notre cas, la validité de la simulation temporelle est assurée par l'hypothèse de couche limite où les gradients axiaux sont négligeables par rapport aux gradients radiaux lorsque l'enroulement de la nappe tourbillonnaire est achevé. D'autre part, afin de simplifier l'étude envisagée, des approximations ont en effet été appliquées au problème.

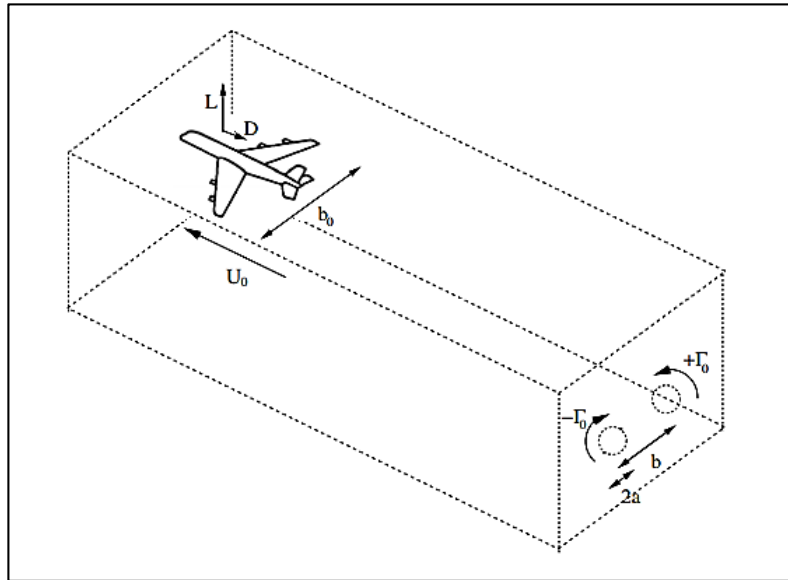


Figure 2.1 Volume de contrôle se déplaçant à la vitesse de l'avion

2.1.2 Approximation bidimensionnelle et repère d'étude

Au-delà de quelques envergures derrière l'avion ($5 < y/b$), Fabre (2002) a mesuré que les vitesses axiales dans l'écoulement sont quasiment nulles. Cela signifie que les gradients de vitesse axiale sont beaucoup plus faibles que les gradients de vitesse tangentielle, signifiant qu'il est possible de considérer l'écoulement comme bidimensionnel à l'instant initial et donc de considérer les configurations présentées dans la revue. Les conditions et limites de cette approximation bidimensionnelle sont données par l'analyse de Moore & Saffman (1975). De plus, l'étude s'intéresse à un avion de ligne en configuration hypersustentée en approche d'atterrissage à une vitesse réduite comparée à celle utilisée en vol croisière, impliquant un nombre de Mach suffisamment faible pour considérer l'écoulement comme incompressible (la vitesse, la pression et la masse volumique du fluide ρ ne dépend ni du temps ni de l'espace). Cette justification a été également employée dans les études telles que celle de Fabre (2002) ou encore Doran (2017). De plus, on considérera l'avion au début de sa phase d'approche et ainsi assez loin du sol pour en négliger les effets. On s'intéresse maintenant aux définitions du modèle physique et mathématiques d'un système de quatre tourbillons contrarotatifs.

2.2 Définitions physique et mathématique du système tourbillonnaire

Afin de modéliser numériquement la dynamique tourbillonnaire envisagée, les équations de Navier-Stokes doivent être résolues. Ces équations caractérisent l'évolution des variables thermodynamiques et cinétiques utiles à la résolution d'un écoulement.

2.2.1 Équations de Navier-Stokes

Dans cette partie, les équations de Navier-Stokes instationnaires pour un écoulement compressible de fluide newtonien sont présentées selon les variables conservatrices de densité ρ , quantité de mouvement ρu_i et énergie totale E_T . Les forces de pesanteur sont négligeables, les termes associés sont donc simplifiés des équations. Les variables thermodynamiques et cinétiques de l'écoulement sont adimensionnées par les grandeurs de référence L_0 , U_0 , ρ_0 , T_0 et μ_0 (respectivement une longueur, une vitesse, une densité, une température et une viscosité dynamique). Ces variables sont formulées sous forme conservative dans un repère cartésien, on utilise la convention de sommation sur les indices répétés telle que les trois composantes de vitesse sont notées $u_i (i = 1, 2, 3)$. Les variables sans dimension sont définies selon les variables dimensionnées notées avec le symbole (*) telles que :

$$u = \frac{u^*}{U_0}, \quad T = \frac{T^*}{T_0}, \quad \rho = \frac{\rho^*}{\rho_0}, \quad p = \frac{p^*}{\rho_0 U_0^2}, \quad E_T = \frac{E_T^*}{\rho_0 U_0^2}, \quad \mu = \frac{\mu^*}{\mu_0} \quad (2.1)$$

Dans ces conditions le système formé par les équations de continuité, de conservation de la quantité de mouvement et de l'énergie totale en fonction des variables adimensionnée s'écrit :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j) = 0 \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j) + \frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = 0 \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial E_T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (E_T + p)u_j - \frac{\partial}{\partial x_j} (\sigma_{ij}u_i) + \frac{\partial q_j}{\partial x_j} = 0 \quad (2.4)$$

Le tenseur des contraintes visqueuses est tel que :

$$\sigma_{ij} = \frac{\mu(T)}{R_e} S_{ij} \quad (2.5)$$

où

$$S_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \quad (2.6)$$

S_{ij} est le tenseur des taux de déformation et δ_{ij} le symbole de Kronecker. La viscosité dynamique $\mu(T)$ du fluide est telle que :

$$\mu(T) = \mu^*(T^*)/\mu_0 = (T^*/T_0)^{0.75} \quad (2.7)$$

L'énergie totale E_T est telle que :

$$E_T = \frac{p}{\gamma - 1} + \frac{1}{2} \rho u_i u_i \quad (2.8)$$

Le flux de chaleur est défini tel que :

$$q_j = \frac{-\mu(T)}{(\gamma - 1)R_e P_r M^2} \frac{\partial T}{\partial x_j} \quad (2.9)$$

La pression p , la température T et la densité ρ sont reliées par la loi d'état des gaz parfaits adimensionnée tel que :

$$p = \frac{\rho T}{\gamma M^2} \quad (2.10)$$

La température T et la pression p sont calculées au cours du calcul par :

$$T = \gamma(\gamma - 1)M^2 \left(\frac{E_T}{\rho} - \frac{1}{2} u_i u_i \right) \quad (2.11)$$

$$p = (\gamma - 1)E_T - \rho(\gamma - 1) \frac{1}{2} u_i u_i \quad (2.12)$$

La forme adimensionnelle des équations présentées contient plusieurs nombres sans dimension :

Le nombre de Reynolds Re caractérise le rapport des forces d'inertie sur les forces visqueuses et est défini tel que :

$$Re = \frac{\rho_0 U_0 L_0}{\mu_0} \quad (2.13)$$

Dans un écoulement tourbillonnaire sans vitesse axiale, les forces d'inertie sont essentiellement définies comme tangentielles, le nombre de Reynolds peut donc être défini à partir de la circulation totale Γ du système et la viscosité cinématique tel ν que :

$$Re_{\Gamma_1} = \frac{\Gamma_1}{2\pi\nu} \quad (2.14)$$

avec $\Gamma = \oint u_i dl$ (2.15)

Le coefficient γ le rapport des chaleurs spécifiques à pression et à volume constant (C_p/C_v). La valeur admise pour l'air est $\gamma = 1,4$.

Le nombre Prandtl compare quant à lui les transferts de quantité de mouvement associés aux forces visqueuses, aux transferts de chaleur par conduction. La valeur représentative d'un écoulement d'air est $Pr = 0.7$. Il s'écrit à partir de la viscosité dynamique de référence μ_0 , de la chaleur spécifique à pression constante C_p et de la conductivité thermique k tel que :

$$Pr = \frac{\mu_0 C_p}{k} \quad (2.16)$$

Le nombre de Mach de référence M défini tel que :

$$M = \frac{U_0}{c_0} \quad (2.17)$$

où $c_0 = \sqrt{\gamma r T_0}$ (2.18)

Le rapport $r = \mathfrak{R}/\mathcal{M}$ s'exprime en fonction de $\mathfrak{R} = 8,314 \text{ J/mol K}$, constante universelle des gaz parfaits, $\mathcal{M}$ masse molaire du gaz considéré exprimée en kg/mol. Pour l'air, la valeur admise est $r = 287,15 \text{ J/kg K}$.

La prochaine section présente le choix du modèle mathématique pour décrire les tourbillons bidimensionnels envisagés à partir des approximations précédemment formulées.

2.2.2 Le tourbillon de Lamb-Oseen

Notre choix s'est tourné vers le tourbillon de Lamb-Oseen (Saffman, 1992) afin de modéliser les tourbillons de sillage tourbillonnaire envisagé. Les travaux de Moore & Saffman (1975) montrent que le tourbillon de Lamb-Oseen devient bidimensionnel suffisamment loin du bord de fuite de l'avion. Ce dernier est doté d'une distribution gaussienne de vitesse correspondante à une solution analytique des équations de Navier-Stokes, ce qui fait de lui un modèle apprécié concernant la validité de l'initialisation. Il est donc possible de comparer les profils de vitesse tangentielle au cours du temps avec la théorie et en sortir les erreurs induites par la discrétisation des équations de Navier-Stokes. De plus, des auteurs tels que Leweke & Williamson (2016) observent un bon accord du tourbillon de Lamb-Oseen avec les données expérimentales. À noter qu'il existe de nombreux autres types de tourbillons avec des distributions différentes de vorticité. Une liste d'autres modèles, utilisés principalement pour décrire les tourbillons de sillage d'avions, peut être trouvée dans Gerz et al. (2002). Après un temps suffisamment long (plus long que le temps diffusif), tous les modèles de tourbillons tendent à ressembler au tourbillon de Lamb-Oseen à bas Reynolds (Doran, (2017)). C'est-à-dire que leur distribution de vorticité tend vers une distribution gaussienne par effet de diffusion visqueuse. Notre étude étant à bas Reynolds, l'utilisation de modèle de Lamb-Oseen est justifiée. Ce modèle fait partie des approches les plus courantes de modélisation du tourbillon de sillage pour des cas académiques. Son abondance dans la littérature en fait un bon moyen de comparaison. Il est toutefois important de préciser que ce modèle décrit assez mal la structure des tourbillons de sillage observés dans des conditions réalistes et que des simplifications du problème doivent être posées. En effet, le sillage est un

système principalement inertiel caractérisé par des nombres de Reynolds élevés (les forces d'inertie sont largement supérieures ($\sim 10^7$) aux forces visqueuses), tandis que le modèle de Lamb-Oseen décrit un tourbillon gouverné principalement par des forces visqueuses. L'utilisation du tourbillon de Lamb-Oseen pour décrire le système tourbillonnaire envisagé impose la formulation de certaines hypothèses à l'instant initial :

- La composante axiale de la vitesse est nulle (approximation bidimensionnelle);
- La composante radiale de la vitesse est nulle (approximation bidimensionnelle);
- L'écoulement est incompressible et instationnaire ;
- L'écoulement est purement tangentiel (approximation bidimensionnelle);
- Les forces de pesanteur sont négligées.

Définition mathématique

Le modèle de Lamb-Oseen décrit l'évolution d'un tourbillon bidimensionnel (la composante de vitesse radiale est nulle) et axisymétrique dans un fluide newtonien en rotation autour de l'axe (y). Le champ de vitesse tangentielle u_θ et le champ de vorticité axiale ω_y initiaux pour un tourbillon de Lamb-Oseen (1916) sont exprimés en fonction du rayon r tels que :

$$\begin{aligned} u_\theta(r, t = 0) &= \frac{\Gamma_0}{2\pi r} \left(1 - \exp\left(-\frac{r^2}{a_0^2}\right) \right), \\ \omega_y(r, t = 0) &= \frac{\Gamma_0}{\pi r^2} \left(1 - \exp\left(-\frac{r^2}{a_0^2}\right) \right) \end{aligned} \quad (2.19)$$

Avec Γ_0 la circulation totale du tourbillon à l'instant initial et a_0 le rayon effectif initial. Il est défini à l'aide du moment d'ordre 2 du champ de vorticité ω (Fabre, 2002), soit :

$$a_0^2 = \frac{2\pi}{\Gamma} \int \omega r^3 dr \equiv \frac{1}{\Gamma} \iint \omega r^2 dy dz. \quad (2.20)$$

La vorticité, définie comme le rotationnel de la vitesse ($\omega = \nabla \times \mathbf{u}$), exprime la mesure tourbillonnaire ou encore la rotation d'un fluide. Cette variable est un critère intéressant pour caractériser et quantifier les systèmes tourbillonnaires envisagés.

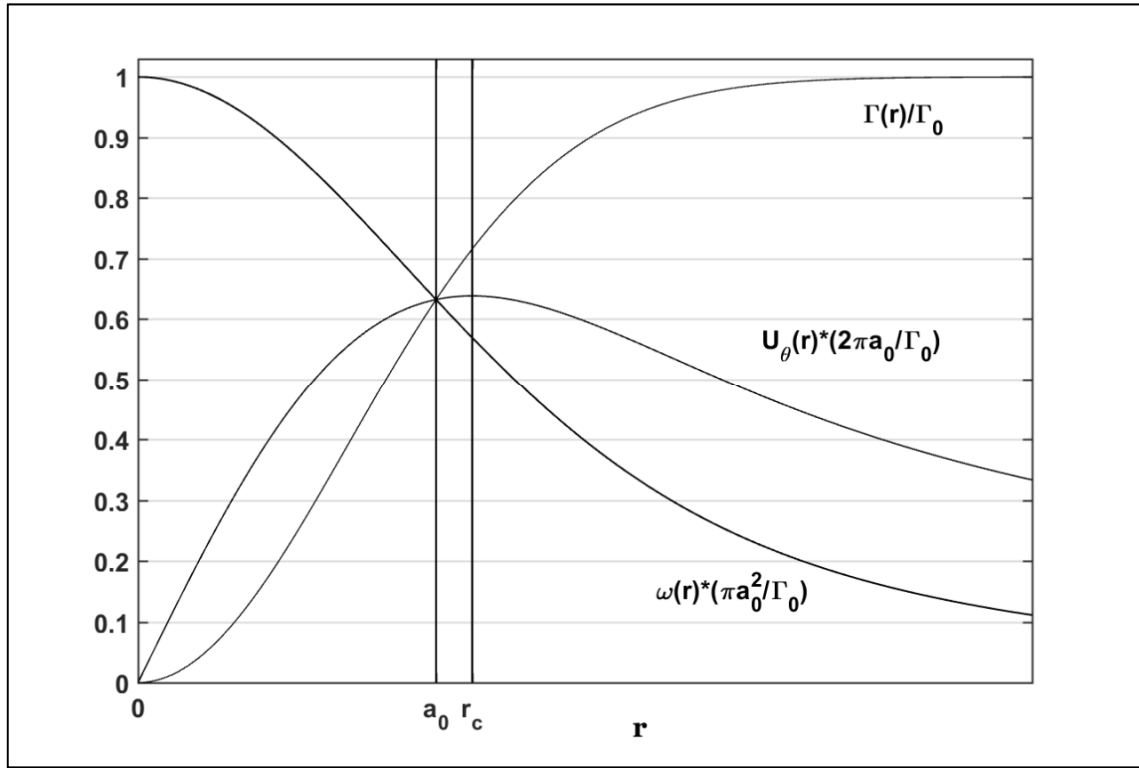


Figure 2.2 Profil radial de vitesse tangentielle u_θ et de circulation totale Γ adimensionnées d'un tourbillon de Lamb-Oseen

Le rayon r_c visible sur la Figure 2.2 est le rayon interne ou rayon caractéristique représentant la position du maximum de vitesse azimutale pour chaque tourbillon pour une distribution de vorticité donnée. Pour le tourbillon de Lamb-Oseen, le rayon de dispersion a et le rayon r_c sont reliés par la relation :

$$a_0 = 0.8912 * r_c \quad (2.21)$$

Le rayon r_c est le plus souvent utilisé pour des études expérimentales (Brunet, 1999 ; Ferreira-Gago, 2002) de par sa facilité d'obtention au maximum de vitesse tangentielle u_θ tandis que le rayon a_0 est apprécié en étude numérique (Jacquin et al., 2003). Ce rayon est également visible sur la Figure 2.2. Le rayon de dispersion a évolue sous l'effet de la diffusion visqueuse selon l'équation suivante (Saffman, 1992) :

$$a^2(t) = a_0^2 + 4\nu t \quad (2.22)$$

La discrétisation de la diffusion visqueuse du rayon de dispersion d'un tourbillon de Lamb-Oseen sera validée dans le chapitre 3.

2.2.3 Système de quatre tourbillons contrarotatifs

Profil de vitesse initial

Nous nous sommes intéressés à des configurations périodiques (les tourbillons secondaires, d'intensités plus faibles, orbitent autour des tourbillons principaux dans chaque demi-plan par rapport à l'axe y) de deux paires de tourbillons contrarotatifs présents dans le champ moyen pour certaines configurations hypersustentées. Les tourbillons sont initialement alignés. Cela se justifie par le fait que les tourbillons sont formés dans le même plan derrière l'avion. De telles justifications ont été utilisées dans les travaux Jacquin et al. (2003) ou encore Rennich & Lele (1999). On considère deux paires de tourbillons contrarotatifs d'axes parallèles (Figure 2.3) situées de part et d'autre de l'axe $x = 0$. L'écoulement est supposé symétrique par rapport au plan (yz) tel que :

$$\begin{aligned} u_x(-x, z) &= u_x(x, z), \\ u_z(-x, z) &= -u_z(x, z) \end{aligned} \quad (2.23)$$

Le profil de vitesses initial est défini par la somme de quatre tourbillons de Lamb-Oseen et ne présente aucune composante axiale. Cette configuration constitue l'écoulement de référence pour le problème étudié. Mathématiquement, le champ de vitesse purement tangentielle à l'instant initial pour des tourbillons dans un repère cylindrique d'axe (y), s'écrit :

$$u_\theta(r_i, t = 0) = \frac{\Gamma_i}{2\pi r_i} * \left(1 - \exp\left(-\frac{r_i^2}{a_i^2}\right) \right) \quad (2.24)$$

avec i désignant l'indice de chacun des quatre tourbillons de gauche à droite dans le sens de l'avion, on a :

$$a_1 = a_4, \quad a_2 = a_3 \quad (2.25)$$

Les deux paires de tourbillons sont initialement alignées et leur centre est positionné en $z_c^* = z/b = 3$. On a alors :

$$r_1 = r + b_1/2, r_2 = r + b_2/2, r_3 = r - b_2/2, r_4 = r - b_1/2 \quad (2.26)$$

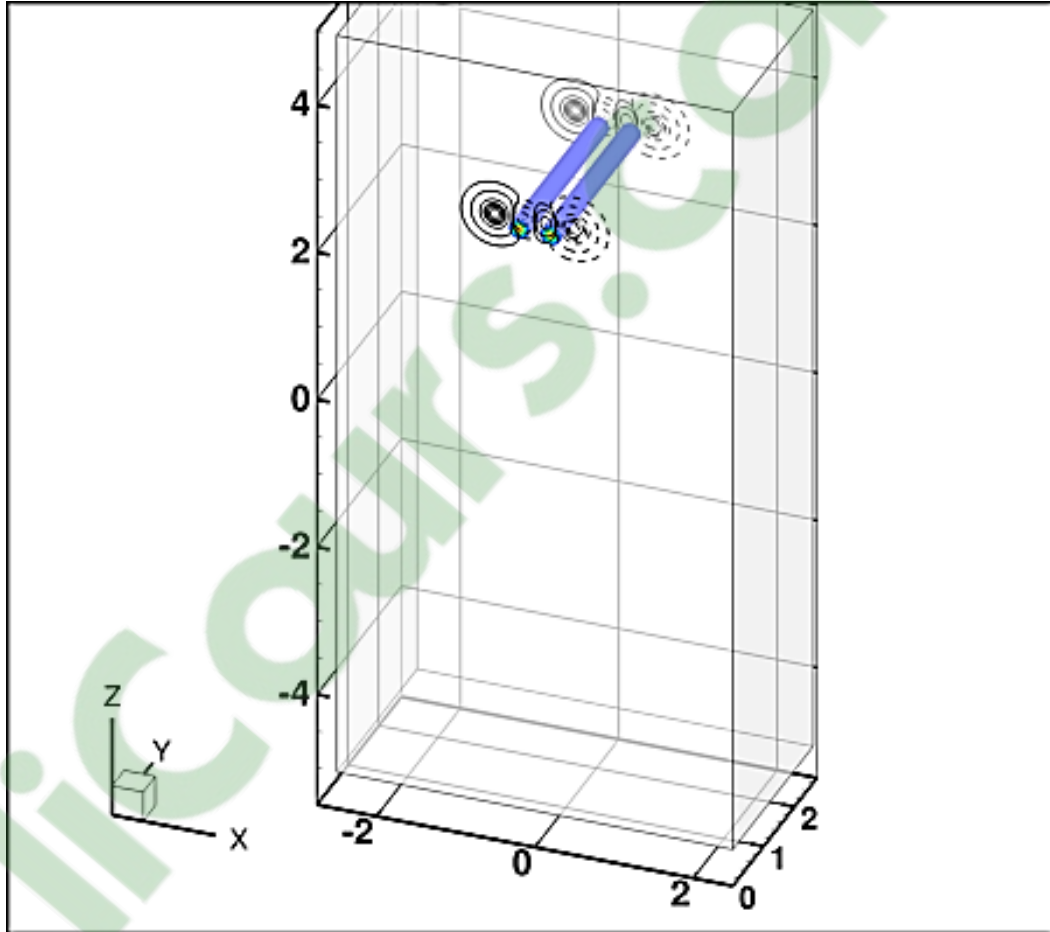


Figure 2.3 Domaine de calcul avec représentation du système tourbillonnaire et du traceur passif. Les traits en pointillés et les traits pleins désignent respectivement les tourbillons de vorticité négative et positive

Traceur passif

Concernant le profil de concentration du traceur passif Z , son profil initial est décrit par la somme de deux gaussiennes borné entre 0 et 1. L'utilisation de gaussiennes permet de modéliser une concentration maximale au centre des jets qui va diminuer progressivement

lorsque l'on s'éloigne du centre des jets. À cet instant, comme vu dans la littérature, les vitesses axiales peuvent être considérées comme nulles. Le jet est alors représenté par un panache de concentration d'espèce. On considère que les espèces étudiées sont issues de deux jets initialement symétriques par rapport à z^* . On rappelle que cette initialisation du traceur en passif sous forme de gaussiennes est une approche simplifiée et non réaliste d'un écoulement de jet. En effet, l'écoulement des jets est turbulent quand ils commencent à être enroulés le long des allées tourbillonnaires. Toutefois, cette simplification va donner une bonne approximation du mélange et de la dispersion des concentrations des émissions polluantes dans le champ tourbillonnaire considéré. Dans le cadre de la présente étude, le traceur passif est associé à une fraction de concentration tel que :

$$Z = \frac{C_j - C_0}{C_{j,0} - C_0} \quad (2.27)$$

Où C_j , C_0 et $C_{j,0}$ représentent respectivement la concentration au centre du jet au cours du temps, la concentration ambiante et la concentration initiale au centre du jet. Afin d'observer l'évolution du mélange des produits issus des moteurs dans le sillage tourbillonnaire envisagé, l'équation de « convection-diffusion » du scalaire passif Z s'ajoute au système composé des trois équations conservatives de l'écoulement (équations 2.1, 2.2 et 2.3) et s'écrit telle que :

$$\frac{\partial \rho Z}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U Z) = \frac{1}{Re Sc} \nabla \cdot (D \nabla Z) \quad (2.28)$$

Cette équation permet de suivre l'évolution de la concentration d'un traceur passif modélisant les produits ou espèces contenus initialement dans les jets. Z peut être considéré comme une variable de mélange (fraction massique d'espèces) qui prend ses valeurs dans l'intervalle $[0,1]$, et D représente la diffusivité moléculaire du scalaire passif. Le nombre de Schmidt Sc compare les transferts de quantité de mouvement associés aux forces visqueuses, aux transferts de masse par diffusion moléculaire. On suppose que ces deux types de transfert sont du même ordre de grandeur, tel que :

$$Sc = \nu / D = \mu / \rho D = 1 \quad (2.29)$$

2.3 Définition des conditions aux limites

Au même titre que les conditions initiales du calcul, la définition des conditions aux limites constitue une étape délicate et importante en calcul numérique. En effet, elles peuvent engendrer un biais dans la dynamique du fluide au niveau des parois ouvertes si celles-ci sont mal définies. La définition des conditions utilisées aux bords du domaine de calcul est présentée dans le Tableau 2.1 et explicitée ci-dessous.

