

TABLE DES MATIÈRES

	Page
INTRODUCTION	1
CHAPITRE 1 ETAT DE L'ART	5
1.1 Historique.....	5
1.2 Les drones et leur classification.....	6
1.2.1 Les drones à voilures tournantes (UAVs).....	8
1.2.1.1 Les Mono-rotors.....	9
1.2.1.2 Les birotors contrarotatifs	11
1.3 Utilisation des drones.....	13
1.4 Les quadrotors ou les rotors multiples	18
1.5 Les techniques de commande pour les quadrotors	20
1.5.1 Commande par PID.....	21
1.5.2 La commande par mode glissant.....	22
1.5.3 Backstepping.....	22
1.5.4 Commande adaptative.....	23
1.5.5 Commande à saturation.....	24
1.6 Outils mathématiques.....	25
CHAPITRE 2 MODÉLISATION DYNAMIQUE DU QUADROTOR.....	29
2.1 Description générale d'un quadrotor	29
2.2 Mouvements du quadrotor	30
2.3 Modèle dynamique de quadrotor	35
2.3.1 Hypothèse du modèle.....	35
2.3.2 Choix de coordonnées.....	35
2.3.3 Matrice Rotation	36
2.3.4 Cinématique du quadrotor.....	38
2.3.5 Développement du modèle dynamique du quadrotor	40
2.3.5.1 Équations de mouvements de rotation du quadrotor.....	40
2.3.5.2 Forces et Moments agissants sur le quadrotor	42
2.3.5.2.1 Forces agissants sur le quadrotor.....	42
2.3.5.2.2 Moments agissants sur le quadrotor	43
2.3.5.3 Équations de mouvements de translation du quadrotor	45
2.3.6 Calcul des vitesses de rotation des moteurs du quadrotor	47
CHAPITRE 3 CONCEPTION DE L'APPROCHE DE COMMANDE	49
3.1 Décomposition du modèle dynamique du quadrotor	49
3.2 Problématique de la commande	52
3.3 Principe de conception de la commande.....	53
3.4 Conception de la commande à saturation	55
3.4.1 Démonstration.....	55
3.4.2 Contrôle de la position du quadrotor	59

3.5	Contrôle d'orientation du quadrotor	62
3.5.1	Calcul de la loi de commande U_2	62
3.5.2	Calcul de la loi de commande U_3	65
3.5.3	Calcul de la loi de commande U_4	69
CHAPITRE 4	SIMULATIONS NUMÉRIQUE	73
4.1	Modèle de simulation.....	75
4.2	Simulation.....	74
4.2.1	Paramètres du modèle en simulation	75
4.2.2	Premier essai de vol	77
4.2.3	Deuxième essai de vol	90
4.2.4	Simulation avec un bruit blanc	92
CONCLUSION		101
RECOMMANDATIONS		101
ANNEXE I	CALCUL DES EXPRESSIONS DE L'ENERGIE CINETIQUE ET POTENTIELLE DU MOUVEMENT DE ROTATION DU QUADROTOR	103
ANNEXE II	COMMANDE BACKSTEPPING ADAPTATIVE.....	107
LISTE DE RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....		110

LISTE DES TABLEAUX

	Page
Tableau 4.1 Paramètres des simulations Matlab/Simulink	75
Tableau 4.2 Conditions initiales des paramètres du quadrotor	75
Tableau 4.3 Paramètres des moteurs du robot volant	76
Tableau 4.4 Gains de la commande backstepping adaptative	76
Tableau 4.5 Trajectoire désirée du quadrotor en simulation	78
Tableau 4.6 Conditions initiales du quadrotor	79
Tableau 4.7 Paramètres de premier essai de vol	79
Tableau 4.8 Gains de la commande à saturation pour le premier test de simulation	80
Tableau 4.9 Gains de la commande à saturation pour le deuxième test de simulation	82
Tableau 4.10 Paramètres de deuxième essai en simulation	87
Tableau 4.11 Nouveaux gains de la commande à saturation	88

LISTE DES FIGURES

	Page
Figure 1.1 Exemples de mini-drones	7
Figure 1.2 Exemples de micro-drones	7
Figure 1.3 Exemples de drones MALE.....	8
Figure 1.4 Exemples de drones HALE	8
Figure 1.5 Mono-rotor-Catégorie 1.....	9
Figure 1.6 Mono-rotor-Catégorie 2.....	10
Figure 1.7 Mono-rotor-Catégorie 3.....	10
Figure 1.8 Birotor-Catégorie 1.....	11
Figure 1.9 Birotor-Catégorie 2.....	12
Figure 1.10 Birotor-Catégorie 3.....	12
Figure 1.11 Utilisation de drones pour la surveillance	13
Figure 1.12 Utilisation de drones pour le sauvetage.....	14
Figure 1.13 Utilisation de drones pour faire appliquer la loi.....	15
Figure 1.14 Utilisation de drones pour l'inspection.....	16
Figure 1.15 Utilisation de drones dans la cartographie.....	17
Figure 1.16 Utilisation de drones dans la cinématographie.....	18
Figure 1.17 Exemples des drones à rotors multiples	19
Figure 1.18 Quadrotor d'Étienne Oehmichen.....	20
Figure 1.19 Commande par PID avec une fonction saturation.....	24
Figure 1.20 Interprétation géométrique du théorème de Lyapunov	26
Figure 2.1 Structure générale d'un quadrotor	30
Figure 2.2 Translation verticale du quadrotor.....	31

Figure 2.3 Translation horizontale du quadrotor	32
Figure 2.4 Mouvement de tangage du quadrotor	33
Figure 2.5 Mouvement de roulis du quadrotor	34
Figure 2.6 Mouvement de lacet du quadrotor	34
Figure 2.7 Géométrie du quadrotor.....	36
Figure 2.8 Définition des axes de rotation (Bouabdallah, 2007)	37
Figure 3.1 Architecture de la commande en boucle fermée	53
Figure 3.2 Principe de conception de la commande	55
Figure 4.1 Schéma de simulation du quadrotor	74
Figure 4.2 Profil d'une trajectoire polynomiale.....	78
Figure 4.3 Vitesse des moteurs pour une force de poussée égale à $18.2N$	81
Figure 4.4 Vitesse des moteurs pour une force de poussée égale à $15.33N$	82
Figure 4.5 Suivi de trajectoire désirée par le robot volant dans l'espace tridimensionnel	83
Figure 4.6 Suivi de trajectoire désirée par le robot volant selon x, y, z et ψ	84
Figure 4.7 Erreur de suivi selon x, y, z et ψ	84
Figure 4.8 Suivi selon ϕ, θ	85
Figure 4.9 Suivi des vitesses désirées selon $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$ et $\dot{\psi}$	86
Figure 4.10 Suivi des vitesses angulaires $\dot{\phi}, \dot{\theta}$	86
Figure 4.11 Couples d'entrées du quadrotor.....	88
Figure 4.12 Suivi de trajectoire désirée par le robot volant dans l'espace tridimensionnel	89
Figure 4.13 Suivi de trajectoire désirée par le robot volant selon x, y, z et ψ	90
Figure 4.14 Erreur de suivi selon x, y, z et ψ	90
Figure 4.15 Suivi des positions angulaires ϕ, θ	91

Figure 4.16 Suivi des vitesses désirées selon $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$ et $\dot{\psi}$	91
Figure 4.17 Suivi de trajectoire désirée par robot volant dans l'espace tridimensionnel	92
Figure 4.18 Suivi de trajectoire désirée par le robot volant selon x, y, z	93
Figure 4.19 Suivi des positions angulaires ϕ, θ	94
Figure 4.20 Erreur de suivi selon x pour différentes valeurs de bruit blanc.....	94
Figure 4.21 Suivi des vitesses désirées selon $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$	95
Figure 4.22 Suivi des vitesses angulaires $\dot{\phi}, \dot{\theta}$	96

LISTE DES ABRÉVIATIONS, SIGLES ET ACRONYMES

UAV	Unmanned Aerial Vehicle
ÉTS	École de Technologie Supérieure
TUAV	Tactical Unmanned Air Vehicle
MALE	Moyenne Altitude et Longue Endurance
HALE	Haute Altitude et Longue Endurance
PID	Proportionnel, Intégral, Dérivé
LQR	Régulateur Linéaire Quadratique
MIMO	Multiple Input Multiple Output
CIA	Central Intelligence Agency

LISTE DES SYMBOLES ET UNITÉS DE MESURE

$E(X, Y, Z)$	Repère fixe lié à la terre
$B(x, y, z)$	Repère mobile lié au robot volant
$R(\phi, \theta, \psi)$	Matrice de rotation totale $B(x, y, z) \rightarrow E(X, Y, Z)$
e_z	Vecteur unitaire
η	Représente le vecteur de la position du robot volant
x	Position du robot volant par rapport à l'axe $X(m)$
y	Position du robot volant par rapport à l'axe $Y(m)$
z	Position du robot volant par rapport à l'axe $Z(m)$
ϕ	Roulis (rad)
θ	Tangage (rad)
ψ	Lacet (rad)
P	Poids du robot volant (N)
F_T	La somme totale des forces créées par chaque rotor (N)
F_1	Force de poussée créée par le rotor 1 (N)
F_2	Force de poussée créée par le rotor 2 (N)
F_3	Force de poussée créée par le rotor 3 (N)
F_4	Force de poussée créée par le rotor 4 (N)
F_η	Forces de translations appliquées au robot volant (N)
Γ_j	Moments angulaires du robot volant autour de x, y, z ($N.m$)
τ_x	Moment angulaire autour de x ($N.m$)
τ_y	Moment angulaire autour y ($N.m$)

τ_z	Moment angulaire autour z ($N.m$)
τ_{gh}	Moment gyroscopique des hélices ($N.m$)
T	Énergie cinétique (J)
V	Énergie Potentielle (J)
w_i	Vitesse de rotation des moteurs (rad / s)
m	Masse du quadrotor (kg)
g	Gravité (m / s^2)
I_{xx}	Inertie selon l'axe X ($kg.m^2$)
I_{yy}	Inertie selon l'axe Y ($kg.m^2$)
I_{zz}	Inertie selon l'axe Z ($kg.m^2$)
J_r	Moment d'inertie du moteur ($kg.m^2$)
b	Coefficient de poussée ($N.s^2$)
d	Coefficient de traînée ($N.s^2$)
M_i	Matrice inverse
$\sum 1$	Représente la dynamique de translation du robot volant
$\sum 2$	Représente la dynamique de l'orientation du robot volant
$X 2$	Représente le vecteur d'état de $\sum 2$
μ_e	Erreur de la vitesse linéaire en (m / s)
e	Erreur de la position linéaire en (m)
T_d	Force de poussée désirée du quadrotor (N)
T_{d_x}	Loi de commande désirée suivant l'axe X (N)
T_{d_y}	Loi de commande désirée suivant l'axe Y (N)

T_{d_z}	Loi de commande désirée suivant l'axe Z (N)
U_2	Loi de commande désirée de roulis (N)
U_3	Loi de commande désirée de tangage (N)
U_4	Loi de commande désirée de lacet (N)
V_i	Fonction de Lyapunov
$\eta_d(t)$	Représente le vecteur de la position désirée du robot volant (m)
$x_d(t)$	Position désirée suivant x (m)
$y_d(t)$	Position désirée suivant y (m)
$z_d(t)$	Position désirée suivant z (m)
$\psi_d(t)$	Trajectoire de lacet désirée ψ (rad)
β_i, α_i	Paramètres du quadrotor à estimer
γ	Gain d'adaptation
K_i	Gains de la commande backstepping adaptative
k_i, σ	Gains de la commande à saturation
δ_b	Fonction saturation
b_i	Paramètres de la fonction saturation

INTRODUCTION

Un drone ou UAV est défini comme un robot volant sans pilote. Il peut être contrôlé semi-autonome ou complètement autonome. Son utilisation est d'abord militaire pour des missions de reconnaissances ou de surveillance (Valavanis, 2008). En effet, le large domaine des robots volants augmente progressivement depuis le début des années 80 (Newcome, 2004). De nos jours, les robots volants peuvent être déployés dans certains domaines qui nécessitent un système moderne capable de fournir de l'information ou de transférer l'information. Des applications civiles font leur apparition comme la surveillance du trafic routier, l'inspection d'ouvrage d'art ou bien la prévention des feux de forêt, etc...

