

TABLE DES MATIÈRES

	Page
INTRODUCTION	1
CHAPITRE 1 REVUE BIBLIOGRAPHIQUE	9
1.1 Approche de l'hyperélasticité du modèle de matériau constitutif	10
1.1.1 Remarques générales sur les équations constitutives des matériaux hyperélastiques (Gerhard A. Holzapfel, 2000)	10
1.1.2 Implémentations des éléments finis de l'hyperélasticité isotrope, isotrope transverse et orthotrope pour l'élément 3D, l'élément de membrane et l'élément de coque	15
1.2 Caractérisation par la méthode inverse basée sur la simulation	21
1.3 Méthode d'optimisation pour une conception optimale du processus d'assemblage ...	26
1.4 Conclusion	28
CHAPITRE 2 MÉTHODOLOGIE.....	31
CHAPITRE 3 CHARACTERIZATION OF MULTI-LAYERED CARBON FIBER REINFORCED THERMOPLASTIC COMPOSITES FOR ASSEMBLY	35
Résumé.....	35
3.1 Abstract.....	36
3.2 Introduction.....	36
3.3 Material model implementation.....	40
3.3.1 Generalized orthotropic hyperelastic material model for incompressible thin shells	40
3.3.2 Strain–energy functions for CF/PPS materials	43
3.3.3 Implementation in Abaqus/Standard UMAT.....	44
3.4 Material parameters identification	46
3.4.1 Three point bending test.....	47
3.4.2 Computational experiment.....	48
3.4.3 Inverse characterization method	49
3.5 Model validation and discussion.....	51
3.5.1 Experimental test	52
3.5.2 Test simulation and result discussion	53
3.6 Conclusion	57
CHAPITRE 4 INVERSE PROCEDURE FOR MECHANICAL CHARACTERIZATION OF MULTI-LAYERED NON-RIGID COMPOSITE PARTS WITH APPLICATION TO THE ASSEMBLY PROCESS	59

Résumé.....	59
4.1 Abstract.....	60
4.2 Introduction.....	60
4.3 Experimental work.....	64
4.3.1 Three-point bending test	64
4.3.2 Flexural loading test.....	65
4.4 Modelling.....	68
4.4.1 Material model	68
4.4.2 Computational experiment.....	69
4.5 Identification of constant material parameters.....	71
4.6 Material validation	76
4.7 Conclusion	79
 CHAPITRE 5 OPTIMIZATION OF PERMISSIBLE APPLIED FORCES FOR NON-RIGID COMPOSITE PARTS IN ASSEMBLY	 81
Résumé.....	81
5.1 Abstract.....	82
5.2 Introduction.....	82
5.3 Applied forces optimization method for non-rigid part.....	86
5.3.1 Optimization of applied forces scheme.....	86
5.3.2 Optimization method	87
5.4 Case study	88
5.4.1 Curved surface target of composite part and optimization problem.....	88
5.4.2 Permissible applied forces for composite non-rigid part	89
5.4.3 Genetic algorithm based optimization	92
5.4.3.1 Design variables and objective	92
5.4.3.2 FE modeling of workpiece.....	94
5.4.3.3 Optimization procedure	95
5.4.4 Experimental validation	96
5.5 Conclusion	99
 CONCLUSION	 101
 BIBLIOGRAPHIE.....	 105

LISTE DES TABLEAUX

	Page
Tableau 1.1 Certaines formes de fonction énergie de déformation (Gerhard A. Holzapfel, 2000)	11
Tableau 3.1 Specimen and test parameters	48
Tableau 3.2 Optimized parameters values for strain energy function in Equation (3.16).....	50
Tableau 3.3 Optimized parameters values for strain energy function in Equation (3.17).....	50
Tableau 3.4 Experimental parameters.....	52
Tableau 3.5 Maximum and minimum difference in vertical displacement between experimental and simulation data on each path	57
Tableau 4.1 Three-point bending test parameters	65
Tableau 4.2 Experimental parameters.....	66
Tableau 4.3 Optimized parameter values.....	73
Tableau 5.1 Test parameters	91
Tableau 5.2 Material parameters set (Vu et al., 2019).....	94
Tableau 5.3 Optimal applied-forces scheme.....	95

LISTE DES FIGURES

	Page
Figure 0.1	Un panneau de fuselage à l'état libre (Source: Bombardier Aéronautique)1
Figure 0.2	Un gabarit pour l'inspection d'un composant aérospatial non rigide, Bombardier Aerospace Inc., (Sabri, Tahan, Pham, Moreau, & Galibois, 2015).2
Figure 0.3	Les matériaux utilisés pour construire le Boeing 787 Dreamliner (Source: Boeing Company).....3
Figure 0.4	La pièce non rigide maintenue par des montages d'inspection et des charges appliquées (sacs de sable) (G. Abenhaim et al., 2015)6
Figure 0.5	(a) La pièce montée sur des montages d'inspection. (b) Spécification GD&T de la pièce (Sattarpanah Karganroudi, Cuillière, François,& Tahan, 2018).6
Figure 0.6	Structure de la thèse8
Figure 1.1	Matériau isotrope transverse renforcé par une seule famille de fibres.....12
Figure 1.2	Matériau composite renforcé par deux familles de fibres13
Figure 1.3	Comparaison des données de test de tension simples et des prévisions FEM (Suchocki, 2011)17
Figure 1.4	Comparaison des contraintes théoriques de Cauchy avec des contraintes numériques obtenues à partir du sous-programme UMAT (Prot et al., 2007).....19
Figure 1.5	La configuration de chargement (Pagnotta, 2006).....24
Figure 1.6	Les formes des deux spécimens (Bruno et al., 2008).....25
Figure 1.7	(a) Dispositif de chargement et forme de la plaque en aluminium; (b) Contraintes ponctuelles et charge (Bruno et al., 2008)25
Figure 1.8	Ligne de mesure du déplacement et comparaison entre les résultats expérimentaux et les résultats de simulation (Pottier et al., 2011).....26

Figure 1.9	(a) Schème de localisation 3-2-1; (b) Schème des pinces (Y. G. Liao, 2003).	27
Figure 2.1	Méthodologie utilisée dans cette thèse.....	33
Figure 3.1	An aerospace panel: (a) in free-state, and (b) constrained on its inspection fixture set (Sattarpanah Karganroudi, Cuillière, Francois, & Tahan, 2016).....	37
Figure 3.2	Motion of a continuum body.....	40
Figure 3.3	Test specimens	47
Figure 3.4	Three point bending test using the MTS machine	47
Figure 3.5	Finite element modeling for three points bending test.....	49
Figure 3.6	Comparison between numerical results and experimental data: a) strain energy function in Equation (3.16); b) strain energy function in Equation (3.17).....	51
Figure 3.7	Bending load test set-up	53
Figure 3.8	Measurement deviation of vertical displacement (mm).....	53
Figure 3.9	Path positions along Y axis	54
Figure 3.10	Result comparison ((a) Path 1, (b) Path 2, (c) Path 3, (d) Path 4, (e) Path 5, (f) Path 6, (g) Path 7, (h) Path 8, (i) Path 9, (j) Path 10)	56
Figure 4.1	An aerospace panel restrained by known forces on its inspection fixture (Aidibe & Tahan, 2015)	61
Figure 4.2	(a) Test specimens and (b) three-point bending test.	65
Figure 4.3	Flexural loading test schematic	66
Figure 4.4	Experimental apparatus.....	67
Figure 4.5	Computational models: (a) Three-point bending test, (b) Flexural loading test	70
Figure 4.6	Inverse characterization flowchart	71
Figure 4.7	Comparison between numerical results and experimental data for three-point bending test	74

Figure 4.8	Residual difference between measured and calculated vertical displacement for Configuration 1.....	75
Figure 4.9	Residual difference between measured and calculated vertical displacement for Configuration 2.....	76
Figure 4.10	Validation test	77
Figure 4.11	Residual difference between measured and calculated vertical displacement for Validation case 1	78
Figure 4.12	Residual difference between measured and calculated vertical displacement for Validation case 2	79
Figure 5.1	(a) An aerospace panel restrained on a hyperstatic datum reference frame. (b) Its GD&T specification	85
Figure 5.2	Optimization flowchart	88
Figure 5.3	Objective shape	89
Figure 5.4	Test specimens (a) before the test and (b) when the failure occurred.....	90
Figure 5.5	Load - displacement relationship until the failure occurred.....	91
Figure 5.6	Location sub-pool.....	93
Figure 5.7	Optimization histories	96
Figure 5.8	Experimental set-up for optimal applied-forces scheme.....	97
Figure 5.9	Experimental apparatus.....	98
Figure 5.10	Distance between experimental and simulated plate shape	99

LISTE DES ABRÉVIATIONS, SIGLES ET ACRONYMES

GD&T	Dimensionnement Géométrique et Tolérances
ÉF/FE	Éléments finis (FE)
MÉF/FEM	Méthode des éléments finis (FEM)
AÉF/FEA	Analyse par éléments finis
CF/PPS	Sulfure de polyphénylène renforcés de fibres de carbone
PPS	Sulfure de polyphénylène
CF	Fibre de carbone
PEEK	Poly-Ether-Ether-Ketone
CAO/CAD	Conception assistée par ordinateur/ Computer Aided Design
ASME	Société américaine des ingénieurs en mécanique (American Society of Mechanical Engineers)
ISO	Organisation internationale de normalisation (International Organization for Standardization)
AG/GA	Algorithme génétique
UMAT	Matériel défini par l'utilisateur
FRTPC	Composite thermoplastique flexible renforcé de fibres

LISTE DES SYMBOLES ET UNITÉS DE MESURE

F	Tenseur gradient des déformations
E	Tenseur des déformations de Green-Lagrange
C	Tenseur de déformations de Cauchy-Green droit
Ψ	Fonction énergie de déformation
I_1, I_2, I_3	Invariants du tenseur de déformations de Cauchy-Green droit C
I_4, I_6	Carrés de l'élongations de fibres
a₀, g₀	Directions initiales des fibres
σ	Contrainte de Cauchy
S	Contrainte de Piola-Kirchhoff
τ	Contrainte de Kirchhoff
(e₁, e₂, e₃)	Vecteurs de base
<i>p</i>	Le multiplicateur de Lagrange
E_1	Module d'élasticité longitudinal
E_2	Module d'élasticité transversal
G_{12}	Module de cisaillement dans le plan (1,2)
λ_{12}	Coefficient de Poisson majeur dans le plan (1,2)
C[∇]	Tenseur d'élasticité lié au taux de contrainte de Green – Naghdi
C[°]	Tenseur d'élasticité lié au taux objectif de Zaremba-Jaumann
Ĉ	Matrice d'élasticité spatiale

INTRODUCTION

Assurer la fonctionnalité et la qualité des produits industriels est un aspect important pour la survie des entreprises manufacturières sur des marchés concurrentiels. Dans les industries aérospatiale et automobile, les pièces fabriquées peuvent inclure de nombreux détails, caractéristiques et formes complexes. La qualité et la fonctionnalité de ces pièces sont contrôlées par des approches de Dimensionnement Géométrique et Tolérances (GD&T). Les panneaux aérospatiaux non rigides de grande dimension par rapport à leur épaisseur sont susceptibles d'être la source de problème dans un processus de contrôle de qualité en raison de leur comportement flexible lors de l'inspection. À l'état libre, ils peuvent se déformer en raison de variations géométriques, sous l'effet des contraintes résiduelles et de la gravité, leur faisant excéder les tolérances de dimensionnement autorisées et les rendant inacceptables pour l'assemblage. Par exemple, un panneau de fuselage qui subit une large déformation à l'état libre est illustré à la Figure .

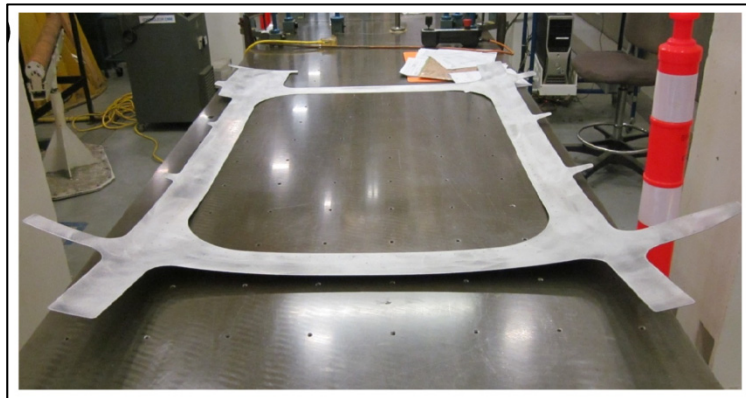


Figure 0.1 Un panneau de fuselage à l'état libre
(Source: Bombardier Aéronautique)

Par conséquent, lors de l'inspection géométrique, des montages spéciaux ou gabarits sont nécessaires pour retrouver la forme fonctionnelle d'une pièce non rigide (Figure 0.2). Ce processus est généralement coûteux et prend beaucoup de temps. Par exemple, certains

gabarits d'inspection de pièces non rigides chez Bombardier Aéronautique exigent de 60 à 75 heures de main-d'œuvre à monter (Radvar-Esfahlan & Tahan, 2014).

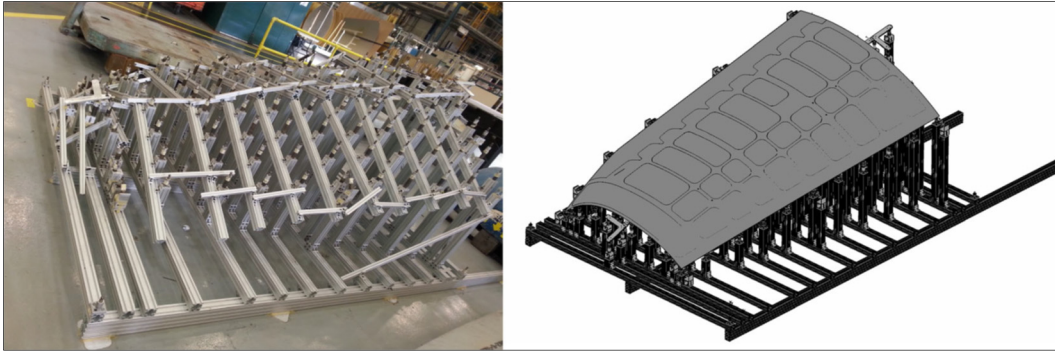


Figure 0.2 Un gabarit pour l'inspection d'un composant aérospatial non rigide, Bombardier Aerospace Inc., (Sabri, Tahan, Pham, Moreau, & Galibois, 2015).

C'est pourquoi des chercheurs ont proposé des méthodes d'inspection virtuelle permettant de réduire considérablement le temps et le coût de l'inspection (G. Abenhaim, A. Desrochers, A. Tahan, & J. Bigeon, 2015; Gad N. Abenhaim, Tahan, Desrochers, & Lalonde, 2013; Aidibe & Tahan, 2014, 2015). Afin d'évaluer la variation géométrique des pièces fabriquées, un nuage de points mesuré à la surface des pièces non rigides à l'état libre est comparé au modèle nominal (CAO). On trouve leur correspondance en déformant virtuellement la partie flexible scannée en sa forme fonctionnelle ou en déformant le modèle de CAO en fonction des données de mesure à l'aide de simulations par éléments finis. De toute évidence, la précision de la simulation numérique est l'un des aspects les plus importants d'un processus d'inspection virtuelle. De toute évidence, la simulation numérique est l'un des composants les plus importants qui affectent la précision du processus d'inspection virtuelle. Le déplacement de la pièce non rigide pendant le processus d'inspection virtuelle doit être simulé correctement par une analyse par éléments finis (FEA). Jusqu'à présent, toutes les méthodes d'inspection étaient développées pour les pièces en matériaux isotropes élastiques tels que l'aluminium.

Aujourd'hui, l'utilisation de pièces en matériaux composites est de plus en plus répandue, en particulier dans l'industrie aéronautique, afin de produire des plaques plus légères dotées de propriétés spécifiques. Par exemple, les composites renforcés de fibres sont utilisés pour 50% des sections de fuselage, les ailes et la queue de l'Airbus A350 XWB et du Boeing 787 Dreamliner (Figure 0.3).

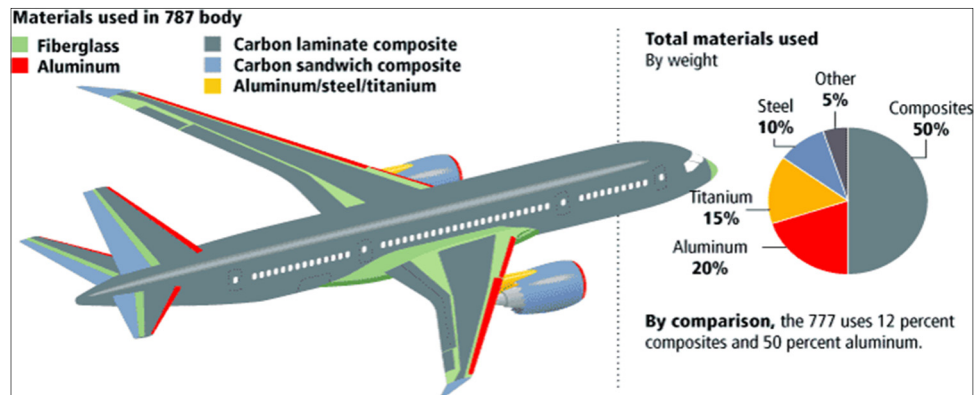


Figure 0.3 Les matériaux utilisés pour construire le Boeing 787 Dreamliner (Source: Boeing Company).

Cependant, à notre connaissance, aucune méthode d'inspection virtuelle n'a été proposée pour les pièces composites non rigides. En effet, simuler avec précision la déformation d'une pièce non rigide en matériau composite est très compliqué en raison de son comportement non linéaire anisotrope. Une compréhension approfondie du comportement des pièces composites non rigides est non seulement difficile, mais également très importante pour diverses applications telles que le développement de méthode d'inspection virtuelle pour des pièces composites non rigides.

Notre recherche vise à déterminer un modèle de matériau approprié capable de capturer la grande déformation anisotrope de pièces composites non rigides. Pour un modèle de matériau thermoplastique standard renforcé par deux familles de fibres, chaque couche est généralement considérée comme une couche orthotrope caractérisée par un module

d'élasticité en traction E_1 à 0° , un module d'élasticité en traction E_2 à 90° , un module en cisaillement G_{12} et un coefficient de Poisson λ_{12} . Ce modèle ne peut être appliqué que lorsque la déformation est faible et qui on peut supposer que les paramètres de matériau ne sont pas modifiés par la déformation. La grande déformation des pièces non rigides pendant le processus d'assemblage entraîne une modification considérable des propriétés constitutives du matériau. Par conséquent, ce modèle n'est plus adapté.

L'hyperélasticité est appropriée pour modéliser le comportement des matériaux anisotropes. La formulation du matériau est construite sur la base d'une fonction d'énergie de déformation à partir duquel le modèle constitutif hyperélastique est dérivé. Le comportement anisotrope est caractérisé par les directions des fibres, qui changent au cours de la déformation. En utilisant cette approche, une coque hyperélastique a été développée dans ce projet pour caractériser le comportement en grande déformation d'une pièce composite non rigide dans un processus d'assemblage. Ce travail est présenté au Chapitre 3.

Même si un modèle constitutif bien adapté est choisi, la détermination des paramètres du matériau constitue également l'une des conditions préalables les plus importantes pour obtenir des résultats fiables lors d'une simulation de processus d'assemblage. Les paramètres du modèle constitutif considéré doivent être estimés par la méthode la plus appropriée. La caractérisation inverse basée sur la simulation est un outil efficace pour caractériser le comportement mécanique des matériaux. En minimisant la différence entre les données expérimentales et les résultats numériques, les paramètres du modèle de matériau choisi sont identifiés. Typiquement, les données expérimentales sont obtenues en effectuant des essais standards tels que des tests de compression, de traction, de flexion, etc. Dans notre étude, les propriétés du sulfure de polyphénylène renforcé de fibres de carbone (CF/PPS) multicouches ont d'abord été caractérisées par ces essais standards. Cependant, les paramètres du matériau obtenus avec ce type de test expérimental ne décrivaient correctement que le comportement du matériau dans cette configuration particulière. Cette approche s'est insuffisante pour simuler de manière fiable la grande déformation en flexion d'une feuille composite non rigide

pendant le processus d'assemblage. De toute évidence, des tests non standards générant une déformation plus réaliste de la pièce composite non rigide dans le processus d'assemblage pourraient aider à résoudre ce problème. Le Chapitre 4 de cette thèse a développé un processus d'optimisation inverse combinant des essais standards et des tests spécifiques non standards pour caractériser le comportement de grande déformation en flexion d'une feuille CF/PPS à quatre couches. Les tests non standards ont été réalisés dans le but de créer un état de déformation le plus proche possible de celui du processus d'assemblage.

La déformation due aux variations géométriques, à la gravité et aux contraintes résiduelles de grandes pièces non rigides à l'état libre peut faire que les déviations dépassent la limite autorisée pour l'assemblage. Des conditions de montage telles que des charges d'assemblage, des supports sont généralement utilisés pour récupérer ces pièces dans leur forme fonctionnelle. Comme le montre la Figure 0.4, des poids sont imposés sur la surface d'une pièce non rigide pendant le processus d'inspection. Les normes ASME Y14.5 et ISO 10579 exigent que les conditions de montage soient indiquées sur les dessins CAO. Sur les dessins, une note du type "Une charge de $X \text{ N/m}^2$ peut être utilisée pour atteindre la tolérance" indique les valeurs admissibles des charges d'assemblage pouvant être imposées aux pièces pendant l'assemblage (Figure 0.5). Ces charges sont appelées : "charges de montage". Jusqu'à présent, il n'existe aucune méthode d'inspection virtuelle prenant en compte les charges de montage pour les pièces composites non rigides. Par conséquent, le Chapitre 5 fait l'objectif d'une méthode d'optimisation fondée sur un algorithme génétique (GA) couplé avec le FEA pour sélectionner automatiquement le schéma optimal de répartition des charges de montage appliquées pour les pièces composites non rigides à l'assemblage. La déformation d'une pièce composite sous des schémas de charges appliquées a d'abord été calculée par le FEA, puis un algorithme d'optimisation a ensuite été utilisé pour trouver la meilleure répartition des charges appliquées dans lequel la différence de la pièce à l'état de charges de montage appliqué par rapport à la forme de conception est minimisée.



Figure 0.4 La pièce non rigide maintenue par des montages d'inspection et des charges appliquées (sacs de sable) (G. Abenhaim et al., 2015)

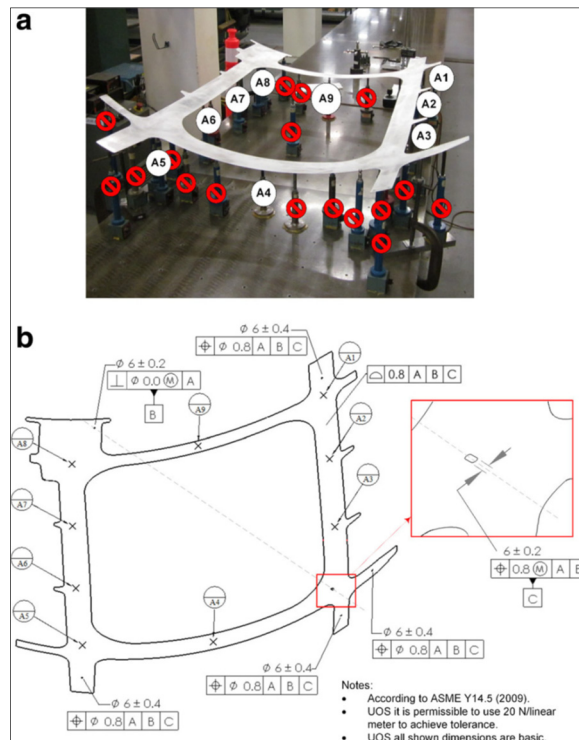


Figure 0.5 (a) La pièce montée sur des montages d'inspection. (b) Spécification GD&T de la pièce (Sattarpanah Karganroudi, Cuillère, François, & Tahan, 2018).

Objectifs de cette thèse:

Le premier objectif de cette étude vis à caractériser le comportement anisotrope important de pièces composites non rigides s'appliquant au processus d'assemblage. Cet objectif est atteint par un travail de caractérisation qui consiste à déterminer des modèles de matériaux adéquats et à développer une méthode de caractérisation appropriée pour déterminer les paramètres de matériau associés à ces modèles. Les propriétés des matériaux obtenues permettent de simuler avec précision les grandes déformations anisotropes de pièces composites non rigides, un facteur très important pour développer une méthode d'inspection virtuelle de pièces composites non rigides.

Le deuxième objectif de cette étude vise à développer une méthode d'optimisation des charges de montage admissibles pour les pièces composites non rigides au cours des processus d'assemblage. Ainsi, les objectifs de ce projet se résument comme suit:

- Caractériser du comportement de pièces composites non rigides avec application au processus d'assemblage :
 - Proposer un modèle de matériau hyperélastique capable de capturer le comportement en grande déformation d'une pièce composite non rigide avec application au processus d'assemblage.
 - Développer une méthode de caractérisation appropriée pour estimer les paramètres du modèle de matériau proposé.
- Développer d'une méthode d'optimisation capable de trouver la meilleure répartition des charges de montage admissibles pour les pièces composites non rigides au cours des processus d'assemblage.

Structure de la thèse

Cette thèse est composée sous la forme d'une thèse par articles dans laquelle trois articles sont présentés et reliés logiquement les uns aux autres. Les méthodologies, résultats et discussions sont présentés en détail dans les articles. Trois articles ont été soumis pour

publication dans des revues scientifiques internationales avec comités de révision. Au moment de la rédaction de cette thèse, le premier article avait été publié dans " Journal of Thermoplastic Composite Materials", le deuxième article avait été publié dans "Journal of Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science" et le troisième l'article a été soumis à "Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture".

Cette thèse comporte cinq chapitres. Le Chapitre 1 est consacré à la revue bibliographique reliée à la caractérisation du comportement en grande déformation d'une pièce composite non rigide avec application au processus d'assemblage. Le Chapitre 2 présente la méthodologie de cette recherche. Comme présenté dans la Figure , il est suivi de trois articles dans le Chapitre 3, Chapitre 4 et Chapitre 5 respectivement. Les conclusions et recommandations figurent au Chapitre 6.

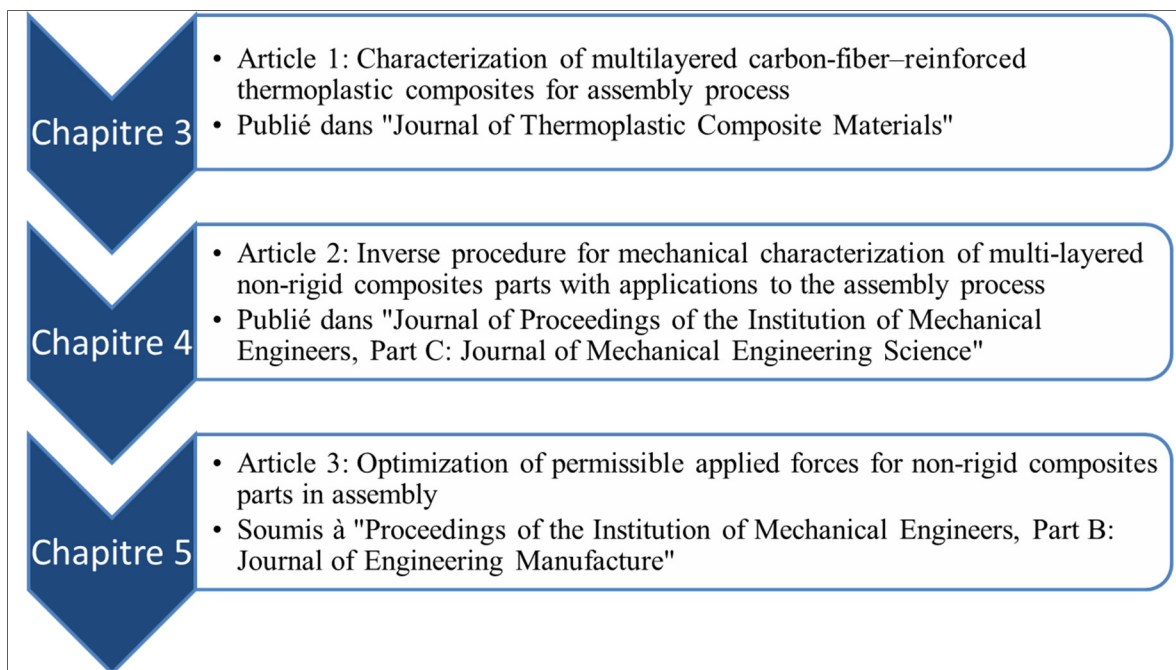


Figure 0.6 Structure de la thèse

CHAPITRE 1

REVUE BIBLIOGRAPHIQUE

Dans ce chapitre, une revue complète de littérature est présentée sur la caractérisation du comportement en grande déformation d'une pièce composite non rigide avec application au processus d'assemblage. Comme indiqué dans l'introduction, notre recherche vise à développer un modèle de matériau hyperélastique approprié, capable de capturer la grande déformation anisotrope des pièces composites non rigides. Cette approche a été utilisée avec succès dans la modélisation du comportement des composites renforcés par des fibres. Aimène, Vidal-Sallé, Hagège, Sidoroff & Boisse (2009), Gong, Peng, Yao & Guo (2016), Peng, Guo, Du & Yu (2013) et Pham, Bates & Chesney (2005) ont proposé des modèles de matériaux constitutifs hyperélastiques et ont démontré leur pertinence pour la modélisation de grandes déformations anisotropes des composites renforcés par des fibres dans des procédés de fabrication. Par conséquent, un modèle de matériau hyperélastique pourrait constituer une approche appropriée pour caractériser le comportement anisotrope des composites thermoplastiques renforcés de fibres flexibles (FRTPC) au cours des processus d'assemblage. Une littérature sur l'approche hyperélastique du modèle de matériau constitutif est présentée dans la Section 1.1. Ensuite, une revue sur la méthode de caractérisation inverse reposant sur la simulation est présentée à la Section 1.2 pour identifier les paramètres du modèle constitutif. Les charges de montage sont généralement utilisées pour les grandes pièces non rigides telles que les panneaux aérospatiaux afin que la forme fonctionnelle des pièces peut être retrouvée en imposant des contraintes lors de l'assemblage. Cependant, dans la majorité des cas, la répartition des charges de montage admissibles est laissée à la discrétion des inspecteurs lors de l'assemblage. Par conséquent, un autre objectif de notre recherche est de développer une méthode d'optimisation pour aider les inspecteurs à trouver la meilleure répartition des charges de montage admissibles au cours des processus d'assemblage. Une revue sur les différentes méthodes d'optimisation pour la fabrication et

l'assemblage est présentée dans la Section 1.3. À la fin de ce chapitre, Section 1.4, une conclusion est donnée.

1.1 Approche hyperélastique du comportement du matériau constitutif

1.1.1 Remarques générales sur les équations constitutives des matériaux hyperélastiques (Gerhard A. Holzapfel, 2000)

Une théorie constitutive non linéaire est appropriée pour décrire une grande variété de phénomènes physiques pour lesquels la déformation peut être grande. Dans le cas d'un matériau hyperélastique, la théorie s'appelle la théorie finie (hyper) élastique pour laquelle la mécanique de milieu continue non-linéaire est la base fondamentale. Pour un matériau hyperélastique, on fait le postulat de l'existence d'une fonction d'énergie libre d'Helmholtz qui est fonction du tenseur gradient des déformations $\mathbf{F}$ ou de certains tenseurs de déformation tels que le tenseur des déformations de Green-Lagrange $\mathbf{E}$ ou le tenseur de déformations de Cauchy-Green droit $\mathbf{C}$:

$$\Psi(\mathbf{F}) = \Psi(\mathbf{C}) = \Psi(\mathbf{E}) \quad (1.1)$$

Le tenseur de déformation de Cauchy-Green droit $\mathbf{C}$ est défini comme $\mathbf{C} = \mathbf{F}^T \mathbf{F}$ et le tenseur de déformation de Green-Lagrange $\mathbf{E}$ est défini comme $\mathbf{E} = \frac{1}{2}(\mathbf{C} - \mathbf{I})$.