Tableau 2.1 Conditions aux limites affectées aux bords du domaine

Parois	Représentation physique	Condition limite
Bas	Atmosphère	Non-réflexive
Haut	Atmosphère	Non-réflexive
Côté gauche	Atmosphère	Non-réflexive
Côté droit	Atmosphère	Non-réflexive
Devant	Atmosphère	Périodique
Derrière	Atmosphère	Périodique

2.3.1 Frontières longitudinales

L'évolution temporelle d'un phénomène physique est permise par des conditions aux limites périodiques implémentées sur les plans perpendiculaires à l'axe de l'écoulement (dans notre cas le plan xz). Ce type de conditions permet de contourner l'obstacle d'une simulation spatiale et permet de représenter a priori, un domaine infini en espace. Ce type de simplification est expliqué dans la section 2.1. La périodicité est assurée en reliant les points contenus dans le plan d'entrée et ceux contenus dans le plan de sortie. Les conditions périodiques étaient déjà implémentées dans le code de calcul FLUDILES selon l'axe y . Dans le cas de calcul 3D, la longueur du domaine dans la profondeur doit pouvoir être assez grande pour visualiser les longueurs d'onde que l'on souhaite. Par exemple, afin de bien

visualiser le détachement en anneaux tourbillonnaires d'une paire de tourbillons lors de l'instabilité de Crow, le domaine doit être d'une longueur minimale $L_y = 8.6b$. Les calculs sont réalisés dans un repère fixe où l'avion se déplace à une vitesse U_0 constante. Une simulation temporelle (explicitée dans la section 2.1) se traduit par des conditions périodiques sur les frontières longitudinales. L'utilisation de ce type de conditions aux limites dans le cadre d'une étude temporelle de l'interaction jet/tourbillon a été employée dans de nombreuses études. On peut citer particulièrement les études de Brunet (1999) et Ferreira-Gago (2002) qui ont étudié l'interaction jet/tourbillon avec le même code de calcul FLUDILES. Afin de réaliser une simulation numérique temporelle, des conditions périodiques ont été imposées aux frontières longitudinales du domaine de calcul. Les conditions aux limites périodiques sont exprimées telles que :

$$\begin{cases} \phi(1) = \phi(m_2 - 1) \\ \phi(m_2) = \phi(2) \end{cases} \quad (2.30)$$

Avec ϕ toute variable instantanée du calcul, j l'indice désignant les variables instantanées du calcul et le domaine de calcul s'étend des points d'indices 1 à m_2 dans l'axe de l'écoulement.

Les phénomènes associés à la dynamique tourbillonnaire envisagée dans ce mémoire s'étendent sur plusieurs envergures derrière de l'avion. C'est dans ce contexte que l'utilisation de conditions périodiques sur les frontières longitudinales du domaine est justifiée. Il est toutefois important de garder à l'esprit que la validité d'une telle condition dans une simulation temporelle doit s'inscrire dans les hypothèses de couche limite, c'est-à-dire que les gradients longitudinaux sont négligeables devant les gradients transversaux. Les conditions aux limites sur les frontières transverses sont maintenant présentées.

2.3.2 Frontières transverses

En ce qui concerne, les conditions aux limites sur les frontières transverses de l'écoulement, les conditions non-réflexives (appelées également conditions de Thompson (1987)) ont été retenues. L'objectif de ce type de conditions est de recréer le comportement d'un écoulement libre non confiné (comme dans le cas envisagé) avec des frontières artificielles. Ces

conditions sont très adaptées lors de l'utilisation de schémas de discrétisation compacts comme ceux utilisés dans ce code de calcul numérique (Rennich & Lele, 1999). Pour les calculs envisagés, les frontières transverses sont maintenues relativement loin des tourbillons. Il est en effet préférable d'utiliser un grand domaine loin du système tourbillonnaire pour obtenir des gradients de vitesse nuls aux frontières pour éviter le rebond de ces ondes acoustiques. Les conditions non-réflexives permettent d'atténuer les biais non-physiques engendrés par la modélisation d'une paroi ouverte aux conditions aux limites. C'est pourquoi ces conditions s'avèrent utiles pour « aspirer » les ondes acoustiques éventuellement créées par la résolution des équations compressibles. En d'autres termes, une telle condition permet de convecter naturellement les structures d'écoulements qui sortent du domaine en réduisant les effets numériques et non-physiques de la proximité des parois par rapport aux tourbillons. Pour connaître la définition mathématique et les détails de ces conditions, le lecteur est invité à lire les travaux de Thompson (1987). Ces définitions sont également rapportées dans les thèses de Brunet (1999) et Ferreira-Gago (2002).

2.4 Modélisation de la turbulence

Dans cette section, le choix du modèle numérique pour résoudre le système d'équation 2.1, 2.2, 2.3 et 2.28 est présenté. On rappelle que la présente étude s'intéresse principalement à la dynamique d'un système de quatre tourbillons qui vont développer des instabilités décrivant la transition d'un écoulement laminaire bidimensionnel vers un écoulement turbulent. L'évolution d'un tel écoulement implique la coexistence de petites (structures faiblement énergétique) et grandes échelles (structures fortement énergétique). Les petites échelles étant inférieures de plusieurs décades par rapport aux grandes échelles. Dans notre cas, on peut associer les grandes échelles de l'écoulement aux tourbillons primaires issues des bouts d'ailes encore cohérents dans le champ moyen du sillage et les petites échelles à la déstructuration des tourbillons secondaires issus des volets hypersustentateurs sous l'effet de l'instabilité du mode de flexion présentée dans le premier chapitre. Ces différentes échelles vont directement influencer la dynamique de l'écoulement, c'est pourquoi il est important de les simuler correctement. Afin d'en tirer des conclusions sur les processus de mélange d'un

traceur derrière la dynamique de deux paires de tourbillons contrarotatifs, il est important de bien simuler les différentes échelles de l'écoulement sans amener de biais dans la solution. C'est pourquoi nous avons décidé d'utiliser la simulation numérique directe (DNS) pour étudier notre problème. Cette méthode numérique décrit toutes les échelles spatio-temporelles de l'écoulement avec précision. En effet, elle permet de simuler l'intégralité de l'écoulement en résolvant le système d'équations 2.1, 2.2, 2.3 et 2.28 sans simplification ou encore modélisation mathématique (contrairement aux modèles LES qui modélisent mathématiquement les petites échelles de l'écoulement). Cependant, cette méthode comprend des limites. En effet, lorsque l'on s'approche des cas réalistes de sillage, les forces d'inerties sont très importantes (nombre de Reynolds élevé) impliquant une transition vers la turbulence rapide et la création d'échelles de plus en plus petites. En revanche, plus les échelles de l'écoulement sont petites, plus le maillage doit être raffiné impliquant des temps de calcul inenvisageables dans le cadre de cette recherche. La méthode DNS se limite donc pour de faibles Reynolds loin des cas réalistes de sillage mais ces limites sont toutefois acceptables pour la présente étude s'inscrivant dans un contexte académique qui cherche une compréhension globale des concepts physiques derrière la dynamique d'écoulement et par extension les processus de mélange. Dans la suite, tous les calculs sont établis pour un nombre de Reynolds $Re = 2000$.

2.5 Choix du code de calcul numérique

C'est le code compressible nommé FLUDILES qui a été choisi pour réaliser ce travail. C'est un code développé au cours des thèses successives de Brunet (1999) et Ferreira-Gago (2002) au sein de l'ONERA. FLUDILES est un code de différences finies (FDM). La FDM est adaptée pour des ordres de calculs importants comme ceux envisagés pour les discrétisations DNS (Doran, 2017). FLUDILES permet de résoudre numériquement les équations de la mécanique des fluides par la simulation numérique directe (DNS) et la simulation des grandes échelles (LES). Il constitue un code précis et donc très intéressant pour les calculs DNS comme ceux envisagés. Les termes temporels sont discrétisés par un schéma de Runge-Kutta d'ordre 3. Les dérivées spatiales sont discrétisées par des schémas compacts de type

différence finie précis à l'ordre 6. Les schémas de discrétisation des dérivées premières et secondes sont précis à l'ordre 3 sur les frontières. Poinso & Lele (1992) a montré que le choix des schémas compacts associés à des conditions aux limites non-réflexion de Thompson (1987) est très pertinent et offre une précision sur une large gamme de longueurs d'onde. FLUDILES est à l'origine un code série pouvant entraîner une exécution très longue (plusieurs semaines, voire plusieurs mois) pour les calculs DNS envisagés. Mon collègue Sitraka du TFT a pu réaliser une version parallélisée de ce code au cours de l'année 2018. Cette version améliore le temps d'exécution d'un facteur quatre environ. Les calculs ont été réalisés en parallèle pendant 12 jours sur 48 cœurs d'un nœud Skylake du supercalculateur Cedar de Compute Canada pour un maillage régulier de 16.4 millions de points.

2.6 Outils de validation

2.6.1 Validation du modèle

L'indicateur statistique de Nash-Sutcliffe (1970) (NSE) a été implémenté dans MATLAB afin de s'assurer de la validité du modèle présentée dans le chapitre 3. Cet indicateur compare les données mesurées avec les données théoriques et il est compris entre 0 et 1. Quand l'indicateur tend vers 1, cela signifie que les données sont parfaitement identiques. S'il est supérieur à 0.9, les données simulées sont très satisfaisantes. Cet indicateur est principalement utilisé en hydrologie, mais il reste valable dans notre cas. Il est calculé à partir de l'équation suivante.

$$NSE = 1 - \frac{\sum(\phi_{Théorique}(x, y, z) - \phi_{Calculé}(x, y, z))^2}{\sum(\phi_{Théorique}(x, y, z) - \overline{\phi_{Calculé}}(x, y, z))^2} \quad (2.31)$$

Avec $\phi_{Théorique}$ le champ de données théoriques, $\phi_{Calculé}$ le champ de données calculés et $\overline{\phi_{Calculé}}$ la moyenne de ce même champ effectuée sur le volume considéré.

2.6.2 Résolution des différentes échelles de l'écoulement

Une pratique répandue pour vérifier la bonne résolution du maillage consiste à observer la densité spectrale d'énergie turbulente en fonction du nombre d'onde axial k_y du domaine. La résolution est satisfaisante si, tout au long du calcul, l'amplitude de l'énergie cinétique turbulente dégagée par les petites échelles de l'écoulement est faible par rapport à celle associée aux grandes échelles de la turbulence (Gago, 2002). À partir de l'équation 1.1, on obtient de petits nombres d'ondes pour de grandes longueurs d'onde et inversement, de grands nombres d'onde pour de petites longueurs d'onde. L'énergie cinétique turbulente est transférée des grandes échelles (faibles nombres d'ondes k_y) vers les petites échelles (hauts nombres d'ondes k_y).

Afin d'obtenir la densité spectrale d'énergie turbulente E en fonction des différents modes présents dans l'écoulement, le spectre du champ de vitesses u_i est tout d'abord calculé au moyen d'une transformée de Fourier des composantes de vitesses u_i selon la direction (y) périodique du domaine, tel que :

$$\hat{u}_l(x, z, k_y, t) = \frac{1}{N_y} \sum_{n=0}^{N_y} u_i(x, y, z, t) \exp\left(-\frac{i2\pi n}{L_y}\right) \quad (2.32)$$

Puis, le spectre d'énergie cinétique ε moyenné dans la direction (y) est calculé tel que :

$$\varepsilon(x, z, k_y, t) = \frac{1}{N_y} \sum_{i=1}^3 \hat{u}_l(x, y, z, t) \hat{u}_l^t(x, z, k_y, t) \quad (2.33)$$

Enfin, la densité spectrale d'énergie E est obtenue en intégrant le spectre d'énergie cinétique ε selon les directions (x) et (z) tel que :

$$E(k_y, t) = \iint_{L_x L_z} \varepsilon(x, z, k_y, t) dx dz \quad (2.34)$$

L'intégration en espace est issue de la méthode des trapèzes (Ferreira-Gago, 2002). L'équation 2.34 permet de connaître la répartition d'énergie cinétique turbulente moyenne

selon les différentes échelles de longueur (ou chaque mode k_y correspondant) de l'écoulement. Cela permet de décrire la répartition de la turbulence sur ces modes. Les équations 2.32-2.34 sont utilisés à la section 3.3 du prochain chapitre pour obtenir la répartition de l'énergie cinétique turbulente $E(k_y, t)$ selon les modes de l'écoulement au cours du temps et ainsi s'assurer de la bonne résolution de toutes les échelles de la turbulence de l'écoulement.

2.7 Outils de post-traitement

En simulation numérique, le post-traitement est une étape indispensable à la bonne présentation des résultats pour en tirer des interprétations et des conclusions liées aux objectifs. Le post-traitement des résultats est assuré par des visualisations d'une part et par moyens d'analyse numériques d'autre part présentés ci-dessous.

2.7.1 Caractérisation de la dynamique globale de l'écoulement

Visualisation du système tourbillonnaire

Pour les visualisations présentées dans ce mémoire, le logiciel de post-traitement Tecplot a été utilisé. Quand il s'agit d'un écoulement de nature tourbillonnaire, il peut être visualisé par des isocontours et des isosurfaces de vorticité. Ils permettent de bien observer la structure ondulatoire des tourbillons et les différents modes associés. Les visualisations de l'écoulement présentées dans le chapitre 4 seront donc selon des isocontours de vorticité pendant la dynamique 2D de l'écoulement puis par des isosurfaces pour la dynamique 3D liée à l'apparition d'instabilités. Les outils numériques pour caractériser quantitativement l'apparition et le développement de ces instabilités 3D dans l'écoulement sont maintenant présentés. Afin de quantifier la création d'instabilités issues de l'amplification de perturbation de faibles amplitudes initialement présentes dans l'écoulement, l'évolution temporelle de l'énergie cinétique turbulente donne un bon indicateur de l'intensité des instabilités au cours du temps.

Énergie cinétique turbulente moyenne

Afin de caractériser l'évolution globale de l'écoulement, on définit ici l'énergie cinétique moyenne des fluctuations de vitesse par l'intégrale sur les nombres d'onde k_y compris dans la longueur L_y du domaine, telle que :

$$E_{moy}(t) = \sum_{k_y=0}^{k_y=\frac{2\pi N_y}{L_y}} E(k_y, t) dk_y \quad (2.35)$$

Avec $E(k_y, t)$ l'évolution temporelle de la densité spectrale d'énergie cinétique décrite par l'équation (2.34).

Les différents outils de visualisation et quantification de la dynamique globale de l'écoulement tourbillonnaire considérée ont été présentés. Les outils numériques utilisés pour caractériser le mélange d'un traceur passif dans l'écoulement sont maintenant présentés.

2.7.2 Caractérisation du mélange : indice de mélange

Cetegen & Mohamad (1993) ont défini « l'indice de mélange f » à partir du champ moyen de concentration du traceur passif $Z(x, z)$, L'indice de mélange correspond au moment d'ordre 2 mesurant le degré de mélange entre le traceur passif contenu dans le jet (de concentration Z) et l'écoulement extérieur (de concentration $(1 - Z)$).

$$f = \frac{1}{\Sigma} \int Z(1 - Z) dx dz \quad (2.36)$$

où Σ représente la surface du plan (x, z) du champ moyen.

L'indice de mélange f constituera une variable importante dans l'analyse des résultats présentés dans le chapitre 4. Le troisième chapitre de ce mémoire présente la démarche de validation des différents systèmes tourbillonnaires pour atteindre nos objectifs d'étudier un système de quatre tourbillons contrarotatifs.

CHAPITRE 3

VALIDATION

Cette partie présente les différentes étapes de validation du modèle mathématique afin d'obtenir des résultats valides en vue d'une étude paramétrique d'un système à quatre tourbillons présentée dans le chapitre 4. La résolution de l'évolution temporelle du profil de vitesse tangentielle du tourbillon de Lamb-Oseen simulé a tout d'abord été validée en la comparant avec la solution analytique décrit par l'équation (2.19) ainsi que la dispersion du rayon effectif avec la formule analytique (2.22). Puis, dans le cas d'une paire de tourbillons de circulation égale opposée, la discrétisation de la vitesse induite de descente des tourbillons a été validée. Les validations de la dispersion visqueuse d'un tourbillon de Lamb-Oseen isolé et de la vitesse de descente induite dans le cas d'une paire contrarotative peuvent être réalisées par des calculs 2D. Le code utilisé pour ce travail oblige d'initialiser la profondeur du domaine avec une valeur non nulle. Ces validations ont donc été réalisées pour une très petite profondeur L_y , c'est-à-dire dans un domaine quasi-2D. Enfin, la validation d'une configuration de base à quatre tourbillons a été réalisée à partir de l'évolution temporelle du spectre d'énergie E en fonction du nombre d'onde k_y .

3.1 Validation quasi-2D d'un tourbillon de Lamb-Oseen isolé

3.1.1 Domaine de calcul et conditions initiales

Un tourbillon isolé constitue la configuration la plus basique d'un système tourbillonnaire. Ici, la configuration est caractérisée par un rayon effectif adimensionné $a_0/b = 0,2$ avec $b = 1$. On a choisi un domaine carré quasi-2D avec $L_x = L_z = 3b$ et $\Delta/b = 0,02$. Le calcul DNS est initialisé à partir d'un nombre de Mach $M = 0,2$ afin de respecter la condition de quasi-incompressibilité. Le nombre de Reynolds est de 100 afin d'obtenir une dissipation visqueuse relativement prononcée. Les valeurs initiales adimensionnelles de la densité et de

la température sont choisies uniformes et égales à 1. En ce qui concerne l'initialisation de la pression, elle a été effectuée par intégration de l'équation de quantité de mouvement radiale. Ce type d'initialisation de pression pour des tourbillons de sillage a été utilisé par Gago (2002) ou encore par Doran (2017). L'expression de la pression est telle que :

$$p = p_0 - \int_r^\infty \frac{\rho U_\theta^2}{r} dr \quad (3.1)$$

avec p_0 , la pression atmosphérique à l'extérieur du tourbillon selon la loi des gaz parfaits telle que :

$$p_0 = \frac{\rho T}{\gamma M^2} \quad (3.2)$$

3.1.2 Diffusion visqueuse

Sur la Figure A-5.1 en annexe, une chute de la vitesse tangentielle maximale et une augmentation du rayon visqueux associé en fonction du temps dû à la dissipation visqueuse ont été observées. Cela est conforme avec la théorie. De plus, on s'est également assuré que l'augmentation du rayon visqueux était en accord avec la théorie. La Figure 3.1 compare la diffusion visqueuse du tourbillon isolé de Lamb-Oseen simulé avec l'équation théorique 2.19. Il est observé que les points suivent sensiblement la courbe théorique d'une fonction racine carrée. L'indicateur NSE et l'erreur relative entre la théorie et la simulation sont de $NSE = 0.997$ et $Err_{rel} = 0.4\%$. Ces valeurs montrent que la dissipation visqueuse d'un tourbillon isolé de Lamb-Oseen de rayon $a_0/b = 0,2$ est correctement résolue. La prochaine partie la validation de la vitesse de descente induite d'un système de deux tourbillons contrarotatifs. Les profils radiaux de vitesse azimutale qui ont permis de tracer les points sur la Figure 3.1 sont présentés sur la Figure A-5.1.

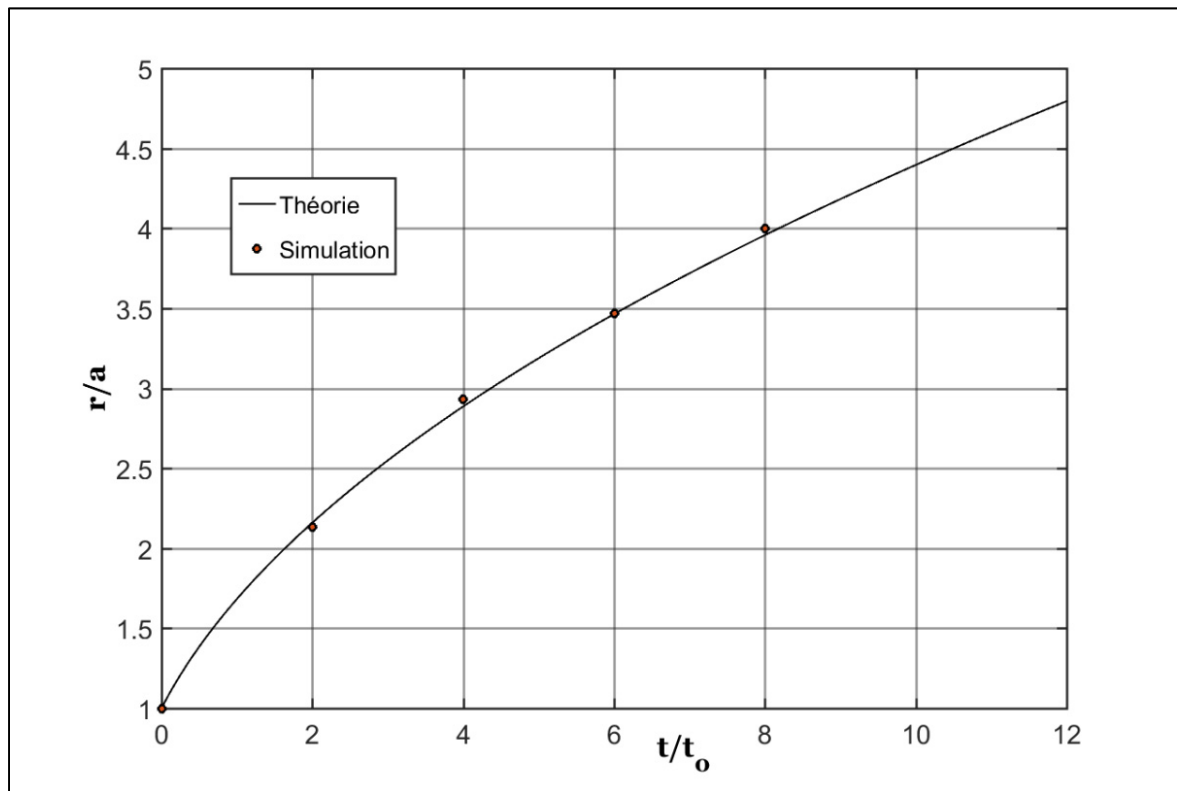


Figure 3.1 Validation de la dispersion visqueuse d'un tourbillon de Lamb-Oseen de rayon $a_0/b = 0,2$ et avec $\Delta/b = 0,02$

3.2 Validation quasi-2D d'une paire de tourbillons contrarotatifs

3.2.1 Domaine de calcul et conditions initiales

Les courbes de validations présentées sur la Figure 3.3 sont pour un rapport d'aspect de $a_0/b = 0,2$ avec $b = 1$. Concernant la validation de la vitesse de descente dans une paire contrarotative, le domaine a été légèrement élargi selon l'axe x pour éviter que les tourbillons soient trop près du bord et créer des ondes parasites avec $L_x = 4b$. Dans la direction z , la longueur du domaine a été largement augmentée à $L_z = 10b$ afin de suivre suffisamment longtemps les tourbillons dans leur descente.