D'autre part, on trouve une vaste variété des robots volants de différentes classes, et parmi les catégories des robots volants les plus populaires au cours de ces dernières années, sont les quadrotors grâce à leur structure mécanique de taille réduite et avec un faible poids, ce qui leur permet d'être déployés dans des milieux très complexes. Ces derniers, dont la commande fait l'objet principal de ce mémoire, faisant partie de la famille des systèmes multirotors. Ce sont des robots volants qui possèdent quatre rotors placés aux extrémités d'une croix. Ces derniers sont contrôlés en agissant sur les vitesses de rotation des quatre rotors. En effet, le problème des quadrotors est relié à leur dynamique fortement non linéaire et pleinement couplée d'où l'obligation d'une approche de commande performante et permettant d'assurer la stabilité et de garantir la robustesse, ainsi qu'un parfait suivi de trajectoires désirées.

Avec la complexité des nouveaux systèmes robotisés dont la dynamique est fortement couplée, les correcteurs linéaires deviennent incapables d'assurer une bonne stabilité et donnent parfois des résultats moins performants. Pour résoudre ce problème, l'orientation des recherches de nos jours est vers les techniques de commande non linéaires qui donnent des résultats satisfaisants au niveau pratique. Parmi ces commandes non linéaires, on trouve la commande par la procédure du backstepping, la commande par mode glissant et le backstepping adaptatif.

L'objectif principal dans ce mémoire est donc de développer une commande permettant la commande de la position d'un robot volant de type quadrotor et permettant d'assurer la stabilité, ainsi qu'il sera capable de garantir la poursuite d'une trajectoire désirée. Donc, on va proposer une approche de commande basée principalement sur une commande à saturation pour le contrôle de la position et une commande backstepping adaptative pour le contrôle de l'orientation.

Méthodologie

Pour atteindre l'objectif principal, nous devons suivre la méthodologie suivante:

- Le développement du modèle dynamique du robot volant de type quadrotor;
- La conception d'une commande à saturation pour le contrôle de la position;
- La conception d'une commande backstepping adaptative pour le contrôle de l'orientation;
- Le développement du modèle de simulation du quadrotor en boucle fermée;
- La simulation du modèle sous Matlab/Simulink;
- La validation par des résultats de simulation de l'approche de commande.

Ce mémoire est composé de 4 chapitres:

Chapitre 1 présente une revue de littérature sur les drones, leur classification, et leurs domaines d'applications. Ensuite, une revue de littérature sur les diverses approches de commande non-linéaires pour mener et justifier les choix et les orientations de ce travail et enfin, quelques outils mathématiques pour la conception de la commande.

Chapitre 2 présente le développement du modèle dynamique du quadrotor. Celui-ci est effectué en utilisant la méthode d'Euler Lagrange. On y présente aussi le principe de vol du quadrotor, ainsi que les différentes forces et moments agissants sur le quadrotor.

Chapitre 3 présente le développement de notre approche de commande. Ce dernier est composé de deux parties, soit une partie pour la conception d'une commande à saturation

pour contrôler la dynamique de translation et une autre partie pour la conception d'une commande backstepping adaptative pour contrôler la dynamique de rotation du robot volant. L'analyse de la stabilité asymptotique du système en boucle fermée est effectuée à l'aide de la théorie de Lyapunov.

Chapitre 4 présente les résultats de simulation et la validation de l'approche de commande. Nous commençons par présenter les résultats pour deux scénarios de vol différents, ensuite nous présentons les résultats de simulation avec des perturbations au niveau des capteurs de position.

Nous finissons par une conclusion générale et des perspectives pour les futurs travaux.

CHAPITRE 1

ETAT DE L'ART

Les véhicules aériens ou bien les drones peuvent être classés en deux catégories: à voilures fixes et à voilures tournantes. Les drones à voilures tournantes sont capables de décoller et d'atterrir à la verticale grâce à une force de poussée, qui est créée par les hélices, tandis que les drones à voilures fixe sont capables de créer une force de poussée vers l'avant grâce à l'air qui passe à travers les ailes. Ce dernier va générer cette force de poussée. Une étude bibliographique en robotique aérienne s'est principalement focalisée sur les drones à voilures tournantes. Au cours de ces dernières années, la popularité des véhicules aériens sans pilote a été augmentée et l'évolution de la recherche fait apparaître différentes stratégies de commande pour les véhicules aériens sans pilote de voilures tournantes tel que les quadrotors, et malgré tout cela, le contrôle d'un quadrotor reste un défi en raison des contraintes aérodynamiques dont la dynamique et la cinématique sont assez complexes et instables.

Ce chapitre permet dans une première partie de voir les différents types de drones, leur classification, et leur domaine d'application selon la mission à accomplir. Dans la suite de littérature, on présente les différentes techniques de commande linéaire et non linéaire appliquées au quadrotor et on finira ce chapitre par quelques outils mathématiques.

1.1 Historique

L'apparition des premiers drones robots volants sans pilote humain à bord revient à la date de la première Guerre mondiale. Les drones ont été utilisés principalement comme cible militaire pour l'entraînement au combat. L'auteur (DeGarmo, 2004) nous offre un tour d'horizon assez complet de l'histoire des drones; avant les années 1900 des ballons sont utilisés par l'Autriche pour lâcher des bombes sur Venise (Italie). Après 10 ans et jusqu'au 1920 les États-Unis produisent le drone « Kettering Bug» durant la première guerre mondiale. Entre 1920 et 1930 quelques « Sperry Messenger» sont convertis en bombes

volantes et deviennent ainsi les premiers vrais avions téléguidés. Entre 1930 et 1940, les Britanniques produisent 400 avions téléguidés comme cible de pratique pour les défenses anti-aériennes. Connus sous le nom de « Queen Bees », leur nom inspira l'utilisation du terme « drone ». Pendant la deuxième guerre mondiale, Reginald Denny convainc l'armée américaine d'utiliser ses avions téléguidés les « Radio planes OQ-2 » pour entraîner leur défense anti-aérienne. Les Allemands produisent le bombardier « V-1 » dans le but de bombardier Londres. Entre 1950 et 1960, le « Firebee » est développé durant les guerres de Corée et du Vietnam pour les missions de surveillance confiées à des drones. Entre 1960-1970 l'armée américaine commence la production de son premier drone furtif, le « AQM-34 Ryan Firebee ». La « central intelligence Agency » (CIA) demande la production d'un drone ultrasecret capable de voler à des vitesses de Mach 3.3 et des altitudes de plus de 27000 km le « D-21 ». Entre 1970 et 1990, les forces aériennes israéliennes déploient de nouveaux drones militaires avancés, les plus connus étant les « Firebee 1241 », « Scout » et le « Pioneer ». Ensuite et jusqu'à l'année 2000 une variété de nouveaux drones était développée pour des applications militaires et non militaires comme les drones à énergie solaire « Hélios » et « Pathfinder ». C'est aussi la décennie de la mise en service du célèbre « Predator », et depuis 2000 jusqu'à maintenant plus de 23 pays développent des drones et plus de 41 en ont en services. Les nouveaux drones apportent de nombreuses idées et utilisations innovatrices.

1.2 Les drones et leur classification

Les drones ou UAVs (Unmanned Aerial Vehicle) sont des robots volants contrôlés à distance capable d'effectuer une tâche spécifique d'une façon autonome ou semi-autonome. Ces drones ont été employés, au début, principalement dans le domaine militaire, dans des missions de reconnaissance, de surveillance et aussi dans un rôle offensif. Au fur et à mesure que les technologies informatiques, de conception de capteurs et d'actionneurs progressent, les drones se sont aussi perfectionnés. De nos jours, nous pouvons trouver des applications civiles telles que, par exemple, la surveillance et la protection de l'environnement, la recherche et le secours de blessés ou la gestion de grandes infrastructures telles que les lignes haute tension, les barrages et les ponts (Guerrero-Castellanos, 2008). Les drones peuvent être

classés selon plusieurs critères: autonomie, portée, altitude, mission, système de contrôle, taille, etc.

Dans ce cadre, le secteur opérationnel des drones peut se diviser en trois segments (Poinsot, 2008):

- Les drones tactiques, lents ou rapides, à voilure fixe ou tournante appelés TUAV (Tactical Unmanned Air Vehicle) (Drouot, 2013), ils sont très nombreux, plus petits et moins chers à produire. Ils sont utilisés pour la reconnaissance de terrain dans un périmètre réduit, et parmi ce type des drones nous trouvons les micro-drones et les mini-drones qui ont la forme d'un hélicoptère, car ils interviennent en milieu urbain à courte distance. Les types mono-rotors, birotors contrarotatifs, tri-rotors et quadrotors appartiennent à cette catégorie et la seule différence entre les micro-drones et les mini-drones dans leurs tailles. Les Figures 1.1 et 1.2 représentent respectivement des mini-drones et micro-drones;



Figure 1.1 Exemples de mini-drones (Drouot, 2013)



Figure 1.2 Exemples de micro-drones (Drouot, 2013)

- Les drones de moyenne altitude et longue endurance (MALE) permettant d'utiliser une charge utile de l'ordre de 100 kg (Drouot, 2013), traditionnellement utilisés pour de la reconnaissance. La Figure 1.3 représente les drones MALE;



Figure 1.3 Exemples de drones MALE (Drouot, 2013)

- Les drones de haute altitude et longue endurance (HALE) (Drouot, 2013) sont les plus lourds, et plus rapides; ils volent à une altitude élevée et possèdent une autonomie pouvant atteindre plus de 30 heures. La Figure 1.4 représente les drones HALE;



Figure 1.4 Exemples de drones HALE (Drouot, 2013)

1.2.1 Les drones à voilures tournantes (UAVs)

Les drones à voilures tournantes ont tous au moins une caractéristique commune :

Ce sont des robots volants capables de faire du vol stationnaire, et leur principale caractéristique est le décollage et l'atterrissage vertical. Ils utilisent un ou plusieurs rotor(s)

pour décoller et atterrir. Nous pouvons alors classer les drones à voilures tournantes en quatre catégories (Poinsot, 2008):

- Les Mono-rotors;
- Les birotors contrarotatifs;
- Les tri-rotors;
- Les quadrotors.

1.2.1.1 Les Mono-rotors

Les mono-rotors se composent d'un rotor principal qui permet le décollage et l'atterrissage. Ils se divisent en trois sous-catégories selon la configuration utilisée pour permettre au drone de se déplacer dans ses différents axes (en translation et en rotation), ainsi que pour l'empêcher de tourner sur lui-même sous l'action du couple de réaction du rotor principal.

Catégorie 1 : les drones utilisent un rotor arrière (ou rotor anti-couple)



Figure 1.5 Mono-rotor-Catégorie 1 (Poinsot, 2008)

Catégorie 2 : les drones utilisent des volets positionnés sous le rotor principal

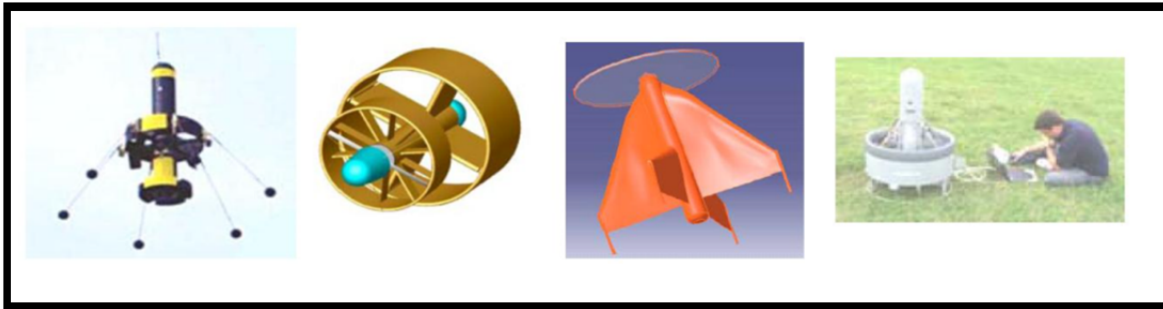


Figure 1.6 Mono-rotor-Catégorie 2 (Poinsot, 2008)

Catégorie 3 : les drones utilisent 2 rotors électriques latéraux indépendants situés de part et d'autre du rotor principal et des volets positionnés sous le rotor principal