Matériaux hyperélastiques isotropes (Gerhard A. Holzapfel, 2000)

La fonction énergie de déformation est limitée par une propriété particulière que le matériau peut traiter, à savoir l'isotropie. Cette propriété repose sur l'idée physique que la réponse mécanique du matériau est la même dans toutes les directions. Les équations constitutives peuvent être exprimées en terme d'invariants. L'Équation (1.2) montre la fonction énergie de déformation pour les matériaux hyperélastiques isotropes:

$$\Psi = \Psi[I_1(\mathbf{C}), I_2(\mathbf{C}), I_3(\mathbf{C})] \quad (1.2)$$

où I_1, I_2, I_3 sont les invariants du tenseur de déformations de Cauchy-Green droit $\mathbf{C}$ définis comme suit:

$$I_1 = \text{tr}(\mathbf{C}), I_2 = \frac{1}{2}[\text{tr}(\mathbf{C})^2 - \text{tr}(\mathbf{C}^2)], I_3 = \det(\mathbf{C}) \quad (1.3)$$

L'Équation (1.4) donne la forme de contrainte en termes des trois invariants qui caractérisent les matériaux hyperélastiques isotropes en déformations finies.

$$\mathbf{S} = 2 \frac{\partial \Psi(\mathbf{C})}{\partial \mathbf{C}} = 2 \sum_{i=1}^3 \frac{\partial \Psi}{\partial I_i} \frac{\partial I_i}{\partial \mathbf{C}} \quad (1.4)$$

Certaines formes de fonction énergie de déformation pour les matériaux hyperélastiques isotropes sont données dans la Tableau 1.1.

Tableau 1.1 Certaines formes de fonction énergie de déformation
(Gerhard A. Holzapfel, 2000)

Modèle de matériau	Fonction énergie de déformation
Modèle Ogden pour les matériaux incompressibles	$\Psi = \Psi[\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3] = \sum_{p=1}^N \frac{\mu_p}{\alpha_p} (\lambda_1^{\alpha_p} + \lambda_2^{\alpha_p} + \lambda_3^{\alpha_p} - 3)$
Mooney-Rivlin	$\Psi = c_1 (I_1 - 3) + c_2 (I_2 - 3)$
Neo-Hookean	$\Psi = c_1 (I_1 - 3)$
Yeoh, Arrude et Boyce pour les matériaux incompressibles	$\Psi = c_1 (I_1 - 3) + c_2 (I_1 - 3)^2 + c_3 (I_1 - 3)^3$

Matériaux isotropes transverses (Gerhard A. Holzapfel, 2000)

Les matériaux composés d'un matériau de matrice et d'une ou plusieurs familles de fibres sont appelés les matériaux composites ou les composites renforcés de fibres. Un matériau qui est renforcé par une seule famille de fibres a une seule direction préférée. La rigidité dans la

direction de la fibre est généralement beaucoup plus grande que celle dans les directions orthogonales à la fibre. Nous appelons ce type de matériau un matériau isotrope transverse. Pour un matériau isotrope transverse, l'énergie de déformation peut être écrite en termes de cinq invariants indépendants de la manière suivante:

$$\Psi = \Psi \left[I_1(\mathbf{C}), I_2(\mathbf{C}), I_3(\mathbf{C}), I_4(\mathbf{C}, \mathbf{a}_0), I_5(\mathbf{C}, \mathbf{a}_0) \right] \quad (1.5)$$

où I_4 et I_5 sont les invariants définis par $I_4 = \mathbf{a}_0 \cdot \mathbf{C} \mathbf{a}_0$, $I_5 = \mathbf{a}_0 \cdot \mathbf{C}^2 \mathbf{a}_0$. I_4 et I_5 découlent directement de l'anisotropie et contribuent à l'énergie de déformation. Ils décrivent les propriétés de la famille de fibres et son interaction avec la résine. Le vecteur $\mathbf{a}_0(\mathbf{X})$ représente la direction de la première fibre au point $\mathbf{X}$ en configuration de référence Ω_0 . Pendant la déformation, le vecteur $\mathbf{a}_0$ correspond à la configuration actuelle associée par $\mathbf{a}(\mathbf{X}) = \mathbf{F}(\mathbf{X}) \cdot \mathbf{a}_0(\mathbf{X})$ (voir la Figure 1.1)

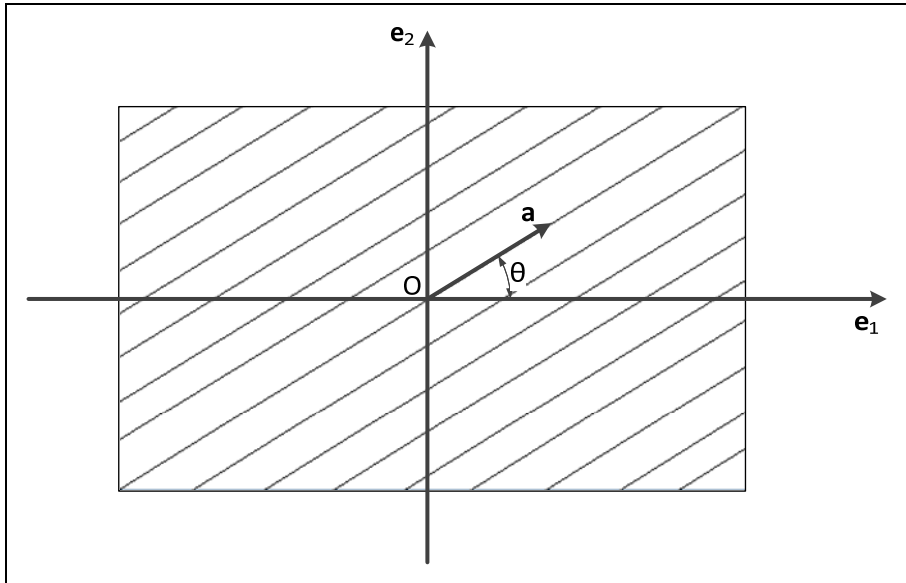


Figure 1.1 Matériau isotrope transverse renforcé par une seule famille de fibres

Matériaux composites renforcés par deux familles de fibres (Gerhard A. Holzapfel, 2000)

Pour un matériau renforcé par deux familles de fibres, la contrainte en un point du matériau dépend non seulement du gradient de déformation $\mathbf{F}$, mais également des directions des fibres.

Nous considérons donc un champ de vecteurs unitaires $\mathbf{a}_0(\mathbf{X})$ représentant la direction de la première fibre au point $\mathbf{X}$ et un autre champ de vecteurs unitaires $\mathbf{g}_0(\mathbf{X})$ représentant la direction de la deuxième fibre au point $\mathbf{X}$, tous deux dans la configuration de référence Ω_0 . Pendant la déformation, le vecteur $\mathbf{a}_0$ cartographie dans la configuration actuelle associée $\mathbf{a}(\mathbf{X}) = \mathbf{F}(\mathbf{X}) \cdot \mathbf{a}_0(\mathbf{X})$ et le vecteur $\mathbf{g}_0$ cartographie dans la configuration actuelle associée $\mathbf{g}(\mathbf{X}) = \mathbf{F}(\mathbf{X}) \cdot \mathbf{g}_0(\mathbf{X})$ (voir la Figure 1.2).

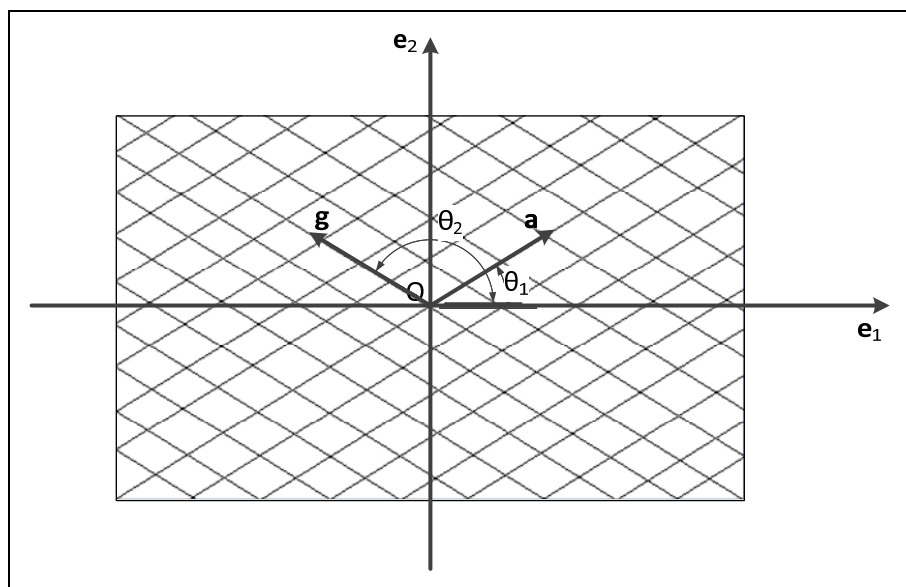


Figure 1.2 Matériau composite renforcé par deux familles de fibres

Pour les matériaux orthotropes, les directions initiales de deux fibres sont orthogonales, c'est-à-dire $\mathbf{a}_0 \perp \mathbf{g}_0$.

L'élongation de la fibre dans sa direction est définie comme le rapport entre les configurations actuelle et de référence:

$$\lambda_1^2 = \mathbf{a}_0 \cdot (\mathbf{F}^T \mathbf{F}) \mathbf{a}_0 = \mathbf{a}_0 \cdot \mathbf{C} \mathbf{a}_0 = I_4 \quad (1.6)$$

$$\lambda_2^2 = \mathbf{g}_0 \cdot (\mathbf{F}^T \mathbf{F}) \mathbf{g}_0 = \mathbf{g}_0 \cdot \mathbf{C} \mathbf{g}_0 = I_6 \quad (1.7)$$

I_4 et I_6 sont le carré de l'élongation dans les directions de la fibre.

La fonction d'énergie de déformation standard Ψ pour les matériaux orthotropes:

$$\Psi = \Psi(\mathbf{C}, \mathbf{a}_0 \otimes \mathbf{a}_0, \mathbf{g}_0 \otimes \mathbf{g}_0) \quad (1.8)$$

Pour les matériaux orthotropes incompressibles, la fonction d'énergie est :

$$\Psi = \Psi(I_1, I_2, I_3, I_4, I_5, I_6, I_7) - \frac{1}{2} p (I_3 - 1) \quad (1.9)$$

où $I_5 = \mathbf{a}_0 \cdot \mathbf{C}^2 \mathbf{a}_0$ et $I_7 = \mathbf{g}_0 \cdot \mathbf{C}^2 \mathbf{g}_0$ sont deux paramètres qui présentent l'interaction des fibres avec la matrice et le scalaire p sert de multiplicateur de Lagrange indéterminé.

Le second tenseur de contrainte de Piola-Kirchhoff $\mathbf{S}$ pour les matériaux orthotropes incompressibles peut être dérivé de l'Équation (1.9) comme suit:

$$\mathbf{S} = 2 \frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{C}} = 2 \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq 3}}^7 \frac{\partial \Psi}{\partial I_i} \frac{\partial I_i}{\partial \mathbf{C}} + p \mathbf{C}_{2 \times 2}^{-1} \quad (1.10)$$

et le tenseur de contrainte de Cauchy peut être fourni par l'opération "push-forward" de $\mathbf{S}$ vers la configuration actuelle telle que $\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{J}^{-1} \mathbf{F} \mathbf{S} \mathbf{F}^T$.

Puisque la composante de contrainte S_{33} dans le sens de l'épaisseur peut être négligée pour les feuilles minces, nous pouvons déterminer le p dans ce cas de la manière suivante:

$$p = -2 \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq 3}}^7 \frac{\partial \Psi}{\partial I_i} \frac{\partial I_i}{\partial C_{33}} C_{33} \quad (1.11)$$

1.1.2 Implémentations des éléments finis de l'hyperélasticité isotrope, isotrope transverse et orthotrope pour l'élément 3D, l'élément de membrane et l'élément de coque

L'hyperélasticité fournit un cadre idéal pour la modélisation numérique de grandes déformations, y compris les effets anisotropes. Plusieurs auteurs ont implémenté des modèles d'hyperélasticité dans des codes d'éléments finis. Gruttmann & Taylor (1992) sont partis d'un modèle de matériau constitutif du caoutchouc pour l'élément de membrane utilisant des élongations principales, alors que le présent travail repose sur une formulation invariante. Weiss, Makerc, & Govindjeed (1995) ont fourni une mise en œuvre de matériaux hyperélastiques isotropes transverses presque incompressibles. Une formulation d'éléments finis du modèle de matériau Ogden en terme des élongations principales pour un état général de déformation 3D de l'élément de coque a été réalisée par Basar & Itskov (1998). Abdessalem, Kallel, & Fakhreddine (2011) ont fourni la théorie et l'implémentation éléments finis d'une membrane hyperélastique orthotrope et isotrope transverse incompressible. Itskov (2001) a dérivé un modèle de matériau hyperélastique orthotrope pouvant être appliqué à des coques incompressibles. Récemment, Horgan (2015) a réalisé le remarquable modèle constitutif de Gent pour les matériaux hyperélastiques.

Ce projet vise à développer un modèle de matériaux de fibres renforcés dans un logiciel commercial aux éléments finis utilisant un sous-programme "user-defined material". Par suite, nous considérons plus en détail les articles qui implémentent des modèles de matériaux hyperélastiques dans Abaqus/Standard (élément de continuum, élément de membrane et élément de coque) via le sous-programme UMAT comme suit:

- Suchocki (2011) a proposé une méthode complète pour implémenter un modèle constitutif hyperélastique dans la méthode des éléments finis (FEM) pour les éléments

continus en définissant un tenseur d'élasticité approprié. Le potentiel d'énergie stockée de Knowles a été choisi pour illustrer l'implémentation, car cette fonction potentielle particulière s'est révélée très efficace pour modéliser l'élasticité non linéaire dans le cadre de déformations modérées. La forme découplée de la fonction d'énergie de Knowles est donnée comme suit:

$$\Psi_e = \frac{\mu}{2b} \left\{ \left[1 + \frac{b}{n} (\bar{I}_1 - 3) \right]^n - 1 \right\} + \frac{1}{D_1} (J - 1)^2 \quad (1.12)$$

où μ est un module de cisaillement, n est un paramètre de "durcissement", b est un paramètre supplémentaire qui améliore le "curve-fitting" et D_1 est le l'inverse d'un module d'élasticité isostatique. On trouve une expression pour la contrainte de Kirchhoff :

$$\boldsymbol{\tau} = \frac{2}{D_1} J (J - 1) \mathbf{I} + \mu \left[1 + \frac{b}{n} (\bar{I}_1 - 3) \right]^{n-1} \left(\bar{\mathbf{B}} - \frac{1}{3} \bar{I}_1 \mathbf{I} \right) \quad (1.13)$$

La forme incrémentielle du taux objectif de Zaremba-Jaumann définie par $\boldsymbol{\tau}^\nabla = \Delta \boldsymbol{\tau} - \Delta \Psi \boldsymbol{\tau} - \boldsymbol{\tau} \Delta \Psi^\top$ permet de calculer le tenseur d'élasticité requis pour le sous-programme UMAT/ABAQUS.

Afin de vérifier les performances du code présenté ci-dessus, une simulation d'un test de tension uniaxiale a été réalisée dans Abaqus, version 6.8. La simulation a utilisé l'élément hexaédrique hybride C3D8H.

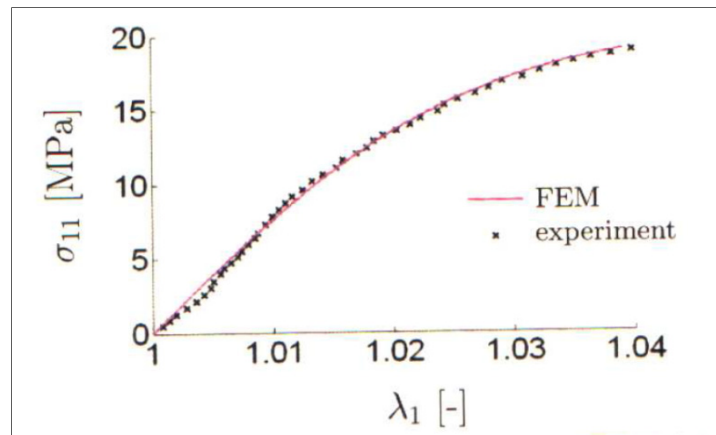


Figure 1.3 Comparaison des données de test de tension simples et des prévisions FEM (Suchocki, 2011)

- Prot, Skallerud, & Holzapfel (2007) ont développé une approche pour l'implémentation des éléments finis des membranes isotropes transverses. Les relations de contrainte-déformation associées et leurs linéarisations sont fournies et implémentées dans le sous-programme défini par UMAT dans le programme d'éléments finis ABAQUS. Le modèle présenté est développé pour les membranes ou des feuilles de coque minces considérant que l'état de contrainte est plan. ABAQUS/Standard utilise un système orthonormé local avec vecteurs de base $\mathbf{e}_1$ et $\mathbf{e}_2$ situés dans la feuille et $\mathbf{e}_3$ est le vecteur normal. Le tenseur de gradient de déformation peut être indiqué dans la notation matricielle par:

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} F_{11} & F_{12} & 0 \\ F_{21} & F_{22} & 0 \\ 0 & 0 & F_{33} \end{pmatrix} \quad (1.14)$$

En utilisant la condition d'incompressibilité, C_{33} peut être exprimé en termes de composants du plan:

$$C_{33} = \frac{1}{C_{11}C_{22} - C_{12}^2} \quad (1.15)$$

Noter que l'expression du modèle constitutif isotrope transverse de Holzapfel est donnée comme suit:

$$\Psi(I_1, I_4) = c_0 \left[\exp^{c_1(I_1-3)^2 + c_2(\sqrt{I_4}-1)^4} - 1 \right] \quad (1.16)$$

Le plan des fibres dans lequel ils sont intégrés coïncide avec le plan de la feuille. Par conséquent, nous pouvons exprimer le vecteur $\mathbf{a}_0$, représentant la direction de la fibre dans la configuration de référence, et le vecteur $\mathbf{a} = \mathbf{F}\mathbf{a}_0$, représentant la direction de la fibre dans la configuration actuelle, dans la base $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3)$ sous la forme des matrices:

$$[\mathbf{a}_0] = \begin{bmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \\ 0 \end{bmatrix}, [\mathbf{a}] = \begin{bmatrix} F_{11}\cos\theta + F_{12}\sin\theta \\ F_{21}\cos\theta + F_{22}\sin\theta \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.17)$$

Le tenseur de contraintes prend la forme suivante:

$$\mathbf{S} = 2 \frac{\partial \Psi}{\partial I_1} + 2 \frac{\partial \Psi}{\partial I_4} \mathbf{a}_0 \otimes \mathbf{a}_0 + p \mathbf{C}^{-1} \quad (1.18)$$

Le multiplicateur de Lagrange p pour les états de contrainte plane avec, $S_{i3} = 0$ pour $i = 1, 2, 3$ est fourni comme suit:

$$p = -2 \left(\frac{\partial \Psi}{\partial I_1} \frac{\partial I_1}{\partial C_{33}} + \frac{\partial \Psi}{\partial I_4} \frac{\partial I_4}{\partial C_{33}} \right) C_{33} \quad (1.19)$$

Afin de vérifier l'implémentation des contraintes et de la rigidité tangente dans ABAQUS, un test équi-biaxial a été simulé pour un élément membranaire à quatre nœuds (élément ABAQUS de type M3D4).

La direction de la fibre et sa perpendiculaire étaient alignées sur les principales directions d'élongation. Les contraintes théoriques de Cauchy ont ensuite été comparées à celles obtenues par FEM, comme indiqué à la Figure 1.4.

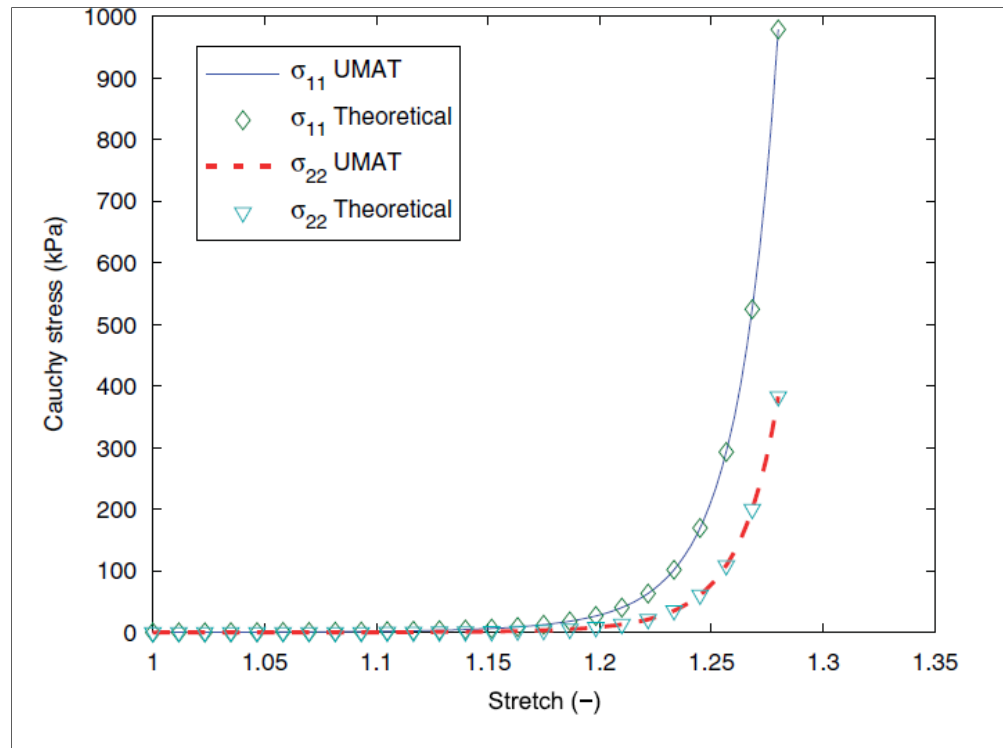


Figure 1.4 Comparaison des contraintes théoriques de Cauchy avec des contraintes numériques obtenues à partir du sous-programme UMAT (Prot et al., 2007).

- Tanaka et al. (2010) ont réussi à implémenter deux familles de fibres pour l'élément de coque. Ces modèles de matériaux sont implémentés dans un élément de coque à quatre nœuds dans Abaqus/Standard (type S4R) via le sous-programme UMAT. La rigidité de cisaillement transversale a été spécifiée comme étant la rigidité élastique linéaire initiale de la coque en réponse à des contraintes de cisaillement transversal pures. Cet article décrit le développement d'un modèle constitutif approprié pour des tissus tissés et l'implémentation dans des éléments finis non linéaires de coque afin de simuler le comportement en grande déformation des vêtements. Ce travail s'est concentré sur un modèle constitutif capable de capturer le comportement mécanique réaliste de vêtements, caractérisé par deux familles de fils, la chaîne et la trame. Dans cette étude, deux stratégies ont été considérées. L'un est un mode couche de barres renforcées et

l'autre est un modèle de matériau hyperélastique anisotrope polyconvexe. Ces modèles peuvent être utilisés pour prédire le résultat d'essais de traction uniaxiale et calculer la pression de contact exercée par les vêtements sur le corps humain. La répartition de pression résultante peut ensuite être utilisée pour concevoir une forme de vêtement offrant un ajustement plus confortable.

- X. Q. Peng & Cao (2005) ont développé un modèle constitutif non orthogonal pour caractériser le comportement des matériaux anisotropes des tissus en grande déformation. Un système de coordonnées convecté, dont les axes dans le plan coïncident avec les fils de trame et de chaîne des tissus, a été intégré aux éléments de coque. En utilisant certains concepts fondamentaux de la mécanique des milieux continus, un modèle d'orientation des fibres a été développé pour tracer la réorientation du fil des tissus pendant la déformation. La caractérisation de matériau proposée a été obtenue en faisant correspondre les données expérimentales d'essais de traction et d'essais de "bias extension" sur le tissu tissé. La validation du modèle a été fournie en comparant les résultats numériques avec les données expérimentales d'essais de bias extension et d'essais de cisaillement. Le développement de ce modèle non orthogonal était essentiel au but ultime, en utilisant des simulations numériques pour optimiser la formation de feuilles de tissu tissé.
- Nolan, Gower, Destrade, Ogden, & McGarry (2014) ont décrit les propriétés élastiques du tissu artériel fondé sur le modèle Holzapfel-Gasser-Ogden (HGO) pour l'hyperélastique anisotrope. De tels matériaux peuvent être considérés comme incompressibles et, lorsque la condition d'incompressibilité est appliquée, l'énergie de déformation Ψ du modèle de HGO est fonction d'un invariant isotrope et de deux invariants de déformation anisotropes. Une forme compressible (modèle HGO-C) est largement utilisée dans les simulations par éléments finis, la partie isotrope de Ψ étant découplée en parties volumétrique et isochore et la partie anisotrope de Ψ est exprimée en termes d'invariants mixtes construits sur les directions d'anisotrope. En utilisant trois

déformations simples (la dilatation pure, le cisaillement pur et l'élongation uniaxiale), il a été démontré que la formulation de HGO-C compressible modélisait mal le comportement du matériau anisotrope compressible. Afin de modéliser correctement le comportement anisotrope compressible, un modèle anisotrope modifié (MA) a été présenté dans l'Équation (1.20). Le modèle MA prédit correctement une réponse anisotrope à la charge de traction hydrostatique, par laquelle une sphère se déforme en un ellipsoïde. Il calcule également l'état de contrainte anisotrope correct pour le cisaillement pur et les déformations uniaxiales.

$$\Psi(J, \mathbf{C}, \mathbf{a}_0, \mathbf{g}_0) = \Psi_{vol}(J) + \Psi_{iso}(J, \mathbf{C}) + \Psi_{aniso}(\mathbf{C}, \mathbf{a}_0, \mathbf{g}_0) \quad (1.20)$$

avec

$$\Psi_{aniso}(\mathbf{C}, \mathbf{a}_0, \mathbf{g}_0) = \frac{k_1}{2k_2} \sum_{i=4,6} [\exp^{k_2(I_i-1)^2} - 1]$$

où k_1 et k_2 sont les constantes de matériau positives qui peuvent être déterminées à partir d'expériences.

1.2 Caractérisation par méthode inverse fondée sur la simulation

Ces dernières années, de grands progrès ont été réalisés dans la caractérisation par méthode inverse fondée sur la simulation, qui a été utilisée avec succès pour caractériser le comportement mécanique des matériaux. Les entrées sont les données expérimentales obtenues à partir d'essais de caractérisation et les sorties sont les comportements constitutifs des matériaux obtenus par les simulations FEM. Un processus d'optimisation est utilisé pour estimer l'entrée initiale dans FEM et minimiser les écarts entre les données expérimentales et les réponses de simulation dans les itérations suivantes. Au cours des dernières décennies, de nombreuses études ont utilisé cette méthode pour obtenir les comportements des matériaux:

- Kajberg & Lindkvist (2004) ont présenté une méthode reposant sur la modélisation inverse pour déterminer la relation contrainte – déformation en cas d'instabilité plastique

dans des essais de tension standards (norme ASTM E8M-96, 1996). Les échantillons de deux types d'acier laminé à chaud Domex 355 et Domex 650 ont été utilisés pour le chargement sous tension et ensuite, les champs de déformation plane ont été obtenus. Les paramètres du matériau ont été obtenus en minimisant la différence entre les champs de déplacement expérimentaux et les champs de déplacement calculés par éléments finis.

- Cooreman, Lecompte, Sol, Vantomme, & Debruyne (2007) ont proposé une méthode inverse basée sur FE qui s'appliquait à la caractérisation du comportement au durcissement de l'acier DC06. L'essai de traction biaxiale avec des éprouvettes cruciformes a été réalisé. L'analyse par éléments finis a été utilisée pour calculer les champs de déformation numériques à l'aide du logiciel commercial Abaqus/Standard. Le spécimen a été modélisé avec des éléments S4R et un matériau constitutif en plastique hypoélastique a été utilisé dans le modèle d'éléments finis. L'un des avantages de cette méthode par rapport aux tests de matériaux classiques est qu'elle est capable de traiter un champ de déformation hétérogène. Par conséquent, les résultats de cette étude conviennent à la simulation des processus de formage des métaux.
- Lecompte, Smits, Sol, Vantomme, & Van Hemelrijck (2007) ont également utilisé l'essai de traction biaxial sur des éprouvettes cruciformes pour identifier les quatre constantes orthotropes dans le plan d'un composite époxy renforcé par des fibres de verre.
- Guélon, Toussaint, Le Cam, Promma, & Grédiac (2009) ont utilisé une caractérisation mécanique inverse pour les matériaux en caoutchouc en utilisant à la fois les résultats des tests de traction uniaxiale, de cisaillement pur et de traction équilibriaux. Les résultats des simulations numériques du test mécanique ont été calculés par FEA en utilisant Ansys. Le comportement des matériaux a été modélisé dans le cadre de l'hyperélasticité à l'aide d'énergie de déformation proposée avec deux paramètres de matériau C_1 et C_2 du modèle de Mooney-Rivlin, rédigé comme suit:

$$\Psi = C_1(I_1 - 3) + C_2(I_2 - 3) \quad (1.21)$$

On peut constater que toutes les méthodes de caractérisation inverse fondées sur la simulation mentionnée ci-dessus ont utilisé les données expérimentales d'un test standards simple. Les paramètres de matériau obtenus à partir de ces tests standards peuvent parfaitement agir sur le comportement du matériau dans ces tests spécifiques, mais ils peuvent se révéler faux dans certains cas particuliers. Pour cette raison, afin de caractériser le comportement du matériau utilisé dans une application particulière comme une opération de fabrication ou un processus d'assemblage, certaines études ont réalisé des expériences utilisant des géométries non standard d'échantillons. La déformation générée à partir de ces tests conduit à une description plus réaliste du comportement du matériau.

Pagnotta (2006) a développé une méthode combinant FEA et un algorithme d'optimisation pour déterminer les propriétés élastiques des matériaux à partir de la mesure des déplacements d'une plaque carrée isotrope supportée sous des charges de flexion. Une plaque d'acier C45 ($50 \times 50 \times 0.78 \text{ mm}^3$) reposant sur trois points P_1 , P_2 et P_3 a été soumise à une force concentrée illustrée à la Figure 1.5. Le test a été réalisé avec l_1 et l_2 égaux à 23 et 13 mm, respectivement. La charge Q a été supposée égale à 0.1 et 0.25 N. La composante de déplacement hors plan a été mesurée. Le code d'éléments finis MSC/NASTRAN a été utilisé pour prédire les champs de déplacement dans la simulation. Les valeurs des constantes élastiques dans le modèle numérique ont été déterminées en minimisant l'écart entre les déplacements calculés et les données expérimentales.

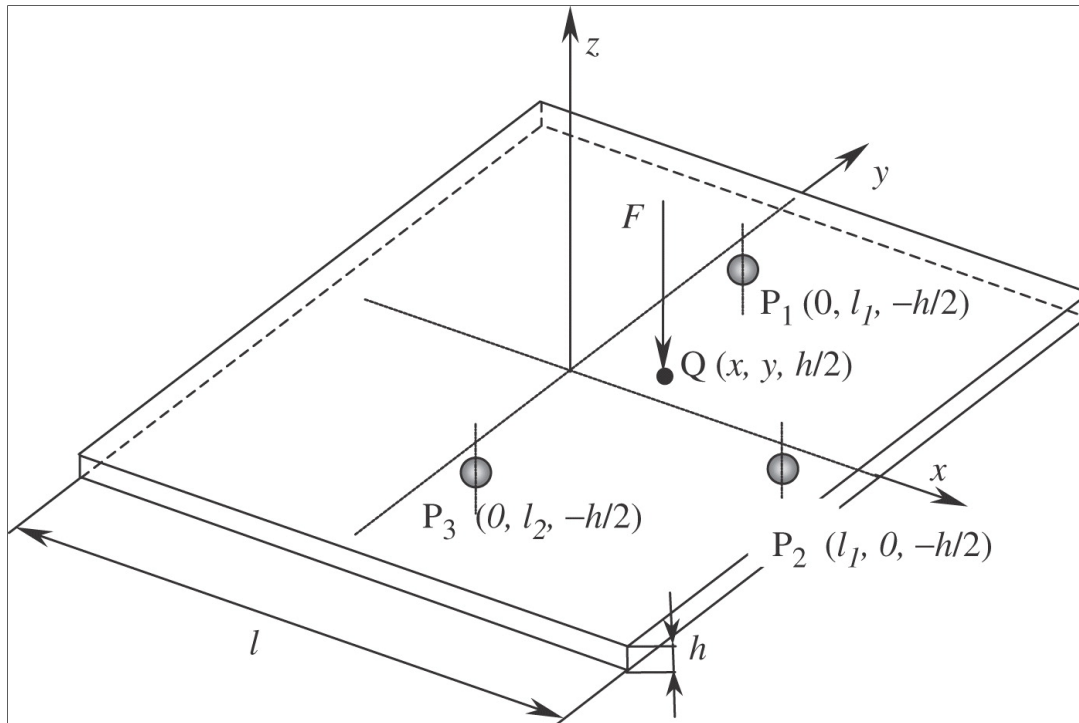


Figure 1.5 La configuration de chargement (Pagnotta, 2006)

Bruno, Felice, Pagnotta, Poggialini, & Stigliano (2008) ont également utilisé la méthode de mesure des déplacements de plaques sous des configurations de chargement pour identifier les propriétés élastiques de l'aluminium et du stratifié unidirectionnel Graphite/PEEK. Le premier spécimen carré a été découpé dans un panneau PEEK unidirectionnel renforcé de graphite; le second spécimen a été découpé dans une feuille d'alliage d'aluminium 6082-T6 laminée à froid. Les formes des échantillons sont illustrées à la Figure 1.6. Le spécimen est placé dans le dispositif de chargement, comme illustré à la Figure 1.7a. Le spécimen est supporté par trois petites sphères qui sont collées sur deux barres d'aluminium rectangulaires parallèles (Figure 1.7b).