Le profil de vitesses initial est considéré comme la somme de deux tourbillons de Lamb-Oseen isolés, soit :

$$u_\theta(r, t) = \frac{\Gamma}{2\pi r_1} \left(1 - \exp\left(-\frac{r_1^2}{4vt}\right) \right) - \frac{\Gamma}{2\pi r_2} \left(1 - \exp\left(-\frac{r_2^2}{4vt}\right) \right), \quad (3.3)$$

Où $r_1^2 = (x + b/2)^2 + z^2$ et $r_2^2 = (x - b/2)^2 + z^2$

Les indices 1 et 2 sont relatifs aux tourbillons de gauche et droite respectivement en suivant le sens de déplacement de l'avion (vers les y positifs). Dans ce cas la somme de deux profils de Lamb-Oseen n'est plus une solution exacte des équations de Navier-Stokes. Toutefois, si $b/r_c \ll 1$, cette expression donne encore une bonne approximation du champ initial de vitesses (Brunet, 1999). Le calcul DNS est initialisé à partir d'un nombre de Mach $M = 0,2$ afin de respecter la condition de quasi-incompressibilité pour initialiser le tourbillon de Lamb-Oseen. Le nombre de Reynolds est fixé à 2000. Les valeurs initiales adimensionnelles de la densité et de la température sont choisies uniformes et égales à 1. L'initialisation de la pression a été calculée pour chaque tourbillon individuellement avec l'équation (3.1).

3.2.2 Vitesse de descente

Chaque tourbillon, sous leur propre effet, vont s'induire une vitesse vers le bas (ici vers les z négatifs), telle que $W_0 = \Gamma_0 / 2\pi b$ (Betz, 1932). À l'instant initial, la paire de tourbillons est alignée et est parallèle à l'axe x . Les tourbillons sont initialisés en haut du domaine en vue de leur descente induite en $z_c/b = 3$. La distance z_c correspond à la hauteur des centres tourbillonnaires. Les coordonnées des centres tourbillonnaires sont récupérées à partir des maximums de vortacité des différents pas de temps simulés correspondant au rayon dispersion. Elles sont ensuite comparées aux coordonnées théoriques données par l'expression de Betz (1932) sur la Figure 3.2. Il est observé que les courbes suivent la même tendance. La NSE est égale à 0.985 et l'erreur relative est égale à 0.75%. Ces valeurs sont significatives d'une discrétisation satisfaisante de la vitesse de descente induite W_0 d'un

système à deux tourbillons de Lamb-Oseen de rayon $a_0/b = 0,2$ de circulation égale et opposée.

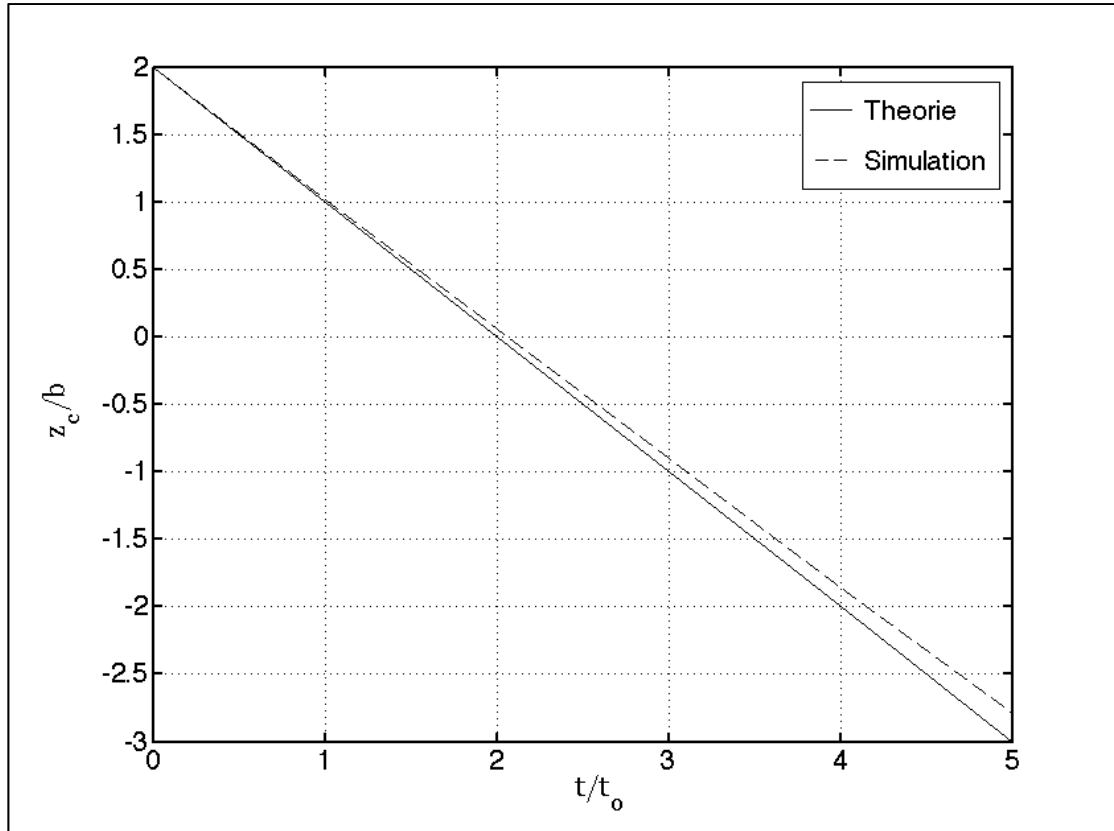


Figure 3.2 Validation de la vitesse de descente d'une paire de tourbillons de Lamb-Oseen de circulation égale de sens opposés

3.3 Validation 3D d'un système de quatre tourbillons contrarotatifs

3.3.1 Domaine de calcul et conditions initiales

Concernant le corps du travail, soit l'étude paramétrique d'un système de quatre tourbillons contrarotatifs, la littérature indique que les tourbillons secondaires sont principalement déstructurés par des instabilités de longueurs d'onde variant entre $\lambda/b = 0.7$ et $\lambda/b = 2.3$ (Crouch, 1997). Afin de bien observer l'instabilité pour suivre le développement temporel de ces instabilités, la longueur L_y du domaine a été fixée à $L_y = 2.6b$. De manière analogue à

une paire de tourbillons de circulations égales et opposées, les configurations à quatre tourbillons contrarotatifs s'induisent également des vitesses vers le bas du domaine. Il est donc nécessaire d'avoir un domaine de hauteur L_z afin de suivre l'évolution des tourbillons jusqu'à leur déstructuration bien établie. Pour la présentation des résultats, une configuration de deux paires tourbillons contrarotatifs de base telle que $\zeta = \Gamma_2/\Gamma_1 = 0.3$ et $\chi = b_2/b_1 = 0.3$ correspondant à la configuration réaliste dans le sillage d'un avion (Fabre, 2002) a été choisie. Cette configuration a été modélisée numériquement dans les travaux de Rennich et Lele (1999) ou encore Fabre & Jacquin (2000b) et expérimentalement par Coustols et al. (2001) au sein de l'ONERA. Ces derniers ont réalisé une étude de stabilité linéaire des configurations à quatre tourbillons contrarotatifs et ont déterminé que cette configuration implique des amplifications optimales des perturbations initiales. C'est pourquoi elle est choisie comme référence de validation. En raison des coûts de calcul importants que cela implique, on a choisi $L_z = 10b$. On précise que les tourbillons sont initialement à une hauteur $z = 3b$. La longueur $L_x = 5,0b$ a été choisie afin d'éviter le rebond d'ondes parasites sur le bord du domaine et que la vitesse tend vers une valeur nulle aux frontières.

3.3.2 Résolution de la transition vers la turbulence

Pour les simulations effectuées, le nombre d'onde k_y a été calculé sur 64 modes. La Figure 3.3 présente la densité spectrale d'énergie cinétique turbulente $E(k_y)$ en fonction du nombre d'onde axial k_y calculée sur les temps $t^* = 4, 7, 10$ et 13 de la configuration de base considérée. La validation de cette configuration est choisie comme référence car il a été montré par une analyse de stabilité linéaire par Jacquin (2001) que cette configuration est la plus énergétique. Cette évolution temporelle d'énergie est calculée selon l'équation (2.34).

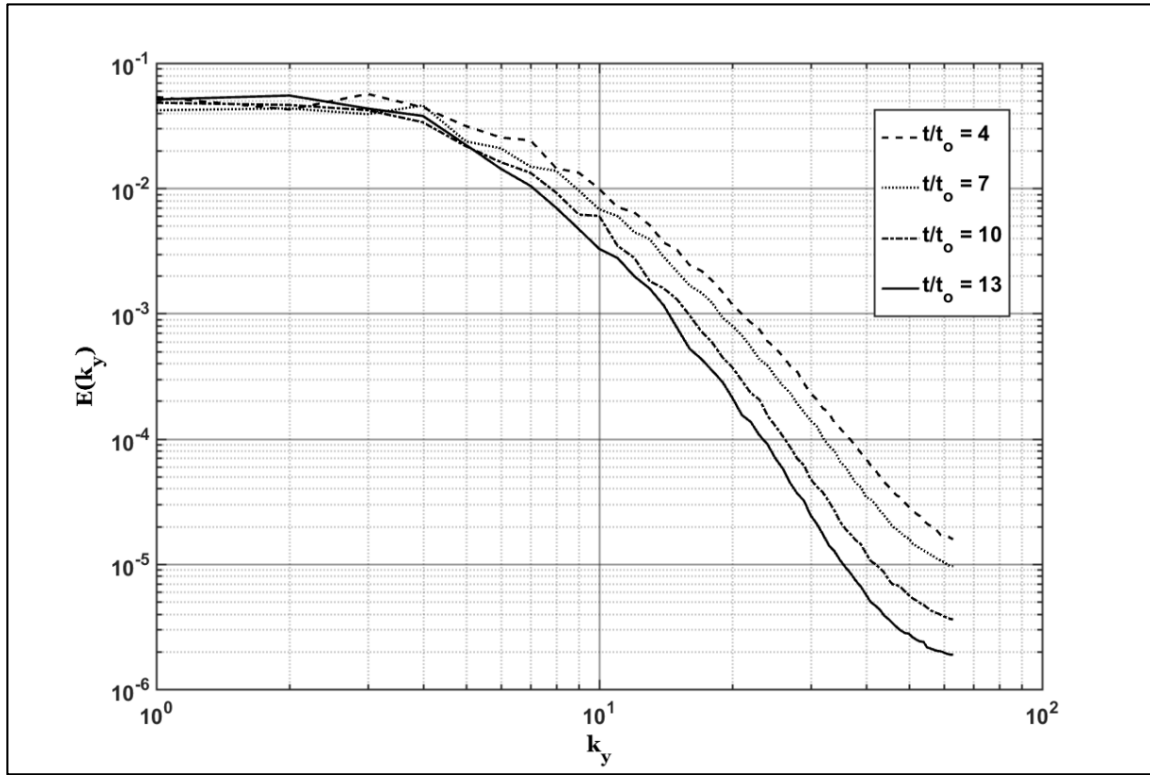


Figure 3.3 Spectre temporel monodimensionnel d'énergie cinétique turbulente en fonction du nombre d'onde k_y calculé sur 64 fenêtres pour les temps $t^* = 4, 7, 10$ et 13

Sur la Figure 3.3, il est observé que le niveau d'énergie des grands nombres d'onde se situe dans la plage $10^{-4} < E(k_y) < 10^{-6}$ pour les trois temps observés. Le processus de cascade d'énergie est par conséquent reproduit par la DNS (Ferreira-Gago, 2002). Le faible niveau d'énergie contenu pour les grands nombres d'onde (caractéristiques des petites échelles de l'écoulement) illustre que la résolution du maillage est satisfaisante pour décrire le système tourbillonnaire composé de deux paires contrarotatives de tourbillons de Lamb-Oseen de rayon $a_0/b = 0,2$. Ce type de justification a été utilisé par Ferreira-Gago (2002) dans ces calculs DNS simulant l'interaction d'un jet turbulent avec un tourbillon de bout d'aile.

CHAPITRE 4

RÉSULTATS

L'objectif principal de cette section est d'étudier numériquement la dynamique de mélange et de dispersion d'un traceur passif dans un système à quatre tourbillons contrarotatifs susceptible de modéliser un sillage tourbillonnaire en configuration d'hypersustentation. L'étude numérique se situe dans des conditions d'un avion en approche d'atterrissage aux alentours d'un aéroport assez loin du sol pour en négliger les effets sur le sillage et l'écoulement est supposé incompressible. De plus, l'angle de descente des tourbillons par rapport à la trajectoire de vol de l'avion peut être négligé en raison d'une vitesse de l'avion largement supérieure à la vitesse de descente du système. Dans cette étude, le traceur passif représente les produits de combustions issus des jets moteurs. La dynamique d'une configuration de quatre tourbillons contrarotatifs de base et le mélange du traceur associé sont tout d'abord présentés pour donner au lecteur la démarche de présentation des résultats obtenus. Puis, des simulations numériques directes pour sept autres configurations répertoriées dans le Tableau 4.2 ou encore visuellement sur la Figure 4.8 ont été effectuées afin d'observer si différentes dynamiques de mélange sont possibles. La définition mathématique, le domaine et les conditions initiales de telles simulations DNS sont tout d'abord présentés.

4.1 Domaine de calcul et conditions initiales

Le temps de référence, pour adimensionner la courbe, est calculé à partir de la vitesse de référence $U_0 = \Gamma_1/2\pi = 1 \text{ m/s}$ avec $\Gamma_1 = 2\pi$ et L_0 la longueur de référence correspondant à la distance entre les tourbillons primaires de bouts d'ailes $L_0 = b_1 = 1 \text{ m}$, soit $t_0 = L_0/U_0 = 2\pi b_1/\Gamma_1 = 1 \text{ s}$. Pour toutes les simulations, le nombre de Reynolds basé, sur la circulation du tourbillon principal, est de $Re = \Gamma_1/2\pi\nu = 2000$. Le nombre de Mach est fixé à $Ma = 0,2$ pour rester dans des conditions de quasi-incompressibilité. Le maillage est uniforme sur

tout le domaine défini par $-2.5b_1 < x < +2.5b_1$, $-5b_1 < z < +5b_1$ pour les plans transverses et $0 < y < +2.6b_1$ dans la profondeur y . Tous ces paramètres sont rassemblés dans le tableau 4.1. Le pas d'espace est constant dans toutes les directions : $\Delta_x/b_1 = \Delta_y/b_1 = \Delta_z/b_1 = 0.02$. Le nombre de points est donc $m_1 * m_2 * m_3 = 251 * 131 * 501 \sim 16.47 \times 10^6$. Le maillage uniforme considéré permet d'obtenir 10 points sur le rayon a_1 des tourbillons principaux et 7 points sur le rayon a_2 des tourbillons secondaires. Le pas de temps adimensionnel est calculé selon l'équation (4.1) présentée dans le guide d'utilisateur FLUIDILES pour satisfaire la condition de Courant-Friedrichs-Lewy ($CFL = 0.6$), on a $\Delta_t = 0.00125$.

$$\Delta_t^* \leq CFL * \frac{M}{1 + M} \Delta_{x^*} \quad (4.1)$$

Les principaux paramètres de simulation sont résumés dans le Tableau 4.1 :

Tableau 4.1 Synthèse des paramètres de simulation

Re	2000
M	0,2
$L_x/b_1 \times L_y/b_1 \times L_z/b_1$	$5.0 \times 2.6 \times 10$
$m_1 * m_2 * m_3$	$251 * 131 * 501$
$\Delta_x/b_1 = \Delta_y/b_1 = \Delta_z/b_1$	0.02
$a_1/\Delta_x = a_1/\Delta_y = a_1/\Delta_z$	10
$a_2/\Delta_x = a_2/\Delta_y = a_2/\Delta_z$	7
a_1/b_1	0,2
a_2/b_1	0,135
Δ_t	0.00125

Concernant le traceur passif, son profil du champ de concentration Z est initialisé sous forme de gaussiennes bornées entre 0 et 1 tel que:

$$Z(x^*, y^*, z^*) = e^{-r_{j1}^2} + e^{-r_{j2}^2} \quad (4.2)$$

Avec $r_{j1}^2 = (x^* + x_j^*/2)^2 + (z^* + z_j^*)^2$ et $r_{j2}^2 = (x^* - x_j^*/2)^2 + (z^* + z_j^*)^2$

Les constantes r_{j1}^2 et r_{j2}^2 correspondent respectivement aux rayons centrés sur les jets gauche et droit. La position des jets est choisie comme dans la thèse de Brunet (1999), on a : $x_j^* = 0.4$ et $z_j^* = z_{c_{initial}}^* + 0.15$ (soit $z_j = 0.15b$ en dessous de la position initiale des tourbillons).

Une perturbation pseudo-aléatoire de faible amplitude a été ajoutée au champ de vitesse initial dans toutes les simulations afin de déclencher tous les modes compris dans la profondeur $L_y^* = 2.6$ du domaine. Cette perturbation est représentative d'une turbulence externe au système tourbillonnaire permettant de déclencher de futures instabilités tridimensionnelles. Elle s'ajoute aux champs de vitesse telle que :

$$\begin{cases} U_x(x, y, z) = U_x(x, y, z) * (1 + A * (2 * ran - 1)) \\ U_y(x, y, z) = U_y(x, y, z) * (1 + A * (2 * ran - 1)) \\ U_z(x, y, z) = U_z(x, y, z) * (1 + A * (2 * ran - 1)) \end{cases} \quad (4.3)$$

Avec $A = 10^{-4}$, l'amplitude initiale de la perturbation et ran , un nombre aléatoire entre 0 et 1.

4.2 Configuration de référence constituée de deux paires contrarotatives

Dans cette section, la dynamique et le mélange d'un traceur passif de concentration Z dans une configuration de référence composée de quatre tourbillons contrarotatifs sont présentés pour que le lecteur comprenne la démarche de présentation des résultats employée. Une configuration périodique de deux paires tourbillons contrarotatifs de base telle que $\zeta = \Gamma_2/\Gamma_1 = 0.3$ et $\chi = b_2/b_1 = 0.3$, correspondant à la configuration de sillage proposée par

Fabre (2002), a été choisie. On rappelle que cette configuration a été modélisée numériquement dans les travaux de Rennich et Lele (1999) ou encore Fabre & Jacquin (2000b) et expérimentalement par Coustols et al. (2001) au sein de l'ONERA.

4.2.1 Dynamique globale

Évolution bidimensionnelle

À l'instant initial ($t^* = 0$), les deux panaches sont parallèles selon la longueur axiale L_y^* du domaine et les vecteurs vitesse sont parallèles à l'axe de l'écoulement. Le profil initial de concentration du traceur passif est décrit par deux gaussiennes borné entre 0 et 1 située légèrement en dessous du système tourbillonnaire. Les tourbillons et les panaches de jets sont représentés dans leur position initiale. La figure 4.1 présente une superposition 2D du champ de concentration Z du traceur et des isocontours de vorticité des tourbillons pour les premiers temps de simulation. Comme le champ de concentration du traceur varie fortement dans le temps, la distribution de couleur est ajustée au cours du temps afin de mieux localiser les maximums de concentration au sein du système tourbillonnaire. Le champ tourbillonnaire est caractérisé par des isocontours de valeurs négatives (sens antihoraire) et positives (sens horaire) de vorticité axiale, respectivement représentées par des traits pointillés et traits pleins. Le code couleur en légende correspond aux normes de concentrations du scalaire passif. À partir de la Figure 4.1, il est possible de faire plusieurs observations caractéristiques de la dynamique bidimensionnelle de deux paires de tourbillons contrarotatifs :

1. Jusqu'à $t^* = 2$, l'écoulement est symétrique selon l'axe z et possède un caractère uniquement 2D. À $t^* = 2.75$, une asymétrie apparaît dans les tourbillons secondaires qui semblent se chevaucher dans le plan (yz) , soit pour $x = 0$;
2. En accord avec la dynamique bidimensionnelle d'une configuration périodique de deux paires contrarotatives, les tourbillons secondaires orbitent autour des tourbillons primaires.

À noter que la Figure 4.1 est la représentation 2D du plan $y = 0$. La visualisation d'un unique plan est représentative de la totalité du domaine car, à chaque temps, les moyennes des concentrations selon chacun des plans constituant la profondeur du domaine sont identiques.

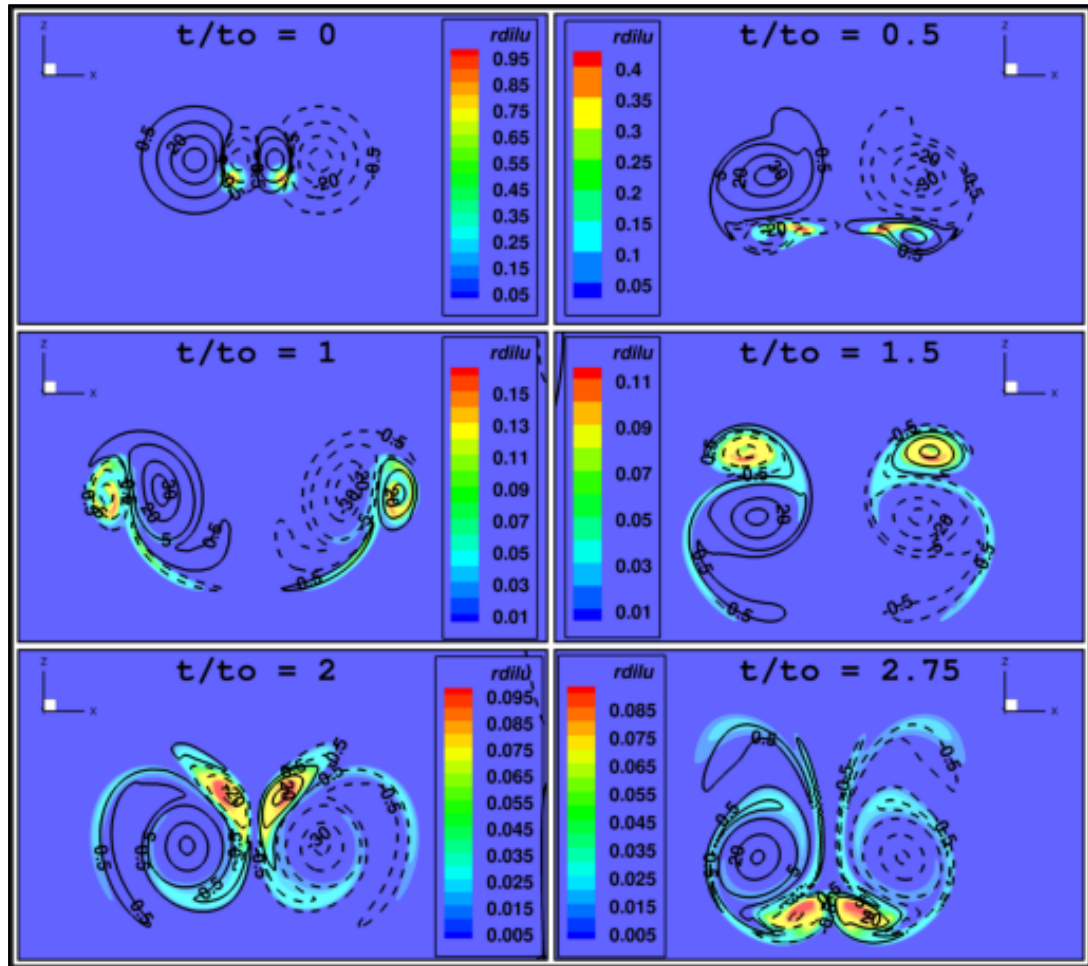


Figure 4.1 Évolution temporelle 2D du traceur passif en $y = 0$ dans le champ de vorticité axiale ω_y pour la configuration de référence : $\zeta = \Gamma_2/\Gamma_1 = 0.3$ et $\chi = b_2/b_1 = 0.3$

Concernant le traceur passif, il est possible d'observer que :

1. Les concentrations sont nulles dans la région où les normes de vorticité sont nulles;
2. Les concentrations maximales sont uniquement contenues dans les tourbillons secondaires. En effet, dès les premiers pas de temps, le traceur est capturé dans ces

derniers. Il existe toutefois de plus faibles concentrations dans la zone z_2 des tourbillons primaires;

3. Aucun échange de concentrations entre chaque système tourbillon primaire/secondaire dans chaque demi-plan selon l'axe z en $x = 0$ n'est observé pour des temps inférieurs à $t^* < 2.75$. À cet instant, le chevauchement des tourbillons secondaires sur l'axe central impliquerait des échanges de concentrations du traceur.