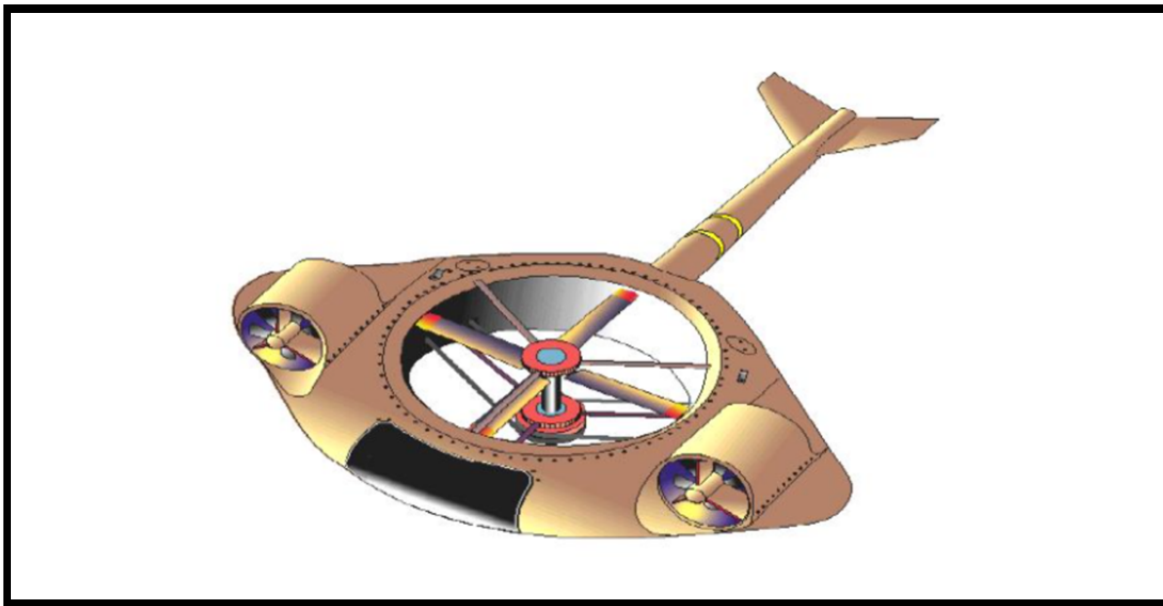


Figure 1.7 Mono-rotor-Catégorie 3 (Poinsot, 2008)

1.2.1.2 Les birotors contrarotatifs

Les birotors contrarotatifs se composent de deux rotors (coaxiaux ou en tandem) tournant en sens opposés et à la même vitesse de rotation. Ils sont divisés en 3 sous catégories selon la configuration utilisée pour permettre au drone de se déplacer suivant ses différents axes.

Catégorie 1 : les birotors à pas cyclique et collectif : ils utilisent la variation cyclique et collective du pas pour se positionner

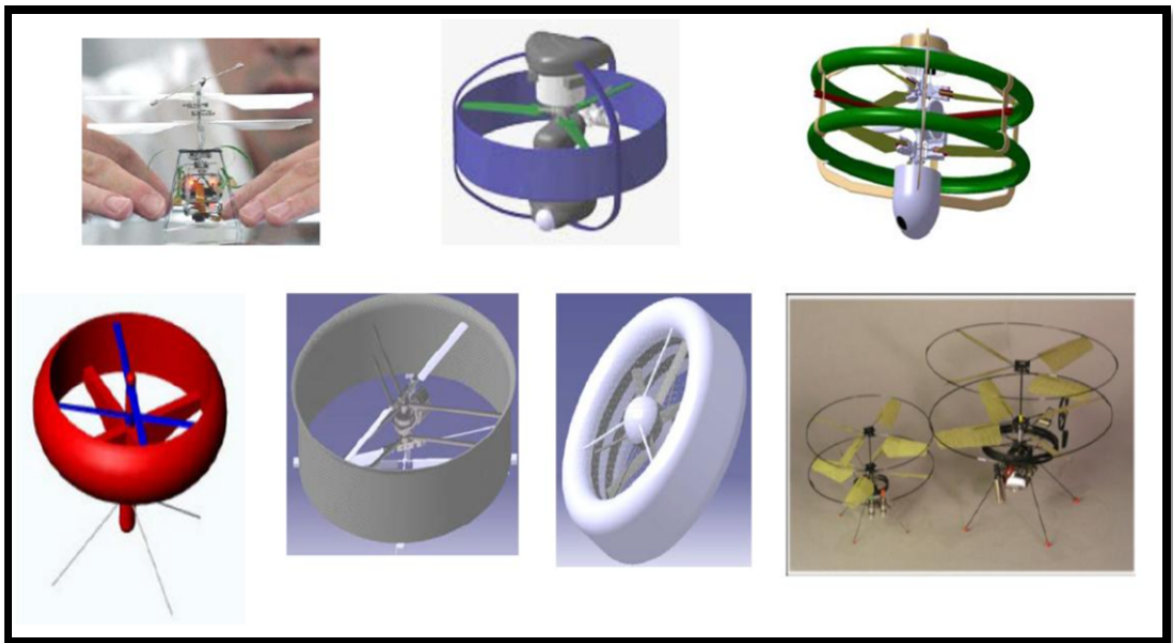


Figure 1.8 Birotor-Catégorie 1 (Poinsot, 2008)

Catégorie 2 : les birotors augmentés d'une ou plusieurs hélices.



Figure 1.9 Birotor-Catégorie 2 (Poinsot, 2008)

Catégorie 3 : les birotors utilisant des volets.

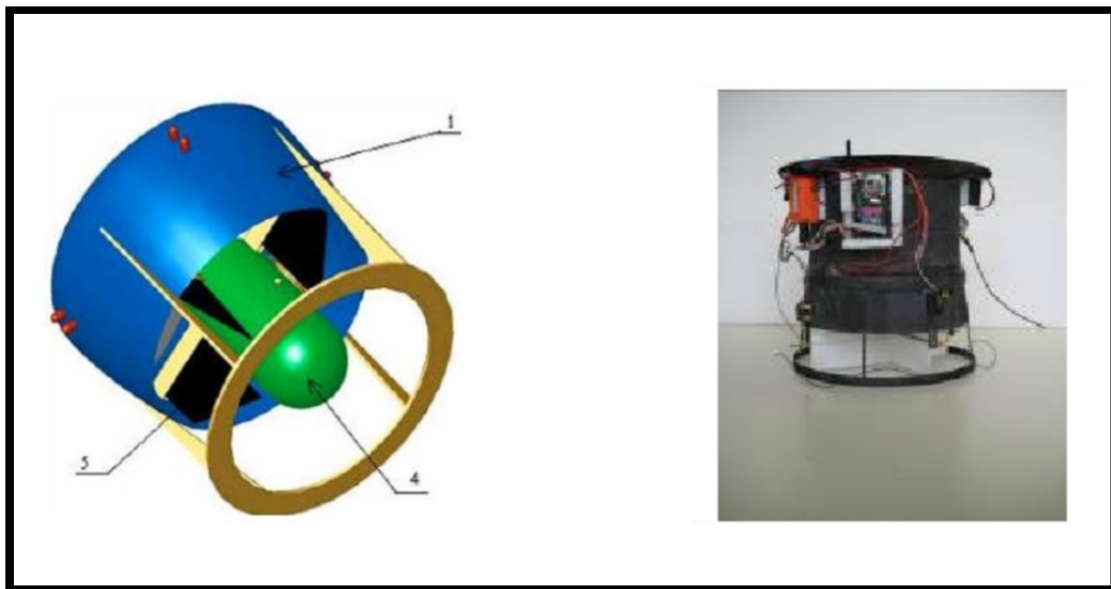


Figure 1.10 Birotor-Catégorie 3 (Poinsot, 2008)

1.3 Utilisation des drones

Comme il transparaît dans l'historique, la guerre a été la raison principale pour la conception des premiers drones, vu les nombres élevés des pertes humaines inutiles, les drones ont été utilisés pour des applications militaires, et ensuite pour des applications civiles comme la liste suivante adoptée de (Sarris et Atlas, 2001) le démontre:

La surveillance :

- Les drones peuvent patrouiller dans un secteur et rapporter l'activité intéressante;
- Ils peuvent automatiquement localiser et identifier une activité suspecte et effectuer une détection efficace visuelle des objets ou des personnes impliquées jusqu'à l'arrivée des forces terrestres.

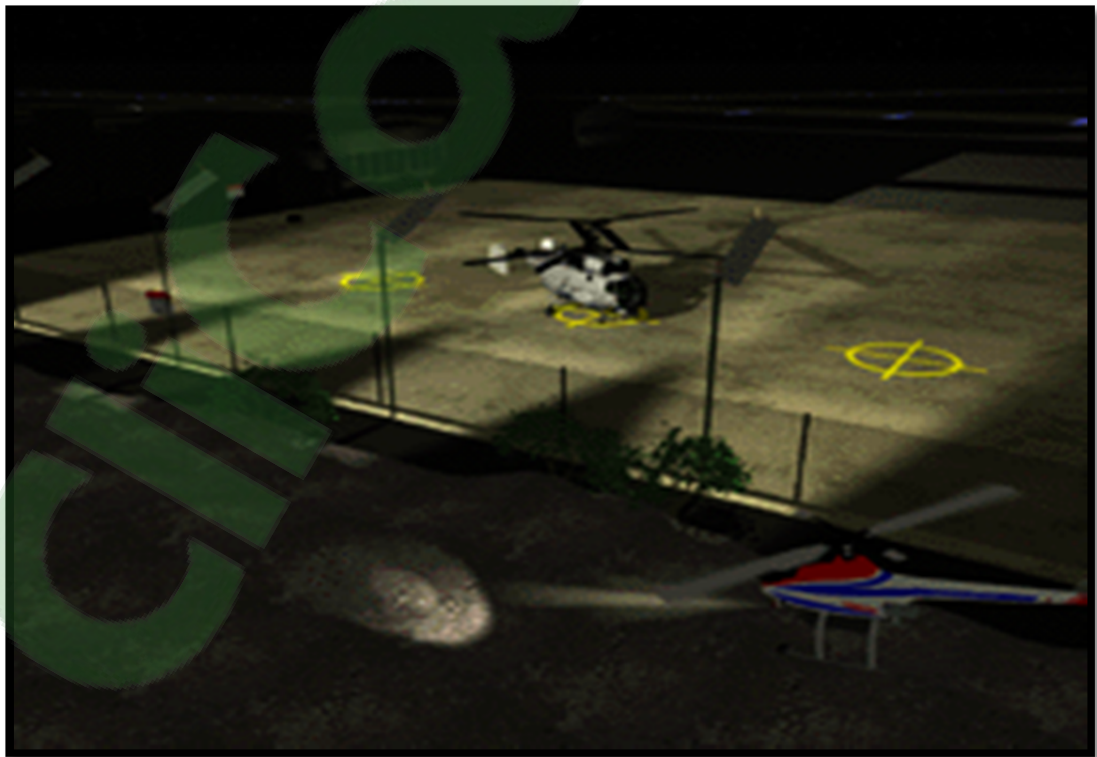


Figure 1.11 Utilisation de drones pour la surveillance (Martini, 2008)

La Recherche et le sauvetage :

- Les drones peuvent effectuer des missions des recherches dans un large secteur pour localiser des victimes d'un accident ou d'une catastrophe naturelle;
- Pour l'opération de sauvetage, les drones peuvent focaliser les efforts de la recherche et aider l'équipage de sauvetage au lieu de longue opération de recherche.



Figure 1.12 Utilisation de drones pour le sauvetage (Martini, 2008)

- Ils peuvent être déployés dans de mauvaises conditions climatiques qui empêcheraient la recherche et le sauvetage pilotés par l'être humain;
- Ils peuvent être utilisés pour sauver des vies humaines dans des conditions très dangereuses par exemple dans le cas d'un incendie de forêt pour rechercher les individus perdus.

Contrôle de l'application de la loi :

- Les drones peuvent être postés sur des bâtiments dans des secteurs urbains, et ils peuvent être utilisés pour capter des images de points sensibles;
- Ils peuvent aider l'agent de police dans des opérations de recherche de criminels ou des poursuites.

