

TABLE DES MATIÈRES

INTRODUCTION	1
CHAPITRE 1 LE MARCHÉ FX	5
1.1 Le volume	5
1.2 Les participants	7
1.3 Les produits disponibles	10
1.3.1 Transactions au comptant	11
1.3.2 Transactions à terme	13
1.3.3 Contrats à terme	15
1.3.4 FX Swaps	16
1.3.5 Swaps de devises	18
1.3.6 Options	19
CHAPITRE 2 REVUE DE LITTÉRATURE	21
2.1 Volatilité	21
2.1.1 Impact sur la liquidité	22
2.1.2 Méthodes de mesure	23
2.1.3 Types de données	24
2.2 Volatilité historique	26
2.2.1 Exponentially Weighted Moving Average (EWMA)	28
2.2.2 Smooth Transition Exponential Smoothing (STES)	28
2.3 Volatilité conditionnelle	29
2.3.1 Modèle ARCH	29
2.3.2 Modèle GARCH	30
2.3.3 Analyse d'une série temporelle financière	32
2.3.4 Fonctions de vraisemblance	41
2.3.5 Analyse des résidus et comparaison de modèles	43
CHAPITRE 3 VOLATILITÉ IMPLICITE	47
3.1 Black-Scholes	47
3.2 VIX et VXO	54

3.3	Prédictions de la volatilité	58
3.4	EUVIX, JYVIX	60
3.4.1	Analyse des séries EUR/USD, USD/JPY	62
3.5	Volatilité implicite et volatilité future	65
3.5.1	Régressions (VF_t , IV_t).....	68
3.5.2	Régressions (VF_t , IV_t , VA_t)	71
3.5.3	Régressions sur intervalles identiques (VF_t , IV_t).....	73
CHAPITRE 4 PRÉDICTION DE LA VOLATILITÉ FUTURE.....		75
4.1	IVGARCH(q,p,g)	75
4.2	Analyse des séries temporelles	77
4.3	Performance en échantillon	79
4.4	Analyse des résidus en échantillon	81
4.5	Performance hors échantillon	84
4.6	Analyse des résidus hors échantillon	87
4.7	L'anticipation de périodes de volatilité élevée	89
CHAPITRE 5 APPLICATION EN CONTEXTE RÉEL.....		91
5.1	Système d'investissement actif.....	91
5.2	Résultats du système.....	99
5.3	Simulations	100
CONCLUSION.....		105
RECOMMANDATIONS		107
ANNEXE I TEST D'INDÉPENDANCE		109
ANNEXE II SYSTÈME D'INVESTISSEMENT ACTIF		113
LISTE DE RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....		141

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 1.1	Volume d'activité par pays	6
Tableau 1.2	Volume d'activité par devise	6
Tableau 1.3	Volume d'activité par paire de devises	7
Tableau 1.4	Volume d'activité journalier par type d'instrument, exprimé en milliards de dollar US.....	11
Tableau 1.5	Tailles standardisées de certains contrats à terme	16
Tableau 2.1	Test KPSS sur les taux et les rendements journaliers de EUR/USD.....	34
Tableau 2.2	Test Ljung-Box sur les carrés des rendements de EUR/USD	35
Tableau 2.3	Caractéristiques de la série des rendements logarithmiques journaliers de EUR/USD	38
Tableau 3.1	Options considérées dans le calcul du VXO	54
Tableau 3.2	Caractéristiques des séries des rendements de EUR/USD et USD/JPY.....	63
Tableau 3.3	Moyennes des VF selon différents centiles de IV	68
Tableau 3.4	Résultats des régressions (VF_t, IV_t).....	70
Tableau 3.5	Résultats des régressions (VF_t, IV_t, VA_t).....	72
Tableau 3.6	Corrélation (VF_t, IV_t).....	74
Tableau 4.1	Test KPSS des carrés des rendements de EUR/USD et USD/JPY	77
Tableau 4.2	Test Ljung-Box des carrés des rendements de EUR/USD et USD/JPY	79
Tableau 4.3	Résultats en échantillon pour GARCH(1,1) et IVGARCH(1,1,1)	80
Tableau 4.4	Tests statistiques des résidus en échantillon avec 2 degrés de liberté pour GARCH(1,1) et 3 pour IVGARCH(1,1,1)	83

XIV

Tableau 4.5	Paramètres initiaux estimés avec les données du 16 janvier 2007 au 15 janvier 2016	85
Tableau 4.6	Résultats des prédictions hors échantillon.....	86
Tableau 4.7	Tests statistiques des résidus hors échantillon avec 2 degrés de liberté pour GARCH(1,1) et 3 pour IVGARCH(1,1,1).....	88
Tableau 5.1	Résultats (en pips) du système d'investissement pour GARCH(1,1) et IVGARCH(1,1,1)	99
Tableau 5.2	Rendements annuels du système	102

LISTE DES FIGURES

Figure 1.1	Sessions actives du marché FX dans le monde	6
Figure 1.2	Proportion du volume d'activité effectué par type de participant.....	10
Figure 1.3	Illustration d'un FX swap.....	17
Figure 1.4	Illustration d'un swap de devises	19
Figure 2.1	Taux et rendements journaliers de EUR/USD.....	33
Figure 2.2	Autocorrélation des carrés des rendements de EUR/USD	36
Figure 2.3	QQ plot de la série des rendements de EUR/USD et d'une série distribuée normalement	38
Figure 2.4	QQ Plot de la série des rendements de EUR/USD et de multiples séries distribuées selon une loi de Student ou normale	40
Figure 3.1	Volatility Smile	52
Figure 3.2	Volatility Skew.....	53
Figure 3.3	Taux et rendements logarithmiques journaliers de EUR/USD et USD/JPY du 16 janvier 2007 au 29 décembre 2016.....	62
Figure 3.4	QQ plot des séries des rendements de EUR/USD et USD/JPY et d'une série distribuée normalement ou selon une loi de Student.....	64
Figure 3.5	Relation entre IV et VF pour EUR/USD.....	66
Figure 3.6	Relation entre IV et VF pour USD/JPY	67
Figure 4.1	Autocorrélation et autocorrélation partielle des carrés des rendements de EUR/USD et USD/JPY	78
Figure 4.2	Résidus en échantillon.....	81

Figure 4.3	Résidus standardisés en échantillon	82
Figure 4.4	Résidus standardisés hors échantillon	87
Figure 4.5	Variance réalisée comparée aux variances conditionnelles obtenues	89
Figure 5.1	Capture d'écran du prix affiché d'une option de vente	98
Figure 5.2	Simulations de l'utilisation du système d'investissement	101

LISTE DES ABRÉVIATIONS, SIGLES ET ACRONYMES

AIC	Akaike Information Criteria
ARCH	Autoregressive Conditional Heteroskedasticity
AUD	Australian Dollar
BRL	Brazilian Real
CAD	Canadian Dollar
CBOE	Chicago Board Options Exchange
CHF	Swiss Franc
CLS	Continuous Linked Settlement
CNY	Chinese Yuan
DEM	Deutsche Mark
EGARCH	Exponential GARCH
EUR	Euro
EWMA	Exponentially Weighted Moving Average
FX	Foreign Exchange
GARCH	Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity
GBP	Pound Sterling
IV	Implied Volatility
IVGARCH	Implied Volatility GARCH
JPY	Japanese Yen
LLF	Loglikelihood Function
MAE	Mean Absolute Error
MSE	Mean Standard Error

XVIII

MXN	Mexican Peso
NZD	New Zealand Dollar
PIB	Produit Intérieur Brut
QQ	Quantile-Quantile
RAS	Région administrative spéciale
RMSE	Root Mean Square Error
RV	Realized Variance
SEK	Swedish Krona
SGD	Singapore Dollar
SI	Sigma Index
STES	Smooth Transition Exponential Smoothing
USD	United States Dollar
VA	Volatilité Antérieure
VF	Volatilité Future
VS	Variance Swap

INTRODUCTION

Le marché des devises, communément appelé le marché FX (*foreign exchange market*, en anglais), est caractérisé par sa décentralisation, son haut niveau de volatilité, son effet de levier élevé disponible, sa dispersion géographique et son gigantesque volume. Il existe afin d'offrir l'opportunité d'échanger une quantité de devises spécifique pour une autre, permettant ainsi de faciliter les affaires internationales et les investissements.

La valeur des transactions journalières au sein du marché FX atteint en moyenne 5.1 trillions de dollars US (source : Bank for International Settlements), comparativement à environ 325 milliards US pour le marché mondial des actions (source : World Federation of Exchanges).

Les transactions effectuées dans ce marché peuvent généralement être catégorisées en trois types d'objectifs :

1. Échange de devises pour combler un besoin opérationnel.
2. Gestion des risques financiers.
3. Recherche de profits.

Bien que les taux de change des devises soient désormais établis selon le marché pour les pays développés ayant des marchés matures ainsi que des instances gouvernementales efficaces pouvant intervenir en cas de besoin, ce n'est pas le cas pour tous les pays.

En effet, pour la majorité des pays en développement, un régime de change fixe est utilisé. Dans ce cas, le taux de change de la devise locale se trouve à être contrôlé uniquement par les actions de la banque centrale du pays concerné. Le taux est alors fixe par rapport à une autre devise telle que l'Euro ou le dollar US. La banque centrale du pays détiendra donc une très grande réserve de la devise étrangère à laquelle le taux de la devise locale est fixé afin de répondre aux besoins des investisseurs et autres demandeurs.

La décision d'utiliser un tel régime est principalement effectuée dans le but d'apporter une certaine stabilité pour les investisseurs. Lorsqu'un taux est fixé, un investisseur est donc protégé de la volatilité que pourrait subir la devise étrangère. Cependant, il peut arriver qu'une devise étrangère dont le taux est fixe se retrouve à être surévaluée avec le temps. Dû à cette surévaluation, ceux ayant en leur possession la devise locale concernée s'empressent d'échanger celle-ci contre la devise à laquelle le taux est fixé. Cet empressement fait en sorte de vider les réserves en devise étrangère de la banque centrale du pays, ne donnant ainsi pas d'autres choix que d'établir un nouveau taux fixe, inférieur, ou bien de rendre la valeur de la devise désormais établie selon le marché.

Problématique

Lorsque la valeur d'une devise est établie selon le marché, celle-ci subira désormais des variations de sa valeur. Le terme volatilité dans le marché FX désigne l'ampleur de ces variations pour une période définie. La volatilité est un sujet d'intérêt fortement étudié dû à ses effets potentiels sur les affaires mondiales, l'économie, les investissements internationaux et les possibilités de générer des profits. À partir du moment où le système des taux de change fixes s'est écroulé en 1973 et que la majorité des taux serait dorénavant établie selon le marché, il est devenu primordial pour les entreprises et autres institutions de bien pouvoir modéliser cette volatilité résultante afin de gérer leurs risques financiers. Ces institutions, désormais exposées au risque de fluctuations possibles de la valeur des devises en leur possession, attribuent une très grande importance à la capacité de pouvoir prévoir ces variations à l'avance. Pour tout type de participant au sein du marché, il est également possible de générer des profits uniquement via la volatilité en utilisant, entres autres, certains produits financiers dérivés.

Objectif

L'objectif de la recherche est de démontrer si l'information contenue dans les données concernant la volatilité implicite des options sur les contrats à terme des paires de devises EUR/USD et USD/JPY est utile lorsque nous voulons améliorer les prédictions de la volatilité future de ces deux paires.

Méthodologie

Les principales étapes que nous ferons pour atteindre cet objectif sont les suivantes :

- Effectuer une analyse des recherches entreprises concernant la volatilité des marchés ainsi que les modèles de prédictions de celle-ci existants à ce jour.
- Identifier le type de données nécessaires concernant la volatilité implicite et procéder à une analyse visant à établir la corrélation entre ces données et la volatilité future.
- Établir si les données antérieures de la volatilité implicite contiennent de l'information additionnelle sur la volatilité future que la dernière valeur de volatilité implicite ne possède pas.
- Intégrer les données concernant la volatilité implicite dans un modèle autorégressif de prédiction de la volatilité future.
- Analyser les résultats de prédictions obtenus afin de déterminer si l'utilisation de ces données peut être bénéfique.

Organisation du rapport

Le travail sera organisé comme suit. Le chapitre 1 présente les généralités du marché des devises et le fonctionnement de certains produits financiers au sein de celui-ci. Dans le chapitre 2, une revue de littérature concernant la volatilité, les modèles de prédictions de celle-ci ainsi que la volatilité implicite est présentée. Le chapitre 3 démontre la corrélation entre la volatilité implicite et la volatilité future pour les paires de devises étudiées. Au chapitre 4, la volatilité implicite est utilisée au sein d'un modèle autorégressif afin d'évaluer

la performance de celle-ci lorsqu'il s'agit d'effectuer des prédictions de la volatilité à venir. Le chapitre 5 présente une méthode d'utilisation de la volatilité implicite dans un contexte d'investissement actif. La conclusion et les recommandations sont présentées à la fin.

CHAPITRE 1

LE MARCHÉ FX

1.1 Le volume

La demande en termes de devises de plusieurs types de participants provenant de partout à travers le monde est constante. En raison de la nature du marché FX, celui-ci est ouvert et accessible en tout temps, sauf les fins de semaine, via des courtiers ou des institutions financières. Bien que le marché soit ouvert 24 heures sur 24 durant la semaine, la notion d'heures d'ouverture est tout de même très importante lorsqu'il s'agit du volume de transactions. En effet, on pourra parler d'une session lorsque l'on parle de la période durant laquelle certaines institutions sont actives sur le marché et transigent. La session durant laquelle celles-ci vont être actives sera l'intervalle de temps où la majorité du volume journalier sera condensé pour le secteur géographique où ces institutions sont localisées.

Ces sessions ne sont pas établies comme étant officielles, mais plutôt généralement acceptées dû au fait que le volume de transactions s'y accroît de manière importante. À l'heure locale, ces sessions sont de 8h à 17h. Donc si nous sommes à l'heure de l'Est d'été (UTC - 4:00), par exemple à New York, les sessions sont comme suit :

- New York : 8h à 17h.
- Sydney : 18h à 3h.
- Tokyo : 19h à 4h.
- Londres : 3h à 12h.

Le Royaume-Uni ainsi que les États-Unis sont les deux pays où, combinés, ils comptent pour 56.4% du volume total de transactions du marché FX (36.9% et 19.5%). Conséquemment, lorsque les sessions de Londres et de New York sont actives en même temps, soit de 8h à 12h, il s'agit de l'intervalle de temps où le marché FX est le plus actif.

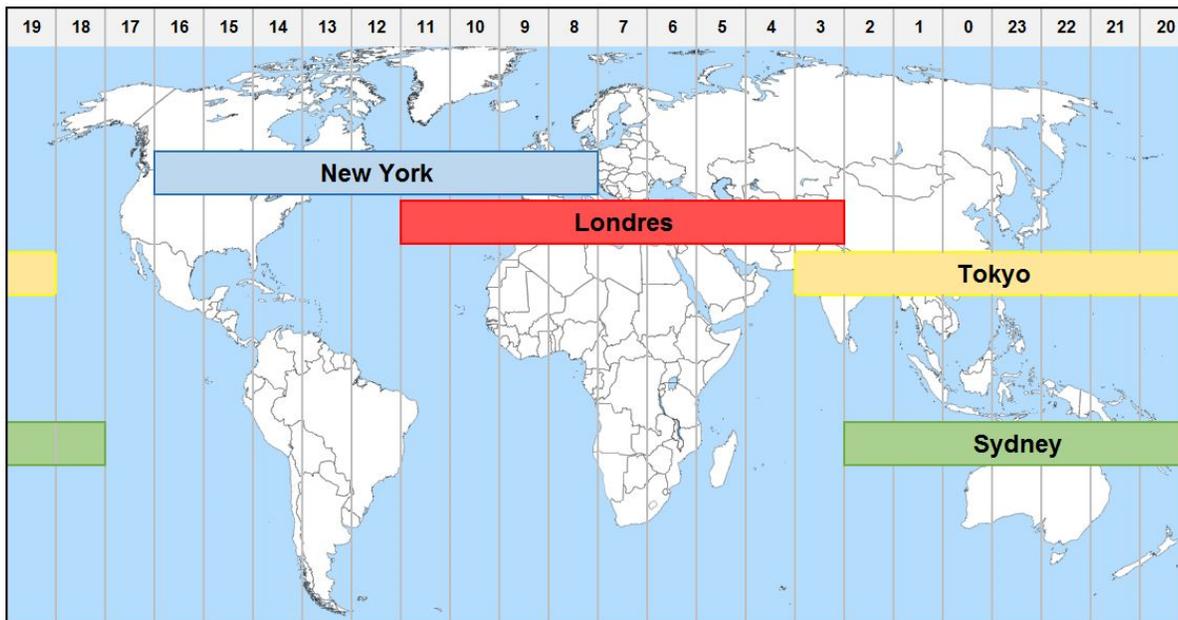


Figure 1.1 Sessions actives du marché FX dans le monde

Les tableaux suivants illustrent la répartition du volume au sein du marché en indiquant les données moyennes journalières, en ordre décroissant. Le volume est exprimé en milliards de dollars US (source : Bank for International Settlements).

Tableau 1.1 Volume d'activité par pays

Position	Pays	Volume	Proportion
1	Royaume-Uni	2406	36.90%
2	États-Unis	1272	19.50%
3	Singapour	517	7.90%
4	Hong Kong (RAS)	437	6.70%
5	Japon	399	6.10%
6	France	181	2.80%
7	Suisse	156	2.40%
8	Australie	121	1.90%
9	Allemagne	116	1.80%
10	Danemark	101	1.50%

Tableau 1.2 Volume d'activité par devise

Position	Devise	Proportion
1	USD	43.80%
2	EUR	15.70%
3	JPY	10.80%
4	GBP	6.40%
5	AUD	3.50%
6	CAD	2.60%
7	CHF	2.40%
8	CNY	2.00%
9	SEK	1.10%
10	NZD	1.10%

Tableau 1.3 Volume d'activité par paire de devises

Position	Paire	Proportion
1	USD/EUR	23.10%
2	USD/JPY	17.80%
3	USD/GBP	9.30%
4	USD/AUD	5.20%
5	USD/CAD	4.30%
6	USD/CNY	3.80%
7	USD/CHF	3.60%
8	EUR/GBP	2.00%
9	USD/MXN	1.80%
10	USD/SGD	1.60%

1.2 Les participants

Nous pouvons regrouper les participants du marché FX dans plusieurs catégories (source : Bank for International Settlements).

Institutions financières (volume large)

Cette catégorie comprend les grandes banques commerciales ou d'investissements ainsi que les grandes firmes de courtage. Les participants dans cette catégorie sont soit (i) actifs dans le marché interrevendeur (inter-dealer market, en anglais) et/ou (ii) font affaires avec des clients

importants, comme les grandes entreprises, les organismes gouvernementaux et les autres institutions financières de plus petite taille.

Institutions financières (volume faible)

Comprends les banques et firmes d'investissements de plus petite taille qui, généralement, ne vont pas agir dans le marché interrevendeur et vont plutôt faire affaire directement avec les grandes institutions.

Investisseurs institutionnels

Comprends les fonds mutuels, fonds de pension ainsi que les compagnies d'assurances. Ce type de participants est dans le marché FX principalement pour investir ou bien pour la gestion de leurs risques financiers liés à ce marché.

Fonds alternatifs

Type de firme d'investissement utilisant un très vaste éventail de stratégies d'investissement n'étant généralement pas assujetti à des restrictions en ce qui concerne les emprunts et les marges nécessaires pour effectuer ces stratégies. L'usage de produits dérivés au sein de plusieurs types de marchés est souvent effectué dans le but de gérer leurs risques ou de spéculer sur divers titres, devises ou autres actifs.

Firmes d'investissement spécialisées

Ce type de firmes d'investissement utilise des stratégies à la fine pointe de la technologie très précises et souvent sur un intervalle de temps très rapide, c'est-à-dire que l'achat et la vente d'actif, ou vice versa, se fait très rapidement, parfois en termes de secondes.

Institutions financières officielles

Cette catégorie comprend les banques centrales, les fonds souverains et les institutions financières internationales du secteur public.

Détaillants

Type de revendeur sur le marché FX offrant leurs services aux investisseurs individuels. Ces revendeurs vont chercher la liquidité nécessaire pour les opérations de leurs clients auprès des grandes institutions financières.

Clients standards

Cette catégorie comprend les participants ne pouvant pas être considérés comme étant une organisation dans le domaine de la finance. On parle donc des entreprises, des autres organismes gouvernementaux ainsi que des investisseurs individuels.

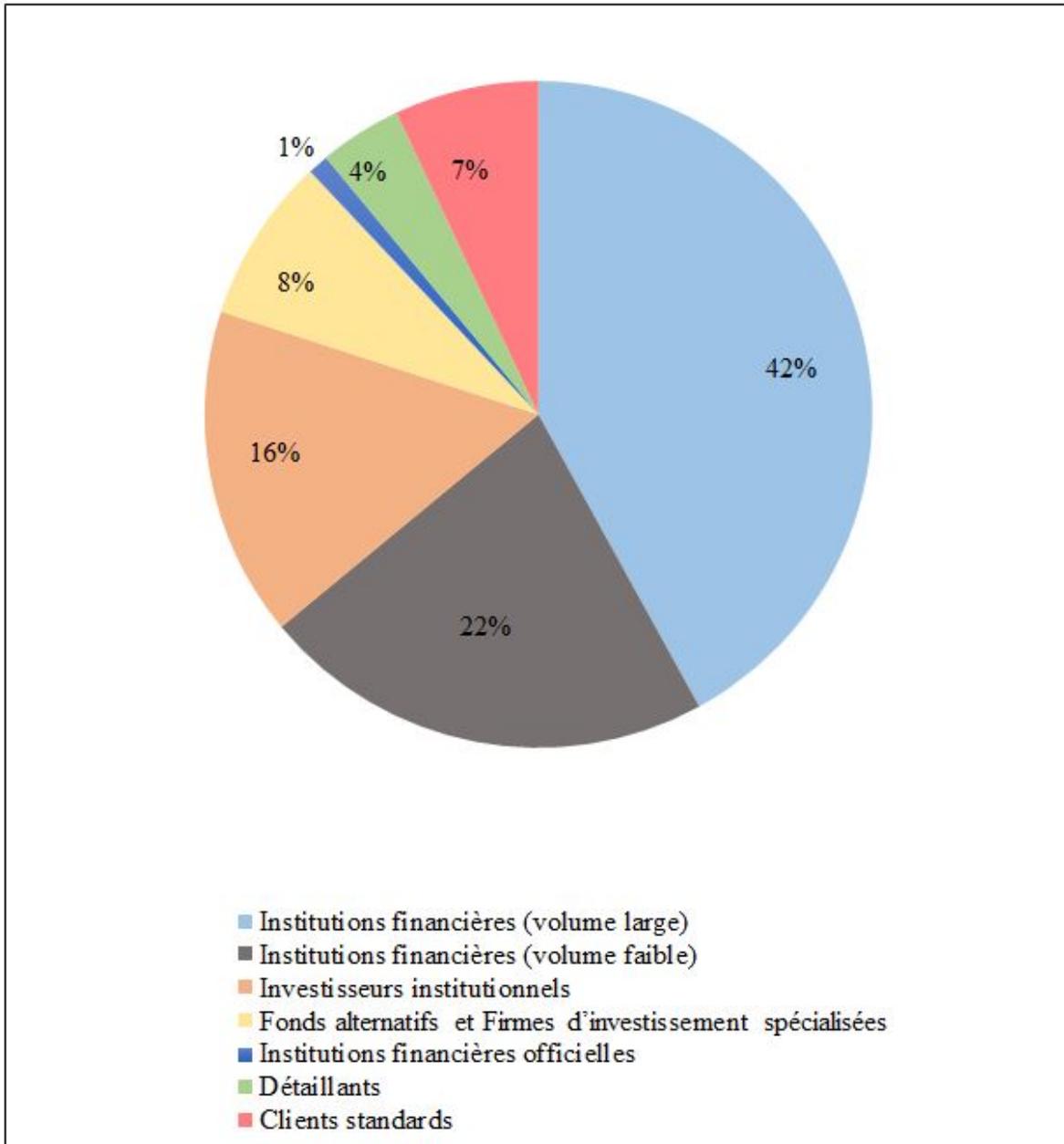


Figure 1.2 Proportion du volume d'activité effectué par type de participant

1.3 Les produits disponibles

Une multitude de produits existent au sein du marché FX afin de répondre aux besoins de divers participants.

Tableau 1.4 Volume d'activité journalier par type d'instrument, exprimé en milliards de dollar US

Position	Instrument	Volume	Proportion
1	FX swaps	2378	46.90%
2	Transactions au comptant	1652	32.60%
3	Transactions à terme	700	13.80%
4	Options et autres produits dérivés	254	5.00%
5	Swaps de devises	82	1.70%

1.3.1 Transactions au comptant

Sur le marché des devises au comptant, les taux de change subissent continuellement des variations. Il est très important de savoir que les taux sur ce marché peuvent varier d'un courtier à un autre, car ce marché est décentralisé, c'est-à-dire que les transactions ne sont pas procédées via un échange. Ces taux sont toujours identifiés pour une paire de devises donnée. Par exemple, nous avons un taux pour l'euro (EUR) et le dollar US (USD), EUR/USD, affiché à 1.2384. Ce taux signifie que 1 euro vaut actuellement 1.2384 dollars US.

Il faut savoir que pour une paire de devises, il y a toujours la devise de base ainsi que la devise cotée. La valeur de la devise cotée est toujours donnée pour une unité de la devise de base. Lorsque nous avons un taux, par exemple EUR/USD, ici l'euro est la devise de base et le dollar US la devise cotée.

Un taux pourrait-il tout de même être donné pour USD/EUR? Il est possible d'observer de tels taux de change, par contre, il existe une liste de priorité généralement acceptée, qui dicte quelle devrait être la devise de base :

1. L'euro (EUR)
2. La livre sterling (GBP)
3. Le dollar australien (AUD)
4. Le dollar néo-zélandais (NZD)
5. Le dollar US (USD)

6. Le dollar canadien (CAD)
7. Le franc suisse (CHF)
8. Le yen (JPY)

Donc si nous voulons obtenir la valeur du USD par rapport au CHF, la devise de base sera le USD. Et si l'on veut savoir la valeur du USD par rapport au AUD, la devise de base sera le AUD.

Il faut savoir que cet ordre de priorité n'est pas standardisé officiellement. Bien que cet ordre soit généralement utilisé auprès des courtiers, on peut toujours observer des taux où la devise de base n'est pas selon l'ordre. Par exemple, dans un bureau de change canadien, il y aura toujours un taux de change CAD/USD affiché.

Comme les taux sont toujours donnés pour une paire de devises, il y a toujours deux devises qui sont impliquées lors d'une opération. Lorsque nous achetons ou vendons une paire, il s'agit donc d'acheter une devise et en vendre une autre simultanément. Il est également possible d'ouvrir une position sur le marché FX au comptant pour une paire de devises, sans nécessairement effectuer l'échange concret de celles-ci.

Prenons un exemple où un investisseur croit que le EUR prendra de la valeur, et/ou que le USD perdra de la valeur durant un intervalle de temps donné. L'investisseur peut ouvrir une position en achetant la paire EUR/USD et ensuite fermer cette position lorsqu'il aura atteint un certain profit désiré, ou une certaine perte non désirée.

Si l'investisseur ouvre une position de 100 000 unités en achetant la paire EUR/USD lorsque le taux est de 1.3174, puis ferme celle-ci lorsque le taux est à 1.3095, il aura subi une perte.

$$\frac{+\$75,907.09 \text{ EUR} \times 1.3174 \quad -\$100,000 \text{ USD}}{-\$76,365.03 \text{ EUR} \times 1.3095 \quad +\$100,000 \text{ USD}} = \frac{-\$457.94 \text{ EUR}}{0}$$

La perte sera de $\$457.94 \text{ EUR} \times 1.3095 = \599.67 USD

Nous pouvons également calculer le profit ou la perte lors d'un achat avec les taux lors de l'ouverture et la fermeture de la position comme suit :

$$\frac{\text{Taux à la fermeture} - \text{Taux à l'ouverture}}{\text{Taux à l'ouverture}} \times \text{Nombre d'unités} \quad (1.1)$$

Pour une position de vente, simplement multiplier par -1.

1.3.2 Transactions à terme

Une transaction à terme (Forward, en anglais) est effectuée par les participants du marché FX dans le but d'obtenir un taux de change fixé d'avance. En ayant cela, le participant est à l'abri du risque lié à la variation possible du taux de change, soit la volatilité du marché. Cette variation pourrait possiblement être positive, ou négative pour le participant.

Dans ce type de transaction, les deux partis s'entendent pour s'échanger un certain montant convenu d'une devise contre une autre à une date ultérieure convenue. On nommera le taux de change fixé d'avance comme étant le taux forward. Ce taux est toujours calculé de manière à éliminer la différence entre les taux d'intérêts des pays liés aux devises échangées. Les taux utilisés seront les taux établis par les banques centrales.

Par exemple, si le taux d'intérêt sans risque au Canada est de 4% et aux États-Unis 1%, la différence entre ces deux taux est de 3%. Donc, si l'on empruntait du USD pour obtenir du CAD, on pourrait obtenir un rendement sans risque supérieur de 3% dans un compte à terme

de ce pays. Une transaction à terme doit donc tenir compte de ce rendement possible. Les points forward le considèrent en modifiant le taux de change actuel vers le taux forward.

Si nous avons \$100,000 USD que nous désirons investir dans le marché d'actions canadiennes pour une période de 6 mois, nous devons échanger nos USD afin d'obtenir du CAD. Les taux sans risque canadien et américain sont de 4% et 1%, respectivement. Le taux USD/CAD est actuellement de 1.2569. Nous désirons également nous protéger des variations du marché FX en utilisant une transaction à terme.

$$\$100,000 \text{ USD} \times 1 + 0.01 \frac{180}{360} = \$100,500 \text{ USD}$$

$$\$100,000 \text{ USD} \times 1.2569 = \$125,690 \text{ CAD}$$

$$\$125,690 \text{ CAD} \times 1 + 0.04 \frac{180}{360} = \$128,203.80 \text{ CAD}$$

$$\$100,500 \text{ USD} = X \$128,208.80 \text{ CAD}$$

$$X = 0.7839$$

$$1/0.7839 = 1.2757$$

$$\text{Points forward} = 1.2757 - 1.2569 = 0.0188$$

$$\text{Taux forward} = 1.2569 + 0.0188 = 1.2757$$

$$\text{Points forward/Taux actuel} = \sim 1.5\%$$

Le taux forward USD/CAD est donc supérieur d'environ 1.5% comparativement au taux actuel, considérant ainsi exactement le rendement additionnel obtenu si l'on investissait, durant cette période, au taux sans risque canadien par rapport au taux sans risque américain.

Également, pour calculer les points forward directement :

$$\text{Points forward} = S (iq - ib) \left(\frac{t}{360} \right) 100 \quad (1.2)$$

$$\text{Le taux forward } (F) = S \frac{1 + iq \frac{t}{360}}{1 + ib \frac{t}{360}} \quad (1.3)$$

Où

S = Le taux de change actuel (spot rate)

ib = Le taux d'intérêt du pays de la devise de base

iq = Le taux d'intérêt du pays de la devise cotée

t = Le nombre de jours entre la date de l'entente et la date où l'échange aura lieu

1.3.3 Contrats à terme

Presque identiques aux transactions à terme (Forward), les contrats à terme (Futures, en anglais) sont également des types de contrats où l'on convient d'acheter ou vendre un actif à un moment et à un taux spécifiés. Leurs taux seront calculés de la même manière qu'une transaction à terme. La différence est que, contrairement aux transactions à terme où les deux parties négocient le contrat directement entre eux, un contrat à terme est standardisé et est offert via un échange.

Il y aura rarement un échange réel d'actifs découlant d'un contrat à terme à la fin de celui-ci. Contrairement aux transactions à terme qui sont majoritairement utilisées pour des besoins réels d'un parti ou des deux, un contrat à terme est utilisé principalement pour fins de spéculation ou de gestion des risques. Le contrat sera donc tout simplement revendu ou acheté via l'échange dans le but de fermer la position et ainsi, celui-ci expirera sans qu'aucun échange ne soit procédé.

Un contrat à terme n'est donc pas un contrat négocié entre participants. Il s'agit d'un actif que l'on peut acheter, ou vendre. Au moment de la transaction, la valeur de l'actif sera donc le nombre d'unités multiplié par le taux forward.

Les transactions à terme sont négociées directement entre les participants, leur taille peut donc varier grandement dépendamment de l'entente convenue entre ceux-ci. Comme les contrats à terme sont offerts et listés via un échange, leur taille est standardisée.

Tableau 1.5 Tailles standardisées de certains contrats à terme

Contrat	Taille
EUR/USD Futures	125,000 EUR
USD/JPY Futures	12,500,000 JPY
GBP/USD Futures	62,500 GBP
AUD/USD Futures	100,000 AUD
USD/CAD Futures	100,000 CAD
EUR/GBP Futures	125,000 EUR

CME Globex offre également des types de contrats à terme nommé E-micro. Ces contrats sont de petite taille, environ 1/10 de la taille standard.

Il est également possible d'acheter ou vendre ce type d'actif avec un effet de levier (leverage). La marge minimale à posséder pour transiger peut varier de 3 à 12%. Rendant possible des gains, ou pertes, relativement très élevés par rapport à l'investissement initial (source : Chicago Mercantile Exchange).

1.3.4 FX Swaps

Un FX swap est une entente entre deux parties d'effectuer un échange de devises à un taux convenu (habituellement le taux de change actuel) et simultanément s'entendre pour effectuer

l'échange, à l'inverse, à un taux (habituellement au taux forward) et à une date ultérieure convenue.

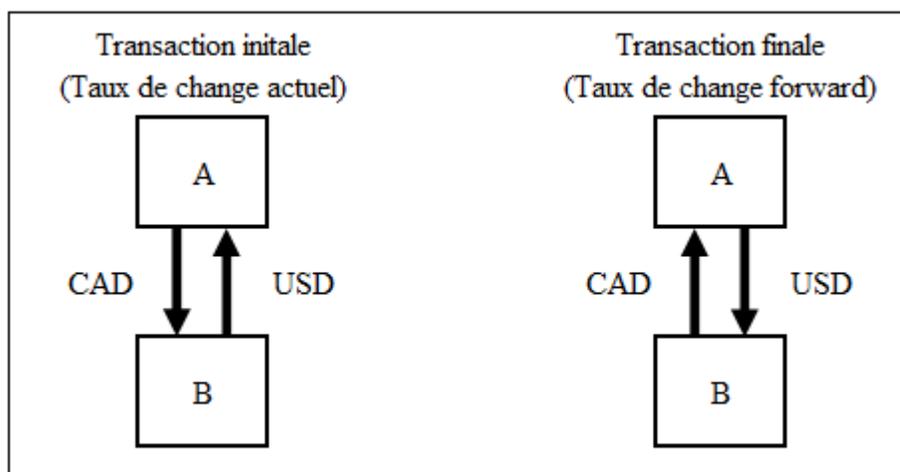


Figure 1.3 Illustration d'un FX swap

Les taux d'intérêt liés aux devises échangées sont donc pris en compte. Les dates de transaction initiale et finale sont fixées d'avance et la période entre ces deux dates peut varier grandement, allant de quelques jours à quelques années.