À $t^* = 2.75$, les cercles concentriques issus des isocontours de vorticité axiale dans les tourbillons secondaires commencent à se déformer sous forme d'instabilités 3D sinusoïdales caractérisant visuellement la fin de la phase bidimensionnelle de l'écoulement. À partir de ce résultat, il est alors possible d'identifier le temps t_c caractéristique du passage d'un écoulement 2D vers un écoulement 3D tel que $t_{2D} < t_c < t_{3D}$.

Développement d'instabilités 3D

Pour $t^* > t_c$, les perturbations pseudo-aléatoires initialement introduites dans le système tourbillonnaire sont assez amplifiées par les différents mécanismes présentés dans le premier chapitre pour créer des instabilités allant modifier la dynamique observée jusqu'à présent. Une visualisation 3D de l'évolution temporelle des iso de vorticité absolue est maintenant présentée sur la Figure 4.2 pour les temps $t^* = 4.25, 7, 10$ et 13 . À partir de la Figure 4.2, il est possible de faire plusieurs observations caractéristiques de la dynamique tridimensionnelle de deux paires de tourbillons contrarotatifs :

1. Les tourbillons primaires ne sont que très peu déformés au court du temps et restent cohérents. Il est également possible d'observer le mode de flexion elliptique au sein des cœurs des tourbillons primaires (Figure 4.3);
2. À $t^* = 4.25$, les tourbillons secondaires sont quant à eux très déformés autour des tourbillons primaires. Les déformations s'apparentent aux boucles oméga observées dans la littérature, susceptibles d'apparaître pour des instabilités de l'ordre d'une envergure b d'avion. Ces déformations caractéristiques des tourbillons secondaires sont bien visibles sur la Figure 4.3;

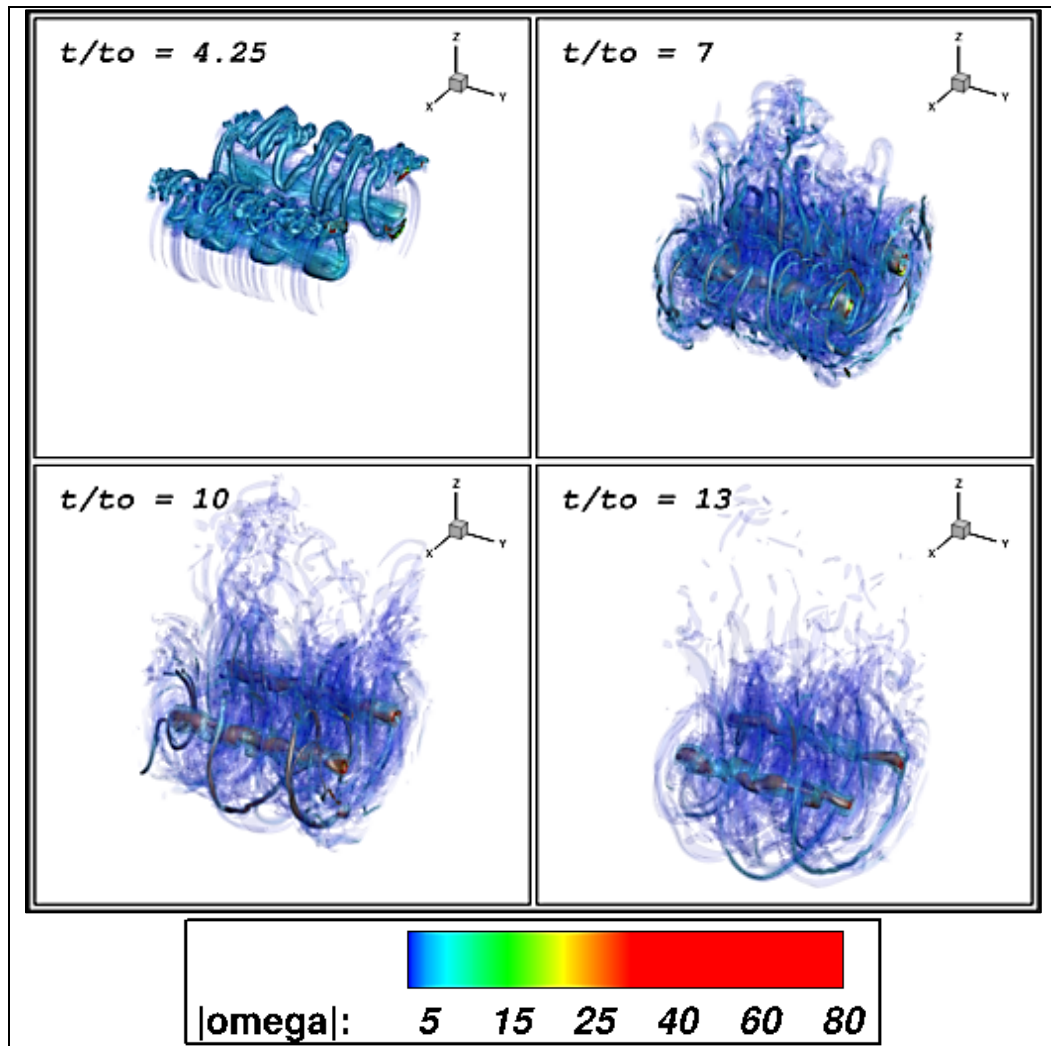


Figure 4.2 Évolution temporelle du champ 3D de vorticité absolue $|\omega|$ pour la configuration de référence étudiée

3. À $t^* = 7$, de nombreuses petites structures de vorticité apparaissent autour des tourbillons primaires et dans l'axe central $x = 0$. Il est difficile de correctement l'observer sur la Figure 4.2, mais la création importante de petites structures de vorticité observée résulte la collision des boucles de vorticité issues des tourbillons secondaires de chaque demi-plan aux alentours de l'axe central. En raison de la descente du système tourbillonnaire, certaines de ces petites structures sont relâchées dans le milieu extérieur vers le haut.

4. Les petites structures de vorticité issues de la reconnexion partielle des tourbillons secondaires sont progressivement dissipées au cours du temps par les mécanismes visqueux même si au temps $t^* = 13$, une large gamme d'isocontours de vorticité coexiste.

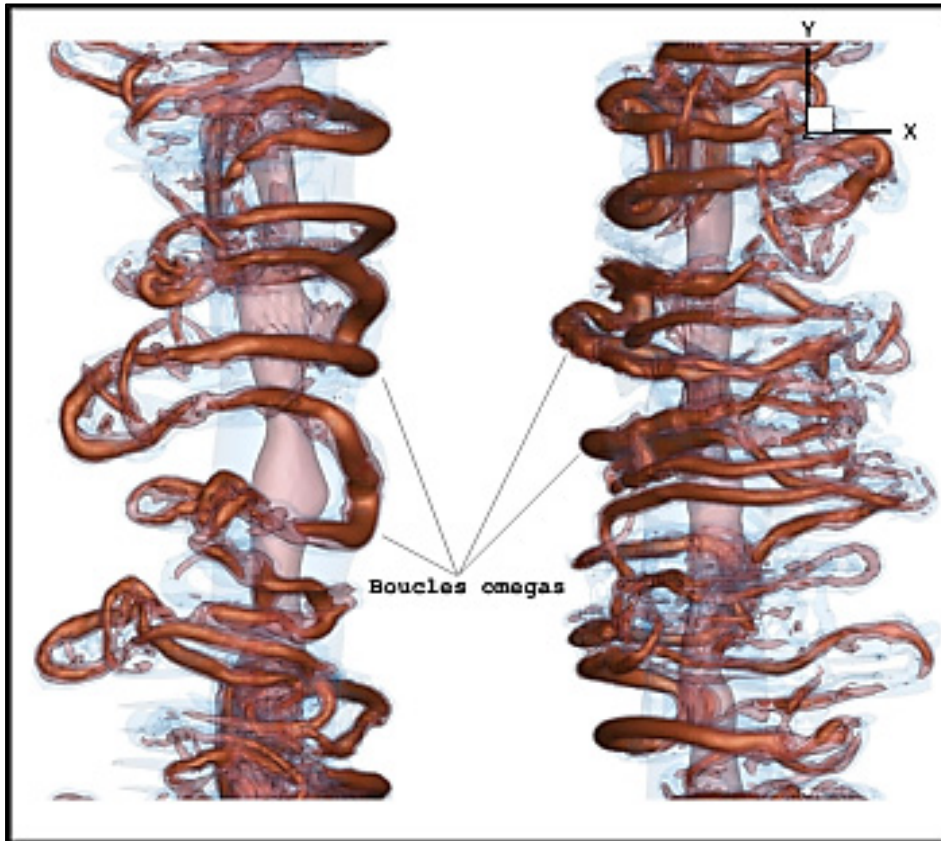


Figure 4.3 Vue du dessus de champ de vorticité absolue $|\omega|$
à l'instant $t/t_0 = 4.25$

Le code couleur de la Figure 4.3 est le même que pour la figure 4.2 sauf qu'ici les isocontours les plus faibles sont rendus transparents. Les boucles oméga observées sur la Figure 4.3 sont de tailles différentes et plus ou moins cohérentes. Cela serait principalement dû à la perturbation de tous les modes de l'écoulement compris dans la longueur L_y^* à l'instant initial, provoquant des instabilités de longueurs d'onde de l'ordre de $\lambda = O(b)$ possédant des taux d'amplification différents (Rennich & Lele, 1999 ; Jacquin et al., 2003).

Énergie cinétique turbulente

Dans la suite de cette section, l'évolution temporelle de l'énergie cinétique turbulente moyenne adimensionnée (cette grandeur correspond à l'énergie $Emoy$ décrite par l'équation (2.35)) est présentée sur la Figure 4.4 afin de confirmer quantitativement le passage d'un écoulement symétrique et laminaire 2D à un écoulement turbulent sujet à des instabilités 3D. La dissipation moléculaire ε_{mol} est également présentée sur la Figure 4.4 car elle participe à l'évolution de l'énergie cinétique turbulente. Elle est en effet associée à la présence des petites échelles de la turbulence dans l'écoulement. La dissipation moléculaire s'exprime telle que :

$$\varepsilon_{mol} = \mu(T)S_{ij}\partial_j u \quad (4.4)$$

À partir de la Figure 4.4, il est possible de confirmer certaines des observations issues des visualisations précédentes :

1. L'énergie cinétique turbulente est nulle jusqu'au temps $t^* = t_c \approx 2.75$ confirmant le passage d'un écoulement laminaire 2D vers un écoulement 3D turbulent. Cet instant correspond à l'instant où les perturbations pseudo-aléatoires initialement injectées dans l'écoulement sont amplifiées dans les tourbillons secondaires pour créer les instabilités 3D précédemment observées;
2. À partir de l'instant t_c , l'énergie cinétique turbulente augmente rapidement avant d'atteindre une valeur maximale (représentée par un pic) pour $t^* \approx 4.75$. Cette forte augmentation est issue de la déformation des tourbillons secondaires autour des tourbillons primaires (Figure 4.3). Le pic d'énergie observé correspondrait au moment où la déstructuration des tourbillons secondaires en petites structures de vorticité est la plus intense. Le pic de dissipation moléculaire au même instant indique en effet que cet instant est caractéristique de la présence du maximum de petites structures de la turbulence dans l'écoulement;

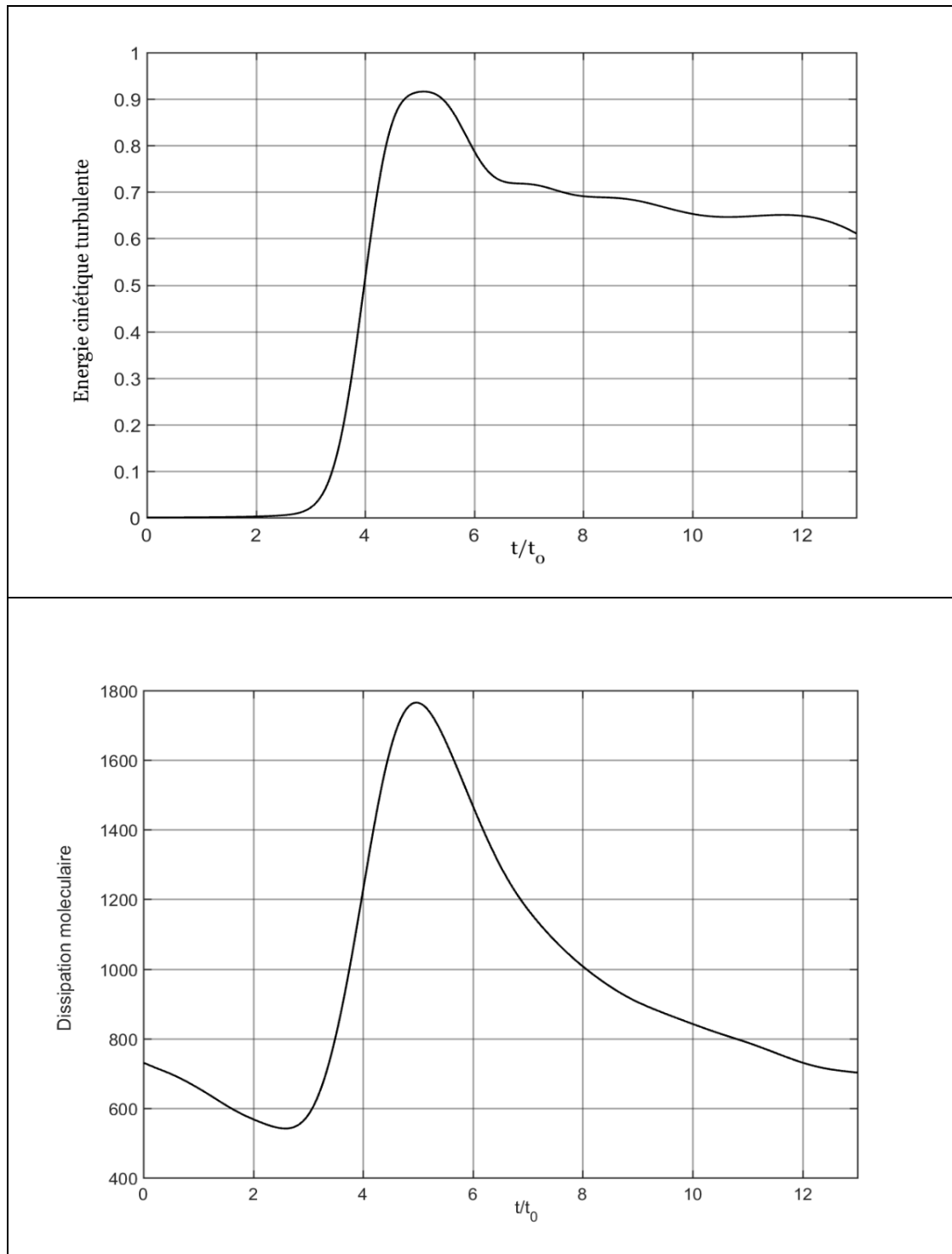


Figure 4.4 Évolution temporelle de l'énergie cinétique turbulente E_{moy} (haut) et de la dissipation moléculaire ε_{mol} (bas) pour la configuration de référence étudiée

3. Passé cet instant ($t^* > 4.75$), l'énergie cinétique turbulente diminue progressivement au cours du temps. Ce résultat est caractéristique d'une dissipation des petites structures de vorticité créé dans la partie supérieure du système tourbillonnaire interagissant avec le milieu extérieur. Cette diminution est encore plus marquée pour la dissipation moléculaire.

4.2.2 Concentration maximale et indice de mélange

Dans cette section, l'évolution temporelle de la concentration maximale Z_{max} et l'indice de mélange f du traceur avec le milieu extérieur (soit l'air ambiant) sont respectivement présentés sur les Figure 4.5 et Figure 4.6 afin de comprendre l'influence de la dynamique issue de la configuration de base de deux paires contrarotatives observée précédemment sur le mélange et la dispersion du traceur avec le milieu extérieur.

Concentration maximale

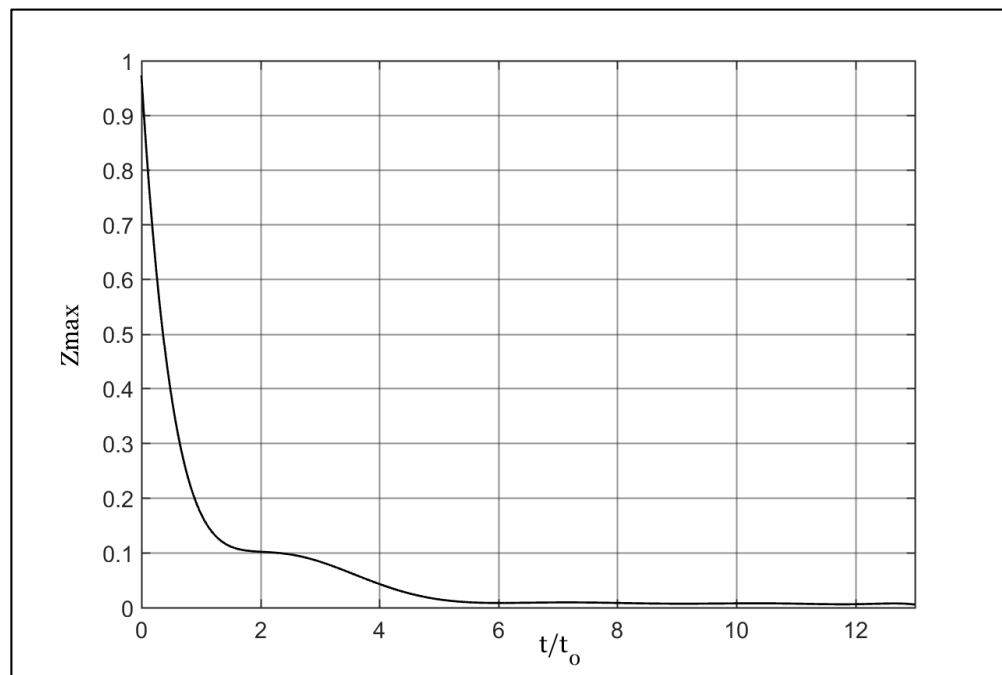


Figure 4.5 évolution temporelle de la concentration maximale Z_{max}
pour la configuration de référence étudiée

À partir de la Figure 4.5, il est possible d'observer un comportement de la concentration maximale Z_{max} en deux étapes pouvant se scinder selon la phase bidimensionnelle $t^* < t_c$ et la phase tridimensionnelle $t^* > t_c$:

1. Pour $t^* < t_c$, la concentration maximale du traceur diminue fortement avant d'atteindre un plateau pour $1.75 < t^* < t_c$. En deux temps de référence, elle a été divisée par 10 telle que $Z_{max}(t^* = 2) = Z_{max}(t^* = 0)/10 \approx 0.1$.
2. Pour $t^* > t_c$, la concentration maximale diminue progressivement pour tendre vers une valeur quasiment nulle après l'instant $t^* \approx 5$. Ce résultat signifie que le traceur est maintenant complètement réparti dans le domaine de très faibles concentrations équivalentes.

Indice de mélange

L'indice de mélange f (régit par l'équation (2.36)) est présenté sur la Figure 4.6.

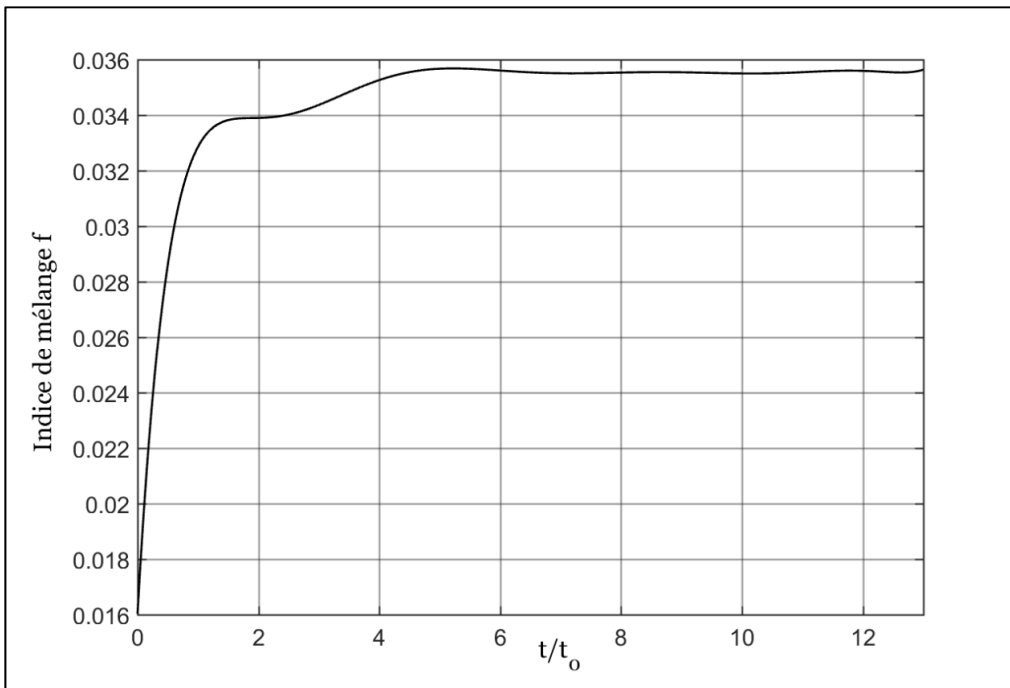


Figure 4.6 Évolution temporelle de l'indice de mélange f pour la configuration de référence étudiée

Il est calculé à partir de la moyenne des plans dans la profondeur y^* du domaine du champ de concentration du traceur passif $Z(x, z)$ intégré sur ces plans. On rappelle que cet indice permet de connaître le degré de mélange entre le traceur passif initialement contenu dans les jets hypothétiques de concentration Z (modélisés sous la forme de gaussienne à l'instant initial) et le milieu extérieur de concentration $(1 - Z)$. À partir de la Figure 4.6, il est observé que l'évolution temporelle de l'indice de mélange f présente le comportement inverse de l'évolution de Z_{max} . Il est alors possible d'effectuer les observations inverses. En effet, durant la phase bidimensionnelle ($t^* < t_c$), l'indice de mélange augmente fortement avant d'atteindre un plateau sur $1.75 < t^* < t_c$. En deux temps de référence, il est multiplié par un facteur $f(t^* = 2)/f(t^* = 0) = 0.034/0.016 = 2.125$. De plus, durant la phase tridimensionnelle (caractéristiques du développement d'instabilités 3D), soit pour $t^* > t_c$, l'indice de mélange augmente progressivement jusqu'à une valeur seuil $f_{max} = 0.0355$ à partir de l'instant $t^* \approx 5$. Physiquement, ce résultat signifie que le traceur est complètement mélangé avec le milieu extérieur. Cette valeur caractérise la fin du mélange. Les faibles concentrations restantes sont alors réparties dans le milieu pour ensuite se dissiper par l'action des effets visqueux.