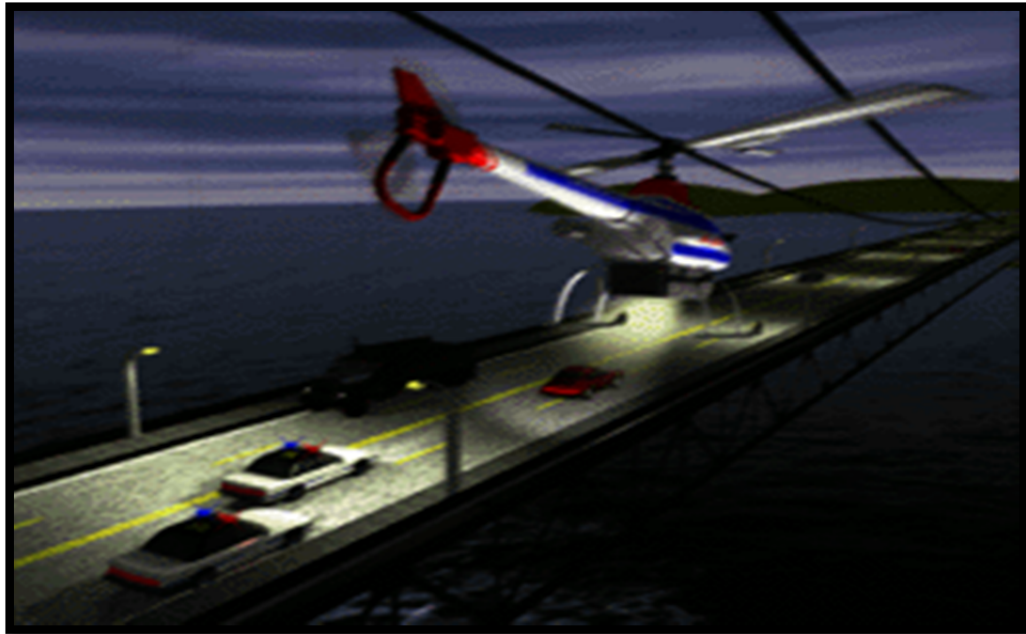


Figure 1.13 Utilisation de drones pour faire appliquer la loi (Martini, 2008)

Inspection :

- Les drones peuvent être utilisés pour examiner les ponts et les barrages de manière rentable.

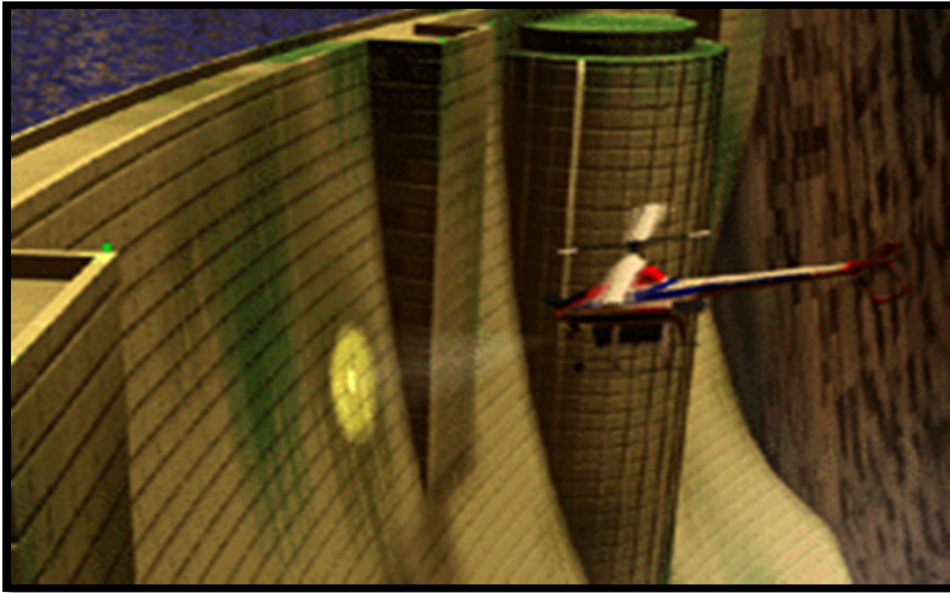


Figure 1.14 Utilisation de drones pour l'inspection (Martini, 2008)

- Ils peuvent contrôler les lignes électriques à haute tension dans des régions lointaines ou difficiles d'accès;
- Les drones peuvent être utilisés comme des moyens de transmission de réseaux (par exemple: internet) pour les grandes distances;
- Ils peuvent localiser les matériaux dangereux dans des emplacements de rebut par le transfert d'images aériennes aux experts humains ou par l'identification automatique de décharges de conteneurs de matériaux par la vision à bord;
- Ils peuvent être sollicités pour inspecter des bâtiments et des routes pour déceler les dommages potentiels après un tremblement de terre.

La Cartographie :

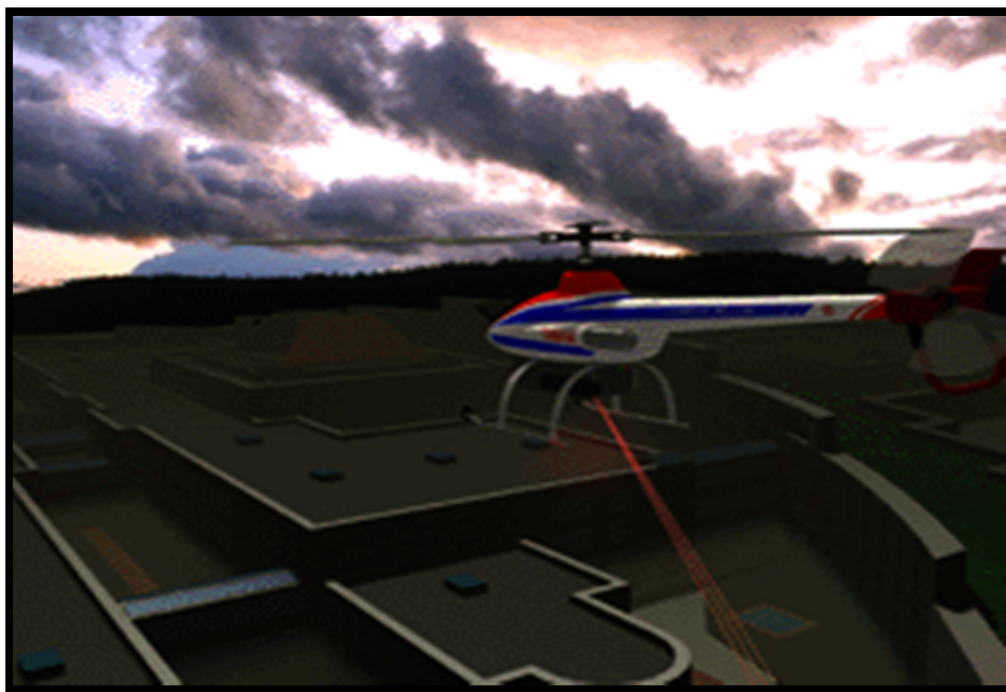


Figure 1.15 Utilisation de drones dans la cartographie (Martini, 2008)

- Avec des drones de taille réduite comme les quadrotors portant des appareils photographiques ou des sondes, on peut construire des cartes en 3D de haute résolution;
- Les drones peuvent circuler dans des milieux plus petits et plus contraints pour construire des cartes clairement détaillées.

La Cinématographie :

- Les drones peuvent jouer le rôle d'un appareil de prise de vue ou l'œil dans le ciel d'un directeur artistique.



Figure 1.16 Utilisation de drones dans la cinématographie (Martini, 2008)

- Ils peuvent automatiquement dépister des sujets avec leurs traqueuses visions basées à bord d'objet;
- Ils peuvent voler avec précision grâce à l'ordinateur qui permet de se passer de pilotes humains habiles pour la photographie aérienne.

1.4 Les quadrotors ou les rotors multiples

Ces robots volants sont généralement équipés de quatre rotors, mais il en existe avec six ou même huit rotors comme le montre la Figure 1.17. Un quadrotor se présente comme un drone miniature à 4 rotors, c'est un robot volant à six degrés de liberté, qui est contrôlé généralement avec des consignes sous forme de tension et en angles (tangage, roulis, et lacet). Les quadrotors sont des UAV de taille très réduite avec un faible poids. En comparant avec un hélicoptère classique équipé d'un seul rotor le quadrotor, offre une plus grande

capacité de charge utile, ainsi qu'il est capable de voler plus près d'un obstacle et dans les milieux les plus complexes que l'hélicoptère classique qui dispose d'un grand rotor unique (Hanford, Long et Horn, 2005).



Figure 1.17 Exemples des drones à rotors multiples (Drouot, 2013)

Le premier quadrotor a été construit en 1907 par le français Charles Richet et les frères Breguet, et ils ont appelé ce drone «Breguet-Richet Gyroplane No.1». Le poids total de cette quadrotor était d'environ 510 kg. 15 ans plus tard, le Français Étienne Oehmichen a construit un quadrotor avec 4 rotors et 8 hélices, et il a utilisé un ballon d'hydrogène pour assurer la portance et une stabilité supplémentaire au système comme le démontre la Figure 1.18. En 1924, Oehmichen a réussi à faire un premier vol sans le ballon à hydrogène (Leishman, 2000).

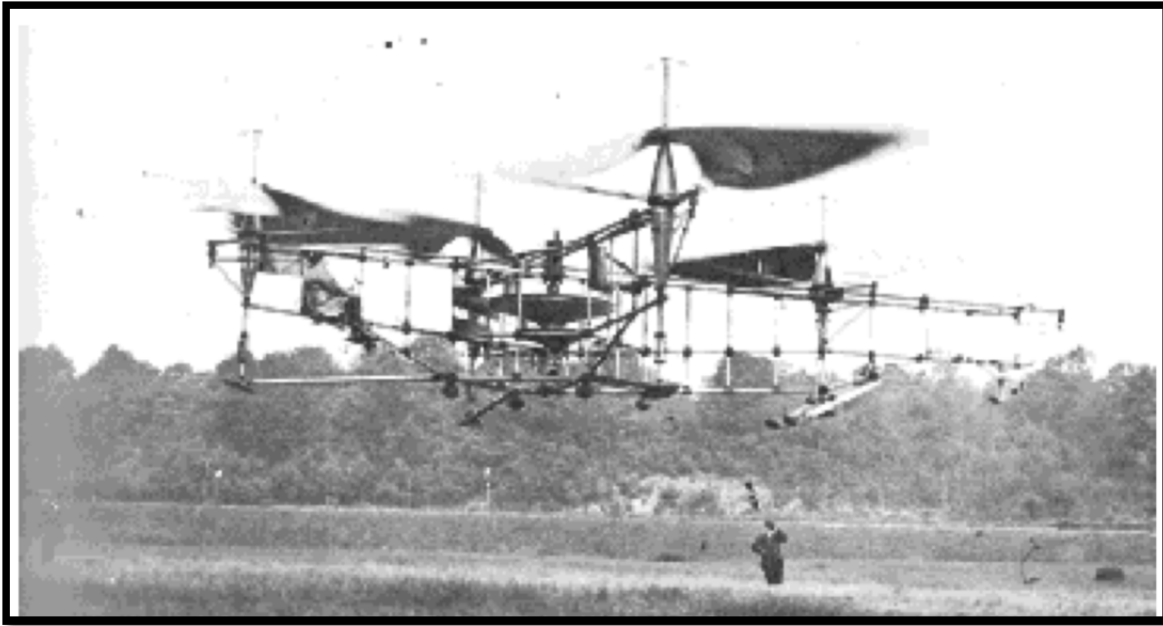


Figure 1.18 Quadrotor d'Étienne Oehmichen (Leishman, 2000)

1.5 Les techniques de commande pour les quadrotors

Un quadrotor est un robot volant caractérisé par une dynamique très complexe due aux nombreux effets physiques comme la gravité, les frottements, les effets aérodynamiques, les effets gyroscopiques, et les moments d'inertie (Bouadi, Bouchoucha et Tadjine, 2007a). Les expressions de ces effets physiques se diffèrent d'un mode de vol à un autre, ce qui rend la dynamique du quadrotor très complexe. En effet, la modélisation d'un quadrotor est une tâche délicate et indispensable pour concevoir un contrôleur stable et robuste vu que la dynamique du robot est pleinement couplée. Dans ce qui suit, nous commençons par une littérature concernant les différentes approches de développement de modèle dynamique du quadrotor suivi par une littérature sur les différents techniques de commande pour les quadrotors afin de concevoir notre approche de commande qui sera appliquée.