Les FX swaps sont majoritairement utilisés pour financer les transactions de plusieurs différents types d'institutions ainsi que pour effectuer la gestion du risque lié aux variations du marché FX.

Ces swaps ne sont cependant pas sans risque. En effet, il y a le risque de règlement (settlement risk, en anglais), c'est-à-dire le risque que l'un des deux participants ayant convenu à l'entente effectue le paiement, alors que l'autre ne le fait pas. Pour éliminer ce risque, les participants utilisent, pour la majorité, les services du groupe CLS (Continuous Linked Settlement). Ce service de règlement offert consiste à effectuer les deux transferts en même temps pour les participants. Aucun transfert ne sera procédé à un participant si l'autre partie n'a pas engagé le sien, éliminant ainsi complètement ce type de risque. Le transfert sera effectué quand même via le CLS, mais les montants seront tout simplement redonnés au

participant advenant que l'autre partie n'ait pas respecté l'engagement (source : Banque du Canada).

1.3.5 Swaps de devises

Un swap de devises est similaire à un FX swap, la différence majeure est que le taux de change final entre les deux partis sera d'une valeur égale à celui lors de l'échange initial. Le taux forward n'est donc pas utilisé. Au lieu que les taux d'intérêt soient utilisés pour calculer le montant de l'échange final, ils sont utilisés pour calculer les paiements périodiques que les deux partis s'échangeront au cours de la durée du swap.

Il y a trois types de swap de devises. On peut avoir un fixed-for-fixed swap, qui signifie que les taux d'intérêt restent fixes toute la durée du swap et donc, les paiements périodiques restent les mêmes. Il y a également le floating-for-floating swap, où les taux du swap vont varier lorsqu'il y aura effectivement une hausse ou une baisse du ou des taux d'intérêts des pays concernés. Puis, il y a le fixed-for-floating swap, où le taux du swap sera fixe pour un pays et variable pour l'autre.

Prenons par exemple un fixed-for-fixed swap d'une durée de 4 ans, avec paiement périodique annuel, où nous désirons du USD en échange de CAD :

- La valeur nominale est de 2,000,000 USD.
- Le taux USD/CAD actuel est de 1.2487.
- La valeur nominale en CAD est donc de 2,497,400.
- Le taux sans risque canadien est de 4%.
- Le taux sans risque américain est de 1%.
- Le paiement périodique annuel que l'on recevra sera de 99,896 CAD.
- Le paiement périodique annuel que l'on devra effectuer sera de 20,000 USD.

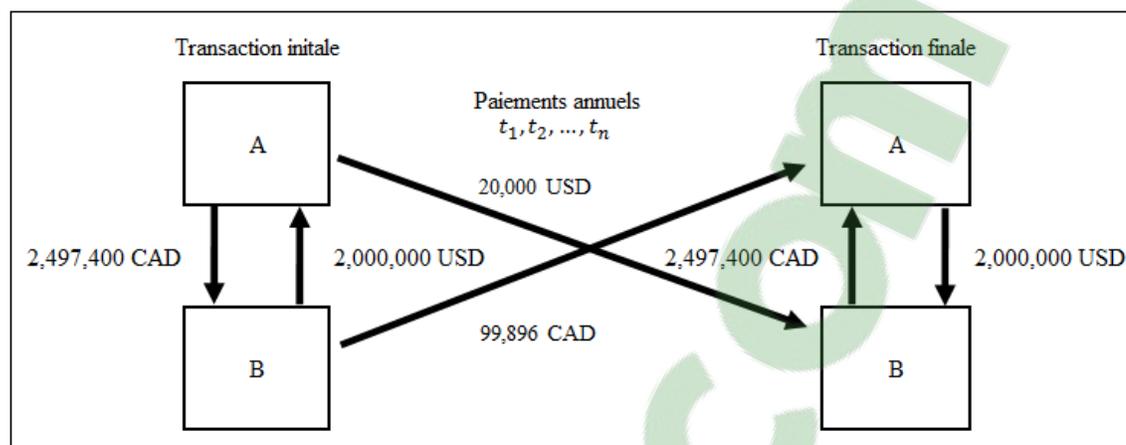


Figure 1.4 Illustration d'un swap de devises

1.3.6 Options

Les options sur le marché FX fonctionnent sur le même principe que les options sur le marché des actions ou tout autre marché. L'acquisition d'une option donne soit le droit d'acheter (option d'achat/call option) ou le droit de vendre l'actif sous-jacent (option de vente/put option). La vente d'une option permet d'obtenir la valeur de l'option (souvent nommée la prime, ou premium, en anglais), mais vient avec l'obligation d'acheter ou de vendre l'actif sous-jacent à l'acheteur de l'option si celui-ci décide d'exercer son droit.

Dans le marché des actions, un contrat d'options donne le droit d'acheter ou de vendre 100 actions. Sur le marché FX centralisé, un contrat d'options donne un droit sur un contrat à terme pour une paire de devises. Une transaction impliquant un contrat d'options peut également être conclue de gré à gré, pour une quantité de devises ou de produits dérivés spécifique.

Une option a toujours une date d'expiration, où à partir de ce moment, l'option n'existe plus. L'acquéreur de l'option perd donc son droit d'exercer celle-ci, et le vendeur est libéré de l'obligation d'effectuer la transaction si demandée par l'acheteur. Il y a également toujours un prix de levée (strike price, en anglais) lié à une option. Il s'agit du prix auquel l'acheteur de l'option peut acheter ou vendre l'actif sous-jacent.

Les options sont en majorité de types américaine ou européenne. Avec une option européenne, l'acheteur de celle-ci peut exercer son droit de vendre ou d'acheter seulement au moment où l'option arrive son expiration. Alors qu'avec une option américaine, nous pouvons exercer son droit à n'importe quel moment à partir de l'acquisition de celle-ci, jusqu'à l'expiration.

La méthode pour calculer le prix d'une option dépendra de son type. Le modèle binomial multipériodique peut être utilisé pour calculer la valeur d'une option américaine. Le modèle binomial à une période ainsi que le modèle Black-Scholes peuvent être utilisés pour une option européenne.

Le prix d'une option (la prime) est calculé selon deux types de valeurs, la valeur intrinsèque et la valeur temps. La valeur intrinsèque est simplement la différence entre le prix de l'actif sous-jacent et le prix de levée de l'option. La valeur temps est évaluée selon la durée restante de l'option, la volatilité prévue estimée (volatilité implicite) et le taux d'intérêt sans risque actuel.

CHAPITRE 2

REVUE DE LITTÉRATURE

2.1 Volatilité

Dans le domaine de la finance, la volatilité est une variable latente et non-observable devant être calculée afin d'indiquer l'ampleur des variations de la valeur d'un actif pour une période définie. La volatilité d'un actif peut donc être interprétée comme étant le niveau d'incertitude de celui-ci. Il s'agit donc d'une variable extrêmement importante pour la prise de décision en termes d'investissements et de détermination du prix d'un actif, particulièrement pour les produits dérivés. Pour les institutions financières mondiales, l'exercice de prédiction de la volatilité à venir est obligatoire afin de déterminer leur vulnérabilité actuelle.

Dans le marché des devises, la volatilité est un facteur très important pour la grande majorité des entreprises locales et internationales, ainsi que pour l'économie des pays où la valeur de leur devise est établie selon le marché. Les entreprises gèrent le risque lié à la volatilité du marché FX car celle-ci est un risque additionnel, puisqu'elles doivent souvent posséder plusieurs devises ou plusieurs actifs étant eux-mêmes liés à plusieurs devises différentes afin d'effectuer leurs opérations (Muff, Diacon & Woods, 2008). Si une entreprise internationale ne se protège pas du risque lié à la volatilité, plusieurs valeurs comptables telles que les actifs, passifs et le bénéfice net peuvent être directement affectés, positivement ou négativement.

Une volatilité trop élevée peut également être néfaste pour la performance économique d'un pays. Celle-ci peut indirectement faire en sorte de diminuer la consommation domestique (Bahmani-Oskooee & Xi, 2011). Elle peut également affecter négativement la croissance de la productivité (Aghion, Bacchetta, Rancièrè & Rogoff, 2009). Elle peut avoir un effet négatif sur le taux d'emploi parmi 17 pays industrialisés (Feldmann, 2011). Finalement, la

volatilité peut avoir un effet négatif sur les investissements, principalement à court terme (Bahmani-Oskooee & Hajilee, 2013).

2.1.1 Impact sur la liquidité

Un marché est considéré liquide lorsqu'il est possible d'y effectuer rapidement des transactions et d'acheter ou vendre des quantités importantes d'actifs sur celui-ci sans avoir de coûts de transactions élevés. L'une des manières utilisées pour mesurer la liquidité est d'évaluer l'écart offre-demande, communément appelé le spread, c'est-à-dire la différence entre le prix d'achat disponible le moins élevé et le prix de vente disponible le plus élevé pour un actif spécifique. Le spread est donc un coût de transaction qui se traduit en perte pour le participant et en profit pour le courtier, subit immédiatement après avoir effectué une transaction d'achat ou de vente. Moins celui-ci est élevé, plus le marché est considérée comme étant liquide.

Un marché relativement volatile peut faire en sorte d'attirer certains investisseurs vers celui-ci dû au potentiel d'y effectuer des profits. Plus il y a de la demande au sein d'un marché, soit un nombre élevé de participants et de transactions, plus il peut être jugé intéressant pour un courtier d'y offrir ses services, afin d'effectuer des profits entre autres avec le spread. Le marché FX possède à la base un nombre très élevé de participants et de transactions effectuées chaque jour afin de répondre à des besoins réels d'échange de devises qui font en sorte de créer un niveau de volatilité considérable. Ce niveau de volatilité fait en sorte à son tour d'attirer certaines institutions et investisseurs individuels désirant profiter de celle-ci, ce qui augmente encore davantage le volume ainsi que la volatilité. Il y a donc un nombre élevé de courtiers dans ce marché offrant leurs services, ce qui permet aux participants d'obtenir des écarts offre-demande en général très faibles dus à la compétition entre les courtiers. Pour la majorité des produits disponibles au sein de celui-ci, le marché FX est donc considéré comme étant très liquide.

Par contre, lorsque la volatilité est très élevée, il y a un niveau de risque plus élevé pour un courtier (Yuanjie Zhang, Russell & Tsay, 2008). Par exemple, au moment de l'annonce de nouvelles économiques importantes, si un courtier doit procéder à la fermeture automatique de positions de certains clients dû à des pertes subites et un manque de capital dans le compte, la fermeture peut être complétée à un prix faisant en sorte d'établir la perte à un montant supérieur au capital disponible dans le compte du client, ce qui se traduit par une perte pour le courtier d'un montant égal entre la différence entre le capital disponible dans le compte du client et le montant total de la perte (Stoll, 1978). Afin de compenser pour le risque additionnel lié à un actif spécifique, les courtiers vont augmenter le spread, ce qui fait en sorte de diminuer la liquidité au sein du marché (Frankel, Galli & Giovannini, 1996). Malgré cet aspect négatif causé lorsque la volatilité atteint un certain point, de manière générale, celle-ci apporte au marché plus de points positifs que négatifs.

2.1.2 Méthodes de mesure

De manière générale, la volatilité est mesurée en termes d'écart-type (σ_t) ou de variance (σ_t^2) des rendements logarithmiques.

$$\sigma_t^2 = \left[\ln \left(\frac{P_t}{P_{t-1}} \right) \right]^2 \quad (2.1)$$

Où

P_t = Valeur de l'actif à la fin de la période au temps t

Plusieurs méthodes existent pour calculer la volatilité. Par exemple, le carré des rendements ou bien la différence entre la valeur minimale et maximale réalisée pour une période spécifique. La grande majorité des modèles de prédiction de la volatilité, tel que le modèle GARCH et ses variantes, utilisent le carré des rendements logarithmiques. La méthode utilisant les rendements absolus est considérée comme étant l'une des plus robustes

(Davidian & Carroll, 1987). Cette méthode peut également parfois être supérieure pour effectuer des prédictions de la volatilité (Taylor, 2007) (Forsberg & Ghysels, 2007).

2.1.3 Types de données

Il est nécessaire de déterminer sur quel intervalle de temps les données concernant les valeurs d'un actif sont choisies. Plusieurs options sont possibles, par exemple, les données ayant un intervalle de 24, 12, 4 ou 1 heure, ou même un intervalle de 30, 15 ou 1 minute. L'utilisation de données dites de hautes fréquences, ayant un intervalle inférieur à 24 heures, est utile afin de capturer le maximum d'information sur l'activité d'un actif dans le marché (Zhou, 1996). Le niveau de la volatilité peut être significativement élevé durant plusieurs heures après l'annonce de nouvelles économiques telles que la publication des données concernant les emplois non agricoles, la balance commerciale, le PIB et le taux d'intérêt (Ederington & Lee, 1993). S'il y avait deux nouvelles économiques majeures faisant varier considérablement une paire de devises dans deux directions opposées durant la même journée, la volatilité de la paire pourrait être faible ou dans la moyenne, alors qu'en réalité, celle-ci aurait éprouvé des variations majeures tout au long de la journée. La volatilité pourrait donc possiblement être mieux calculée en utilisant les variations sur un intervalle de temps court (données de hautes fréquences) plutôt que journalier ou plus (3 jours, hebdomadaires, etc. – données de basses fréquences) (Ferrari & Ters, 2017).

Cependant, (Giot & Laurent, 2004) ont comparés l'utilisation de données de hautes fréquences et de basses fréquences au sein d'un modèle de prédiction de la volatilité de type ARCH pour 4 actifs, les index de titres boursiers CAC40 et SP500 ainsi que les paires de devises USD/JPY et USD/DEM. Les intervalles des données de hautes fréquences étudiées sont de 15 minutes et 1 heure, comparativement à un intervalle de 24 heures pour les données de basses fréquences. Les résultats obtenus démontrent que l'utilisation de données de hautes fréquences n'est pas supérieure, les performances sont équivalentes, peu importe le type de données choisi. De plus, à moins d'effectuer une méthode de filtrage de données, les données de hautes fréquences incluent souvent de l'information concernant la microstructure du

marché dont on ne devrait pas considérer lorsqu'utilisées pour mesurer la volatilité. « The presence of market microstructure noise in high-frequency financial data complicates the estimation of financial volatility and makes standard estimators, such as the realized variance (RV), unreliable » (Hansen & Lunde, 2006, p. 127).

De plus, non seulement y a-t-il au sein des données de hautes fréquences de l'information concernant la microstructure du marché que l'on ne veut pas considérer lors du calcul de la volatilité, mais il y a également de l'information concernant les transactions à buts spéculatifs de participants non informés. Les effets liés à ce type de transactions peuvent être néfastes au sein du marché des devises. « According to Black (1986), noise traders are agents who sell and buy assets on the basis of irrelevant information. These speculators do not possess inside or fundamental information and trade irrationally on noise as though this gave them an edge » (Vitale, 2000, p. 689). Il peut très souvent y avoir des transactions ayant pour objectifs de manipuler temporairement le marché. Par exemple, lorsqu'une institution procède une transaction très large dans le but de possiblement influencer les autres participants à aller dans cette direction, pour ensuite profiter de cette réaction et d'effectuer la transaction qui était réellement envisagée. Ce type de volatilité à très court terme ne devrait pas être considéré pour déterminer la volatilité journalière.

Considérant ces différents arguments concernant l'utilisation de données de hautes fréquences, nous pouvons simplifier la prise de décision à l'aide d'une condition. La condition suivante est-elle respectée :

$$\begin{array}{ccc} \text{Volatilité causée par les effets de la} & & \\ \text{microstructure du marché} & & \\ & + & < & \text{Volatilité causée par plusieurs} \\ & & & \text{nouvelles fondamentales} \\ \text{Volatilité causée par les} & & & \\ \text{transactions à courts termes à buts} & & & \\ \text{spéculatifs de participants non-} & & & \\ \text{informés} & & & \end{array}$$

Si cette condition est respectée, l'utilisation de données de hautes fréquences serait préférable, puisqu'il y aurait davantage d'information que l'on veut prendre en considération, dans ce cas-ci l'information concernant les réactions face aux nouvelles économiques ou autres, et moins d'information que l'on ne veut pas considérer, soit les effets dus à la microstructure du marché et les transactions spéculatives à court terme.

Il est difficile de quantifier les effets liés à la microstructure du marché, mais ils sont présents dans des données de hautes fréquences la majorité du temps (Hansen & Lunde, 2006). Les transactions spéculatives à court terme sont également difficilement quantifiables, surtout dû au fait que le marché FX est décentralisé. Cependant, (Mende & Menkhoff, 2006) analysent les activités journalières d'une banque au sein du marché FX et expliquent que celle-ci effectue la majorité du temps des transactions spéculatives au courant de la journée. « So, if a bank had private information about future order flow, it could profit from this knowledge. In line with this insight into order flow it has been established that banks mostly speculate intraday » (Mende & Menkhoff, 2006, p. 231). Sans même considérer les autres participants, par exemple un fond alternatif ayant pour objectif principal d'effectuer des rendements journaliers grâce à des opérations spéculatives, il serait possible d'assumer que le volume journalier de transactions spéculatives à court terme est important dans ce marché et qu'il pourrait fortement influencer une mesure de volatilité journalière si celle-ci est calculée à partir de données de hautes fréquences. En ce qui concerne les nouvelles fondamentales pour une devise spécifique, elles n'ont pas lieu à chaque jour, et encore moins celles étant assez importantes pour faire réagir le marché considérablement, et surtout, il est très rare que deux nouvelles importantes faisant en sorte de faire réagir le marché vers des directions opposées soient annoncées la même journée.

2.2 Volatilité historique

Il existe trois concepts majeurs de volatilité. Premièrement, la volatilité historique ou non conditionnelle est basée uniquement sur les variations antérieures. Ensuite, la volatilité conditionnelle, où certaines caractéristiques de la volatilité historique sont intégrées aux

variations antérieures. Finalement, la volatilité implicite, dérivée des options, intègre l'aspect d'anticipation du marché. Plusieurs modèles de prédiction de la volatilité ont été développés en se basant sur la volatilité historique. Un modèle de volatilité historique à sa forme la plus simple est tel que :

$$\sigma_t = \sigma_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.2)$$

Où ε est le terme d'erreur.

La prédiction de la volatilité est donc :

$$\hat{\sigma}_{t+1} = \sigma_t \quad (2.3)$$

Une prédiction peut aussi être effectuée en utilisant la moyenne historique de l'ensemble des données :

$$\hat{\sigma}_{t+1} = \frac{1}{t} (\sigma_t + \sigma_{t-1} + \dots + \sigma_1) \quad (2.4)$$

Ou en utilisant une moyenne mobile d'ordre m , où l'ordre doit être estimé en minimisant l'erreur de prédiction:

$$\hat{\sigma}_{t+1} = \frac{1}{m} (\sigma_t + \sigma_{t-1} + \dots + \sigma_{t-m+1}) \quad (2.5)$$

Pour attribuer plus de valeur à la plus récente donnée de volatilité et moins de valeur aux valeurs antérieures, la méthode de lissage exponentiel peut être utilisée :

$$\sigma_t = (1 - \beta)\sigma_{t-1} + \beta\hat{\sigma}_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.6)$$

$$\hat{\sigma}_t = \frac{1}{m} (\sigma_{t-1} + \sigma_{t-2} + \dots + \sigma_{t-m-1}) \quad (2.7)$$

$$\hat{\sigma}_{t+1} = (1 - \beta)\sigma_t + \beta\hat{\sigma}_t \quad (2.8)$$

Où

$$0 \leq \beta \leq 1$$

β est un paramètre à estimer

2.2.1 Exponentially Weighted Moving Average (EWMA)

La méthode de la moyenne mobile exponentielle (Exponentially Weighted Moving Average – EWMA, en anglais) est utilisée pour attribuer une plus grande valeur aux données les plus récentes. Contrairement à la dernière méthode, la EWMA utilise les informations concernant l'ensemble des variations antérieures. Cette méthode est également utilisée dans le modèle Riskmetrics de la valeur à risque développé par JP Morgan (source : Morgan Stanley Capital International).

$$\hat{\sigma}_t = (1 - \lambda)\sigma_{t-1} + \lambda\hat{\sigma}_{t-1} \quad (2.9)$$

Où λ est un paramètre à estimer. Une valeur de 0.94 est généralement utilisée pour la volatilité journalière.

2.2.2 Smooth Transition Exponential Smoothing (STES)

Certains modèles de prédictions considèrent qu'il peut y avoir plusieurs états de volatilité où l'état actuel dépendra de l'information récente. (Taylor, 2004) a développé le modèle de lissage exponentiel à transition harmonieuse (Smooth Transition Exponential Smoothing – STES, en anglais):

$$\hat{\sigma}_t^2 = \alpha_{t-1} \varepsilon_{t-1}^2 + (1 - \alpha_{t-1}) \hat{\sigma}_{t-1}^2 \quad (2.10)$$

Où

$$\alpha_{t-1} = 1 / (1 + \exp(\beta + \gamma V_{t-1}))$$

$$\varepsilon_t^2 = \left[\ln \left(\frac{P_t}{P_{t-1}} \right) \right]^2$$

$$V_{t-1} = |\varepsilon_{t-1}|$$

β et γ sont des paramètres à estimer

2.3 Volatilité conditionnelle

Autrefois, il était souvent assumé que la volatilité était constante dans le temps. Cependant, en analysant les rendements d'un actif, nous pouvons observer que la variance a tendance à être différente d'une période choisie à une autre. Il s'agit du concept d'hétéroscédasticité. Le niveau de volatilité actuel est également souvent influencé par celui des périodes précédentes, il s'agit dans ce cas d'hétéroscédasticité conditionnelle. Les périodes de haute volatilité ont tendance à être observées à la suite d'autres périodes de haute volatilité et pareillement pour les périodes de faible volatilité qui surviennent souvent suite à d'autres périodes de faible volatilité. Les fréquences d'observation de période de haute ou de faible volatilité ne sont donc pas stables, les périodes de haute volatilité sont souvent regroupées ensemble, idem pour les périodes de faible volatilité. La variance actuelle est donc liée à la variance des périodes précédentes, créant ainsi des grappes de volatilité. Ce phénomène est également identifié comme étant les agrégats de volatilité (volatility clustering, en anglais).

2.3.1 Modèle ARCH

(Engle, 1982) propose une nouvelle classe de modèles autorégressifs conditionnellement hétéroscédastiques (Autoregressive Conditional Heteroskedastic model – ARCH) prenant en considération cette caractéristique afin d'effectuer un calcul de prédiction de la volatilité, soit

la variance conditionnelle. Le terme variance conditionnelle signifie que la prédiction actuelle de la variance est conditionnelle à la variance antérieure.

Supposons le processus suivant concernant l'innovation ε_t du rendement r_t d'un actif :

$$r_t = \mu + \varepsilon_t \quad (2.11)$$

L'innovation peut être décomposée par :

$$\varepsilon_t = \sigma_t z_t \quad (2.12)$$

Où σ_t est la volatilité conditionnelle, soit la prédiction du rendement, déterminée selon l'ensemble des informations disponibles au temps $t-1$. μ est la moyenne conditionnelle et z_t est un bruit blanc gaussien suivant une loi normale de moyenne nulle et variance de 1.

Le modèle ARCH(q) de la variance conditionnelle est comme suit :

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_q \varepsilon_{t-q}^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 \quad (2.13)$$

Où α_0 et α_i sont des paramètres positifs afin d'éviter une variance négative.

2.3.2 Modèle GARCH

Le modèle ARCH n'est pas efficace pour capturer les caractéristiques liées à la volatilité d'un maximum de données antérieures. Comme nous pouvons voir, plus le nombre d'innovations antérieures que nous voulons considérer dans notre modèle augmente, plus le nombre de paramètres augmentera également. Concrètement, un modèle ARCH est très similaire à une moyenne mobile. (Bollerslev, 1986) introduit alors le modèle GARCH (Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity), qui considère alors non

seulement les innovations passées, mais également les variances conditionnelles précédentes, permettant ainsi de capturer un maximum d'information concernant la volatilité.

Le modèle GARCH(p,q) de la variance conditionnelle est tel que :

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \epsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad (2.14)$$

Où

$$\sum_{i=1}^p \alpha_i + \sum_{i=1}^q \beta_i < 1$$

$$\alpha_0 > 0$$

$$\alpha_i \geq 0$$

$$\beta_j \geq 0$$

La première contrainte est pour assurer un processus stationnaire et les autres, une variance conditionnelle positive.

En assumant que les données suivent une loi normale, les paramètres du modèle sont estimés en maximisant la somme des valeurs des fonctions de vraisemblances logarithmiques (Loglikelihood function (LLF), en anglais).

$$LLF = -\frac{N}{2} \ln(2\pi) - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^N \ln \sigma_t^2 - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^N \frac{r_t^2}{\sigma_t^2} \quad (2.15)$$

Où σ_t^2 est la variance conditionnelle et r_t le rendement logarithmique de l'actif.

Les modèles de type GARCH sont souvent utilisés avec des données journalières, intrajournalières et parfois hebdomadaires. Cependant, avec des données ayant un intervalle

plus élevé tel que mensuel, (Baillie & Bollerslev, 2002) démontrent que le phénomène de regroupement de la volatilité disparaît, faisant ainsi en sorte de rendre un modèle GARCH moins efficace.

Plusieurs autres variantes du modèle GARCH ont été étudiées. Par exemple, afin de considérer l'effet d'asymétrie des variations, soit l'observation dont la volatilité semble être affectée davantage par des variations négatives que par des variations positives de mêmes valeurs, (Nelson, 1991) développa le modèle EGARCH (Exponential GARCH). (Hamilton & Susmel, 1994) ont également suggérés que la volatilité pouvait être modélisée selon plusieurs régimes ou états. L'état dans lequel la volatilité actuelle se trouve est généralement défini par le niveau de volatilité actuel. Les paramètres optimaux d'un modèle peuvent être différents d'un état à un autre. Par exemple, dans un état où la volatilité est très élevée, les paramètres optimaux seront différents que dans un état où la volatilité est faible. Ces différents ensembles de paramètres optimaux doivent être considérés, tout en attribuant de nouveaux paramètres qui indiqueront les probabilités d'être dans un état ou dans l'autre, dépendamment de l'ensemble de nos données antérieures. (Marcucci, 2005) a, entre autres, démontré que ce type de modèle GARCH pouvant changer de régime (Regime Switching) pouvait possiblement être significativement plus performant que les modèles GARCH standards tels que GARCH(1,1) et EGARCH(1,1) pour effectuer des prédictions sur la volatilité pour un intervalle inférieur à hebdomadaire.

Il est important de mentionner qu'aucune variante d'un modèle GARCH ne peut être déterminée comme étant la meilleure globalement. Les données étudiées doivent d'abord être analysées préalablement afin de pouvoir déterminer quel type de modèle serait le plus adapté.

2.3.3 Analyse d'une série temporelle financière

Une analyse des caractéristiques des données doit être effectuée afin de déterminer si l'utilisation d'un modèle autorégressif serait adaptée. Dans les exemples qui seront

démontrés, les données utilisées seront les taux journaliers de la paire EUR/USD de la période du 05 janvier 2010 au 08 décembre 2015.

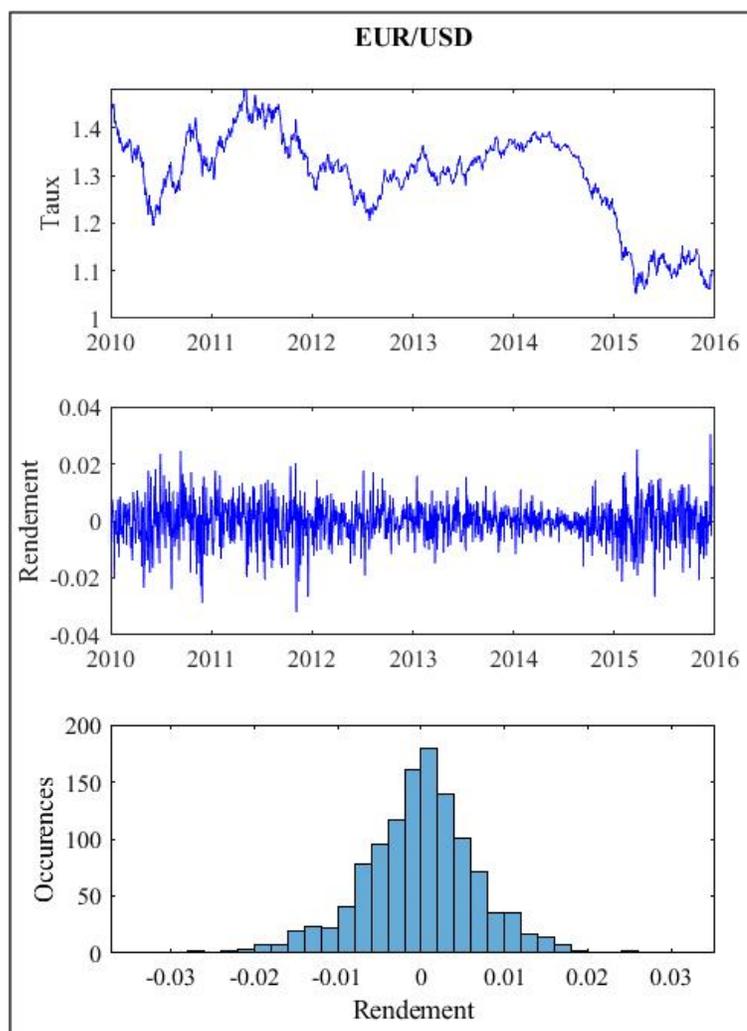


Figure 2.1 Taux et rendements journaliers de EUR/USD

Stationnarité

Afin de garantir l'efficacité d'un modèle de type GARCH, la série temporelle en question doit avoir une moyenne constante dans le temps. (Kwiatkowski, Phillips, Schmidt & Shin, 1992) proposent le test KPSS afin de vérifier la stationnarité de la moyenne. L'hypothèse nulle est que la moyenne de la série est stationnaire. Plusieurs ordres (*lag*), k , doivent être utilisés afin d'augmenter la fiabilité des résultats.

Tableau 2.1 Test KPSS sur les taux et les rendements journaliers de EUR/USD

Test KPSS				
k	Valeur-p		Statistique de test	
	EUR/USD	EUR/USD - rendements logarithmiques	EUR/USD	EUR/USD - rendements logarithmiques
2	0.0100	> 0.1000	15.96	0.09
4	0.0100	> 0.1000	9.62	0.09
7	0.0100	> 0.1000	6.06	0.09
13	0.0100	> 0.1000	3.52	0.09
25	0.0100	> 0.1000	1.95	0.09
50	0.0100	> 0.1000	1.06	0.10
100	0.0228	> 0.1000	0.60	0.09

Pour la série concernant le taux EUR/USD, avec un seuil de signification de 0.05, l'hypothèse nulle que la moyenne est constante dans le temps est rejetée pour chaque ordre, tandis que dans aucun cas elle n'est rejetée pour la série des rendements logarithmiques. Ceci s'explique dû au fait que lorsque les taux sont transformés en rendements logarithmiques, une forme de différenciation des données est ainsi effectuée.

Autocorrélation

Avant de considérer à utiliser un modèle autorégressif, il faut confirmer qu'il y a effectivement une corrélation entre les données. Pour ce type d'analyse, étant donné que l'objectif est de déterminer l'autocorrélation de la volatilité seulement, il faut utiliser le carré des rendements logarithmiques. Le test de Durbin-Watson peut être effectué afin de tester l'autocorrélation de premier ordre (Durbin & Watson, 1950, 1951, 1971) :

$$d = \frac{\sum_{t=2}^N (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^N e_t^2} \quad (2.16)$$

Si $d = 2$, il n'y a pas d'autocorrélation. Un résultat inférieur à 2 indique une autocorrélation positive, alors qu'un résultat supérieur à 2 une autocorrélation négative.

Le test Q de Ljung-Box ainsi que le test de Breusch-Godfrey sont utilisés davantage, car ils permettent notamment de détecter l'autocorrélation pour plusieurs ordres (Ljung & Box, 1978) (Godfrey, 1978).

Tableau 2.2 Test Ljung-Box sur les carrés des rendements de EUR/USD

Test Ljung-Box		
k	EUR/USD - carrés des rendements	
	Valeur-p	Statistique de test
2	0.0037	11.20
4	0.0000	31.72
7	0.0000	61.70
13	0.0000	101.57
25	0.0000	206.48
50	0.0000	342.88
100	0.0000	482.00

L'hypothèse nulle stipule qu'il n'y a pas d'autocorrélation entre les données. Pour la série étudiée, avec un seuil de signification de 0.05, celle-ci est rejetée pour chaque ordre. Lorsque l'autocorrélation des carrés des rendements est confirmée, nous pouvons conclure que l'effet d'hétéroscédasticité conditionnelle de la volatilité est présent.

Il est également essentiel de vérifier visuellement l'autocorrélation ainsi que l'autocorrélation partielle dans un graphique. L'autocorrélation d'une série pour un ordre k est comme suit :

$$r_k = \frac{c_k}{c_0} \quad (2.17)$$

Où

$$c_k = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T-k} (y_t - \bar{y})(y_{t+k} - \bar{y})$$

c_0 = variance de la série

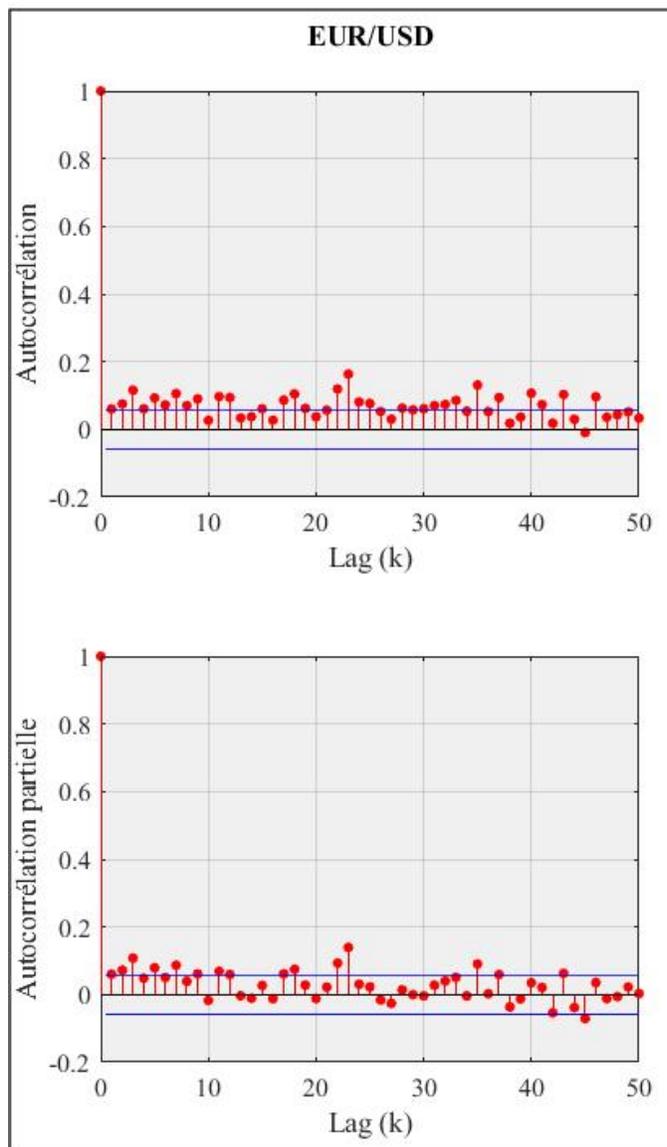


Figure 2.2 Autocorrélation des carrés des rendements de EUR/USD

Les bandes bleues étant un intervalle de confiance à 95%, nous observons une autocorrélation importante au sein de la série, et plus particulièrement pour un ordre inférieur à 10.