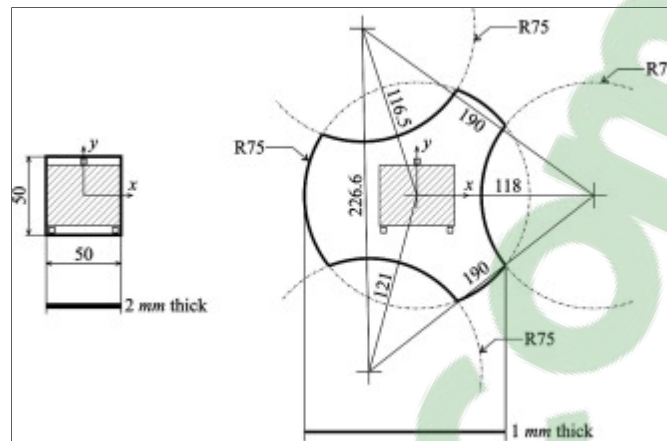


Figure 1.6 Les formes des deux spécimens
(Bruno et al., 2008)

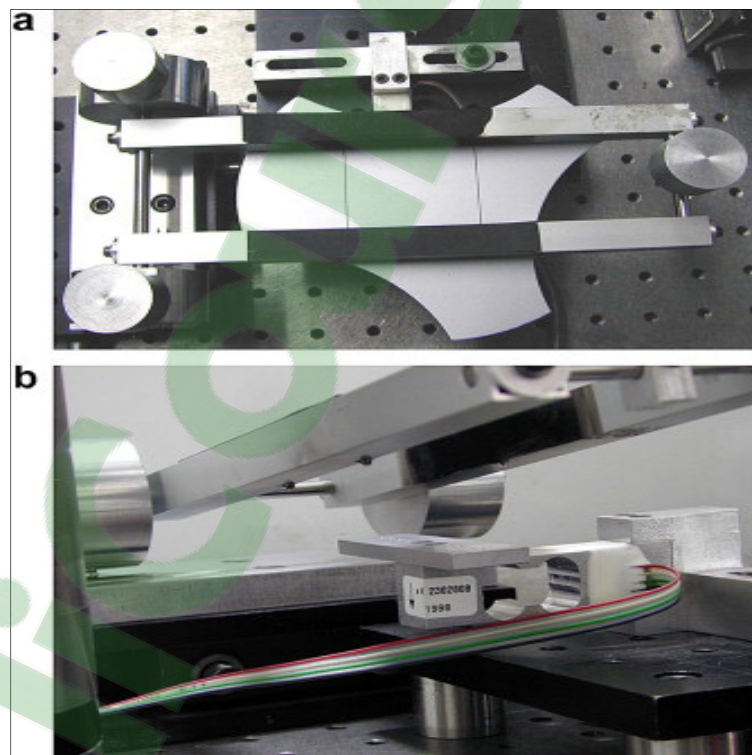


Figure 1.7 (a) Dispositif de chargement et forme de la plaque en aluminium; (b) Contraintes ponctuelles et charge (Bruno et al., 2008)

Pottier, Vacher, Toussaint, Louche, & Coudert (2011) ont démontré que chaque paramètre d'un modèle constitutif plastique anisotrope peut être identifié à partir d'un seul test. Le spécimen de test avec un diamètre de 100mm et une épaisseur de 0.5mm est fabriqué à partir d'une feuille de titane pur. Un poinçon hémisphérique de 15 mm de diamètre et de 15 mm a été utilisé pour imposer le déplacement prescrit. La simulation numérique correspondant à l'expérience a été réalisée à l'aide de l'Abaqus/Explicit.

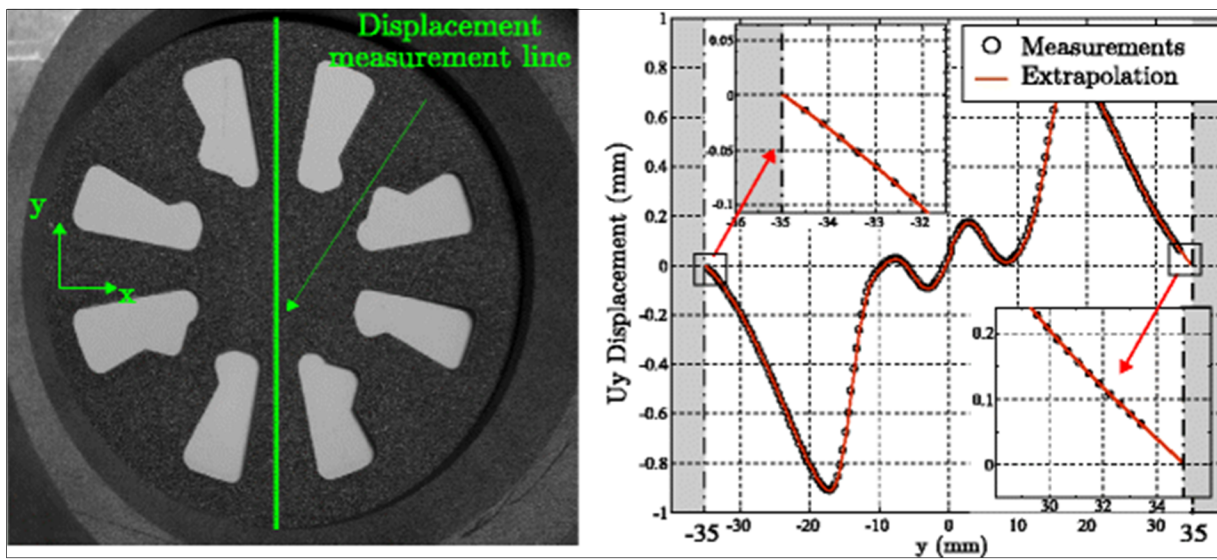


Figure 1.8 Ligne de mesure du déplacement et comparaison entre les résultats expérimentaux et les résultats de simulation (Pottier et al., 2011)

1.3 Méthode d'optimisation pour une conception optimale du processus d'assemblage

Les conditions de montage telles que les charges de montage, les supports, les fixations ont un impact direct et influent sur la déformation des produits à l'assemblage. Une grande attention a été accordée au système de montage dans les domaines de l'aérospatiale et de l'industrie automobile ces dernières années. Par conséquent, la nécessité d'obtenir le schéma de montage optimal afin d'assurer la qualité dimensionnelle de l'assemblage est une exigence

vitale. Des études précédentes ont indiqué que la méthode d'optimisation associée à FEA est une approche efficace pour la conception optimale des processus d'assemblage. La déformation de la pièce sous différents schèmes de montage est calculée par une analyse par éléments finis. Une technique d'optimisation capable de résoudre des problèmes d'ingénierie impliquant des variables discrètes est ensuite utilisée pour rechercher le schème optimal.

Y. G. Liao (2003) a développé une méthode fondée sur les algorithmes génétiques (GA) pour trouver les nombres et les positions optimales des localisateurs et des pinces dans l'assemblage de tôle. Les deux schèmes de localisation 3-2-1 et "pad-pin-slot" (Figure 1.9) ont été pris en compte dans son étude. Le nombre et la position des localisateurs et des pinces ont été traités comme des variables lors d'une recherche de GA.

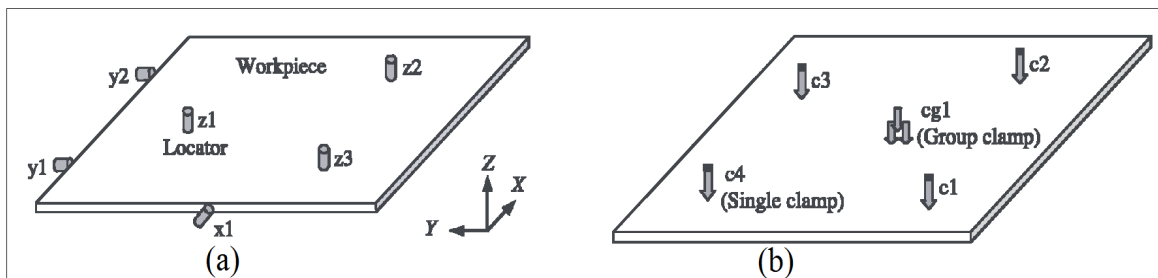


Figure 1.9 (a) Schème de localisation 3-2-1; (b) Schème des pinces (Y. G. Liao, 2003).

Une méthode d'optimisation utilisant des GA et des FEA pour rechercher les positions optimales des fixations et des points de jonction dans le processus d'assemblage de tôles non rigides a été proposée par (X. Liao & Wang, 2008). En intégrant ANSYS dans Matlab, les positions optimales des fixations et des points de jonction ont été trouvées pour minimiser la variation d'assemblage.

Lu & Zhao (2015) ont utilisé FEA et une algorithmme génétique pour optimiser la disposition des montages pour les pièces en tôle déformables sur le schème de localisation 4-2-1. GA a d'abord été utilisé pour trouver les trois points de localisation optimaux sur la surface de

référence primaire de la pièce à l'aide du modèle rigide. La position du quatrième localisateur a ensuite été optimisée par une procédure d'optimisation reposant sur les GAs couplée à FEA.

De toute évidence, la méthode d'optimisation reposant sur le GA associée à FEA pourrait être une approche appropriée pour développer une optimisation des charges de montage admissibles pour les pièces composites non rigides pendant les processus d'assemblage.

1.4 Conclusion

- Le concept de modélisation de l'hyperélasticité est une approche appropriée pour caractériser les grandes déformations, notamment l'effet anisotrope. Le comportement d'un thermoplastique renforcé par deux familles de fibres pourrait être modélisé à partir du modèle Holzapfel-Gasser-Ogden (HGO) pour le modèle hyperélastique orthotrope. La fonction énergie de déformation se compose de la superposition d'un modèle isotrope et de deux modèles isotropes transverses pour chacune des familles de fibres:

$$\Psi = \Psi_{\text{iso}}(\mathbf{C}) + \Psi_{\text{trans}}^{(1)}(\mathbf{C}, \mathbf{a}_0) + \Psi_{\text{trans}}^{(2)}(\mathbf{C}, \mathbf{g}_0) \quad (1.22)$$

La réponse isotrope est modélisée par l'énergie stockée isotrope Ψ_{iso} . La mécanique des fibres est caractérisée par deux fonctions d'énergie stockée isotropes transverses $\Psi_{\text{trans}}^{(1)}$ et $\Psi_{\text{trans}}^{(2)}$ qui sont fonction des vecteurs unitaires de direction de fibres $\mathbf{a}_0$ et $\mathbf{g}_0$.

- La caractérisation inverse fondée sur la simulation est une méthode efficace pour estimer les paramètres du modèle constitutif. La détermination d'un test expérimental approprié est l'une des conditions les plus importantes pour évaluer la précision de la caractérisation. Dans notre cas, un test non standard capable de générer l'état de déformation le plus proche de celui du processus d'assemblage doit être proposé.

- La méthode d'optimisation couplée à FEA s'est révélée efficace dans la conception optimale du processus d'assemblage. De nombreuses études ont démontré que l'algorithme génétique est une technique d'optimisation appropriée pour résoudre des problèmes d'ingénierie impliquant des variables discrètes telles que le nombre et la position des localisateurs, des pinces, des points de jonction dans l'assemblage.

CHAPITRE 2

MÉTHODOLOGIE

Le premier objectif vise à caractériser le comportement mécanique des composites thermoplastiques renforcés de fibres flexibles (FRTPC) avec application au processus d'assemblage.

De la revue de littérature, il a été confirmé qu'un modèle de matériau hyperélastique est une approche appropriée pour caractériser le comportement anisotrope des composites thermoplastiques renforcés de fibres (FRTPC) au cours des processus d'assemblage. La revue de la littérature a également indiqué que la caractérisation inverse basée sur la simulation fournit une méthode efficace pour identifier les paramètres du modèle de matériau constitutif. Par conséquent, une stratégie en deux étapes a été proposée afin de remplir le premier objectif.

À l'Étape 1, des modèles hyperélastiques orthotropes sont développés et implémentés dans Abaqus comme matériau défini par l'utilisateur pour modéliser le comportement de composite de sulfure de polyphénylène (CF/PPS) renforcé de fibres de carbone. Les paramètres de matériau de ces modèles sont déterminés en ajustant les résultats de la simulation aux résultats expérimentaux obtenus lors du test de flexion trois points. Pour la validation, un test de charge avec une grande feuille de FRTPC de quatre couches est effectué. Les résultats numériques sont comparés aux résultats expérimentaux afin d'évaluer la pertinence de la modélisation en grandes déformations de chaque modèle de matériau. Le modèle de matériau qui fournit la meilleure réponse avec le test expérimental est choisi pour la méthode de caractérisation développée à l'Étape 2.

À l'Étape 2, un processus d'optimisation multi-objectifs inverse combinant des tests standards et spécifiques non standard est développé pour identifier les paramètres du modèle de

matériau choisi. Pour le test standard, les tests de flexion trois points ont été effectués. Afin de rapprocher l'état de déformation du processus d'assemblage, les tests de chargement en flexion avec une grande feuille composite flexible sont choisis comme tests non standards.

La précision de la simulation numérique joue un rôle décisif pour obtenir des résultats fiables du processus d'inspection virtuelle. Avec les travaux de caractérisation obtenus aux Étapes 1 et 2, la déformation d'une pièce composite non rigide dans un processus d'assemblage pourrait être simulée avec précision par la méthode des éléments finis. Cela permet de continuer à réaliser le deuxième objectif de cette thèse: développer une méthode d'optimisation des charges de montage admissibles pour les pièces composites non rigides dans une application d'assemblage. Afin de remplir cet objectif, une méthode d'optimisation couplée aux éléments finis pour trouver la meilleure répartition des charges appliquées dans lequel la différence de la pièce à l'état de charges de montage appliqué par rapport à la forme de conception est minimisée. La modélisation FEA a été utilisée avec Abaqus/Standard pour simuler la déformation d'une pièce composite sous différents cas de charges de montage.

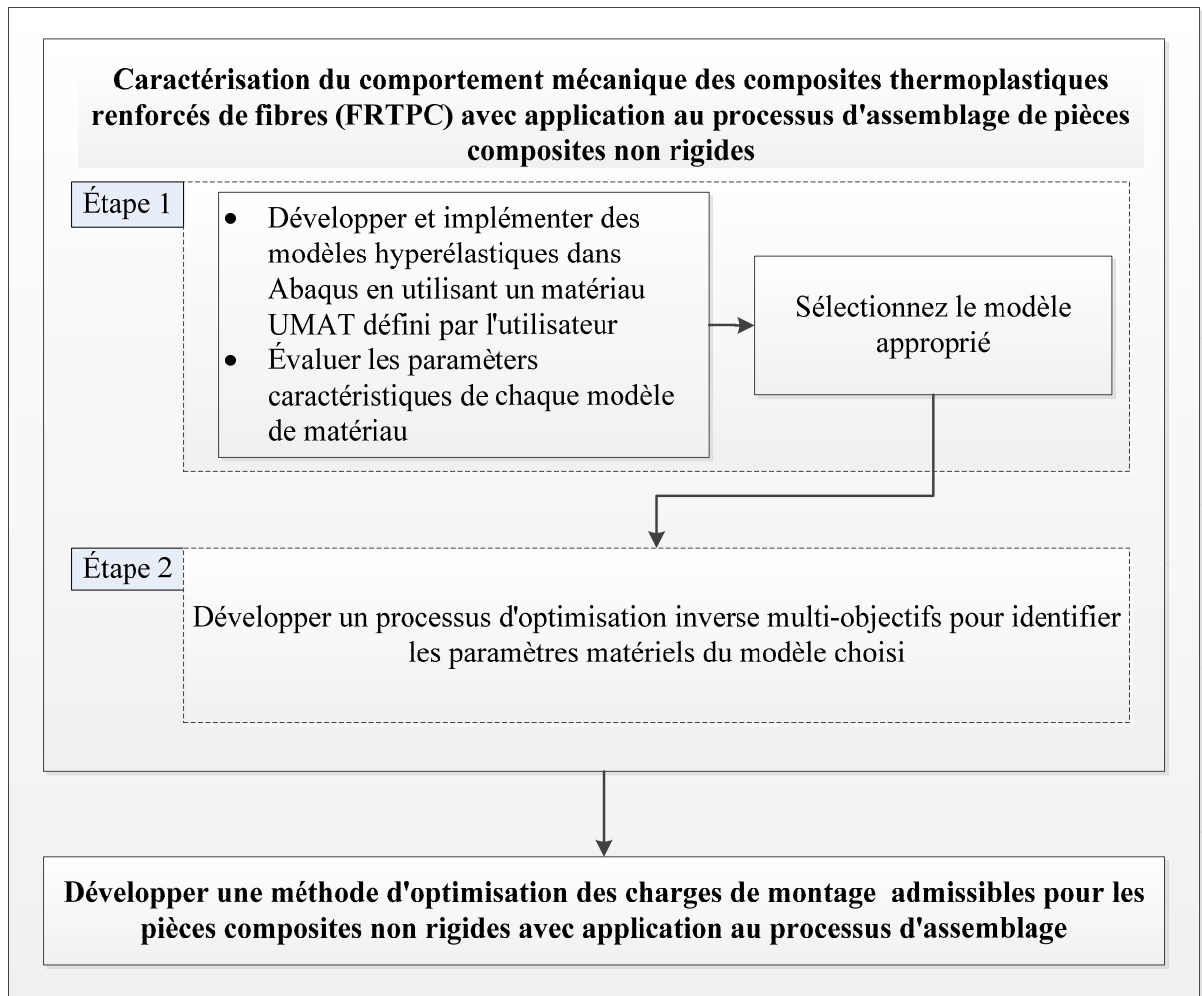


Figure 2.1 Méthodologie utilisée dans cette thèse

CHAPITRE 3

CHARACTERIZATION OF MULTI-LAYERED CARBON FIBER REINFORCED THERMOPLASTIC COMPOSITES FOR ASSEMBLY

Ngoc-Hung Vu¹, Xuan-Tan Pham¹, Vincent François² and Jean-Christophe Cuillière²

¹ Department of Mechanical Engineering, École de technologie supérieure (ÉTS)

² Department of Mechanical Engineering, Université du Québec à Trois-Rivières

Cet article a été publié dans “*Journal of Thermoplastic Composite Materials*” – SAGE Publications Ltd STM, Vol. 32(5) 673–689, Mai 2019

Résumé

Cet article a pour objectif de caractériser le comportement mécanique de composites de sulfure de polyphénylène renforcé par des fibres de carbone (CF/PPS) multicouches pour application au processus d'assemblage de pièces composites non rigides. Deux modèles de matériaux hyperélastiques anisotropes ont été étudiés et implémentés dans Abaqus utilisant un sous-programme "user-defined material". Une méthode de caractérisation inverse a été appliquée pour identifier les paramètres de ces modèles de matériaux. Des simulations par éléments finis en grande déformation d'une feuille composite flexible ont été réalisées. Les résultats numériques de la déformation de la feuille ont été comparés aux résultats expérimentaux afin d'évaluer l'adéquation des modèles de matériaux développés pour cette application.

Mots clés : Caractérisation mécanique; Modèle de matériau anisotrope; Composites renforcés de fibres; Processus d'assemblage, méthode des éléments finis; Élément de coque à déformation finie.

3.1 Abstract

The aim of research work is to characterize the mechanical behavior of multi-layered carbon fiber reinforced polyphenylene sulphide (CF/PPS) composites with application to assembly process of non-rigid parts. Two anisotropic hyperelastic material models were investigated and implemented in Abaqus as a user-defined material. An inverse characterization method was applied to identify the parameters of these material models. Finite element simulations at finite strains of a flexible composite sheet were carried out. Numerical results of sheet deformation were compared to experimental results in order to evaluate the appropriateness of the material models developed for this application.

Keywords: Mechanical characterization; Anisotropic material model; Fiber-reinforced composites; Assembly process, Finite element method; Finite strain shell element.

3.2 Introduction

The quality control of products is one of the main aspects for manufacturing companies to consider in technological developments. At the end of a manufacturing process, the produced part must satisfy a level of required tolerance. In aerospace and automotive industries, manufactured non-rigid (or flexible) parts feature large dimensions with respect to their thickness and they may have a different form in free-state than the design model due to geometric variations, gravity loads and residual stress. For example, the skin panel of an aircraft can be slightly warped in free-state, making it possibly unacceptable for assembly (Gad N. Abenhaim, Tahan, Desrochers, & Maranzana, 2011). Therefore, one of the most important problems faced in quality control is inspecting the geometry of non-rigid parts prior to assembly. During geometric inspection, special fixtures in combination with coordinate measuring systems are needed to compensate for shape changes of non-rigid parts. This process is usually costly and very time-consuming (Gad Noriel Abenhaim, Desrochers, & Tahan, 2012). For instance, Figure 3.1a and Figure 3.1b show an aerospace

panel in free-state and constrained on its inspection fixture set before the measurement process.

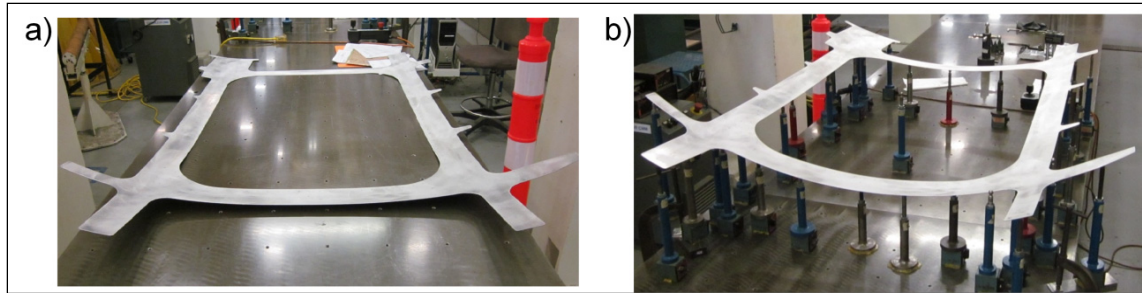


Figure 3.1 An aerospace panel: (a) in free-state, and (b) constrained on its inspection fixture set (Sattarpanah Karganroudi, Cuillière, Francois, & Tahan, 2016).

For the time being, it is widely considered that a virtual inspection method, which is usually performed by numerical simulations to compensate for flexible deformation of non-rigid parts in free-state, would significantly reduce the inspection time and cost. All inspection methods proposed so far are limited to linear elastic isotropic materials with well-known characteristics (Gad Noriel Abenhaim et al., 2012; G. N. Abenhaim, A. Desrochers, A. S. Tahan, & J. Bignon, 2015; Gad N. Abenhaim et al., 2011; Aidibe & Tahan, 2015; Aidibe, Tahan, & Abenhaim, 2012; Sabri et al., 2015; Sattarpanah Karganroudi et al., 2016). Nowadays, the use of parts made of composite materials is progressively growing, especially in aerospace industry. However, up to now, there is no virtual inspection method that was developed for non-rigid composite parts, at least to our knowledge. The reason is that the anisotropic nonlinear deformation behavior of non-rigid composite parts is much more complicated than that of linear isotropic elastic materials. Therefore, the deformation of composite parts could not be simulated correctly by finite element analysis without an appropriate material model for this purpose. A deep understanding of the behavior of non-rigid composite parts is not only very challenging, but it is also very important for various applications such as developing specific virtual inspection methods for non-rigid composite parts.

It is remarked that the hyperelasticity gives an appropriate framework for numerical modelling of large deformation. In the last decades, the isotropic models have been developed to characterize the large deformation behaviour of materials such as rubber-like materials (e.g. Mooney–Rivlin models (Rivlin, 1997), Ogden models (Ogden, 1984)). There has been an increasing interest in development of hyperelastic formulation for anisotropic materials because its varieties in industrial applications. A framework based on structural tensors for constitutive modelling of fibre-reinforced composites was established by Spencer (Anthony James Merrill Spencer, 1984). This approach was successfully used in modelling of fiber reinforced composites behaviour. Pham et al. (2005) developed a transversely isotropic hyperelastic model to present the material behavior of glass fibre reinforced thermoplastic under large deformation of thermoforming process. In 2009, Aimene et al. (2008) published a paper in which they proposed a hyperelastic anisotropic material model and achieved a good numerical simulation for the hemispherical punch forming. X. Peng et al. (2013) proposed an anisotropic hyperelastic constitutive model and demonstrated its suitability for modelling the large anisotropic deformation of a reinforced composite in double dome forming process. Recently, Gong et al. (2016) have successfully employed a hyperelastic constitutive model to simulate the behavior of glass/PP prepregs during thermoforming process. The purpose of this paper is to implement a hyperelastic shell to capture the large deformation behavior of a non-rigid composite part with application to the assembly process. It is also noted that several authors have implemented models of hyperelastic shell into finite element codes. Gruttmann & Taylor (1992) derived a rubberlike constitutive material model for membrane shells using principal stretches. Weiss et al. (1995) and Prot et al. (2007) developed a generalized approach for transversely isotropic membrane shells. Itskov (2001) derived an orthotropic hyperelastic material model for membrane shells with application to biological soft tissues and reinforced rubber-like structures. Tanaka et al. (2010) succeed to implement shell element for woven fabric composite materials with two families of fiber. These proposed methods were developed for fiber-reinforced composite materials or biological anisotropic materials that are generally characterized by low stiffness and large strains during the deformation. It was observed that the behavior of non-rigid

composite parts in aerospace assembly process is quite different from the material types above-mentioned. During assembly process, non-rigid part undergoes essentially large bending deformation due to geometric variations, gravity loads and residual stress. In the literature, there exist very few studies investigating the behavior of non-rigid composite parts in assembly process. Therefore, the determination of a material model together with its parameters which is capable of capturing the large anisotropic deformation of non-rigid composite parts is the main purpose in this current research.

In this paper, two strain energy functions were studied for incompressible orthotropic hyperelastic material models able to capture the behavior of flexible fiber-reinforced thermoplastic composites (FRTPC). These models were implemented in the user-defined material subroutine of Abaqus for finite strain shell elements. The multi-layered CF/PPS composite material, in which each layer is reinforced by two families of carbon fibers, was used in this study. In the modelling work, each layer was considered as an orthotropic material characterized by a strain energy function. Material characterization works were carried out in order to identify the parameters of strain energy functions. These material parameters were then used to simulate the deformation for the load test using a ball load applied on a large sheet of multi-layer FRTPC. The deflections of the composite sheet predicted by numerical simulations performed with Abaqus were compared with the experimental data obtained from the load test in order to evaluate the capability of each material model used in this study.

3.3 Material model implementation

3.3.1 Generalized orthotropic hyperelastic material model for incompressible thin shells

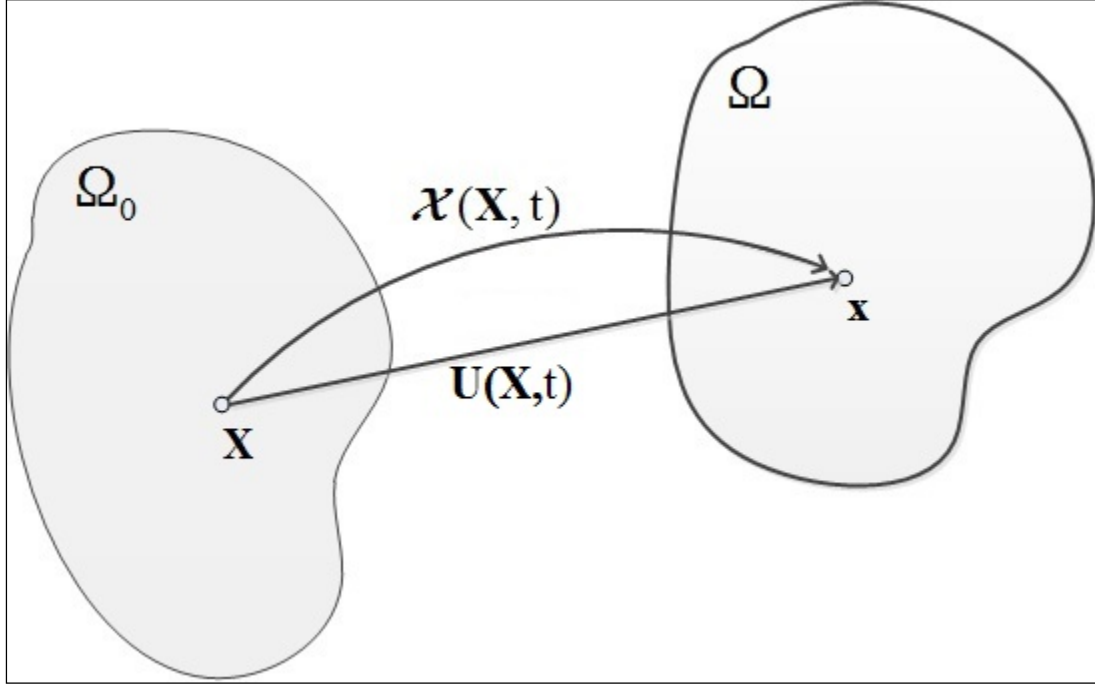


Figure 3.2 Motion of a continuum body

In the present study, each point of the solid body $\mathbf{B}$ in the reference configuration Ω_0 is determined by the position vector $\mathbf{X} \in \Omega_0$, and in the current configuration Ω by the position vector $\mathbf{x} \in \Omega$ (Figure 3.2). The deformation gradient $\mathbf{F}$ is defined by $\mathbf{F} = \partial \mathbf{x} / \partial \mathbf{X}$. For thin shell-like sheet which has a plane stress state, the deformation gradient $\mathbf{F}$ has the following form:

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} F_{11} & F_{12} & 0 \\ F_{21} & F_{22} & 0 \\ 0 & 0 & F_{33} \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

For incompressible materials, $J = \det \mathbf{F} = 1$. Hence, the following expression reads:

$$F_{33} = (F_{11}F_{22} - F_{12}F_{21})^{-1} \quad (3.2)$$

The right Cauchy–Green deformation tensor is defined as $\mathbf{C} = \mathbf{F}^T \mathbf{F}$ and the left Cauchy–Green deformation tensor is defined as $\mathbf{b} = \mathbf{F} \mathbf{F}^T$. The concept of hyperelasticity modeling is based on the existence of an energy potential, which is appropriate for the description of a large deformation including the anisotropic effect. In this study, the behavior of a thermoplastic reinforced by two families of fiber can be represented by the superposition of one isotropic model and two transversely isotropic models, and given by:

$$\Psi = \Psi_{\text{iso}} + \Psi_{\text{trans}}^{(1)} + \Psi_{\text{trans}}^{(2)} \quad (3.3)$$