À partir de ces observations, il est possible de directement conclure que la dynamique bidimensionnelle participe activement à la répartition du traceur et ainsi au mélange dans le milieu extérieur. En ce qui concerne la diminution plus progressive de la concentration maximale du traceur durant les débuts de la dynamique 3D, il a été constaté que le développement d'instabilités 3D va contribuer à la fin de la répartition du traceur dans le domaine. Il est toutefois difficile d'identifier si la fin du mélange est permise par les chevauchements des deux tourbillons secondaires à $t^* = 2.75$ ou par les importantes concentrations Z capturées et ensuite dispersées aux alentours du plan (yz) par les tourbillons secondaires suivis de leur déstructuration ou par une association de ces deux processus. On cherche à répondre à cette question à partir de l'évolution temporelle de la concentration moyenne du traceur sur le plan (yz) en $x = 0$ présentée sur la Figure 4.7.

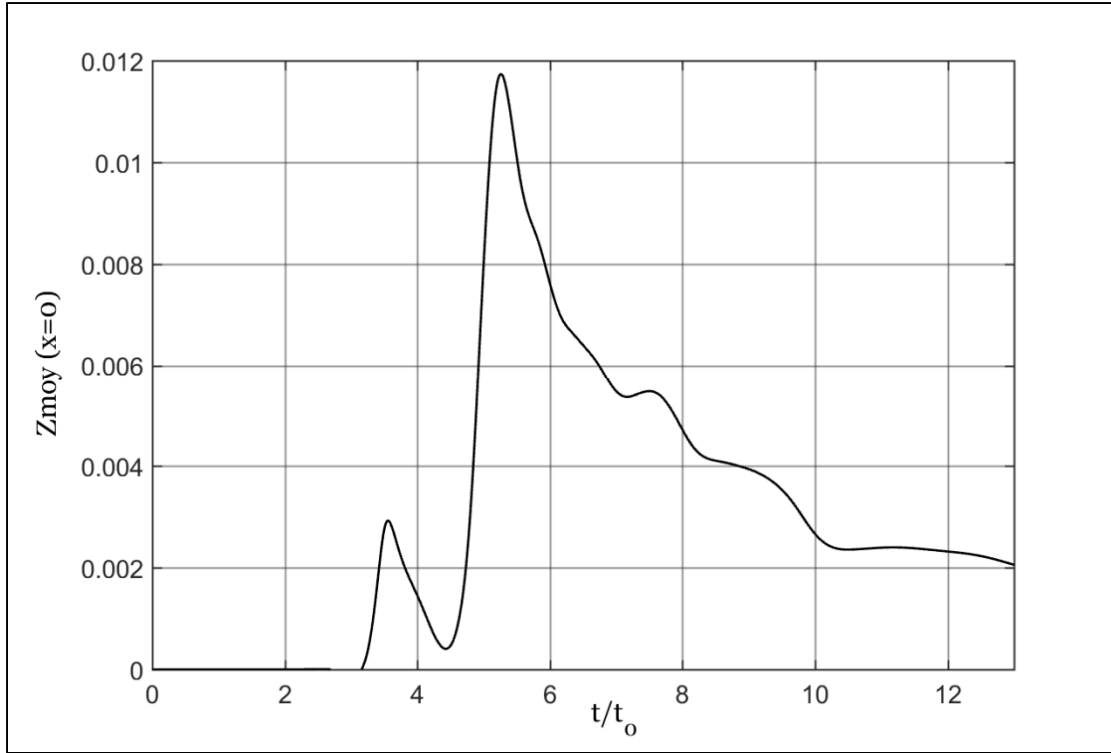


Figure 4.7 Évolution temporelle de la concentration moyenne Z_{moy} sur l'axe $x = 0$

À partir de la Figure 4.7, il est possible d'observer que la concentration moyenne est nulle jusqu'au temps $t^* \approx 3.25 \neq t_c$, soit $Z_{moy}(x=0)_{t^* < 3.25} = 0$, signifiant qu'aucun échange de concentration n'a été permis entre les deux tourbillons secondaires aux alentours de l'instant t_c (quand l'instabilité dans les tourbillons secondaires commence à se développer sous forme sinusoïdale). De plus, deux pics d'amplitudes significativement différentes suivis d'une diminution plus progressive. Le premier pic, à $t^* \approx 3.75$, serait caractéristique de la reconnexion partielle des tourbillons secondaires dans le plan central. La période $3.25 < t^* < 4.25$ correspond à la dernière augmentation de l'indice de mélange avant d'atteindre sa valeur seuil. Le deuxième pic correspondait à l'instant où la collision des boucles oméga dans le plan central (à l'origine de la création de petites structures de vorticité) est la plus intense et permettrait un mélange du traceur avec le milieu extérieur. Il est donc possible d'en conclure que la première reconnexion prononcée des tourbillons secondaires dans le plan central à cet instant est responsable de la fin du mélange du traceur avec le milieu extérieur.

Les faibles concentrations restantes au-dessus du système tourbillonnaire seront ensuite sujettes aux contraintes présentées dans l'écoulement extérieur (cisaillement du vent ou autres). Il est important de rappeler que cette caractérisation du mélange selon la dynamique de deux paires de tourbillons contrarotatifs est effectuée dans un cadre académique à bas Reynolds d'un sillage d'avion non réaliste. Ce type d'étude permet de comprendre les concepts derrière la physique de tels écoulements.

Dans cette section, la dynamique et le mélange d'un traceur passif de concentration Z dans une configuration périodique de référence de quatre tourbillons contrarotatifs avec $\zeta = \Gamma_2/\Gamma_1 = 0.3$ et $\chi = b_2/b_1 = 0.3$ ont été caractérisés. Cette configuration est représentative d'une voilure d'aile hypersustentée spécifique. Suivant les avions et leur système d'hypersustentation, ces plans de voilure peuvent différer, modifiant ainsi la position et l'intensité des tourbillons secondaires et par extension modifier les paramètres ζ et χ . C'est dans ce contexte que l'on propose d'identifier les concepts derrière la dynamique d'écoulement de systèmes constitués de deux paires de tourbillons contrarotatifs pour différents jeux de paramètres de ζ et χ , et ainsi sur le mélange du traceur afin d'atteindre de le troisième sous objectif de recherche et confirmer ou non les hypothèses de recherche émises dans la section 1.5.3.

4.3 Étude paramétrique selon la position et la circulation initiale des tourbillons secondaires

4.3.1 Présentation des différentes configurations

Dans cette section, plusieurs simulations ont été effectuées en modifiant le rapport des circulations des tourbillons primaires et secondaires $\zeta = \Gamma_2/\Gamma_1$, ainsi que le rapport des distances de séparation entre les tourbillons primaires et secondaires $\chi = b_2/b_1$ tel que présenté au Tableau 4.2. Lorsque χ augmente, les tourbillons secondaires se rapprochent des tourbillons primaires dans chaque demi-plan par rapport à $x = 0$ et ainsi les deux tourbillons secondaires s'éloignent l'un de l'autre. Inversement, lorsque χ diminue, les tourbillons secondaires se rapprochent l'un de l'autre vers l'axe z en $x = 0$ et s'éloignent ainsi des

tourbillons primaires dans chaque demi-plan. De plus, l'augmentation de la valeur absolue du ratio des circulations $|\zeta|$ augmente signifie des tourbillons secondaires de plus en plus intense. La configuration 3 possède les tourbillons secondaires avec la plus faible intensité ($|\Gamma_2| = |\Gamma_1| / 10$) tandis que les configurations 5 et 7 ont les tourbillons secondaires les plus intenses ($|\Gamma_2| = |\Gamma_1| / 2$), soit la moitié de la circulation des tourbillons primaires. À noter également que la configuration de référence étudiée dans la première section de ce chapitre correspond à la configuration 4.

Tableau 4.2 Récapitulatif des simulations réalisées

Simulation	1	2	3	4 (Réf)	5	6	7	8
χ	0.15	0.15	0.3	0.3	0.3	0.5	0.5	0.5
ζ	-0.2	-0.4	-0.1	-0.3	-0.5	-0.2	-0.5	-0.35

Les jeux de paramètres utilisés pour les différentes simulations sont présentés dans le Tableau 4.2 et visuellement sur la Figure 4.8. On a repris l'équation (1.4) d'une configuration stationnaire fonction de ζ et χ pour tracer cette figure afin de situer le lecteur sur les intervalles d'étude des différentes configurations étudiées. Les axes de la figure se limitent aux configurations ayant un intérêt aéronautique, soit $-0.6 < \zeta < 0$ et $0 < \chi < 0.5$, c'est à dire aux configurations de quatre tourbillons possibles avec une voilure spécifique. Afin de bien différencier les différentes configurations, sur la Figure 4.8, on associe un marqueur différent en fonction du ratio des distances de séparation χ des tourbillons et le ratio des circulations ζ . Les valeurs $\chi = 0.15$, 0.3 et 0.5 sont respectivement notées par le marqueur '○', '◇' et '□'. Tous ces jeux de paramètres appartiennent au domaine de configurations périodiques de système composé de quatre tourbillons contrarotatifs, c'est-à-dire que les tourbillons secondaires orbitent dans chaque demi-plan autour des tourbillons primaires. Aucune simulation de configuration divergente n'a été simulée en raison d'une physique sensiblement différente et donc difficile à comparer. En effet, dans ce type de configurations, les perturbations initiales ne sont pas assez amplifiées lorsque les tourbillons secondaires divergent des primaires pour amener à des instabilités tridimensionnelles. Le choix des

paramètres présentés est justifié par le fait que l'on veut comparer des configurations avec un ratio des distances χ fixé et un ratio des circulations ζ variable, et inversement. En effet, si l'on veut observer des tendances selon les différents jeux de paramètres, il est important de fixer un paramètre pour comprendre l'influence de l'autre.

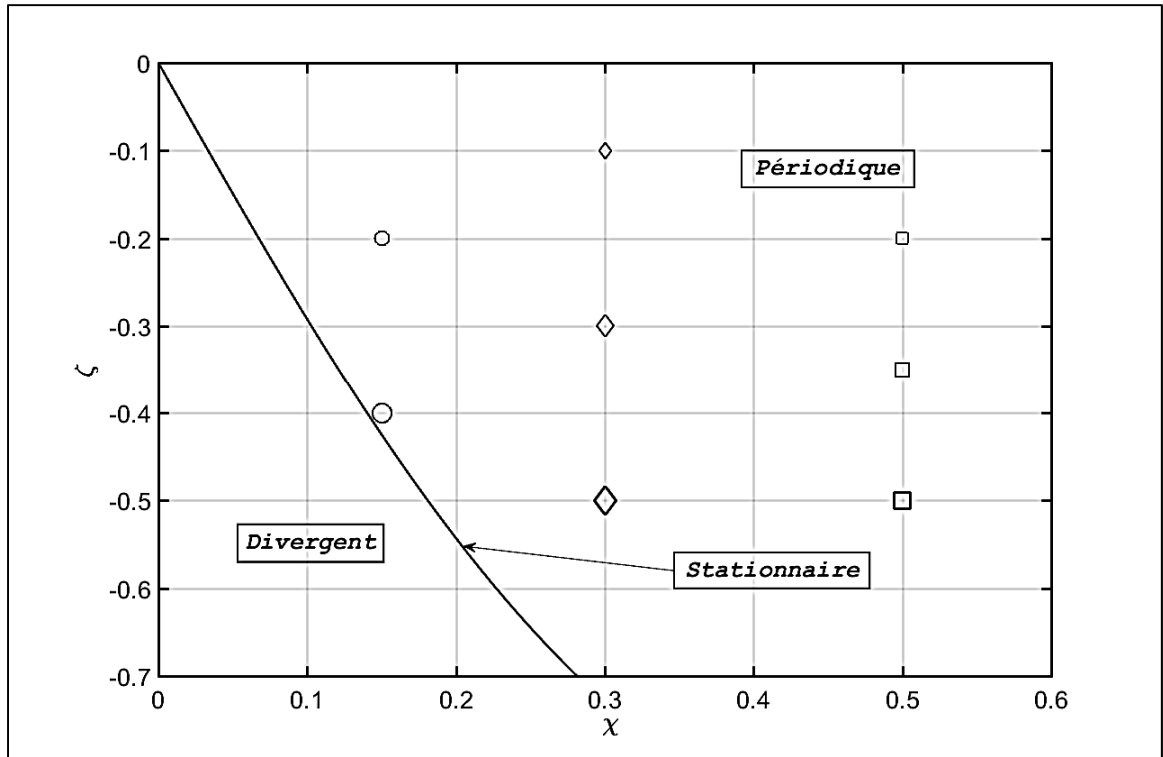


Figure 4.8 Présentation des configurations à quatre tourbillons contrarotatifs étudiées

Pour la suite, la même méthodologie de présentation des résultats pour la configuration de base est utilisée. Elle consiste tout d'abord à observer visuellement la dynamique de l'écoulement et ensuite observer quantitativement les variables gouvernant la dynamique et le mélange de l'écoulement. On cherchera également de retrouver les temps caractéristiques t_c et t_{seuil} correspondant respectivement aux instants où l'écoulement devient tridimensionnel et le mélange avec le milieu extérieur est en dernière phase avant un mélange complet du traceur.

4.3.2 Évolution bidimensionnelle du traceur passif dans le champ de vorticité axiale

Dans cette section, toutes les figures 2D suivantes présentent une superposition du champ de concentrations du traceur et des contours de vorticité des tourbillons sur un plan dans la profondeur y pour les différentes phases identifiées. On rappelle que l'observation 2D sur un unique plan du système tourbillonnaire est possible car le champ de concentration ainsi que les contours de vorticité sont identiques sur tous les plans jusqu'au temps t_c . Même si différentes configurations d'un système à quatre tourbillons périodique possèdent une dynamique commune, le mélange du traceur passif va varier d'une configuration à une autre. En effet, les variations des distances de séparation et des circulations vont imposer des contraintes différentes au sein du système tourbillonnaire et ainsi une dynamique variable, imposant potentiellement au traceur de se mélanger différemment selon les configurations (i.e hypothèses de recherche dans la section 1.5.3).   l'image de la section précédente pour la configuration de base, le champ tourbillonnaire est caractérisé par des isocontours différents pour bien visualiser les valeurs de vorticité au sein des tourbillons primaires et secondaires. Les valeurs négatives (sens antihoraire) et positives (sens horaire) de vorticité axiale sont respectivement représentées par des traits pointillés et traits pleins. Le code couleur en légende correspond aux normes de concentrations du scalaire passif.

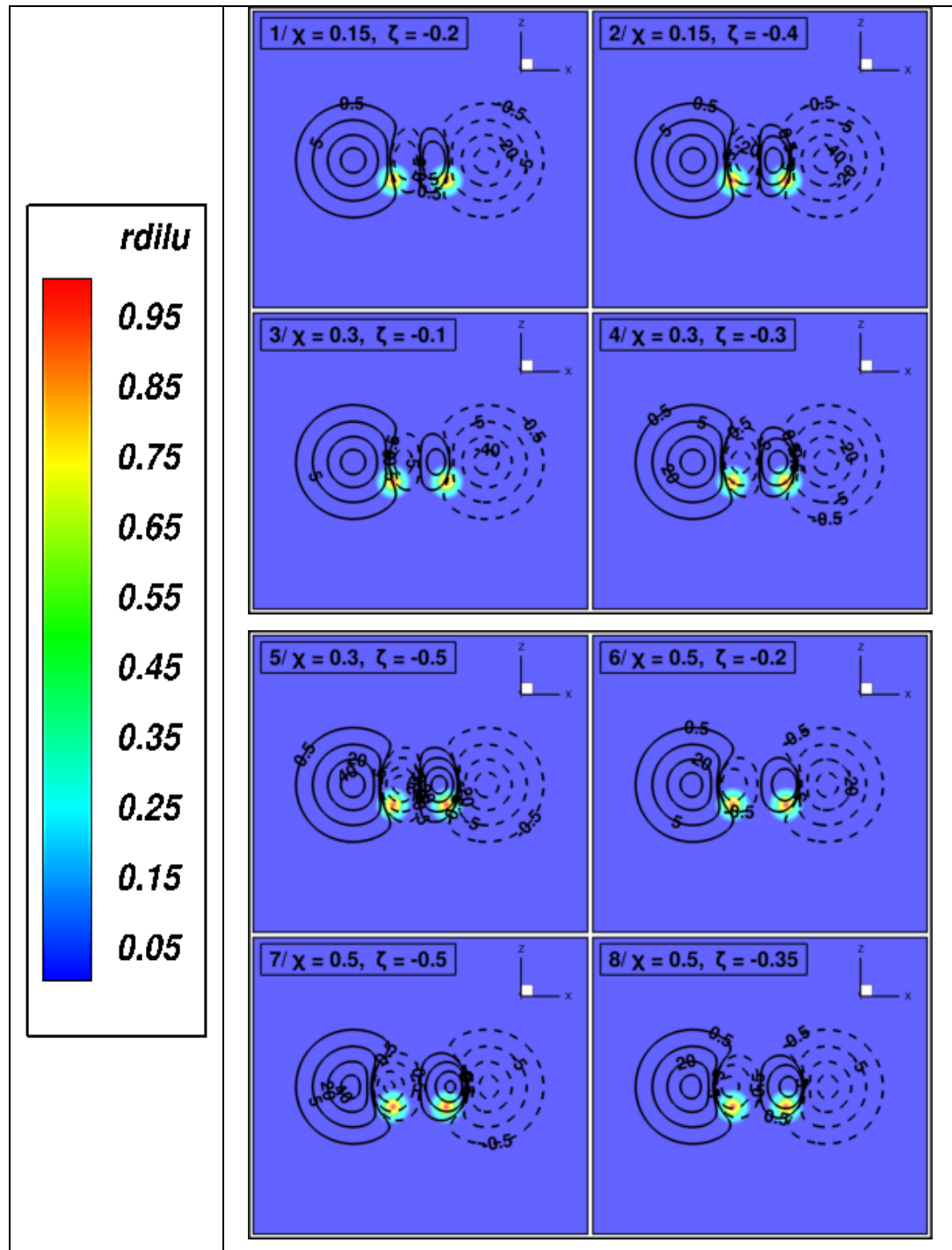


Figure 4.9 Initialisation du scalaire passif dans le champ de vorticité axiale $|\omega_y|$ pour les différentes configurations considérées à l'instant initial

Pour toutes les configurations, on peut observer sur la Figure 4.9 que les tourbillons ne sont pas complètement circulaires et sont «aplatis». Cela correspond visuellement à des chevauchements de vorticité axiale entre les tourbillons principaux et secondaires dans chaque demi-plan. Des chevauchements de vorticité axiale sont également observés au niveau de l'axe central $x = 0$ entre les deux tourbillons secondaires sous l'influence des ratios χ et ζ . Ce phénomène de chevauchement est dû aux larges choix des rayons ($a_1/b = 0.2$ et $a_2/b = 0.135$) des tourbillons. Pour les premiers pas de temps, le chevauchement aura pour effet de réduire le ratio des circulations nominales initiales ζ en raison d'annulation de vorticité axiale de signe opposée. Dans le cadre de l'étude paramétrique envisagée, cela n'empêchera pas de tirer des conclusions valides sur la dispersion et le mélange du traceur en fonction de χ et ζ . L'effet de ces chevauchements sur la circulation initiale nominale des tourbillons sera en revanche à prendre en compte si l'on veut discuter une configuration particulière avec la littérature.

Comme défini dans la littérature, pour toutes les configurations périodiques de deux paires contrarotatives étudiées, les tourbillons secondaires orbitent autour des tourbillons primaires. On observe toutefois que le temps pour le tourbillon secondaire d'effectuer un tour complet autour du tourbillon primaire varie en fonction des différents jeux de paramètres utilisés. Cela illustre bien la dépendance de la vitesse de rotation des tourbillons secondaires autour des primaires en fonction des deux paramètres utilisés.

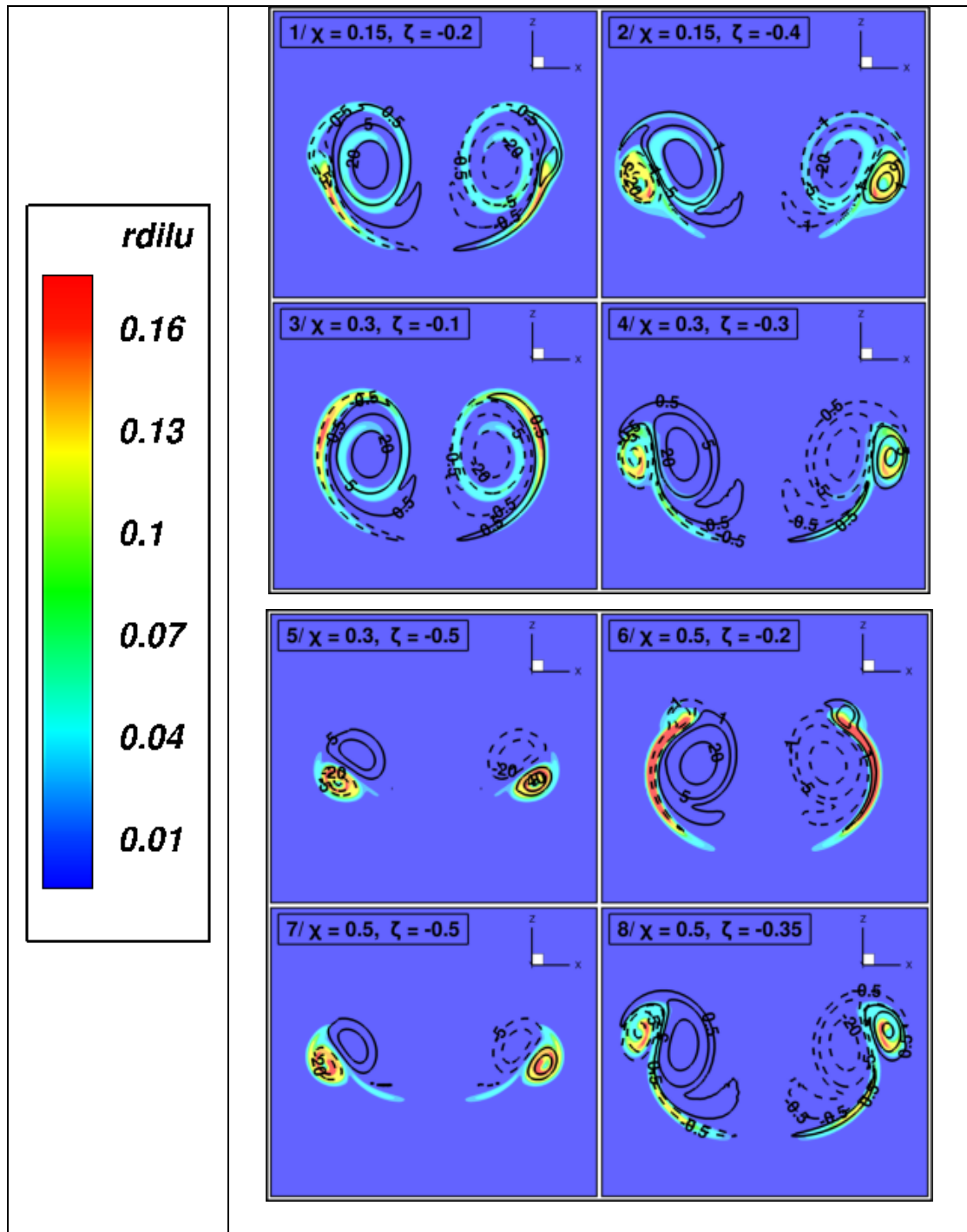


Figure 4.10 Visualisations 2D du traceur passif dans le champ de vorticité axiale $|\omega_y|$ à $t^* = 1$ pour les différentes configurations considérées