Non-normalité

La distribution des rendements d'un actif financier ne suit presque jamais une loi normale (Rachev, Stoyanov, Biglova & Fabozzi, 2005). En effet, il y a une plus grande quantité de variations très élevées et très faibles que ce que l'on retrouverait dans une distribution suivant une loi normale, on parle alors de distribution leptokurtique. Lorsque l'on illustre les rendements dans un graphique, la distribution peut démontrer des queues épaisses. L'épaisseur des queues peut être mesurée par le kurtosis, où celui-ci sera de 3 lorsqu'il s'agit d'une distribution suivant la loi normale et supérieure à 3 lorsqu'il s'agit d'une distribution leptokurtique. De plus, la distribution de plusieurs rendements d'actifs financiers n'est pas symétrique. La symétrie d'une distribution peut être mesurée par le coefficient d'asymétrie. Pour une distribution suivant la loi normale, celui-ci est de 0. Or, les distributions de rendements d'actifs ont bien souvent un coefficient négatif, ce qui signifie que les rendements négatifs se produisent soit plus souvent ou bien que leurs valeurs absolues sont plus élevées, en moyenne, que les rendements positifs.

Le test Jarque-Bera peut être effectué afin de découvrir si la distribution des données suit la loi normale. Le test est comme suit :

$$JB = \frac{n}{6} \left(S^2 + \frac{1}{4} (K - 3)^2 \right) \quad (2.18)$$

Où

n est la taille de notre échantillon, S est le coefficient d'asymétrie et K le kurtosis.

Si les données suivent la loi normale, le test s'approche de 0. Si le résultat est supérieur à 5.99, il faut rejeter l'hypothèse nulle que la distribution de la série suit une loi normale, avec 5% de chances de se tromper.

Tableau 2.3 Caractéristiques de la série des rendements logarithmiques journaliers de EUR/USD

EUR/USD rendements logarithmiques	
max	0.0302
min	-0.0320
moyenne	-0.0002
écart-type	0.0071
kurtosis	4.5100
asymétrie	-0.2730
Jarque-Bera	128.6900

La non-normalité de la distribution de la série est apparente, avec un kurtosis et un résultat du test Jarque-Bera très élevé. Il est également possible de vérifier graphiquement si la distribution d'une série suit une loi normale à l'aide d'un diagramme Quantile-Quantile, communément appelé QQ plot. Lorsque les distributions de deux séries ont les mêmes caractéristiques, les points forment une ligne droite.

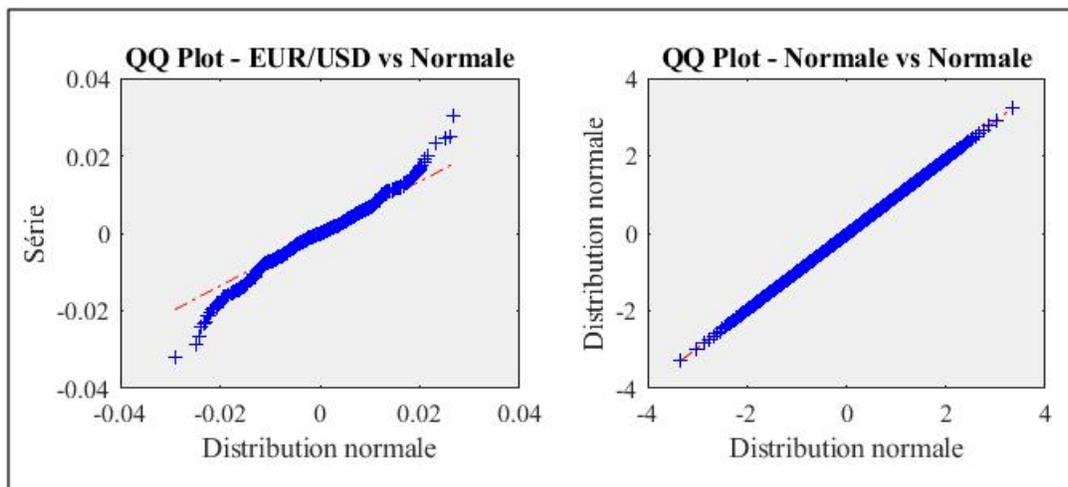


Figure 2.3 QQ plot de la série des rendements de EUR/USD et d'une série distribuée normalement

Lorsque la distribution d'une série temporelle financière ne suit pas une loi normale et démontre de la leptokurticité, comparer des diagrammes Quantile-Quantile de plusieurs distributions est très pratique pour identifier une distribution représentant bien la série étudiée. Généralement, une distribution de Student capte bien l'aspect de leptokurticité d'une série de rendements d'un actif financier. Il faut cependant comparer les diagrammes pour plusieurs degrés de liberté (ν) afin d'observer lequel représente le mieux la série. La distribution la plus similaire sera celle où les points seront le plus près possible de la ligne droite. Alternativement, nous pouvons déterminer pour une distribution de Student quel degré de liberté représente le mieux la série grâce à un logiciel spécialisé, par exemple en utilisant la fonction *fitdist* dans MATLAB.

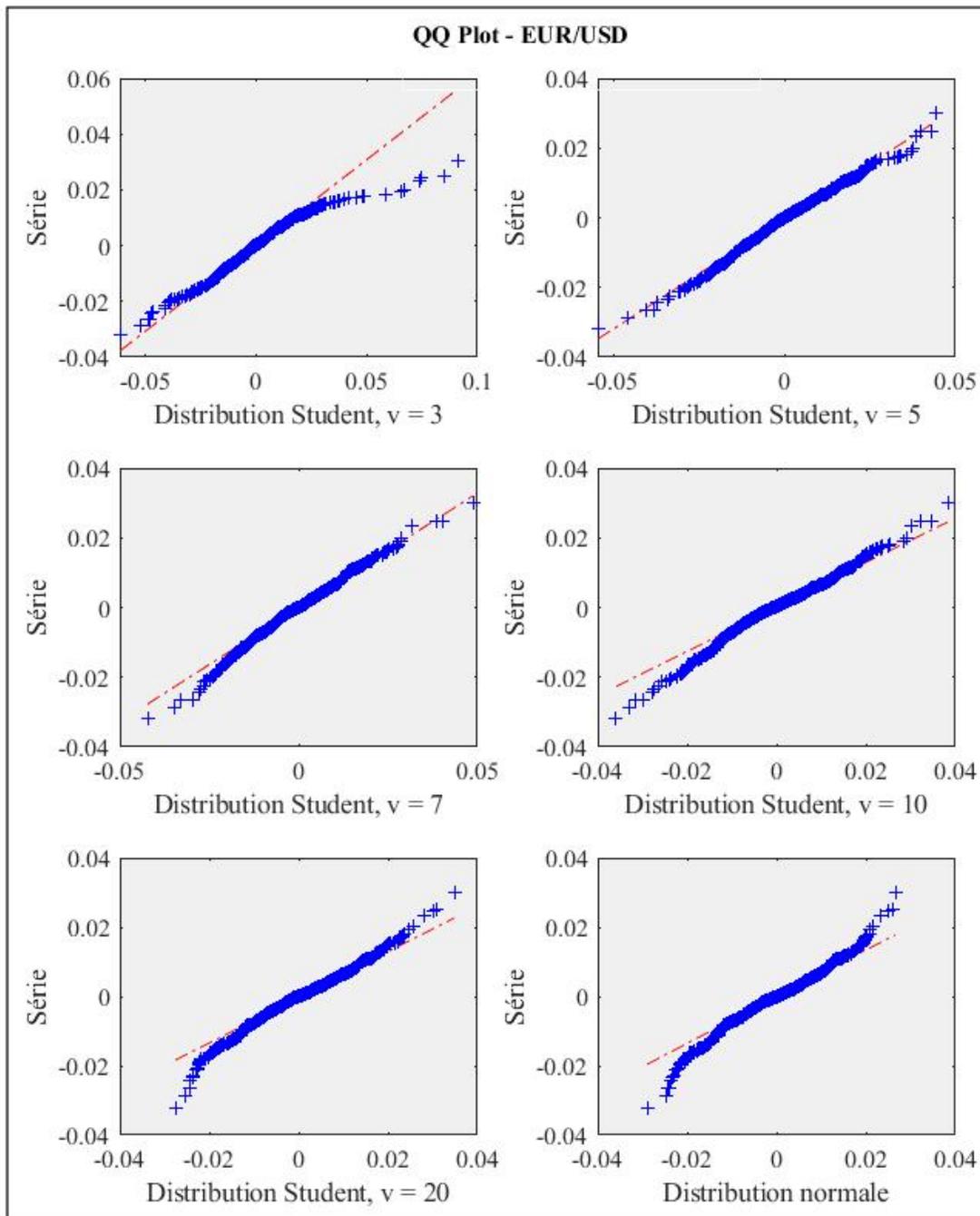


Figure 2.4 QQ Plot de la série des rendements de EUR/USD et de multiples séries distribuées selon une loi de Student ou normale

Pour la série utilisée en exemple, selon les diagrammes générés, il est clair que la distribution de celle-ci ressemble davantage à une distribution de Student avec 5 degrés de liberté qu'à une distribution normale.

2.3.4 Fonctions de vraisemblance

L'estimation des paramètres d'un modèle utilisé pour une série financière temporelle dont la distribution ne suit pas une loi normale nécessite d'utiliser une fonction de vraisemblance adaptée.

Si la distribution suit une loi normale :

$$LLF = -\frac{N}{2} \ln(2\pi) - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^N \ln \sigma_t^2 - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^N \frac{r_t^2}{\sigma_t^2} \quad (2.19)$$

Sinon, nous devons utiliser une loi non gaussienne telle que la loi de Student (Bollerslev & Wooldridge, 1988). Dans ce cas, la fonction de vraisemblance logarithmique est comme suit:

$$LLF = N \ln \left[\frac{\Gamma\left(\frac{\nu+1}{2}\right)}{\sqrt{\pi(\nu-2)}\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)} \right] - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^N \ln \sigma_t^2 - \frac{\nu+1}{2} \sum_{t=1}^N \ln \left[1 + \frac{r_t^2}{\sigma_t^2(\nu-2)} \right] \quad (2.20)$$

Où $\Gamma(\cdot)$ est la fonction gamma, soit $\Gamma(x) = (x-1)!$, et ν le degré de liberté. Plus le degré de liberté est élevé, plus la distribution s'approche de la loi normale, alors que si $\nu = 1$, nous avons une loi de Cauchy (Eriksson, 2013).

Alternativement, tel que proposé par (Nelson, 1991), la loi normale généralisée peut être utilisée comme suit :

$$LLF = -\frac{1}{2} \sum_{t=1}^n \left(\ln(\sigma_t^2) + \left| \frac{\epsilon_t}{\lambda \sqrt{\sigma_t^2}} \right|^v \right) - (1 + v^{-1}) \ln(2) + \ln(\Gamma(1/v)) + \ln(\lambda/v) \quad (2.21)$$

Où

$$\lambda = \left[\frac{2^{-2/v} \Gamma(1/v)}{\Gamma(3/v)} \right]^{1/2}$$

Lorsque l'on utilise cette distribution, un degré de liberté de 2 est égal à une distribution normale. Lorsque celui-ci est inférieur à 2, la distribution est leptokurtique.

Bien que la loi de Student soit généralement acceptable puisqu'elle capte bien la leptokurticité d'une série temporelle financière, la densité de celle-ci est symétrique, alors que la distribution d'une série financière est bien souvent asymétrique. (Fernandez & Steel 1998) ont proposé une extension de la loi de Student en y ajoutant un paramètre d'asymétrie, créant ainsi une distribution suivant une loi de Student asymétrique. (Lambert & Laurent, 2001) ont ensuite proposé d'intégrer celle-ci dans un processus GARCH. Lorsque la distribution d'une série fait preuve d'asymétrie, utiliser la loi de Student asymétrique peut apporter des résultats supérieurs (Alberg, Shalit & Yosef, 2008). La fonction de vraisemblance logarithmique à utiliser pour ce type de distribution est comme suit:

$$LLF = N \left(\ln \Gamma \left(\frac{v+1}{2} \right) - \ln \left(\frac{v}{2} \right) - \frac{1}{2} \ln(\pi(v-2)) + \ln \left(\frac{2}{\xi + \frac{1}{\xi}} \right) + \ln(s) \right) \quad (2.22)$$

$$- \frac{1}{2} \sum_{t=1}^N \left(\ln(\sigma_t^2) + (1+v) \ln \left(1 + \left(\frac{sr_t + m}{v-2} \right) \xi^{-l_t} \right) \right)$$

Où ξ est le paramètre d'asymétrie, ν le degré de liberté de de la distribution et

$$I_t = \begin{cases} 1, \text{ lorsque } r_t \geq -\frac{m}{s} \\ -1, \text{ lorsque } r_t \leq -\frac{m}{s} \end{cases}, m = \frac{\Gamma\left(\frac{\nu+1}{2}\right)\sqrt{\nu-2}}{\sqrt{\pi}\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)}\left(\xi - \frac{1}{\xi}\right)$$

$$s = \sqrt{\left(\xi^2 + \frac{1}{\xi^2} - 1\right) - m^2}$$

2.3.5 Analyse des résidus et comparaison de modèles

Une fois que les paramètres du modèle autorégressif de variance conditionnelle choisi pour une série temporelle sont estimés, une analyse des résidus doit être effectuée.

Un résidu ε_t d'une série est donné par :

$$\varepsilon_t = r_t - \sqrt{\sigma_t^2} \quad (2.23)$$

Le test d'Engle d'ordre L, soit le nombre de paramètres estimés dans le modèle, où $L = P + Q$ lorsqu'un modèle GARCH(p,q) est utilisé, doit être effectué sur le carré des résidus, ε_t^2 (Engle, 1982). L'hypothèse nulle stipule que la série ε_t^2 ne démontre pas d'hétéroscédasticité conditionnelle.

Un résidu standardisé $estd_t$ d'une série est donné par :

$$estd_t = \frac{\varepsilon_t^2}{\sigma_t^2} \quad (2.24)$$

Le test Q de Ljung-Box est à nouveau effectué, cette fois-ci sur la série de résidus standardisés, où l'hypothèse nulle stipule qu'il n'y a pas d'autocorrélation dans la série. Le test est également d'ordre L , soit le nombre de paramètres estimés dans le modèle, où $L = P + Q$ lorsqu'un modèle GARCH(p,q) est utilisé. L'hypothèse nulle stipule que la série $\varepsilon_{std,t}$ ne démontre pas d'autocorrélation entre les données.

Si l'hypothèse nulle n'est pas rejetée pour ces deux tests, nous pouvons conclure que le modèle autorégressif de la variance conditionnelle est valide, soit qu'il a effectivement réussi à capturer l'ensemble de l'hétéroscédasticité conditionnelle au sein de la série temporelle financière. Si le modèle n'est pas valide, il faut habituellement augmenter l'ordre autorégressif du modèle, soit p ou q lorsqu'il s'agit d'un modèle GARCH(p,q).

Lorsque plusieurs modèles évalués sont considérés comme étant valides, nous devons ensuite les comparer entre eux pour déterminer lequel serait optimal pour la série choisie. La mesure de performance globalement utilisée est le critère d'information d'Akaike (AIC) (Akaike, 1998).

$$AIC = -2(LLF) + 2k \quad (2.25)$$

Où LLF est la somme des valeurs des fonctions de vraisemblances logarithmiques et k est le nombre de paramètres du modèle. Le modèle ayant le AIC le moins élevé est considéré comme étant celui qui est le plus adapté.

L'erreur quadratique moyenne (MSE), la racine carrée de l'erreur quadratique moyenne (RMSE) et l'erreur absolue moyenne (MAE) sont également utilisées. Encore une fois, une valeur moins élevée signifie que le modèle est plus adapté.

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (r_t^2 - \sigma_t^2)^2 \quad (2.26)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (r_t^2 - \sigma_t^2)^2} \quad (2.27)$$

$$MAE = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N |r_t^2 - \sigma_t^2| \quad (2.28)$$

Lors de la comparaison de plusieurs modèles, il est fortement recommandé d'effectuer également celle-ci pour une simulation hors échantillon de la série choisie (out-of-sample, en anglais). Généralement, pour chaque modèle, les paramètres optimaux sont estimés en considérant environ 80% des données de la série temporelle. Ensuite, pour chaque nouvelle donnée de la série, les paramètres sont estimés à nouveau et la variance conditionnelle ainsi que la valeur de la fonction de vraisemblance logarithmique sont associées individuellement pour chaque période, jusqu'à ce que les paramètres soient estimés pour chacune des données restantes. Il sera donc possible d'évaluer la performance de chaque modèle en échantillon (80% des données), ainsi que hors échantillon (20% restant). Une performance optimale en hors échantillon est à privilégier puisque celle-ci reflète le mieux une utilisation réelle d'un modèle.

L'ensemble des tests statistiques présentés ainsi que les méthodes d'analyse des modèles et des résidus seront utilisés dans cette recherche afin de garantir l'obtention d'une performance optimale pour chaque modèle ainsi que pour valider les résultats obtenus.

CHAPITRE 3

VOLATILITÉ IMPLICITE

Dans ce chapitre, le concept de la volatilité implicite sera expliqué en détail. La méthode d'obtention ainsi que plusieurs caractéristiques intéressantes concernant celle-ci seront démontrées. Le lien entre la volatilité implicite et la volatilité future sera discuté en présentant certaines études sur le sujet. Finalement, ce lien sera confirmé en effectuant, entre autres, des régressions statistiques.

3.1 Black-Scholes

Pour un contrat d'options donné, plus le marché croit que l'actif sous-jacent a le potentiel de subir des variations élevées de sa valeur, plus la volatilité implicite sera élevée. La volatilité implicite est donc en quelque sorte une réflexion des attentes du marché relativement à la volatilité future de l'actif sous-jacent. Une volatilité implicite élevée fait en sorte d'augmenter la prime de l'option. Les participants sont prêts à payer davantage pour une option étant donné qu'elle a une probabilité plus élevée de résulter en un profit. La volatilité implicite est donc la seule variable n'ayant pas de valeur définie préalablement, elle résulte du niveau de l'offre et de la demande des participants pour un contrat d'options spécifique.

La volatilité implicite est donc un aspect très important. Il est possible de spéculer uniquement sur celle-ci, par exemple, nous pourrions avoir une méthode de calcul nous permettant d'estimer la volatilité future anticipée de manière efficace. Conditionnellement au respect de plusieurs autres conditions, si notre méthode nous indique une volatilité future anticipée plus élevée que la volatilité implicite actuelle, nous pourrions par exemple acheter un contrat d'options d'achat ainsi qu'un contrat d'options de vente, et plus tard revendre ces options lorsque la volatilité implicite aura subi la variation positive anticipée, générant ainsi un profit grâce à la prime qui sera également plus élevée qu'au moment de l'achat.

La volatilité implicite d'un contrat d'options est généralement indiquée via la plateforme d'un courtier, mais nous pouvons également estimer celle-ci.

En utilisant le modèle Black-Scholes présenté par (Black & Scholes, 1973), le prix d'une option européenne, lorsque le sous-jacent est un titre d'une entreprise, est comme suit :

$$\text{Valeur d'une option d'achat (C)} : S N(d_1) - K e^{-rt} N(d_2) \quad (3.1)$$

$$\text{Valeur d'une option de vente (P)} : K e^{-rt}(1 - N(d_2)) - S (1 - N(d_1)) \quad (3.2)$$

Où

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)t}{\sigma\sqrt{t}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{t}$$

S = Le prix actuel de l'actif sous-jacent

K = Le prix de levée de l'option

t = La durée restante avant l'expiration de l'option, en années

r = Le taux sans risque annuel en capitalisation continue

σ = L'écart-type anticipé de l'actif sous-jacent, soit la volatilité implicite

Dans le modèle Black-Scholes, il est assumé que le prix actuel de l'actif sous-jacent est la valeur totale résultante si l'on prend toutes les valeurs possibles que celui-ci pourrait avoir au moment de l'expiration, multiplié par leur probabilité. Nous devons trouver $N(d_1)$ dans une table de la loi normale. Il s'agit de la proportion de cette valeur totale où l'actif a une valeur supérieure ou égale au prix de levée, soit les probabilités de tous ces scénarios où c'est le cas, pondérées par leurs valeurs possibles respectives au moment de l'expiration. $N(d_2)$ est la probabilité que l'actif ait une valeur à l'expiration supérieure ou égale au prix de levée, sans pondérations.

Nous pouvons calculer la volatilité implicite en commençant par une estimation effectuée avec la formule de Brenner et Subrahmanyam (Brenner & Subrahmanyam, 1988). Celle-ci est plus précise pour les options d'achat dont le prix de levée est actuellement le même que le prix de l'actif sous-jacent. La formule est comme suit :

$$\sigma = (C/S) \times (1/0.398\sqrt{t}) \quad (3.3)$$

Cependant, lorsqu'il n'y a pas d'option d'achat ayant un prix de levée étant le même que le prix de l'actif sous-jacent, nous devons prendre les prix de l'option d'achat (C) et de vente (P) ayant les prix de levées les plus près possible du prix de l'actif sous-jacent comme suit :

$$\sigma = 1/2 (C + P)/(0.398 \sqrt{tS}) \quad (3.4)$$

Avec cette première estimation relativement fiable, nous pouvons débiter avec cette valeur pour ensuite effectuer quelques itérations de la méthode de Newton-Raphson (Kelley, 2003).

σ = La volatilité implicite de l'option d'achat

$V(\sigma)$ = Le coût de l'option d'achat

σ' = L'estimation de la volatilité implicite

$V(\sigma')$ = Le coût de l'option en utilisant notre estimation

$V'(\sigma')$ = Le dérivé du coût de l'option en utilisant notre estimation

Nous savons que la valeur de l'option d'achat est calculée ainsi :

$$V(\sigma') = S N(d_1) - K e^{-rt} N(d_2) \quad (3.5)$$

Où

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r + \frac{1}{2}\sigma'^2\right)t}{\sigma'\sqrt{t}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma'\sqrt{t}$$

Notre premier dérivé...

$$V'(\sigma') = S\sqrt{te^{-t}}N'(d_1) \quad (3.6)$$

Où

$$N'(d_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}d_1^2}$$

Ensuite...

$$\sigma = \frac{V(\sigma) - V(\sigma') + V'(\sigma')\sigma'}{V'(\sigma')} \quad (3.7)$$

Notre premier résultat σ deviendra notre prochain σ' et on refait la méthode jusqu'à ce que : $V(\sigma) = V(\sigma')$.

À noter que, même si le modèle Black-Scholes est utilisé pour les options européennes, nous pouvons tout de même utiliser celui-ci pour des options américaines, étant donné que généralement, il n'y a pas vraiment d'avantages à exercer une option avant la date d'expiration de l'option. Cependant, afin d'obtenir un résultat plus précis pour la volatilité implicite d'une option américaine, plusieurs méthodes existent, tel que le modèle binomial (Cox, Ross & Rubinstein, 1979).

Le modèle Black-Scholes souffre par contre de plusieurs fausses assumptions. Les plus graves sont les suivantes. Il est assumé que :

- Les rendements suivent une loi normale.
- La volatilité est constante dans le temps.
- Le taux d'intérêt sans risque est constant pour la durée de l'option.

Évidemment, les taux d'intérêt peuvent changer, dépendamment des manœuvres entreprises par les banques centrales. Les rendements d'actifs financiers ne suivent pratiquement jamais une loi normale (Officer, 1972). En effet, en réalité, les rendements de la grande majorité d'actifs financiers ont une distribution leptokurtique, soit que les probabilités de variations majeures sont plus élevées que s'ils suivaient une loi normale. Cela fait en sorte que, le prix d'une option avec un prix de levée significativement plus élevé ou plus bas que le prix actuel de l'actif sous-jacent est plus élevé qu'il le serait si les rendements suivaient vraiment une loi normale.

Avec le modèle Black-Scholes, lorsque l'on calcule la volatilité implicite d'une multitude d'options sur un contrat à terme d'une paire de devises, ayant chacune les mêmes particularités (son type, la durée, l'actif sous-jacent), à l'exception du prix de levée, nous remarquons que la volatilité implicite sera plus élevée pour les options dont le prix de levée est soit significativement plus élevé ou moins élevé que le prix actuel de l'actif sous-jacent. Ceci s'explique en très grande partie par deux raisons :

- D'un côté, les demandeurs d'options apprécient l'effet de levier offert par celles-ci. L'effet de levier s'explique par le potentiel d'obtenir un rendement relativement très élevé par rapport au prix d'une option dont le prix de levée est très éloigné du prix actuel de l'actif. Ils sont donc prêts à payer plus cher pour obtenir un effet de levier considérable.
- De l'autre côté, les vendeurs d'options doivent compenser pour le risque de variation majeure de la valeur de l'actif sous-jacent. Malgré les faibles probabilités d'un tel évènement, ceux-ci désirent couvrir leurs risques en obtenant une prime plus élevée. Ils ajusteront également leurs prix dépendamment de l'offre.

Si l'on fait un graphique avec les données des volatilités implicites obtenues, dépendamment du prix de levée, nous pouvons souvent observer une courbe en forme de sourire, communément appelée *volatility smile*, en anglais.

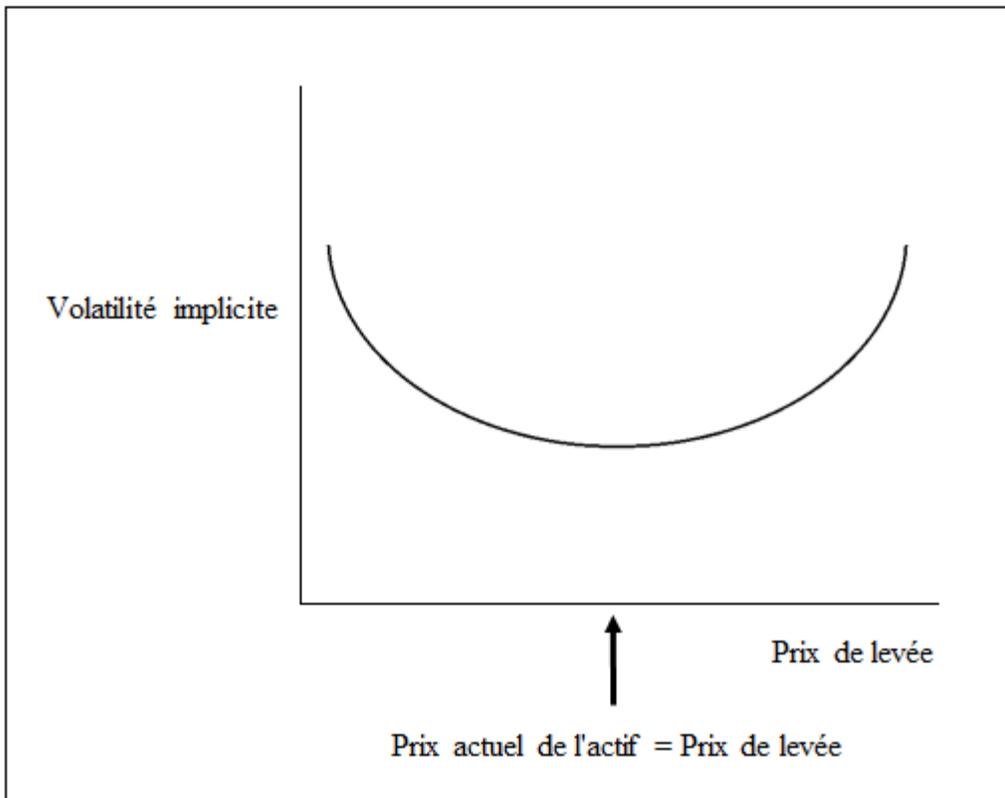


Figure 3.1 Volatility Smile

S'il s'agit d'options sur un contrat à terme d'une paire de devises, un côté du sourire sera plus élevé que l'autre lorsqu'une des deux devises sera évaluée comme étant plus risquée que l'autre par les vendeurs d'options et conséquemment, ce risque additionnel sera reflété dans leurs prix, qui donnera ensuite une valeur de volatilité implicite plus élevée. Si, par exemple, des nouvelles économiques très négatives risquent d'être annoncées prochainement aux É-U, en générant un graphique des données concernant la volatilité implicite des options sur un contrat à terme de EUR/USD, il sera probable d'observer que le côté droit de la courbe sera plus élevé que le côté gauche, puisque pour les vendeurs d'options, le risque des options d'achat liées à EUR/USD est plus élevé.

Pour les options sur le marché des actions, lorsque l'on fait un graphique avec les données des volatilités implicites obtenues, nous observons plutôt des valeurs plus élevées pour les options significativement dans la monnaie, et plus faibles pour les options significativement

hors de la monnaie. Ceci s'explique dû au fait que sur ce marché, en général, les probabilités de variations négatives importantes sont plus élevées que les probabilités de variations positives importantes. Les options de vente dans la monnaie sont souvent utilisées par les participants afin de se protéger face au risque d'un effondrement tel qu'en 1987 ou 2007-2008. Les vendeurs d'options reflètent cette demande et ce risque additionnel dans leurs prix de vente et conséquemment, la valeur de la volatilité implicite est plus élevée pour ce type d'option et nous avons une courbe, communément appelée *volatility skew*, en anglais, qui ressemble à ceci :

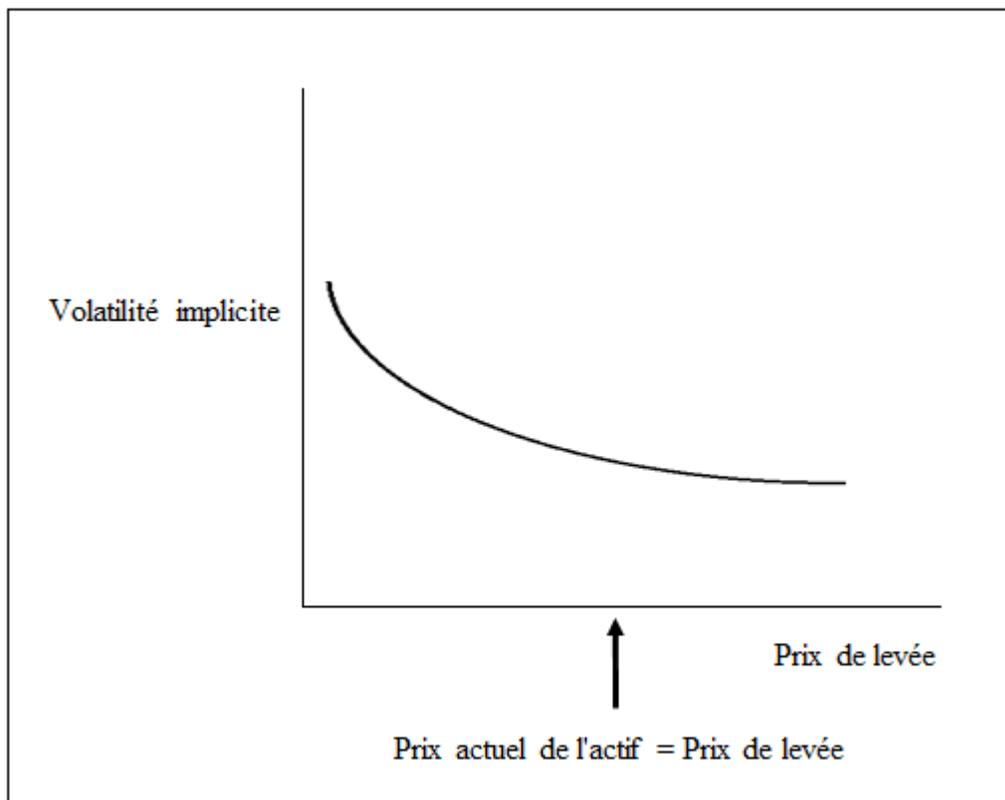


Figure 3.2 Volatility Skew

3.2 VIX et VXO

En 1987, (Brenner & Galai, 1989) proposent un index de volatilité, le Sigma Index (SI), qui permettrait aux investisseurs d'observer les attentes actuelles du marché relativement à la volatilité à venir. Suivant cette idée, le CBOE (Chicago Board Options Exchange) annonça en 1993 le lancement d'un index de volatilité, le VIX, qui serait basé sur certaines options du S&P 100 (OEX). En 2003, la méthode de calcul du VIX fût modifiée et par conséquent, le CBOE a changé le nom de l'ancien VIX par VXO. Le VIX ou VXO sont listés en terme de pourcentage et cette valeur représente l'amplitude de la variation du sous-jacent attendue par le marché pour les 30 prochains jours.

Le VXO existe toujours et il est calculé en effectuant la moyenne de la volatilité implicite de huit options ayant les prix de levées les plus près du prix actuel du sous-jacent (OEX) ainsi que les deux dates d'expiration les plus près de la date au temps présent additionné de huit jours calendriers. La volatilité implicite est obtenue en utilisant le modèle Black-Scholes, tel que démontré précédemment.