Le développement d'un modèle mathématique pour un quadrotor consiste à considérer que le système est un corps rigide avec une structure parfaitement symétrique à laquelle ces sont appliquées des forces et des couples aérodynamiques générés par chaque moteur. Ensuite

différentes approches sont utilisées pour écrire les équations dynamiques du système, comme (l'approche de Newton-Euler qui exploite les concepts des forces et des couples, ou l'approche de Lagrange qui exploite les concepts d'énergie potentielle et cinétique) (Guerrero-Castellanos, 2008). Au cours de ces dernières années plusieurs études ont été faites sur la Modélisation et les commandes des quadrotors et peuvent être résumées comme suit:

(Bouabdallah et Siegwart, 2007) ont utilisé un modèle dynamique simple pour développer une commande backstepping avec intégrale, tandis qu'autres auteurs ont utilisé un modèle dynamique complet. (Madani et Benallegue, 2006; 2007) ont développé un modèle dynamique du quadrotor qui est décomposé en trois sous-systèmes liés entre eux d'une façon que l'approche de commande développée est de type multi-entrées multi-sorties (Multiple Input Multiple Output - MIMO). (Huang et al., 2010) ont de même utilisé un modèle dynamique décomposé en trois sous-systèmes pour développer une commande backstepping adaptative. (Colorado et al., 2010) ont proposé une commande backstepping basée sur la théorie de Serret-Frenet pour stabiliser l'attitude du quadrotor et améliorer le rejet des perturbations. (Wang, Raffler et Holzapfel, 2012) ont utilisé la dynamique inverse et une commande backstepping pour contrôler la position du quadrotor.

Nous présenterons ainsi cinq techniques de commande soit: la commande par PID, la commande par mode glissant, le backstepping, la commande adaptative, et la commande à saturation.

1.5.1 Commande par PID

La technique de commande par PID (Proportionnel, intégral, dérivé) est certainement l'approche la plus connue et la plus simple à implémenter sur un système. Elle facilite la compréhension du rôle physique de chacun des termes de la commande, ce qui permet donc de régler les gains. Le principe de commande par PID pour certains cas des drones est constitué de plusieurs régulateurs mis en cascade. En fonction des références en position, un premier PID génère les consignes en orientation permettant la stabilisation et les déplacements horizontaux. Ensuite, un second PID prend en charge le suivi de ces consignes

en roulis, en tangage et en lacet. Enfin un troisième PID s'occupe de définir la poussée pour garantir les déplacements verticaux. Cette technique de commande a été testée avec succès sur plusieurs plateformes expérimentales comme les hélicoptères (Shim et al., 1998), les quadrotors (Tayebi et McGilvray, 2004) et les drones à rotors coaxiaux (Lipera et al., 2001). (Güçlü, 2012) a utilisé un régulateur linéaire quadratique (LQR) et un correcteur PID pour le contrôle d'attitude d'un quadrotor.

1.5.2 La commande par mode glissant

La commande par mode glissant est une stratégie de commande alternative très efficace concernant la sensibilité aux incertitudes paramétriques, de la famille des commandes à structure variable (Edwards et Spurgeon, 1998). Cette méthode consiste à modifier la dynamique d'un système non linéaire en lui appliquant un signal de commutation haute fréquence le forçant à rejoindre, puis à rester sur une surface. Cette surface, appelée surface de glissement, aura préalablement été choisie en fonction des objectifs de commande. Cette approche de commande n'est donc pas une fonction continue du temps. Au lieu de cela, elle passe d'une structure continue à une autre en fonction de la position actuelle dans l'espace d'état. Le fait que la commande soit discontinue est un élément important, car elle permet ainsi de stabiliser des systèmes qui ne le seraient pas avec des signaux continus. C'est ainsi que cette architecture de commande fût implantée sur les hélicoptères (McGeoch, McGookin et Houston, 2005) et les quadrotors (Bouabdallah et Siegwart, 2005). (Xu et Özgüner, 2006) ont proposé une commande par mode glissant avec une commande par PID pour le contrôle et la stabilisation d'un hélicoptère de type quadrotor. (Bouadi, Bouchoucha et Tadjine, 2007b) ont développé une commande par mode glissant pour garantir la suivie de trajectoire désirée et assurer la stabilité de Lyapunov.

1.5.3 Backstepping

Le Backstepping a été développé par (Kanellakopoulos, Kokotovic et Morse, 1991) et inspiré par les travaux de (Feuer, 1978) d'une part et (Tsinias, 1989) et (Kokotovic et Sussmann, 1989) d'autre part. Cette technique donne une méthode systématique pour concevoir une

approche de commande pour un robot volant de type quadrotor. Le principe de cette méthode est de trouver une loi de commande qui stabilise asymptotiquement le système pour une fonction de Lyapunov qui sera définie positive et sa dérivée par rapport au temps sera définie négative. Elle a été appliquée aux hélicoptères (Mahony et Hamel, 2004), aux quadrotors (Kendoul et al., 2007), et aux drones à rotor coaxiaux (Pflimlin, Soueres et Hamel, 2007). (Bouabdallah, 2007) a développé une commande par backstepping pour le contrôle d'attitude et de la position d'un quadrotor.

L'architecture de cette commande par backstepping pour un quadrotor est complétée par un mécanisme d'adaptation permettant de prendre en compte les incertitudes paramétriques et les perturbations externes liées au vent.

1.5.4 Commande adaptative

La commande adaptative (Ioannou et Sun, 1984) est une technique où les paramètres de commande varient en temps réel pour s'adapter à des changements dans la dynamique du système. Ces changements peuvent être dus à des erreurs de modélisation, à des incertitudes paramétriques ou à des perturbations externes. Dans (Li et Krstić, 1997), Li et Krstić ont proposé une commande adaptative qui combine au même temps la commande backstepping et l'optimalité inverse (cette méthode a été appliquée sur les systèmes triangulaires avec des paramètres inconnus). (Amieur et Boumehraz, 2014) ont utilisé une commande adaptative floue indirecte avec mode de glissement pour assurer la robustesse et atténuer les effets des perturbations externes pour un système non linéaire. (El Kari, Essounbouli et Hamzaoui, 2003) ont proposé quant à eux une commande adaptative floue robuste dont le but de résoudre le problème de poursuite d'un système non linéaire incertain avec des perturbations externes. (Shaiful et Hazry, 2011) ont utilisé une commande adaptative à base de réseau de neurones pour le contrôle d'attitude et la stabilisation du quadrotor. (Bouadi, Bouchoucha et Tadjine, 2007b) ont développé une commande par mode glissant basée sur une commande par backstepping adaptative dont le but de minimiser l'erreur de suivi et d'assurer la stabilité de Lyapunov.

Comme nous avons vu dans cette littérature la technique de commande à saturation a été appliquée et testée sur plusieurs systèmes linéaires et non linéaires avec succès, mais n'a jamais été appliquée sur un modèle du quadrotor. Le principe de la commande à saturation consiste à ajouter une fonction saturation dans le couple d'entrée du système pour que la loi de commande ne dépasse pas les limites des actionneurs et comme nous avons vu dans ce qui a été cité précédemment, cette technique était utilisée pour traiter plusieurs problèmes comme les incertitudes ou les perturbations externes. En effet, ceci rend la technique de la commande à saturation unique par rapport aux autres techniques de commande citées dans cette littérature malgré que plusieurs chercheurs n'aient pas pensé à l'appliquer sur un robot volant de type quadrotor. Par conséquent, celle-ci nous a permis d'identifier la technique de commande que l'on va utiliser pour contrôler la position du quadrotor: soit la commande à saturation.

1.6 Outils mathématiques

Dans cette partie, nous allons présenter quelques outils mathématiques qui vont nous servir à développer notre approche de commande et à démontrer la stabilité de notre loi de commande. Parmi ces outils mathématiques, nous allons énoncer le théorème de Lyapunov et le Lemme de Barbalat. Ces derniers sont les outils les plus importants sur lesquels nous serons basés pour démontrer la stabilité de notre loi de commande.

Théorème de Lyapunov (Benaskeur, 2002):

Soit $\bar{x} = 0$ un point d'équilibre de système (S1) : $\dot{\bar{x}} = f(\bar{x})$, $\bar{x} \in D \in \mathbb{R}^n$

D est un voisinage de $\bar{x} = 0$.

Soit $V : D \rightarrow \mathbb{R}^+$ une fonction telle que :

- $V(0) = 0$, $V(\bar{x})$ est définie positive;
- $\dot{V}(\bar{x})$ est semi-défini négative.

- i) Alors $\bar{x} = 0$ est stable. La fonction $V(x)$ est alors appelée la fonction de Lyapunov de $(S1)$;
- ii) Si de plus, $\dot{V}(\bar{x})$ est définie négative, alors $\bar{x} = 0$ est asymptotiquement stable;
- iii) Si de plus encore, $\|\bar{x}\| \rightarrow \infty$ implique que $\dot{V}(\bar{x}) \rightarrow \infty$, alors $\bar{x} = 0$ est globalement asymptotiquement stable.

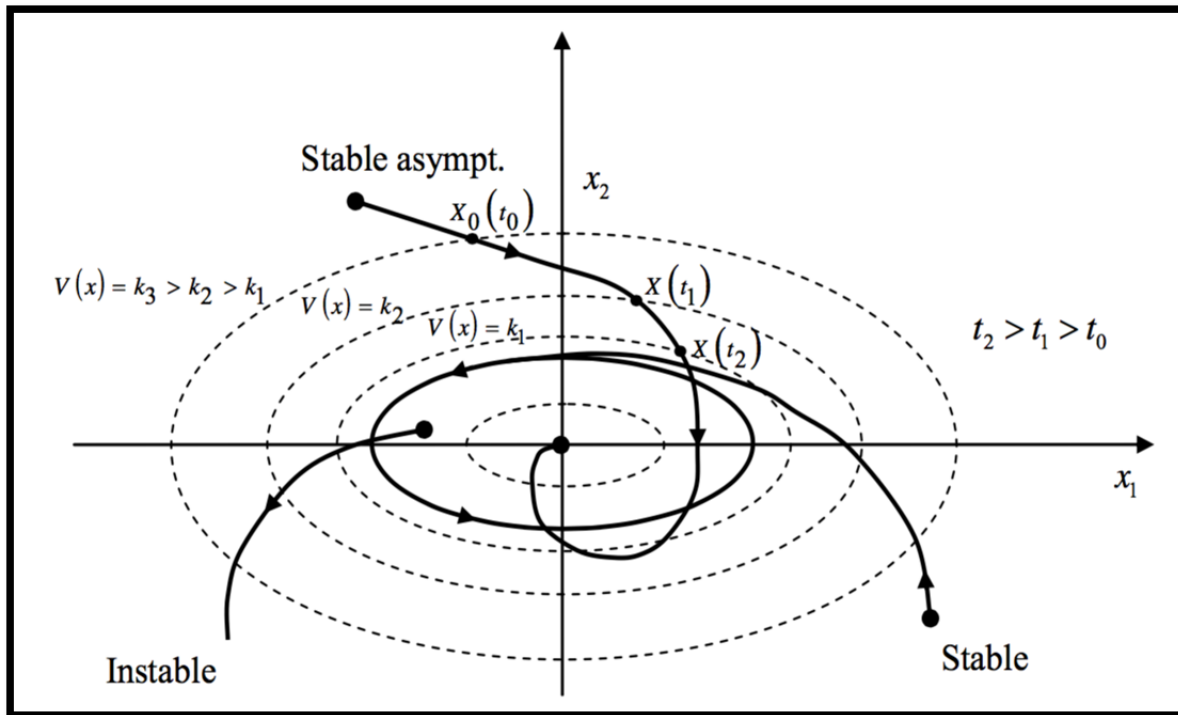


Figure 1.20 Interprétation géométrique du théorème de Lyapunov (Benaskeur, 2002)

Lemme de Barbalat :

Une difficulté de la deuxième méthode de Lyapunov ou méthode directe lorsqu'elle est appliquée aux systèmes non linéaires et non autonomes est souvent la dérivée $\dot{V}(x)$ n'est pas définie négative, mais plutôt semi-définie négative. Afin d'éviter cette difficulté, on utilise parfois le lemme suivant :

Lemme : Si $\varphi(t)$ est une fonction uniformément continue $\forall t > t_0$, $t_0 \in \mathbb{R}^+$ et si $\int_{t_0}^t \varphi(\tau) d\tau$ existe et est finie quand $t \rightarrow \infty$ alors $\lim_{t \rightarrow \infty} \varphi(t) = 0$.

$\varphi(t)$ est uniformément continue si $\dot{\varphi}(t) = \frac{d}{dt}\varphi(t)$ est bornée.

Ainsi donc, si la fonction scalaire $V(x, t)$ satisfait les conditions suivantes :

- i) $V(x, t)$ est bornée ;
- ii) $\dot{V}(x, t)$ est semi-défini négative ;
- iii) $\dot{V}(x, t)$ est continue.