Pour toutes les configurations au temps $t^* = 1$, on observe sur la Figure 4.10 que le champ de concentration du scalaire commence à s'enrouler autour des lignes tourbillonnaires (isocontours de vorticité axiale) et suit donc naturellement l'évolution du champ de vitesses. On remarque également que les concentrations du traceur sont nulles dans la région où les normes de vorticité et donc de vitesse sont également nulles. Pour toutes les configurations, les concentrations maximales sont essentiellement contenues dans les tourbillons secondaires. Dans les configurations 1, 2 et 3, on observe de plus faibles concentrations commençant à s'enrouler dans les tourbillons primaires impliquant des échanges de concentrations avec les tourbillons secondaires tandis que pour toutes les autres (4, 5, 6, 7 et 8), la concentration du traceur dans les tourbillons primaires y est nulle. On note que pour les configurations 1, 3 et 6, les tourbillons secondaires sont très étirés autour des tourbillons primaires. Il est même difficile de les identifier sous la forme de cercles concentriques de vorticité. Ces configurations sont en effet caractérisées par des ratios $-0.2 \leq \zeta \leq -0.1$ signifiant une intensité 5 à 10 fois plus faible des tourbillons secondaires par rapport aux tourbillons primaires. Le traceur est alors très étiré selon les tourbillons secondaires. À partir de cette première observation (Figure 4.10 et 4.11), on propose de scinder les différentes configurations en deux catégories C_1 et C_2 selon le ratio des circulations $\zeta = \Gamma_2/\Gamma_1$ telles que :

$$C_1(-0.2 \leq \zeta \leq -0.1) \left\{ \begin{array}{l} \text{Configuration 1 : } \chi = 0.15, \zeta = -0.2, \\ \text{Configuration 3 : } \chi = 0.3, \zeta = -0.1, \\ \text{Configuration 6 : } \chi = 0.5, \zeta = -0.2. \end{array} \right.$$

$$C_2(-0.5 \leq \zeta \leq -0.3) \left\{ \begin{array}{l} \text{Configuration 2 : } \chi = 0.15, \zeta = -0.4, \\ \text{Configuration 4 : } \chi = 0.3, \zeta = -0.3, \\ \text{Configuration 5 : } \chi = 0.3, \zeta = -0.5, \\ \text{Configuration 7 : } \chi = 0.5, \zeta = -0.5, \\ \text{Configuration 8 : } \chi = 0.5, \zeta = -0.35. \end{array} \right.$$

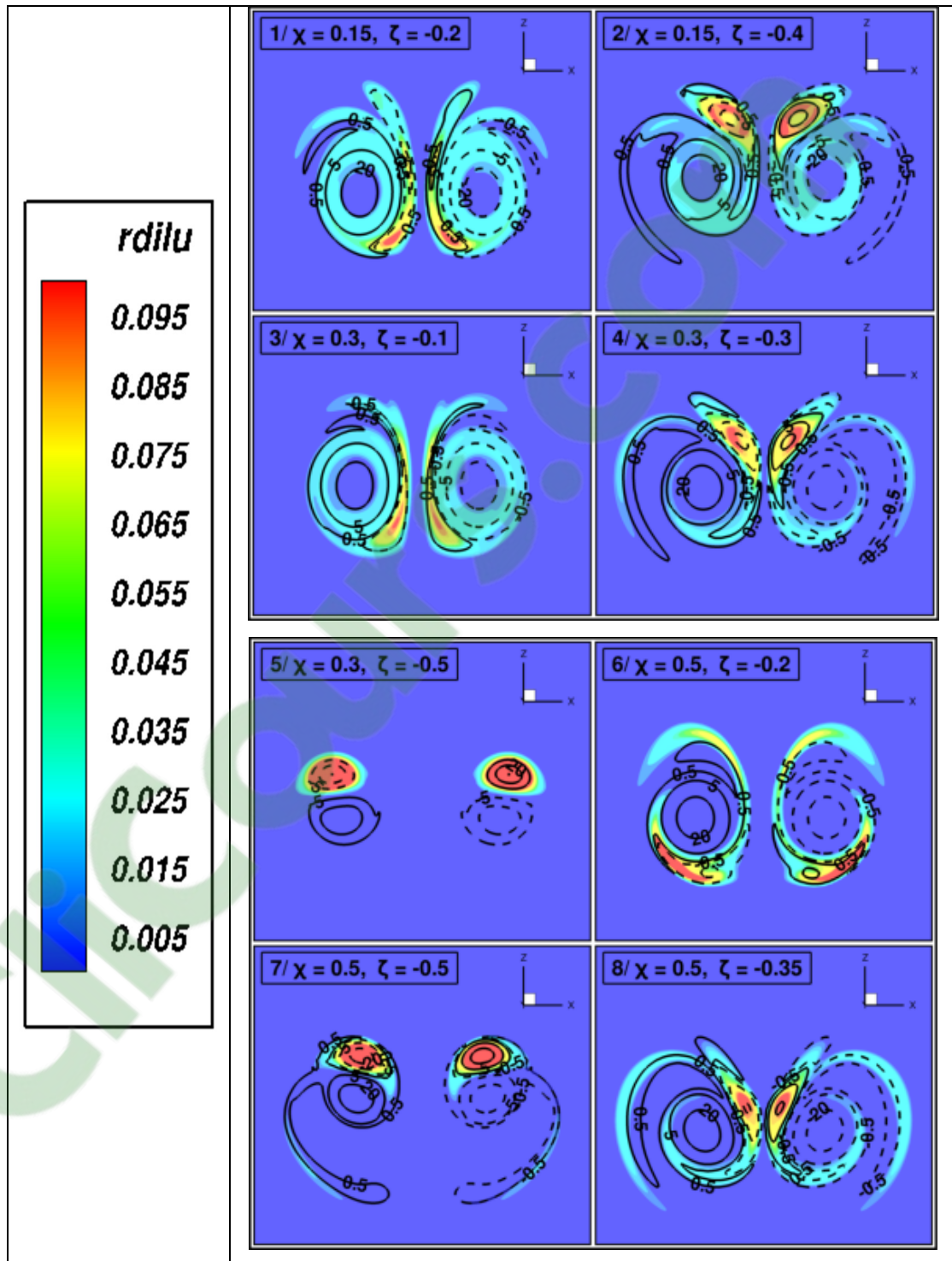


Figure 4.11 Visualisations 2D du traceur passif dans le champ de vorticité axiale $|\omega_y|$ à $t^* = 2$ pour les différentes configurations considérées

À $t^* = 2$, pour $C_2(-0.5 \leq \zeta \leq -0.3)$, il est observé sur la Figure 4.11 que les concentrations maximales du traceur sont encore uniquement présentes dans les tourbillons secondaires. Cette observation est d'autant plus visible pour les configurations 5 et 7, où la concentration maximale est répartie de façon homogène dans les tourbillons secondaires. En effet, pour la catégorie C_2 , la concentration maximale du traceur est uniformément répartie dans les tourbillons secondaires et ne diminue que très peu pour $1 < t^* < 3$. Pour ces dernières caractérisées par des ratios $\zeta = -0.5$, on observe que le traceur est concentré autour des tourbillons secondaires et dans leur périphérie. Concernant les configurations 1, 2 et 3, à l'instant $t^* = 2$, on observe que le processus d'enroulement du traceur dans les tourbillons primaires est pratiquement terminé. Toutefois, le traceur ne s'est pas engouffré dans le cœur des tourbillons primaires, caractérisés par une vitesse tangentielle maximale au rayon interne empêchant le traceur de s'engouffrer. À partir de ces observations, il est possible d'interpréter que les concentrations maximales capturées par les tourbillons secondaires lors des premiers temps, sont plus contenues dans ceux-ci pour $C_2(-0.5 \leq \zeta \leq -0.3)$ que pour $C_1(-0.2 \leq \zeta \leq -0.1)$ au cours du temps. En d'autres termes, les tourbillons secondaires possédant une circulation plus importante ($|\Gamma_2| > 0.3|\Gamma_1|$), le traceur est maintenu dans les tourbillons secondaires tandis que pour des circulations moins grandes, des échanges avec le milieu extérieur et les tourbillons primaires sont possibles.

Visuellement, la fin de la phase bidimensionnelle se traduit par une déformation sinusoïdale des tourbillons secondaires. En effet, pour toutes les configurations, à $t^* = 3$ (Figure 4.12), il est observé que les cercles concentriques d'isocontours de vorticité dans les tourbillons secondaires sont déformés. De plus, pour la catégorie $C_2(-0.5 \leq \zeta \leq -0.3)$, des échanges de concentrations entre les deux tourbillons secondaires dans l'axe central ($x = 0$) sont observés tandis que pour $C_1(-0.2 \leq \zeta \leq -0.1)$, aucun échange dans l'axe central n'est observé excepté pour la configuration 1.

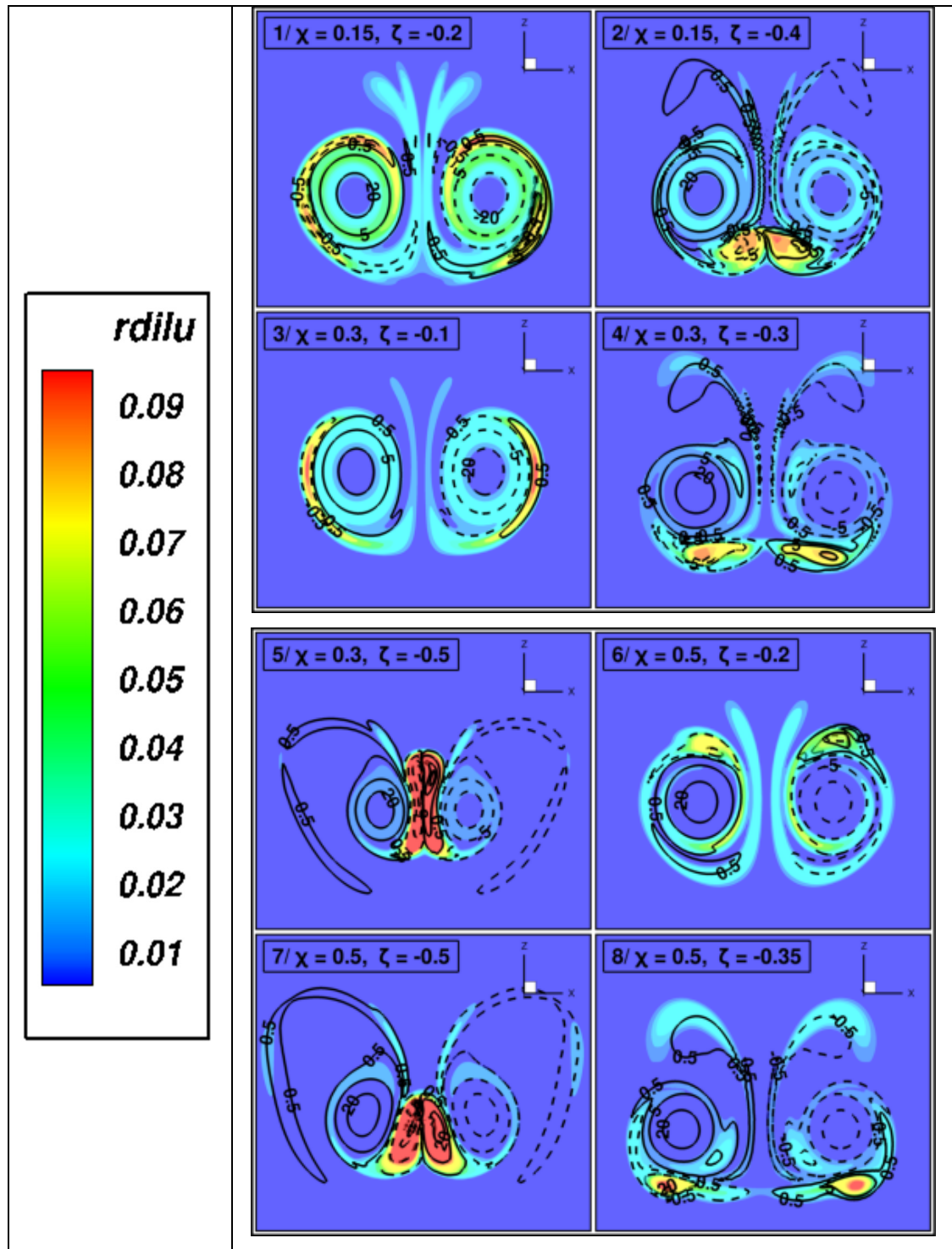


Figure 4.12 Visualisations 2D du traceur passif dans le champ de vorticité axiale $|\omega_y|$   $t^* = t_c = 3$ pour les différentes configurations considérées

Les déformations des tourbillons secondaires impliquent que l'écoulement devient instable, tridimensionnelle et ainsi une augmentation de l'énergie cinétique turbulente adimensionnelle. Dans ce contexte, des visualisations 3D au cours du temps et l'évolution cette énergie sont présentées.

4.3.3 Développement d'instabilités 3D

Visualisations 3D

Les perturbations initialement introduites dans le système tourbillonnaire vont progressivement amplifier les modes de l'écoulement et créer une instabilité caractérisée par une connexion des tourbillons secondaires aux primaires dans chaque demi-plan par rapport à z . En effet, la formation de boucles oméga (Figure 4.13, 4.14 et 4.15), caractéristiques de l'amplification du mode de flexion dans les tourbillons secondaires sont observées. Ces observations corroborent ce qui a pu être observé dans la littérature (section 1.5.2) concernant un système composé de quatre tourbillons contrarotatifs. La Figure 4.13 présente l'évolution temporelle 3D des iso-surfaces de vorticité absolue pour les configurations appartenant à la catégorie C_1 ($-0.2 \leq \zeta \leq -0.1$).

Tendance pour C_1 ($-0.2 \leq \zeta \leq -0.1$)

À partir de la Figure 4.13, il est possible d'effectuer les observations suivantes concernant la tendance C_1 :

1. Les structures de vorticité issues des tourbillons secondaires gardent une structure cohérente et très peu de petites structures de vorticité sont présentes dans l'écoulement au cours du temps;
2. Ces boucles de vorticité issues des tourbillons secondaires dans chaque demi-plan contiennent les maximums de concentration et s'étirent vers le haut du domaine;
3. Les tourbillons primaires restent cohérents au cours du temps. La déformation des cœurs des tourbillons primaires (caractérisés par leur rayon interne) est soumise à l'instabilité du mode elliptique;

4. Concernant la configuration 3, il est possible d'effectuer les mêmes observations à l'exception qu'aucune boucle n'est présente. En effet, les tourbillons secondaires n'existent quasiment plus. Cela est dû à leur très faible circulation initiale ($\zeta = 0.1$);
5. Pour les configurations 3 et 6, les structures des tourbillons secondaires sont pratiquement dissipées, il ne reste alors plus qu'une unique paire de tourbillons primaires (caractéristiques des tourbillons des bouts d'aile dans le champ lointain) qui s'induisent une vitesse de descente et s'éloignent des petites structures précédemment créées.

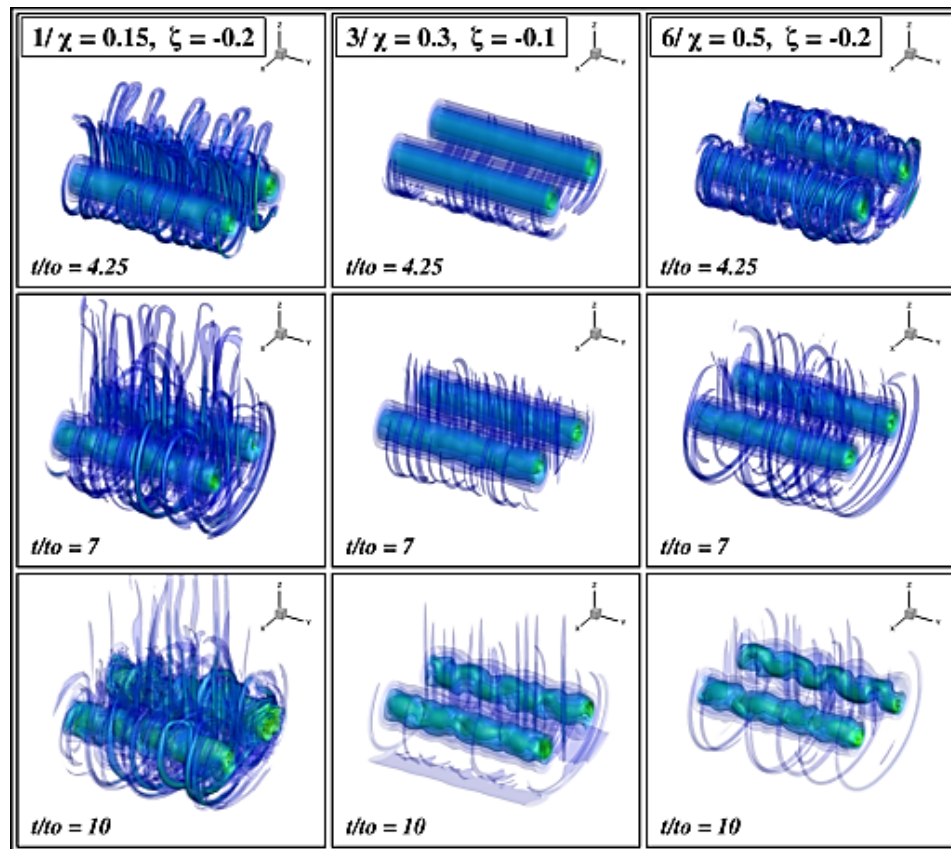


Figure 4.13 Champ 3D de vorticité absolue $|\omega|$ à $t^* = 4.25, 7$ et 10 pour $C_1(-0.2 \leq \zeta \leq -0.1)$

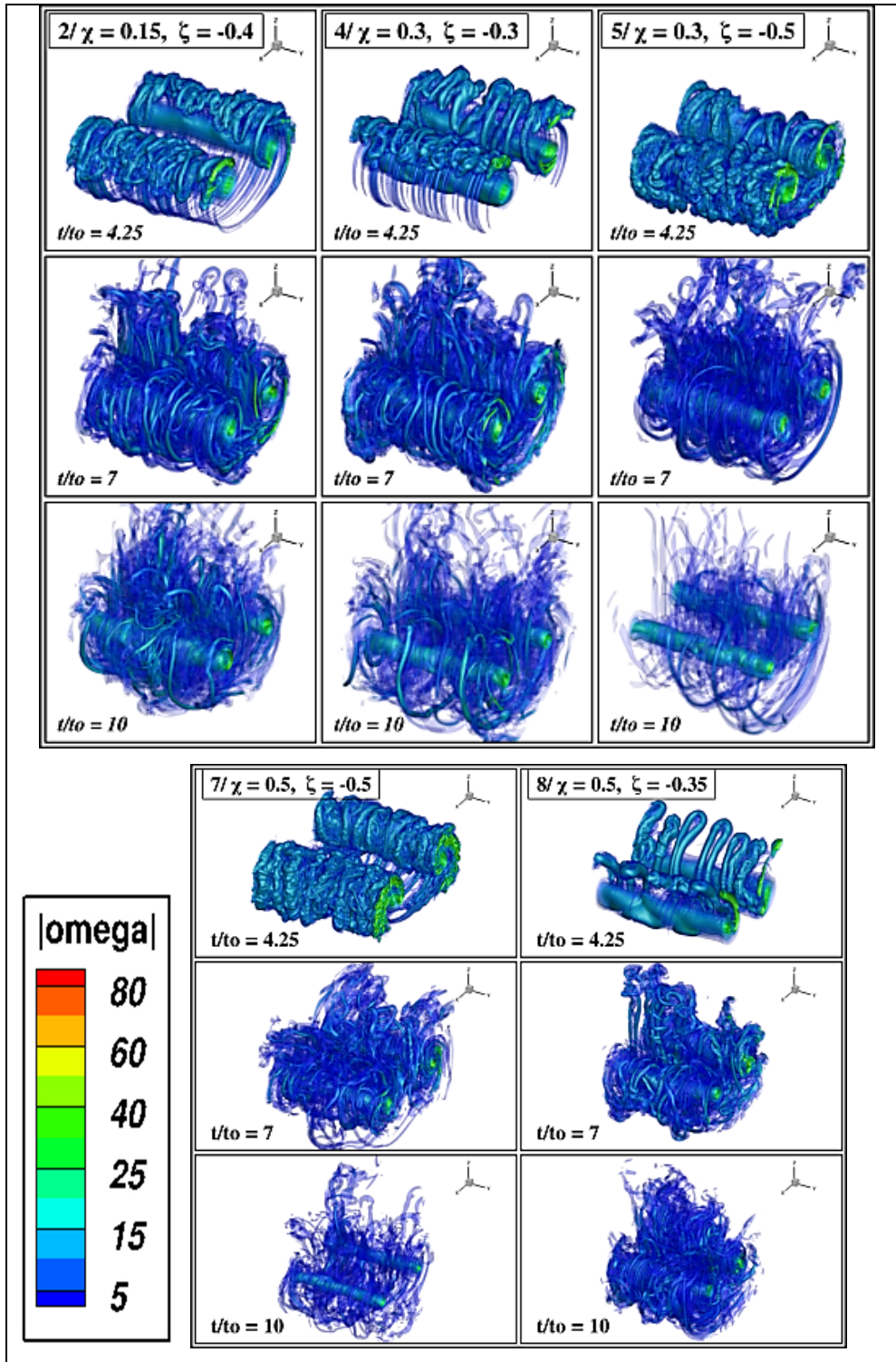


Figure 4.14 Champ 3D de vorticité absolue $|\omega|$
à $t^* = 4.25, 7$ et 10 pour $C_2(-0.5 \leq \zeta \leq -0.3)$

Tendance pour $C_2(-0.5 \leq \zeta \leq -0.3)$

À partir de la Figure 4.14, il est possible d'effectuer les observations suivantes concernant la tendance C_2 :

1. Les tourbillons primaires ne sont que très peu déformés au court du temps et restent cohérents. L'instabilité du mode elliptique est également présente dans les cœurs tourbillonnaires;
2. À $t^* = 4.25$, les tourbillons secondaires sont quant à eux très déformées autour des tourbillons primaires. Les déformations s'apparentent aux boucles oméga observées dans la littérature, susceptibles d'apparaître pour des instabilités de l'ordre d'une envergure b d'avion. Ces déformations caractéristiques des tourbillons secondaires sont bien visibles sur la Figure 4.15;
3. À $t^* = 7$, de nombreuses petites structures de vorticité issues de la destruction des tourbillons secondaires aux alentours de l'axe central apparaissent autour des tourbillons primaires. En raison de la descente du système tourbillonnaire, la majorité de ces petites structures sont relâchées dans le milieu extérieur vers le haut. Les modes instables du mode de flexion de l'écoulement sont plus amplifiés que pour C_1 ;
4. Une fois les phénomènes de reconnexion des boucles terminées, les petites structures vont être progressivement dissipées dans le plan de symétrie par les mécanismes visqueux.

La Figure 4.15 est une représentation zoomée de la configuration 8 sur un système tourbillon primaire/secondaire dans un demi-plan pour bien faire ressortir la présence de ces boucles de vorticité caractéristiques. Il est également possible d'observer la déformation des structures internes des tourbillons principaux sur la Figure 4.15 qui correspondrait au mode elliptique énoncé dans le premier chapitre. La Figure 4.16 est une représentation de côté de la configuration 1 au temps $t^* = 6$ afin de ressortir la déformation des cœurs des tourbillons primaires. Les iso-contours sur les figures 4.15 et 4.16 ont été choisi pour faire ressortir les processus d'instabilités caractéristiques.