Considérons les huit données de volatilité implicite des options aux prix de levées les plus près au-dessus (X2) et en dessous (X1) du prix actuel (S) du sous-jacent (OEX) suivantes :

Tableau 3.1 Options considérées dans le calcul du VXO

Prix de levée	Date d'expiration la plus près (1)		La seconde date d'expiration la plus près (2)	
	Option d'achat (call)	Option de vente (put)	Option d'achat (call)	Option de vente (put)
$X1 (< S)$	σ_{C1X1}	σ_{P1X1}	σ_{C2X1}	σ_{P2X1}
$X2 (> S)$	σ_{C1X2}	σ_{P1X2}	σ_{C2X2}	σ_{P2X2}

Il faut d'abord effectuer la moyenne des contrats d'options pour chaque prix de levée et date d'expiration :

$$\sigma_{1x1} = (\sigma_{C1X1} + \sigma_{P1X1})/2$$

$$\sigma_{1x2} = (\sigma_{C1X2} + \sigma_{P1X2})/2$$

$$\sigma_{2x1} = (\sigma_{C2X1} + \sigma_{P2X1})/2$$

$$\sigma_{2x2} = (\sigma_{C2X2} + \sigma_{P2X2})/2$$

Le VXO est alors calculé comme suit :

$$VXO_t = TV(t, T_1) \frac{NT_2 - 22}{NT_2 - NT_1} + TV(t, T_2) \frac{22 - NT_1}{NT_2 - NT_1} \quad (3.8)$$

Où

$$TV(t, T_1) = ATMV(t, T_1) \sqrt{NC_1} / \sqrt{NT_1}$$

$$TV(t, T_2) = ATMV(t, T_2) \sqrt{NC_2} / \sqrt{NT_2}$$

$$ATMV(t, T_1) = \sigma_{1x1} \left(\frac{X2 - S}{X2 - X1} \right) + \sigma_{1x2} \left(\frac{S - X1}{X2 - X1} \right)$$

$$ATMV(t, T_2) = \sigma_{2x1} \left(\frac{X2 - S}{X2 - X1} \right) + \sigma_{2x2} \left(\frac{S - X1}{X2 - X1} \right)$$

NC = Nombre de jours calendriers entre le jour présent et la date d'expiration de l'option

NT = Nombre de jours ouvrables (Trading days) entre le jour présent et la date d'expiration de l'option

Comparativement à l'ancien VIX (VXO), qui est calculé à partir des valeurs de volatilité implicite des options du S&P 100 (OEX), le nouveau VIX est calculé directement avec les prix du marché des options du S&P 500 (SPX).

$$VIX_t = 100 \sqrt{\frac{365}{30} \left[(T_1 - t) VS(t, T_1) \frac{NC_2 - 30}{NC_2 - NC_1} + (T_2 - t) VS(t, T_2) \frac{30 - NC_1}{NC_2 - NC_1} \right]} \quad (3.9)$$

Où

$$VS(t, T) = \frac{2}{T - t} \sum_i \frac{\Delta K_i}{K_i^2} e^{r_t(T-t)} O_t(K_i, T) - \frac{1}{T - t} \left[\frac{F_t}{K_0} - 1 \right]^2$$

T = Le moment de l'expiration de l'ensemble des options du calcul. Donc $T - t$ s'agit du temps avant l'expiration, calculé en minutes

F_t = Le niveau forward de l'index déterminé à partir des prix des options

$$F_t = e^{r_t(T-t)} (C_t(K, T) - P_t(K, T)) + K$$

$C_t(K, T)$ = Prix d'une option d'achat au temps t ayant un prix de levée K et une date d'expiration T

$P_t(K, T)$ = Prix d'une option de vente au temps t ayant un prix de levée K et une date d'expiration T

$O_t(K_i, T)$ = Moyenne du Bid-Ask d'une option au temps t ayant un prix de levée K_i et une date d'expiration T

K_0 = Le premier prix de levée en dessous du niveau forward de l'index (F_t)

K_i = Le prix de levée pour la i -ème option hors de la monnaie ou dans la monnaie (out-of-the-money et in-the-money, en anglais)

$$\Delta K_i = (K_{i+1} - K_i) / 2$$

r_t = Le taux sans risque au temps t ayant une maturité T

NC = Nombre de jours calendriers entre le jour présent et la date d'expiration de l'option

T_1 et C_1 = Concerne les options ayant la date d'expiration la plus près dans au moins 23 jours calendriers (*near-term options*, en anglais).

T_2 et C_2 = Concerne les options ayant la date d'expiration la plus éloignée, mais dans pas plus de 37 jours calendriers (*next-term options*, en anglais).

Théoriquement, VIX^2 est l'équivalent du prix de levée d'un swap de variance (VS). Cependant, (Ait-Sahalia, Karaman & Mancini, 2013) ont démontré qu'il y a une différence d'en moyenne 2%.

Ils expliquent que cette différence est probablement due aux trois raisons principales suivantes :

1. Lorsque $VS - VIX^2 < 0$, cela peut être dû au fait que les options du SPX sont plus liquides que les swaps de variance, donc le prix d'un VS reflète le risque lié à sa faible liquidité.
2. Lorsque $VS - VIX^2 \neq 0$, une explication possible est que due au fait que les options du SPX et les VS ne sont pas sur le même marché, les VS étant conclus de gré à gré, les options du SPX réagissent plus rapidement aux nouvelles que les VS.
3. Lorsque $VS - VIX^2 > 0$, il est possible que les vendeurs de VS attribuent une valeur plus élevée au risque de variations majeures du marché. Les acheteurs de VS demeurent tout de même prêts à déboursier la prime demandée.

Les différences entre les caractéristiques principales du VXO et du VIX sont les suivantes :

VXO

- Utilise les options ayant le S&P 100 (OEX) comme actif sous-jacent.
- Est basé sur la volatilité implicite extraite du modèle Black-Scholes, qui souffre lui-même de plusieurs fausses assumptions, tel que vu précédemment.
- Convertit artificiellement la valeur de la volatilité en une valeur pour les 22 prochains jours ouvrables, pouvant ainsi surestimer les données, puisque par exemple, si le VXO est calculé un vendredi, il y aurait 20 jours ouvrables dans les 30 prochains jours calendriers, alors que le calcul sera effectué en considérant 22 jours ouvrables.
- Utilise les valeurs de volatilité implicite de huit contrats d'options seulement.

VIX

- Utilise les options ayant le S&P 500 (SPX) comme actif sous-jacent.

- Est basé directement sur la valeur au marché des options, sans avoir à utiliser un modèle.
- La valeur est donnée pour les 30 prochains jours calendriers, sans avoir à assumer le nombre de jours ouvrables.
- Utilise les valeurs des Bid-Ask pour l'ensemble des options hors de la monnaie et dans la monnaie ayant une date d'expiration dans les 23 à 37 prochains jours, jusqu'à ce que deux valeurs nulles consécutives du Bid soient trouvées pour chaque date d'expiration (afin de ne pas considérer les options non liquides dans le calcul).

(Carr & Wu, 2006) démontrent que malgré ces différences, le VXO et le VIX varient tous les deux de manière très similaire.

3.3 Prédictions de la volatilité

De nombreuses recherches ont été effectuées sur la performance de la volatilité implicite lorsqu'utilisée pour faire des prédictions sur la volatilité future. Il est parfois démontré que la volatilité implicite n'offre pas d'information concernant la volatilité à venir. Cependant, la majorité des résultats des recherches à ce jour indique le contraire.

(Canina & Figlewski, 1993) ont étudié la volatilité implicite des options du S&P 100 et concluent que celle-ci n'a aucune corrélation avec la volatilité future. (Bentes, 2015) obtient également de meilleurs résultats de prédictions avec un modèle GARCH plutôt qu'avec la volatilité implicite.

(Fleming, Ostdiek & Whaley, 1995) ont démontré que l'ancien VIX (aujourd'hui VXO) est un instrument utile pour effectuer des prédictions sur la volatilité du S&P 100. (Blair, Poon & Taylor, 2001) ont confirmé l'efficacité de l'ancien VIX pour la prédiction de la volatilité du S&P 100.

(Ederington & Guan, 2002) ont démontré que la volatilité implicite des options sur les contrats à terme du S&P 500 contenait de l'information utile pour effectuer des prédictions, cependant, ils expliquent qu'il s'agit d'un estimateur biaisé qui tend à surestimer la volatilité future. (Corrado & Miller, Jr., 2005) démontrent que les index de volatilité implicite du CBOE sont plus efficaces que la volatilité historique pour effectuer des prédictions pour le S&P 100, S&P 500 et Nasdaq 100.

(Taylor, Yadav & Zhang, 2010) ont étudiés la performance de la volatilité implicite d'options sur des titres d'entreprises individuelles. Pour 126 titres sur 149, la volatilité implicite offre des résultats supérieurs comparativement à la volatilité historique. Ils découvrent également que plus les options d'un titre individuel connaissent une activité élevée sur les marchés, plus leurs volatilités implicites seront utiles pour effectuer des prédictions.

(Muzzioli, 2010) démontre que la volatilité implicite est supérieure à la volatilité historique et qu'elle contiendrait même déjà toute l'information concernant la volatilité historique, lorsqu'utilisé pour des prédictions de la volatilité du DAX. (Garvey & Gallagher, 2012) démontrent que la volatilité implicite est efficace pour l'ensemble des 16 titres du FTSE 100 étudiés. (Yu, Lui & Wang, 2010) concluent que la volatilité implicite offre de meilleures performances que la volatilité historique ou un GARCH(1,1) pour les indices Hang Seng et Nikkei 225.

(Jorion, 1995) démontre que la volatilité implicite des options sur les contrats à terme de devises possède de l'information à considérer et conclut également qu'il s'agit d'un estimateur biaisé. (Szakmary, Ors, Kim & Davidson, 2003) ont étudié la performance de la volatilité implicite sur plusieurs marchés dont les actions, obligations, commodités et les devises. Leurs résultats démontrent que l'utilisation de la volatilité implicite est supérieure à la volatilité historique en ce qui concerne les prédictions de volatilité. De plus, ils expliquent que la volatilité historique ne semble pas contenir d'information additionnelle qui ne soit pas déjà incorporée dans la volatilité implicite.

(Poon & Granger, 2003) ont comparé 66 recherches évaluant la performance de plusieurs modèles de prédiction de volatilité dans plusieurs marchés différents. Les comparaisons effectuées démontrent que la volatilité implicite offre les meilleurs résultats la grande majorité du temps et que les modèles de volatilité historique et de type GARCH ont des performances similaires.

(Benavides & Capistrán, 2012) démontrent des résultats de prédictions de la volatilité supérieurs pour la paire USD/MXN lorsque la volatilité implicite est combinée avec un modèle de variance conditionnelle autorégressif, plutôt qu'utilisée individuellement. La volatilité implicite démontre également une très bonne performance pour la paire USD/BRL, cependant, l'ajout d'un modèle de type GARCH ou EWMA n'améliore pas les résultats (Tabak, Canesso de Andrade & Jung Chang, 2004).

(Busch, Christensen & Ørregaard Nielsen, 2008) ont étudié l'utilisation de la volatilité implicite sur le marché FX, des actions et également celui des obligations. Ils concluent que la volatilité implicite offre des résultats supérieurs comparativement à la volatilité historique dans ces trois marchés.

3.4 EUVIX, JYVIX

La majorité des modèles qui ont été développés afin de prédire la volatilité future se base sur les données antérieures. La volatilité implicite, pouvant être considérée comme le niveau des attentes du marché, a été démontrée comme étant un outil relativement performant à utiliser pour effectuer des prédictions sur la volatilité future.

Le Chicago Board Options Exchange (CBOE) a conçu trois indices de volatilité pour le marché FX utilisant la même méthode de calcul que le VIX. Les options utilisées sont les options sur les contrats à terme de EUR/USD (EUVIX), GBP/USD (BPVIX) et USD/JPY (JYVIX). Ces indices sont donc aptes à représenter le niveau d'anticipation du marché

relativement à la volatilité. De plus, étant listés sur un échange, les résultats sont facilement vérifiables (source : Chicago Board Options Exchange).

Nous désirons confirmer les résultats de certaines recherches précédentes, à savoir si la volatilité implicite peut être utilisée afin d'effectuer des prédictions sur la volatilité future. Dans un premier temps, la relation entre la volatilité implicite (EUVIX et JYVIX) et la volatilité future pour la paire EUR/USD et USD/JPY sera étudiée. Les données à l'étude sont les données journalières de la période du 16 janvier 2007 au 29 décembre 2016. Les taux des indices de volatilité sont les valeurs de fermeture à 21 :00 GMT. Les taux de change des paires de devises utilisées doivent donc également être les valeurs de fermeture à 21 :00 GMT.

3.4.1 Analyse des séries EUR/USD, USD/JPY

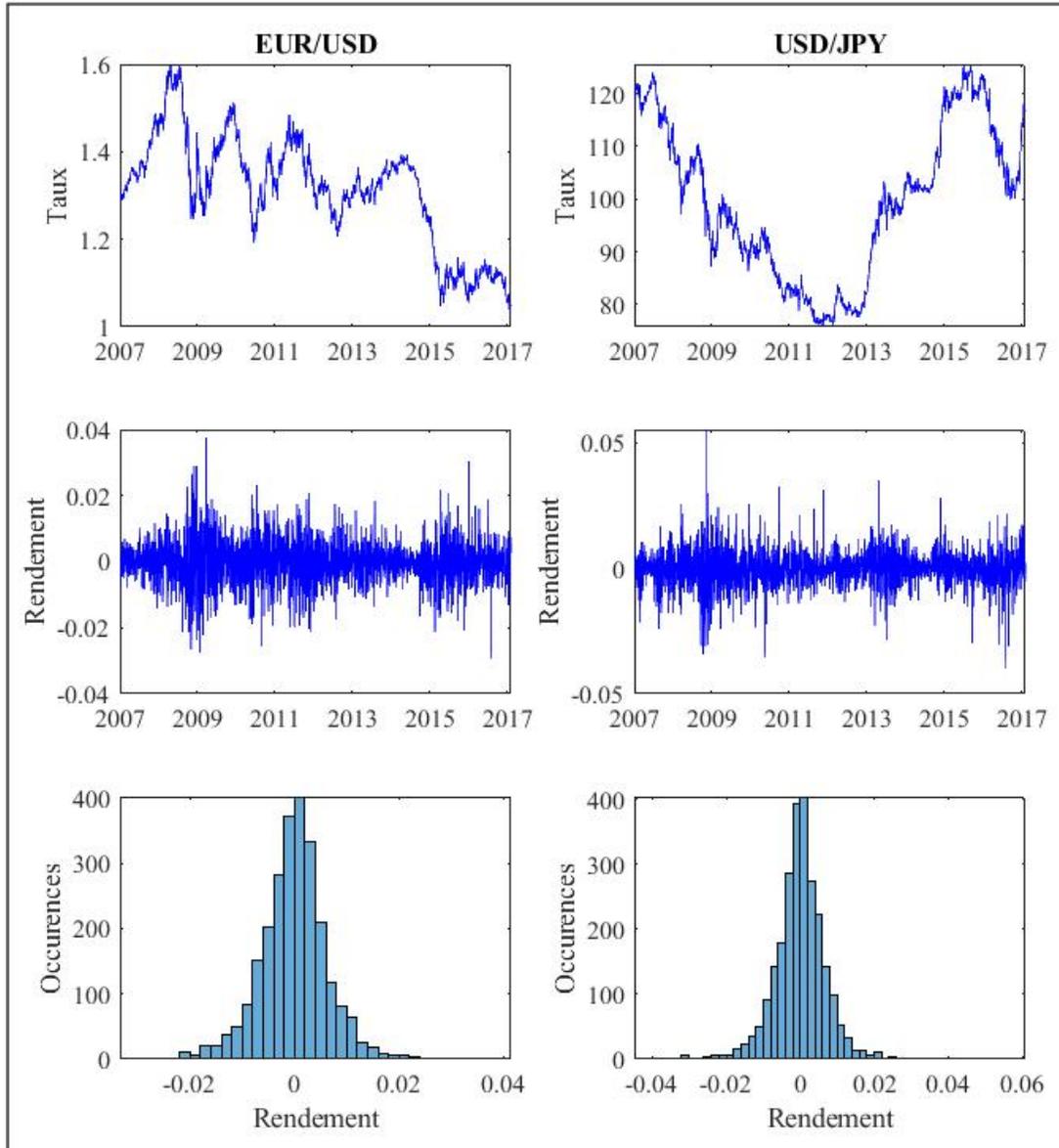


Figure 3.3 Taux et rendements logarithmiques journaliers de EUR/USD et USD/JPY du 16 janvier 2007 au 29 décembre 2016

Tableau 3.2 Caractéristiques des séries des rendements de EUR/USD et USD/JPY

EUR/USD		USD/JPY	
max	0.0373	max	0.0553
min	-0.0296	min	-0.0395
moyenne	-0.000092	moyenne	-0.000006
écart-type	0.0065	écart-type	0.0069
kurtosis	5.2000	kurtosis	7.5600
asymétrie	0.0292	asymétrie	-0.0598
Jarque-Bera	507.82	Jarque-Bera	2185.10

Nous pouvons observer l'effet du regroupement de la volatilité, soit *volatility clustering*, en anglais, au sein des deux graphiques présentant les rendements. Une période de très forte volatilité est souvent suivie de plusieurs autres périodes où la volatilité est élevée. Une période où la volatilité est très faible est également suivie de plusieurs autres périodes où la volatilité est faible. Les résultats du test Jarque-Bera étant largement supérieurs à 5.99 pour les deux séries, les distributions de celles-ci ne suivent pas une loi-normale. La non-normalité est également confirmée avec le kurtosis et le coefficient d'asymétrie qui sont normalement respectivement de 3 et 0 pour une série suivant une loi normale.

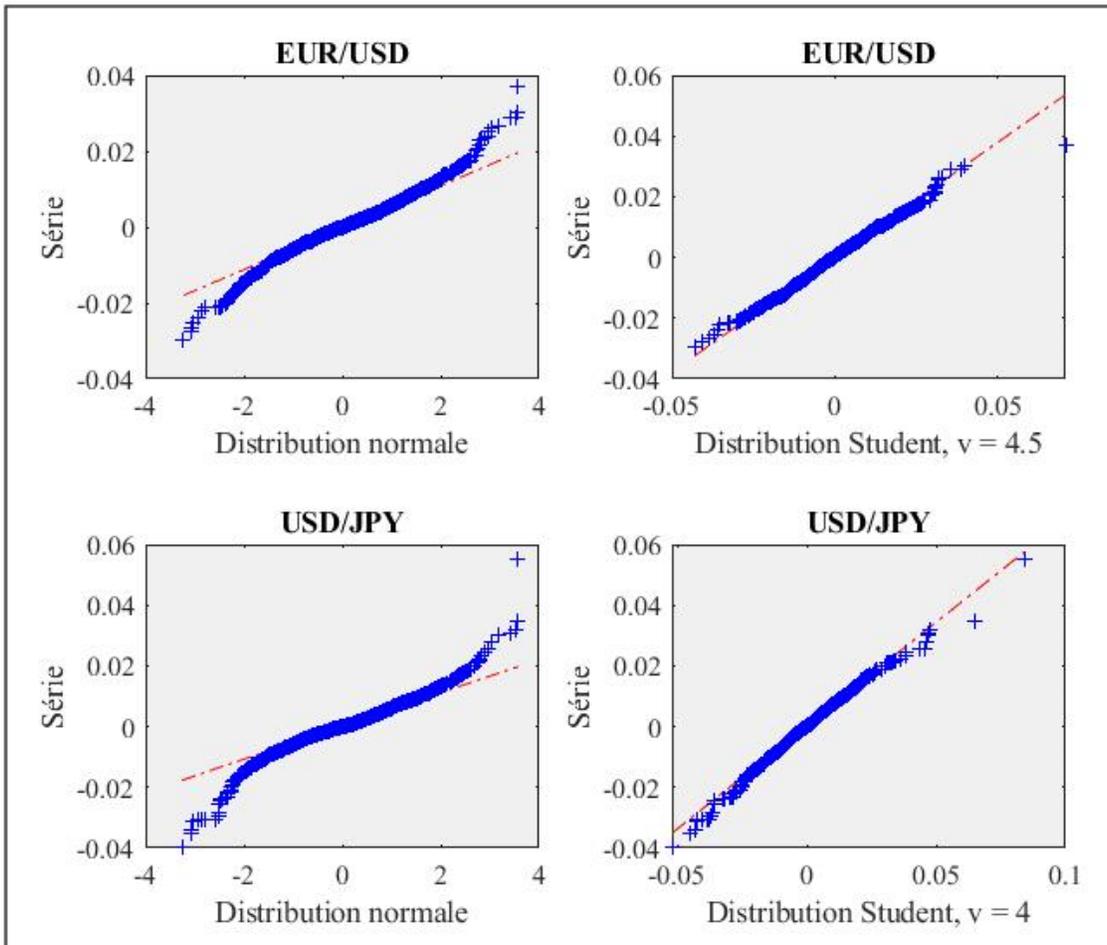


Figure 3.4 QQ plot des séries des rendements de EUR/USD et USD/JPY et d'une série distribuée normalement ou selon une loi de Student

La non-normalité des distributions des deux séries est apparente selon les statistiques et les diagrammes quantiles-quantiles. Elle est d'ailleurs plus prononcée pour USD/JPY où la statistique Jarque-Bera est plus élevée, caractéristique étant reflétée dans le diagramme de la série versus une distribution normale où les points sont plus éloignés comparativement à EUR/USD. Nous avons identifié le type de distribution Student représentant le mieux chacune des séries avec MATLAB. Une distribution Student avec degré de liberté de 4 semble être relativement bien représentative de la distribution de la série USD/JPY, alors qu'un degré de liberté de 4.5 semble plus adapté pour EUR/USD.

3.5 Volatilité implicite et volatilité future

Définissons un indice de volatilité implicite (IV) ainsi qu'une valeur de la volatilité future (VF) comme suit :

$$IV_t = \left[\left[\frac{1}{k} \sum_{t=-k}^{-1} VIX_t / \sqrt{252} \right] / 100 \right]^2 \quad (3.10)$$

$$VF_t = \frac{1}{k} \sum_{t=1}^k \sigma_t^2 \quad (3.11)$$

Où

$$\sigma_t^2 = \left[\ln \left(\frac{taux_t}{taux_{t-1}} \right) \right]^2$$

VIX_t = Valeur de l'indice EUVIX pour EUR/USD ou JYVIX pour USD/JPY

Pour une valeur donnée d'un indice de volatilité implicite (IV), quelle est la valeur de la volatilité future (VF) ?

Afin d'observer la relation entre la volatilité implicite et la volatilité future, visualisons dans quelques graphiques les valeurs de volatilité implicite obtenues, ainsi que la volatilité future associée pour un ordre k de 10 périodes. Si les anticipations du marché sont fondées, il devrait y avoir une corrélation positive, plus la valeur du VIX est élevée, plus la VF le sera également.

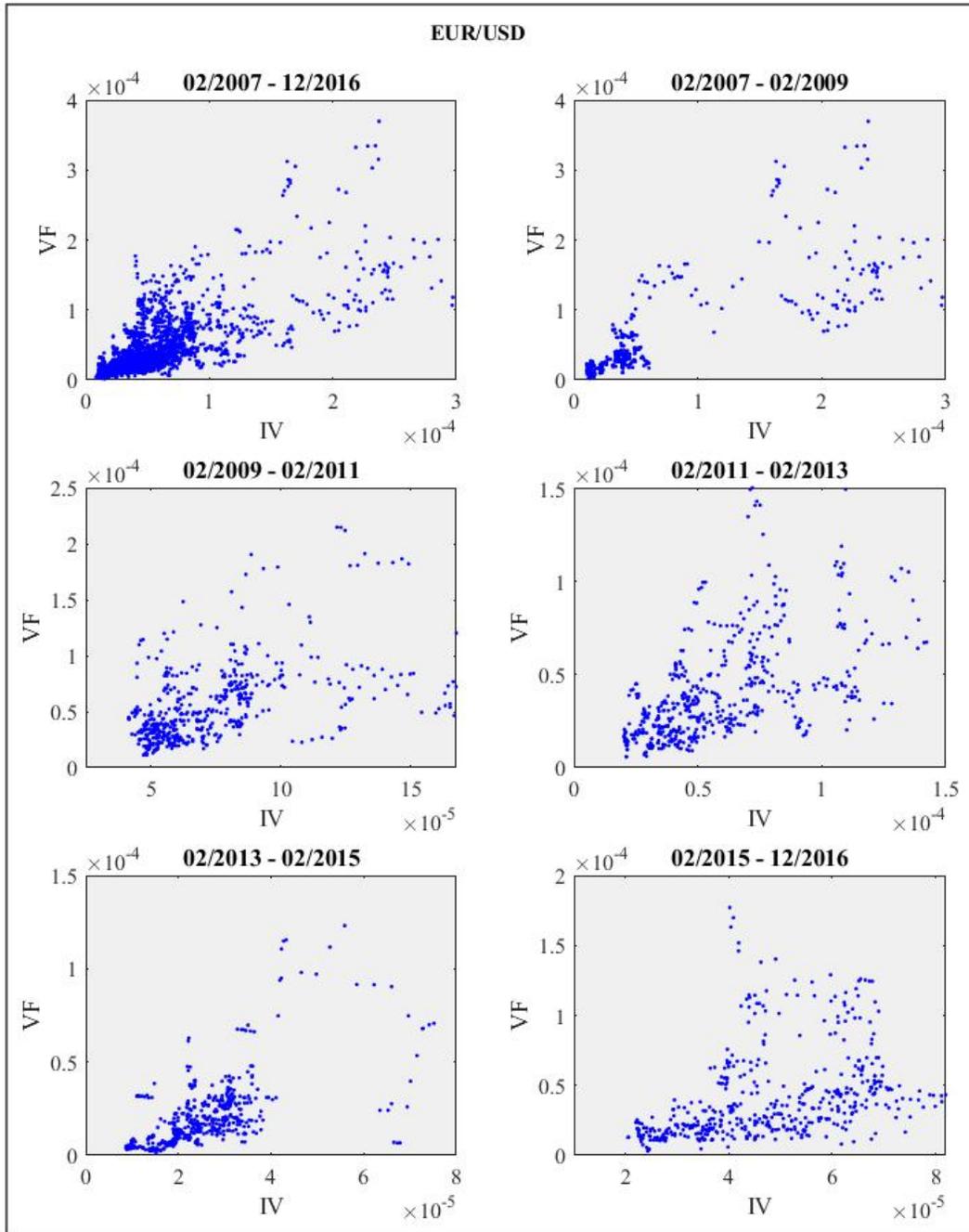


Figure 3.5 Relation entre IV et VF pour EUR/USD

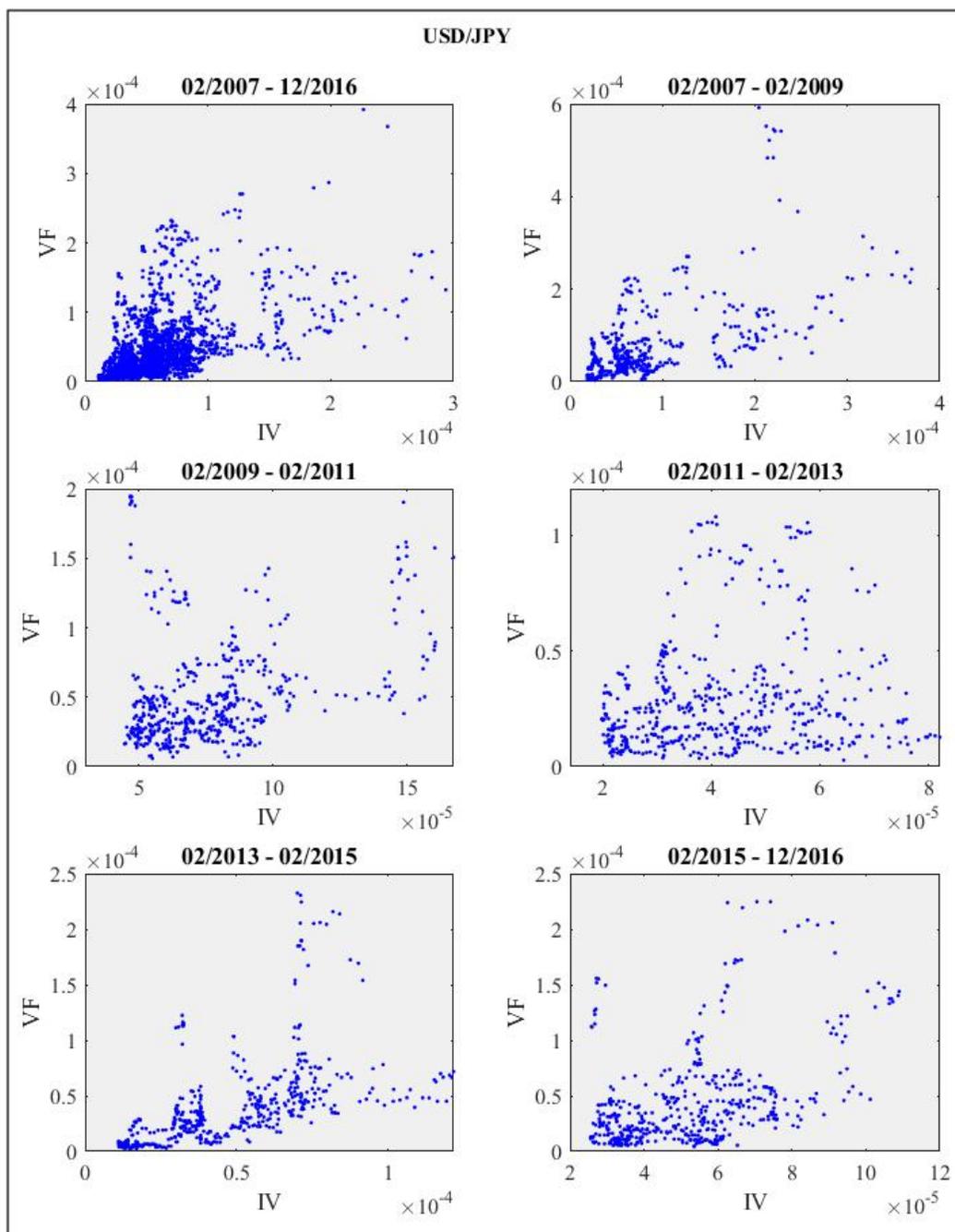


Figure 3.6 Relation entre IV et VF pour USD/JPY

Dans les graphiques, plus les points sont situés à droites, plus ils sont également situés hauts, en moyenne. Il semble donc qu'effectivement, plus la volatilité implicite est élevée, plus la volatilité future l'est également. Cette corrélation semble également stable d'année en année.

Tableau 3.3 Moyennes des VF selon différents centiles de IV

EUR/USD (\overline{VF}_t)						
$k =$	1	3	7	10	15	30
$\overline{VF}_t = 0.000043$						
Centile $1 \leq IV_t \leq$ Centile 10	0.000010	0.000010	0.000010	0.000010	0.000010	0.000012
Centile $90 \leq IV_t \leq$ Centile 100	0.000119	0.000117	0.000112	0.000110	0.000108	0.000099
USD/JPY (\overline{VF}_t)						
$k =$	1	3	7	10	15	30
$\overline{VF}_t = 0.000048$						
Centile $1 \leq IV_t \leq$ Centile 10	0.000015	0.000014	0.000014	0.000014	0.000017	0.000022
Centile $90 \leq IV_t \leq$ Centile 100	0.000133	0.000124	0.000122	0.000118	0.000113	0.000096

La corrélation est confirmée en calculant la moyenne des volatilités futures lorsque la volatilité implicite est dans un centile spécifié. La volatilité future peut être environ 10 fois plus élevée lorsque la volatilité implicite est dans l'intervalle entre le 90^e et le 100^e centile comparativement à lorsqu'elle se situe entre le 1^{er} et le 10^e centile.

3.5.1 Régressions (VF_t, IV_t)

En suivant la méthodologie de la littérature existante à ce jour sur la volatilité implicite, nous allons valider l'efficacité de l'information contenue dans la volatilité implicite de nos deux paires de devises étudiées en effectuant des régressions.

Nous avons la régression suivante :

$$VF_t = a_0 + a_1 IV_t + u_t \quad (3.12)$$

Où

$$VF_t = \frac{1}{p} \sum_{t=1}^p \sigma_t^2$$

$$IV_t = \left[\left[\frac{1}{k} \sum_{t=-k}^{-1} VIX_t / \sqrt{252} \right] / 100 \right]^2$$

Si la volatilité implicite contient de l'information pouvant être utilisée afin d'effectuer des prédictions sur la volatilité future, a_1 sera supérieur à zéro. La variabilité de la variable dépendante (volatilité future), sera alors expliquée en partie par la variable indépendante (volatilité implicite). La volatilité future est déterminée par une moyenne des p périodes suivantes. Pour notre objectif de régression, nous allons déterminer arbitrairement un ordre p de 3. Un ordre de 1, 5 ou 10 aurait également pu être convenable et donner des résultats similaires. Il serait également intéressant de découvrir si non seulement la dernière valeur de la volatilité implicite peut contenir de l'information utile, mais également les valeurs des k périodes précédentes.

Tableau 3.4 Résultats des régressions (VF_t, IV_t)

EUR/USD						
$k =$	1	3	7	10	15	30
α_0	4.5E-06 (1.6E-06)	4.8E-06 (1.6E-06)	4.3E-06 (1.6E-06)	3.7E-06 (1.6E-06)	3.77E-06 (1.6E-06)	4.8E-06 (1.7E-06)
Valeur P	0.0039	0.0026	0.0067	0.0193	0.0188	0.0034
α_1	0.7048 (0.0227)	0.7013 (0.0230)	0.7111 (0.0232)	0.7230 (0.0233)	0.7232 (0.0236)	0.7065 (0.0245)
Valeur P	9.0E-180	2.3E-174	2.3E-175	2.7E-179	7.6E-176	1.7E-158
R^2 ajusté	0.279	0.272	0.273	0.279	0.274	0.250
USD/JPY						
$k =$	1	3	7	10	15	30
α_0	-3.8E-06 (2.5E-06)	3.1E-08 (2.5E-06)	1.8E-06 (2.6E-06)	5.8E-06 (2.6E-06)	1.1E-06 (2.6E-06)	7.1E-06 (2.8E-06)
Valeur P	0.1223	0.9904	0.4924	0.8247	0.6697	0.0104
α_1	0.8537 (0.0332)	0.7920 (0.0344)	0.7649 (0.0355)	0.7860 (0.0357)	0.7785 (0.0364)	0.6840 (0.0386)
Valeur P	8.9E-130	1.8E-106	7.7E-95	4.2E-98	1.8E-93	2.9E-66
R^2 ajusté	0.210	0.175	0.157	0.162	0.155	0.111

Pour chaque ordre (k) étudié, selon les résultats des régressions obtenus, la volatilité implicite semble posséder de l'information importante pour effectuer des prédictions. Pour les deux paires de devises, α_1 est bien supérieur à zéro. Par exemple, pour USD/JPY, avec un ordre (k) de 1, la volatilité future moyenne des trois prochains jours est déterminée à plus de 85% par la valeur de la volatilité implicite au temps présent.

3.5.2 Régressions (VF_t , IV_t , VA_t)

Il serait possible de suggérer que la volatilité implicite soit tout simplement en majorité un reflet de la volatilité antérieure, et donc celle-ci serait davantage une réaction plutôt qu'une anticipation. Afin d'établir si la volatilité implicite possède de l'information additionnelle comparativement à la volatilité antérieure, la régression suivante est effectuée :

$$VF_t = a_0 + a_1 IV_t + a_2 VA_t + u_t \quad (3.13)$$

Où

$$VA_t = \frac{1}{k} \sum_{t=-k}^{-1} \sigma_t^2$$

L'efficacité de la volatilité implicite pourra être comparée à celle de la volatilité antérieure (VA_t). Si l'utilisation de la volatilité implicite est supérieure, a_1 sera supérieur à a_2 . Et si la volatilité implicite est efficiente, la valeur de a_2 ne serait pas significative. Ceci voudrait dire que l'information concernant la volatilité implicite explique mieux la variable dépendante (volatilité future) que la volatilité antérieure.