Herein, Ψ_{iso} denotes the isotropic stored energy, $\Psi_{\text{trans}}^{(1)}$ and $\Psi_{\text{trans}}^{(2)}$ denote the transversely isotropic stored energy for the first and second fiber, respectively. The directions of the first and second fiber at point $\mathbf{X}$ are represented by unit vectors $\mathbf{a}_0(\mathbf{X})$ and $\mathbf{g}_0(\mathbf{X})$ respectively in the reference configuration. For orthotropic materials, the initial directions of two fibers are orthogonal, i.e. $\mathbf{a}_0 \perp \mathbf{g}_0$. During deformation, the vectors $\mathbf{a}_0$ and $\mathbf{g}_0$ are mapped into the related current configuration such as $\mathbf{a} = \mathbf{F} \mathbf{a}_0$ and $\mathbf{g} = \mathbf{F} \mathbf{g}_0$. The vectors $\mathbf{a}_0, \mathbf{g}_0, \mathbf{a}$ and $\mathbf{g}$ can be expressed in the basis $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3)$ as follows:

$$\mathbf{a}_0 = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 \\ \sin \theta_1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{a} = \begin{bmatrix} F_{11} \cos \theta_1 + F_{12} \sin \theta_1 \\ F_{21} \cos \theta_1 + F_{22} \sin \theta_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

$$\mathbf{g}_0 = \begin{bmatrix} \cos \theta_2 \\ \sin \theta_2 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{g} = \begin{bmatrix} F_{11} \cos \theta_2 + F_{12} \sin \theta_2 \\ F_{21} \cos \theta_2 + F_{22} \sin \theta_2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

where θ_1 denotes the angle between $\mathbf{e}_1$ and the fiber direction $\mathbf{a}_0$, θ_2 denotes the angle between $\mathbf{e}_2$ and the fiber direction $\mathbf{g}_0$. For orthotropic materials, $\theta_2 = 90^\circ + \theta_1$. The strain-energy function Ψ in Equation (3.3) for orthotropic materials can be expressed as a function of $\mathbf{C}$ and the fiber unit vectors $\mathbf{a}_0$ and $\mathbf{g}_0$ by:

$$\Psi = \Psi_{\text{iso}}(\mathbf{C}) + \Psi_{\text{trans}}^{(1)}(\mathbf{C}, \mathbf{a}_0) + \Psi_{\text{trans}}^{(2)}(\mathbf{C}, \mathbf{g}_0) \quad (3.6)$$

The mechanical behavior of the material is determined by the relationship between the second Piola–Kirchhoff stress tensor $\mathbf{S}$ and the right Cauchy–Green deformation tensor $\mathbf{C}$ as follows:

$$\mathbf{S} = 2 \frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{C}} \quad (3.7)$$

For incompressible orthotropic materials, the strain energy function in Equation (3.6) can be stated as a function of invariants of $\mathbf{C}$ (A.J.M. Spencer, 2000), and given by:

$$\Psi = \Psi(I_1, I_2, I_4, I_6) - \frac{1}{2} p (I_3 - 1) \quad (3.8)$$

where the scalar p serves as an indeterminate Lagrange multiplier and five different invariants are defined by:

$$I_1 = \text{tr}(\mathbf{C}), I_2 = \frac{1}{2} [\text{tr}(\mathbf{C})^2 - \text{tr}(\mathbf{C}^2)], I_3 = \det(\mathbf{C}), I_4 = \mathbf{a}_0 \cdot \mathbf{C} \mathbf{a}_0, I_6 = \mathbf{g}_0 \cdot \mathbf{C} \mathbf{g}_0 \quad (3.9)$$

where I_4 and I_6 represent the square of the stretching of fiber along their initial directions $\mathbf{a}_0$ and $\mathbf{g}_0$, respectively. Then, the second Piola–Kirchhoff stress tensor can be derived from Equation (3.7), and given by:

$$\mathbf{S} = 2\omega_1 \mathbf{I} + 2\omega_2 (I_1 \mathbf{I} - \mathbf{C}) + 2\omega_4 \mathbf{a}_0 \otimes \mathbf{a}_0 + 2\omega_6 \mathbf{g}_0 \otimes \mathbf{g}_0 + p \mathbf{C}^{-1} \quad (3.10)$$

where the symbol $\otimes$ denotes the tensor product, $\mathbf{I}$ is the second-order identity tensor and:

$$\omega_1 = \frac{\partial \Psi}{\partial I_1}, \omega_2 = \frac{\partial \Psi}{\partial I_2}, \omega_4 = \frac{\partial \Psi}{\partial I_4}, \omega_6 = \frac{\partial \Psi}{\partial I_6} \quad (3.11)$$

In the case of plane stress, the stress component S_{33} vanishes. Therefore, the scalar p is obtained as follows:

$$p = -2 \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq 3,5}}^6 \frac{\partial \Psi}{\partial I_i} \frac{\partial I_i}{\partial C_{33}} C_{33} = -2 [\omega_1 + \omega_2 (C_{11} + C_{22})] C_{33} \quad (3.12)$$

where C_{11} , C_{22} , C_{33} are the components of right Cauchy–Green tensor $\mathbf{C}$. On the other hand, the material elasticity tensor is determined by:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{C} = 2 \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial \mathbf{C}} = & 4(\omega_{11} + 2\omega_{12}I_1 + \omega_2 + I_1^2\omega_{22})\mathbf{I} \otimes \mathbf{I} - 4(\omega_{12} + I_1\omega_{22})(\mathbf{C} \otimes \mathbf{I} + \mathbf{I} \otimes \mathbf{C}) \\
 & + 4\omega_{22}\mathbf{C} \otimes \mathbf{C} - 4\omega_2\mathbf{I} + 4(\omega_{14} + I_1\omega_{24})(\mathbf{a}_o \otimes \mathbf{a}_o \otimes \mathbf{I} + \mathbf{I} \otimes \mathbf{a}_o \otimes \mathbf{a}_o) \\
 & - 4\omega_{24}(\mathbf{a}_o \otimes \mathbf{a}_o \otimes \mathbf{C} + \mathbf{C} \otimes \mathbf{a}_o \otimes \mathbf{a}_o) + 4\omega_{44}\mathbf{a}_o \otimes \mathbf{a}_o \otimes \mathbf{a}_o \otimes \mathbf{a}_o \\
 & + 4(\omega_{16} + I_1\omega_{26})(\mathbf{g}_o \otimes \mathbf{g}_o \otimes \mathbf{I} + \mathbf{I} \otimes \mathbf{g}_o \otimes \mathbf{g}_o) \\
 & - 4\omega_{26}(\mathbf{g}_o \otimes \mathbf{g}_o \otimes \mathbf{C} + \mathbf{C} \otimes \mathbf{g}_o \otimes \mathbf{g}_o) \\
 & + 4\omega_{66}\mathbf{g}_o \otimes \mathbf{g}_o \otimes \mathbf{g}_o \otimes \mathbf{g}_o \\
 & + 2\mathbf{C}^{-1} \otimes \frac{\partial p}{\partial \mathbf{C}} + 2p \frac{\partial \mathbf{C}^{-1}}{\partial \mathbf{C}}
 \end{aligned} \tag{3.13}$$

where:

$$\omega_{\substack{ij \\ i=1,2,4,6 \\ j=1,2,4,6}} = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial I_i \partial I_j} \tag{3.14}$$

and $\mathbf{I}$ is the fourth-order identity tensor defined as:

$$(\mathbf{I})_{ijkl} = \frac{1}{2}(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) \tag{3.15}$$

3.3.2 Strain–energy functions for CF/PPS materials

In this study, the mechanical response of CF/PPS material is represented by orthotropic incompressible hyperelastic models. Polyphenylene sulphide material is characterized as an isotropic matrix, in which carbon fibers are embedded. Carbon fibers are characterized by an exponential-type stress–strain behavior in the fiber direction. Two strain energy functions were proposed and implemented for the incompressible CF/PPS material based on the polyconvexity conditions proposed by Balzani, Neff, Schröder, & Holzapfel (2006). The first proposed model is a modified function of Holzapfel–Gasser–Ogden (HGO) model (Gerhard A. Holzapfel, Gasser, & Ogden, 2000; Nolan et al., 2014). The neo-Hookean model was used to determine the isotropic response of the matrix part. For the mechanical response of

two families of carbon fibers, two exponential functions in terms of invariants were used. The strain energy function of this model has the following form:

$$\Psi = M_1(I_1 - 3) + k_1 \left[e^{k_2(I_4 - 1)^2} - 1 \right] + k_3 \left[e^{k_4(I_6 - 1)^2} - 1 \right] - \frac{1}{2}p(I_3 - 1) \quad (3.16)$$

where M_1, k_1, k_2, k_3, k_4 are the parameters of the strain energy function in Equation (3.16). The second proposed model uses the same energy function for the anisotropic part as in the first model and the isotropic part is a function in terms of the invariants I_1 and I_2 (Pham et al., 2005) as follows:

$$\begin{aligned} \Psi = & M_1(I_1 - 3) + M_2(I_2 - 3) + M_3(I_1 - 3)(I_2 - 3) + \\ & + k_1 \left[e^{k_2(I_4 - 1)^2} - 1 \right] + k_3 \left[e^{k_4(I_6 - 1)^2} - 1 \right] - \frac{1}{2}p(I_3 - 1) \end{aligned} \quad (3.17)$$

where $M_1, M_2, M_3, k_1, k_2, k_3, k_4$ are the material parameters of the strain energy function in Equation (3.17).

3.3.3 Implementation in Abaqus/Standard UMAT

Several authors were successful to implement strain energy functions into Abaqus through the user-defined material subroutine (X. Q. Peng, Guo, Zia Ur, & Harrison, 2010; Prot et al., 2007; Suchocki, 2011; Tanaka et al., 2010). In this paper, the material models in Equations (3.16) and (3.17) were implemented in Abaqus/Standard by using the UMAT user-defined material procedure. Abaqus requires only components of the Cauchy stress and the tangent stiffness matrix. The Cauchy stress tensor is determined by the push-forward operation of the stress tensor $\mathbf{S}$ to the current configuration (Gerhard A. Holzapfel, 2000) as shown in Equation (3.18). It is noted that for thin shell element, the stress component in the thickness direction is neglected.

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{F} \mathbf{S} \mathbf{F}^T = 2\omega_1 \mathbf{b} + 2\omega_2 (I_1 \mathbf{b} - \mathbf{b}^2) + 2\omega_4 \mathbf{a} \otimes \mathbf{a} + 2\omega_6 \mathbf{g} \otimes \mathbf{g} + p \mathbf{I} \quad (3.18)$$

Based on Abaqus/Standard 6.13 documentation ("Abaqus," 2013), the Green–Naghdi stress rate is used for shell and membrane elements. The elasticity tensor C^∇ related to the Green–Naghdi stress rate is required for Abaqus user-defined subroutine and is computed as:

$$(C^\nabla)_{ijkl} = (C^\circ)_{ijkl} - A_{iakl}\tau_{aj} + \tau_{ia}A_{ajkl} \quad (3.19)$$

where A is a material-independent fourth-order tensor defined in (Simo & Hughes, 1998) and C° is the elasticity tensor related to Zaremba-Jaumann objective rate defined as:

$$(C^\circ)_{ijkl} = (\hat{C})_{ijkl} + \tau_{ik}\delta_{jl} + \tau_{jl}\delta_{ik} \quad (3.20)$$

The spatial elasticity matrix $\hat{C}$ is defined by the push-forward operation of C in Equation (3.13) as:

$$(\hat{C})_{ijkl} = F_{il}F_{jl}F_{kk}F_{ll}(C)_{IJKL} \quad (3.21)$$

By replacing the formulation of C in Equation (3.13) into Equation (3.21), the spatial elasticity matrix $\hat{C}$ is obtained as:

$$\begin{aligned} \hat{C} = & 4(\omega_{11} + 2\omega_{12}I_1 + \omega_2 + I_1^2\omega_{22})\mathbf{b} \otimes \mathbf{b} \\ & - 4(\omega_{12} + I_1\omega_{22})(\mathbf{b}^2 \otimes \mathbf{b} + \mathbf{b} \otimes \mathbf{b}^2) \\ & + 4\omega_{22}\mathbf{b}^2 \otimes \mathbf{b}^2 - 4\omega_2\mathbf{b} \odot \mathbf{b} \\ & + 2\mathbf{I} \otimes \left(\mathbf{F} \frac{\partial p}{\partial \mathbf{C}} \mathbf{F}^T \right) - 2p\mathbf{I} \\ & + 4(\omega_{14} + I_1\omega_{24})(\mathbf{a} \otimes \mathbf{a} \otimes \mathbf{b} + \mathbf{b} \otimes \mathbf{a} \otimes \mathbf{a}) \\ & - 4\omega_{24}(\mathbf{a} \otimes \mathbf{a} \otimes \mathbf{b}^2 + \mathbf{b}^2 \otimes \mathbf{a} \otimes \mathbf{a}) \\ & + 4\omega_{44}\mathbf{a} \otimes \mathbf{a} \otimes \mathbf{a} \otimes \mathbf{a} \\ & + 4(\omega_{16} + I_1\omega_{26})(\mathbf{g} \otimes \mathbf{g} \otimes \mathbf{b} + \mathbf{b} \otimes \mathbf{g} \otimes \mathbf{g}) \\ & - 4\omega_{26}(\mathbf{g} \otimes \mathbf{g} \otimes \mathbf{b}^2 + \mathbf{b}^2 \otimes \mathbf{g} \otimes \mathbf{g}) \\ & + 4\omega_{66}\mathbf{g} \otimes \mathbf{g} \otimes \mathbf{g} \otimes \mathbf{g} \end{aligned} \quad (3.22)$$

where the components of fourth-order tensor $\mathbf{b} \odot \mathbf{b}$ has the following form:

$$(\mathbf{b} \odot \mathbf{b})_{ijkl} = \frac{1}{2} (b_{ik} b_{jl} + b_{il} b_{jk}) \quad (3.23)$$

3.4 Material parameters identification

For materials whose stiffness is low and the large strain occurs during the deformation procedure, such as woven composites and biological tissues, the simple tensile test and/or biaxial test were usually used to characterize the material properties (Prot et al., 2007; Weiss et al., 1995). For assembly process, non-rigid composite parts undergo essentially the large bending deformation. Therefore, the three point bending test that is considered more appropriate to characterize the bending properties of composite sheets was used in this study. The material parameters M_1, k_1, k_2, k_3, k_4 of the strain energy function in Equation (3.16) and $M_1, M_2, M_3, k_1, k_2, k_3, k_4$ of the strain energy function in Equation (3.17) for multi-layered carbon fiber reinforced material were respectively determined by curve-fitting by minimizing the discrepancy of loads between the experimental bending test data and numerical simulation using Abaqus.

3.4.1 Three point bending test

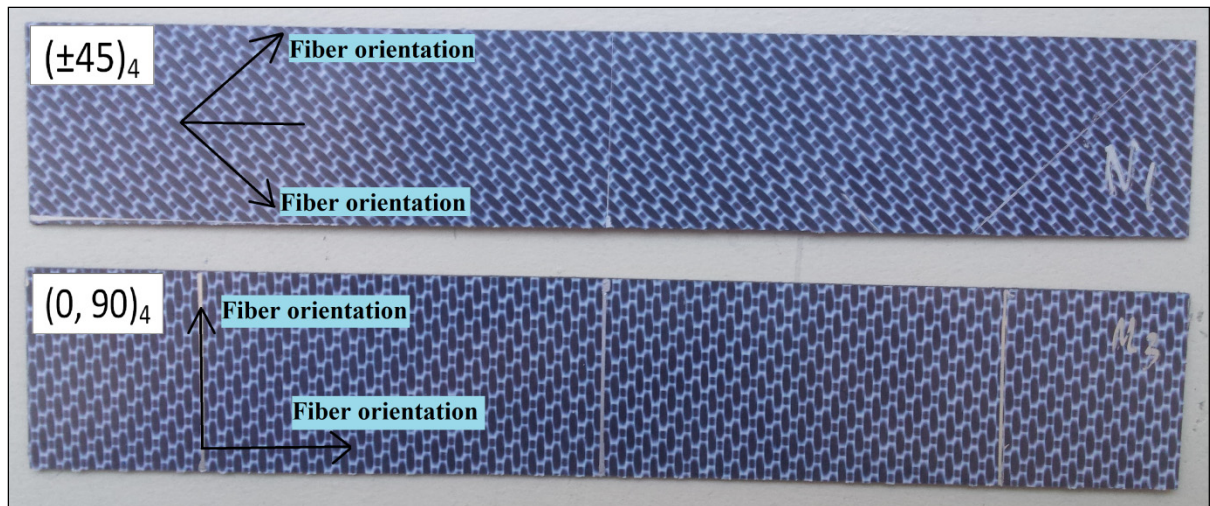


Figure 3.3 Test specimens

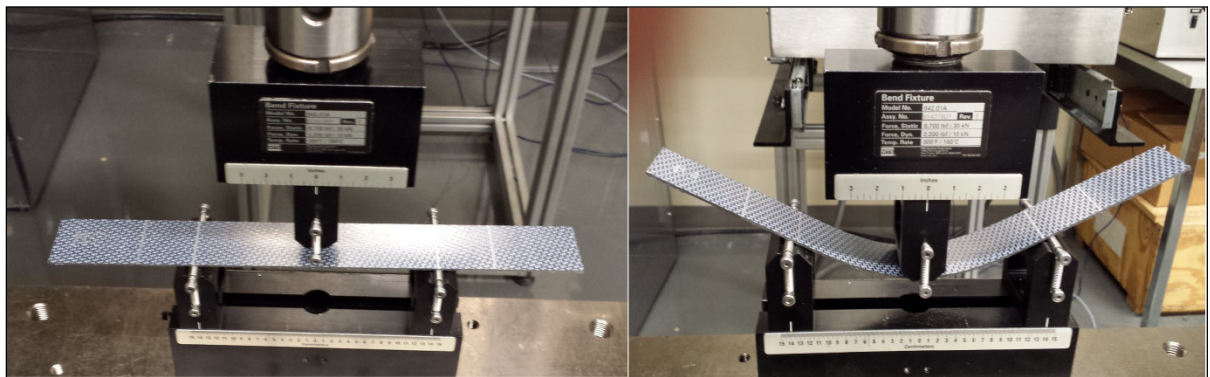


Figure 3.4 Three point bending test using the MTS machine

The composite material used in this study is a consolidated plate of 4 layers of CF/PPS. Each layer is composed of a polyphenylene sulphide (PPS) matrix and carbon fiber fabrics. The fiber volume fraction (V_f) is of 50%. The total thickness of the four-layer laminate is about 1.24 mm (0.31 mm / layer). Specimens with dimensions 300 mm × 34 mm × 1.24 mm were

fabricated with two different stacking sequences $[0,90]_4$ and $[\pm 45]_4$ as shown in Figure 3.3. Three point bending tests were performed on the MTS testing machine with displacement control as presented in Figure 3.4. Five tests were conducted for each configuration as summarized in Table 3.1.

Tableau 3.1 Specimen and test parameters

Parameters	Value
Material	Carbon fiber-reinforced (CF/PPS)
Stacking sequence	$[0,90]_4$ and $[\pm 45]_4$
Specimen dimension	300 mm $\times$ 34 mm $\times$ 1.24 mm
Support span	140 mm
Velocity	4 mm/min
Max displacement at middle span	20 mm
Radius of loading noses and supports	25 mm

3.4.2 Computational experiment

Numerical simulation of the three point bending test is created in Abaqus using user-defined material (UMAT) subroutines developed for two strain energy functions, i.e. Equation. (3.16) and (3.17). Specimen is meshed with four-node shell elements (S4R in Abaqus/Standard) with a four layers composite section. Each layer behaves like an orthotropic material. The computational model for the simulation of the three point bending test with displacement control is depicted in Figure 3.5 where frictionless contact between supports and specimen was defined.

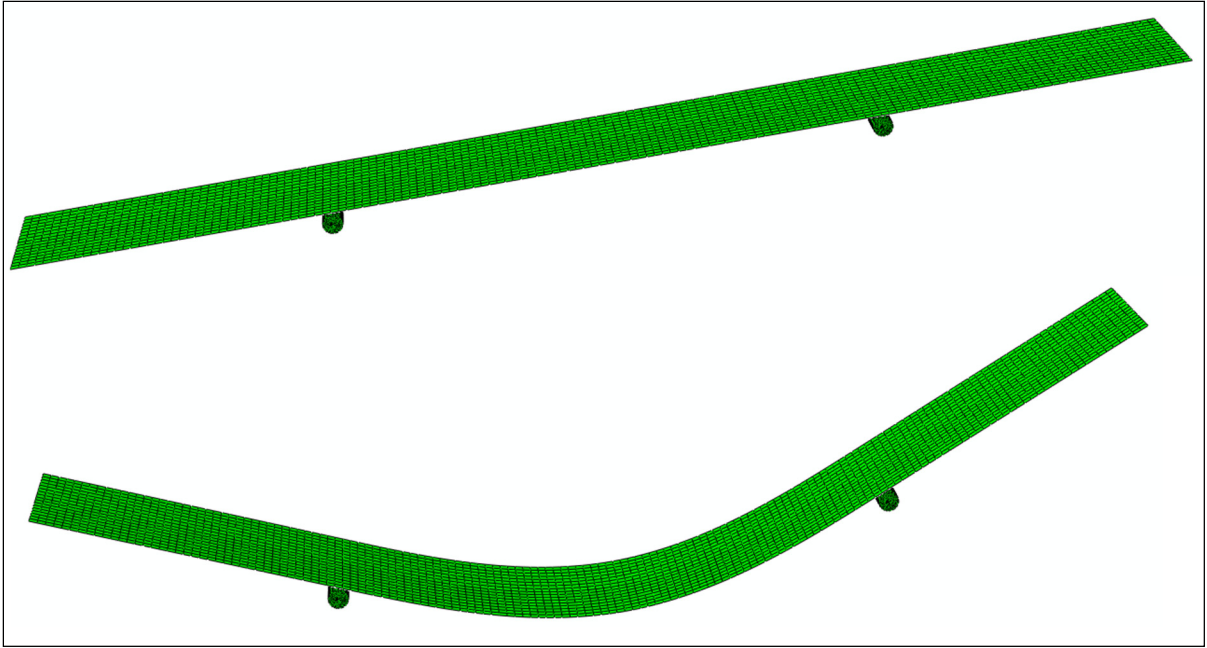


Figure 3.5 Finite element modeling for three points bending test

3.4.3 Inverse characterization method

The inverse characterization method allows identifying the material parameters of the strain energy functions by minimizing the difference of loads between the experimental test data and numerical simulation. For this fitting process, the following objective function was used together with the adaptive response surface optimization method:

$$Y = \min \left[\sum_{i=1}^N (F_i^{\text{exp}} - F_i^{\text{simu}})^2 \right] \quad (3.24)$$

Herein, N denotes the number of steps at which loads were measured, and F_i^{exp} , F_i^{simu} respectively denote the experimental load and the computed load at step i . A good agreement was found between the predicted results and experimental data for both of strain energy functions in Equation (3.16) and Equation (3.17) as well as for both stacking sequences $[0,90]_4$ and $[\pm 45]_4$ as depicted in Figure 3.6. The material parameters obtained from the curve-fitting for strain energy functions in Equation (3.16) and Equation (3.17) are presented

in Table 3.2 and Table 3.3, respectively. In order to evaluate the accuracy of the curve-fitting, the relative error, denoted by $\bar{r}$, is calculated as follows:

$$\bar{r} = \frac{1}{|F_{\max}^{\exp}|} \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (F_i^{\exp} - F_i^{\text{simu}})^2} \quad (3.25)$$

where $F_{\max}^{\exp}$ denotes the experimental load at the last step.

Results showed that the relative errors of the curve-fitting are small, with $\bar{r} = 0.0182$ and $\bar{r} = 0.0160$ respectively for the strain energy functions in Equations (3.16) and (3.17). It turned out that the mechanical response of the composite reinforced by two families of carbon fiber was well modelled by the exponential function $\Psi_{\text{trans}}^{(\text{HGO})(\alpha)}$ and globally, the strain energy function in Equation (3.17) is more appropriate for the mechanical behavior of multi-layered CF/PPS in the three-point bending test.

Tableau 3.2 Optimized parameters values for strain energy function in Equation (3.16)

M_1 (MPa)	k_1 (MPa)	k_2	k_3 (MPa)	k_4	Angle of fiber
1420	1213.5	63.0	1213.5	63.0	$[0, 90]_4$ and $[\pm 45]_4$

Tableau 3.3 Optimized parameters values for strain energy function in Equation (3.17)

M_1 (MPa)	M_2 (MPa)	M_3 (MPa)	k_1 (MPa)	k_2	k_3 (MPa)	k_4	Angle of fiber
683.2	920.0	530.0	1120.0	58.0	1120.0	58.0	$[0, 90]_4$ and $[\pm 45]_4$

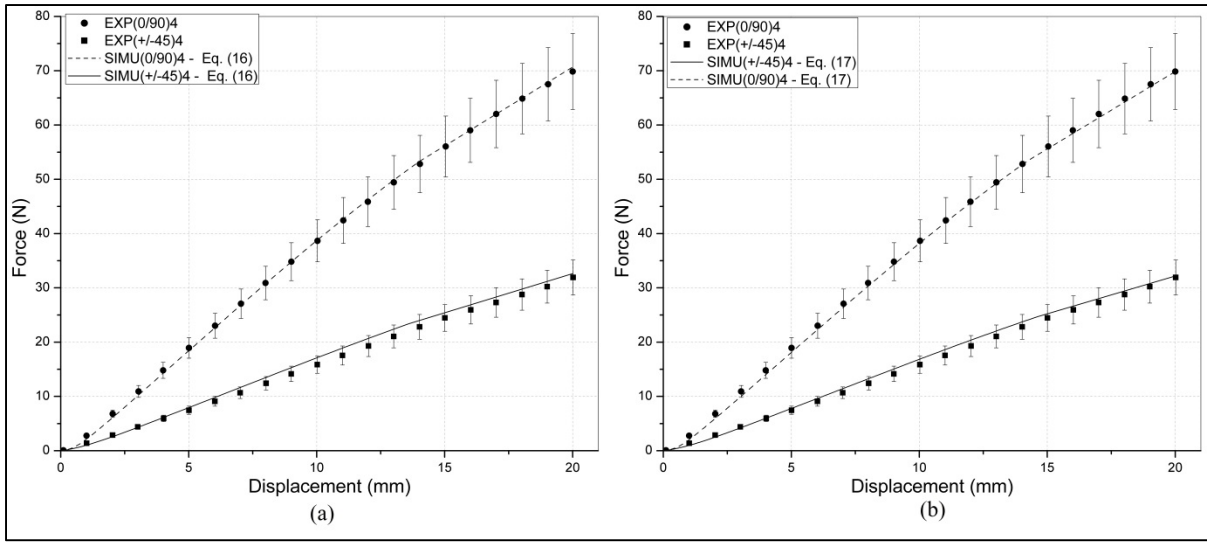


Figure 3.6 Comparison between numerical results and experimental data: a) strain energy function in Equation (3.16); b) strain energy function in Equation (3.17).

3.5 Model validation and discussion

To validate the material models used in this study, a load test with a large sheet of multi-layered FRTPC was performed. This test is chosen because the deformation in this load test is quite similar to that in assembly process. The bending displacement of the composite sheet predicted by numerical simulations using Abaqus was compared with the experimental results from the load test.

3.5.1 Experimental test

Tableau 3.4 Experimental parameters

Composite plate	
Material	CF/PPS
Stacking sequence	$[0,90]_4$
Plate dimension	930 mm $\times$ 890 mm $\times$ 1.24 mm
Supports system	
Radius of sphere-head supports	6.35 mm
Height of 4 supports	30.5 ± 0.32 mm
Distance between supports (Figure 3.7)	660.4 ± 0.95 mm
Steel ball	
Radius of steel ball	49.5 mm
Weight of steel ball	3.63 kg
Deviation of ball position from the center point (Figure 3.7)	± 2.15 mm

Table 3.4 summarizes experimental parameters used in this work. The material used here is the same as the material used in the three point bending test presented above. The thickness of the four-layer laminate is 1.24 mm (0.31 mm/layer) with the stacking sequence $[0,90]_4$. A plate with dimensions 930 mm $\times$ 890 mm $\times$ 1.24 mm was used. This plate lies on four rigid sphere-head supports and undergoes bending deformation imposed by a 3.63 kg ball applied at center point (see Figure 3.7). The vertical displacement of the plate was measured using a Faro arm at 110 points on the plate surface. Three measurements were performed to get average values. The deviation values of the measurement at these points are depicted in Figure 3.8. The maximum deviation value is about 1.24 mm which corresponds to a maximum relative error of 5.42%.

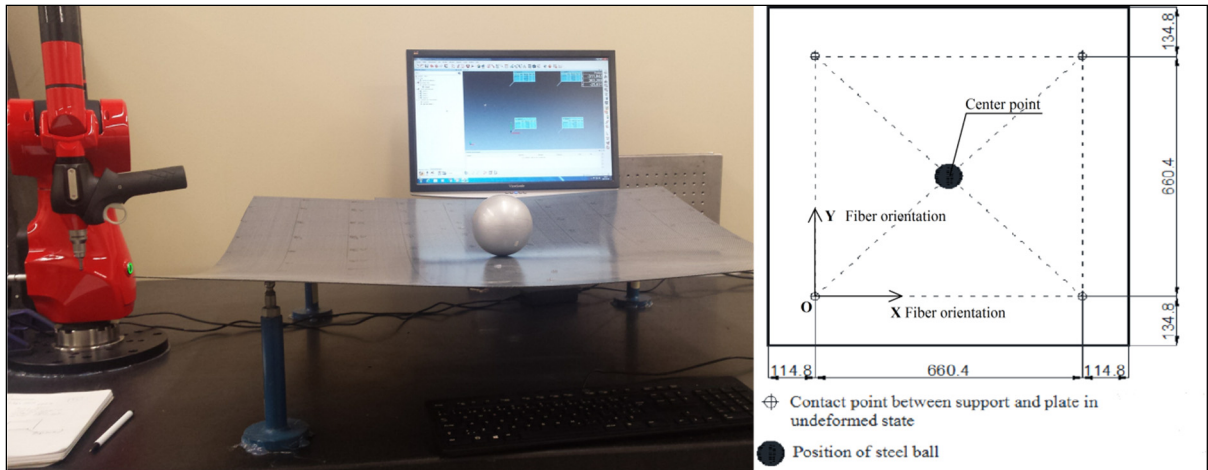


Figure 3.7 Bending load test set-up

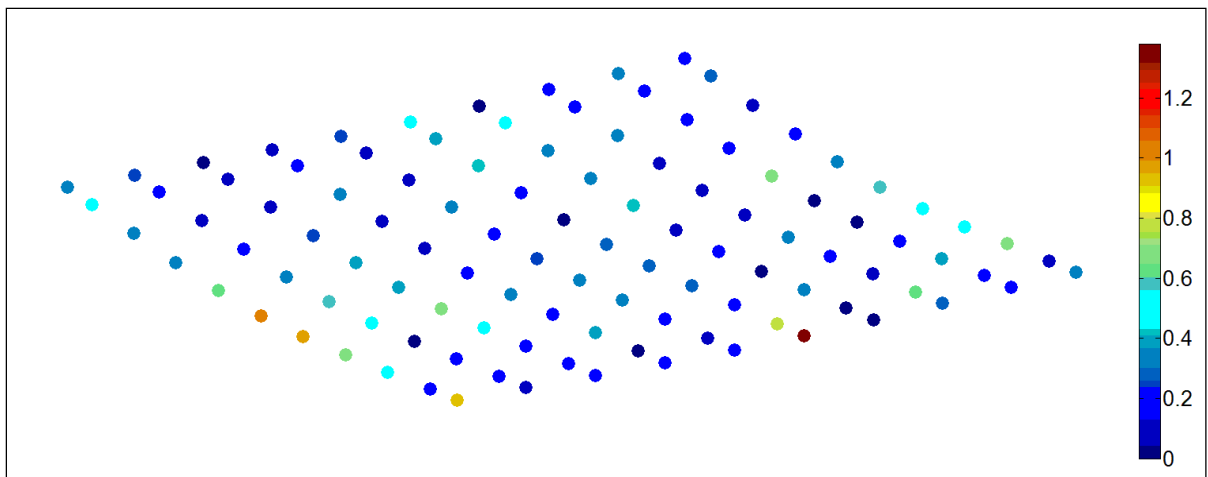


Figure 3.8 Measurement deviation of vertical displacement (mm)

3.5.2 Test simulation and result discussion

A finite element computational procedure which corresponds to the plate bending test introduced in the previous section is developed with Abaqus using a user-defined material with parameters shown in Table 3.2 and Table 3.3. The element type used in Abaqus is shell element (S4R) with a 4 layers composite section. The specimen lies on 4 rigid spheres which

represent supports used in the experiment. Frictionless contact between the specimen and supports is defined. A 35.59 N load, which is equivalent to the weight of the steel ball, is applied on the plate at the same location as in the experimental test (at center point). The experimental data and simulated results were compared in terms of bending displacement along the ten paths shown in Figure 3.9. The comparison of experimental and simulated vertical displacement along these paths is presented in Figure 3.10. The maximum and minimum differences between experimental and numerical results are summarized in Table 3.5.