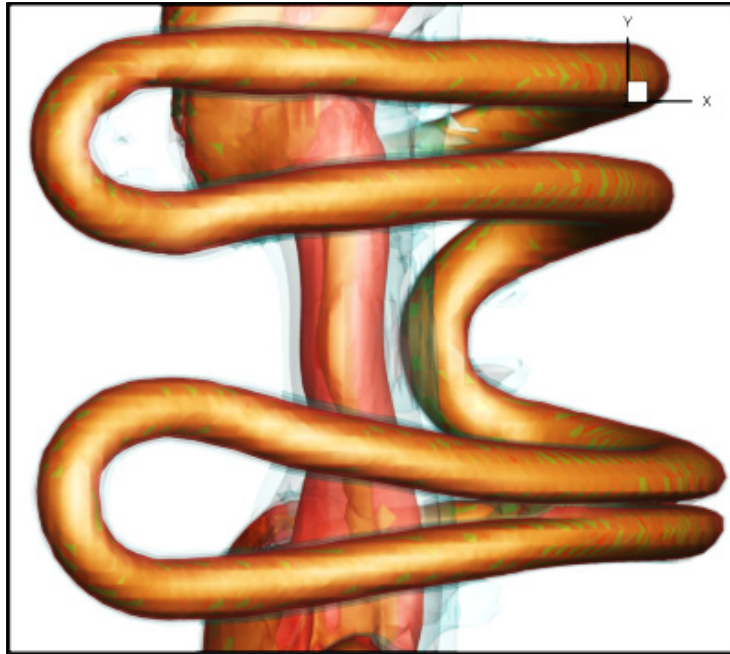


Figure 4.15 Vue du dessus zoomée sur des boucles oméga pour la configuration 8 à partir du champ de vorticité absolue $|\boldsymbol{\omega}|$ au temps $t^* = 4.25$

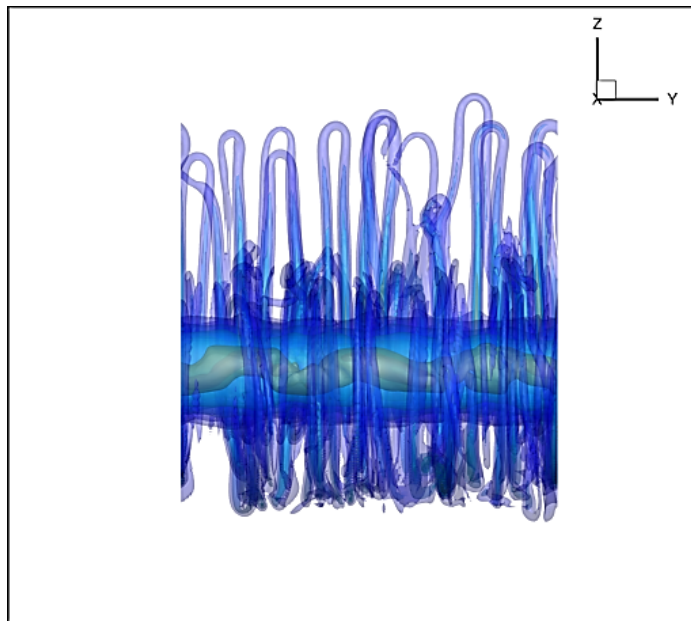


Figure 4.16 Vue de côté de boucles et du mode elliptique dans les tourbillons primaires à partir du champ de vorticité absolue $|\boldsymbol{\omega}|$ pour la configuration 1 au temps $t^* = 6$

Pour $C_2(-0.5 \leq \zeta \leq -0.3)$, les boucles oméga sont beaucoup moins cohérentes que pour $C_1(-0.2 \leq \zeta \leq -0.1)$ et la production de petites structures de vorticité est beaucoup plus intense. L'augmentation de la circulation des tourbillons secondaires (ζ augmente) entraînerait donc le développement plus intense des différents modes initialement perturbés et serait à l'origine de cette création plus importante de petites structures en périphérie des tourbillons primaires.

4.3.3.1  nergie cinétique turbulente

Dans la suite de cette section, l'évolution temporelle de l'énergie cinétique turbulente moyenne adimensionnée (cette grandeur correspond à l'énergie $Emoy$ décrite par l'équation (2.35) pour les deux tendances C_1 et C_2 est présentée sur la Figure 4.17 afin de confirmer quantitativement le passage d'un écoulement symétrique et laminaire 2D   un écoulement sujet à des instabilités 3D et quantifier les différences entre les tendances identifiées. La dissipation moléculaire pour les différentes configurations est également présentée sur la Figure 4.17 On rappelle que la dissipation moléculaire ε_{mol} est directement liée à la création de petites structures de vorticité et au développement d'instabilités car elle participe à l'évolution de l'énergie cinétique turbulente. Elle est en effet associée à la présence des petites échelles de la turbulence dans l'écoulement.

Tendance pour $C_1(-0.2 \leq \zeta \leq -0.1)$

A partir de la Figure 4.17, concernant la tendance C_1 , il est observé que l'augmentation de l'énergie cinétique turbulente augmente très peu et aucun pic d'énergie n'est observé. L'évolution temporelle de la dissipation moléculaire indique que très peu de petites structures de la turbulence sont présentes dans l'écoulement.

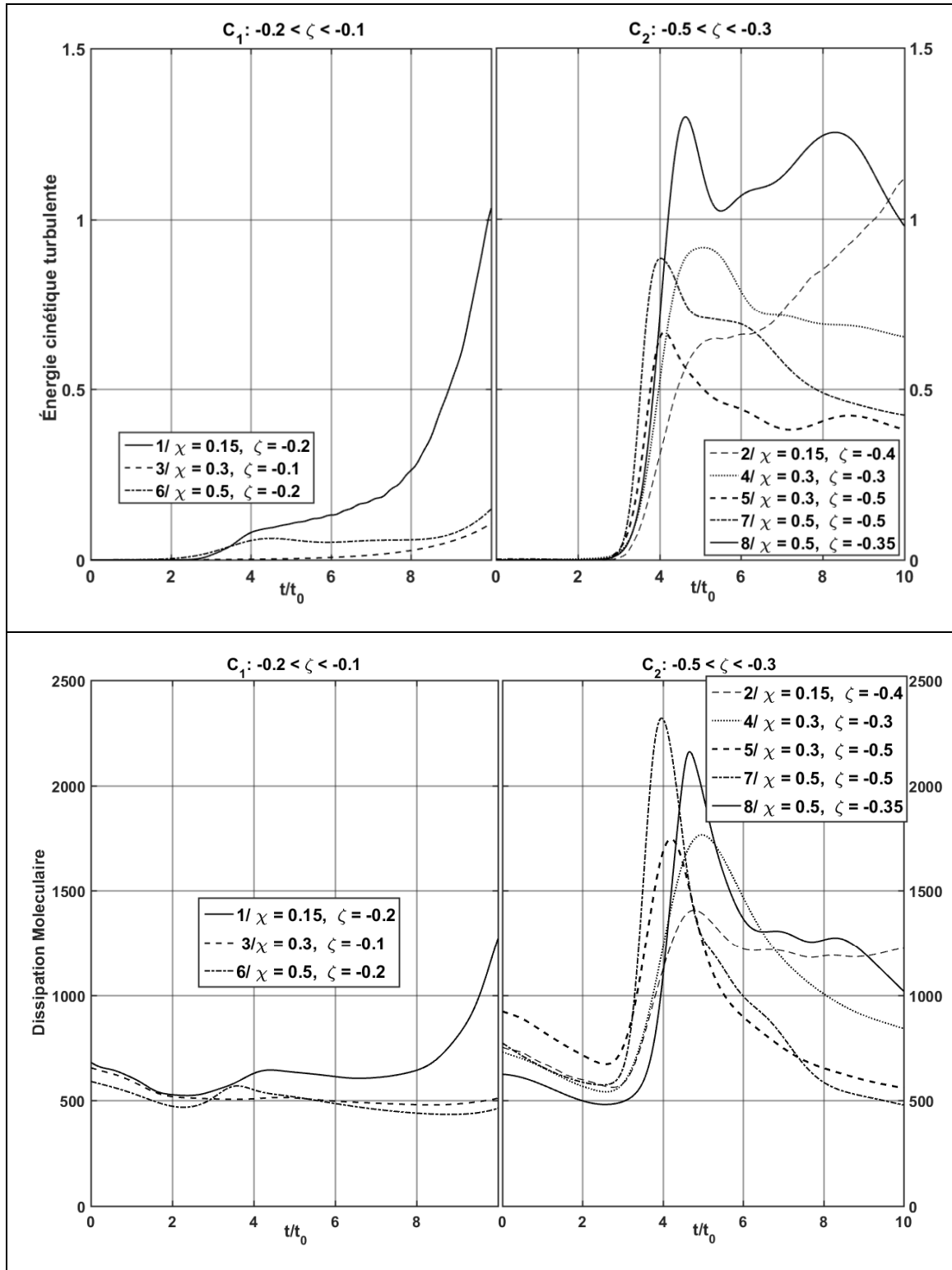


Figure 4.17 Évolutions temporelles de l'énergie cinétique turbulente E_{turb} (haut) et de la dissipation moléculaire ε_{mol} (bas) pour les différentes configurations pour deux intervalles de ζ

Tendance pour $C_2 (-0.5 \leq \zeta \leq -0.3)$

A partir de la Figure 4.17, concernant la tendance C_2 , il est observé que l'énergie cinétique turbulente augmente fortement à partir de $t^* = 2.75$ (confirmant le passage d'un écoulement laminaire 2D vers un écoulement 3D turbulent) jusqu'à une valeur maximale (représentée par un pic). Passé ce maximum, elle va progressivement diminuer. La diminution qui suit les pics d'énergie est caractéristique de la dissipation progressive des petites structures créées. Les pics correspondent quant à eux au moment où la déstructuration des tourbillons secondaires en petites structures de vorticité est la plus intense créant ainsi ces maximums d'énergie. Passé l'instant ($t^* > 4.75$), l'énergie cinétique turbulente diminue progressivement au cours du temps. Ce résultat est caractéristique d'une dissipation des petites structures de vorticité créées dans la partie supérieure du système tourbillonnaire interagissant avec le milieu extérieur.

Tableau 4.3 Tableau récapitulatif des valeurs maximales d'énergie cinétique turbulente $Emoy$ du traceur passif et de la dissipation moléculaire ϵ_{mol} pour les différentes configurations de C_2

Configuration	$t^*(Emoy_{max})$	$Emoy_{max}$	$\epsilon_{mol_{max}}$
2/ $\chi = 0.15, \zeta = -0.4$	4.74	--	1405
4/ $\chi = 0.3, \zeta = -0.3$	4.95	0.915	1765
5/ $\chi = 0.3, \zeta = -0.5$	4.19	0.665	1745
7/ $\chi = 0.5, \zeta = -0.5$	4	0.885	2320
8/ $\chi = 0.5, \zeta = -0.35$	4.69	1.3	2160

La différence significative de l'énergie cinétique turbulente pour les deux intervalles de ζ entre C_1 et C_2 est nettement distinguable. En effet, il est observé que peu importe le ratio des distances χ et pour $(-0.2 \leq \zeta \leq -0.1)$, l'énergie cinétique turbulente reste faible. Depuis cette observation, on peut conclure que pour des tourbillons secondaires d'intensités faibles par rapport aux tourbillons primaires, le ratio χ influence peu la création de la turbulence et donc sur la creation de petites structures. Concernant la catégorie C_2 , les pics d'énergie

cinétique turbulente (ou valeurs maximales) ont différentes amplitudes et sont atteints à des temps différents. Ces valeurs sont présentées dans le Tableau 4.3. La faible augmentation de l'énergie cinétique turbulente concernant la tendance associée à C_1 est en accord avec les visualisations 3D où très peu de petites structures a été observé.

4.3.4 Influence du développement d'instabilités sur le mélange

Indice de mélange et concentrations maximales

L'indice de mélange f (régit par l'équation (2.36)) est présenté sur la Figure 4.18 en fonction des deux tendances identifiées. Concernant l'évolution temporelle des concentrations maximales Z_{max} des différentes configurations, il est observé un comportement inverse à l'évolution temporelle de l'indice de mélange f . En effet, logiquement, plus le traceur sera mélangé avec le milieu extérieur, plus celui-ci sera réparti dans le domaine et inversement. Dans ces conditions, les observations suivantes porteront sur l'indice de mélange.

Tendance pour $C_1 (-0.2 \leq \zeta \leq -0.1)$

Concernant cette tendance, la majorité du mélange a été effectuée durant la phase linéaire de l'écoulement. Il est observé que les courbes associées aux configurations 1 et 3 sont quasiment confondues. Il est toutefois difficile d'en tirer des conclusions vu que les deux paramètres χ et ζ diffèrent. Il est en revanche intéressant de constater que les configurations 1 et 6 caractérisées par le ratio $\zeta = -0.2$, possèdent la même allure ainsi que le même temps caractéristique t_l . L'amplitude de l'indice de mélange associée à la configuration 6 est plus faible que pour la configuration 1. D'après cette observation on peut en conclure que pour $\zeta = -0.2$ et χ variant de 0.15 à 0.5 (c'est-à-dire que les tourbillons secondaires se rapprochent des tourbillons principaux dans chaque demi-plan), le mélange avec le milieu extérieur s'effectue dans les mêmes temps caractéristiques, mais il est moins intense. Il nous est impossible d'étendre cette conclusion pour un certain intervalle de ζ en raison du peu de configurations étudiées.

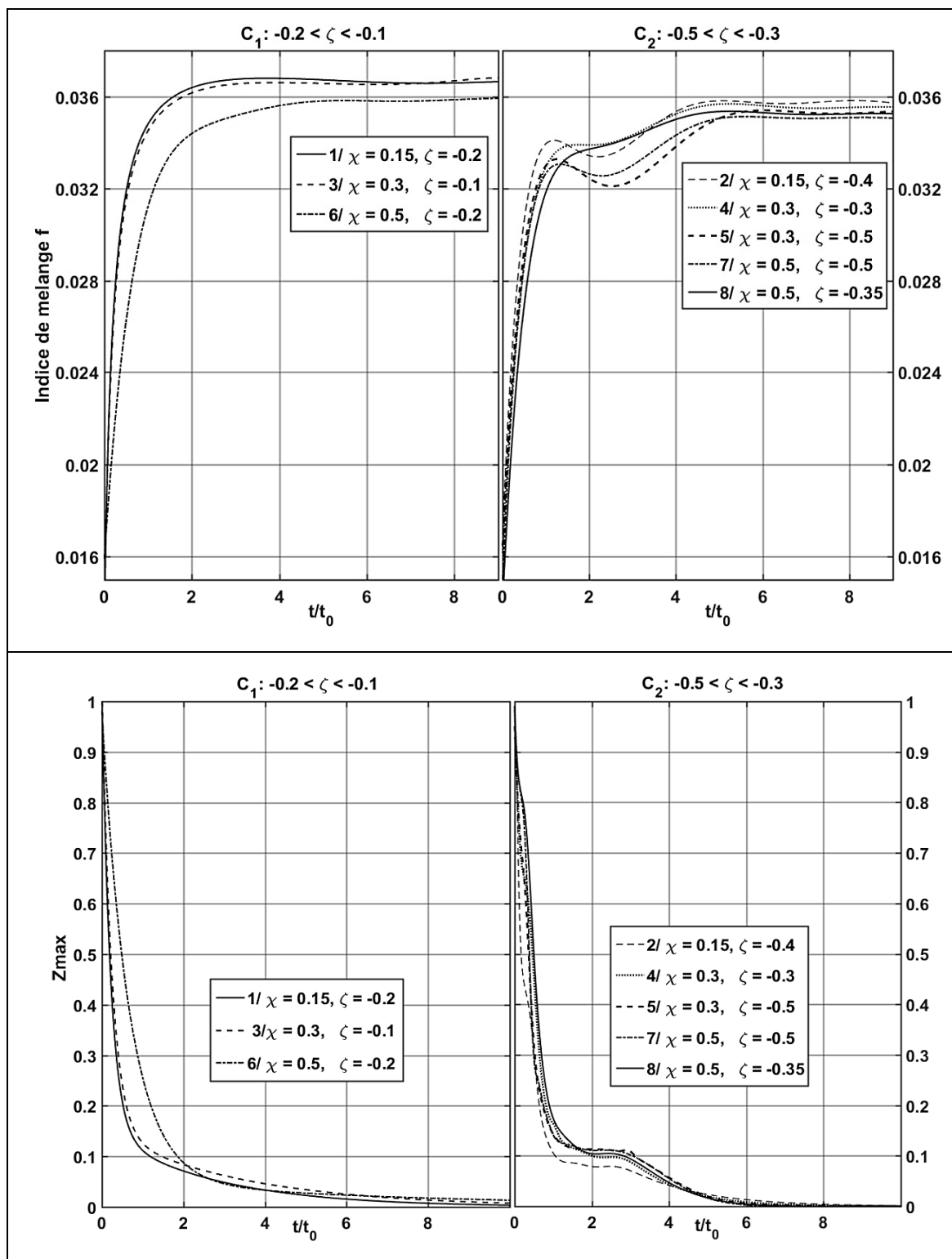


Figure 4.18 Évolution temporelle des indices de mélange f du traceur passif Z avec le milieu extérieur (haut) et concentrations maximales Z_{max} (bas) pour les différentes configurations pour deux intervalles de ζ

Tendance pour C_2 ($-0.5 \leq \zeta \leq -0.3$)

Il est observé qu'à $t^* = t_{seuil} \sim 4.5$, les configurations ont atteint une valeur seuil. Ces valeurs limites signifient que le traceur est complètement mélangé avec le milieu extérieur. Les faibles concentrations restantes sont alors réparties dans le milieu pour ensuite se dissiper par l'action des effets visqueux. Pour cette tendance, on observe que l'indice de mélange augmente par 'plateaux'. En effet, on distingue un premier plateau entre la fin de la phase linéaire ($t_l \sim 1.1$) et jusqu'à des temps compris dans l'intervalle $2.5 < t^* < 3$ selon les configurations; le deuxième plateau correspond au début de la phase asymptotique et au-delà. Concernant la tendance C_2 , le traceur restait contenu dans les tourbillons secondaires en raison de leur circulation plus importante. À partir de ces observations, il est possible d'interpréter que la fin du mélange avec le milieu extérieur pour la tendance C_2 pour $2.75 < t^* < t_{seuil}$ est permise par la déstructuration des tourbillons secondaires en petites structures de vorticité. La valeur de l'indice de mélange f diminue quand le ratio des circulations ζ diminue. En d'autres termes, plus la circulation des tourbillons secondaires est importante, moins le mélange du traceur avec le milieu extérieur est intense, et ce peu importe le ratio des distances tourbillonnaires χ étudié. Cette observation constitue un point intéressant dans la compréhension du mélange d'un traceur dans ce type de système tourbillonnaire. Une première interprétation de ce résultat s'expliquerait par le fait que plus les tourbillons secondaires sont intenses, plus le traceur est contenu dans ceux-ci. Cela impliquerait moins d'échange avec le milieu extérieur et les tourbillons primaires et donc un mélange moins prononcé avec l'air ambiant. La dynamique bidimensionnelle participe activement à la répartition du traceur et ainsi au mélange dans le milieu extérieur pour les deux tendances. En ce qui concerne la diminution plus progressive de la concentration maximale du traceur observée durant les débuts de la dynamique 3D de la tendance C_2 , il est possible de constater que le développement d'instabilités 3D contribue à la fin de la répartition (ou homogénéisation) du traceur dans le domaine. La prochaine section présente une synthèse de ces résultats pour ressortir une discussion en lien avec la problématique de recherche.

CHAPITRE 5

SYNTHÈSE ET DISCUSSION

La finalité de cette étude consiste à étudier la dispersion des concentrations d'un traceur passif suivant la dynamique d'un système quatre tourbillons contrarotatifs (susceptible d'être formé en configuration d'hypersustentation) afin de comprendre si il est possible de disperser et répartir différemment les émissions moteurs aux alentours des zones aéroportuaires. Les simulations numériques réalisées se décomposent en une étude paramétrique composée de huit configurations selon deux ratios caractéristiques : les distances de séparation et les circulations relatives entre les tourbillons secondaires et primaires respectivement notés χ et ζ . Le ratio des distances χ est significatif de la position du bord interne du volet hypersustentateur sur chacune des ailes, tandis que le ratio des circulations ζ est significatif de l'intensité des tourbillons secondaires créés par le bout interne de volet. À noter que la position des centres tourbillonnaires n'est pas exactement la même que la position des différents éléments de la voilure de l'aile.

Dans cette étude, il a été observé que la dynamique bidimensionnelle participe activement à la répartition du traceur et ainsi au mélange dans le milieu ambiant d'une part et que le développement d'instabilités 3D dans les tourbillons secondaires va contribuer à la répartition des concentrations maximales dans le domaine d'autre part. L'évolution bidimensionnelle périodique des tourbillons secondaires autour des primaires durant les premiers temps de référence, a été observée. En effet, pour $0 < t < t_c$, les tourbillons primaires/secondaires dans chaque demi-plan ont un comportement identique et sont parfaitement symétriques. L'écoulement est alors uniquement 2D. La fin de l'évolution bidimensionnelle des tourbillons est caractérisée visuellement par la déformation sinusoïdale des tourbillons secondaires et quantitativement par l'augmentation de l'énergie cinétique turbulente et la dissipation moléculaire. Toutes les configurations, initialement perturbées commencent à développer de la turbulence. Pour $t > t_c$ (après le début de l'augmentation de

l'énergie cinétique turbulente), l'écoulement devient asymétrique et tridimensionnel. La formation de boucles oméga, caractéristiques de l'amplification des modes de flexion dans les tourbillons secondaires, et la déformation elliptique des cœurs tourbillonnaires primaires sont observées. Visuellement l'instabilité des modes de flexion dans les tourbillons secondaires est de l'ordre d'une envergure d'avion b. Ces observations corroborent ce qui a pu être observé dans la littérature (section 1.3.2, Figure 1.13) concernant un système composé de quatre tourbillons contrarotatifs.