Tableau 3.5 Résultats des régressions (VF_t , IV_t , VA_t)

EUR/USD						
$k =$	1	3	7	10	15	30
α_0	4.5E-06 (1.6E-06)	4.8E-06 (1.6E-06)	4.3E-06 (1.6E-06)	3.7E-06 (1.6E-06)	3.8E-06 (1.6E-06)	5.0E-06 (1.6E-06)
Valeur P	0.0038	0.0025	0.0066	0.0194	0.0188	0.0022
α_1	0.6931 (0.0246)	0.6620 (0.0284)	0.6848 (0.0346)	0.7242 (0.0390)	0.7190 (0.0468)	0.3791 (0.0645)
Valeur P	6.7E-152	8.4E-109	2.9E-81	2.7E-72	6.2E-51	4.7E-09
α_2	0.0147 (0.0129)	0.0495 (0.0211)	0.0332 (0.0323)	-0.0015 (0.0393)	0.0053 (0.0506)	0.4078 (0.0744)
Valeur P	0.2238	0.0192	0.3047	0.9692	0.9159	4.6E-08
R^2 ajusté	0.279	0.273	0.273	0.278	0.274	0.259
USD/JPY						
$k =$	1	3	7	10	15	30
α_0	-3.8E-06 (2.5E-06)	4.7E-08 (2.6E-06)	1.7E-06 (2.6E-06)	1.0E-06 (2.6E-06)	3.4E-06 (2.7E-06)	1.1E-05 (2.8E-06)
Valeur P	0.1248	0.9854	0.5175	0.7040	0.2018	0.0001
α_1	0.8523 (0.0354)	0.7907 (0.0408)	0.7726 (0.0482)	0.7445 (0.0528)	0.5450 (0.0594)	0.2594 (0.0736)
Valeur P	1.4E-115	4.2E-78	3.8E-55	1.6E-43	9.5E-20	4.0E-04
α_2	0.0014 (0.0123)	0.0012 (0.0216)	-0.0079 (0.0335)	0.0432 (0.0405)	0.2456 (0.0496)	0.4543 (0.0673)
Valeur P	0.9077	0.9558	0.8146	0.2862	7.8E-07	1.8E-11
R^2 ajusté	0.209	0.175	0.157	0.162	0.163	0.127

Les résultats des régressions obtenues lorsque nous intégrons les données concernant la volatilité antérieure sont très intéressants. Nous pouvons observer que les coefficients concernant la volatilité implicite (α_1) sont toujours significativement plus élevés que les

coefficients concernant la volatilité antérieure (a_2), à l'exception lorsque l'ordre (k) est très élevé (30). Ceci suggère donc que la volatilité implicite explique mieux la volatilité future et n'est donc pas simplement un reflet de la volatilité antérieure. Nous observons également que la dernière valeur de la volatilité implicite semble être la valeur optimale pour effectuer une prédiction de la volatilité future puisque les résultats des régressions indiquent un coefficient de détermination plus élevé lorsque l'ordre k est de 1.

3.5.3 Régressions sur intervalles identiques (VF_t, IV_t)

Ayant déterminé que la dernière valeur disponible de la volatilité implicite est optimale pour effectuer des prédictions, nous pouvons maintenant observer la corrélation exacte entre la volatilité implicite et la volatilité future en effectuant une régression où les données sont obtenues sur des intervalles identiques.

Puisque les indices EUVIX et JYVIX sont calculés avec les contrats d'options ayant une date d'expiration de moins d'un mois, soit environ 21 jours ouvrables, ce sera cet intervalle qui sera utilisé. La régression sera donc comme suit :

$$VF_t = a_0 + a_1 IV_t + u_t \quad (3.14)$$

Où

$$VF_t = \sum_{t=1}^{21} \sigma_t^2$$

$$IV_t = \left[\left[VIX_{t-1} / \sqrt{12} \right] / 100 \right]^2$$

Tableau 3.6 Corrélation (VF_t , IV_t)

	EUR/USD	USD/JPY
α_0	0.00014 (1.5E-05)	0.00016 (2.6E-05)
Valeur P	6.8E-19	2.7E-10
α_1	0.6698	0.6665
Valeur P	0	0
R^2 ajusté	0.622	0.401

Discussion

Dans le présent chapitre, le concept de volatilité implicite a été expliqué en détail. Une importante quantité d'études sur le sujet a été démontrée, la majorité venant appuyer le fait que la volatilité implicite contient de l'information utile pour effectuer des prédictions sur la volatilité future. Nous avons testé statistiquement si c'était réellement le cas et selon les résultats obtenus, nous pouvons confirmer que oui, du moins pour la période et les paires de devises étudiées. Le test d'indépendance entre les données est présenté dans l'annexe I et suggère que la volatilité implicite peut être utilisée pour effectuer des prédictions sur la volatilité future. Les résultats indiquent également que la dernière valeur disponible de la volatilité implicite est optimale et regroupe le maximum d'information concernant la volatilité future, avec un coefficient de corrélation (R) de 79% et 63% pour EUR/USD et USD/JPY, respectivement.

CHAPITRE 4

PRÉDICTION DE LA VOLATILITÉ FUTURE

Dans ce chapitre, les données concernant la volatilité implicite seront intégrées dans un modèle autorégressif afin d'effectuer des prédictions sur la volatilité future. Les résultats seront ensuite obtenus pour une performance en échantillon ainsi que hors échantillon.

4.1 IVGARCH(q,p,g)

Selon les résultats obtenus précédemment, les données concernant la volatilité implicite contiennent certainement de l'information pouvant être utile afin d'effectuer des prédictions sur la volatilité future. Afin de déterminer s'il est véritablement avantageux d'intégrer ce type d'information à un modèle, nous allons intégrer l'information à un modèle de base GARCH (q,p), puis comparer les résultats entre l'extension du modèle obtenue, IVGARCH(q,p,g) et le modèle de base.

La variance conditionnelle σ_t^2 d'un modèle GARCH (p,q) standard, tel que vu précédemment, est donnée comme suit :

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \epsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad (4.1)$$

En intégrant les données concernant l'indice de volatilité implicite, nous avons le modèle IVGARCH (q,p,g), où la variance conditionnelle est donnée comme suit :

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \epsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2 + \sum_{u=1}^g \delta_u IV_{t-u} \quad (4.2)$$

Où

$$IV_t = [(VIX_t/\sqrt{252})/100]^2$$

Puisque notre analyse des régressions effectuée précédemment indiquait que l'information concernant la volatilité future au sein de la volatilité implicite semblait être optimale à un ordre (k) de 1, cette valeur sera utilisée. Conséquemment, g sera égal à 1.

Les paramètres sont estimés en maximisant la fonction de vraisemblance logarithmique comme suit :

$$\max \quad LLF = -\frac{1}{2} \sum_t \left[\ln(2\pi) + \ln(\sigma_t^2) + \frac{r_t^2}{\sigma_t^2} \right] \quad (4.3)$$

Où

$$r_t^2 = \left[\ln \left(\frac{taux_t}{taux_{t-1}} \right) \right]^2$$

Sujet à :

$$\alpha_0 \geq 0$$

$$\alpha_i \geq 0$$

$$\beta_j \geq 0$$

$$\delta_u \geq 0$$

$$\alpha_i + \beta_j + \delta_u \leq 1$$

À noter que la fonction de vraisemblance utilisée n'est pas adaptée aux distributions des séries. Pour un objectif de maximiser les résultats de prédictions, ce serait un problème, cependant, pour notre objectif qui est la comparaison de modèles, la fonction de vraisemblance est adaptée pour fins de simplicité et de facilité de réplification des tests afin de valider les résultats obtenus.

4.2 Analyse des séries temporelles

Avant d'utiliser les modèles proposés, nous devons nous assurer que l'usage de ce type de modèle autorégressif convient aux séries financières étudiées.

Tableau 4.1 Test KPSS des carrés des rendements de EUR/USD et USD/JPY

Test KPSS				
k	EUR/USD		USD/JPY	
	Valeur-p	Statistique de test	Valeur-p	Statistique de test
2	> 0.1000	0.0309	> 0.1000	0.0807
4	> 0.1000	0.0312	> 0.1000	0.0829
7	> 0.1000	0.0307	> 0.1000	0.0870
13	> 0.1000	0.0305	> 0.1000	0.0867
25	> 0.1000	0.0301	> 0.1000	0.0880
50	> 0.1000	0.0315	> 0.1000	0.0790
100	> 0.1000	0.0295	> 0.1000	0.0707

Avec un seuil de signification de 0.05, l'hypothèse nulle stipulant que la moyenne est constante dans le temps n'est pas rejetée. Les deux séries temporelles respectent donc ce critère nécessaire pour utiliser un modèle autorégressif.

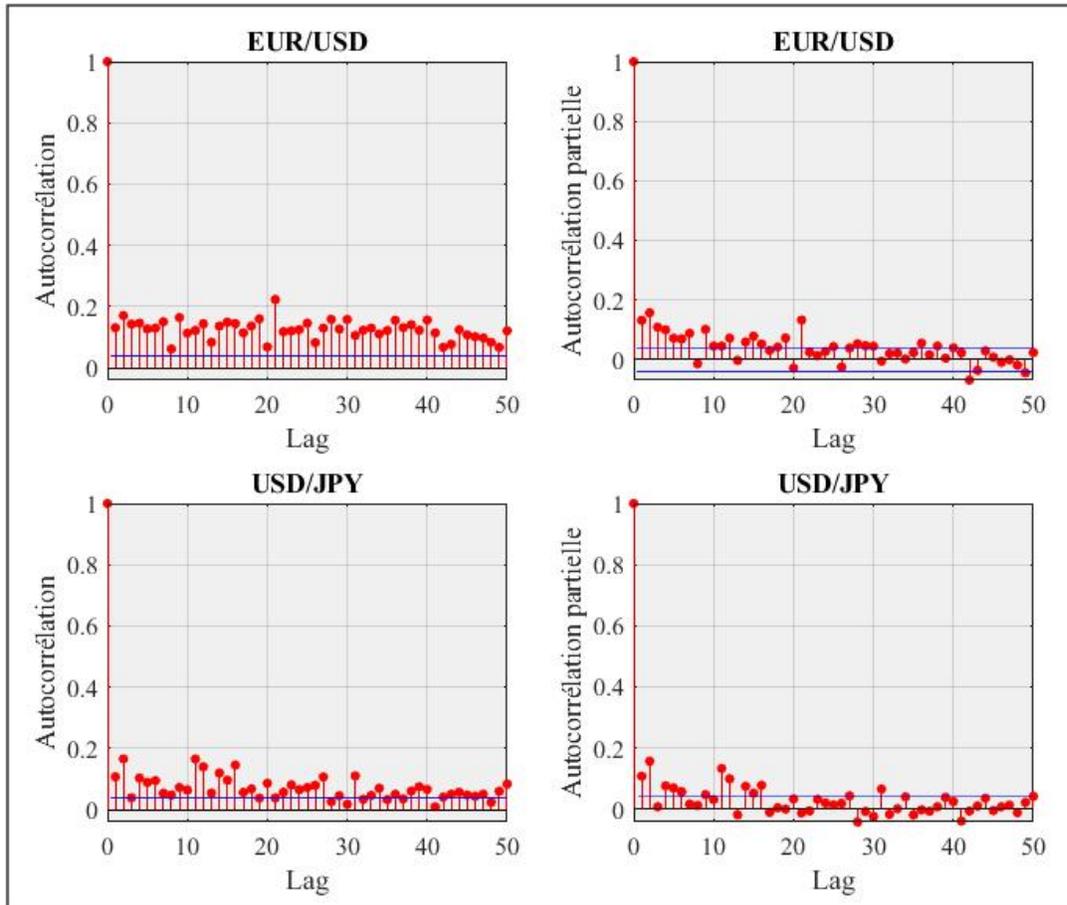


Figure 4.1 Autocorrélation et autocorrélation partielle des carrés des rendements de EUR/USD et USD/JPY

L'autocorrélation des carrés des rendements est bien présente. Nous pouvons clairement l'observer en particulier sur les graphiques d'autocorrélation partielle pour un ordre de 20 et moins pour EUR/USD et 15 ou moins pour USD/JPY.

Tableau 4.2 Test Ljung-Box des carrés des rendements de EUR/USD et USD/JPY

Test Ljung-Box				
k	EUR/USD		USD/JPY	
	Valeur-p	Statistique de test	Valeur-p	Statistique de test
2	0	117	0	99
4	0	223	0	130
7	0	364	0	180
13	0	583	0	337
25	0	1193	0	548
50	0	2111	0	768
100	0	2962	0	913

Avec un seuil de signification de 0.05, l'hypothèse nulle d'une série stationnaire au niveau de la moyenne du test KPSS n'est pas rejetée dans les deux cas. Le test Ljung-Box confirme ce que nous pouvons observer graphiquement. Avec un seuil de signification de 0.05, nous rejetons dans les deux cas l'hypothèse nulle stipulant que la série ne démontre pas d'autocorrélation. L'utilisation d'un modèle autorégressif semble convenable pour les deux séries temporelles.

4.3 Performance en échantillon

Pour notre analyse, les modèles GARCH(1,1) et IVGARCH(1,1,1) seront comparés. La performance en échantillon sera évaluée sur les données journalières de la période du 16 janvier 2007 au 29 décembre 2016 pour les paires de devises EUR/USD et USD/JPY. Les méthodes d'obtention des variances conditionnelles des deux modèles sont présentées dans l'annexe I.

Tableau 4.3 Résultats en échantillon pour
GARCH(1,1) et IVGARCH(1,1,1)

EUR/USD		
	GARCH(1,1)	IVGARCH(1,1,1)
a_0	1.55E-07	0
a_i	0.0423	0.0009
β_j	0.9549	0.6900
δ_u	N/A	0.2435
Log - L	9331.87	9376.76
RMSE	0.003526	0.003445
MAE	0.00004416	0.00004325
USD/JPY		
	GARCH(1,1)	IVGARCH(1,1,1)
a_0	8.09E-07	0
a_i	0.0677	0.0372
β_j	0.9177	0
δ_u	N/A	0.7448
Log - L	9125.28	9188.79
RMSE	0.003921	0.003793
MAE	0.00005271	0.00005075

Pour les deux paires de devises étudiées, l'introduction de la volatilité implicite améliore la performance des prédictions de la volatilité future. Avec le modèle IVGARCH(1,1,1), la fonction de vraisemblance est supérieure, tandis que l'erreur absolue moyenne (MAE) et l'erreur type (RMSE) sont diminués. Les résultats sont particulièrement impressionnants pour la paire USD/JPY, où le coefficient (δ_u) concernant la volatilité implicite est de 0.7448, ce qui signifie que la variance conditionnelle est expliquée à 74% par la volatilité implicite.

4.4 Analyse des résidus en échantillon

Tel que mentionné précédemment, nous devons analyser les résidus des modèles afin de confirmer leur efficacité.

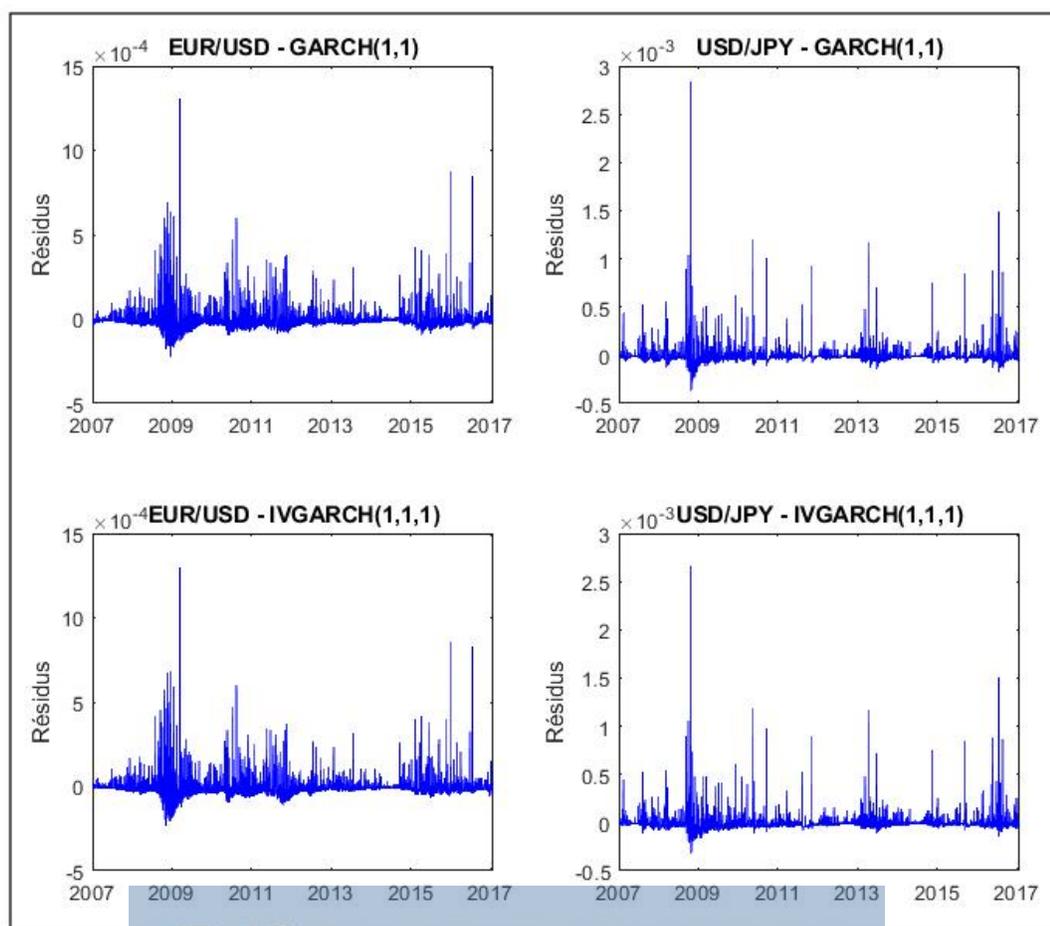


Figure 4.2 Résidus en échantillon

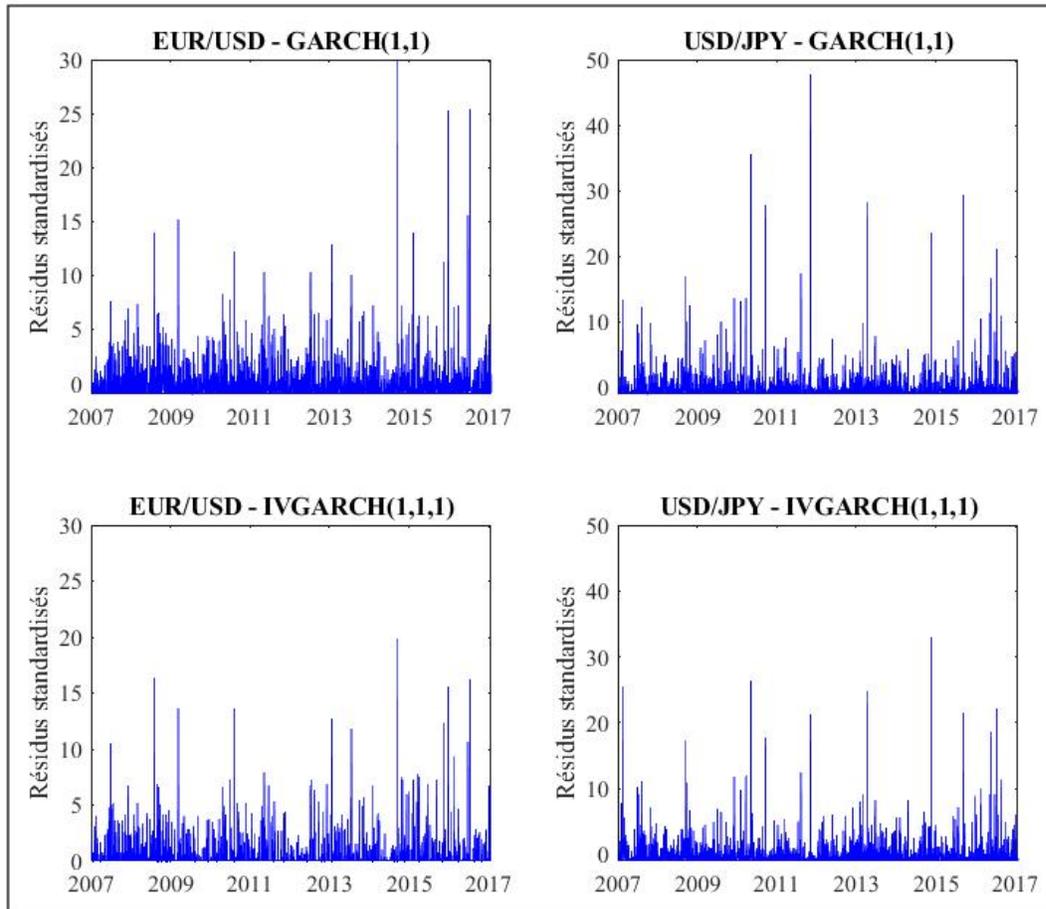


Figure 4.3 Résidus standardisés en échantillon

Nous pouvons observer dans les graphiques, plus particulièrement ceux concernant les résidus standardisés, que les valeurs des résidus semblent moins élevées avec IVGARCH(1,1,1), indiquant une capacité supérieure d'anticiper les variations très élevées.

Tableau 4.4 Tests statistiques des résidus en échantillon avec 2 degrés de liberté pour GARCH(1,1) et 3 pour IVGARCH(1,1,1)

GARCH(1,1)				
	EUR/USD		USD/JPY	
	Valeur-p	Statistique de test	Valeur-p	Statistique de test
Test d'Engle	0.0051	10.56	0.0014	13.09
Ljung-Box	0.3195	2.28	0.9787	0.04
Jarque-Bera	0.0010	512270.00	0.0010	1625800.00

IVGARCH(1,1,1)				
	EUR/USD		USD/JPY	
	Valeur-p	Statistique de test	Valeur-p	Statistique de test
Test d'Engle	0.0014	15.57	0.0057	12.57
Ljung-Box	0.9823	0.17	0.6377	1.70
Jarque-Bera	0.0010	92317.00	0.0010	547750.00

Avec un seuil de signification de 0.05, les résultats des tests effectués révèlent dans tous les cas un non-rejet de l'hypothèse nulle du test Ljung-Box stipulant qu'il n'y a pas d'autocorrélation entre les résidus. L'hypothèse nulle du test d'Engle d'absence d'hétéroscédasticité conditionnelle est rejetée dans tous les cas puisque les valeurs-p sont inférieures à 0.05. Également, la statistique Jarque-Bera confirme que les résidus ne sont dans aucun cas distribués normalement puisque la statistique du test est supérieure à 5.99. Cependant, elle est significativement réduite avec le modèle IVGARCH(1,1,1), comparativement au modèle GARCH(1,1).

Selon les résultats du test d'Engle, nous concluons donc que les modèles ne parviennent pas à éliminer l'effet d'hétéroscédasticité conditionnelle dans les résidus. Ceci est dû principalement au fait que les modèles sont appliqués en échantillon, pour une longue

période. Les paramètres ne sont donc pas adaptés à certains moments où les caractéristiques des séries temporelles peuvent différer significativement dû à certains événements. Nous verrons lors de l'analyse de la performance hors échantillon, où les paramètres sont estimés à nouveau périodiquement, que l'effet d'hétéroscédasticité conditionnelle dans les résidus est complètement éliminé.

4.5 Performance hors échantillon

La performance supérieure obtenue lors de l'intégration des données concernant la volatilité implicite ayant été démontrée en échantillon, nous devons effectuer une analyse de la performance hors échantillon afin de démontrer les résultats lors d'une utilisation réelle et ainsi valider les résultats obtenus précédemment.

Les paramètres initiaux des modèles seront estimés selon les données du 16 janvier 2007 au 15 janvier 2016. Ensuite, les modèles seront utilisés hors échantillon pour la période du 19 janvier 2016 au 29 décembre 2016. Les paramètres seront estimés à nouveau à chaque incrément de 25 périodes, c'est-à-dire que les variances conditionnelles des 25 premières périodes, soit du 19 janvier 2016 au 23 février 2016, sont calculées avec les paramètres estimés des périodes 1, 2, ..., 2274, soit du 16 janvier 2007 au 15 janvier 2016. Ensuite, les variances conditionnelles des 25 prochaines périodes, soit du 24 février 2016 au 30 mars 2016, sont calculées avec les paramètres estimés des périodes 1, 2, ..., 2299, soit du 16 janvier 2007 au 23 février 2016.

Tableau 4.5 Paramètres initiaux estimés avec les données du 16 janvier 2007 au 15 janvier 2016

EUR/USD		
	GARCH(1,1)	IVGARCH(1,1,1)
α_0	1.37E-07	0
α_i	0.0421	0
β_j	0.9557	0.2808
δ_u	N/A	0.5711
USD/JPY		
	GARCH(1,1)	IVGARCH(1,1,1)
α_0	8.24E-07	0
α_i	0.0695	0.0287
β_j	0.9144	0
δ_u	N/A	0.7314

Tableau 4.6 Résultats des prédictions hors échantillon

EUR/USD		
	GARCH(1,1)	IVGARCH(1,1,1)
Log - L	922.62	927.40
RMSE	0.003246	0.003148
MAE	0.000033	0.000032
AIC	-1841.24	-1848.80
USD/JPY		
	GARCH(1,1)	IVGARCH(1,1,1)
Log - L	818.22	825.40
RMSE	0.004685	0.004320
MAE	0.000073	0.000066
AIC	-1632.44	-1644.80

Les résultats de la performance hors échantillon sont en ligne avec les résultats obtenus précédemment. L'ajout de l'information concernant la volatilité implicite améliore significativement les prédictions de la volatilité future puisqu'avec le modèle IVGARCH(1,1,1), la fonction de vraisemblance est supérieure, tandis que l'erreur absolue moyenne (MAE) et l'erreur type (RMSE) sont diminués. Les résultats du critère d'information d'Akaike (AIC) démontrent également que, pour les deux paires de devises étudiées, le modèle IVGARCH(1,1,1) est supérieur.

4.6 Analyse des résidus hors échantillon

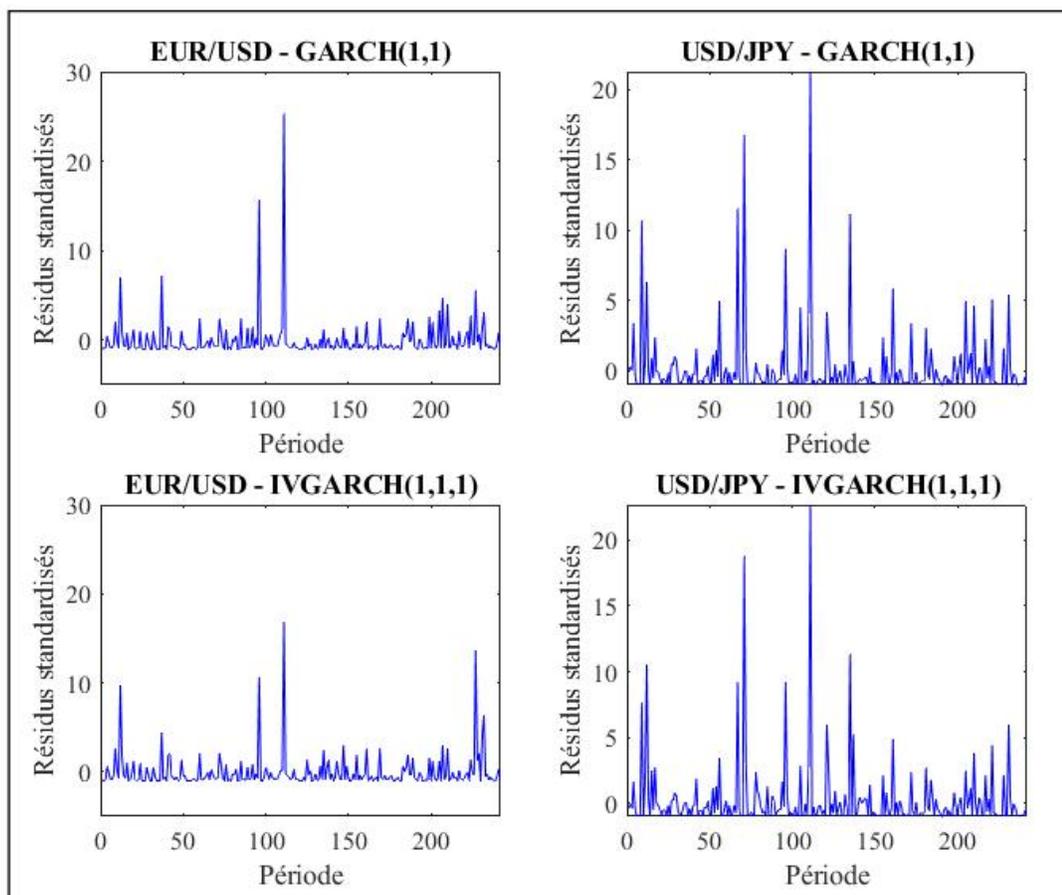


Figure 4.4 Résidus standardisés hors échantillon

Comme lors de l'application de IVGARCH(1,1,1) en échantillon, les valeurs des résidus standardisés hors échantillon sont en moyenne moins élevées avec IVGARCH(1,1,1), indiquant une capacité supérieure d'anticiper les variations très élevées.

Tableau 4.7 Tests statistiques des résidus hors échantillon avec 2 degrés de liberté pour GARCH(1,1) et 3 pour IVGARCH(1,1,1)

	GARCH(1,1)			
	EUR/USD		USD/JPY	
	Valeur-p	Statistique de test	Valeur-p	Statistique de test
Test d'Engle	0.9883	0.02	0.9541	0.09
Ljung-Box	0.9547	0.09	0.6313	0.92
Jarque-Bera	0.0010	49371.00	0.0010	8717.40

	IVGARCH(1,1,1)			
	EUR/USD		USD/JPY	
	Valeur-p	Statistique de test	Valeur-p	Statistique de test
Test d'Engle	0.9965	0.06	0.9901	0.11
Ljung-Box	0.9691	0.25	0.9653	0.27
Jarque-Bera	0.0010	11951.00	0.0010	11331.00

L'hétéroscédasticité conditionnelle des carrés des rendements est éliminée et il y a absence d'autocorrélation des résidus standardisés pour les deux modèles. Les résultats révèlent dans tous les cas un non-rejet de l'hypothèse nulle du test Ljung-Box stipulant qu'il n'y a pas d'autocorrélation entre les résidus. L'hypothèse nulle du test d'Engle d'absence d'hétéroscédasticité conditionnelle n'est pas rejetée dans tous les cas puisque les valeurs-p sont supérieures à 0.05. Malgré le fait que les résidus ne sont pas distribués normalement, nous pouvons conclure que les deux modèles sont efficaces puisqu'ils ont réussi à capturer l'hétéroscédasticité conditionnelle et l'autocorrélation des deux séries temporelles.

4.7 L'anticipation de périodes de volatilité élevée

En visualisant graphiquement les variances conditionnelles obtenues par nos deux modèles ainsi que les variances réalisées, il est possible d'y voir clairement l'aspect d'anticipation du marché au sein de la volatilité implicite.

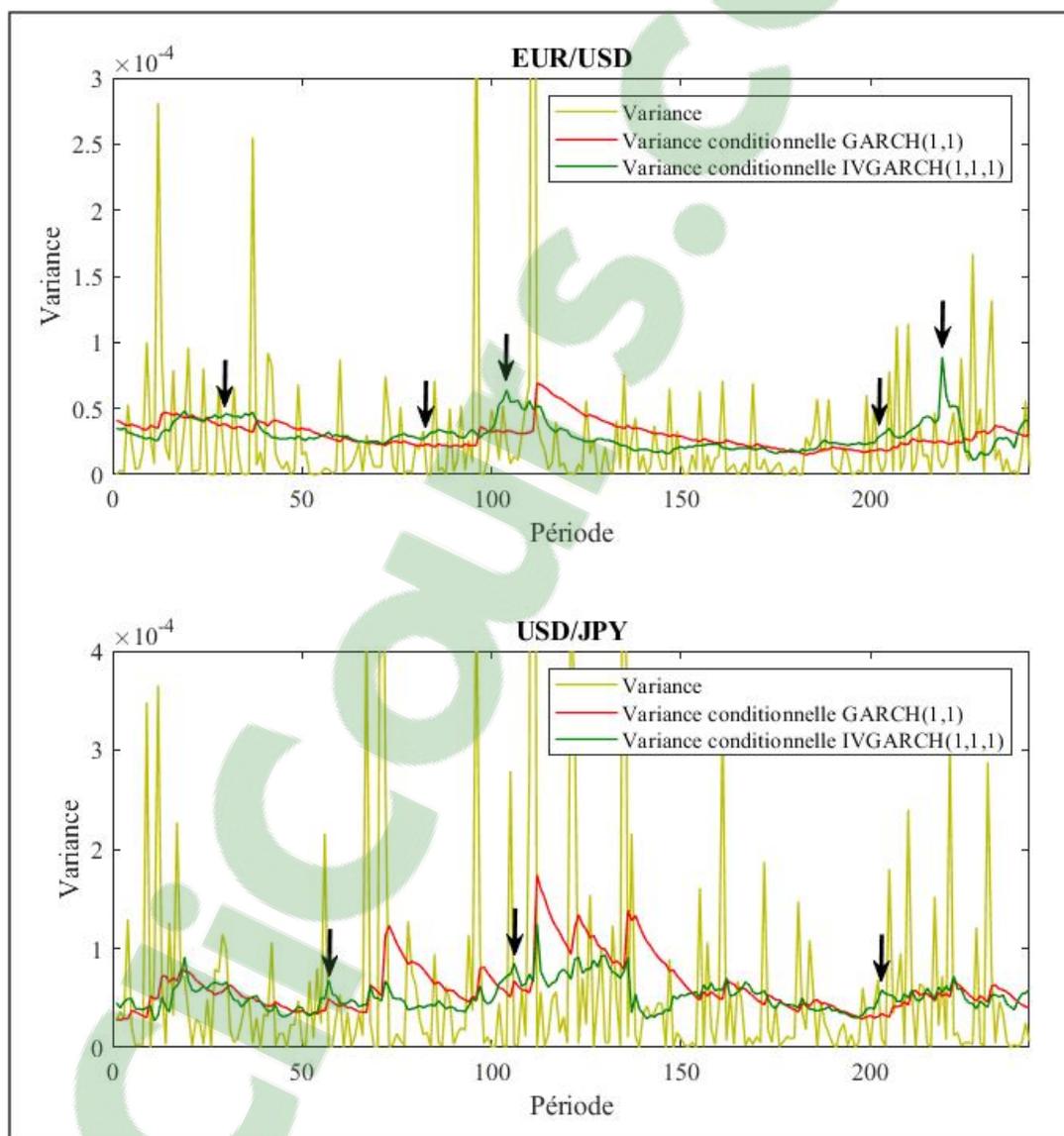


Figure 4.5 Variance réalisée comparée aux variances conditionnelles obtenues

Les flèches noires pointent les périodes où la variance conditionnelle du modèle IVGARCH(1,1,1) était significativement supérieure à la variance conditionnelle du modèle GARCH(1,1). Chacune de ces périodes a quelque chose en commun : les périodes suivantes sont caractérisées par des variances relativement élevées. Cette observation est particulièrement apparente pour EUR/USD, où le nombre de périodes de haute volatilité est moindre.

Si nous observons par exemple la variance conditionnelle du modèle IVGARCH(1,1,1) identifiée par la troisième flèche pour EUR/USD, nous remarquons qu'à cette période, soit le 14 juin 2016, celle-ci est au moins deux fois plus élevée que la variance conditionnelle de quelques jours auparavant, soit le 06 juin 2016, alors que la volatilité actuelle n'a pas subi de variation majeure. Ce qui signifie que la variation de la variance conditionnelle est due à la valeur de la volatilité implicite qui a soudainement augmenté significativement.