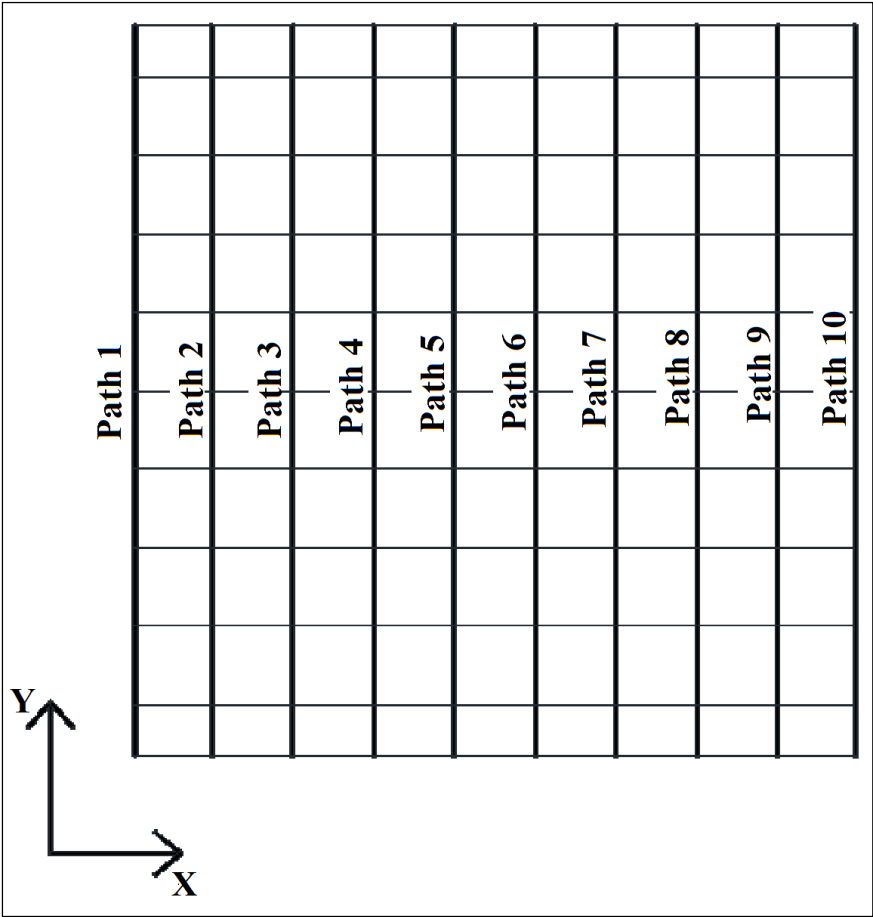


Figure 3.9 Path positions along Y axis

Figure 3.10 shows that at the middle of the plate (paths 4 - 8), the simulation gives better agreement with the experimental data than on the contour of the plate (paths 1 - 3 and paths 8 - 10). The maximum difference between simulation and experiment, 6.56 mm for strain energy functions in Equation (3.16) and 7.87 mm for strain energy function in Equation (3.17) appears at the boundary of the plate (path 1) (see Table 3.5).

The average discrepancies between experimental and numerical results are 3.64 mm and 3.39 mm respectively for the strain energy functions in Equations (3.16) and (3.17), which are quite small in comparison to the dimensions of the composite sheet. It demonstrates that the simulations with two orthotropic hyperelastic models used in this study gave good agreements with the experimental results. It is remarked that the strain energy function of Equation (3.17) provided better response than that of Equation (3.16).

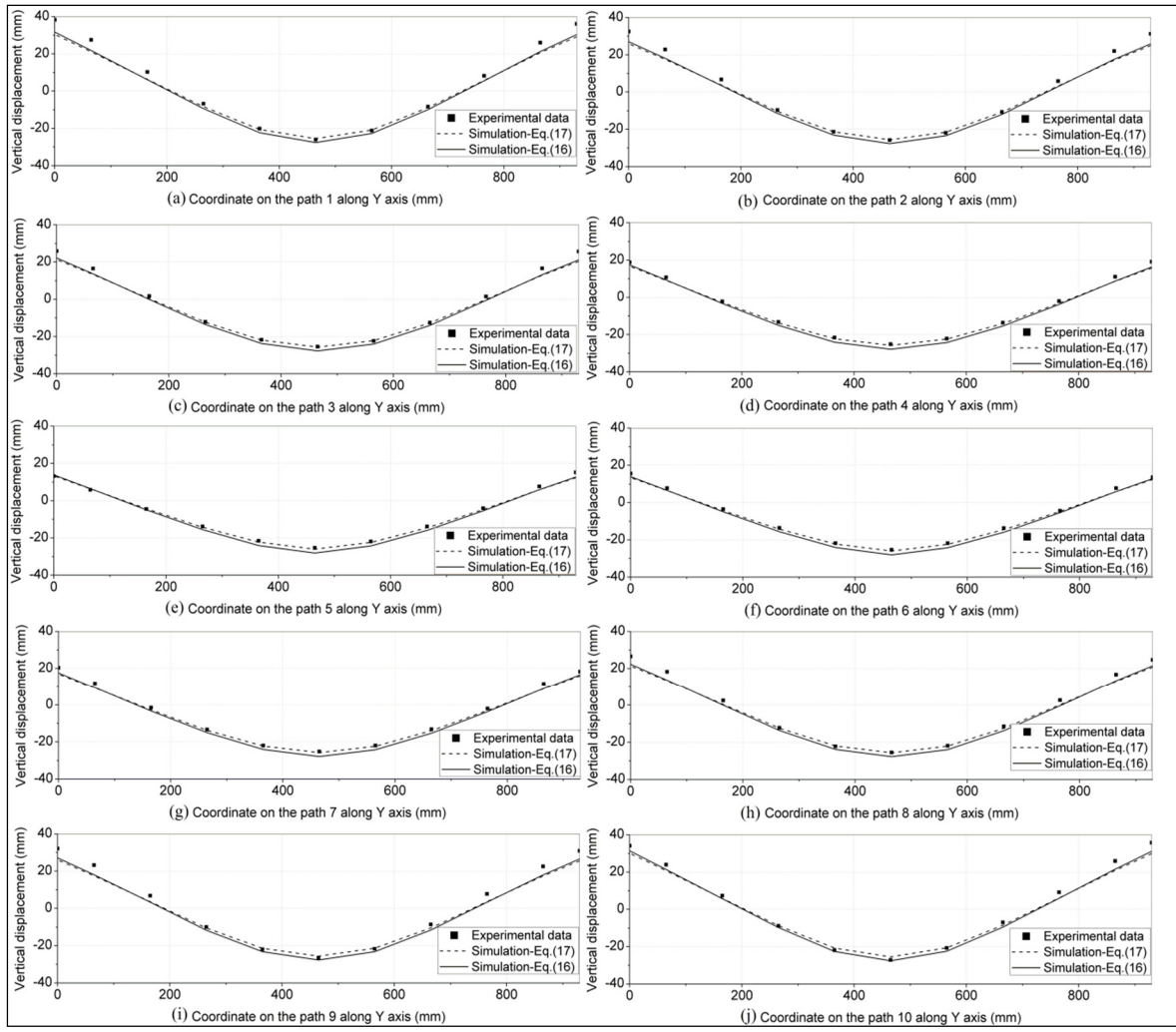


Figure 3.10 Result comparison ((a) Path 1, (b) Path 2, (c) Path 3, (d) Path 4, (e) Path 5, (f) Path 6, (g) Path 7, (h) Path 8, (i) Path 9, (j) Path 10)

Tableau 3.5 Maximum and minimum difference in vertical displacement between experimental and simulation data on each path

Path	Strain energy function in Equation (3.16)		Strain energy function in Equation (3.17)	
	Min (mm)	Max (mm)	Min (mm)	Max (mm)
Path 1	1.53	6.56	0.31	7.87
Path 2	1.34	5.44	0.04	6.56
Path 3	1.43	4.56	0.17	5.36
Path 4	1.14	2.81	0.24	3.39
Path 5	0.47	2.78	0.16	2.92
Path 6	0.79	2.73	0.38	2.15
Path 7	1.66	2.84	0.26	3.55
Path 8	1.43	4.57	0.15	5.17
Path 9	1.191	5.22	0.27	6.10
Path 10	0.50	4.62	0.08	5.86

3.6 Conclusion

This paper presents the implementation of two orthotropic hyperelastic models used for assessing the mechanical behavior of multi-layer FRTPC sheets. These models were developed based on the polyconvexity condition of strain energy function and implemented in the user-defined material subroutine of Abaqus for finite strain shell elements. The material parameters were numerically identified by fitting numerical simulation results to experimental results obtained from three bending tests for both stacking sequences $[0,90]_4$ and $[\pm 45]_4$. These models were then validated through the ball load test on a large composite sheet. Results showed that:

- Both proposed orthotropic hyperelastic models are appropriate for the CF/PPS multi-layer composite material.
- The parameters of these models can be well identified in three point bending tests with two different fiber orientation configurations.

- The numerical simulation using shell element (S4R) with the composite section of 4 layers in Abaqus is good enough for the multi-layer FRTPC sheets.
- These material models responded well the validation case of the ball load test on a large CF/PPS multi-layer composite sheet.

CHAPITRE 4

INVERSE PROCEDURE FOR MECHANICAL CHARACTERIZATION OF MULTI-LAYERED NON-RIGID COMPOSITE PARTS WITH APPLICATION TO THE ASSEMBLY PROCESS

Ngoc-Hung Vu¹, Xuan-Tan Pham¹, Vincent François² and Jean-Christophe Cuillière²

¹ Department of Mechanical Engineering, École de technologie supérieure (ÉTS)

² Department of Mechanical Engineering, Université du Québec à Trois-Rivières

Cet article a été publié dans “*Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*” – SAGE Publications Ltd STM, Juillet 2019

Résumé

Dans le processus d'assemblage, les pièces non rigides à l'état libre peuvent avoir différentes formes par rapport au modèle conçu, de fait de la gravité et de l'effet des contraintes résiduelles. Pour les pièces non rigides multicouches en matériaux thermoplastiques renforcés de fibres, ce processus devient beaucoup plus complexe en raison du comportement non linéaire du matériau. Les réponses mécaniques ont été mesurées à partir du test de flexion standard à trois points et les déplacements de surface des plaques composites soumis au test de flexion. Un modèle de matériau hyperélastique orthotrope a été mis en œuvre dans Abaqus/Standard via le sous-programme UMAT pour analyser le comportement de composites thermoplastiques renforcés de fibres flexibles. Les fonctions d'erreur ont été définies en soustrayant les données expérimentales des réponses mécaniques numériques. Minimiser les fonctions d'erreur aide à identifier les paramètres de matériau. Ces paramètres optimaux ont été validés dans le cas d'un matériau composite à huit couches.

Mots-clés: Modélisation inverse; Comportement constitutif; Composites renforcés de fibres; Analyse des éléments finis.

4.1 Abstract

In assembly process, non-rigid parts in free-state may have different forms compared to the designed model caused by gravity load and residual stresses. For non-rigid parts made by multi layered fiber-reinforced thermoplastic composites, this process becomes much more complex due to the nonlinear behavior of the material. Mechanical responses were measured from the standard three points bending test and the surface displacements of composite plates under flexural loading test. An orthotropic hyperelastic material model was implemented in the UMAT user routine of Abaqus/Standard to analyze the behavior of flexible fiber-reinforced thermoplastic composites. Error functions were defined by subtracting the experimental data from the numerical mechanical responses. Minimizing the error functions helps to identify the material parameters. These optimal parameters were validated for the case of an eight-layered composite material.

Keywords: Inverse modelling; Constitutive behaviour; Fiber-reinforced composites; Finite element analysis.

4.2 Introduction

One important element in the quality control of products is to analyze whether the post-assembly shape fulfills the designer's geometric specifications. This task is performed by evaluating the component's shape after having mounted it into the final assembled configuration. Large non-rigid parts in *free-state*, such as aerospace panels may have deviations from their nominal (CAD) shape caused by geometric variations, gravity load and residual stresses. It makes the assembly process difficult, even impossible when the deviation is out of tolerance. To solve this problem, a non-rigid part must be mounted on special fixtures to simulate the *assembly-state*. Then, the mismatches between its real geometry and its target nominal geometry are evaluated. This process is usually carried out by using coordinate measuring systems or laser scanners. Figure 4.1 shows an example of an aerospace panel restrained by known forces (weight) on its inspection fixture. This inspection

task is generally laborious and time-consuming. Therefore, there is a great interest in the industry towards developing virtual inspection methods, which can significantly reduce inspection time and cost.

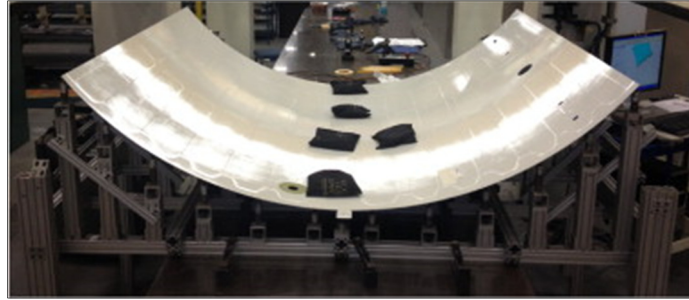


Figure 4.1 An aerospace panel restrained by known forces on its inspection fixture (Aidibe & Tahan, 2015)

Some researchers (G. N. Abenhaim et al., 2015; Gad N. Abenhaim et al., 2013; Aidibe & Tahan, 2014; Esfahlan & Tahan, 2012; Gentilini & Shimada, 2011; Sabri et al., 2015; Sattarpanah Karganroudi et al., 2018; Weckenmann & Weckenmann, 2006) proposed virtual inspection methods based on numerical approaches by building a finite element (FE) model of the non-rigid part considered in free-state. In order to assess the geometrical variation of manufactured parts, a point cloud measured on the surface of non-rigid parts in free-state is compared with the computer-aided design (CAD) model. Their correspondence is found by either virtually deforming the scanned flexible part into its functional shape (Gentilini & Shimada, 2011; Weckenmann & Weckenmann, 2006) or by deforming the CAD model towards the measurement data (G. N. Abenhaim et al., 2015; Gad N. Abenhaim et al., 2013; Aidibe & Tahan, 2014; Esfahlan & Tahan, 2012; Sabri et al., 2015; Sattarpanah Karganroudi et al., 2016) through finite element simulations. Obviously, the accuracy of numerical simulation is one of the most important aspects of a virtual inspection process. The deformation of non-rigid parts must be simulated accurately by finite element analysis which requires good material models and an appropriate characterization method for assessing

material parameters associated with these models. For a non-rigid composite part, this work becomes highly challenging because of its complicated anisotropic nonlinear behavior. Thin orthotropic materials, such as fiber reinforced composites, can be described by a lamina constitution with four independent in-plane elastic parameters (Young's modulus E_1 and E_2 , shear modulus G_{12} , Poisson's ratio λ_{12}) (Bruno et al., 2008; Genovese, Lamberti, & Pappalettere, 2004). However, during its assembly process, a non-rigid part undergoes large deformation, which makes that material constitutive properties change considerably. As a consequence, this model is no longer valid for assembly processes. Instead, hyperelasticity provides a framework for modelling large anisotropic deformation. According to the Lagrangian description, the constitutive properties of the material (stiffness) varies with the gradient of deformation and the anisotropic effect is characterized by the fiber's reorientation. This framework was successfully applied in characterizing the behavior of fiber-reinforced composites. Aimène et al. (2009), Gong et al. (2016), X. Peng et al. (2013), Pham et al. (2005) proposed hyperelastic constitutive material models and demonstrated their suitability for modelling large anisotropic deformation of fiber-reinforced composites in manufacturing processes. Therefore, a hyperelastic material model could be an appropriate approach to characterize the anisotropic behavior of flexible fiber-reinforced thermoplastic composites (FRTPC) during assembly processes.

Even if a very well-suited constitutive model is chosen, determining accurate material parameters is also one of the most important prerequisites in order to obtain reliable results from an assembly process simulation. Therefore, parameters of the constitutive model considered must be estimated by the most appropriate method. Simulation-based inverse characterization is an efficient tool to characterize the mechanical behavior of materials. This procedure is based on an optimization process that minimizes a multi-objective function that expresses discrepancies between experimental data of characterization tests and computed responses for these tests. Here, the computed responses are used as "function evaluation" and the material parameters employed in the numerical model are the variables to be determined in this optimization process. Over the past decades, a number of researchers used the inverse

procedure to get the constitutive material behaviors from standard tests such as tensile tests, compression tests, bending tests, torsion tests, etc. (Belhabib, Haddadi, Gaspérini, & Vacher, 2008; Cooreman et al., 2007; Guélon et al., 2009; Kajberg & Lindkvist, 2004; Lecompte et al., 2007; Liu, Shen, Yang, Zheng, & Zhang, 2017). However, the deformation fields generated from the standard tests in many cases cannot represent the complex deformation fields of some particular applications. In a previous study (Vu, Pham, François, & Cuillière, 2018), the bending properties of multi-layered carbon fiber reinforced polyphenylene sulphide (CF/PPS) were obtained from three-point bending tests, but results showed that this approach needs to be improved to better characterize the behavior of non-rigid composite parts during the assembly process. To overcome this problem, non-standard experiments were developed by some researchers to be able to more accurately capture real deformation behaviors. Wang, Cárdenas-García, & Han (2005) proposed an inverse method to determine elastic constants using a circular aluminum disk. Pagnotta (2006) identified the elastic properties of materials from displacements of a thin, simply supported isotropic square plate. Bruno et al. (2008) presented a method for identifying the elastic properties of aluminum and unidirectional Graphite/PEEK laminate from measurements of the displacements of plates under loading configurations. It can be seen that the selection of a test type greatly affects the accuracy of characterization. During assembly, the complexity of a non-rigid composite part behavior cannot be well characterized using a single experimental test. Non-rigid part undergoes essentially large bending deformation in assembly process. As results in our previous study (Vu et al., 2018), the material parameters obtained from standard three-point bending tests perfectly described the material behavior in that particular test but did not act well enough for large bending deformation of a flexible composite sheet. This problem can be solved by performing non-standard experiments that generate deformation field closer to one in real assembly process. Obviously, the combination of results obtained from both standard and non-standard tests could lead to a more complete and realistic description of material behavior of non-rigid composite part in assembly process.

In this study, a new approach of characterizing the large bending behavior of multi-layered CF/PPS during the virtual assembly process was developed. It consists of implementing an inverse multi-objective optimization process combining standard and specific non-standard tests. Four-layer CF/PPS sheet specimens were used for characterization. Firstly, the experimental work was presented. Three-point bending tests with two different stacking sequences $[0,90]_4$ and $[\pm 45]_4$ were performed as the standard method. Flexural loading tests with a large multi-layer composite sheet in different support configurations were carried out as non-standard tests. These non-standard tests were chosen because the deformation state in these tests is close to that in the assembly process. Numerical simulations were then performed using an orthotropic hyperelastic shell formulation, which is available in ABAQUS. In this work, the anisotropic hyperelastic material model developed by Vu et al. (2018) was used and implemented as a UMAT user routine in the Abaqus/Standard finite element code. The parameters of this material model were identified through a multi-objective optimization process. Finally, the obtained material parameters were used to validate the case of an eight-layered CF/PPS material.

4.3 Experimental work

In this study, the thermoplastic composite used for the experimental works was a pre-consolidated plate of 4 layered CF/PPS with 1.24 mm thickness (0.31 mm/layer) commercialized by Royal Tencate Corp. In each layer, a polyphenylene sulphide (PPS) matrix was reinforced by two orthogonal families of carbon fiber (CF). The matrix volume fraction (V_m) was of 50%.

4.3.1 Three-point bending test

For the three-point bending test, specimens with stacking sequences $[0,90]_4$ and $[\pm 45]_4$ with dimensions 300 mm $\times$ 34 mm $\times$ 1.24 mm were used. Table 4.1 shows the test parameters. Each specimen (5 pieces for each stacking sequence) was supported on two rollers and

loaded in its center with displacement control (Figure 4.2). The applied force and the displacement at the center of the specimen were then recorded.



Figure 4.2 (a) Test specimens and (b) three-point bending test.

Tableau 4.1 Three-point bending test parameters

Parameters	Value
Support span	140 mm
Velocity	4 mm/min
Max displacement at center of support span	20 mm
Radius of loading noses and supports	25 mm

4.3.2 Flexural loading test

Figure 4.3 shows a schematic of the flexural loading test used. A plate with dimensions 930 mm × 890 mm was supported by a system of four rigid spherical-head supports. Two different configurations of support systems were used in this test. This plate then underwent bending deformation by imposing a steel ball of 3.63 kg applied at the middle. Table 4.2 summarizes experimental parameters.

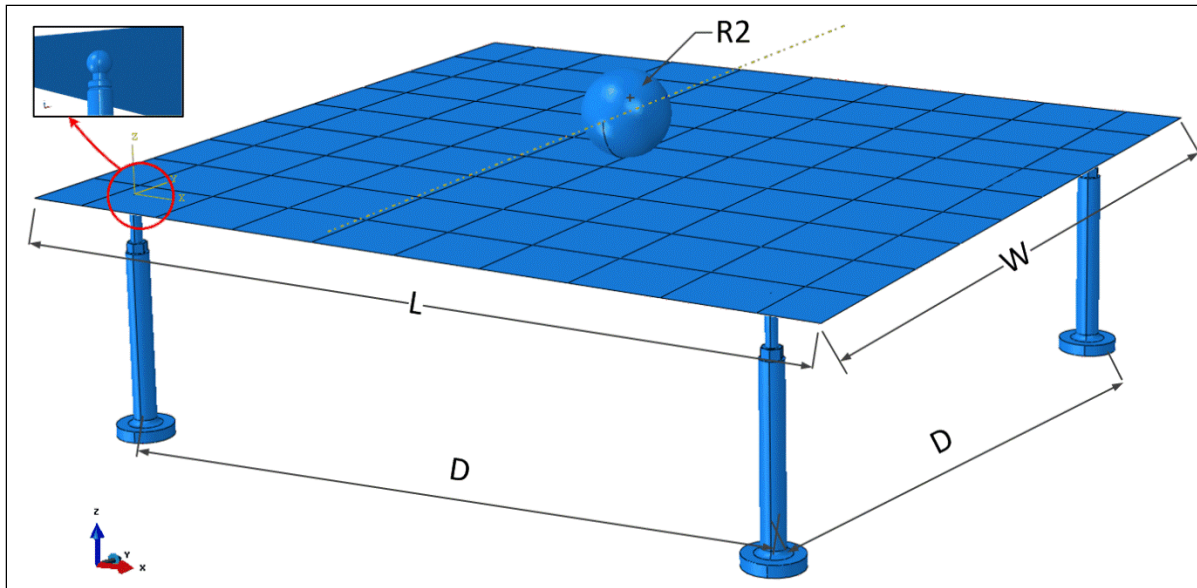


Figure 4.3 Flexural loading test schematic

Tableau 4.2 Experimental parameters

Composite plate	
Material	CF/PPS
Stacking sequence	$[0, 90]_4$
Plate dimensions	$L = 930 \text{ mm}$, $W = 890 \text{ mm}$
Support system	
Radius of sphere-head supports	$R_1 = 6.35 \text{ mm}$
Distance between supports	Configuration 1: $D = 762 \text{ mm}$
	Configuration 2: $D = 660.4 \text{ mm}$
Steel ball	
Radius of steel ball	$R_2 = 49.5 \text{ mm}$
Weight of steel ball	3.63 kg

A point cloud of 110 points was created on the plate surface. By using a Creaform HandyPROBE device, their displacements were measured. For each support configuration, three measurements were performed to obtain average values. The HandyPROBE device consists of a tracking system equipped with a C-track and a handheld probe as shown in

Figure 4.4. The triangulation process was used to determine the location of the optical reflector by measuring angles to it from two video cameras at the two ends of the C-track baseline. The coordinates of each point can be then calculated based on the fixed distance between the probe head and the optical reflector.

The accuracy of the measurement is limited by uncertainty of the support system as well as the measurement process. In this work, uncertainty of the support system is approximately ± 0.03 mm and ± 0.02 mm for Configuration 1 and Configuration 2, while uncertainty of the measurement process is up to ± 0.2 mm.

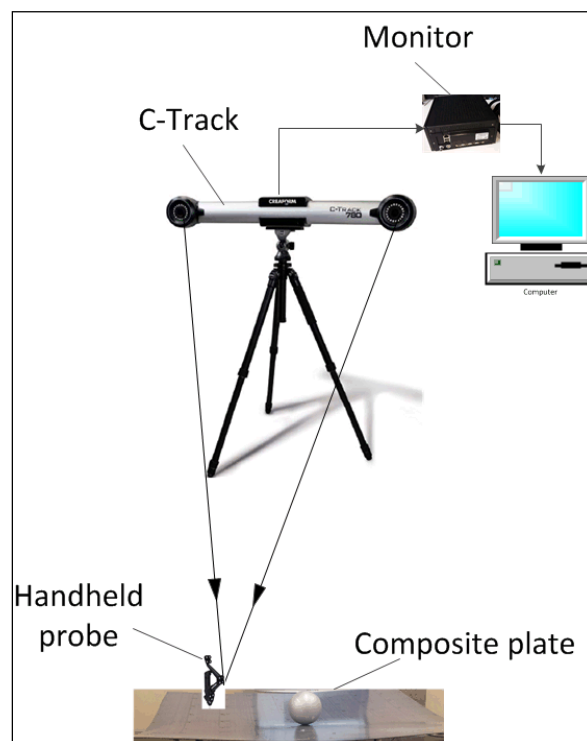


Figure 4.4 Experimental apparatus

4.4 Modelling

4.4.1 Material model

In the hyperelasticity modeling concept, the existence of a strain energy function using the Lagrangian variables, which are appropriate for the large deformations description is postulated. The mechanical behavior of a composite with hyperelastic material reinforced with two families of aligned fibers can be expressed by a strain energy function of the right Cauchy-Green deformation tensor $\mathbf{C} = \mathbf{F}^T \mathbf{F}$ and the original fiber directional unit vectors $\mathbf{a}_0$ and $\mathbf{g}_0$:

$$\Psi = \Psi(\mathbf{C}, \mathbf{a}_0, \mathbf{g}_0) \quad (4.1)$$

where $\mathbf{F} = \partial \mathbf{x} / \partial \mathbf{X}$ is the deformation gradient. $\mathbf{X}$ represents the position vector of each point of the solid body in the reference configuration, and $\mathbf{x}$ represents the position vector of the corresponding point in the current configuration.

The strain energy function in Equation (4.1) can be expressed using invariants of $\mathbf{C}$ as:

$$\Psi = \Psi(I_1, I_2, I_3, I_4, I_6) \quad (4.2)$$

where $I_1 = \text{tr}(\mathbf{C})$, $I_2 = \frac{1}{2} [\text{tr}(\mathbf{C})^2 - \text{tr}(\mathbf{C}^2)]$, $I_3 = \det(\mathbf{C})$, $I_4 = \mathbf{a}_0 \cdot \mathbf{C} \mathbf{a}_0 = \lambda_a^2$, $I_6 = \mathbf{g}_0 \cdot \mathbf{C} \mathbf{g}_0 = \lambda_g^2$.

Here, λ_a and λ_g are the stretches of fibers $\mathbf{a}$ and $\mathbf{g}$. For an orthotropic hyperelastic model, the original fiber directions $\mathbf{a}_0$ and $\mathbf{g}_0$ are orthogonal.

The second Piola-Kirchhoff stress tensor is derived directly from the hyperelastic strain energy function and given by:

$$\mathbf{S} = 2 \frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{C}} = 2 \left(\omega_1 \frac{\partial I_1}{\partial \mathbf{C}} + \omega_2 \frac{\partial I_2}{\partial \mathbf{C}} + \omega_4 \frac{\partial I_4}{\partial \mathbf{C}} + \omega_6 \frac{\partial I_6}{\partial \mathbf{C}} \right) \quad (4.3)$$

where $\omega_1 = \frac{\partial \Psi}{\partial I_1}$, $\omega_2 = \frac{\partial \Psi}{\partial I_2}$, $\omega_4 = \frac{\partial \Psi}{\partial I_4}$, $\omega_6 = \frac{\partial \Psi}{\partial I_6}$.

The Cauchy stress tensor can be simply obtained by:

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{1}{\sqrt{I_3}} \mathbf{F} \mathbf{S} \mathbf{F}^T. \quad (4.4)$$

The material mechanical behavior of CF/PPS used in this study is characterized by an orthotropic hyperelastic constitutive model proposed by Vu et al. (2018). Its strain energy function has the following form:

$$\begin{aligned} \Psi = & M_1 (I_1 - 3) + M_2 (I_2 - 3) + M_3 (I_1 - 3)(I_2 - 3) + \\ & + k_1 \left[e^{k_2 (I_4 - 1)^2} - 1 \right] + k_3 \left[e^{k_4 (I_6 - 1)^2} - 1 \right] - \frac{1}{2} p (I_3 - 1) \end{aligned} \quad (4.5)$$

where M_1 , M_2 , M_3 , k_1 , k_2 , k_3 , k_4 are the material parameters. Please refer to reference (Vu et al., 2018) for more details.

4.4.2 Computational experiment

The numerical simulations corresponding to the three-point bending test and flexural loading test presented in the previous section were performed using the commercial FE package Abaqus/Standard. Four-node shell element (ABAQUS element type S4R) with a four-layered section was used to model the specimens. The behavior of each layer was modelling by the constitutive model of Equation (4.5). In our study, the mesh sensitivity studies were realized to determine the meshing sizes of specimens. The mesh was refined until the difference of simulation results between two consecutive solutions was found to be less than 1%, which is acceptable in engineering simulation. For the three-point bending test, the specimen was meshed with 10200 shell elements and laid on two rigid cylinders which represent two rollers in the experiments. A mesh with 84600 shell elements was generated for the composite plate of the flexural loading test. This plate was then positioned on four rigid semi spheres which represent the real system of four spherical head supports. For the flexural loading test, gravity load of the steel ball was converted equivalent to a 35.59 N concentrated force. A frictionless contact between the support system and the specimen was defined for both tests. Newton-

Raphson method was used to solve the nonlinear equations of the tangent stiffness matrix in the large deformation finite element analysis. To maintain the convergence, the relative residual tolerance of 0.1% and the maximum iterations number of 1000 were set for both tests. The computational models for the three-point bending test and flexural loading test are depicted in Figure 4.5.