Alors $\dot{V}(x, t) \rightarrow 0$ lorsque $t \rightarrow \infty$. À noter que la troisième condition peut être vérifiée en s'assurant que $\ddot{V}(x, t)$ est bornée.

Dans cette revue de littérature que nous venons de présenter, nous avons décrit les drones et leur principale classification selon leur taille, système de contrôle, et leur voilure, puis nous avons évoqué les différentes missions pour l'hélicoptère drones. Ensuite, nous avons parlé dans une étude bibliographique des différentes techniques de commande qui ont été utilisées auparavant et nous avons pu constater la grande diversité de techniques de commande existantes dans le domaine des drones de type quadrotor et nous avons fini par quelques outils mathématiques. En effet, le problème de commande des quadrotors est une tâche un peu complexe puisque la dynamique de ce type des robots volant est non linéaire et pleinement couplée. Dans le chapitre suivant, nous allons nous intéresser à la modélisation du quadrotor afin de faciliter le problème pour pouvoir appliquer notre approche de commande.

CHAPITRE 2

MODÉLISATION DYNAMIQUE DU QUADROTOR

Afin de concevoir une approche de commande stable et robuste, il est nécessaire d'abord de comprendre les mouvements du système, sa dynamique ainsi que ses équations de mouvements. Cette compréhension est indispensable non seulement pour la conception de la commande de vol, mais aussi pour s'assurer que le comportement du robot volant est plus proche possible que la réalité lorsque la commande est appliquée. Dans ce chapitre, nous allons présenter le principe de vol et les différents mouvements d'un quadrotor. Ensuite, nous allons nous intéresser au développement du modèle dynamique du quadrotor afin de nous faciliter par la suite la conception de notre contrôleur.

2.1 Description générale d'un quadrotor

Un quadrotor possède comme son nom l'indique 4 rotors placés aux extrémités d'une croix. Ce sont ces quatre rotors qui fournissent la force verticale (portance) qui permet à l'appareil de s'élever. En vol, le quadrotor possède plusieurs mouvements possibles et peut s'évoluer suivant ses axes de lacet, tangage, et roulis. Pour effectuer un mouvement vertical, il faut faire tourner deux moteurs dans le sens d'aiguille d'une montre et les deux autres dans le sens inverse et avec les mêmes vitesses de rotation pour chaque moteur. Mais cela ne suffit pas pour stabiliser l'appareil, il faut mettre au point un système qui pilote la puissance des moteurs individuellement pour contrer l'inclinaison sur les différents axes (Guerrero-Castellanos, 2008).

Le principe de mouvement d'un quadrotor est assez particulier. En faisant varier les vitesses de rotation de chaque moteur, il est possible de manipuler le quadrotor suivant ses différents axes, soit selon l'axe z pour monter/descendre, ou selon les axes x et y pour l'incliner à gauche/à droite ou en avant/arrière, ou selon l'axe de lacet pour le faire pivoter sur lui-même (Hicham, 2012). Comme nous montre la Figure 2.1, les moteurs arrière et avant (M1, M3) tournent dans le même sens qu'une aiguille d'une montre lorsque les moteurs droite et

gauche (M2, M4) tournent dans le sens inverse. Chaque actionneur produit une force F_i parallèle à son axe de rotation, et une couple résistant w_i opposé au sens de rotation. La force de poussée totale exercée sur l'hélicoptère est la somme des quatre forces générées par chaque moteur soit $F_T = F_1 + F_2 + F_3 + F_4$. La combinaison des forces F_i et des couples w_i donne origine aux mouvements angulaires autour des axes principaux du quadrotor (lacet, tangage, et roulis).

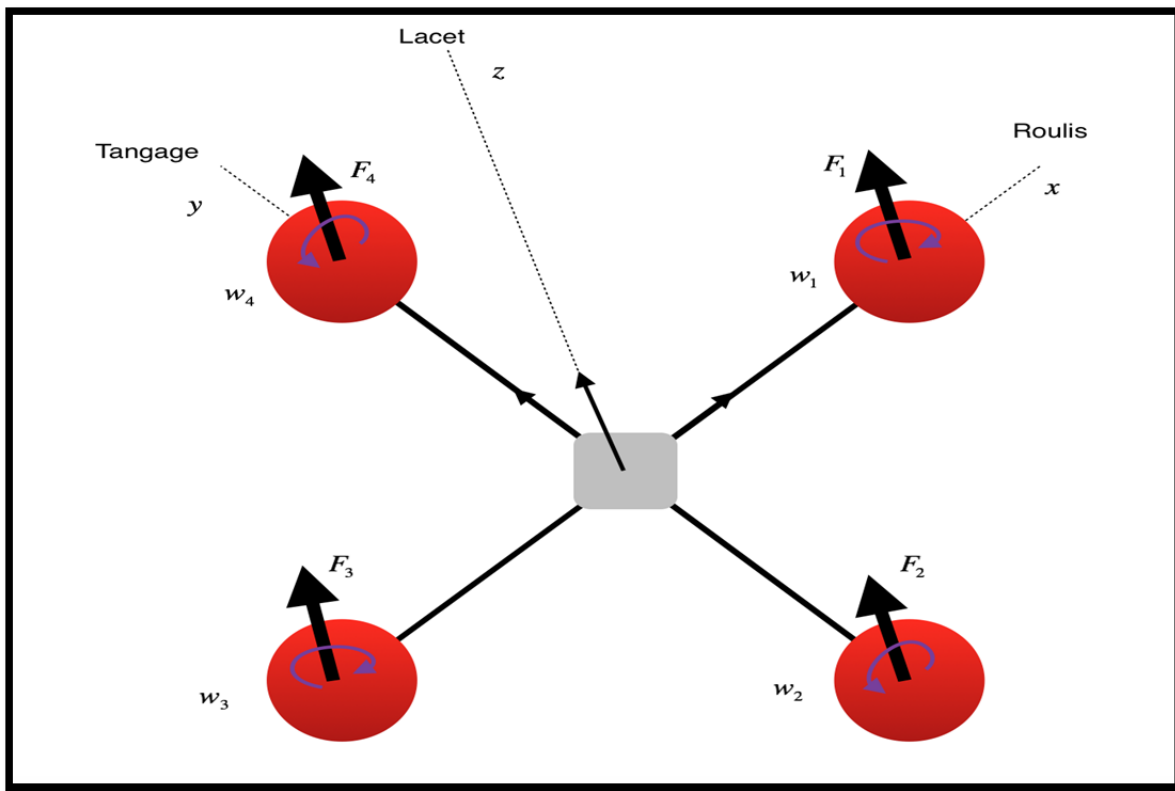


Figure 2.1 Structure générale d'un quadrotor

2.2 Mouvements du quadrotor

Un robot volant de type quadrotor possède deux mouvements de translations et trois mouvements de rotation :

- Translation verticale;
- Translation horizontale;
- Mouvement de roulis;
- Mouvement de tangage;
- Mouvement de lacet.

Translation verticale : ce mouvement est un déplacement suivant l'axe z . Il peut être effectué en faisant augmenter la vitesse de rotation des 4 moteurs de façon à avoir une force de poussée $F_T > mg$ tandis que si $F_T < mg$ donc nous allons avoir un mouvement vertical vers le bas suivant l'axe z . La Figure 2.2 présente une illustration de translation verticale pour un quadrotor.

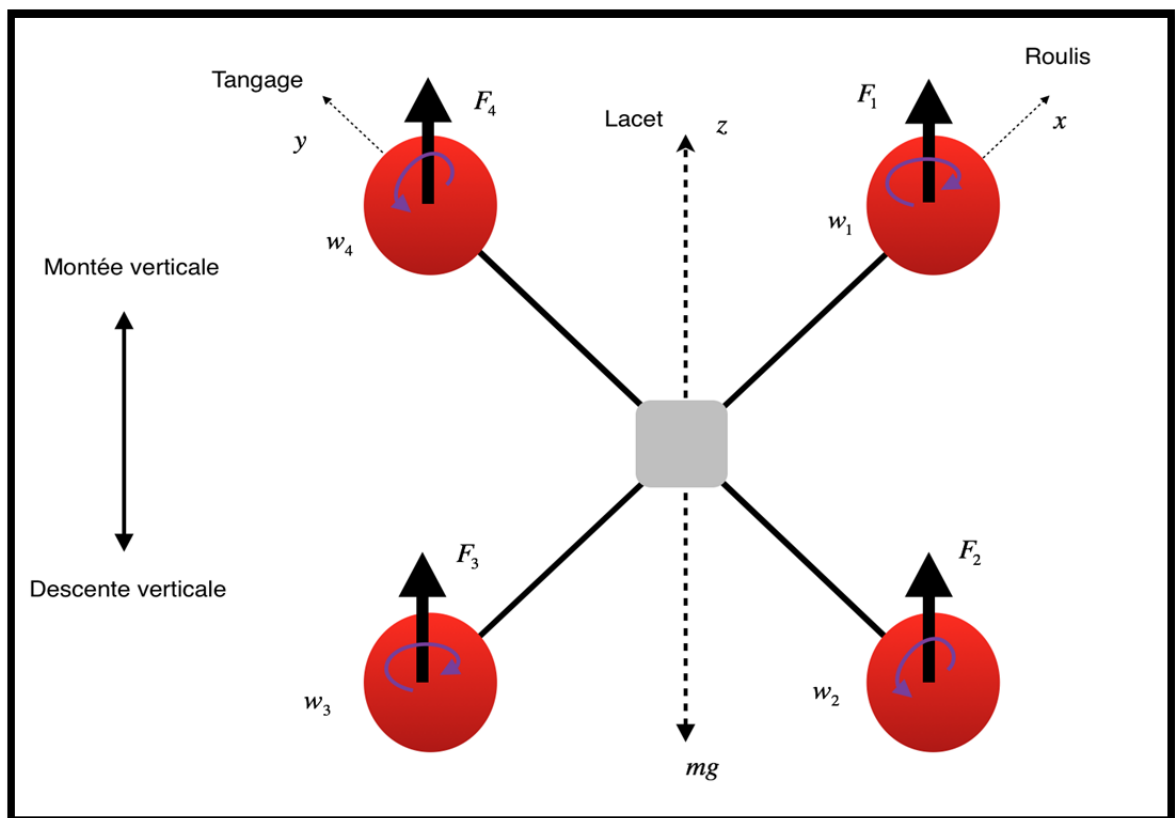


Figure 2.2 Translation verticale du quadrotor

Translation horizontale : il a le même principe que pour la translation verticale mais cette fois-ci dans le plan xy . Il faut augmenter les vitesses de rotation de façon à ce que la force de poussée maintient le quadrotor à une hauteur constante par rapport au sol et en appliquant une force le long de x ou y , le système effectue un vol connu dans la littérature sous le nom de « vol en palier » (Guerrero-Castellanos, 2008). La Figure 2-3 présente une illustration de translation horizontale pour un quadrotor.