En effet, le 06 juin 2016, le EUVIX et la variance conditionnelle du modèle IVGARCH(1,1,1) étaient de 10.19 et 0.000028 respectivement. Tandis que le 15 juin 2016, ils étaient de 14.62 et 0.000056.

Quelques périodes plus tard, nous pouvons voir une période de volatilité extrême. Le 24 juin 2016, immédiatement après le Brexit, la paire EUR/USD perdait 2.96%. Le marché avait ainsi anticipé la volatilité future élevée due au vote du Brexit à venir dans les prochains jours. Le modèle IVGARCH(1,1,1) a donc permis de prédire ce haut niveau de volatilité grâce à la volatilité implicite, celle-ci étant le reflet direct de cette anticipation via les contrats d'options.

Voilà donc l'aspect de l'anticipation du marché présent dans les données de la volatilité implicite que nous pouvons ici observer visuellement. Comparativement au modèle GARCH(1,1), où la variance conditionnelle de celui-ci n'augmente que lorsque la période de volatilité très élevée a déjà eu lieu.

CHAPITRE 5

APPLICATION EN CONTEXTE RÉEL

Selon les résultats obtenus précédemment, l'intégration de la volatilité implicite dans un modèle GARCH(1,1) standard réduit significativement les erreurs de prédictions de la volatilité future. Il serait désormais intéressant de voir un exemple concret d'utilisation d'un tel modèle prenant en compte l'aspect de l'anticipation du marché. L'application du modèle IVGARCH(1,1,1) se fera dans un contexte d'investissement actif et les résultats seront comparés avec ceux obtenus lors de l'utilisation d'un modèle GARCH(1,1) standard

Il est important de préciser que l'exemple démontré est basé sur un système d'investissement utilisant une stratégie que nous avons développée. Celle-ci est présentée uniquement afin de démontrer les effets possibles de l'ajout de l'information concernant la volatilité implicite.

Toutes les étapes concernant l'implantation du système ainsi que l'obtention des résultats sont présentées dans l'annexe I. Le système est utilisé sur les taux journaliers de la paire EUR/USD pour la période du 12 février 2009 au 29 décembre 2016,

5.1 Système d'investissement actif

Avec les variances conditionnelles obtenues d'un modèle de prédiction de la volatilité, il est possible de générer des signaux d'entrées et de sorties dans le marché basés sur certaines conditions.

La stratégie présentée consiste à, premièrement, identifier les moments où les conditions suivantes sont respectées :

1. La variance conditionnelle est inférieure ou égale à la moyenne à long terme (200 périodes) moins 0.5 fois l'écart-type.

2. La moyenne à court terme (3 périodes) des variations de la variance conditionnelle est significativement (3%) positive.

Les conditions sont donc comme suit :

$$\sigma_t^2 \leq \mu - 0.5 \left[\sqrt{\frac{1}{200} \sum_{t=-200}^{-1} (\sigma_t^2 - \mu)^2} \right] \quad (5.1)$$

$$\mu 1_t \geq 0.03 \quad (5.2)$$

Où

$$\mu = \left[\frac{1}{200} \sum_{t=-200}^{-1} \sigma_t^2 \right]$$

$$\mu 1_t = \left[\frac{1}{3} \sum_{t=-3}^{-1} r_t \right]$$

$$r_t = \frac{\sigma_t^2 - \sigma_{t-1}^2}{\sigma_{t-1}^2}$$

La logique derrière ce système est que, premièrement, le niveau de volatilité a tendance à se rediriger vers la moyenne à long terme. Donc si la condition 1 est respectée, il y aura possiblement une augmentation de la volatilité prochainement afin d'effectuer ce retour vers la moyenne. Deuxièmement, le moment à partir duquel ce retour vers la moyenne aura lieu est difficile à prévoir. Cependant, la condition 2 sert à identifier ce moment, puisqu'une augmentation significative soudaine de la volatilité conditionnelle est possiblement un avertissement que le niveau de volatilité risque d'augmenter.

L'objectif est de suivre la direction de la tendance. Donc une fois que nous avons un signal, les opérations effectuées dépendront de la tendance actuelle. À noter également qu'un signal est procédé uniquement lorsqu'aucun autre signal n'a été observé au cours des 5 périodes précédentes, puisque nous ne voulons pas considérer plusieurs signaux pour les mêmes données.

Tendance haussière

Si la tendance actuelle (20 dernières périodes, soit environ 1 mois) est haussière, c'est-à-dire que le résultat du taux au temps t soustrait du taux à $t-20$ est positif, nous allons simultanément :

1. Effectuer un ordre d'achat.
2. Établir un stop loss de 200 pips sur l'ordre d'achat.
3. Vendre des options de vente près de la monnaie, expirants à $t+20$.
4. Acheter des options de vente ayant les mêmes caractéristiques et d'une quantité égale aux options vendues, à l'exception du prix de levée qui sera inférieur de 200 pips.

Le profit ou la perte (si négatif) est égal à :

$$\text{Si } P_{achat} < P_{expiration} : N_1 [P_{expiration} - P_{achat}] + N_2 [V_1 - V_2]$$

$$\text{Si } P_{achat} > P_{expiration} : N_1 [P_{expiration} - P_{achat}] + N_2 [V_1 - V_2] - N_2 [P_{V_1} - P_{expiration}]$$

La perte maximale est égale à :

$$N_1 [-0.02] + N_2 [V_1 - V_2] - N_2 [0.02]$$

Où

P_{achat} = Taux de la paire de devises lors de l'ouverture des positions

$P_{expiration}$ = Taux de la paire de devises à l'expiration des options à t+20

P_{V_1} = Prix de levée des options de vente vendues

V_1 = Coût des options de vente vendues

V_2 = Coût des options de vente achetées

N_1 = Nombre d'unités de la paire de devises achetées

N_2 = Nombre d'options vendues/achetées. À noter que l'actif sous-jacent d'une option offerte par le groupe CME cotée sur le marché est un contrat à terme standardisé de 125,000 euros. Il faudrait donc normalement ajuster nos quantités d'options par tranches de 125,000 euros. Cependant, afin de simplifier la démonstration du système, il sera assumé que le sous-jacent de l'option est un contrat à terme pour 1 euro. Dans les deux cas, le résultat serait le même.

Tendance baissière

Si la tendance actuelle (20 dernières périodes) est baissière, c'est-à-dire que le résultat du taux au temps t soustrait du taux à t-20 est négatif, nous allons simultanément :

1. Effectuer un ordre de vente.
2. Établir un stop loss de 200 pips sur l'ordre de vente.
3. Vendre des options d'achat près de la monnaie, expirants à t+20.
4. Acheter des options d'achat ayant les mêmes caractéristiques et d'une quantité égale aux options vendues, à l'exception du prix de levée qui sera supérieur de 200 pips.

Le profit ou la perte (si négatif) est égal à :

$$\text{Si } P_{achat} > P_{expiration} : N_1[P_{achat} - P_{expiration}] + N_2[C_1 - C_2]$$

$$\text{Si } P_{achat} < P_{expiration} : N_1[P_{achat} - P_{expiration}] + N_2[C_1 - C_2] - N_2[P_{expiration} - P_{C_1}]$$

La perte maximale est égale à :

$$N_1[-0.02] + N_2[V_1 - V_2] - N_2[0.02]$$

Où

P_{C_1} = Prix de levée des options d'achat vendues

C_1 = Coût des options d'achat vendues

C_2 = Coût des options d'achat achetées

N_1 = Nombre d'unités de la paire de devises vendues

N_2 = Nombre d'options vendues/achetées

À noter que nous avons déjà vu précédemment comment calculer le coût d'une option avec le modèle Black-Scholes lorsque le sous-jacent est un titre d'une entreprise. Cependant, lorsque le sous-jacent est une paire de devises, la formule sera modifiée de la manière suivante :

$$\text{Prix de l'option} = \emptyset [S e^{-R_q T} N(\emptyset d_1) - K e^{-R_b T} N(\emptyset d_2)] \quad (5.3)$$

Où

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + (R_b - R_q)T + 0.5\sigma^2 T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

$\emptyset = 1$ pour une option d'achat; -1 pour une option de vente

S = Le prix actuel du sous-jacent

K = Le prix de levée de l'option

R_b = Le taux d'intérêt du pays de la devise de base

R_q = Le taux d'intérêt du pays de la devise cotée

σ = La volatilité implicite

T = La durée restante avant l'expiration de l'option, en années

Les prix des options seront établis selon le modèle Black-Scholes. Cependant, il est important de mentionner qu'il peut y avoir une différence d'environ 10%, pour des options liquides telles que celles de la paire EUR/USD, entre les prix obtenus avec ce modèle et les prix historiques. Cette différence est due, entre autres, aux effets liés à la microstructure du marché.

Nous pouvons tester cette méthode d'obtention des prix des options.

En date du 26 octobre 2018, à 16h36 (heure du Centre), nous voulons obtenir le prix d'une option de vente dans la monnaie expirant le 23 novembre 2018 d'un contrat à terme de décembre 2018 pour EUR/USD (ticker du contrat à terme = CME :6EZ2018).

Prix actuel (à 16h36) du contrat à terme CME :6EZ2018 = 1.1447

Volatilité implicite, soit l'index de volatilité pour EUR/USD, EUVIX (à 16h36) = 7.88

Taux d'intérêt actuel du pays de la devise de base (EURO) = 0%

Taux d'intérêt actuel du pays de la devise cotée (USD) = 2.25%

Durée restante avant l'expiration de l'option = 20 jours ouvrables entre le 26 octobre et le 23 novembre.

Prix de levée de l'option de vente = 1.14

Nous obtenons le prix de l'option comme suit :

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{1.1447}{1.14}\right) + (0 - 0.0225)0.08 + 0.5(0.0788^2)0.08}{0.0788\sqrt{0.08}}$$

...

$$d_1 = 0.009198523$$

$$d_2 = 0.009198523 - 0.0788\sqrt{0.08}$$

...

$$d_2 = -0.01309$$

$$Prix = -1[1.1447e^{-0.0225(0.08)}N(-1(0.009198523)) - 1.14e^{-0(0.08)}N(-1(-0.01309))]$$

...

$$Prix = 0.00883$$

Avec le modèle Black-Scholes, nous obtenons donc un prix de 0.00883 pour l'option de vente. Le dernier prix transigé indiqué pour cette option est de 0.00810 (source : CME Group) :

Underlying Future	Charts	Last	Change	Prior Settle	High	Low	Volume	Hi / Low Limit	Updated
Dec 2018		1.1447	+0.00395	1.14075	1.1466	1.1380	245,975	1.18545 / 1.10545	16:36:25 CT 26 Oct 2018

Type:	Friday Weekly Premium-Quoted Opt
Expiration:	Week 3-NOV
Strike Range:	At The Money

Calls								Strike Price	Puts							
Updated	Hi / Low Limit	Volume	High	Low	Prior Settle	Change	Last		Last	Change	Prior Settle	Low	High	Volume	Hi / Low Limit	Updated
16:37:31 CT 26 Oct 2018	No Limit / 0.00005							11250.0							No Limit / 0.00005	16:37:25 CT 26 Oct 2018
16:36:39 CT 26 Oct 2018	No Limit / 0.00005							11300.0							No Limit / 0.00005	16:37:26 CT 26 Oct 2018
16:36:36 CT 26 Oct 2018	No Limit / 0.00005							11350.0							No Limit / 0.00005	16:37:05 CT 26 Oct 2018
16:36:41 CT 26 Oct 2018	No Limit / 0.00005							11400.0		0.0081	0.0065	0.0073	210	No Limit / 0.00005	16:37:33 CT 26 Oct 2018	

Figure 5.1 Capture d'écran du prix affiché d'une option de vente

Pour ce contrat d'option, la différence entre le prix obtenu selon le modèle et le prix réel est donc d'environ 8%.

5.2 Résultats du système

Tableau 5.1 Résultats (en pips) du système d'investissement pour GARCH(1,1) et IVGARCH(1,1,1)

GARCH(1,1)		
	Achat (Long)	Vente (Short)
# trades total	55	
# trades	24	31
# trades profitables	13	20
# trades perdants	11	11
% trades profitables	54.17%	64.52%
% trades profitables total	60.00%	
Profit ou perte	0.0485	0.4474
Profit ou perte total	0.4959	
Moyenne par trade	0.0020	0.0144
Moyenne par trade total	0.0090	
Gain maximal	0.0599	0.1118
Perte maximale	-0.0302	-0.0308
IVGARCH(1,1,1)		
	Achat (Long)	Vente (Short)
# trades total	58	
# trades	33	25
# trades profitables	21	19
# trades perdants	12	6
% trades profitables	63.64%	76.00%
% trades profitables total	68.97%	
Profit ou perte	0.2318	0.4809
Profit ou perte total	0.7127	
Moyenne par trade	0.0070	0.0192
Moyenne par trade total	0.0123	
Gain maximal	0.0680	0.1365
Perte maximale	-0.0305	-0.0306

Nous pouvons observer que le système d'investissement est clairement plus performant lorsqu'utilisé avec les variances conditionnelles obtenues avec un modèle intégrant la volatilité implicite, soit IVGARCH(1,1,1) dans notre cas. Non seulement le pourcentage de positions gagnantes est plus élevé, mais également la moyenne des gains par position est significativement supérieure. Pour les deux modèles, la perte maximale est pratiquement la même dû à nos stops loss et à l'achat d'options nous permettant de réduire le risque.

5.3 Simulations

Il serait intéressant de voir les résultats d'une simulation d'utilisation du système. Avec 1,000,000 euros et un effet de levier pouvant aller jusqu'à un maximum de 4:1, utilisé uniquement lorsque plusieurs signaux sont générés dans un court laps de temps (4 occurrences pour la période étudiée, soit du 12 février 2009 au 29 décembre 2016), simulons deux scénarios où, dans le premier, il y a un réinvestissement total des gains et dans le deuxième un réinvestissement de 50% des gains, l'autre moitié étant retiré dans un autre compte.

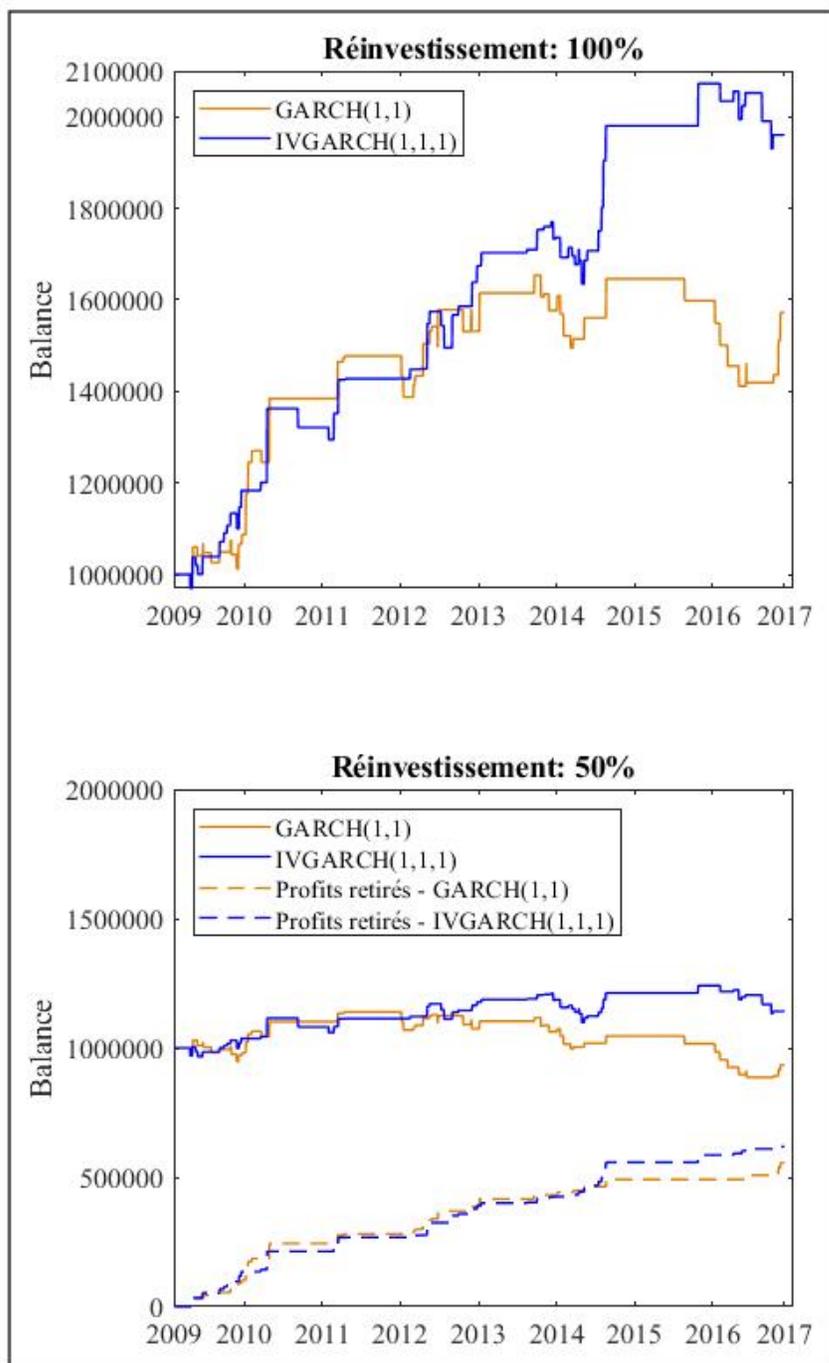


Figure 5.2 Simulations de l'utilisation du système d'investissement

Avec un réinvestissement total des profits générés, la balance du compte utilisant le système avec GARCH(1,1) est de 1,572,034\$ au 1^{er} décembre 2016, comparativement à une balance de 1,960,188\$, avec IVGARCH(1,1,1).

En retirant 50% des gains de chaque position gagnante, la balance du compte utilisant le système avec GARCH(1,1) est de 933,972\$ en plus d'une épargne de 555,723\$ dans l'autre compte au 1er décembre 2016, comparativement à une balance de 1,142,005\$ en plus d'une épargne de 618,871\$, avec IVGARCH(1,1,1).

Tableau 5.2 Rendements annuels du système

Réinvestissement: 100%		
	GARCH(1,1)	IVGARCH(1,1,1)
2009	8.7%	18.3%
2010	27.3%	11.6%
2011	6.7%	8.1%
2012	3.7%	17.3%
2013	3.0%	3.7%
2014	4.4%	14.1%
2015	-2.9%	4.7%
2016	-1.6%	-5.4%

Réinvestissement: 50%		
	GARCH(1,1)	IVGARCH(1,1,1)
2009	8.4%	17.2%
2010	24.2%	10.5%
2011	5.5%	6.7%
2012	2.9%	13.5%
2013	2.3%	2.8%
2014	3.0%	9.9%
2015	-2.0%	3.2%
2016	-1.2%	-3.6%

Bien que les rendements soient évidemment inférieurs lorsqu'il y a un retrait des profits, les pertes sont limitées et de plus, nous conservons une balance considérable provenant des profits retirés qui se retrouve alors protégée du risque.

En utilisant le système d'investissement avec deux modèles de prédiction de la volatilité, soit GARCH(1,1) et IVGARCH(1,1,1), nous avons pu comparer les résultats de ceux-ci et concluons que, bien que les deux modèles sont profitables lorsqu'utilisés avec ce système, l'intégration de la volatilité implicite apporte un rendement moyen supérieur. Ce rendement supérieur est principalement dû au fait que la volatilité implicite permet d'anticiper les périodes de volatilité élevée à venir et de générer des signaux préalablement, au lieu de simplement réagir à la volatilité et ainsi générer les signaux seulement qu'après coup.

Proportion des profits par type d'opération

Les proportions des profits générés par le système sont comme suit :

Avec GARCH(1,1)

Proportion des profits générés via la vente et achat d'options (Bull Put Spread ou Bear Call Spread) : 21%

Proportion des profits générés via la vente ou l'achat de la paire : 79%

Avec IVGARCH(1,1,1)

Proportion des profits générés via la vente et achat d'options (Bull Put Spread ou Bear Call Spread) : 32%

Proportion des profits générés via la vente ou l'achat de la paire : 68%

CONCLUSION

La littérature existante à ce jour supporte en majorité le fait que la volatilité implicite améliore généralement la performance de prédiction de la volatilité future. Les résultats obtenus dans cette recherche vont également dans le même sens et démontrent que la volatilité implicite peut être très efficace pour effectuer des prédictions. Les modèles traditionnels de volatilité conditionnelle se basent souvent sur les données historiques de la volatilité et sont incapables de prendre en considération les événements majeurs à venir tels que les annonces de nouvelles données économiques de certains pays ou les rapports trimestriels des entreprises.

Les données concernant la volatilité implicite peuvent souvent être considérées comme étant le reflet des anticipations du marché. Nous avons vu que l'intégration de ces données à un modèle de variance conditionnelle standard GARCH(1,1) apporte une amélioration majeure de la performance des prédictions sur le marché FX pour les paires de devises étudiées, soit EUR/USD et USD/JPY. Tout d'abord, les résultats des régressions statistiques effectuées indiquent que la dernière valeur disponible de la volatilité implicite est optimale et regroupe le maximum d'information concernant la volatilité future, avec un coefficient de corrélation de 79% et 63% pour EUR/USD et USD/JPY, respectivement. Ensuite, le modèle intégrant ces données, IVGARCH(1,1,1), réduit l'erreur moyenne de prédiction d'environ 6% comparativement au modèle GARCH(1,1) et permet surtout d'anticiper à plusieurs reprises les périodes de volatilité élevée, ce qu'un modèle autorégressif n'intégrant pas la volatilité implicite est incapable de faire.

Cette capacité d'anticipation de la volatilité implicite a notamment été démontrée lors de l'utilisation en contexte réel d'un modèle IVGARCH(1,1,1) au sein d'un système d'investissement actif. L'utilisation de ce modèle a permis de presque doubler les profits comparativement à ceux obtenus avec un modèle GARCH(1,1).

RECOMMANDATIONS

La volatilité au sein du marché FX peut aussi bien être considérée comme étant un risque pour certains participants ou bien une opportunité de profits pour d'autres. Dans les deux cas, la capacité de pouvoir effectuer des prédictions efficaces de celle-ci est d'une très grande valeur. Que ce soit pour une firme désirant optimiser leur gestion des risques ou pour maximiser les profits, les investissements effectués dans la recherche sur la volatilité sont importants et ne devraient pas diminuer avec le temps dû au fait que le marché évolue sans cesse et qu'une adaptation face à celui-ci est constamment requise. Les résultats de cette recherche ainsi que plusieurs autres sur le sujet suggèrent que la volatilité implicite peut être un outil fort intéressant en ce qui concerne la prédiction de la volatilité future. Il va de soi que d'autres recherches sur le sujet sont fortement recommandées.

Une première idée de recherche additionnelle viserait la volatilité des devises ayant un volume faible. Les deux paires étudiées dans cette recherche étant celles ayant les volumes journaliers les plus importants sur le marché, il serait intéressant de voir les résultats des prédictions de la volatilité en utilisant la volatilité implicite pour des devises ayant des volumes plus faibles, par exemple la monnaie de l'Afrique du Sud, le rand, ou celle du Mexique, le peso. Celles-ci étant généralement plus volatiles et sensibles aux nouvelles économiques, la volatilité implicite pourrait possiblement permettre une amélioration encore plus importante de la performance de prédiction de la volatilité future.

Une autre suggestion proposée serait en lien avec les différences entre les volatilités implicites pour plusieurs types de contrats d'options. Les données étudiées dans cette recherche étant la volatilité implicite extraite d'options d'achat et de vente dans le but d'effectuer des prédictions sur la volatilité future, il existe également certaines recherches portant uniquement sur la différence entre la volatilité implicite des options d'achat et celle des options de vente dans le but de déterminer si ces données peuvent permettre la prédiction non pas de l'amplitude, mais bien de la direction des variations de l'actif sous-jacent. Cette différence entre les volatilités implicites, communément appelée le risk reversal, est très peu

étudiée dans la littérature. En théorie, le risk reversal pourrait contenir de l'information utile concernant la valeur future d'un actif. Il serait donc intéressant de tester cette théorie davantage et ainsi voir si cela est exact, en pratique.

ANNEXE I

TEST D'INDÉPENDANCE

Le test du X^2 d'indépendance est effectué afin de vérifier le lien statistique entre la volatilité implicite et la volatilité future. L'hypothèse nulle stipule que les deux variables sont indépendantes. L'hypothèse alternative stipule que les deux variables ne sont pas indépendantes, soit que la variable concernant la volatilité implicite peut être utilisée pour prédire la variable de la volatilité future.

La variable A est la valeur de l'indice de volatilité implicite, soit EUVIX ou JYVIX, du jour précédent :

$$IV_t = [VIX_{t-1}/\sqrt{252}/100]^2 \quad (\text{A I-1})$$

La variable B est la volatilité actuelle de la paire de devises :

$$\sigma_t^2 = \left[\ln \left(\frac{\text{taux}_t}{\text{taux}_{t-1}} \right) \right]^2 \quad (\text{A I-2})$$

Premièrement, la variable A et sa variable B associée sont obtenus pour la période du 16 janvier 2007 au 29 décembre 2016. Les données sont ensuite triées par ordre ascendant de la variable A et séparées en trois groupes égaux :

- Haut (EUR/USD : 0.000056 ou plus. USD/JPY : 0.000064 ou plus).
- Moyen (EUR/USD : Entre 0.000033 et 0.000056. USD/JPY : Entre 0.000041 et 0.000064).
- Faible (EUR/USD : 0.000033 ou moins. USD/JPY : 0.000041 ou moins).

Ensuite, le nombre d'occurrences où la valeur de la variable B se situait dans le groupe Haut, Moyen ou Faible, doit être calculé pour chaque groupe où la valeur de la variable A se situe. Avec les sommes de ces occurrences, nous obtenons le tableau des valeurs empiriques.

Et pour USD/JPY...

	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
1															
2		USDJPY													
3															
4		IV1	VF1												
5					Haut	Moyen	Faible								
6		0.00001004	0.00001059		0	0	1			Valeurs empiriques					
7		0.00001016	0.00000007		0	0	1					VF			
8		0.00001020	0.00002402		0	0	1				Haut	Moyen	Faible		
9		0.00001069	0.00000780		0	0	1			IV	Haut (0.000064 ou +)	288	94	455	837
10		0.00001069	0.00000003		0	0	1				Moyen	176	102	564	842
11		0.00001069	0.00000049		0	0	1				Faible (0.000041 ou -)	85	59	692	836
12		0.00001094	0.00001656		0	0	1					549	255	1711	2515
13		0.00001102	0.00000206		0	0	1								
14		0.00001123	0.00000045		0	0	1			Valeurs théoriques					
15		0.00001136	0.00000042		0	0	1					VF			
16		0.00001140	0.00000790		0	0	1				Haut	Moyen	Faible		
17		0.00001144	0.00000874		0	0	1			IV	Haut (0.000064 ou +)	172.3920477	82.53519	582.0727634	837
18		0.00001144	0.00000002		0	0	1				Moyen	173.4218688	83.02823	585.5499006	842
19		0.00001149	0.00001080		0	0	1				Faible (0.000041 ou -)	172.1860835	82.43658	581.377336	836
20		0.00001179	0.00000605		0	0	1					518	248	1749	2515
21		0.00001187	0.00002292		0	0	1								
22		0.00001214	0.00000005		0	0	1								
23		0.00001222	0.00000072		0	0	1								
24		0.00001222	0.00000244		0	0	1			Chi-Square Test					
25		0.00001236	0.00000630		0	0	1								
26		0.00001249	0.00000186		0	0	1			SUMMARY		Alpha	0.01		
27		0.00001253	0.00000000		0	0	1			Count	Rows	Cols	df		
28		0.00001262	0.00000148		0	0	1			2515	3	3	4		
29		0.00001298	0.00000022		0	0	1								
30		0.00001317	0.00000022		0	0	1			CHI-SQUARE					
31		0.00001326	0.00000181		0	0	1				chi-sq	p-value	x-crit	sig	Cramer V
32		0.00001335	0.00000745		0	0	1			Pearson's	174.9830439	8.90874E-37	13.2767	yes	0.186515
33		0.00001340	0.00000001		0	0	1			Max likelihood	179.5476333	9.32583E-38	13.2767	yes	0.188932
34		0.00001353	0.00000285		0	0	1								

ANNEXE II

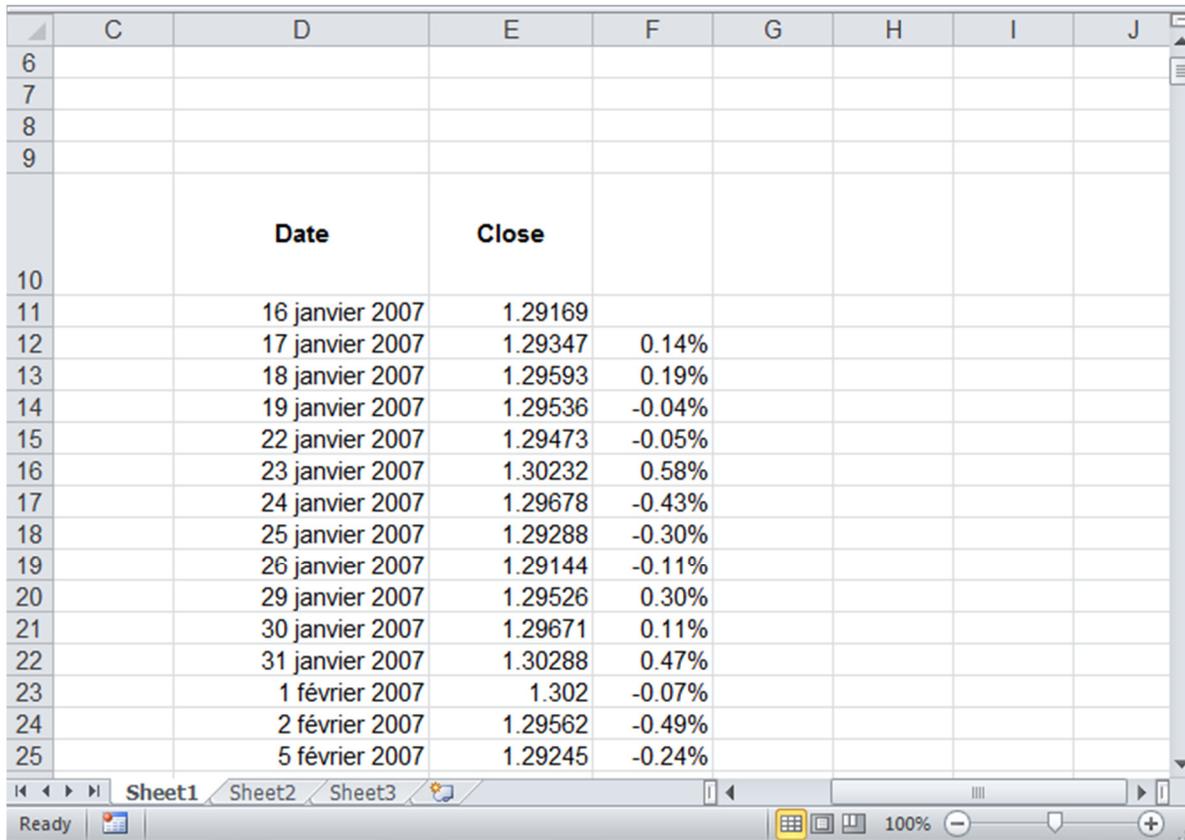
SYSTÈME D'INVESTISSEMENT ACTIF

Variances conditionnelles GARCH(1,1)

Les variances conditionnelles peuvent être obtenues en utilisant Excel et MATLAB.

La paire EUR/USD sera utilisée, pour la période du 12 février 2009 au 29 décembre 2016. Les paramètres initiaux du modèle seront estimés en utilisant la période du 16 janvier 2007 au 11 février 2009. Ensuite, les paramètres seront estimés à nouveau à chaque incrément de 250 périodes, soit environ une fois par année.

Pour commencer, nous prenons les taux de la période du 16 janvier 2007 au 11 février 2009 et obtenons les rendements logarithmiques de ceux-ci sur Excel.



The screenshot shows an Excel spreadsheet with columns C through J and rows 6 through 25. The data is organized into a table with two main columns: 'Date' and 'Close'. The 'Close' column contains numerical values, and the adjacent column (F) contains percentage values representing returns. The data spans from January 16, 2007, to February 5, 2007.

	Date	Close	
10			
11	16 janvier 2007	1.29169	
12	17 janvier 2007	1.29347	0.14%
13	18 janvier 2007	1.29593	0.19%
14	19 janvier 2007	1.29536	-0.04%
15	22 janvier 2007	1.29473	-0.05%
16	23 janvier 2007	1.30232	0.58%
17	24 janvier 2007	1.29678	-0.43%
18	25 janvier 2007	1.29288	-0.30%
19	26 janvier 2007	1.29144	-0.11%
20	29 janvier 2007	1.29526	0.30%
21	30 janvier 2007	1.29671	0.11%
22	31 janvier 2007	1.30288	0.47%
23	1 février 2007	1.302	-0.07%
24	2 février 2007	1.29562	-0.49%
25	5 février 2007	1.29245	-0.24%

Où

$$F12 = \text{LN}(E12/E11)$$

$$F13 = \text{LN}(E13/E12) \dots$$

Ensuite, créer une variable pour ces rendements dans MATLAB.

The screenshot displays the MATLAB interface with the following components:

- Variables - eurusdlogr:** Shows a variable named 'eurusdlogr' of type '524x1 double'. Below this, a table displays the first 18 rows of data.
- Workspace:** Shows the variable 'eurusdlogr' with a value of '524x1 double'.
- Command Window:** Shows the prompt 'fx >>'.

	1	2	3	4	5	6	7
1	0.0014						
2	0.0019						
3	-4.3994e-04						
4	-4.8647e-04						
5	0.0058						
6	-0.0043						
7	-0.0030						
8	-0.0011						
9	0.0030						
10	0.0011						
11	0.0047						
12	-6.7566e-04						
13	-0.0049						
14	-0.0024						
15	0.0045						
16	0.0019						
17	0.0024						
18	-0.0025						
19	-0.0033						

Il faut ensuite identifier les caractéristiques de la distribution de ces rendements.

The screenshot displays the MATLAB environment with three main windows:

- Variables - eurusdlogr:** Shows a 524x1 double array. The first 11 rows are visible:

	1	2	3	4	5	6	7
1	0.0014						
2	0.0019						
3	-4.3994e-04						
4	-4.8647e-04						
5	0.0058						
6	-0.0043						
7	-0.0030						
8	-0.0011						
9	0.0030						
10	0.0011						
11	0.0047						
- Command Window:** Shows the execution of the command `fitdist(eurusdlogr, 'tLocationScale')`. The output is:


```
fitdist =
tLocationScaleDistribution

t Location-Scale distribution
    mu = 0.000205203    [-0.000271556, 0.000681962]
   sigma = 0.00450627    [0.00397698, 0.00510601]
      nu =      2.71119    [2.01841, 3.64176]
```
- Workspace:** Shows the variables `eurusdlogr` (524x1 double) and `fitdist` (1x1 tLocationSc).