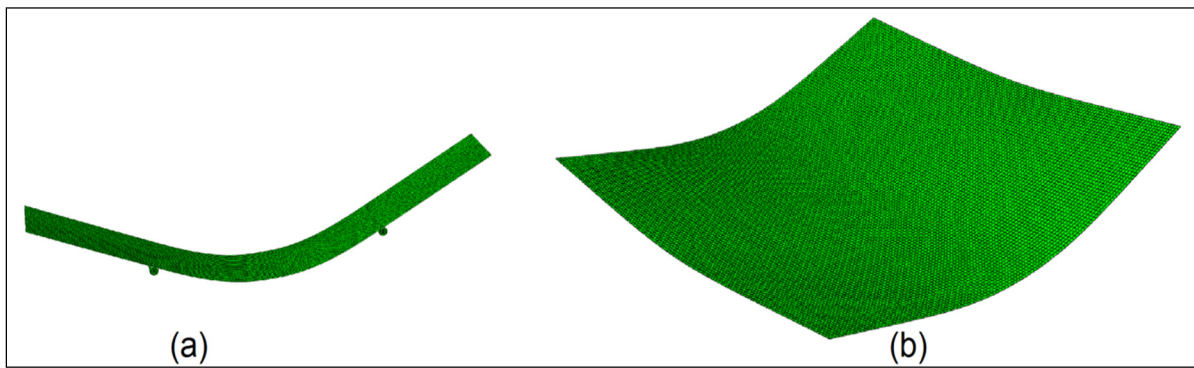


Figure 4.5 Computational models: (a) Three-point bending test, (b) Flexural loading test

4.5 Identification of constant material parameters

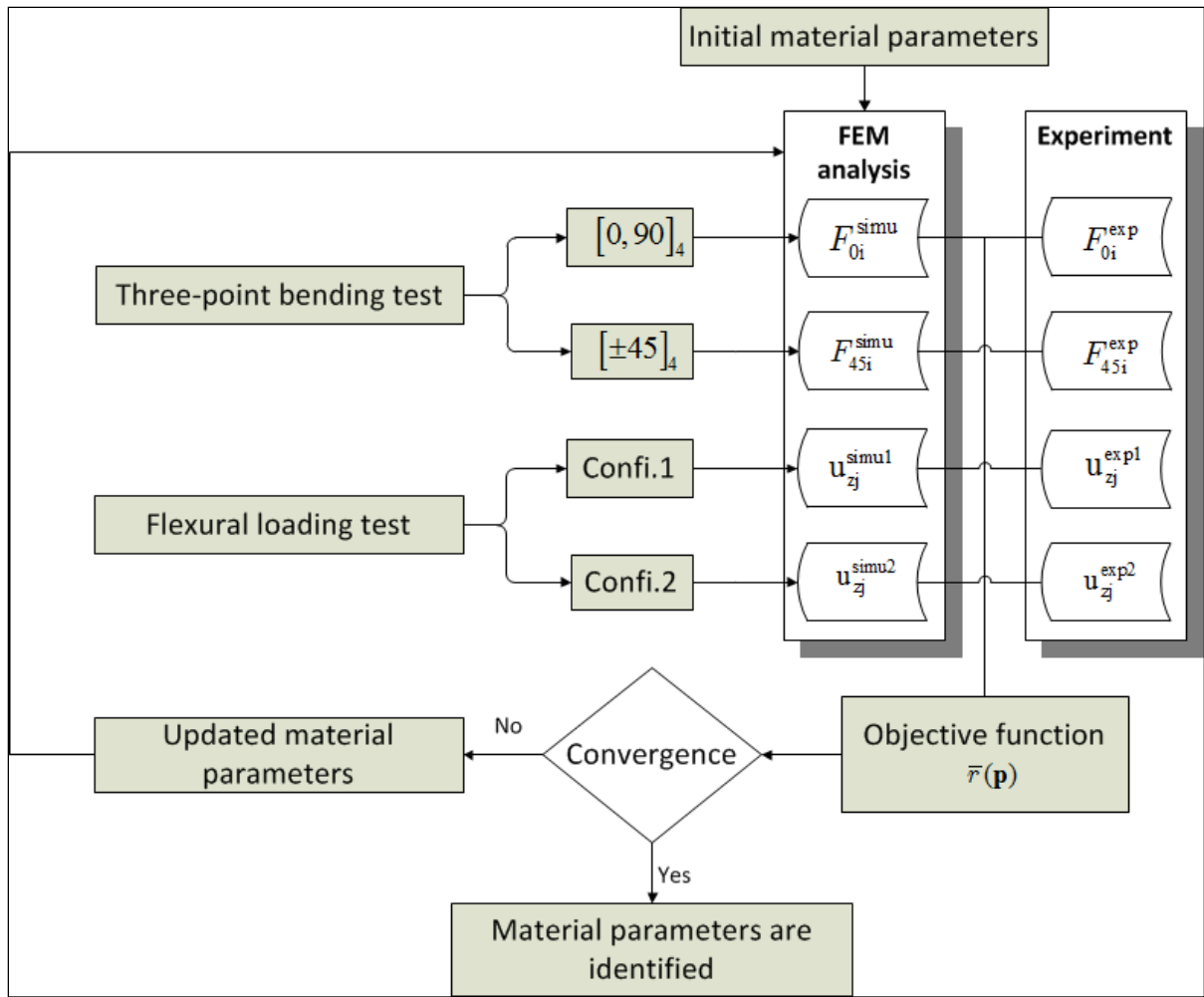


Figure 4.6 Inverse characterization flowchart

The identification of material parameters was performed with the Global Response Surface Method (GRSM) which was carried out by HyperStudy optimization tool. In each iteration, a response surface was constructed by generating a small number of designs. The algorithm found the optimum on this response surface and then globally generated additional designs to ensure good balance on local search efficiency and global search capability. The response surface was then updated. The notable feature of GRSM is that all the designs generated in

one iteration can be evaluated in parallel to reduce the running time of optimization procedure. This algorithm proved effective for problems with large numbers of design variables. Here, the material parameters M_1 , M_2 , M_3 , k_1 , k_2 , k_3 , and k_4 were considered as seven design variables in this study.

The material parameters M_1 , M_2 , M_3 , k_1 , k_2 , k_3 , k_4 of Equation 4.5 are identified by minimizing objective functions that represent discrepancy between experimental and numerical simulation results. The updated material parameters were performed with the Global Response Surface Method for multi-objective optimization. As presented in Figure 4.6, the loads discrepancy between experiment and simulation results was taken into account for building the objective function associated with the three-point bending test while vertical plate displacements were used to build the objective function associated with the flexural loading test. These objective functions are as follows:

$$\bar{r}_b(\mathbf{p}) = \sqrt{\frac{1}{2N_b} \left\{ \sum_{i=1}^{N_b} \left(\frac{F_{0i}^{\text{exp}} - F_{0i}^{\text{simu}}(\mathbf{p})}{F_{0\text{max}}^{\text{exp}}} \right)^2 + \sum_{i=1}^{N_b} \left(\frac{F_{45i}^{\text{exp}} - F_{45i}^{\text{simu}}(\mathbf{p})}{F_{45\text{max}}^{\text{exp}}} \right)^2 \right\}} \quad (4.6)$$

$$\bar{r}_f(\mathbf{p}) = \sqrt{\frac{1}{2N_f} \left\{ \sum_{j=1}^{N_f} \left(\frac{u_{zj}^{\text{exp1}} - u_{zj}^{\text{simu1}}(\mathbf{p})}{\max(u_{zj}^{\text{exp1}})} \right)^2 + \sum_{j=1}^{N_f} \left(\frac{u_{zj}^{\text{exp2}} - u_{zj}^{\text{simu2}}(\mathbf{p})}{\max(u_{zj}^{\text{exp2}})} \right)^2 \right\}} \quad (4.7)$$

Herein, $\mathbf{p}$ is the list of unknown parameters. The relative error values $\bar{r}_b(\mathbf{p})$ and $\bar{r}_f(\mathbf{p})$ represent the objective functions for the three-point bending test and flexural loading test respectively. N_b is the number of measured loads in the three-point bending test. In this study, N_b is set to 20. F_{0i}^{exp} and F_{0i}^{simu} represent the experimental and computed loads respectively at step i for the stacking sequence $[0,90]_4$. F_{45i}^{exp} and F_{45i}^{simu} represent the experimental and computed loads respectively at step i for the stacking sequence $[\pm 45]_4$. N_f is the number of measured points on the plate surface in the flexural loading test. u_{zj}^{exp1} and

u_{zj}^{simu1} denote the experimental and numerical vertical displacements at point j for Configuration 1. In this study, N_f is equal to 110. u_{zj}^{exp2} and u_{zj}^{simu2} denote the experimental and numerical vertical displacements at point j for Configuration 2.

Convergence criterion is set to be reached when the difference between the updated parameter values and actual parameter values is inferior to 0.5%. The iterative process ended after 11 steps of the updating process. Table 4.3 shows the converged parameter values.

Tableau 4.3 Optimized parameter values

M_1 (MPa)	M_2 (MPa)	M_3 (MPa)	k_1 (MPa)	k_2	k_3 (MPa)	k_4
703.3	915.0	512.0	1131.0	46.2	1131.0	46.2

Good agreement was found between experimental and computed loads associated with the three-point bending test versus displacement for the optimized parameters set (Figure 4.7). With the small value of relative errors $\bar{r}_b(\mathbf{p}) = 0.0173$, it turned out that the inverse procedure leads to a good fit between experimental and numerical loads.

Figure 4.8 and Figure 4.9 show the residual difference between measured and calculated vertical displacement of composite plate for flexural loading tests. The average differences between experimental and numerical results were found to be 1.53 mm for Configuration 1, and 0.88 mm for Configuration 2. The relative error $\bar{r}_f(\mathbf{p})$ is 0.056. It demonstrated that a good match of the calculated and the measured vertical displacement was achieved as well for the flexural loading test. The proposed method gave much better results than those obtained from the inverse identification method using only the standard three-point bending test presented in our previous study (Vu et al., 2018). The average difference between experimental and numerical results of flexural loading test was decreased from 4.72 mm to 1.53 mm for Configuration 1 and from 3.39 mm to 0.88 mm for Configuration 2.

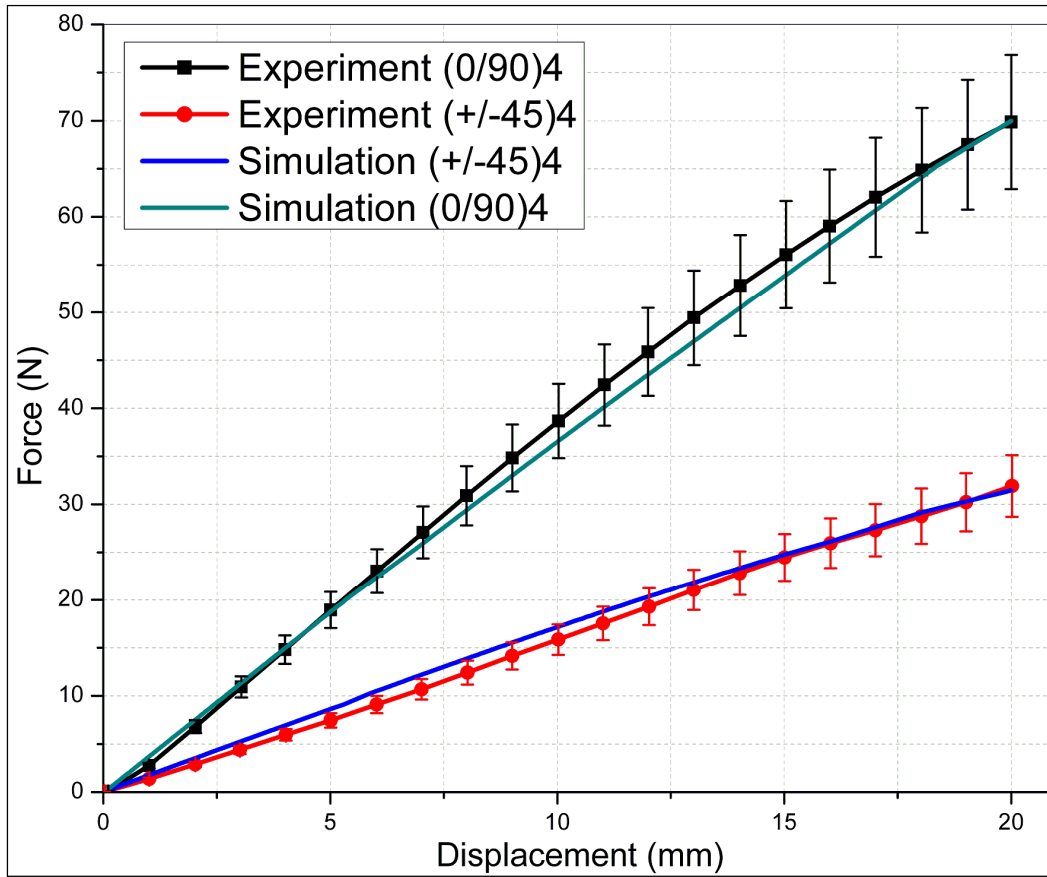


Figure 4.7 Comparison between numerical results and experimental data for three-point bending test

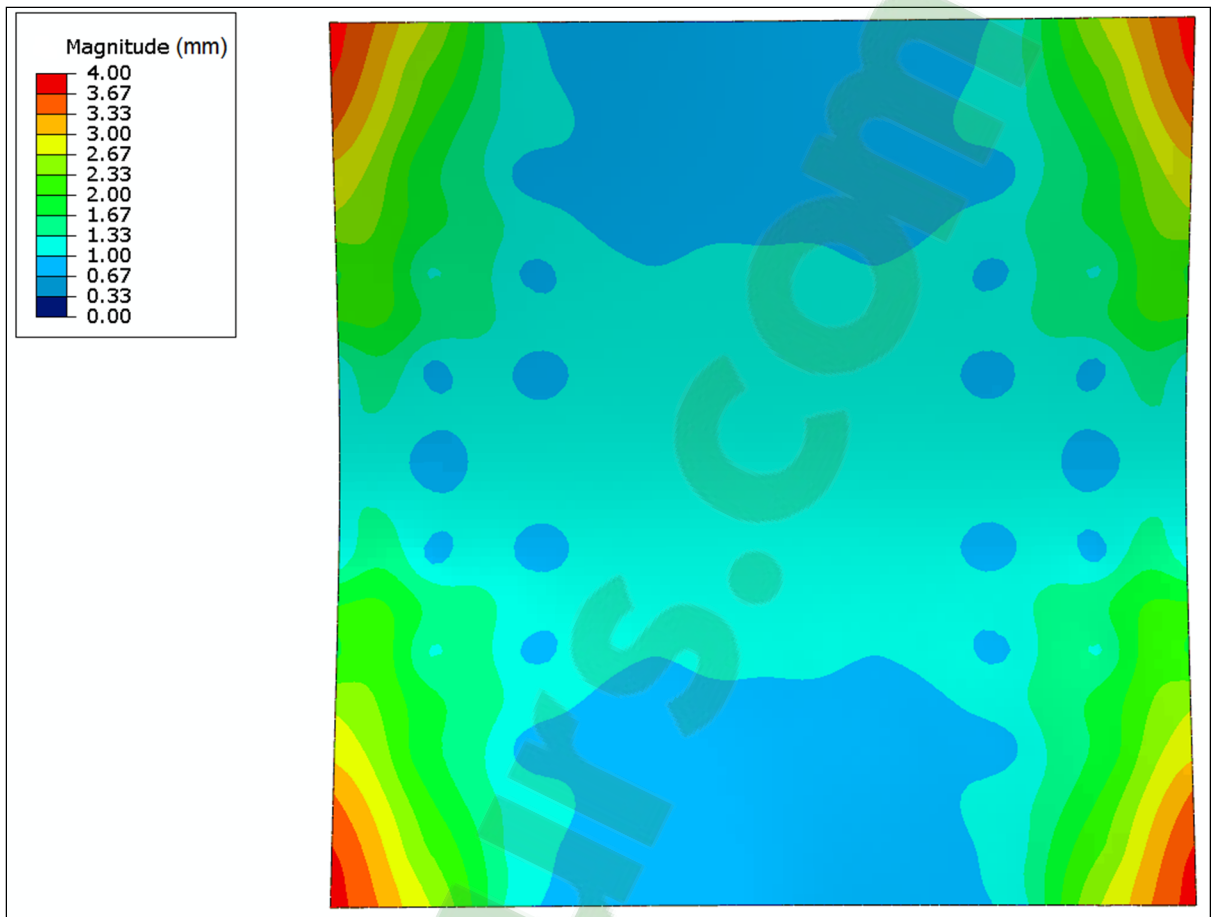


Figure 4.8 Residual difference between measured and calculated vertical displacement for Configuration 1

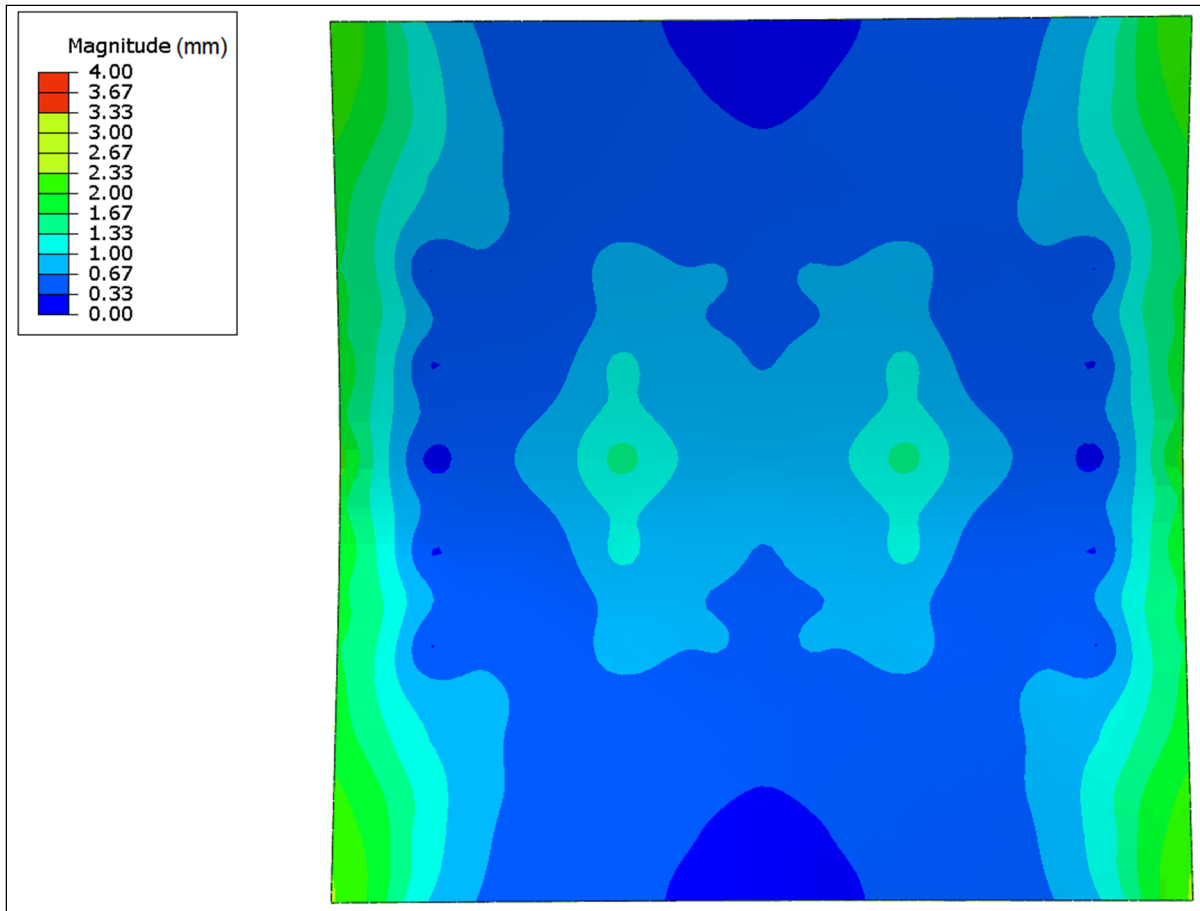


Figure 4.9 Residual difference between measured and calculated vertical displacement for Configuration 2

4.6 Material validation

The material used for validating the material model is a plate of eight layered CF/PPS with stacking sequence $[(0,90)/\pm 45/\pm 45/(0,90)]_s$. The total thickness of plate is 2.48 mm (0.31 mm/layer). The flexural loading test for this plate of eight-layer laminate was performed using the same experimental set up as that used for the four-layer laminate in the previous section. Dimensions of the plate were 1200 mm x 1200 mm x 2.48 mm. Two validation cases with two different configurations were performed in this work (see Figure 4.10). Vertical displacement was measured at 169 points on the plate surface.

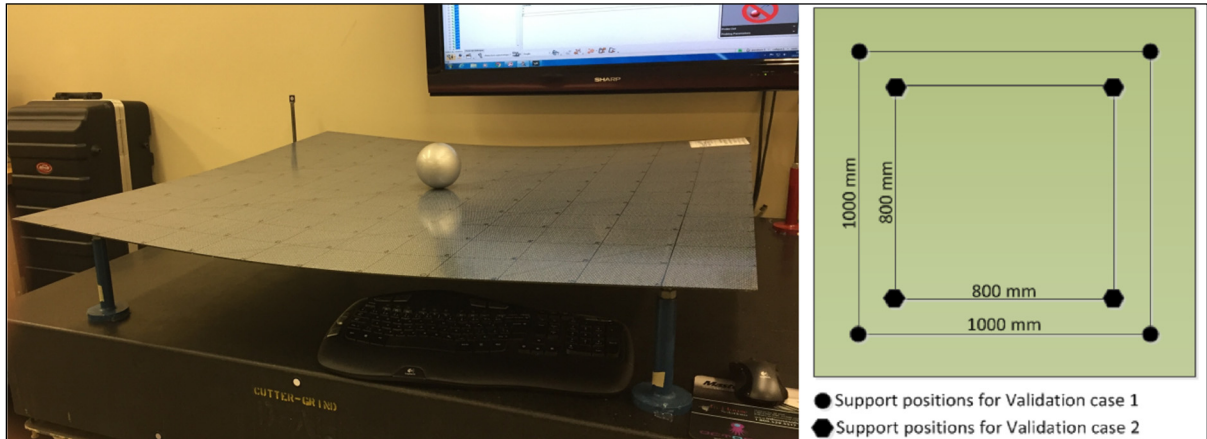


Figure 4.10 Validation test

A FEA simulation procedure with Abaqus was applied to compute vertical plate displacements. The material parameters obtained from the inverse characterization procedure were used to simulate the displacements of this composite plate.

Figure 4.11 and Figure 4.12 show the residual difference between measured and calculated vertical displacement of the composite plate for these two validation cases. The average difference between experimental and numerical results was found to be 1.42 mm and 0.55 mm respectively for validation case 1 and case 2. Acceptable relative errors obtained ($\bar{r}_1 = 0.0582$ for validation case 1 and $\bar{r}_2 = 0.0283$ for validation case 2) demonstrated that the material model used here is appropriate for assessing the mechanical behavior of this multilayered composite and that the identification procedure developed in this paper is suitable for the characterization of this composite material.

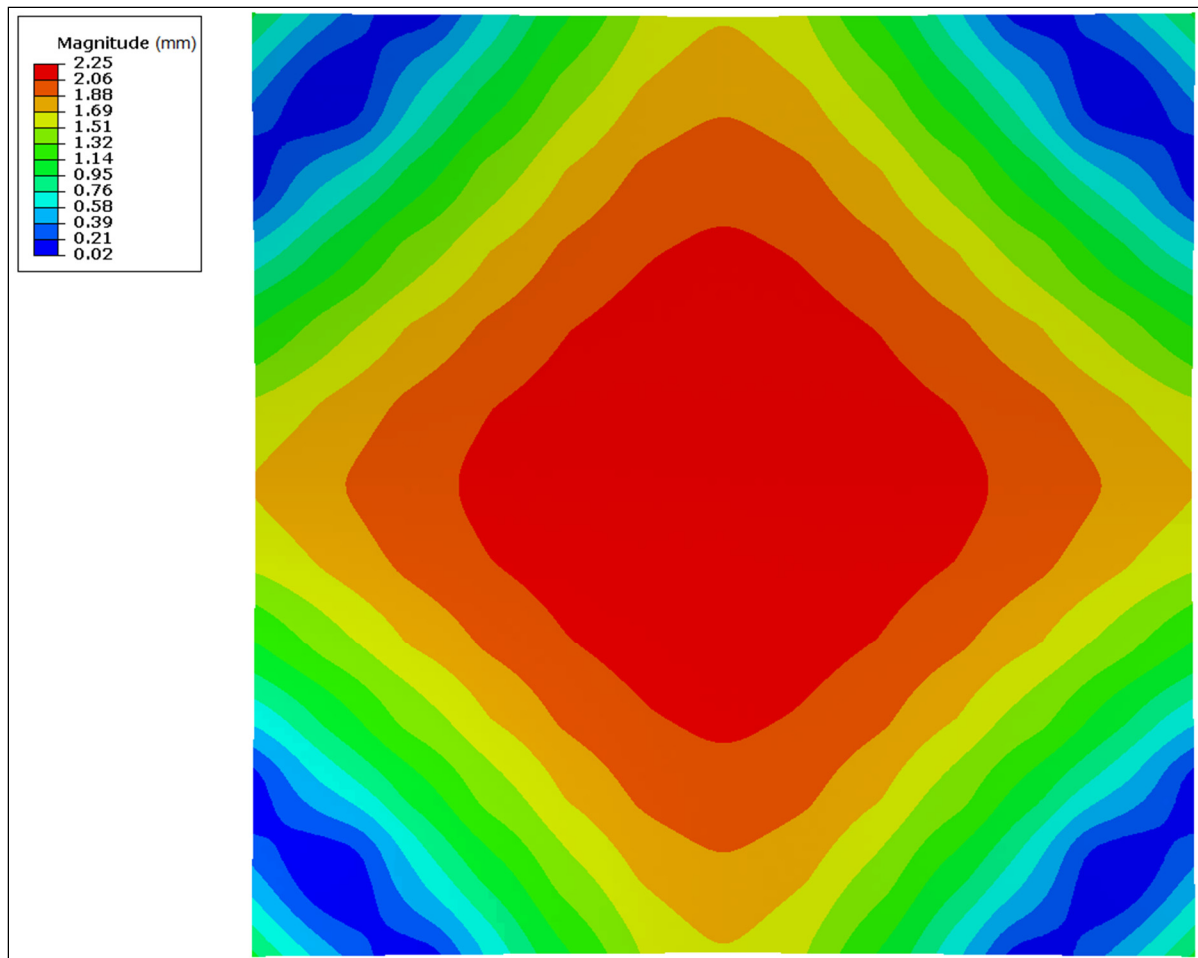


Figure 4.11 Residual difference between measured and calculated vertical displacement for Validation case 1

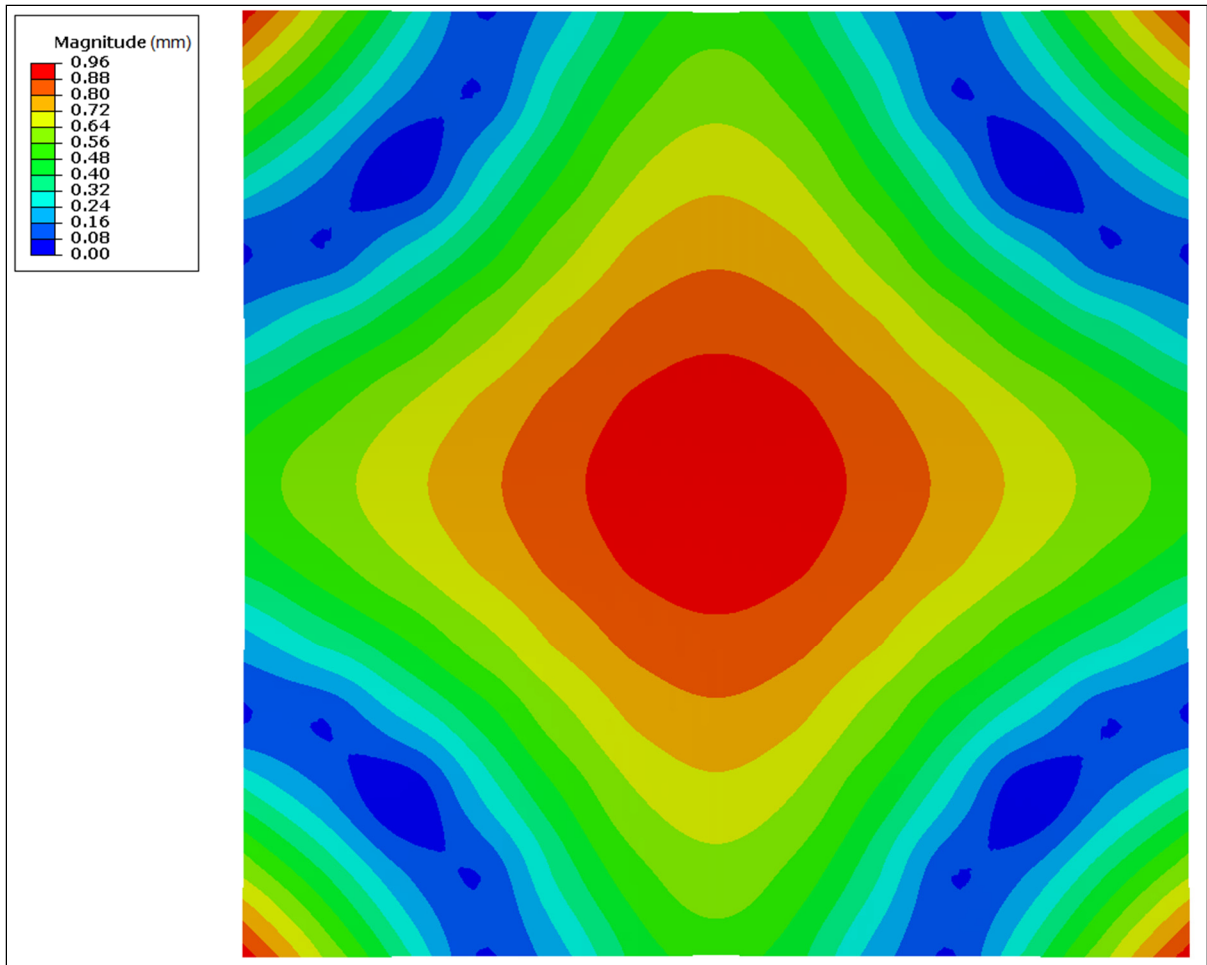


Figure 4.12 Residual difference between measured and calculated vertical displacement for Validation case 2

4.7 Conclusion

In this paper, an inverse multi-objective optimization process combining standard and specific non-standard tests was developed for characterizing the large bending deformation behavior of four-layered CF/PPS material. Standard three-point bending tests with different stacking sequences and non-standard flexural loading tests with different configurations for boundary conditions were performed to study the mechanical responses. Finite element analysis was performed using the Abaqus/Standard commercial FE package based on an

orthotropic hyperelastic model for finite strain shell elements. Material parameters associated with this hyperelastic model were identified by minimizing the discrepancy between experimental and numerical data. Results showed that the proposed method is better suited for characterizing the behavior of four-layered CF/PPS composites in large deformation than the inverse identification method using only the standard three-point bending test. The material model parameters obtained from the proposed method were then validated for the case of an eight-layer CF/PPS material. Results demonstrated that the proposed characterization method can be used to assess properly the mechanical behavior of this multilayered composite.

The method presented in this paper can be applied to characterize and simulate the large anisotropic deformation behavior of non-rigid composite parts during the virtual assembly process.

CHAPITRE 5

OPTIMIZATION OF PERMISSIBLE APPLIED FORCES FOR NON-RIGID COMPOSITE PARTS IN ASSEMBLY

Ngoc-Hung Vu¹, Xuan-Tan Pham¹, Vincent François² and Jean-Christophe Cuillière²

¹Département de génie mécanique, École de technologie supérieure (ÉTS)

²Département de Génie Mécanique, Université du Québec à Trois-Rivières

Cet article a été soumis dans “*Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture*” – SAGE Publications Ltd STM, Août 2019

Résumé

Cet article a développé une méthode d'optimisation des charges appliquées admissibles pour les pièces composites non rigides appliquées au processus d'assemblage. Un algorithme génétique a été utilisé pour trouver le schème optimal de charges appliquées, de telle sorte que la différence entre la forme d'une pièce composite dans l'état de charges appliquées et la forme recherchée soit simultanément minimisée. Une plaque thermoplastique renforcée de fibres de carbone à quatre couches a été utilisée dans cette étude. Son comportement non linéaire anisotrope représenté par un modèle de matériau hyperélastique orthotrope a été modélisé par une analyse par éléments finis utilisant Abaqus/Standard. L'efficacité de la méthode proposée a été validée par des tests expérimentaux.

Mots-clés: Méthode des éléments finis; Composites renforcés de fibres; Optimisation; Algorithme génétique; Processus d'assemblage.

5.1 Abstract

This paper developed an optimization method of permissible applied forces for non-rigid composite parts with application to the assembly process. A genetic algorithm was employed to find the optimal applied forces scheme, such that the discrepancy between the shape of a composite part in applied forces-state and the objective shape is simultaneously minimized. A four-layered carbon fiber reinforced thermoplastic plate was used in this study. Its anisotropic nonlinear behavior represented by an orthotropic hyperelastic material model was modelled through finite element analysis using Abaqus/Standard. The effectiveness of the proposed method was validated by experimental works.

Keywords: Finite element method; Fiber-reinforced composites; Optimization; Genetic algorithm; Assembly process.

5.2 Introduction

In aerospace and automobile industries, the quality control of non-rigid part assemblies becomes a crucial requirement. A large aerospace panel can be easily deformed due to geometric variations, gravity load and residual stresses. It makes the deviation value exceeds the quality requirement. Therefore, during assembly, restrained conditions commonly need to be applied in order to constrain the part to its designed shape (Figure 5.1a). The installations of these restrained conditions are usually expensive and time-consuming. Obviously, a virtual inspection of non-rigid part based on numerical approach could contribute significantly to diminishing the inspection time and cost. Some researchers (G. N. Abenhaim et al., 2015; Gad N. Abenhaim et al., 2013; Aidibe & Tahan, 2014, 2015; Esfahlan & Tahan, 2012; Gentilini & Shimada, 2011; Sabri et al., 2015; Sattarpanah Karganroudi et al., 2016; Weckenmann & Weckenmann, 2006) proposed virtual inspection methods by building a finite element (FE) model of the non-rigid part in free-state. Boundary conditions were then imposed on this FE model to constrain the part to its working shape. The virtual restrained part was compared to the nominal CAD model to evaluate profile deviation.