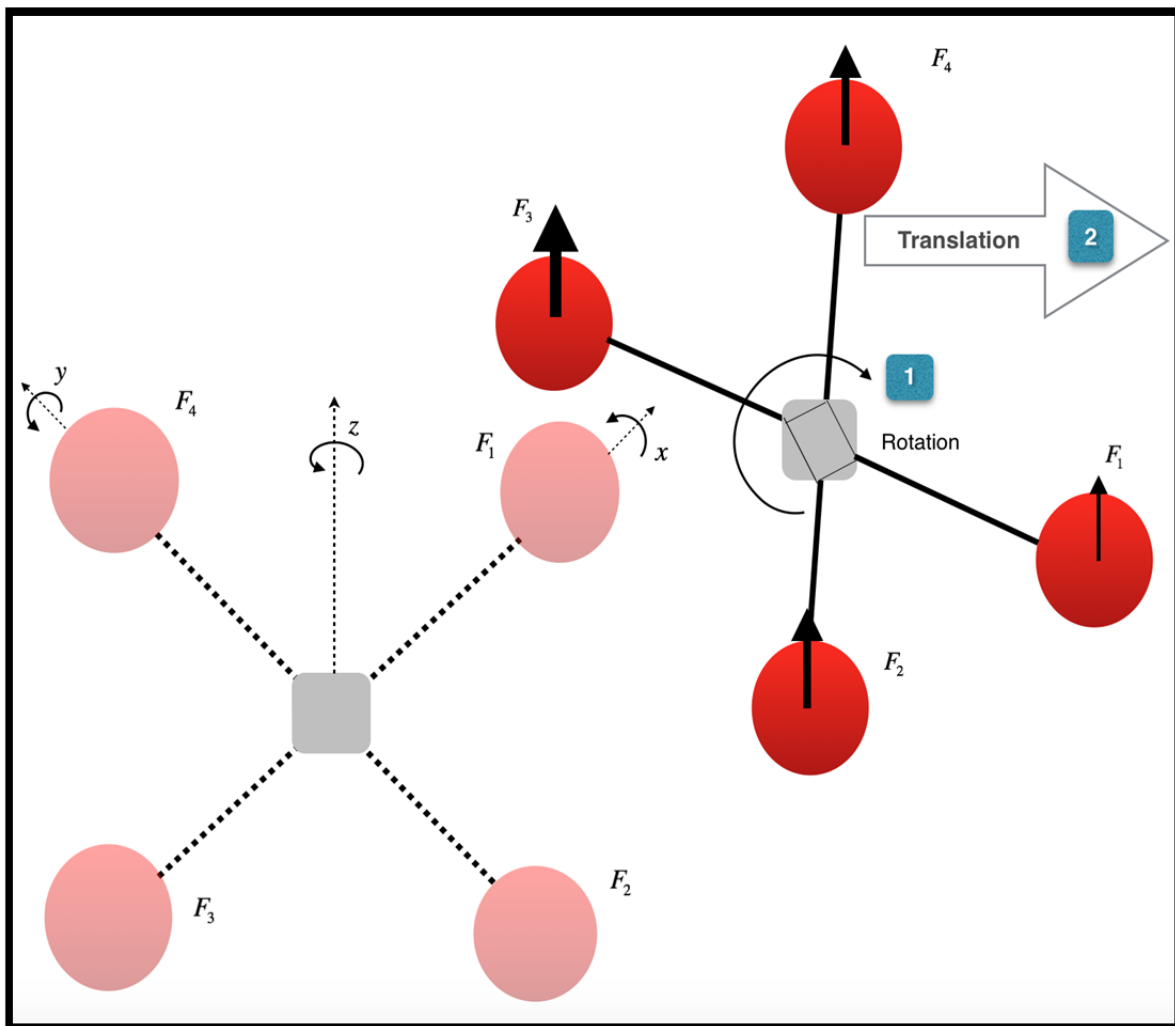


Figure 2.3 Translation horizontale du quadrotor

Le Mouvement de tangage : ce mouvement est assuré par la différence des forces (F_2, F_4) produites par les moteurs droite et gauche c'est à dire que les moteurs M1 et M3 vont tourner avec la même vitesse de rotation tandis que M2 et M4 vont tourner avec deux vitesses différentes. Par conséquent cette différence de forces produit un couple autour de l'axe y .

La Figure 2.4 présente une illustration d'un mouvement de tangage pour un quadrotor.

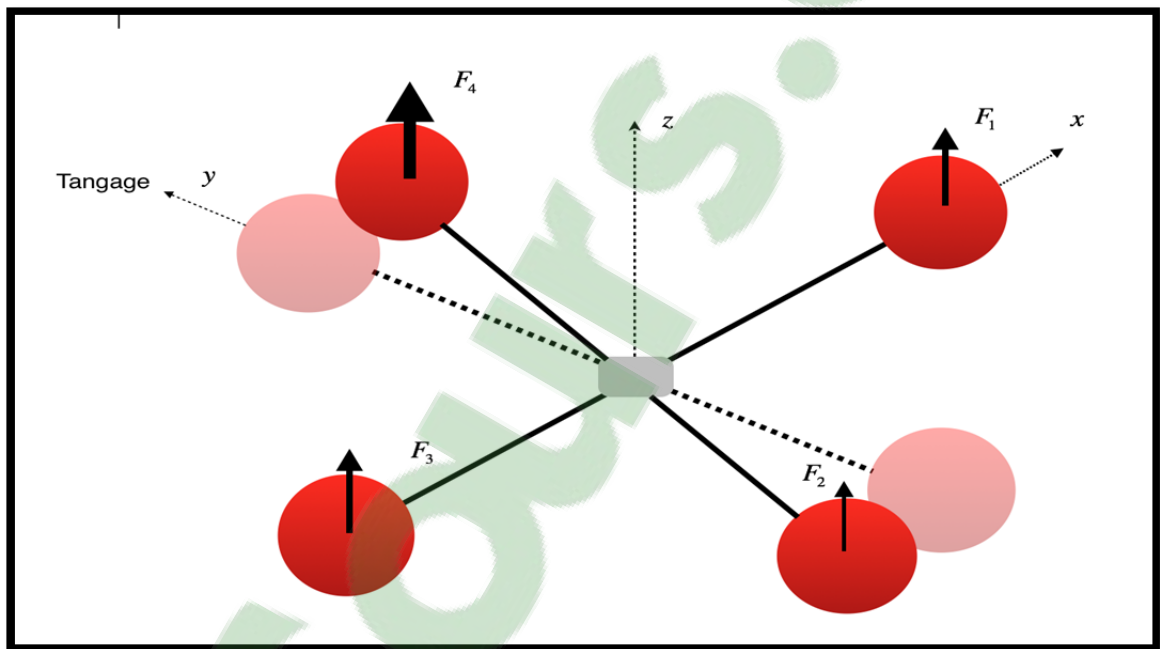


Figure 2.4 Mouvement de tangage du quadrotor

Le Mouvement de roulis : ce mouvement est assuré par la différence des forces (F_1, F_3) produites par les moteurs avant et arrière. C'est le même principe que pour le mouvement de tangage mais le couple créé par la différence des forces sera autour de l'axe de roulis x . La Figure 2.5 présente une illustration d'un mouvement de roulis pour un quadrotor.

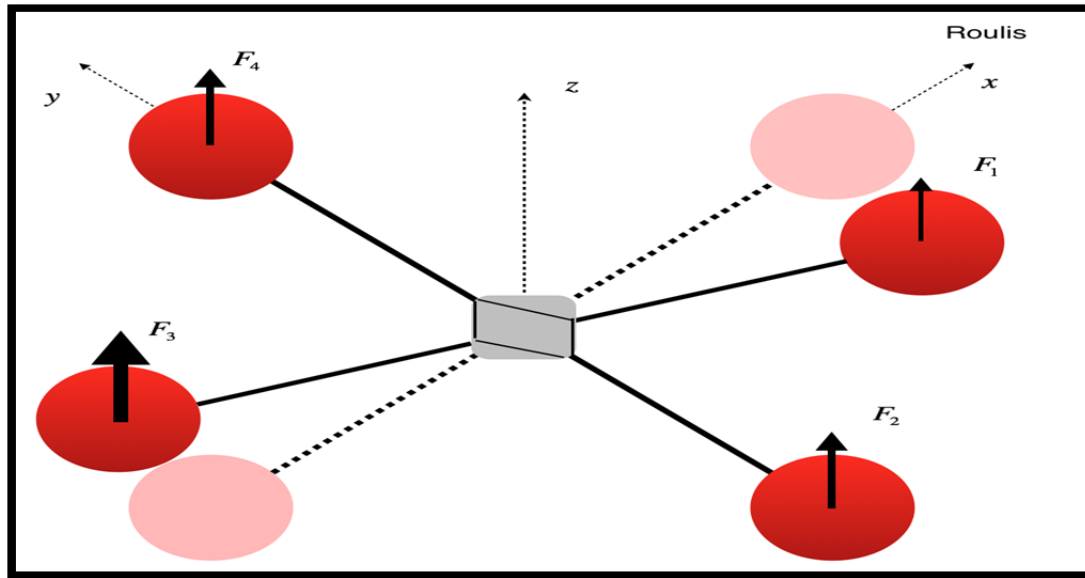


Figure 2.5 Mouvement de roulis du quadrotor

Le Mouvement de lacet : ce mouvement peut être effectué si on provoque une différence de vitesse entre les moteurs tournant en sens opposé puisque ce mouvement est assuré par la somme des couples de trainée w_i produites par chaque moteur. Par conséquent, les couples résistants provoquent un couple autour de l'axe de lacet z . La Figure 2.6 présente une illustration d'un mouvement de lacet pour un quadrotor.

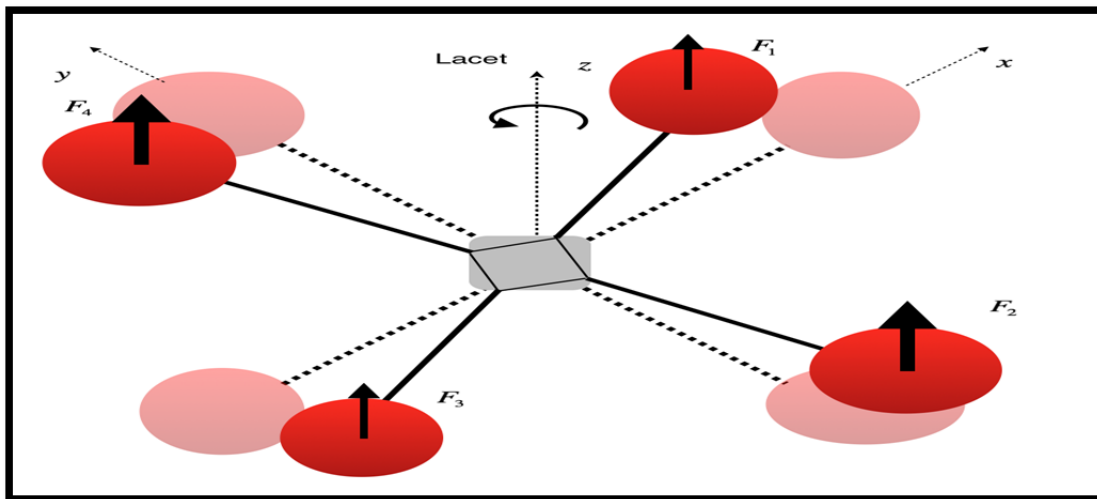


Figure 2.6 Mouvement de lacet du quadrotor

2.3 Modèle dynamique de quadrotor

2.3.1 Hypothèse du modèle

La modélisation mathématique des robots volants de type quadrotor est une tâche un peu complexe vu que la dynamique de ce type de robot volant est non linéaire et pleinement couplée. Afin de développer un modèle dynamique complet du quadrotor, on considère les hypothèses suivants (Bouabdallah, 2007).

- La structure mécanique du quadrotor est supposée rigide et symétrique, ceci donne une matrice diagonale;
- Pour pouvoir négliger l'effet de déformation des hélices lors de la rotation, on va les supposer comme étant rigides;
- Le centre de masse du quadrotor et l'origine du repère lié à la terre se coïncident;
- La force de poussée et la force de traînée sont relatives à la somme des vitesses de rotation des moteurs aux carrés.

2.3.2 Choix de coordonnées

Pour la formulation des équations de mouvement du quadrotor, nous avons choisi un système de coordonnées représenté par la Figure 2.7.