La distribution de la série s'apparente à une loi de probabilité de Student avec 2.71 degrés de liberté. Notons ce très faible degré de liberté, indiquant que la distribution contient une importante quantité de valeurs positives ou négatives qui diffèrent significativement de la moyenne. Ceci s'explique en majorité dû à la crise financière durant cette période.

Spécifions ensuite notre modèle, soit un modèle GARCH(1,1), adapté selon la distribution de la série.

Mdl =

`garch('Offset',NaN,'GARCHLags',1,'ARChLags',1,'Distribution',struct('Name','t','DoF',2.71))`

The screenshot displays the MATLAB environment with three main windows:

- Variables - Mdl:** Shows the properties of the 'Mdl' variable. The 'garch' object has the following properties:

Property	Value
P	1
Q	1
Description	"GARCH(1,1) Conditional..."
Distribution	1x1 struct
Constant	NaN
Offset	NaN
GARCH	1x1 cell
ARCH	1x1 cell
UnconditionalVari...	NaN
- Workspace:** Lists the variables in the workspace:

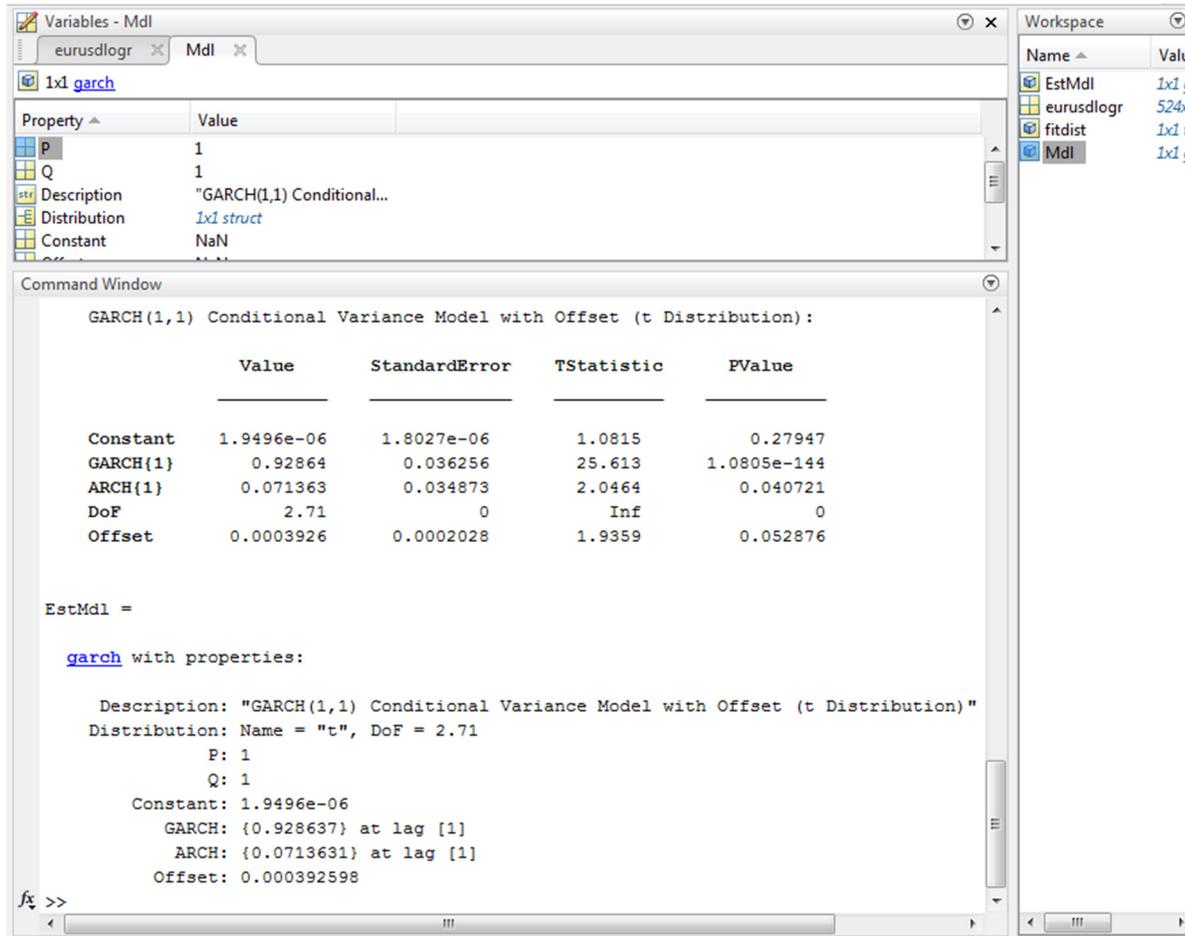
Name	Value
eurusdlogr	524x1 double
fitdist	1x1 tLocationSc...
Mdl	1x1 garch
- Command Window:** Shows the MATLAB command used to create the 'Mdl' object and its output:


```
>> Mdl = garch('Offset',NaN,'GARCHLags',1,'ARCLags',1,'Distribution',struct('Name','t',
Mdl =
    garch with properties:
        Description: "GARCH(1,1) Conditional Variance Model with Offset (t Distribution)"
        Distribution: Name = "t", DoF = 2.71
           P: 1
           Q: 1
        Constant: NaN
        GARCH: {NaN} at lag [1]
        ARCH: {NaN} at lag [1]
        Offset: NaN
```

Maintenant, estimons les paramètres du modèle.

EstMdl = estimate(Mdl,eurusdlogr)

Nous obtenons :



Pour le premier incrément de 250 périodes, soit du 12 février 2009 au 12 février 2010, les paramètres du modèle sont comme suit.

Rappelons un modèle GARCH(p,q)

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \epsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad (\text{A II-1})$$

$$p = 1$$

$$q = 1$$

$$\alpha_0(W) = 0.0000019456$$

$$\alpha_i = 0.071363$$

$$\beta_j = 0.92864$$

Calculons ensuite les variances conditionnelles (σ_t^2) avec ces paramètres via Excel.

Date	Close	Rendement	Rendement*2	Variance conditionnelle	
16 janvier 2007	1.29169				
17 janvier 2007	1.29347	0.14%	0.000002	0.000002	
18 janvier 2007	1.29593	0.19%	0.000004	0.000004	
19 janvier 2007	1.29536	-0.04%	0.000000	0.000006	
22 janvier 2007	1.29473	-0.05%	0.000000	0.000007	
23 janvier 2007	1.30232	0.58%	0.000034	0.000009	
24 janvier 2007	1.29678	-0.43%	0.000018	0.000013	
25 janvier 2007	1.29288	-0.30%	0.000009	0.000015	
26 janvier 2007	1.29144	-0.11%	0.000001	0.000016	
29 janvier 2007	1.29526	0.30%	0.000009	0.000017	
30 janvier 2007	1.29671	0.11%	0.000001	0.000019	
31 janvier 2007	1.30288	0.47%	0.000023	0.000019	
1 février 2007	1.302	-0.07%	0.000000	0.000021	
2 février 2007	1.29562	-0.49%	0.000024	0.000022	
5 février 2007	1.29245	-0.24%	0.000006	0.000024	
6 février 2007	1.2983	0.45%	0.000020	0.000025	
7 février 2007	1.30071	0.19%	0.000003	0.000026	
8 février 2007	1.30379	0.24%	0.000006	0.000027	
9 février 2007	1.30047	-0.25%	0.000007	0.000027	
30	12 février 2007	1.29619	-0.33%	0.000011	0.000028
31	13 février 2007	1.30352	0.56%	0.000032	0.000028
32	14 février 2007	1.3128	0.71%	0.000050	0.000031
33	15 février 2007	1.31369	0.07%	0.000000	0.000034
34	16 février 2007	1.31356	-0.01%	0.000000	0.000033
35	20 février 2007	1.31362	0.00%	0.000000	0.000033
36	21 février 2007	1.31362	0.00%	0.000000	0.000033
37	22 février 2007	1.31222	-0.11%	0.000001	0.000032
38	23 février 2007	1.31627	0.31%	0.000009	0.000032

Paramètres 12 février 2009 au 12 février 2010
Alpha 0.071363
Beta 0.92864
W 1.9456E-06

Paramètres 12 février 2010 au 12 février 2011
Alpha
Beta
W

Paramètres 12 février 2011 au 12 février 2012
Alpha
Beta
W

Paramètres 12 février 2012 au 12 février 2013
Alpha
Beta
W

Paramètres 12 février 2013 au 12 février 2014
Alpha
Beta
W

Paramètres 12 février 2014 au 12 février 2015
Alpha

Où

$$H13 = SP\$15 + SP\$13 * G12 + SP\$14 * H12$$

$$H14 = SP\$15 + SP\$13 * G13 + SP\$14 * H13$$

...

Jusqu'à H789, soit le 12 février 2010.

Une fois arrivé au 12 février 2010, nous devons estimer à nouveau les caractéristiques de la distribution de la série de la même manière que précédemment, en ajoutant les 250

rendements logarithmiques des nouvelles périodes, soit celles du 12 février 2009 au 12 février 2010, à la fin de la colonne de notre variable 'eurusdlogr'.

The screenshot displays the MATLAB interface with three main windows:

- Variables - eurusdlogr:** A table showing the values of the variable 'eurusdlogr' (778x1 double). The values are listed in the first column, with rows numbered 1 to 16.

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0.0014							
2	0.0019							
3	-4.3994e-04							
4	-4.8647e-04							
5	0.0058							
6	-0.0043							
7	-0.0030							
8	-0.0011							
9	0.0030							
10	0.0011							
11	0.0047							
12	-6.7566e-04							
13	-0.0049							
14	-0.0024							
15	0.0045							
16	0.0019							
- Workspace:** A table showing the current workspace variables:

Name	Value
EstMdl	1x1 garch
eurusdlogr	778x1 double
fitdist	1x1 tLocationScaleDi
Mdl	1x1 garch
- Command Window:** Shows the execution of the command `fitdist(eurusdlogr, 'tLocationScale')` and its output:


```
>> fitdist = fitdist(eurusdlogr, 'tLocationScale')

fitdist =

    tLocationScaleDistribution

    t Location-Scale distribution
    mu = 0.000147134    [-0.000289831, 0.000584099]
    sigma = 0.00521721 [0.00474287, 0.00573899]
    nu = 3.73647 [2.76534, 5.04864]
```

Spécifions ensuite notre modèle selon le degré de liberté obtenu.

Mdl =

`garch('Offset',NaN,'GARCHLags',1,'ARChLags',1,'Distribution',struct('Name','t','DoF',3.74))`

Les paramètres sont estimés à nouveau avec ce modèle et les nouvelles données.

Variables - eurusdlogr

eurusdlogr

778x1 double

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0.0014								
2	0.0019								

Command Window

```
>> EstMdl = estimate(Mdl,eurusdlogr)
```

GARCH(1,1) Conditional Variance Model with Offset (t Distribution):

	Value	StandardError	TStatistic	PValue
Constant	2.6638e-06	1.6762e-06	1.5892	0.11202
GARCH{1}	0.9	0.037403	24.062	6.2302e-128
ARCH{1}	0.05	0.020514	2.4374	0.014794
DoF	3.74	0	Inf	0
Offset	6.7439e-05	0.00019335	0.3488	0.72724

EstMdl =

[garch](#) with properties:

Description: "GARCH(1,1) Conditional Variance Model with Offset (t Distribution)"
 Distribution: Name = "t", DoF = 3.74
 P: 1
 Q: 1
 Constant: 2.66377e-06
 GARCH: {0.9} at lag [1]
 ARCH: {0.05} at lag [1]
 Offset: 6.74395e-05

Workspace

Name	Value
EstMdl	1x1 garch
eurusdlogr	778x1 double
fitdist	1x1 tLocationScale
Mdl	1x1 garch

Calculons ensuite les variances conditionnelles dans Excel pour la période du 12 février 2010 au 12 février 2011 avec ces paramètres.

Paramètres 12 février 2009 au 12 février 2010

Alpha	0.071363
Beta	0.92864
W	1.95E-06
DoF	2.71

Paramètres 12 février 2010 au 12 février 2011

Alpha	0.05
Beta	0.9
W	2.66E-06
DoF	3.74

Paramètres 12 février 2011 au 12 février 2012

Alpha	0.055291
Beta	0.94471
W	4.26E-07
DoF	4.63

Paramètres 12 février 2012 au 12 février 2013

Alpha	0.053359
Beta	0.94664
W	3.46E-07
DoF	5.22

Paramètres 12 février 2013 au 12 février 2014

Alpha	0.049991
Beta	0.95001
W	3.14E-07
DoF	5.01

Paramètres 12 février 2014 au 12 février 2015

Alpha	0.04611
Beta	0.95389
W	2.71E-07
DoF	4.72

Paramètres 12 février 2015 au 12 février 2016

Alpha	0.047905
Beta	0.95209
W	2.67E-07
DoF	4.34

Paramètres 12 février 2016 au 29 décembre 2016

Alpha	0.045458
Beta	0.95454
W	2.25E-07
DoF	4.58

Obtention des signaux

Maintenant que nous avons obtenu les prédictions effectuées en utilisant le modèle GARCH(1,1), nous pouvons créer les formules nous permettant d'identifier les moments où nos conditions étaient respectées.

	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
	Date	Close	Rendement	Rendement^2	Variance conditionnelle	r_t	μ	$\sqrt{\frac{1}{200} \sum_{t=-200}^{-1} (\sigma_t^2 - \mu)^2}$	$\mu 1_t$	Achat 1 = Conditions respectées 0 = Conditions non respectées	Vente 1 = Conditions respectées 0 = Conditions non respectées
517	23 janvier 2009	1.29725	-0.21%	0.00004	0.000192	-6.09%	0.000121	0.000069	0.055978	0	0
518	26 janvier 2009	1.31875	1.64%	0.000270	0.000181	-5.96%	0.000122	0.000069	-0.051595	0	0
519	27 janvier 2009	1.31595	-0.21%	0.000005	0.000189	4.62%	0.000122	0.000069	-0.024750	0	0
520	28 janvier 2009	1.3165	0.04%	0.000000	0.000178	-5.94%	0.000123	0.000069	-0.024237	0	0
521	29 janvier 2009	1.29541	-1.61%	0.000261	0.000167	-6.03%	0.000124	0.000069	-0.024498	0	0
522	30 janvier 2009	1.28105	-1.11%	0.000124	0.000176	5.18%	0.000124	0.000069	-0.022646	0	0
523	2 février 2009	1.28425	0.25%	0.000006	0.000174	-0.98%	0.000125	0.000069	-0.006124	0	0
524	3 février 2009	1.30395	1.52%	0.000232	0.000164	-5.76%	0.000125	0.000069	-0.005216	0	0
525	4 février 2009	1.2848	-1.48%	0.000219	0.000171	4.14%	0.000126	0.000068	-0.008658	0	0
526	5 février 2009	1.27895	-0.46%	0.000021	0.000176	3.16%	0.000126	0.000068	0.005127	0	0
527	6 février 2009	1.2938	1.15%	0.000133	0.000167	-5.19%	0.000127	0.000068	0.007044	0	0
528	9 février 2009	1.3002	0.49%	0.000024	0.000166	-0.27%	0.000127	0.000068	-0.007676	0	0
529	10 février 2009	1.2912	-0.69%	0.000048	0.000158	-4.92%	0.000128	0.000068	-0.034610	0	0
530	11 février 2009	1.29045	-0.06%	0.000000	0.000152	-3.73%	0.000128	0.000068	-0.029759	0	0
531	12 février 2009	1.286	-0.35%	0.000012	0.000143	-5.84%	0.000129	0.000068	-0.048327	0	0
532	13 février 2009	1.28605	0.00%	0.000000	0.000136	-5.19%	0.000129	0.000068	-0.049203	0	0
533	17 février 2009	1.25815	-2.19%	0.000481	0.000128	-5.71%	0.000129	0.000068	-0.055784	0	0
534	18 février 2009	1.25295	-0.41%	0.000017	0.000155	21.15%	0.000130	0.000067	0.034182	0	0
535	19 février 2009	1.2673	1.14%	0.000130	0.000147	-5.10%	0.000130	0.000067	0.034483	0	0
536	20 février 2009	1.2825	1.19%	0.000142	0.000148	0.46%	0.000131	0.000067	0.055032	0	0
537	23 février 2009	1.2693	-1.03%	0.000107	0.000150	1.02%	0.000131	0.000067	-0.012040	0	0
538	24 février 2009	1.28455	1.19%	0.000143	0.000149	-0.73%	0.000131	0.000067	0.002506	0	0
539	25 février 2009	1.27225	-0.96%	0.000093	0.000150	1.02%	0.000132	0.000067	0.004392	0	0
540	26 février 2009	1.27435	0.16%	0.000003	0.000148	-1.44%	0.000132	0.000067	-0.003818	0	0
541	27 février 2009	1.2669	-0.59%	0.000034	0.000140	-5.69%	0.000133	0.000066	-0.020343	0	0
542	2 mars 2009	1.2577	-0.73%	0.000053	0.000134	-3.98%	0.000133	0.000066	-0.037035	0	0
543	3 mars 2009	1.25605	-0.13%	0.000002	0.000130	-2.85%	0.000133	0.000066	-0.041754	0	0
544	4 mars 2009	1.26595	0.79%	0.000062	0.000123	-5.55%	0.000134	0.000066	-0.041277	0	0
545	5 mars 2009	1.25385	-0.96%	0.000092	0.000120	-1.97%	0.000134	0.000065	-0.034582	0	0
546	6 mars 2009	1.26485	0.87%	0.000076	0.000120	-0.06%	0.000134	0.000065	-0.025264	0	0
547	9 mars 2009	1.26025	-0.36%	0.000013	0.000119	-1.00%	0.000135	0.000065	-0.010106	0	0
548	10 mars 2009	1.26795	0.61%	0.000037	0.000114	-4.71%	0.000135	0.000065	-0.019222	0	0

Où

$$I531=(H531-H530)/H530$$

$$I532=(H532-H531)/H531 \dots$$

$$J531=AVERAGE(H332:H531)$$

$$J532=AVERAGE(H333:H532) \dots$$

$$K531=STDEV.P(H332:H531)$$

$$K532=STDEV.P(H333:H532) \dots$$

L531=AVERAGE(I529:I531)

L532=AVERAGE(I530:I532)...

M531=IF(AND(M530=0;M529=0;M528=0;M527=0;M526=0;H531<(J531+(-0.5*K531)));L531>0.03;(E531-E511)>0);1;0)

M532=IF(AND(M531=0;M530=0;M529=0;M528=0;M527=0;H532<(J532+(-0.5*K532)));L532>0.03;(E532-E512)>0);1;0) ...

N531=IF(AND(N530=0;N529=0;N528=0;N527=0;N526=0;H531<(J531+(-0.5*K531)));L531>0.03;(E531-E511)<0);1;0)

N532=IF(AND(N531=0;N530=0;N529=0;N528=0;N527=0;H532<(J532+(-0.5*K532)));L532>0.03;(E532-E512)<0);1;0) ...

Pour la période analysée, soit du 12 février 2009 au 29 décembre 2016, il faut identifier chaque période où nous avons un signal, c'est-à-dire où nos conditions sont respectées, puis calculer le coût des options d'achat et de vente à cette période.

Prix des options

À l'aide d'Excel, nous obtenons les prix des options vendues comme suit :

	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	AC	AD	AE	AF
1													
2													
3													
4													
5		Rb	Rq	EUVIX	IV	T	Prix de levée (k)	d1	d2	eRq	eRb	C ₁ Prix option d'achat	V ₁ Prix option vente
517		0.02	0.00125	22.84	0.2284	0.08	1.3	0.001819205	-0.06278	0.9999	0.998401	0.03303	0.03383
518		0.02	0.00125	22.7	0.227	0.08	1.32	0.00325673	-0.06095	0.9999	0.998401	0.03410	0.03337
519		0.02	0.00125	22.67	0.2267	0.08	1.32	0.000602388	-0.06352	0.9999	0.998401	0.03265	0.03472
520		0.02	0.00125	22.03	0.2203	0.08	1.32	0.001009461	-0.0613	0.9999	0.998401	0.03198	0.03350
521		0.02	0.00125	21.66	0.2166	0.08	1.3	-0.000209448	-0.06147	0.9999	0.998401	0.03038	0.03302
522		0.02	0.00125	21.37	0.2137	0.08	1.28	0.005488345	-0.05496	0.9999	0.998401	0.03229	0.02932
523		0.02	0.00125	21.74	0.2174	0.08	1.28	0.008723789	-0.05277	0.9999	0.998401	0.03444	0.02827
524		0.02	0.00125	21.67	0.2167	0.08	1.3	0.008369391	-0.05292	0.9999	0.998401	0.03469	0.02879
525		0.02	0.00125	21.17	0.2117	0.08	1.28	0.009400027	-0.05048	0.9999	0.998401	0.03390	0.02718
526		0.02	0.00125	20.67	0.2067	0.08	1.28	0.003268149	-0.0552	0.9999	0.998401	0.03023	0.02936
527		0.02	0.00125	19.78	0.1978	0.08	1.29	0.008588809	-0.04736	0.9999	0.998401	0.03162	0.02589
528		0.02	0.00125	19.65	0.1965	0.08	1.3	0.004603678	-0.05097	0.9999	0.998401	0.02985	0.02770
529		0.02	0.00125	20.7	0.207	0.08	1.29	0.005661992	-0.05289	0.9999	0.998401	0.03164	0.02851
530		0.02	0.00125	20.28	0.2028	0.08	1.29	0.004872886	-0.05249	0.9999	0.998401	0.03066	0.02827
531		0.02	0.00125	20.33	0.2033	0.08	1.29	6.62838E-05	-0.05744	0.9999	0.998401	0.02850	0.03056
532		0.02	0.00125	19.48	0.1948	0.08	1.29	-7.09016E-05	-0.05517	0.9999	0.998401	0.02729	0.02930
533		0.02	0.00125	21.7	0.217	0.08	1.26	0.002495047	-0.05888	0.9999	0.998401	0.03081	0.03077
534		0.02	0.00125	20.98	0.2098	0.08	1.25	0.007573742	-0.05177	0.9999	0.998401	0.03196	0.02714
535		0.02	0.00125	19.98	0.1998	0.08	1.27	0.001371114	-0.05514	0.9999	0.998401	0.02817	0.02897
536		0.02	0.00125	19.88	0.1988	0.08	1.28	0.007159389	-0.04907	0.9999	0.998401	0.03088	0.02646
537		0.02	0.00125	21.02	0.2102	0.08	1.27	0.003654657	-0.0558	0.9999	0.998401	0.03066	0.02946
538		0.02	0.00125	20.62	0.2062	0.08	1.28	0.009257711	-0.04906	0.9999	0.998401	0.03298	0.02651
539		0.02	0.00125	19.75	0.1975	0.08	1.27	0.006917597	-0.04894	0.9999	0.998401	0.03034	0.02618
540		0.02	0.00125	19.12	0.1912	0.08	1.27	0.009440381	-0.04464	0.9999	0.998401	0.03050	0.02425
541		0.02	0.00125	18.8	0.188	0.08	1.27	0.000706853	-0.05247	0.9999	0.998401	0.02629	0.02748
542		0.02	0.00125	18.73	0.1873	0.08	1.26	0.001625155	-0.05135	0.9999	0.998401	0.02637	0.02678
543		0.02	0.00125	18.24	0.1824	0.08	1.26	-0.000479242	-0.05207	0.9999	0.998401	0.02485	0.02691
544		0.02	0.00125	17.76	0.1776	0.08	1.27	-0.000688635	-0.05092	0.9999	0.998401	0.02433	0.02647
545		0.02	0.00125	18.28	0.1828	0.08	1.25	0.009147362	-0.04256	0.9999	0.998401	0.02862	0.02290
546		0.02	0.00125	17.59	0.1759	0.08	1.26	0.010579587	-0.03917	0.9999	0.998401	0.02836	0.02162
547		0.02	0.00125	17.24	0.1724	0.08	1.26	0.004736899	-0.04403	0.9999	0.998401	0.02554	0.02340
548		0.02	0.00125	17.09	0.1709	0.08	1.27	0.001742395	-0.0466	0.9999	0.998401	0.02437	0.02452

Où

$$X531=W531/100$$

$$X532=W532/100 \dots$$

$$Y531=20/250$$

$$Y532=20/250 \dots$$

$$Z531=ROUND(E531;2)$$

$$Z532=ROUND(E532;2) \dots$$

$$AA531=(LN(E531/Z531)+(U531-V531)*Y531+0.5*(X531^2)*Y531)/X531*(SQRT(Y531))$$

$$AA532=(LN(E532/Z532)+(U532-V532)*Y532+0.5*(X532^2)*Y532)/X532*(SQRT(Y532))$$

...

$$AB531=AA531-X531*(SQRT(Y531))$$

$$AB532=AA532-X532*(SQRT(Y532)) \dots$$

$$AC531=EXP(-V531*Y531)$$

$$AC532=EXP(-V532*Y532) \dots$$

$$AD531=EXP(-U531*Y531)$$

$$AD532=EXP(-U532*Y532) \dots$$

$$AE531=E531*AC531*(NORMSDIST(AA531))-Z531*AD531*(NORMSDIST(AB531))$$

$$AE532=E532*AC532*(NORMSDIST(AA532))-Z532*AD532*(NORMSDIST(AB532)) \dots$$

$$AF531=-1*(E531*AC531*(NORMSDIST(-AA531))-Z531*AD531*(NORMSDIST(-AB531)))$$

$$AF532=-1*(E532*AC532*(NORMSDIST(-AA532))-Z532*AD532*(NORMSDIST(-AB532))) \dots$$

Nous obtenons également les prix des options achetées comme suit :

	AE	AF	AG	AH	AI	AJ	AK	AL	AM	AN
1										
2										
3										
4										
	C_1	V_1				V_2				C_2
5	Prix option d'achat	Prix option vente	Prix de levée (k)	d1	d2	put#2	Prix de levée (k)	d1	d2	call#2
517	0.03303	0.03383	1.28000	0.02102	-0.04358	0.02351	1.32000	-0.01709	-0.08169	0.02367
518	0.03410	0.03337	1.30000	0.02228	-0.04193	0.02307	1.34000	-0.01548	-0.07969	0.02472
519	0.03265	0.03472	1.30000	0.01965	-0.04447	0.02438	1.34000	-0.01816	-0.08228	0.02331
520	0.03198	0.03350	1.30000	0.02061	-0.04170	0.02319	1.34000	-0.01830	-0.08061	0.02262
521	0.03038	0.03302	1.28000	0.02004	-0.04123	0.02270	1.32000	-0.02015	-0.08141	0.02104
522	0.03229	0.02932	1.26000	0.02633	-0.03411	0.01910	1.30000	-0.01503	-0.07548	0.02286
523	0.03444	0.02827	1.26000	0.02921	-0.03228	0.01809	1.30000	-0.01145	-0.07294	0.02497
524	0.03469	0.02879	1.28000	0.02861	-0.03269	0.01861	1.32000	-0.01156	-0.07285	0.02522
525	0.03390	0.02718	1.26000	0.03044	-0.02944	0.01703	1.30000	-0.01131	-0.07119	0.02441
526	0.03023	0.02936	1.26000	0.02482	-0.03365	0.01912	1.30000	-0.01795	-0.07641	0.02082
527	0.03162	0.02589	1.27000	0.03093	-0.02501	0.01576	1.31000	-0.01341	-0.06936	0.02212
528	0.02985	0.02770	1.28000	0.02692	-0.02866	0.01751	1.32000	-0.01737	-0.07295	0.02040
529	0.03164	0.02851	1.27000	0.02701	-0.03154	0.01831	1.31000	-0.01536	-0.07391	0.02220
530	0.03066	0.02827	1.27000	0.02667	-0.03070	0.01807	1.31000	-0.01658	-0.07394	0.02122
531	0.02850	0.03056	1.27000	0.02181	-0.03570	0.02029	1.31000	-0.02134	-0.07884	0.01913
532	0.02729	0.02930	1.27000	0.02262	-0.03248	0.01905	1.31000	-0.02241	-0.07751	0.01791
533	0.03081	0.03077	1.24000	0.02335	-0.03803	0.02049	1.28000	-0.01803	-0.07941	0.02143
534	0.03196	0.02714	1.23000	0.02932	-0.03002	0.01696	1.27000	-0.01383	-0.07317	0.02250
535	0.02817	0.02897	1.25000	0.02384	-0.03267	0.01873	1.29000	-0.02075	-0.07726	0.01879
536	0.03088	0.02646	1.26000	0.02957	-0.02666	0.01631	1.30000	-0.01490	-0.07113	0.02140
537	0.03066	0.02946	1.25000	0.02501	-0.03444	0.01922	1.29000	-0.01737	-0.07682	0.02126
538	0.03298	0.02651	1.26000	0.03086	-0.02746	0.01637	1.30000	-0.01201	-0.07033	0.02348
539	0.03034	0.02618	1.25000	0.02965	-0.02621	0.01603	1.29000	-0.01546	-0.07132	0.02086
540	0.03050	0.02425	1.25000	0.03292	-0.02116	0.01416	1.29000	-0.01367	-0.06775	0.02098
541	0.02629	0.02748	1.25000	0.02459	-0.02859	0.01727	1.29000	-0.02280	-0.07598	0.01690
542	0.02637	0.02678	1.24000	0.02579	-0.02719	0.01658	1.28000	-0.02216	-0.07513	0.01696
543	0.02485	0.02691	1.24000	0.02433	-0.02726	0.01670	1.28000	-0.02490	-0.07649	0.01547
544	0.02433	0.02647	1.25000	0.02459	-0.02564	0.01627	1.29000	-0.02557	-0.07581	0.01494
545	0.02862	0.02290	1.23000	0.03410	-0.01760	0.01283	1.27000	-0.01541	-0.06712	0.01909
546	0.02836	0.02162	1.24000	0.03631	-0.01344	0.01160	1.28000	-0.01474	-0.06450	0.01881
547	0.02554	0.02340	1.24000	0.03099	-0.01777	0.01330	1.28000	-0.02110	-0.06986	0.01607
548	0.02437	0.02452	1.25000	0.02801	-0.02032	0.01437	1.29000	-0.02412	-0.07246	0.01494

La méthodologie pour obtenir les prix est évidemment la même, à l'exception du prix de levée qui est ajusté de sorte à avoir une différence de 200 pips par rapport au prix de levée des options vendues :

$$AG531=Z531-0.02$$

$$AG532=Z532-0.02 \dots$$

$$AK531=Z531+0.02$$

$$AK532=Z532+0.02 \dots$$

Calculs des profits et pertes

Les résultats du système sont obtenus en calculant les profits et les pertes sur Excel à l'aide de plusieurs suites de formules logiques comme suit :

Tendance haussière

	AN	AO	AP	AQ	AR	AS	AT	AU	AV	AW	AX	AY
1												
2												
3				Stop loss	-0.02							
4		Achat (Long)										
	C ₂											
5	call#2	Profit ou perte (brut)	Perte brut	Ajustement stop loss	Perte net		Stop loss atteint	Affiche stop loss si atteint, sinon affiche le profit ou perte	Si profit, affiche le profit ou stop loss si atteint	=1 si trade gagnant (# win)	=1 si trade perdant (#loss)	
517	0.02367	0	0	-0.02	0		0	0	0	0	0	0
518	0.02472	0	0	-0.02	0		0	0	0	0	0	0
519	0.02331	0	0	-0.02	0		0	0	0	0	0	0
520	0.02262	0	0	-0.02	0		0	0	0	0	0	0
521	0.02104	0	0	-0.02	0		0	0	0	0	0	0
522	0.02286	0	0	-0.02	0		0	0	0	0	0	0
523	0.02497	0	0	-0.02	0		0	0	0	0	0	0
524	0.02522	0	0	-0.02	0		0	0	0	0	0	0
525	0.02441	0	0	-0.02	0		0	0	0	0	0	0
526	0.02082	0	0	-0.0141	0		0	0	0	0	0	0
527	0.02212	0	0	-0.02	0		0	0	0	0	0	0
528	0.02040	0	0	-0.02	0		0	0	0	0	0	0
529	0.02220	0	0	-0.0067	0		0	0	0	0	0	0
530	0.02122	0	0	-0.00065	0		0	0	0	0	0	0
531	0.01913	0	0	0.0068	0		0	0	0	0	0	0
532	0.01791	0	0	0.0118	0		0	0	0	0	0	0
533	0.02143	0	0	0.0434	0		0	0	0	0	0	0
534	0.02250	0	0	0.098	0		0	0	0	0	0	0
535	0.01879	0	0	0.09955	0		0	0	0	0	0	0
536	0.02140	0	0	0.07545	0		0	0	0	0	0	0
537	0.02126	0	0	0.09255	0		0	0	0	0	0	0
538	0.02348	0	0	0.06235	0		0	0	0	0	0	0
539	0.02086	0	0	0.08545	0		0	0	0	0	0	0
540	0.02098	0	0	0.07835	0		0	0	0	0	0	0
541	0.01690	0	0	0.0618	0		0	0	0	0	0	0
542	0.01696	0	0	0.06235	0		0	0	0	0	0	0
543	0.01547	0	0	0.06815	0		0	0	0	0	0	0
544	0.01494	0	0	0.0574	0		0	0	0	0	0	0
545	0.01909	0	0	0.09245	0		0	0	0	0	0	0
546	0.01881	0	0	0.0835	0		0	0	0	0	0	0
547	0.01607	0	0	0.0797	0		0	0	0	0	0	0
548	0.01607	0	0	0.0797	0		0	0	0	0	0	0

Où

$$AO531=IF(M531=1;(AF531-AJ531)+(E551-E531);0)$$

$$AO532=IF(M532=1;(AF532-AJ532)+(E552-E532);0) \dots$$

$$AP531=IF(AO531<-0.00001;(AF531-AJ531)+MAX((E551-E531);\$AR\$3);0)$$

$$AP532=IF(AO532<-0.00001;(AF532-AJ532)+MAX((E552-E532);\$AR\$3);0) \dots$$

AQ531=IF(AND(AP531<-0.00001;AP531-(AF531-AJ531)<\$AR\$3);AP531+\$AR\$3;AP531+MAX((E551-E531);\$AR\$3))
 AQ532=IF(AND(AP532<-0.00001;AP532-(AF532-AJ532)<\$AR\$3);AP532+\$AR\$3;AP532+MAX((E552-E532);\$AR\$3)) ...

AR531=IF(AP531<-0.00001;AQ531;0)
 AR532=IF(AP532<-0.00001;AQ532;0) ...

AT531=IF(AND(AO531>0.00001;((E531-(AF531-AJ531))-MIN(E532:E551))>ABS(\$AR\$3));\$AR\$3;0)
 AT532=IF(AND(AO532>0.00001;((E532-(AF532-AJ532))-MIN(E533:E552))>ABS(\$AR\$3));\$AR\$3;0) ...

AU531=IF(AND(AO531>0.00001;AT531<-0.00001);AT531;AO531)
 AU532=IF(AND(AO532>0.00001;AT532<-0.00001);AT532;AO532) ...

AV531=IF(AO531>0.00001;AU531;0)
 AV532=IF(AO532>0.00001;AU532;0) ...

AW531=IF(AV531>0.00001;1;0)
 AW532=IF(AV532>0.00001;1;0) ...