The American Society of Mechanical Engineers (ASME-Y14.5, 2009) and International Organization for Standardization (ISO-10579, 2010) standards mentions that the restrained conditions must be indicated on CAD drawings of non-rigid manufactured parts. The restraining conditions for these types of parts allow a certain amount of force over a defined area or length which may restrain the part during inspection. For example, in Figure 5.1b, 10 pounds force for each square foot can be imposed on the part to achieve tolerance. Nevertheless, there are no detailed instructions on the distribution of applied assembly forces for an aerospace panel. This causes difficulties for inspection engineers to interpret and apply consistently. This issue could be solved by a virtual inspection capable of automatically estimating the distribution permissible assembly forces. Firstly, the finite element (FE) model of the non-rigid part in free-state was built. Virtual inspection fixtures and estimated assembly forces were then imposed on this FE model to constrain the part to its working shape. The estimation of required applied forces in inspection process of non-rigid part was first considered by Sattarpanah Karganroudi et al. (2018). Their proposed method was applied on aluminum parts with well-known characteristics. For a non-rigid part made by fiber reinforced composite material, this work becomes much more difficult because of its complicated anisotropic nonlinear behavior. Performing an accurate simulation of deformation of composite part becomes a challenging task. In this study, the estimation of assembly forces which allow being applied on a non-rigid composite part was considered.

It is noticed that in the study of Sattarpanah Karganroudi et al. (2018), an optimization method which estimates the required forces on partitioned zones of aluminum parts in assembly was proposed. A limitation of this study is that the numbers and locations of restrained zones were predefined and fixed. Only the optimal force magnitude was considered in the optimization procedure. In case of a non-rigid composite part with large complex shapes, due to its complicated behavior during assembly, all of three variables: location, number and magnitude of applied forces may be required for the optimization procedure. It is also remarked that optimization method coupled with finite element analysis (FEA) provides an effective way in finding the optimal design for assembly process (Chen,

Ni, & Xue, 2007; Hu, Lin, Lai, & Ni, 2001; Lai, 2004; X. Liao & Wang, 2008; Y. G. Liao, 2003; Lu & Zhao, 2015; Wu, Li, & Du, 2015; Yang, Wang, Yang, Kang, & Li, 2017). The genetic algorithm (GA), a heuristic optimization technique based on the ideas of natural selection and genetics, is ideally suited for solving constrained engineering problems design involving discrete variables (Haupt & Haupt, 2003). In assembly, by coupling GA with FEA, many researchers succeeded in optimizing the fixture locating layout for sheet metal. Lai (2004), Y. G. Liao (2003), Lu & Zhao (2015) proposed an optimization method that used GA and FEA to search for the optimal fixture in assembly process of non-rigid sheet metal. In our study, location, number and magnitude of applied forces scheme are treated as three discrete variables in the optimization procedure. Therefore, GA-based optimization method coupled with FEA could be an appropriate approach for the optimization of permissible applied forces for non-rigid composites parts during assembly processes.

This paper proposed an optimization method to automatically estimate the applied forces for non-rigid composite parts in assembly. A GA-based optimization method coupled with FEA was presented to get the optimal applied-forces scheme which can minimize the differences of non-rigid composite part in the final applied forces-state with respect to the objective shape. In our model, searching for the optimal locations, number of places and magnitude of applied forces was considered. A four-layered carbon fiber reinforced polyphenylene sulphide (CF/PPS) plate was used as the composite workpiece. Its anisotropic nonlinear behavior was well studied by Vu et al. (2018) and Vu, Pham, François, & Cuillière (2019). FEA modelling was employed using the Abaqus/Standard to simulate the deformation of composite part under different applied-forces schemes. In order to verify the effectiveness of the proposed method, a validation experiment was conducted with the optimal applied-forces scheme obtained from the optimization process.

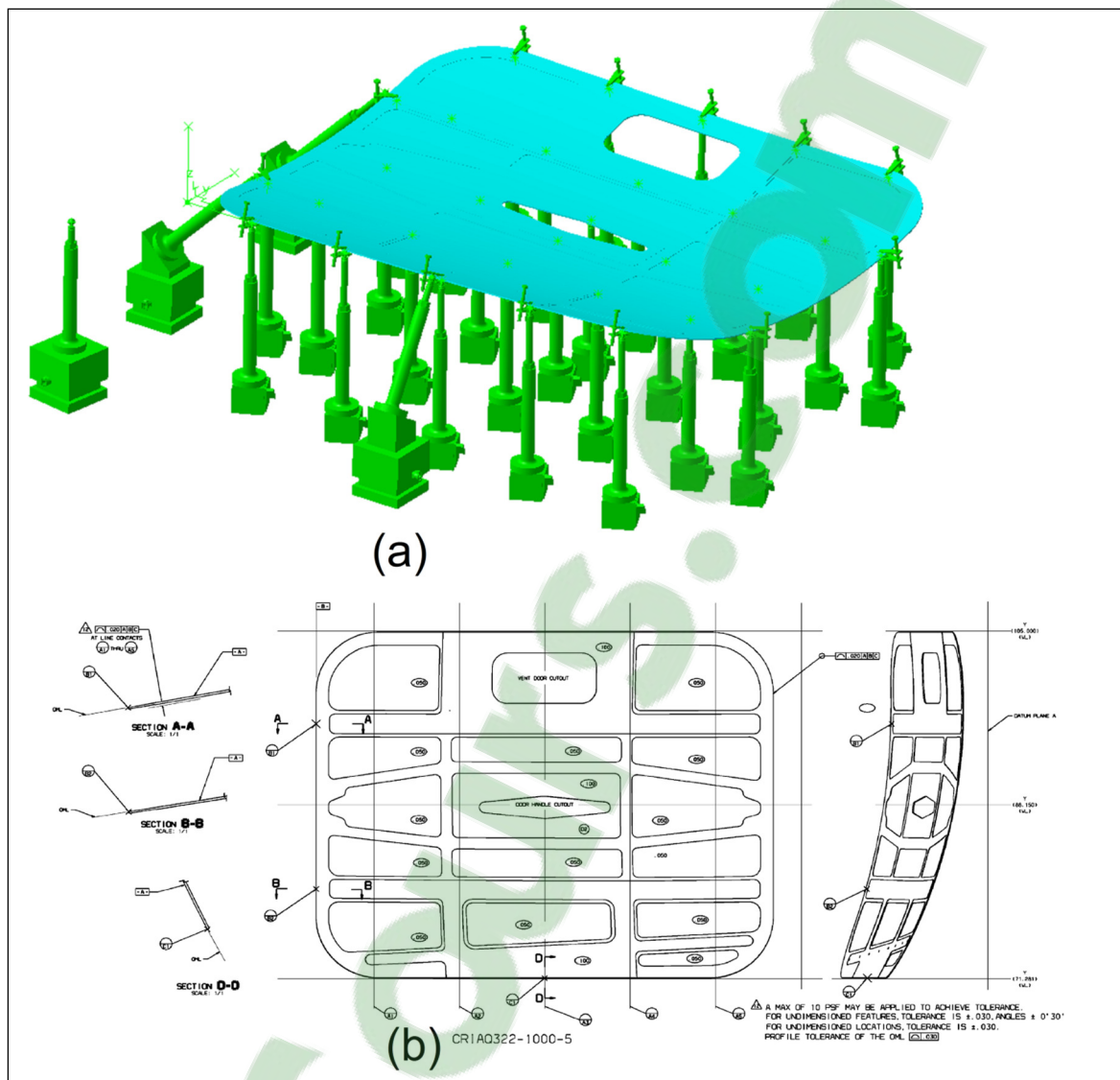


Figure 5.1 (a) An aerospace panel restrained on a hyperstatic datum reference frame.
(b) Its GD&T specification

5.3 Applied forces optimization method for non-rigid part

5.3.1 Optimization of applied forces scheme

The applied forces scheme optimization problem is defined as: finding a method to determine directions, locations, number of places and magnitude of restraining forces so that the differences of non-rigid composite parts in the final applied forces-state with respect to the objective shape are minimized.

An optimization process was realized in order to find the best design to reach the design objective. All probable design candidates of restraining forces scheme need to be realistically predefined based on engineering experience. Due to the stability of non-rigid part during the deformation, applied forces could not be positioned in certain areas of the part, such as edges in the part. To realize an inspection, as depicted in Figure 5.1, the part is first mounted on N datum target points on the primary datum plane, two datum points on the secondary datum plane and one datum target point on the tertiary datum plane. Restraining forces are then applied on the surface of part to retrieve their functional shape. In most cases, restraining forces in the normal direction, that is, the direction of Z - axis are sufficient.

Therefore, in this study, all applied forces were set only in Z direction. A variable can be expressed as a vector $K_i = [x_i, f_i]$ where x_i, f_i denote the location and magnitude in Z -direction of restraining force i^{th} . We denote ω as the set of the locations on part that applied forces could be placed. Hence, the variables x_i should satisfy the following constraints: (1) x_i must be restricted on the set ω and (2) any two locations cannot coincide in each restraining forces scheme. The design variables f_i must be within the range of permissible forces magnitude. The problem facing on this application type of the GA is how to treat a variable number of applied forces. If a zero value is selected for a magnitude variable, the generated scheme will have one less number of applied forces than the initial selection. The optimization model for applied forces layout can be expressed as:

$$\begin{cases} \text{Find : } K = [K_1, K_2, \dots, K_n] \\ \text{Min : } \bar{r}(K) \end{cases} \quad (5.1)$$

where n is the number of restraining forces. $\bar{r}(K)$ is the objective function which represents the distances at measured points between non-rigid parts in applied forces-state and the objective shape.

5.3.2 Optimization method

In this article, an approach to optimizing the applied forces for non-rigid part by coupling genetic algorithm (GA) with FEA was proposed. The applied forces (location and magnitude) were treated as the design variable while the discrepancy in displacement between non-rigid parts in applied forces-state and the objective shape is treated as the objective function. It is noted that there is no direct analytical formula which expresses the liaison between applied forces scheme and the deformation response. FEM was used to model and calculate the deformation of plate under different applied forces scheme.

In GA, a population consisting of individuals standing for design variables was created and the fitness of each design variable was evaluated by objective fitness function value. Through the selection which composes crossover and mutation operators, the survival individuals become members of the next generation. At each iterative generation, the plate deformation was terminated by calling the FEA solver and then was passed to MATLAB for calculating the objective function value. After successfully accomplishing the GAs search, a set of optimal restraining forces schemes was obtained. The GA search was carried out by HyperStudy optimization tool (HyperWorks, 2013). The flowchart was shown in Figure 5.2.

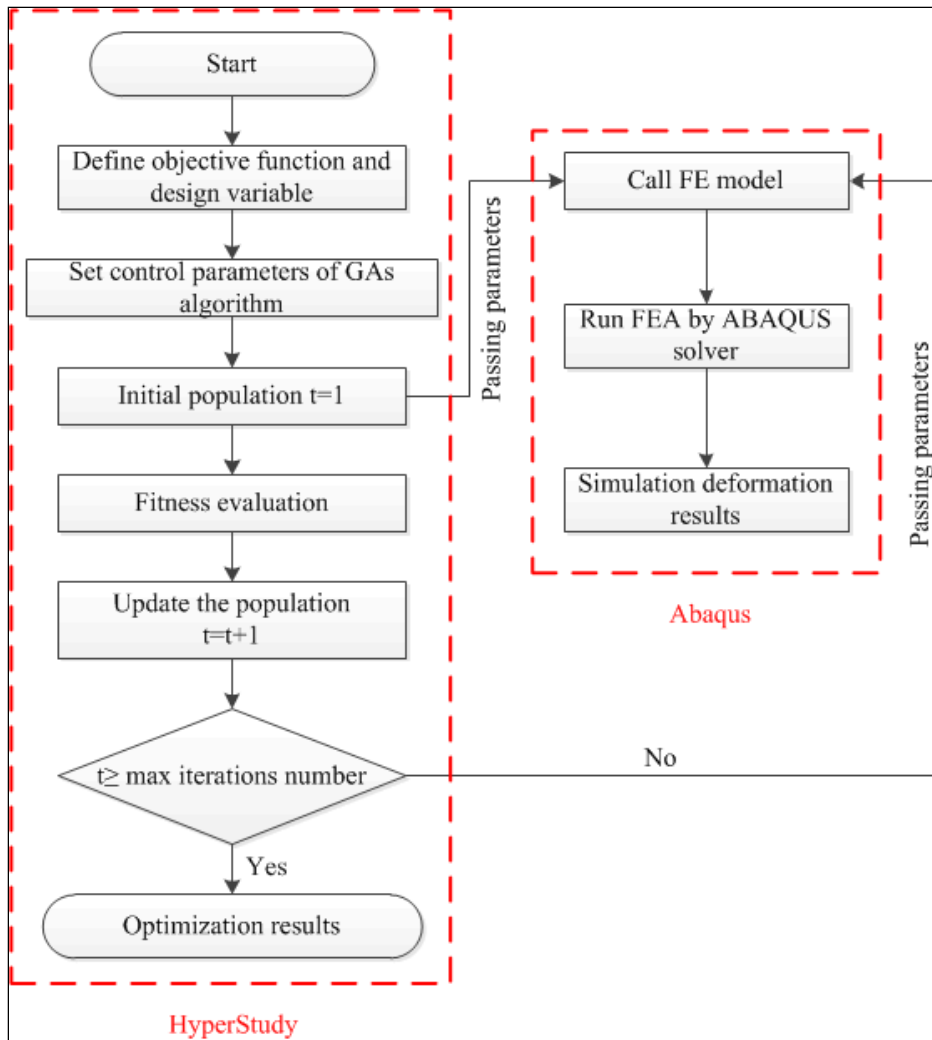


Figure 5.2 Optimization flowchart

5.4 Case study

5.4.1 Curved surface target of composite part and optimization problem

In this section, the applied forces optimization method using GAs algorithm coupled with FEA is illustrated by a multi-layers non-rigid composite part case. A four layers CF/PPS flat part with dimensions 930 mm × 890 mm × 1.24 mm was placed on four rigid sphere-head supports and freely deformed due to gravity effects. FE was used to analyze the structural

constraint applied to the non-rigid part. By adding unknown deformations to the workpiece, the curved surface target was created as shown in Figure 5.3.

In this case, the applied forces scheme optimization problem is to find a scheme of applied forces imposed to CF/PPS flat part so that the parts surface in deformed state is as close as possible to the curved surface target.

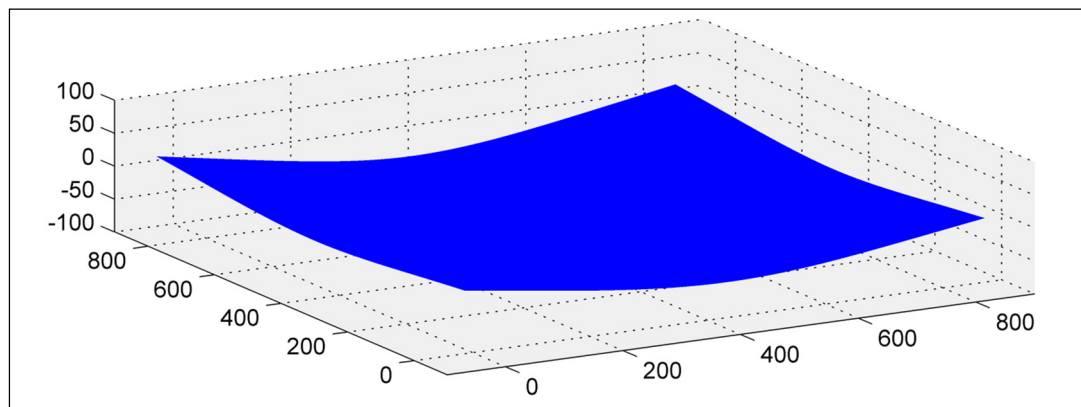


Figure 5.3 Objective shape

5.4.2 Permissible applied forces for composite non-rigid part

For aerospace panels, which have large-sized complex thin shapes, hyperstatic datum reference frames are commonly used to compensate for flexible deformations. Additionally to the use of the datum target, a note specifying the values of restraining forces is typically indicated to impose the functional shape of the part on the fixture. As mention in the above section, for aerospace aluminum parts, the maximum permissible value is 480 N/m^2 . In case of parts made by composite materials such as fiber-reinforced thermoplastic, the value of permissible force need to be modified because its flexure strength is much different than that of aluminum material.

In this study, the three-points bending test was realized in order to determine the flexure strength of CF/PPS. Specimens with stacking sequences $[0, 90]_4$ were placed in the test preparation and pushed against its middle part until the failure occurs. Figure 5.4 shows the test specimens before and after the failure occurred. Table 5.1 showed the parameters of three-points bending test. The procedures were in compliance with standard ASTM D7264/D7264M-15 (2015). Figure 5.5 showed that the failure occurred at 340N of applied force and the flexural strength was then calculated by the following equation:

$$S_f = \frac{3F_{\max} L}{2bh^2} \quad (5.2)$$

where S_f is the force in Newton (N), L is the span in millimeters (mm), h is the thickness of the specimen in millimeters (mm) and b is the width of the specimen in millimeters (mm).

At ultimate applied force of 340 N, the failure occurred and the flexural strength was then calculated at 725.8 MPa. The permissible force of 1567 Pa for this composite material was determined based on the flexure strength and thickness ratio with aluminum material.

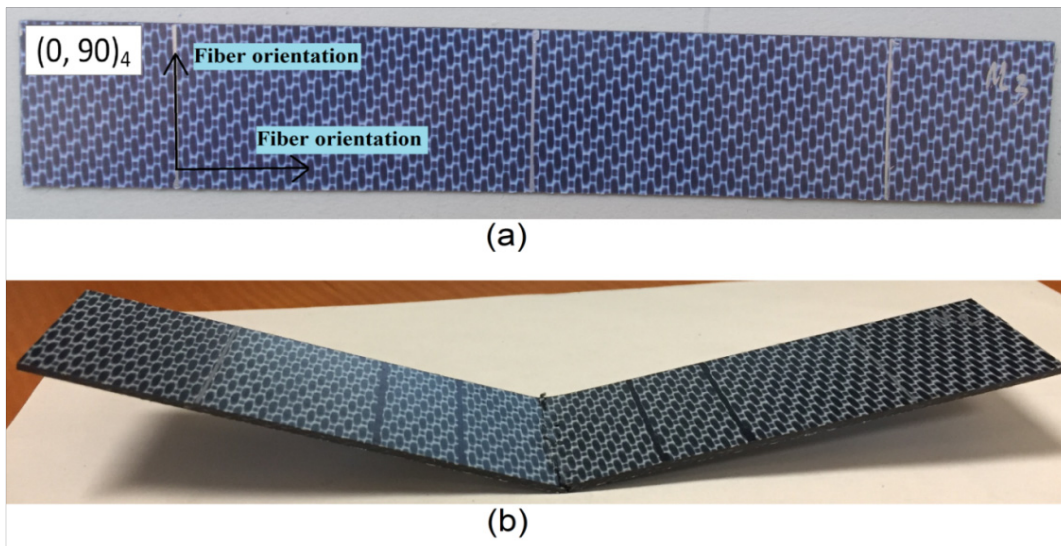


Figure 5.4 Test specimens (a) before the test and (b) when the failure occurred.

Tableau 5.1 Test parameters

Support span	74.4 mm
Velocity	2 mm/min
Radius of loading noses and supports	5 mm

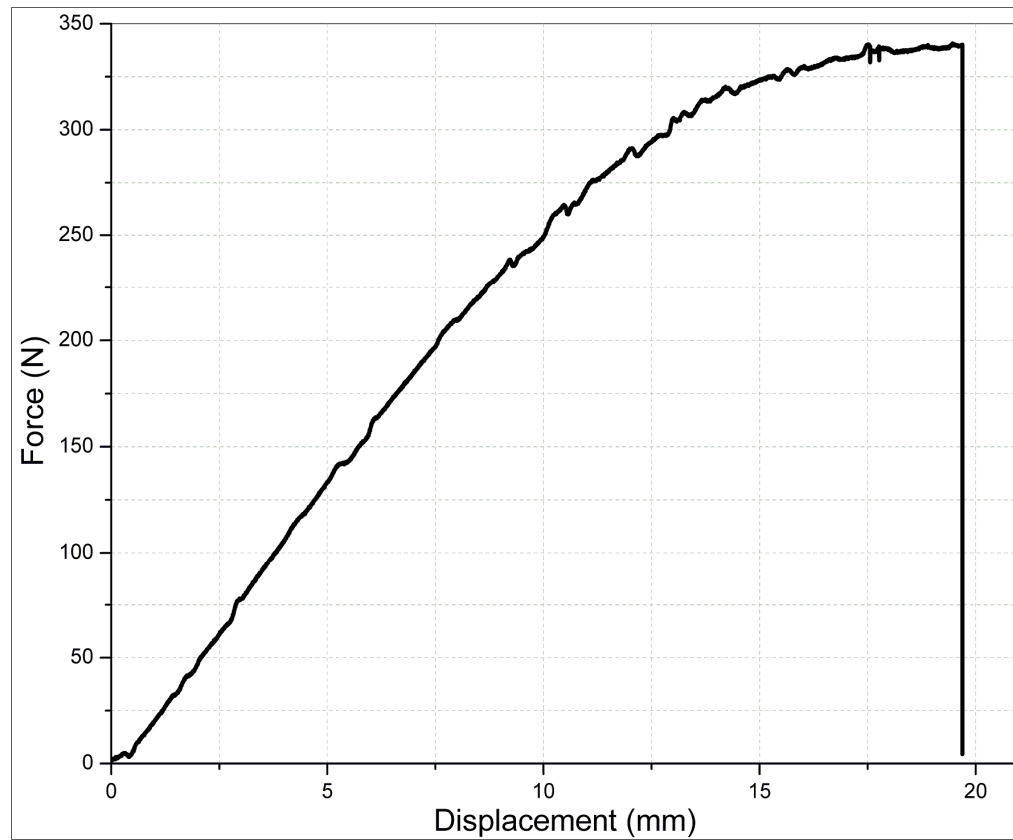


Figure 5.5 Load - displacement relationship until the failure occurred

5.4.3 Genetic algorithm based optimization

5.4.3.1 Design variables and objective

The applied forces scheme is treated as the design variable. Each force variable i is expressed by a vector $K_i = [x_i, f_i]$ where x_i, f_i denote the location and magnitude in Z - direction of restraining force i^{th} . For a genetic algorithm based optimization method, design pools that contain all potential design variables must be defined. The optimum design variables will be searched from the pools to reach the design objective. The applied force pool is composed of a location sub-pool and a magnitude sub-pool. Based on the calculation of permissible applied force for CF/PPS composite part presented above, a maximum force amount of 1567 N/m^2 can be used to impose to the CF/PPS. This means that, with a part of 0.83 m^2 , the total amount of applied forces magnitude must not exceed to 1300 N .

Based on our experience in analyzing the mechanical behavior of fiber-reinforced thermoplastic material, especially for CF/PPS, $[0 \text{ N}, 2 \text{ N}, 2.5 \text{ N}, 3 \text{ N}, 3.5 \text{ N}, 4 \text{ N}]$ are six force-size values that was chosen for magnitude sub-pool Ω . In order to assure the stability of non-rigid part, applied forces could not be positioned out of bounds of four supports. Figure 5.6 shows the chosen location sub-pool Ψ which composed 56 potential force positions (P1 to P56). In this study, the initial number of applied forces is six. The optimization model for applied forces scheme was expressed as:

$$\begin{cases} \text{Find : } K = [K_1(x_1, f_1), K_2(x_2, f_2), \dots, K_n(x_n, f_n)] \\ \text{Min : } \bar{r}(K) = \sqrt{\frac{\sum_{f=1}^{N_f} \varepsilon_f^2}{N_f}} \\ x_i \in \Psi, f_i \in \Omega \\ x_i \neq x_j \end{cases} \quad (5.3)$$

where $\bar{r}(K)$ is the objective function, ε_f represents the distance between point f on the part surface and the corresponding point on objective surface, N_f is the number of calculated points and $x_i \neq x_j$ means that any two force locations cannot coincide.

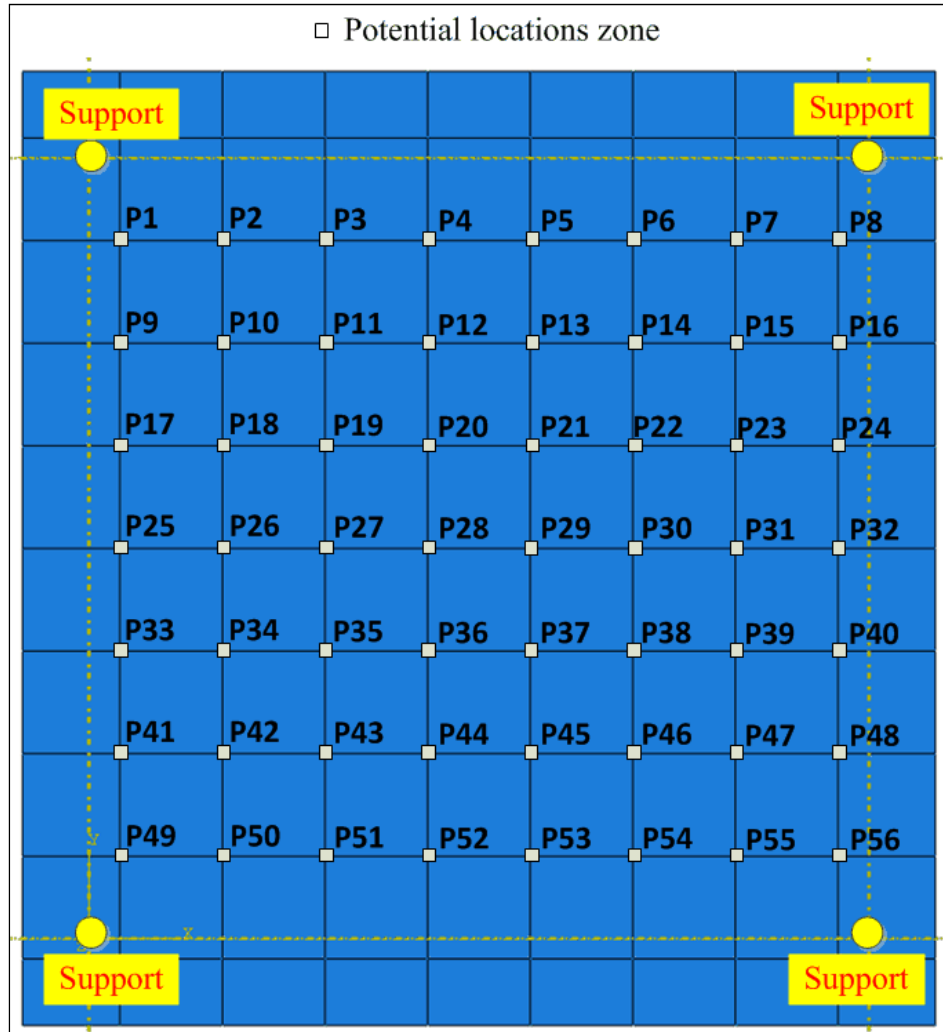


Figure 5.6 Location sub-pool

5.4.3.2 FE modeling of workpiece

The Abaqus/Standard software was used to model the plate deformation under a given applied forces scheme. The plate is meshed by 8460 four-node shell elements with a four layer composite section. It was proved by Vu et al. (2019) that the material mechanical behavior of reinforced with two families of fibers CF/PPS can be modeled by an orthotropic hyperelastic constitutive model. Its form was expressed by a strain energy function of the right Cauchy-Green $\mathbf{C}$ as follows:

$$\begin{aligned} \Psi = & M_1 (I_1 - 3) + M_2 (I_2 - 3) + M_3 (I_1 - 3)(I_2 - 3) + \\ & + k_1 \left[e^{k_2 (I_4 - 1)^2} - 1 \right] + k_3 \left[e^{k_4 (I_6 - 1)^2} - 1 \right] - \frac{1}{2} p (I_3 - 1) \end{aligned} \quad (5.4)$$

where $\mathbf{a}_0$ and $\mathbf{g}_0$ are the initial fiber direction, $I_1 = \text{tr}(\mathbf{C})$, $I_2 = \frac{1}{2} [\text{tr}(\mathbf{C})^2 - \text{tr}(\mathbf{C}^2)]$, $I_4 = \mathbf{a}_0 \cdot \mathbf{C} \mathbf{a}_0$ and $I_6 = \mathbf{g}_0 \cdot \mathbf{C} \mathbf{g}_0$ are the stretch squares of with two fiber families. M_1 , M_2 , M_3 , k_1 , k_2 , k_3 , k_4 are material parameters and their values were shown in Table 5.2.

This material model was implemented as a user-defined material in the Abaqus/Standard. Please refer to the references (Vu et al., 2018, 2019) for more details.

Tableau 5.2 Material parameters set (Vu et al., 2019)

M_1 (MPa)	M_2 (MPa)	M_3 (MPa)	k_1 (MPa)	k_2	k_3 (MPa)	k_4
703.3	915.0	512.0	1131.0	46.2	1131.0	46.2

The applied forces scheme was modeled as a set of vertical concentrated forces imposed to the workpiece. The plate deformation calculated from simulation was used to determine the objective function.

5.4.3.3 Optimization procedure

For the optimization procedure, the population size of 15 was fixed while the maximum generation number was set as 25. Two control parameters are set as “Rate of Crossover” is 1.0 and “Rate of Mutation” is 0.01. The GA iterative process stopped when the convergence of objective function or the maximum generation number is reached. The optimization history is plotted in Figure 5.7, where the objective function is reduced from 2.1 to 0.72 (65.71%). At the optimal scheme, a zero value was selected for magnitude of a applied force variable, therefore number of applied forces is also reduced from six to five. The best solution of applied-forces scheme was shown in Table 5.3

Tableau 5.3 Optimal applied-forces scheme

	Location	Magnitude
K_1	P47	3N
K_2	P26	2.5N
K_3	P81	4N
K_4	P61	3N
K_5	P75	2N

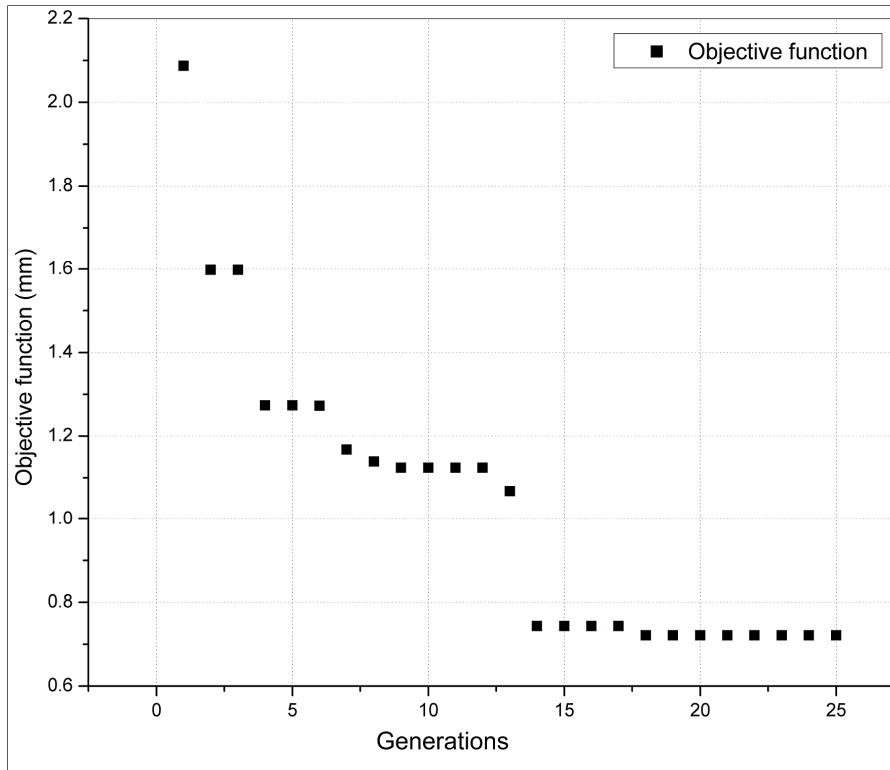


Figure 5.7 Optimization histories

5.4.4 Experimental validation

In order to verify the effectiveness of the proposed optimization method, a validation experiment was conducted. The deformation of four-layered (CF/PPS) composite plate under the optimal applied-forces scheme was illustrated by a load test. A plate with dimensions 930 mm $\times$ 890 mm was placed on four rigid sphere-head supports and freely deformed due to gravity effects. The optimal applied-forces scheme was designed and imposed to the part as shown in Figure 5.8. A system of five steel bars was vertically applied to the part at the optimal positions by their gravity acts. The weight of each bar was precisely adjusted to match the force calculated from the optimization process.