L'étude paramétrique réalisée a permis d'identifier deux tendances distinctes de dynamique en fonction de l'intensité des tourbillons secondaires : la première tendance C_1 ($-0.2 \leq \zeta \leq -0.1$) caractérise les configurations où les tourbillons secondaires sont 5 à 10 fois moins intenses que les tourbillons primaires issus des bouts d'ailes et la deuxième C_2 ($-0.5 \leq \zeta \leq -0.3$) désigne celles où les tourbillons secondaires sont 2 à 3.3 fois moins intenses que les tourbillons primaires. Concernant les configurations appartenant à C_1 , les structures de vorticité issues des tourbillons secondaires gardent une structure cohérente et très peu de petites structures de vorticité sont présentes dans l'écoulement au cours du temps. Dans ces configurations la turbulence est peu développée. Concernant les configurations appartenant à C_2 , la turbulence est beaucoup plus développée et ce peu importe le ratio des distances χ . Cette turbulence plus intense de ces configurations implique une déstructuration plus importante des tourbillons secondaires en petites échelles de vorticité, caractéristiques des petites échelles de la turbulence. Durant la dynamique bidimensionnelle, les maximums de concentration sont contenus dans les tourbillons secondaires puis les boucles de vorticité des tourbillons secondaires créées autour des tourbillons primaires dans chaque demi-plan s'étirent vers le haut du domaine, libérant ainsi les maximums de concentrations restants vers le haut. Il a été observé que le traceur n'évolue pas dans la zone interne (ou cœur) des tourbillons principaux caractérisée par $r = r_c$, en effet la concentration du traceur est nulle dans cette région. Ce résultat est en accord avec les observations numériques et expérimentales de Brunet (1999) ou encore de Babiano et al. (1987). Ces derniers ont étudié le transport d'un traceur passif dans un champ turbulent bidimensionnel et ont observé que le champ de concentration est seulement étiré et enroulé autour de certains pôles de vorticité et

le traceur ne pénètre jamais à l'intérieur de ces pôles. Pour toutes les configurations réalisées, deux phases principales du mélange dans le système tourbillonnaire ont été identifiées en fonction de l'indice de mélange introduit par Cetegen & Mohamad (1993) : une phase transitoire et une phase asymptotique. Il a été observé que pour toutes les configurations étudiées, la phase transitoire est caractérisée par une augmentation linéaire commune de l'indice de mélange jusqu'à environ $t_l = 1.1s$ après l'initialisation du traceur. Pour toutes les configurations étudiées, cette phase caractérisée par la rotation des tourbillons secondaires autour des primaires, implique un mélange intense et rapide du traceur passif avec le milieu extérieur. Brunet (1999) a étudié l'influence de l'instabilité de Crow dans un système de deux tourbillons de sillage contrarotatifs sur l'indice de mélange du traceur par rapport à un cas non perturbé. Il est à noter que l'initialisation du traceur passif (sous forme de gaussiennes légèrement en dessous du système tourbillonnaire) est identique à celle utilisée par Brunet (1999). Il a observé les mêmes phases de mélange du traceur, toutefois le temps t_l est environ 7 fois inférieur à celui pour le cas de Crow dans l'étude Brunet (1999) montrant que le mélange des concentrations dans un système de quatre tourbillons contrarotatifs est plus rapide que dans une unique paire contrarotative soumis ou non à l'instabilité de Crow. Cette observation confirme l'hypothèse émise dans la section 1.5.3 page 23 que, dans le cas d'un système de quatre tourbillons contrarotatifs, la rotation des tourbillons secondaires autour des primaires implique intuitivement un mélange plus rapide et dispersé du traceur dans chaque demi-plan avec le milieu ambiant comparé au cas d'une unique paire de tourbillons.

Durant la phase bidimensionnelle, concernant les configurations appartenant à C_1 , des concentrations dans les tourbillons primaires sont observées. Une plus faible circulation initiale des tourbillons secondaires permet donc des échanges à l'interface entre les tourbillons primaires et secondaires, impliquant également un rejet plus facile des concentrations maximales hors des tourbillons secondaires dans le milieu extérieur. Concernant les configurations appartenant à C_2 (les concentrations maximales du traceur étant principalement contenu dans les tourbillons secondaires), la circulation plus importante des tourbillons secondaires permet de contenir beaucoup plus le traceur que pour les

configurations appartenant à C_1 . Pour les configurations où les tourbillons secondaires possédant une circulation plus importante ($|Γ_2| > 0.3|Γ_1|$), le traceur est maintenu dans les tourbillons secondaires, et ce peu importe le ratio des distances tourbillonnaires $χ$ étudié. Cela implique moins d'échange (voir aucun dans certaines configurations) sur l'interface entre les tourbillons principaux et secondaires. De plus, il a été observé que le ratio des circulations $ζ$ à une influence positive sur le développement d'instabilités dans les tourbillons secondaires et donc sur la fin de la dispersion des concentrations contenues dans ceux-ci. Les structures de vorticité, pour des tourbillons secondaires 5 à 10 fois moins intense que les tourbillons principaux (tendance C_1), gardent une structure cohérente et peu de petites structures de vorticité sont cr  es au cours du temps. Les concentrations maximales initialement contenues dans les tourbillons secondaires sont alors étirés vers le haut sous l'influence de l'étirements des boucles. Pour des tourbillons secondaires plus intenses (2 à 3,3 fois moins intenses que les tourbillons principaux), l'instabilité des modes de flexion entraine une déstructuration plus importante des tourbillons secondaires en petites échelles de vorticité, caractéristiques des petites échelles de la turbulence. Ces petites échelles créées vont permettre aux faibles concentrations restantes de se mélanger avec le milieu extérieur de façon homogène au-dessus du système tourbillonnaire. Quantitativement, la création importante de petites structures de vorticité s'interprète par les pics d'énergie cinétique turbulente et de dissipation moléculaire. Ces observations illustrent que la déstructuration plus ou moins intense des tourbillons secondaires en petites structures de vorticité implique un mélange des produits issus des jets plus ou moins dispersé selon les configurations d'hypersustentation, confirmant ainsi la deuxième hypothèse  mise dans la section 1.5.3.

Pour revenir vers notre problématique initiale, il est possible de se poser les questions suivantes : quelles configurations d'hypersustentation les concepteurs et pilotes doivent-il préférer concernant la qualité de l'air à l'échelle locale aux alentours des villes et des aéroports ? Est-il préférable d'obtenir des allées tourbillonnaires concentrant la majorité des polluants ou vaut-il mieux répartir les concentrations maximales du système tourbillonnaire de façon plus éparse dans l'air ambiant et ainsi limiter les concentrations vers le sol ? Dans le cas où les tourbillons secondaires sont 5 à 10 fois supérieurs aux tourbillons primaires (C_1),

CONCLUSION & RECOMMANDATIONS

Ce mémoire s'inscrit dans la problématique de dispersion des émissions polluantes issues des moteurs dans le sillage tourbillonnaire d'un avion en phases d'atterrissage et décollage aux alentours aéroports. Les dispositifs d'hypersustentations utilisés lors de cette phase d'approche entraînent la création d'un sillage tourbillonnaire complexe à l'origine du transport des émissions vers le sol. Afin de modéliser la dispersion des émissions d'un avion en configuration hypersustentée aux alentours d'un aéroport, une paire contrarotative de tourbillons (dites paire secondaire) a été ajoutée à la paire contrarotative primaire issue du bout des ailes. La paire secondaire modélise des enroulements d'air complètement formés issus du bord interne des volets qui ont subsisté dans le champ proche étendu de l'avion. Le problème se place après 5 envergures des tourbillons complètement formés en aval de l'avion et a été simplifié à un système tourbillonnaire constitué de deux paires de tourbillons contrarotatifs de forces inégales. Une approche numérique par simulation numérique directe (DNS) à bas Reynolds ($Re = 2000$) a été choisie pour modéliser le problème. Un objectif principal a été poursuivi consistant à étudier numériquement la dynamique de différentes configurations de système à quatre tourbillons contrarotatifs afin d'améliorer la compréhension du mélange et la dispersion d'un traceur passif en configuration hypersustentée.

Le premier chapitre donne en premier lieu des informations sur la création des structures tourbillonnaires complexes en aval de l'avion et leurs évolutions spatio-temporelles. Puis, la dynamique de dispersion des émissions dans deux configurations de sillage tourbillonnaires simplifiées sont présentées : une composée d'une unique paire de tourbillons contrarotatifs (phase de croisière) et une autre constituée de deux paires contrarotatives de forces inégales (phase hypersustentée). La deuxième partie développe le choix, les définitions et les limites de la modélisation numérique du système tourbillonnaire envisagé. Le troisième chapitre rassemble les étapes de validation du modèle numérique. Le chapitre 4 présente en premier lieu la dynamique de dispersion d'un traceur passif d'une configuration de quatre tourbillons de sillage contrarotatifs de référence permettant d'atteindre les deux premiers sous objectifs

de recherche. Puis, d'autres configurations tourbillonnaires qui varient selon les dispositifs d'hypersustentations ont été simulées numériquement afin d'atteindre le troisième sous objectif de recherche.

Les résultats numériques mettent en évidence la formation d'une instabilité d'un mode de flexion dans les tourbillons secondaires déterminant dans la fin de répartition des émissions en haut du système tourbillonnaire. Il a également été observé que la majorité du mélange du traceur avec le milieu extérieur s'effectue pendant la dynamique bidimensionnelle de l'écoulement (les tourbillons secondaires orbitent autour des primaires). Il est ensuite observé que l'amplification plus ou moins intense de l'instabilité du mode de flexion sur les tourbillons secondaires va modifier les processus de fin de mélange du traceur selon les configurations. De plus, dans le cadre de l'étude, il a été observé que l'instabilité du mode elliptique dans le cœur des tourbillons primaires joue un rôle négligeable sur la dispersion du traceur avec le milieu ambiant. Il a été montré que la dispersion des émissions polluantes varie selon le développement plus ou moins intense d'instabilités tridimensionnelles dans le sillage tourbillonnaire de l'avion.

Une étude paramétrique, basée sur l'intensité et la position des tourbillons secondaires, a permis de montrer que différentes stratégies de dispersion des émissions moteurs sont possible dans le sillage tourbillonnaire d'un avion en configuration hypersustentée. Ces stratégies sont basées sur le développement d'instabilités tridimensionnelles au sein des tourbillons secondaires, ont été scindées en deux catégories selon l'intensité de la paire secondaire. La première concentre davantage les émissions vers le centre du système tourbillonnaire qui sont ensuite « expulsées » dans la direction opposée à la vitesse de descente induite du système tourbillonnaire (vers le sol). La deuxième catégorie va homogénéiser plus intensément les émissions en petites concentrations en haut du système tourbillonnaire. Il est conseillé pour la suite de ce travail de fournir des figures 3D de la dynamique des concentrations du traceur dans le champ de vorticité afin de mieux visualiser les différences de répartition des émissions dans l'air ambiant. Il serait alors envisageable

d'établir des stratégies visant à limiter l'impact de l'augmentation des concentrations polluantes autour des axes aériens et zones aéroportuaires sur la qualité de l'air.

Si la possibilité de disperser et répartir différemment les émissions moteurs a été mise en valeur dans ce mémoire, la quantification de l'évolution spatiotemporelle des concentrations polluantes reste à être améliorée afin de mieux comprendre l'influence des paramètres initiaux sur la dynamique de mélange. Pour de futurs travaux, il serait ainsi pertinent d'améliorer l'analyse de la dispersion des émissions en ajoutant l'évolution spatiale de la concentration maximale du traceur au cours du temps. Pour ce faire, il est possible d'envisager d'observer l'évolution d'un rayon équivalent de l'espacement spatiale entre la position de la concentration maximale du traceur et le centre d'un cercle représentatif du « centre tourbillonnaire » en considérant le champ de concentration 3D du traceur moyenné longitudinalement. Cela pourrait donner une idée si une configuration disperse plus loin qu'une autre. De plus, il serait pertinent de quantifier la densité des émissions comprises dans ce cercle équivalent afin d'obtenir des informations plus précises sur l'homogénéisation du traceur durant le développement d'instabilités 3D au sein des tourbillons secondaires.

Pour la suite, il serait très intéressant d'implémenter dans FLUDILES un effet de sol afin de pouvoir étudier le mélange et la dispersion d'un traceur passif dans les systèmes de quatre tourbillons créés et comparer avec les résultats obtenus. Des configurations tourbillonnaires à quatre tourbillons contrarotatifs ont en effet été observées en effet de sol lorsque l'avion est sur le point d'atterrir ou décoller. Cela serait très pertinent pour comparer aux résultats de ce mémoire d'une part et répondre à la problématique de l'impact du secteur aérien sur la qualité de l'air aux alentours des zones aéroportuaires d'autre part.

De plus, afin d'éviter les chevauchements de vorticités entre tourbillons, mais également de tendre vers des tourbillons de sillage plus réalistes, il est recommandé de diminuer les rayons initiaux des tourbillons. Il sera intéressant aussi d'augmenter le nombre de Reynolds pour s'approcher des valeurs réalistes. Cela demandera toutefois un raffinement plus important du maillage et ainsi de plus grandes ressources de calcul.

Finalement, il serait intéressant d'ajouter l'évolution de particules dans la dynamique d'écoulement pouvant modéliser plus précisément chaque produit polluant issu des émissions tels que les NO_x, le CO₂, les PM, etc.

ANNEXE I

VALIDATION DES PROFILS RADIAUX DE VITESSE AZIMUTALE

Le profil de vitesse est initialisé avec un profil de Lamb-Oseen décrit par l'équation 2.17. L'indicateur NSE et l'erreur relative absolue sont reportés dans le Tableau 3.1.

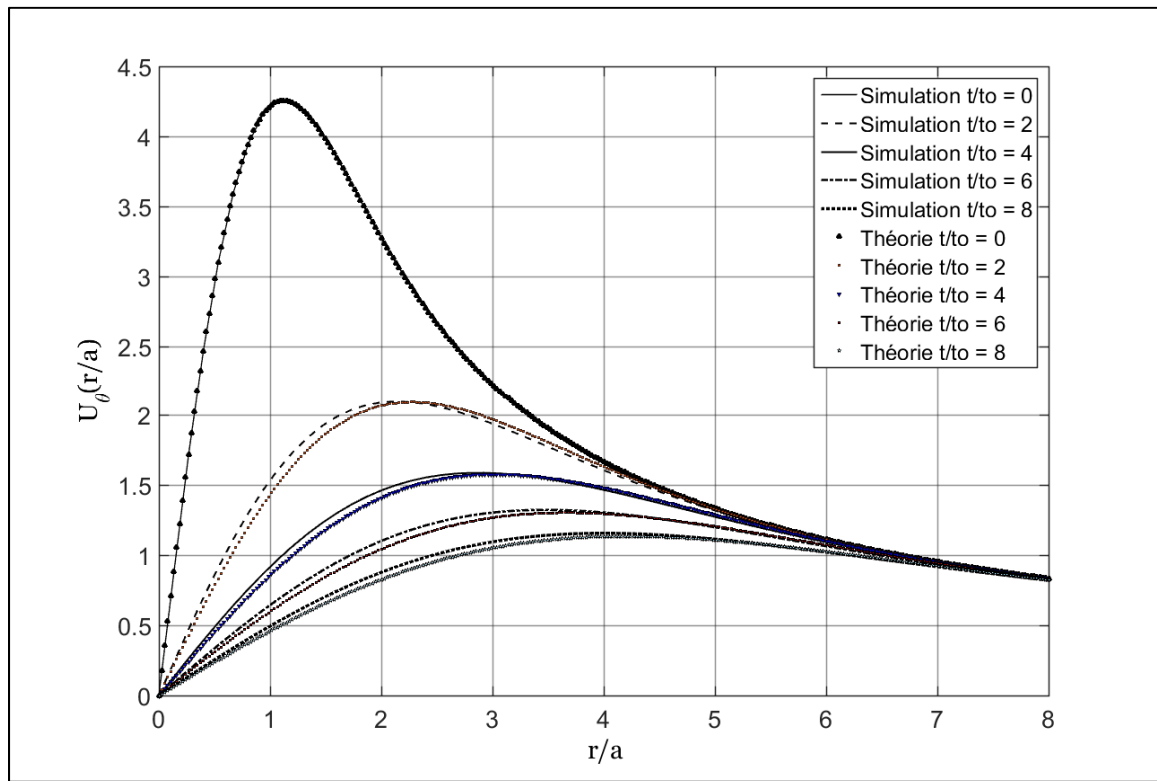


Figure A-I.1 Distributions radiales de la composante tangentielle u_θ du champ de vitesses du tourbillon de Lamb-Oseen pour différents temps pour $Re = 100$

L'indicateur NSE compare les données mesurées (ou simulées) avec les données théoriques et il est compris entre 0 et 1. Quand l'indicateur tend vers 1, cela signifie que les données calculées et théoriques sont identiques. L'indicateur NSE et l'erreur relative entre les profils de vitesse simulés et théoriques du tourbillon de Lamb-Oseen au cours du temps sont très satisfaisants. La NSE ne diminue que très peu au cours du temps et reste très

satisfaisante ($NSE > 0.961$) tandis que l'erreur relative ne dépasse pas 1.5%. À partir de ces données, on peut dire que le tourbillon de Lamb-Oseen dans le cas isolé est valide. La Figure A-I.1 décrit le profil radial de vitesse azimuthale calculé pour différents temps de simulation.

Tableau-A I-1 Indicateur NSE et erreurs relatives
entre les profils de vitesse tangentielle
théoriques et simulés au cours du temps

$t^* = t/t_0$	0	2	4	6	8
NSE	1	0.989	0.978	0.968	0.961
Erreur relative (%)	0	0.25	0.38	0.53	0.76

LISTE DE RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- Barth, M. (2011). Simulation et modélisation de l'aérodynamique des configurations complexes d'avions. Repéré à <http://www.cate.mmu.ac.uk/documents/Publications/Woct03.pdf>
- Batchelor, G. K. (1964). Axial flow in trailing line vortices. *Journal of Fluid Mechanics*, 20(4), 645–658. doi: 10.1017/S0022112064001446
- Betz, A. (1932). Behaviour of Vortex Systems, *XII*(3), 164–174. doi: 10.1002/zamm.19320120307
- Bristol, R., Ortega, J., & Savas, O. (2003). Experimental Study of Corotating Wake-Vortex Merger at Reynolds Numbers of Order 10. *AIAA Journal*, 41(4), 2–5. doi: 10.2514/2.2006
- Bristol R., Ortega J., & Savas, O. (2004). On cooperative instabilities of parallel vortex pairs. *Cambridge University Press*, 517, 331–358. doi: 10.1017/S0022112004001016
- Brunet, S. (1999). Etude numérique et expérimentale du mélange des jets de moteurs dans les tourbillons de sillage d'un avion de ligne. Repéré à <https://www.theses.fr/1999AIX11048>
- Cetegen, B. M., & Mohamad, N. (1993). Experiments on liquid mixing and reaction in a vortex. *Journal of Fluid Mechanics*, 249, 391-414. doi: 10.1017/S0022112093001223
- Chatelain, P., Curioni, A., Bergdorf, M., Rossinelli, D., Andreoni, W., & Koumoutsakos, P. (2008). Billion vortex particle direct numerical simulations of aircraft wakes. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 197(13–16), 1296–1304. doi: 10.1016/j.cma.2007.11.016
- Crow, S. C. (1970). Stability theory for a pair of trailing vortices. *AIAA Journal*, 8(12), 2172–2179. doi: 10.2514/3.6083
- Donaldson, C. D., & Bilanin, A. J. (1975). Vortex Wakes of Conventional Aircraft. *AGARD*, (AGARD-AG-204), 88. Repéré à <http://www.dtic.mil/dtic/tr/fulltext/u2/a011605.pdf>
- Doran Pascal. (2017). Étude des instabilités des tourbillons de sillage d'avion en effet de sol. École de technologie supérieure. Repéré à http://espace.etsmtl.ca/1947/1/DORAN_Pascal.pdf

- Fabre, D., & Jacquin, L. (2000a, 2000b). Stability of a four-vortex aircraft wake model. *Physics of Fluids*, 12(10), 2438–2443. doi: 10.1063/1.1289397
- Fabre, D., Jacquin, L., & Loff, A. (2002). Optimal perturbations in a four-vortex aircraft wake in counter-rotating configuration. *Journal of Fluid Mechanics*, 451. doi: 10.1017/S0022112001006954
- Fabre, D. (2002). Instabilités et instationnarités dans les tourbillons: Application aux sillages d'avions. Université Paris VI, Paris. Repéré à https://www.imft.fr/IMG/pdf/Fabre_These_Part1.pdf
- Ferreira Gago, C., Brunet, S., & Garnier, F. (2002). Numerical Investigation of Turbulent Mixing in a Jet/Wake Vortex Interaction. *Aiaa Journal*, 40(2), 276–284. doi: 10.2514/2.1643
- Gerz, T., Dürbeck, T., & Konopka, P. (1998). Transport and effective diffusion of aircraft emissions. *Journal of Geophysical Research Atmospheres*, 103(D20), 25905–25913. doi: 10.1029/98JD02282
- Graham, A., & Raper, D. (2003). Air quality in airport approaches: impact of emissions entrained by vortices in aircraft wakes. *Manchester Metropolitan*, (October), 1–7. Repéré à <http://www.cate.mmu.ac.uk/documents/Publications/Woct03.pdf>
- Holzäpfel, F., Hofbauer, T., Darracq, D., Moet, H., Garnier, F., & Gago, C. F. (2003). Analysis of wake vortex decay mechanisms in the atmosphere. *Aerospace Science and Technology*, 7(4), 263–275. doi: 10.1016/S1270-9638(03)00026-9
- Jacquin, L., Fabre, D., Geffroy, P., & Coustols, E. (2001). The properties of a transport aircraft wake in the extended near field - An experimental study. *39th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, (AIAA 2001-1038).doi: 10.2514/6.2001-1038
- Jacquin, L., Fabre, D., Sipp, D., Theofilis, V., & Vollmers, H. (2003, December 1). Instability and unsteadiness of aircraft wake vortices. *Aerospace Science and Technology*. Elsevier Masson. doi: 10.1016/j.ast.2003.06.001
- Leweke, T. (2016). Dynamics and Instabilities of Vortex Pairs. *Annu. Rev. Fluid Mech*, 48, 507–543. doi: 10.1146/annurev-fluid-122414-034558
- Moore, D. W., & Saffman, P. G. (1975). The Instability of a Straight Vortex Filament in a Strain Field. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 346(1646), 413–425. doi: 10.1098/rspa.1975.0183

- Ortega, J. (2001). Stability characteristics of counter-rotating vortex-pairs in the wakes of triangular-flapped airfoils. Berkeley. Repéré à <https://wci.llnl.gov/codes/cafda/media/pdf/jortega.pdf>
- Paoli, R., & Garnier, F. (2005, May 1). Interaction of exhaust jets and aircraft wake vortices: Small-scale dynamics and potential microphysical-chemical transformations. *Comptes Rendus Physique*. Elsevier Masson. doi: 0.1016/j.crhy.2005.05.003
- Paugam, R., Paoli, R., & Cariolle, D. (2010). Influence of vortex dynamics and atmospheric turbulence on the early evolution of a contrail. *Atmospheric Chemistry and Physics*, 10(8), 3933–3952. doi: 10.5194/acp-10-3933-2010
- Poinsot, T. J., & Lele, S. K. (1992). Boundary conditions for direct simulations of compressible viscous flows. *Journal of Computational Physics*, 101(1), 104–129. doi: 10.1016/0021-9991(92)90046-2
- Quackenbush, T. R., Boschitsch, A. H., Bilanin, A. J., Associate, S., & Dynamics, C. (2013). Computational and Experimental Studies in Multipair Wake Vortex Instabilities. *31st AIAA Applied Aerodynamics Conference*, 1–19. doi: 10.2514/6.2013-3190
- Rennich, S. C., & Lele, S. K. (1997). Numerical Method for Incompressible Vortical Flows with Two Unbounded Directions. *Journal of Computational Physics*, 137(1), 101–129. doi: 10.1006/jcph.1997.5796
- Rennich, S. C., & Lele, S. K. (1999). Method for Accelerating the Destruction of Aircraft Wake Vortices. *Journal of Aircraft*, 36(2), 398–404. doi: 10.2514/2.2444
- Roy, C., Leweke, T., Thompson, M. C., & Hourigan, K. (2011). Experiments on the elliptic instability in vortex pairs with axial core flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 677, 383–416. doi: 10.1017/jfm.2011.91
- Saffman, P. G. (1992). Vortex dynamics. Cambridge, Cambridge University Press.
- Tsai, C. Y., & Widnall, S. E. (1976). The stability of short waves on a straight vortex filament in a weak externally imposed strain field. *Journal of Fluid Mechanics*, 73(4), 721–733. doi: 10.1017/S0022112076001584
- van Dyke, M., & White, F. M. (1982). An Album of Fluid Motion. *Journal of Fluids Engineering*, 104(4), 542. doi: 10.1115/1.3241909
- Widnall, S. E., Bliss, D. B., & Tsai, C. Y. (1974). The instability of short waves on a vortex ring. *Journal of Fluid Mechanics*, 66(1), 35–47. doi: 10.1017/S0022112074000048

Williamson, C. H. K., Leweke, T., Asselin, D. J., & Harris, D. M. (2014). Phenomena, dynamics and instabilities of vortex pairs. *Fluid Dynamics Research*, 46(6), 507–543. doi: 10.1088/0169-5983/46/6/061425

ClicCours.com