AX531=IF(OR(AR531<-0.00001;AV531<-0.00001);1;0)
 AX532=IF(OR(AR532<-0.00001;AV532<-0.00001);1;0) ...

Tendance baissière

	AY	AZ	BA	BB	BC	BD	BE	BF	BG	BH	BI
1											
2											
3				Stop loss	-0.02						
4		Vente (Short)									
5		Profit ou perte (brut)	Perte brut	Ajustement stop loss	Perte net	Stop loss atteint	Affiche stop loss si atteint, sinon affiche le profit ou perte	Si profit, affiche le profit ou stop loss si atteint	=1 si trade gagnant (# win)	=1 si trade perdant (#loss)	
517		0	0	0.02795	0	0	0	0	0	0	0
518		0	0	0.0342	0	0	0	0	0	0	0
519		0	0	0.0437	0	0	0	0	0	0	0
520		0	0	0.04215	0	0	0	0	0	0	0
521		0	0	0.02851	0	0	0	0	0	0	0
522		0	0	0.02335	0	0	0	0	0	0	0
523		0	0	0.0282	0	0	0	0	0	0	0
524		0	0	0.038	0	0	0	0	0	0	0
525		0	0	0.03095	0	0	0	0	0	0	0
526		0	0	0.0141	0	0	0	0	0	0	0
527		0	0	0.03355	0	0	0	0	0	0	0
528		0	0	0.03225	0	0	0	0	0	0	0
529		0	0	0.0067	0	0	0	0	0	0	0
530		0	0	0.00065	0	0	0	0	0	0	0
531		0	0	-0.0068	0	0	0	0	0	0	0
532		0	0	-0.0118	0	0	0	0	0	0	0
533		0	0	-0.02	0	0	0	0	0	0	0
534		0	0	-0.02	0	0	0	0	0	0	0
535		0	0	-0.02	0	0	0	0	0	0	0
536		0	0	-0.02	0	0	0	0	0	0	0
537		0	0	-0.02	0	0	0	0	0	0	0
538		0	0	-0.02	0	0	0	0	0	0	0
539		0	0	-0.02	0	0	0	0	0	0	0
540		0	0	-0.02	0	0	0	0	0	0	0
541		0	0	-0.02	0	0	0	0	0	0	0
542		0	0	-0.02	0	0	0	0	0	0	0
543		0	0	-0.02	0	0	0	0	0	0	0
544		0	0	-0.02	0	0	0	0	0	0	0
545		0	0	-0.02	0	0	0	0	0	0	0
546		0	0	-0.02	0	0	0	0	0	0	0
547		0	0	-0.02	0	0	0	0	0	0	0

Où

AZ531=IF(N531=1;(AE531-AN531)+(E531-E551);0)

AZ532=IF(N532=1;(AE532-AN532)+(E532-E552);0) ...

BA531=IF(AZ531<-0.00001;(AE531-AN531)+MAX((E531-E551);\$AR\$3);0)

BA532=IF(AZ532<-0.00001;(AE532-AN532)+MAX((E532-E552);\$AR\$3);0) ...

BB531=IF(AND(BA531<-0.00001;BA531-(AE531-AN531)<\$AR\$3);BA531+\$AR\$3;BA531+MAX((E531-E551);\$AR\$3))

BB532=IF(AND(BA532<-0.00001;BA532-(AE532-AN532)<\$AR\$3);BA532+\$AR\$3;BA532+MAX((E532-E552);\$AR\$3)) ...

Clicours.COM

BC531=IF(BA531<-0.00001;BB531;0)

BC532=IF(BA532<-0.00001;BB532;0) ...

BE531=IF(AND(AZ531>0.00001;(MAX(E532:E551)-(E531+(AE531-AN531)))>ABS(\$AR\$3));\$AR\$3;0)

BE532=IF(AND(AZ532>0.00001;(MAX(E533:E552)-(E532+(AE532-AN532)))>ABS(\$AR\$3));\$AR\$3;0) ...

BF531=IF(AND(AZ531>0.00001;BE531<-0.00001);BE531;AZ531)

BF532=IF(AND(AZ532>0.00001;BE532<-0.00001);BE532;AZ532) ...

BG531=IF(AZ531>0.00001;BF531;0)

BG532=IF(AZ532>0.00001;BF532;0) ...

BH531=IF(BG531>0.00001;1;0)

BH532=IF(BG532>0.00001;1;0) ...

BI531=IF(OR(BC531<-0.00001;BG531<-0.00001);1;0)

BI532=IF(OR(BC532<-0.00001;BG532<-0.00001);1;0) ...

Variances conditionnelles IVGARCH(1,1,1)

Générer les variances conditionnelles du modèle IVGARCH(1,1,1) est un peu plus complexe car nous ne pouvons pas estimer les paramètres du modèle via MATLAB.

Nous allons donc estimer les paramètres avec le logiciel NOMAD, Nonlinear Optimization with the Mesh Adaptative Direct Search algorithm (Le Digabel, 2011), soit un logiciel en C++ d'optimisation non linéaire très efficace, via OpenSolver sur Excel.

Le calcul pour obtenir la variance conditionnelle sera évidemment modifié de sorte à intégrer les données concernant la volatilité implicite. De plus, pour estimer les paramètres du modèle, nous devons définir la fonction de vraisemblance.

	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1												
2												
3												
4												
5												
	Date	Close	Rendement	Rendement^2	EUVIX	=(EUVIX/(SQRT(252)))/100^2	Variance conditionnelle	Log L	r_t	μ	$\sqrt{\frac{1}{200} \sum_{t=200}^{-1} (\sigma_t^2 - \mu)^2}$	$\mu \mathbb{1}_t$
516	22 janvier 2009	1.3	-0.17%	0.000003	22.4	0.000199	0.000237	3.087941	-7.54%	0.000134	0.000090	0.013186
517	23 janvier 2009	1.29725	-0.21%	0.000004	22.84	0.000207	0.000217	3.123978	-8.72%	0.000135	0.000090	0.010752
518	26 janvier 2009	1.31875	1.64%	0.000270	22.7	0.000204	0.000220	2.072921	1.58%	0.000136	0.000091	-0.048954
519	27 janvier 2009	1.31595	-0.21%	0.000005	22.67	0.000204	0.000225	3.106241	2.13%	0.000137	0.000091	-0.016724
520	28 janvier 2009	1.3165	0.04%	0.000000	22.03	0.000193	0.000219	3.139943	-2.96%	0.000137	0.000091	0.003480
521	29 janvier 2009	1.29541	-1.61%	0.000261	21.66	0.000186	0.000209	2.083952	-4.74%	0.000138	0.000091	-0.017584
522	30 janvier 2009	1.28105	-1.11%	0.000124	21.37	0.000181	0.000208	2.598436	-0.35%	0.000139	0.000091	-0.025834
523	2 février 2009	1.28425	0.25%	0.000006	21.74	0.000188	0.000200	3.152474	-3.56%	0.000139	0.000091	-0.028939
524	3 février 2009	1.30395	1.52%	0.000232	21.67	0.000188	0.000202	2.173968	0.66%	0.000140	0.000091	-0.010840
525	4 février 2009	1.2848	-1.48%	0.000219	21.17	0.000178	0.000206	2.228302	2.24%	0.000141	0.000091	-0.022223
526	5 février 2009	1.27895	-0.46%	0.000021	20.67	0.000170	0.000200	3.079273	-3.22%	0.000141	0.000091	-0.021061
527	6 février 2009	1.2938	1.15%	0.000133	19.78	0.000155	0.000187	2.554024	-6.27%	0.000142	0.000090	-0.024159
528	9 février 2009	1.3002	0.49%	0.000024	19.65	0.000153	0.000176	3.107838	-5.90%	0.000143	0.000090	-0.051266
529	10 février 2009	1.2912	-0.69%	0.000048	20.7	0.000170	0.000170	2.983125	-3.36%	0.000143	0.000090	-0.051730
530	11 février 2009	1.29045	-0.06%	0.000000	20.28	0.000163	0.000184	3.226538	7.96%	0.000144	0.000090	-0.04313
531	12 février 2009	1.286	-0.35%	0.000012	20.33	0.000164	0.000179	3.172212	-2.57%	0.000144	0.000090	0.006782
532	13 février 2009	1.28605	0.00%	0.000000	19.48	0.000151	0.000179	3.240836	0.13%	0.000145	0.000090	0.018385
533	17 février 2009	1.25815	-2.19%	0.000481	21.7	0.000187	0.000168	1.215487	-6.32%	0.000145	0.000090	-0.029203
534	18 février 2009	1.25295	-0.41%	0.000017	20.98	0.000175	0.000207	3.082082	23.55%	0.000146	0.000090	0.057854
535	19 février 2009	1.2673	1.14%	0.000130	19.98	0.000158	0.000192	2.572120	-7.23%	0.000147	0.000089	0.033327
536	20 février 2009	1.2825	1.19%	0.000142	19.88	0.000157	0.000179	2.509067	-6.77%	0.000147	0.000089	0.031822
537	23 février 2009	1.2693	-1.03%	0.000107	21.02	0.000175	0.000176	2.672779	-2.67%	0.000148	0.000089	-0.052215
538	24 février 2009	1.28455	1.19%	0.000143	20.62	0.000169	0.000190	2.514748	7.93%	0.000149	0.000089	-0.001677
539	25 février 2009	1.27225	-0.96%	0.000093	19.75	0.000155	0.000188	2.741020	-1.31%	0.000149	0.000089	0.016513
540	26 février 2009	1.27435	0.16%	0.000003	19.12	0.000145	0.000175	3.236866	-6.95%	0.000150	0.000089	-0.001107
541	27 février 2009	1.2669	-0.59%	0.000034	18.8	0.000140	0.000163	3.075113	-6.92%	0.000150	0.000088	-0.050613
542	2 mars 2009	1.2577	-0.73%	0.000053	18.73	0.000139	0.000158	2.970862	-3.11%	0.000151	0.000088	-0.065691
543	3 mars 2009	1.25605	-0.13%	0.000002	18.24	0.000132	0.000156	3.297040	-0.75%	0.000151	0.000088	-0.035934
544	4 mars 2009	1.26595	0.79%	0.000062	17.76	0.000125	0.000149	2.928062	-4.68%	0.000152	0.000088	-0.028447

$$I531 = ((H531 / (\text{SQRT}(252))) / 100)^2$$

$$I532 = ((H532 / (\text{SQRT}(252))) / 100)^2 \dots$$

Rappelons un modèle IVGARCH(q,p,g)

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \epsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2 + \sum_{u=1}^g \delta_u IV_{t-u} \quad (\text{A II-2})$$

Où

$$IV_t = [(VIX_t / \sqrt{252}) / 100]^2$$

$$\alpha_0 \geq 0$$

$$\alpha_i \geq 0$$

$$\beta_j \geq 0$$

$$\delta_u \geq 0$$

$$\alpha_i + \beta_j + \delta_u \leq 1$$

Donc, la variance conditionnelle est calculée comme suit :

$$J531 = \text{SS\$10} + \text{SS\$8} * G530 + \text{SS\$9} * J530 + \text{U\$8} * I530$$

$$J532 = \text{SS\$10} + \text{SS\$8} * G531 + \text{SS\$9} * J531 + \text{U\$8} * I531 \dots$$

Où les paramètres (SS\$10, SS\$8, SS\$9 et U\$8 pour la période du 12 février 2009 au 12 février 2010) sont estimés avec NOMAD.

Row	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V
4	Log L	r _t	μ	$\sqrt{\frac{1}{200} \sum_{i=1}^{200} (\sigma_i^2 - \mu)^2}$	μ1 _z	Achat 1 = Conditions respectées 0 = Conditions non respectées	Vente 1 = Conditions respectées 0 = Conditions non respectées					
7	4.619659											Paramètres 12 février 2009 au 12 février 2010
8	4.205141	791.30%										Alpha 0.023526 Delta 0.824924458
9	4.085766	93.23%										Beta 0.151105
10	4.065562	3.89%										W 1.66E-05 Log L= 1904.213468
11	3.176242	1.53%										DoF 2.71
12	3.554967	7.19%										Alpha+Beta+Delta= 0.995556
13	3.783924	-0.24%										Paramètres 12 février 2010 au 12 février 2011
14	3.997261	-0.15%										Alpha 0.013061 Delta 0.715590048
15	3.796151	-0.99%										Beta 0.270338
16	4.002282	-0.14%										W 2.64E-06 Log L= 2651.644037
17	3.451229	-0.27%										DoF 3.74
18	4.014188	2.54%										Alpha+Beta+Delta= 0.998989
19	3.414858	-0.67%										Paramètres 12 février 2011 au 12 février 2012
20	3.875100	-3.10%										Alpha 4.43E-08 Delta 0.70099006
21	3.502222	0.32%										Beta 0.269175
22	3.945866	-0.07%										W 1.35E-06 Log L= 3346.711457
23	3.891028	-1.59%										DoF 4.63
24	3.868192	-0.80%										Alpha+Beta+Delta= 0.970165
25	3.747949	0.06%										Paramètres 12 février 2012 au 12 février 2013
26	3.233599	0.07%										Alpha 1.11E-07 Delta 0.675242416
27	2.835799	-1.80%										Beta 0.262217
28	4.028899	4.74%										W 1.15E-06 Log L= 4936.591111
29	4.059086	-3.37%										DoF 5.22
30	4.076221	-3.32%										Alpha+Beta+Delta= 0.937459
31	4.074772	0.30%										Paramètres 12 février 2013 au 12 février 2014
32	4.051938	-2.62%										Alpha 0 Delta 0.660490806
33	3.804879	-2.28%										Beta 0.252777
34	4.004450	1.31%										W 1.31E-06 Log L= 6013.722973
35	3.583172	2.43%										DoF 5.01
36	4.024392	4.63%										Alpha+Beta+Delta= 0.913268
37	3.776481	-0.42%										Paramètres 12 février 2014 au 12 février 2015
38	4.058859	-0.29%										Alpha 0 Delta 0.663242241
39	2.659294	-1.87%										Beta 0.252542
40	3.792679	10.29%										W 1.14E-06 Log L= 5907.516236
41	3.661102	6.04%										DoF 4.72

L'estimation est effectuée en optimisant le total des fonctions de vraisemblances. La fonction de vraisemblance utilisant une loi de Student doit être utilisée, tel que démontré précédemment :

$$LLF = N \ln \left[\frac{\Gamma\left(\frac{\nu+1}{2}\right)}{\sqrt{\pi(\nu-2)}\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)} \right] - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^N \ln \sigma_t^2 - \frac{\nu+1}{2} \sum_{t=1}^N \ln \left[1 + \frac{r_t^2}{\sigma_t^2(\nu-2)} \right] \quad (\text{A II-3})$$

Dans Excel, nous obtenons celle-ci comme suit :

K531=(LN((FACT((((\$\$11+1)/2)-1)))/(SQRT(PI()*(\$\$11-2))*FACT((\$\$11/2)-1))))+((-0.5*LN(J531))-(((((\$\$11+1)/2))*LN(1+(G531/(J531*(\$\$11-2)))))))

K532=(LN((FACT(((((\$\$11+1)/2)-1)))/(SQRT(PI()*(\$\$11-2))*FACT((\$\$11/2)-1))))+((-0.5*LN(J532))-(((((\$\$11+1)/2))*LN(1+(G532/(J532*(\$\$11-2))))))) ...

Où le degré de liberté (\$\$11, pour la période du 12 février 2009 au 12 février 2010) représentant le mieux la distribution actuelle a été obtenu précédemment avec MATLAB.

Les paramètres estimés sont donc obtenus suite à l'optimisation du total des fonctions de vraisemblances de la période précédente, soit :

U10=SUM(K7:K530) → Pour l'estimation des paramètres du modèle pour la période du 12 février 2009 au 12 février 2010.

U16=SUM(K7:K783) → Pour l'estimation des paramètres du modèle pour la période du 12 février 2010 au 12 février 2011. ...

Dans OpenSolver, la cellule à maximiser, les cellules variables et les contraintes sont comme suit :

OpenSolver - Model

What is AutoModel? AutoModel

AutoModel is a feature of OpenSolver that tries to automatically determine the problem you are trying to optimise by observing the structure of the spreadsheet. It will turn its best guess into a Solver model, which you can then edit in this window.

Objective Cell: maximise minimise target value:

Variable Cells:

Constraints:

- <Add new constraint>
- \$\$S\$10 <= 1
- \$\$S\$10 >= 0
- \$\$S\$8 <= 1
- \$\$S\$8 >= 0
- \$\$S\$9 <= 1
- \$\$S\$9 >= 0
- \$T\$12 <= 1
- \$T\$12 >= 0
- \$U\$8 <= 1
- \$U\$8 >= 0

=

Add constraint Cancel

Delete selected constraint

Make unconstrained variable cells non-negative

Show named ranges in constraint list

Sensitivity Analysis List sensitivity analysis on the same sheet with top left cell:

Output sensitivity analysis: updating any previous output sheet on a new sheet

Solver Engine: Current Solver Engine: NOMAD Solver Engine...

Show model after saving Clear Model Options... Save Model Cancel

Le même principe s'applique pour la période suivante, en indiquant les cellules correspondantes.

Après avoir effectué tous les optimisations nécessaires, nous obtenons les paramètres suivants pour IVGARCH(1,1,1) :

Paramètres 12 février 2009 au 12 février 2010		
Alpha	0.023526	Delta 0.824924458
Beta	0.151105	
W	1.66E-05	Log L= 1904.213468
DoF	2.71	
Alpha+Beta+Delta= 0.999556		
Paramètres 12 février 2010 au 12 février 2011		
Alpha	0.013061	Delta 0.715590048
Beta	0.270338	
W	2.64E-06	Log L= 2651.644037
DoF	3.74	
Alpha+Beta+Delta= 0.998989		
Paramètres 12 février 2011 au 12 février 2012		
Alpha	4.43E-08	Delta 0.70099006
Beta	0.269175	
W	1.35E-06	Log L= 3346.711457
DoF	4.63	
Alpha+Beta+Delta= 0.970165		
Paramètres 12 février 2012 au 12 février 2013		
Alpha	1.11E-07	Delta 0.675242416
Beta	0.262217	
W	1.15E-06	Log L= 4936.591111
DoF	5.22	
Alpha+Beta+Delta= 0.937459		
Paramètres 12 février 2013 au 12 février 2014		
Alpha	0	Delta 0.660490806
Beta	0.252777	
W	1.31E-06	Log L= 6013.722973
DoF	5.01	
Alpha+Beta+Delta= 0.913268		
Paramètres 12 février 2014 au 12 février 2015		
Alpha	0	Delta 0.663242241
Beta	0.252542	
W	1.14E-06	Log L= 5907.516236
DoF	4.72	
Alpha+Beta+Delta= 0.915785		
Paramètres 12 février 2015 au 12 février 2016		
Alpha	0	Delta 0.399555644
Beta	0.584487	
W	0.00E+00	Log L= 6942.749208
DoF	4.34	
Alpha+Beta+Delta= 0.984043		
Paramètres 12 février 2016 au 29 décembre 2016		
Alpha	0.001788	Delta 0.435473856
Beta	0.541835	
W	0.00E+00	Log L= 7678.141087
DoF	4.58	
Alpha+Beta+Delta= 0.979097		

Avec les paramètres estimés, nous obtenons les variances conditionnelles du modèle et ainsi les signaux générés par le système d'investissement.

Obtention des résultats

Suite à l'obtention des signaux du système, nous arrivons aux résultats de celui-ci grâce aux formules logiques expliquées précédemment de la manière suivante :

	BK	BL	BM	BN	BO	BP	BQ	BF
1								
2								
3								
4								
5								
2525								
2526								
2527								
2528			Achat (Long)	Vente (Short)				
2529		# trades total	55					
2530		# trades	24	31				
2531		# trades profitables	13	20				
2532		# trades perdants	11	11				
2533		% trades profitables	54.17%	64.52%				
2534		% trades profitables total	60.00%					
2535		Profit ou perte	0.0485	0.4474				
2536		Profit ou perte total	0.4959					
2537		Moyenne par trade	0.0020	0.0144				
2538		Moyenne par trade total	0.0090					
2539		Gain maximal	0.0599	0.1118				
2540		Perte maximale	-0.0302	-0.0308				
2541								
2542								
2543								
2544								

Où

$BM2529, BN2529 = \text{SUM}(M531:N2501)$

$BM2530 = \text{SUM}(M531:M2501)$

$BN2530 = \text{SUM}(N531:N2501)$

$BM2531 = \text{SUM}(AW531:AW2501)$

$BN2531 = \text{SUM}(BH531:BH2501)$

$BM2532 = \text{SUM}(AX531:AX2501)$

BN2532=SUM(BI531:BI2501)

BM2533=BM2531/BM2530

BN2533=BN2531/BN2530

BM2534,BN2534=(BM2531+BN2531)/BM2529

BM2535=(SUM(AR531:AR2521)+SUM(AV531:AV2521))

BN2535=(SUM(BC531:BC2521)+SUM(BG531:BG2521))

BM2536,BN2536=BM2535+BN2535

BM2537=BM2535/BM2530

BN2537=BN2535/BN2530

BM2538,BN2538=(BM2535+BN2535)/BM2529

BM2539=MAX(AV531:AV2501)

BN2539=MAX(BG531:BG2501)

BM2540=MIN(AR531:AR2501;AV531:AV2501)

BN2540=MIN(BC531:BC2501;BG531:BG2501)

LISTE DE RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- Aghion, P., Bacchetta, P., Rancière, R. & Rogoff, K. 2009. « Exchange Rate Volatility and Productivity Growth: The Role of Financial Development ». *Journal of Monetary Economics*, vol. 56, n° 4, p. 494-513.
- Ait-Sahalia, Y., Karaman, M. & Mancini, L. 2018. *The Term Structure of Variance Swaps and Risk Premia* (Rapport n° 18-37). Suisse: Swiss Finance Institute
- Akaike, H. 1998. « Information Theory and an Extension of the Maximum Likelihood Principle ». Dans Parzen E., Tanabe K., Kitagawa G. (Éds), *Selected Papers of Hirotugu Akaike*. (pp. 199-213). New York: Springer Verlag.
- Alberg, D., Shalit, H. & Yosef, R. 2008. « Estimating stock market volatility using asymmetric GARCH models ». *Journal of Applied Financial Economics*, vol. 18, n° 15, p. 1201-1208.
- Banque du Canada. 2017. « CLS Bank: Managing Foreign Exchange Settlement Risk ». Consulté le 20 janvier 2017.
<https://www.bankofcanada.ca/wp-content/uploads/2010/06/miller_e.pdf>.
- Bahmani-Oskooee, M. & Xi, D. 2011. « Exchange rate volatility and domestic consumption: a multicountry analysis ». *Journal of Post Keynesian Economics*, vol. 34, n° 2, p. 319-330.
- Bahmani-Oskooee, M. & Hajilee, M. 2013. « Exchange rate volatility and its impact on domestic investment ». *Research in Economics*, vol. 67, n° 1, p. 1-12.
- Baillie, R. T. & Bollerslev, T. 2002. « The message in daily exchange rates: A conditional-variance tale ». *Journal of Business and Economic Statistics*, vol. 20, n° 1, p. 60-68.
- Benavides, G. & Capistrán, C. 2012. « Forecasting exchange rate volatility: The superior performance of conditional combinations of time series and option implied forecasts ». *Journal of Empirical Finance*, vol. 19, n° 5, p. 627-639.
- Bentes, S. R. 2015. « A comparative analysis of the predictive power of implied volatility indices and GARCH forecasted volatility ». *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, vol. 424, n° 1, p. 105-112
- Bank for International Settlements. 2016. « Triennial Central Bank Survey of foreign exchange and OTC derivatives markets in 2016 ». Consulté le 20 décembre 2016.
<<https://www.bis.org/publ/rpfx16.htm>>.

- Black, F. & Scholes, M. 1973. « The Pricing of Options and Corporate Liabilities ». *Journal of Political Economy*, vol. 81, n° 3, p. 637-654.
- Blair, B. J., Poon, S. & Taylor, S. J. 2001. « Forecasting S&P 100 volatility: the incremental information content of implied volatilities and high-frequency index returns ». *Journal of Econometrics*, vol. 105, n° 1, p. 5-26.
- Bollerslev, T. 1986. « Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity ». *Journal of Econometrics*, vol. 31, n° 3, p. 307-327.
- Bollerslev, T. & Wooldridge, J. M. 1988. *Quasi-Maximum Likelihood Estimation of Dynamic Models with Time-Varying Covariances* (Rapport n° 505). Massachusetts: Massachusetts Institute of Technology
- Brenner, M. & Subrahmanyam, M. G. 1988. « A Simple Formula to Compute the Implied Standard Deviation ». *Financial Analysts Journal*, vol. 44, n° 5, p. 80-83.
- Brenner, M. & Galai, D. 1989. « New Financial Instruments for Hedge Changes in Volatility ». *Financial Analysts Journal*, vol. 45, n° 4, p. 61-65.
- Breusch, T. S. & Pagan, A. R. 1979. « A Simple Test for Heteroscedasticity and Random Coefficient Variation ». *Econometrica*, vol. 47, n° 5, p. 1287-1294.
- Busch, T., Jesper Christensen, B. & Ørregaard Nielsen, M. 2011. « The role of implied volatility in forecasting future realized volatility and jumps in foreign exchange, stock, and bond markets ». *Journal of Econometrics*, vol. 160, n° 1, p. 48-57.
- Canina, L. & Figlewski, S. 1993. « The Informational Content of Implied Volatility ». *The Review of Financial Studies*, vol. 6, n° 3, p. 659-681
- Carr, P. & Wu, L. 2004. « A Tale of Two Indices (Rapport n° SC-CFE-04-01). New York: New York University
- Chicago Board of Options Exchange. 2017. « CBOE Begins Disseminating Volatility Index Values on Three of CME Group's FX Options Contracts: Dollar/Euro, Dollar/Bp and Dollar/Yen ». Consulté le 11 mars 2017. <<http://ir.cboe.com/press-releases/2015/jan-13-2015.aspx>>.
- Chicago Mercantile Exchange. 2017. « A Trader's Guide to Futures ». Consulté le 13 janvier 2017. <<https://www.cmegroup.com/education/files/a-traders-guide-to-futures.pdf>>.
- Corrado, C. J. & Miller, Jr., T. W. 2005. « The forecast quality of CBOE implied volatility indexes ». *Journal of Futures Market*, vol. 25, n° 4, p. 339-373.

- Cox, J. C., Ross, S. A. & Rubinstein, M. 1979. « Option pricing: A simplified approach ». *Journal of Financial Economics*, vol. 7, n° 3, p. 229-263.
- Davidian, M. & Carroll, R. J. 1987. « Variance Function Estimation ». *Journal of the American Statistical Association*, vol. 82, n° 400, p. 1079-1091.
- Durbin, J. & Watson, G. S. 1950. « Testing for Serial Correlation in Least Squares Regression: I ». *Biometrika*, vol. 37, n° 3/4, p. 409-428.
- Durbin, J. & Watson, G. S. 1951. « Testing for Serial Correlation in Least Squares Regression: II ». *Biometrika*, vol. 38, n° 1/2, p. 159-177.
- Durbin, J. & Watson, G. S. 1971. « Testing for Serial Correlation in Least Squares Regression: III ». *Biometrika*, vol. 58, n° 1, p. 1-19.
- Ederington, L. H. & Ha Lee, J. 1993. « How Markets Process Information: News Releases and Volatility ». *The Journal of Finance*, vol. 48, n° 4, p. 1161-1193.
- Ederington, L. H. & Guan, W. 2002. « Measuring implied volatility: Is an average better? Which average? ». *Journal of Futures Market*, vol. 22, n° 9, p. 811-837.
- Engle, R. F. 1982. « Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation ». *Econometrica*, vol. 50, n° 4, p. 987-1007.
- Eriksson, K. 2013. « On Return Innovation Distribution in GARCH Volatility Modelling: Empirical evidence from the Stockholm Stock Exchange. (Thèse de baccalauréat, Umeå University, Umeå, Suède). Repéré à <https://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:629510/FULLTEXT01.pdf>
- Feldmann, H. 2011. « The Unemployment Effect of Exchange Rate Volatility in Industrial Countries ». *Economics Letters*, vol. 111, n° 3, p. 268-271.
- Fernandez, C. & Steel, M. F. J. 1998. « On Bayesian Modeling of Fat Tails and Skewness ». *Journal of the American Statistical Association*, vol. 93, n° 441, p. 359-371.
- Ferrari, M. & Ters, K. 2017. « The benefits of using large high frequency financial datasets for empirical analyses: Two applied cases ». *Eighth IFC Conference on "Statistical implications of the new financial landscape"*, volume 43
- Fleming, J., Ostdiek, B. & Whaley, R. E. 1995. « Predicting stock market volatility: A new measure ». *Journal of Futures Market*, vol. 15, n° 3, p. 265-302.
- Forsberg, L. & Ghysels, E. 2007. « Why Do Absolute Returns Predict Volatility So Well? ». *Journal of Financial Econometrics*, vol. 5, n° 1, p. 31-67.

- Frankel, J. A., Galli, G. & Giovannini, A. 1996. *The Microstructure of Foreign Exchange Markets* ». Chicago: University of Chicago Press
- Garvey, J. F. & Gallagher, L. A. 2011. « The Realised–Implied Volatility Relationship: Recent Empirical Evidence from FTSE 100 Stocks ». *Journal of Forecasting*, vol. 31, n° 7, p. 639-660.
- Giot, P. & Laurent, S. 2004. « Modelling daily Value-at-Risk using realized volatility and ARCH type models ». *Journal of Empirical Finance*, vol. 11, n° 3, p. 379-398.
- Godfrey, L. G. 1978. « Testing for multiplicative heteroskedasticity ». *Journal of Econometrics*, vol. 8, n° 2, p. 227-236.
- Hamilton, J. D. & Susmel, R. 1994. « Autoregressive conditional heteroskedasticity and changes in regime ». *Journal of Econometrics*, vol. 64, n° 2, p. 307-333.
- Hansen, P. R. & Lunde, A. 2006. « Realized Variance and Market Microstructure Noise ». *Journal of Business & Economic Statistics*, vol. 24, n° 2, p. 127-161.
- Jorion, P. 1995. « Predicting Volatility in the Foreign Exchange Market ». *The Journal of Finance*, vol. 50, n° 2, p. 507-528.
- Kelley, C. T. 2003. *Solving Nonlinear Equations with Newton's Method* [Version SIAM].
- Kwiatkowski, D., Philips, P. C. B., Schmidt, P. & Shin, Y. 1992. « Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of a unit root: How sure are we that economic time series have a unit root? ». *Journal of Econometrics*, vol. 54, n° 3, p. 159-178.
- Lambert, P. & Laurent, S. 2001. *Modelling skewness dynamics in series of financial data using skewed location-scale distributions* (Rapport n° 0119). Louvain-la-Neuve: Université catholique de Louvain
- Le Digabel, S. 2011. « Algorithm 909: NOMAD: Nonlinear Optimization with the MADS Algorithm ». *ACM Transactions on Mathematical Software (TOMS)*, vol. 37, n° 4, article 44.
- Ljung, G. M. & Box, G. E. P. 1978. « On a Measure of Lack of Fit in Time Series Models ». *Biometrika*, vol. 65, n° 2, p. 297-303.
- Marcucci, J. 2005. « Forecasting Stock Market Volatility with Regime-Switching GARCH Models ». *Studies in Nonlinear Dynamics & Econometrics*, vol. 9, n° 4, p. 1-55.
- Mende, A. & Menkhoff, L. 2006. « Profits and speculation in intra-day foreign exchange trading ». *Journal of Financial Markets*, vol. 9, n° 3, p. 223-245.

- Morgan Stanley Capital International. 2017. « RiskMetrics™—Technical Document ». Consulté le 17 décembre 2017.
<<https://www.msci.com/documents/10199/5915b101-4206-4ba0-ae2-3449d7e95a>>.
- Muff, T., Diacon, S. & Woods, M. 2008. *The Management of Currency Risk: Evidence from UK Company Disclosures* (Rapport n° 2008.1). Nottingham: University of Nottingham
- Muzzioli, S. 2010. « Option-based forecasts of volatility: an empirical study in the DAX-index options market ». *The European Journal of Finance*, vol. 16, n° 6, p. 561-586.
- Nelson, D. B. 1991. « Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach ». *Econometrica*, vol. 59, n° 2, p. 347-370.
- Officer, R. R. 1972. « The Distribution of Stock Returns ». *Journal of the American Statistical Association*, vol. 67, n° 340, p. 807-812.
- Poon, S. & Granger, C. W. J. 2003. « Forecasting Volatility in Financial Markets: A Review ». *Journal of Economic Literature*, vol. 41, n° 2, p. 478-539.
- Rachev, S. T., Stoyanov, S. V., Biglova, A. & Fabozzi, F. J. 2005. « An Empirical Examination of Daily Stock Return Distributions for U.S. Stocks ». Dans Baier D., Decker R., Schmidt-Thieme L. (Éds), *Data Analysis and Decision Support*. (pp. 269-281). Berlin: Springer Verlag.
- Stoll, H. R. 1978. « The Supply of Dealer Services in Securities Markets ». *The Journal of Finance*, vol. 33, n° 4, p. 1133-1151.
- Szakmary, A., Ors, E., Kim, J. K. & Davidson III, W. N. 2003. « The predictive power of implied volatility: Evidence from 35 futures markets ». *Journal of Banking & Finance*, p. 2151-2175.
- Tabak, B. M., Canesso de Andrade, S. & Jung Chang, E. 2004. Brésil: Banque centrale du Brésil
- Taylor, J. W. 2004. « Volatility forecasting with smooth transition exponential smoothing ». *International Journal of Forecasting*, vol. 20, n° 2, p. 273-286.
- Taylor, S. J. 2007. *Modelling Financial Time Series, 2nd Edition* [Version World Scientific].
- Taylor, S. J., Yadav, P. K. & Zhang, Y. 2010. « The information content of implied volatilities and model-free volatility expectations: Evidence from options written on individual stocks ». *Journal of Banking & Finance*, vol. 34, n° 4, p. 871-881.

Vitale, P. 2000. « Speculative noise trading and manipulation in the foreign exchange market ». *Journal of International Money and Finance*, vol. 19, n° 5, p. 689-712.

World Federation of Exchanges. 2016. « Annual Statistics Guide ». Consulté le 20 décembre 2016.
<<https://www.world-exchanges.org/home/index.php/statistics/annual-statistics>>.

Yu, W., Lui, E. & Wang, J. 2010. « The Predictive Power of Implied Volatility of Options Traded OTC and on Exchanges. Journal of Banking and Finance ». *Journal of Banking and Finance*, vol. 34, n° 1, 1-11.

Yuanjie Zhang, M., Russell, J. R. & Tsay, R. S. 2008. « Determinants of bid and ask quotes and implications for the cost of trading ». *Journal of Empirical Finance*, vol. 15, n° 4, 656-678.

Zaiontz, C. 2018. « Real Statistics Resource Pack ». Consulté le 17 décembre 2018.
<<http://www.real-statistics.com>>.

Zhou, B. 1996. « High-Frequency Data and Volatility in Foreign-Exchange Rates ». *Journal of Business & Economic Statistics*, vol. 14, n° 1, p. 45-52.