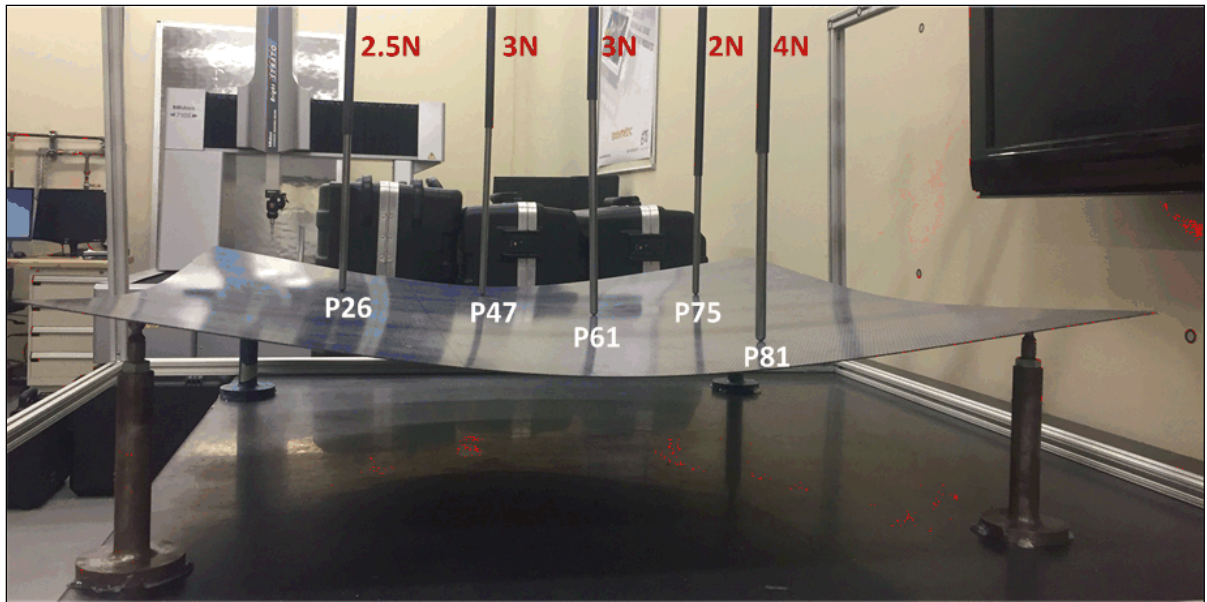


Figure 5.8 Experimental set-up for optimal applied-forces scheme

The experimental data were measured to assess the validity of the simulated results. In this experiment, the high precision coordinate measurement system of Creaform HandyPROBE was employed to measure the plate deformation. As shown in Figure 5.9, coordinates of each point were determined by the triangulation calculation obtained from the retroreflective target of the handheld probe and two C-track video cameras.

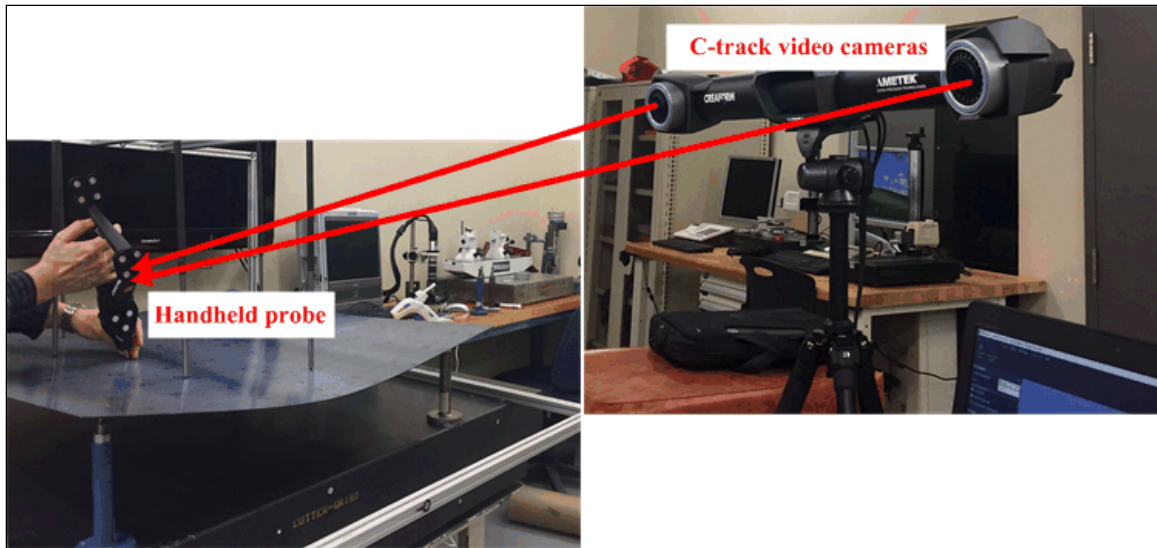


Figure 5.9 Experimental apparatus

The measured plate shape was used to compare with the simulation deformed shape at final optimal applied-forces state. The distance between experimental and simulated plate shape of the composite plate was shown in Figure 5.10. The average distance results was found to be 1.65 mm. The small value obtained validated the effectiveness of the proposed optimization method.

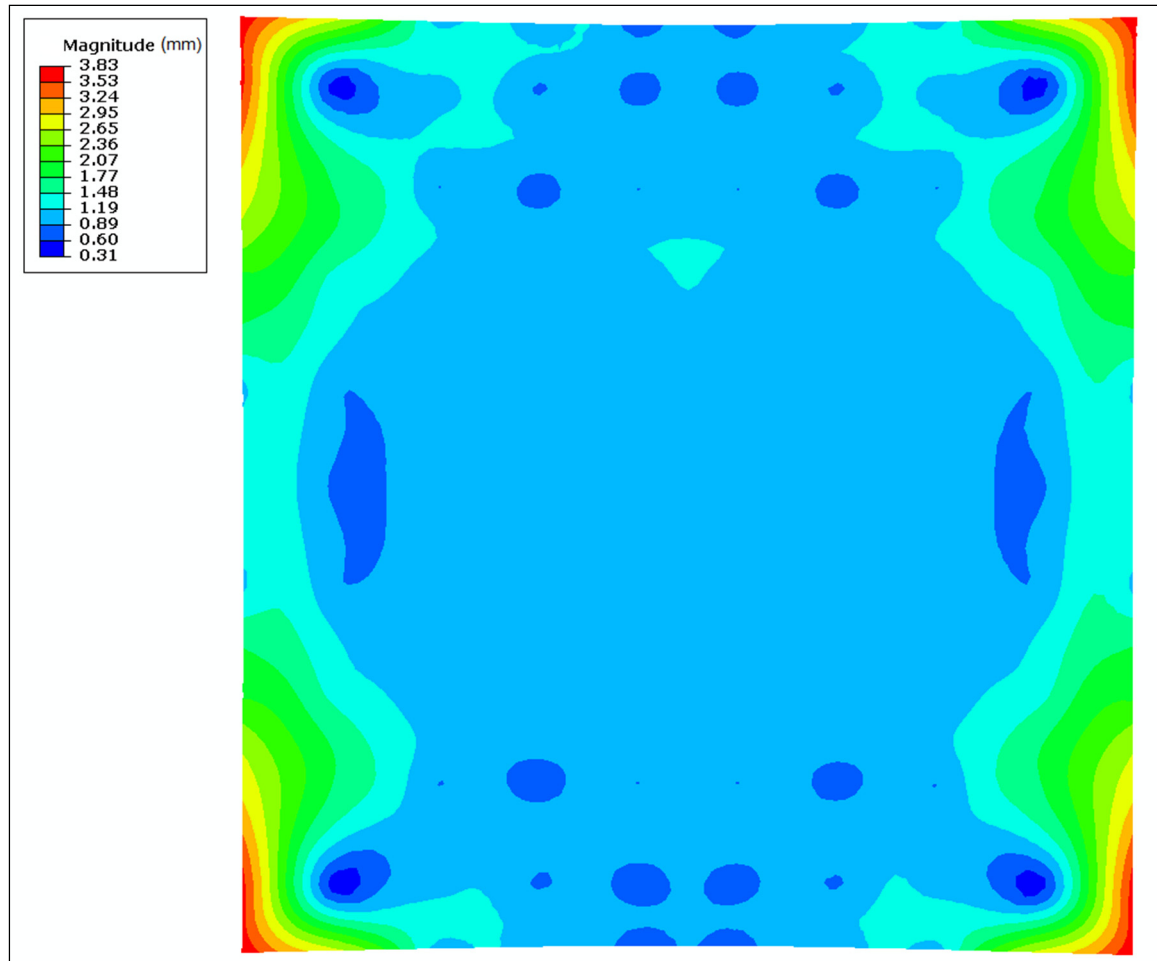


Figure 5.10 Distance between experimental and simulated plate shape

5.5 Conclusion

In this paper, an optimization method of permissible applied forces for non-rigid composites parts. By coupling GAs with FEA, an optimal applied forces scheme was automatically found, such that the distance between the shape of a part made by four-layered carbon fiber reinforced polyphenylene sulphide composites (CF/PPS) in final applied forces-state and the objective shape was minimized. The deformations of composite part under different applied-forces schemes were calculated by FEA modelling through Abaqus/Standard based on an orthotropic hyperelastic model. In the GAs, the locations, magnitude of applied forces were

considered as variables. In order to verify the effectiveness of the proposed method, a validation experiment was conducted with the optimal applied-forces scheme obtain from optimization process. An experimental work was conducted to validate the effectiveness of the proposed optimization method. The deformation of composite plate under the optimal applied-forces scheme was illustrated and compared with the simulation. The proposed method was proven to be a powerful approach for permissible applied forces optimization for non-rigid composites parts in assembly. It is meaningful to the inspector engineers for determining how and where to apply forces when inspecting the part.

CONCLUSION

Le travail présenté dans cette thèse se concentre sur le comportement mécanique de pièces composites multicouches non rigides avec des applications dans le processus d'assemblage virtuel. La thèse commence par une introduction sur le processus d'inspection d'une pièce non rigide et sur l'importance d'une compréhension profonde du comportement des pièces composites non rigides lors du développement d'une méthode de contrôle virtuelle spécifique. Une revue de la littérature sur l'approche de l'hyperélasticité des modèles de matériaux anisotropes, la méthode de caractérisation inverse basée sur la simulation et la méthode d'optimisation des charges de montage admissibles pour les pièces non rigides en assemblage est rapportée au Chapitre 1. La méthodologie utilisée dans la thèse est présentée au Chapitre 2.

Au Chapitre 3, le comportement mécanique de la feuille FRTPC a été évalué par deux modèles hyperélastiques orthotropes. Les paramètres de matériaux de ces modèles ont été identifiés à l'aide des tests de flexion trois points pour des spécimens CF/PPS à quatre couches avec deux séquences d'empilement $[0,90]_4$ et $[\pm 45]_4$. Ces paramètres de matériau ont ensuite été utilisés pour simuler la déformation pour le test de charge avec une bille d'acier appliquée sur une grande feuille de CF/PPS à quatre couches. Les déplacements de la feuille composite prévus par les simulations numériques effectuées avec Abaqus ont été comparés aux données expérimentales afin d'évaluer la pertinence de chaque modèle de matériau utilisé dans cette étude. La plus petite valeur des différences moyennes entre les résultats expérimentaux et numériques (3.39 mm contre 3.64 mm de la fonction d'énergie dans l'Équation (3.16)) a montré que la fonction d'énergie dans l'Équation (3.17) est plus appropriée pour caractériser le comportement de grande flexion d'une feuille multicouche FRTPC.

Le Chapitre 4 vise à améliorer la caractérisation du comportement en flexion importante de CF/PPS à quatre couches obtenues au Chapitre 3 en développant un processus d'optimisation

inverse multi-objectif combinant des tests expérimentaux standard et spécifiques non standards. Les tests de flexion trois points ont été effectués comme des tests standards, tandis que les tests de chargement en flexion avec une grande feuille composite multicouche ont été réalisés comme des tests non standards. La fonction d'énergie de déformation de l'Équation (3.17) a été utilisée pour les simulations numériques. En minimisant les différences entre les données expérimentales et numériques, les paramètres matériels de ce modèle ont été identifiés. La différence moyenne entre les résultats expérimentaux et numériques du test de charge en flexion a été réduite de 3.39mm (Chapitre 3) à 0.88mm. Elle a démontré que la méthode proposée permettait d'améliorer considérablement la caractérisation du comportement en grand déformation de CF/PPS à quatre couches. Les résultats ont prouvé que le comportement mécanique de ce composite multicouche pouvait être correctement déterminé par la méthode proposée.

Les travaux de caractérisation obtenus aux Chapitres 3 et 4 constituent la condition préalable permettant de développer une méthode d'optimisation des charges de montage admissibles pour les pièces composites non rigides appliquées au processus d'assemblage.

En couplant GA et FEA, un processus d'optimisation a été développé pour trouver automatiquement le schème optimal des charges appliquées permettant de conformer la forme d'une pièce composite à sa forme objective. Une pièce fabriquée en CF/PPS à quatre couches a été utilisée pour cette étude. Son comportement mécanique a été déterminé par les travaux de caractérisation présentés aux Chapitres 3 et 4. Le mode FE a été conçu pour prédire la déformation de la pièce composite sous différents schèmes de charges appliquées. La technique GA a ensuite été mise en œuvre pour rechercher le schème optimal des charges appliquées, qui comprend le nombre, les emplacements et la magnitude des charges appliquées. Au schème optimal, la distance entre la forme de la pièce composite et la forme de l'objectif était de 0.72mm. Cette valeur prouvait l'efficacité de la méthode proposée. À la fin de cette étude, un travail expérimental a été conduit pour valider la déformation d'une plaque composite dans le schème des charges optimales. Les résultats du processus

d'optimisation ont démontré que la méthode proposée pourrait être une approche appropriée pour estimer les charges de montage admissibles des pièces composites non rigides lors de l'assemblage.

Limitations et recommandations pour les travaux futurs

Les recommandations associées à notre méthode de caractérisation présentées aux Chapitres 3 et 4 sont également décrites comme suit:

- Dans notre approche, l'Équation (3.17) a démontré son utilité pour capturer le comportement en grande flexion d'un matériau composite multicouche thermoplastique renforcé par des fibres. Ce modèle hyperélastique est divisé en deux parties. La partie isotrope qui est fonction des invariants I_1 et I_2 , présente le comportement mécanique du matériau de la matrice. La partie anisotrope qui est fonction des invariants I_4 et I_6 , décrit les propriétés de deux familles de fibres. L'interaction des fibres avec le constituant matériel n'a pas été prise en compte dans ce modèle. Par conséquent, la pertinence de notre modèle de matériau proposé pourrait être améliorée en prenant en compte ce facteur.
- Dans cette thèse, seul le matériau composite multicouche CF/PPS a été utilisé pour la caractérisation mécanique. Notre méthode de caractérisation proposée doit être validée pour d'autres types de matériaux composites renforcés de fibres.
- Au Chapitre 4, nous avons essayé de générer un état de déformation proche de celui de l'assemblage en effectuant les tests de chargement en flexion avec une grande feuille composite multicouche. On peut voir que les résultats de caractérisation pourraient encore être améliorés en effectuant le test d'expérimentation avec un vrai panneau non rigide utilisé pour l'assemblage.

Il y a aussi des recommandations détaillées liées au Chapitre 5 qui présente une méthode d'optimisation des charges de montage admissibles pour les pièces composites non rigides appliquées au processus d'assemblage. Ces recommandations sont présentées comme suit:

- Dans ce Chapitre, l'algorithme génétique (GA) a prouvé qu'il est un algorithme méta-heuristique efficace pour résoudre les problèmes d'ingénierie pour le processus d'assemblage. Cependant, d'autres types d'algorithmes méta-heuristiques doivent être utilisés dans notre étude pour se rapprocher du minimum de la fonction objectif dans un temps plus court. À l'étape suivante, le "swarm optimization" (PSO) et le "cuckoo search" (CS) pourraient être utilisés pour effectuer la procédure d'optimisation. L'algorithme donnant les résultats les plus précis et les plus robustes sera choisi pour notre approche.
- En raison de la limitation des ressources de calcul, notre schème de charges appliquées est limité à six valeurs de taille de force et à 56 positions possibles. Les résultats d'optimisation pourraient être améliorés en augmentant le nombre de positions de force et le nombre de valeurs de taille de force.

BIBLIOGRAPHIE

- Abaqus. (2013). Repéré le 26 September sur Using Abaqus Online Documentation, Version 6.13 à <http://129.97.46.200:2080/v6.13>
- Abdessalem, J., Kallel, I. K., & Fakhreddine, D. (2011). Theory and finite element implementation of orthotropic and transversely isotropic incompressible hyperelastic membrane. *Multidiscipline Modeling in Materials and Structures*, 7 No. 4, 424-439.
- Abenhaim, G., Desrochers, A., Tahan, A., & Bignon, J. (2015). A Finite Element Boundary Condition Setting Method for the Virtual Mounting of Compliant Components. *Journal of Computing and Information Science in Engineering*, 15(4).
- Abenhaim, G. N., Desrochers, A., & Tahan, A. (2012). Nonrigid parts specification and inspection methods: notions, challenges, and recent advancements. *Int J Adv Manuf Technol*, 63, 741-752.
- Abenhaim, G. N., Desrochers, A., Tahan, A. S., & Bignon, J. (2015). A virtual fixture using a FE-based transformation model embedded into a constrained optimization for the dimensional inspection of nonrigid parts. *Computer-Aided Design*, 62, 248-258. doi: 10.1016/j.cad.2014.12.006
- Abenhaim, G. N., Tahan, A. S., Desrochers, A., & Maranzana, R. (2011). A Novel Approach for the Inspection of Flexible Parts Without the Use of Special Fixtures. *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, 133(1), 011009. doi: 10.1115/1.4003335
- Abenhaim, G. N., Tahan, A. S., Desrochers, A., & Lalonde, J.-F. (2013). Aerospace panels fixtureless inspection methods with restraining force requirements; a technology review. *SAE Technical Paper Collection*.
- Aidibe, A., & Tahan, A. (2014). The inspection of deformable bodies using curvature estimation and Thompson-Biweight test. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 71(9-12), 1733-1747. doi: 10.1007/s00170-013-5540-6

- Aidibe, A., & Tahan, A. (2015). Adapting the coherent point drift algorithm to the fixtureless dimensional inspection of compliant parts. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 79(5-8), 831-841. doi: 10.1007/s00170-015-6832-9
- Aidibe, A., Tahan, A. S., & Abenhaim, G. N. (2012). Distinguishing profile deviations from a part's deformation using the maximum normed residual test. *Wseas transaction on applied and theorical mechanics*, 7(1), 18-28.
- Aimene, Y., Hagege, B., Sidoroff, F., Vidal-Sallé, E., Boisse, P., & Dridi, S. (2008). Hyperelastic Approach for Composite Reinforcement Forming Simulations. *International Journal of Material Forming*, 1(1), 811-814. doi: 10.1007/s12289-008-0259-x. Repéré à <https://doi.org/10.1007/s12289-008-0259-x>
<https://link.springer.com/content/pdf/10.1007%2Fs12289-008-0259-x.pdf>
- Aimène, Y., Vidal-Sallé, E., Hagege, B., Sidoroff, F., & Boisse, P. (2009). A Hyperelastic Approach for Composite Reinforcement Large Deformation Analysis. *Journal of Composite Materials*, 44(1), 5-26. doi: 10.1177/0021998309345348. Repéré à <https://doi.org/10.1177/0021998309345348>
- ASME-Y14.5 (2009). Dimensioning and tolerancing. The American Society of Mechanical Engineers. *The American Society of Mechanical Engineers National Standard*, New York.
- ASTM D7264/D7264M-15 (2015). Standard Test Method for Flexural Properties of Polymer Matrix Composite Materials. ASTM International, West Conshohocken, PA.
- Balzani, D., Neff, P., Schröder, J., & Holzapfel, G. A. (2006). A polyconvex framework for soft biological tissues. Adjustment to experimental data. *International Journal of Solids and Structures*, 43(20), 6052-6070. doi: 10.1016/j.ijsolstr.2005.07.048
- Basar, Y., & Itskov, M. (1998). Finite element formulation of the Odgen material model with application to rubber-like shells. *International journal for numerical methods in engineering*, 42, 1279—1305.
- Belhabib, S., Haddadi, H., Gaspérini, M., & Vacher, P. (2008). Heterogeneous tensile test on elastoplastic metallic sheets: Comparison between FEM simulations and full-field

strain measurements. *International Journal of Mechanical Sciences*, 50(1), 14-21. doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2007.05.009>. Repéré à <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0020740307000860>

Bruno, L., Felice, G., Pagnotta, L., Poggialini, A., & Stigliano, G. (2008). Elastic characterization of orthotropic plates of any shape via static testing. *International Journal of Solids and Structures*, 45(3), 908-920. doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2007.09.017>. Repéré à <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0020768307003721>

Chen, W., Ni, L., & Xue, J. (2007). Deformation control through fixture layout design and clamping force optimization. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 38(9-10), 860-867. doi: 10.1007/s00170-007-1153-2. Repéré à <http://dx.doi.org/10.1007/s00170-007-1153-2>

Cooreman, S., Lecompte, D., Sol, H., Vantomme, J., & Debruyne, D. (2007). Identification of Mechanical Material Behavior Through Inverse Modeling and DIC. *Experimental Mechanics*, 48(4), 421-433. doi: 10.1007/s11340-007-9094-0

Esfahlan, H. R., & Tahan, S. A. (2012). Nonrigid geometric metrology using generalized numerical inspection fixtures. *Precision Engineering*, 36, 1– 9.

Genovese, K., Lamberti, L., & Pappalettere, C. (2004). A new hybrid technique for in-plane characterization of orthotropic materials. *Experimental Mechanics*, 44(6), 584-592. doi: 10.1007/BF02428248. Repéré à <https://doi.org/10.1007/BF02428248>

Gentilini, I., & Shimada, K. (2011). Predicting and evaluating the post-assembly shape of thin-walled components via 3D laser digitization and FEA simulation of the assembly process. *Computer-Aided Design*, 43(3), 316-328. doi: 10.1016/j.cad.2010.11.004

Gong, Y., Peng, X., Yao, Y., & Guo, Z. (2016). An anisotropic hyperelastic constitutive model for thermoplastic woven composite prepregs. *Composites Science and Technology*, 128, 17-24. doi: 10.1016/j.compscitech.2016.03.005

- Gruttmann, F., & Taylor, R. L. (1992). Theory and finite element formulation of rubberlike membrane shell using principal stretches. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 35, 1111-1126.
- Guélon, T., Toussaint, E., Le Cam, J. B., Promma, N., & Grédiac, M. (2009). A new characterisation method for rubber. *Polymer Testing*, 28(7), 715-723. doi: <https://doi.org/10.1016/j.polymertesting.2009.06.001>. Repéré à <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0142941809001019>
- Haupt, R. L., & Haupt, S. E. (2003). *Practical Genetic Algorithms* (Second éd.). New York: John Wiley & Sons, Inc.
- Holzapfel, G. A. (2000). *Nonlinear solid mechanics : a continuum approach for engineering*. Chichester; New York: Wiley.
- Holzapfel, G. A., Gasser, T. C., & Ogden, R. (2000). A New Constitutive Framework for Arterial Wall Mechanics and a Comparative Study of Material Models. *Journal of Elasticity*, (61), 1–48.
- Horgan, C. O. (2015). The remarkable Gent constitutive model for hyperelastic materials. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 68, 9–16.
- Hu, M., Lin, Z., Lai, X., & Ni, J. (2001). Simulation and analysis of assembly processes considering compliant, non-ideal parts and tooling variations. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 41(15), 2233-2243. doi: [https://doi.org/10.1016/S0890-6955\(01\)00044-X](https://doi.org/10.1016/S0890-6955(01)00044-X). Repéré à <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S089069550100044X>
- HyperWorks. (2013). HyperStudy Tutorials, Version 12.0. *Altair Engineering, Inc.*
- ISO-10579. (2010). ISO 10579:2010. Geometrical product specifications (GPS) - dimensioning and tolerancing—non-rigid parts. Geneva. *International Organization for Standardization (ISO)*.
- Itskov, M. (2001). A generalized orthotropic hyperelastic material model with application to incompressible shells. *Int. J. Numer. Meth. Engng*, 50, 1777–1799.

- Kajberg, J., & Lindkvist, G. (2004). Characterisation of materials subjected to large strains by inverse modelling based on in-plane displacement fields. *International Journal of Solids and Structures*, 41(13), 3439-3459. doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2004.02.021>. Repéré à <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0020768304000770>
- Lai, X. (2004). Flexible assembly fixturing layout modeling and optimization based on genetic algorithm. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 17, 89-92. doi: 10.3901/CJME.2004.01.089
- Lecompte, D., Smits, A., Sol, H., Vantomme, J., & Van Hemelrijck, D. (2007). Mixed numerical–experimental technique for orthotropic parameter identification using biaxial tensile tests on cruciform specimens. *International Journal of Solids and Structures*, 44(5), 1643-1656. doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2006.06.050>. Repéré à <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0020768306002848>
- Liao, X., & Wang, G. G. (2008). Simultaneous optimization of fixture and joint positions for non-rigid sheet metal assembly. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 36(3), 386-394. doi: 10.1007/s00170-006-0827-5. Repéré à <https://doi.org/10.1007/s00170-006-0827-5>
- Liao, Y. G. (2003). A genetic algorithm-based fixture locating positions and clamping schemes optimization. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture*, 217(8), 1075-1083. doi: 10.1177/095440540321700805. Repéré à <https://doi.org/10.1177/095440540321700805>
- Liu, H., Shen, Y., Yang, S., Zheng, P., & Zhang, L. (2017). A comprehensive solution to miniaturized tensile testing: Specimen geometry optimization and extraction of constitutive behaviors using inverse FEM procedure. *Fusion Engineering and Design*, 121, 188-197. doi: 10.1016/j.fusengdes.2017.07.016
- Lu, C., & Zhao, H.-W. (2015). Fixture layout optimization for deformable sheet metal workpiece. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 78(1), 85-98. doi: 10.1007/s00170-014-6647-0. Repéré à <https://doi.org/10.1007/s00170-014-6647-0>

- Nolan, D. R., Gower, A. L., Destrade, M., Ogden, R. W., & McGarry, J. P. (2014). A robust anisotropic hyperelastic formulation for the modelling of soft tissue. *J Mech Behav Biomed Mater*, 39, 48-60. doi: 10.1016/j.jmbbm.2014.06.016. Repéré à <http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/25104546>
- Ogden, R. W. (1984). *Non-linear elastic deformations*. E. Horwood. Repéré à <https://books.google.ca/books?id=-pEeAQAAIAAJ>
- Pagnotta, L. (2006). Determining elastic constants of materials with interferometric techniques. *Inverse Problems in Science and Engineering*, 14(8), 801-818. doi: 10.1080/17415970600838806. Repéré à <https://doi.org/10.1080/17415970600838806>
- Peng, X., Guo, Z., Du, T., & Yu, W.-R. (2013). A simple anisotropic hyperelastic constitutive model for textile fabrics with application to forming simulation. *Composites Part B: Engineering*, 52, 275-281. doi: <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2013.04.014>. Repéré à <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1359836813001625>
- Peng, X. Q., & Cao, J. (2005). A continuum mechanics-based non-orthogonal constitutive model for woven composite fabrics. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 36(6), 859-874. doi: 10.1016/j.compositesa.2004.08.008
- Peng, X. Q., Guo, Z. Y., Zia Ur, R., & Harrison, P. (2010). A Simple Anisotropic Fiber Reinforced Hyperelastic Constitutive Model for Woven Composite Fabrics. *International Journal of Material Forming*, 3(S1), 723-726. doi: 10.1007/s12289-010-0872-3
- Pham, X.-T., Bates, P., & Chesney, A. (2005). Modeling of Thermoforming of Low-density Glass Mat Thermoplastic. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, 24(3), 287-298. doi: 10.1177/0731684405043556. Repéré à <https://doi.org/10.1177/0731684405043556>
- Pottier, T., Vacher, P., Toussaint, F., Louche, H., & Coudert, T. (2011). Out-of-plane Testing Procedure for Inverse Identification Purpose: Application in Sheet Metal Plasticity. *Experimental Mechanics*, 52(7), 951-963. doi: 10.1007/s11340-011-9555-3

- Prot, V., Skallerud, B., & Holzapfel, G. A. (2007). Transversely isotropic membrane shells with application to mitral valve mechanics. Constitutive modelling and finite element implementation. *Int. J. Numer. Meth. Engng*, 71, 987–1008.
- Radvar-Esfahlan, H., & Tahan, S.-A. (2014). Robust generalized numerical inspection fixture for the metrology of compliant mechanical parts. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 70(5), 1101-1112. doi: 10.1007/s00170-013-5344-8. Repéré à <https://doi.org/10.1007/s00170-013-5344-8>
- Rivlin, R. S. (1997). Large Elastic Deformations of Isotropic Materials. Dans G. I. Barenblatt & D. D. Joseph (Eds.), *Collected Papers of R.S. Rivlin: Volume I and II* (pp. 90-108). New York, NY: Springer New York. doi: 10.1007/978-1-4612-2416-7_8. Repéré à https://doi.org/10.1007/978-1-4612-2416-7_8
- Sabri, V., Tahan, S. A., Pham, X. T., Moreau, D., & Galibois, S. (2015). Fixtureless profile inspection of non-rigid parts using the numerical inspection fixture with improved definition of displacement boundary conditions. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 82(5-8), 1343-1352. doi: 10.1007/s00170-015-7425-3
- Sattarpanah Karganroudi, S., Cuillière, J.-C., Francois, V., & Tahan, S.-A. (2016). Automatic fixtureless inspection of non-rigid parts based on filtering registration points. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 87(1), 687-712. doi: 10.1007/s00170-016-8496-5. Repéré à <https://doi.org/10.1007/s00170-016-8496-5>
- Sattarpanah Karganroudi, S., Cuillière, J.-C., François, V., & Tahan, S.-A. (2018). “What-if” scenarios towards virtual assembly-state mounting for non-rigid parts inspection using permissible loads. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 97(1), 353-373. doi: 10.1007/s00170-018-1947-4. Repéré à <https://doi.org/10.1007/s00170-018-1947-4>
- Simo, J., & Hughes, T. (1998). *Computational Inelasticity*. New York: Springer.
- Spencer, A. J. M. (1984). *Continuum theory of the mechanics of fibre-reinforced composites*. Wien : Springer. Repéré à <http://lib.ugent.be/catalog/rug01:000205489>

- Spencer, A. J. M. (2000). Theory of fabric-reinforced viscous fluid. *Composites: Part A*, 31, 1311–1321.
- Suchocki, C. (2011). A finite element implementation of knowles stored-energy function: Theory, coding and applications. *The Archive of Mechanical Engineering*, Vol. LVIII. doi: 10.2478/v10180-011-0021-7
- Tanaka, M., Noguchi, H., Fujikawa, M., Sato, M., Oi, S., Kobayashi, T., . . . Nonomura, C. (2010). Development of Large Strain Shell Elements for Woven Fabrics with Application to Clothing Pressure Distribution Problem. *Computer Modeling in Engineering & Sciences*, 62, No.3, 265-290.
- Vu, N.-H., Pham, X.-T., François, V., & Cuillière, J.-C. (2018). Characterization of multilayered carbon-fiber–reinforced thermoplastic composites for assembly process. *Journal of Thermoplastic Composite Materials*, 32(5), 673-689. doi: 10.1177/0892705718772878. Repéré à <https://doi.org/10.1177/0892705718772878>
- Vu, N.-H., Pham, X.-T., François, V., & Cuillière, J.-C. (2019). Inverse procedure for mechanical characterization of multi-layered non-rigid composite parts with applications to the assembly process. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 0954406219861126. doi: 10.1177/0954406219861126. Repéré à <https://doi.org/10.1177/0954406219861126>
- Wang, Z., Cárdenas-García, J. F., & Han, B. (2005). Inverse method to determine elastic constants using a circular disk and moiré interferometry. *Experimental Mechanics*, 45(1), 27-34. doi: 10.1007/BF02428987. Repéré à <https://doi.org/10.1007/BF02428987>
- Weckenmann, A., & Weckenmann, Johannes. (2006). Optical inspection of formed sheet metal parts applying fringe projection systems and virtual fixation. *Metrology and Measurement Systems*, 13(4): 122.
- Weiss, J. A., Makerc, B. N., & Govindjeed, S. (1995). Finite element implementation of incompressible, transversely isotropic hyperelasticity. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg*, 135, 107-128.

- Wu, F., Li, D., & Du, B. (2015). Optimal assembly of a skin panel onto the fuselage framework based on force control technology. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part E: Journal of Process Mechanical Engineering*, 230(6), 447-451. doi: 10.1177/0954408914568396. Repéré à <https://doi.org/10.1177/0954408914568396>
- Yang, B., Wang, Z., Yang, Y., Kang, Y., & Li, C. (2017). Optimization of fixture locating layout for sheet metal part by cuckoo search algorithm combined with finite element analysis. *Advances in Mechanical Engineering*, 9(6), 1687814017704836. doi: 10.1177/1687814017704836. Repéré à <https://doi.org/10.1177/1687814017704836>