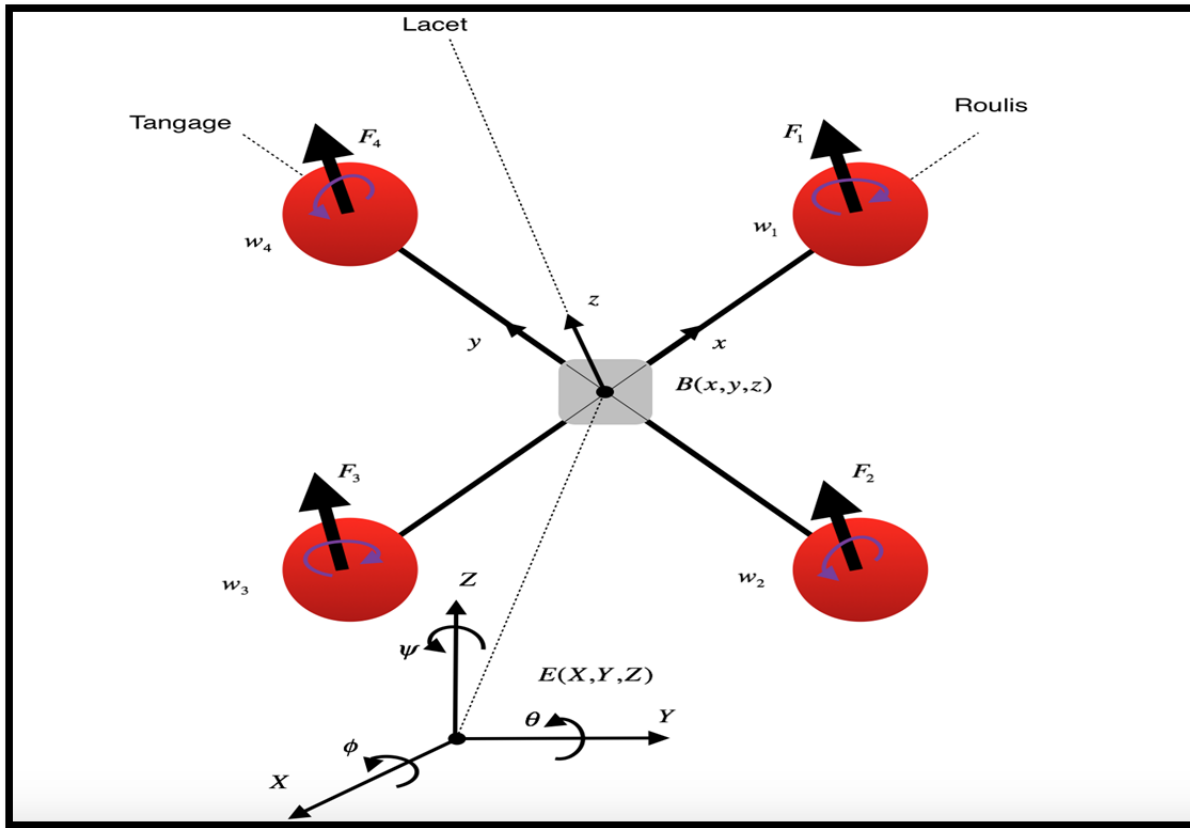


Figure 2.7 Géométrie du quadrotor

Pour développer un modèle dynamique du quadrotor, on va utiliser deux repères soit un repère lié à la terre $E(X, Y, Z)$ et un repère mobile $B(x, y, z)$ associé au centre de masse du quadrotor. La position du centre de masse du quadrotor est exprimé dans le repère $E(X, Y, Z)$, tandis que le vecteur des vitesses angulaires du quadrotor est exprimé dans le repère $B(x, y, z)$.

2.3.3 Matrice Rotation

Nous définissons l'orientation du quadrotor autour de différents axes de la façon suivante (Bouabdallah, 2007):

- Rotation de l'angle de roulis ϕ autour de l'axe x ($-\pi < \phi < \pi$);
- Rotation de l'angle de tangage θ autour de l'axe y ($-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$);
- Rotation de l'angle de lacet ψ autour de l'axe z ($-\pi < \psi < \pi$).

La Figure 2.8 présente la rotation des angles de roulis, tangage et lacet autour des axes x , y , z .

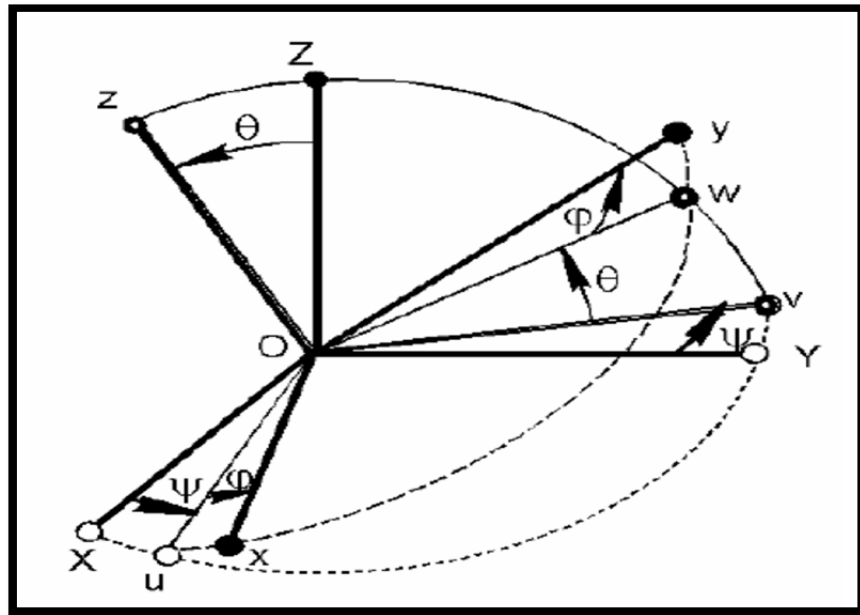


Figure 2.8 Définition des axes de rotation (Bouabdallah, 2007)

Le passage entre le repère mobile et le repère fixe est donné par la multiplication des trois matrices suivantes (Lozano, Castillo et Dzul, 2004):

$$R(x, \phi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ c\phi & -s\phi & 0 \\ s\phi & c\phi & 0 \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

$$R(y, \theta) = \begin{pmatrix} c\theta & 0 & s\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\theta & 0 & c\theta \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

$$R(z, \psi) = \begin{pmatrix} c\psi & -s\psi & 0 \\ s\psi & c\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

En multipliant les trois matrices (2.1), (2.2), (2.3), nous obtenons la matrice de rotation totale suivante:

$$R = R(x, \phi) \times R(y, \theta) \times R(z, \psi) \quad (2.4)$$

D'après (2.4) on obtient :

$$R(\phi, \theta, \psi) = \begin{pmatrix} c\psi c\theta & c\psi s\theta s\phi - s\psi c\phi & c\psi s\theta c\phi + s\psi c\phi \\ s\psi c\theta & s\psi s\theta s\phi - c\psi c\phi & s\psi s\theta c\phi - c\psi s\phi \\ -s\theta & c\theta s\phi & s\theta c\phi \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

Avec : $c = \cos$, et $s = \sin$

2.3.4 Cinématique du quadrotor

Soit $(\vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z})$ une base orthonormée associée au repère fixe lié à la terre $E(X, Y, Z)$ et $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ une base orthonormée associée au repère mobile $B(x, y, z)$. Nous pouvons ainsi déterminer à partir de (2.5) l'expression de n'importe quel point exprimé dans le repère $B(x, y, z)$ et par rapport au repère fixe $E(X, Y, Z)$ (Bouabdallah, 2007):

$$p_{X,Y,Z}(x, y, z) = R(\phi, \theta, \psi) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

Par conséquent :

$$p_X(x, y, z) = c\psi c\theta \times x + [c\psi s\theta s\phi - s\psi s\phi] \times y + [c\psi s\theta s\phi + s\psi s\phi] \times z \quad (2.7)$$

$$p_Y(x, y, z) = s\psi c\theta \times x + [s\psi s\theta s\phi + c\psi c\phi] \times y + [s\psi s\theta s\phi - s\psi s\phi] \times z \quad (2.8)$$

$$p_Z(x, y, z) = -s\theta \times x + c\theta s\phi \times y + c\phi c\theta \times z \quad (2.9)$$

En dérivant (2.7), (2.8), (2.9), Nous obtenons les vitesses correspondantes et nous pouvons les écrire sous les formes suivantes (Voir détails ANNEXE I) :

$$v_X(x, y, z) = (v_{Xx} \ v_{Xy} \ v_{Xz}) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (2.10)$$

$$v_Y(x, y, z) = (v_{Yx} \ v_{Yy} \ v_{Yz}) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

$$v_Z(x, y, z) = (v_{Zx} \ v_{Zy} \ v_{Zz}) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

À partir des équations (2.10), (2.11), et (2.12), nous pouvons calculer le carrée de la norme de la vitesse (Voir détails ANNEXE I) :

$$v^2(x, y, z) = v_X^2(x, y, z) + v_Y^2(x, y, z) + v_Z^2(x, y, z) \quad (2.13)$$

2.3.5 Développement du modèle dynamique du quadrotor

Nous choisissons de développer le modèle dynamique du quadrotor avec la méthode d'Euler Lagrange (Bouabdallah, 2007):

$$\begin{cases} (F_\eta, \Gamma_j) = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} \\ L = T - V \end{cases} \quad (2.14)$$

Avec q_i : Coordonnées généralisées;

Γ_j : Représente les moments angulaire du quadrotor;

T : Énergie cinétique du système;

V : Énergie potentielle du système.

F_η : est la force de translation appliquée au quadrotor. Elle est exprimée sous la forme suivante :

$$F_\eta = R \hat{F} \quad (2.15)$$

$\eta = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$: Représente la position du quadrotor dans le repère $E(X, Y, Z)$.

$\hat{F}$: est un vecteur Force donnée par $\hat{F} = (0 \ 0 \ T_d)^T$, où T_d est la force de poussée désirée du quadrotor.

Avec R : La matrice de rotation totale.

2.3.5.1 Équations de mouvements de rotation du quadrotor

Expression de l'énergie cinétique :

L'expression de l'énergie cinétique de rotation du quadrotor est donnée par la formule suivante :

$$T = \frac{1}{2}mv^2 \quad (2.16)$$

A partir de l'équation (2.13), et en supposant que la matrice d'inertie est diagonale, on peut extraire l'expression de l'énergie cinétique (Voir détails ANNEXE I):

$$T = \frac{1}{2}I_{xx}(\dot{\phi} - \dot{\psi}s\theta)^2 + \frac{1}{2}I_{yy}(\dot{\theta}c\phi - \dot{\psi}s\phi c\theta)^2 + \frac{1}{2}I_{zz}(\dot{\theta}s\phi - \dot{\psi}c\phi c\theta)^2 \quad (2.17)$$

Avec I_{xx}, I_{yy}, I_{zz} : Moments d'inertie.

Expression de l'énergie potentielle :

En utilisant la formule de l'énergie potentielle, on peut exprimer (2.17) dans le repère fixe lié à la terre comme suit (Voir détails ANNEXE I):

$$V = \int xdm(-g \times s\theta) + \int ydm(g \times s\phi c\theta) + \int zdm(g \times c\phi c\theta) \quad (2.18)$$

Les équations des mouvements sont ainsi exprimées sous la forme suivant (Bouabdallah, 2007):

$$\Gamma_{\phi} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \phi} = \tau_x \quad (2.19)$$

$$\Gamma_{\theta} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = \tau_y \quad (2.20)$$

$$\Gamma_{\psi} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \psi} = \tau_z \quad (2.21)$$

Avec Γ_{ϕ} : Équation de roulis;
 Γ_{θ} : Équation de tangage;
 Γ_{ψ} : Équation de Lacet.

À partir des expressions (2.14), (2.17), et (2.18), nous obtenons les équations des mouvements de rotation suivantes (Bouabdallah, 2007):

$$\begin{cases} I_{xx}\ddot{\phi} = \dot{\theta}\dot{\psi}(I_{yy} - I_{zz}) \\ I_{yy}\ddot{\theta} = \dot{\phi}\dot{\psi}(I_{zz} - I_{xx}) \\ I_{zz}\ddot{\psi} = \dot{\phi}\dot{\theta}(I_{xx} - I_{yy}) \end{cases} \quad (2.22)$$

2.3.5.2 Forces et Moments agissants sur le quadrotor

2.3.5.2.1 Forces agissant sur le quadrotor

Poids du quadrotor : il est donné par la relation $P = mg$, avec m : masse du quadrotor et g la gravité.

Force de poussée du quadrotor: c'est la force provoquée par la rotation du moteur du quadrotor. Elle est relative à la somme des vitesses de rotation des moteurs au carrée. La force de poussée totale du quadrotor est donnée par la relation suivante:

$$F_i = \sum_{i=1}^4 b w_i^2 \quad (2.23)$$

b : Coefficient de poussée du quadrotor.

Force de trainée du quadrotor: elle agit sur les pales, elle est exprimée sous la forme suivante :

$$F_T = dw^2 \quad (2.24)$$

d : est le coefficient de trainée du quadrotor;

w : Vitesse de rotation de l'hélice.

2.3.5.2.2 Moments agissant sur le quadrotor

Il existe différents moments qui agissent sur le quadrotor, ces moments sont à l'origine de la force de poussée et de la force de trainée et aux effets gyroscopiques.

Moments dus à la force de poussée du quadrotor:

- Rotation du quadrotor autour de x : c'est le moment créé par la différence entre la force de poussée du moteur 2 et la force de poussée du moteur 4, ce moment est exprimée sous la forme suivante :

$$\tau_x = l(F_2 - F_4) = bl(w_4^2 - w_2^2) \quad (2.25)$$

l : est la distance entre l'axe du rotor et le centre de gravité du quadrotor.

- Rotation du quadrotor autour de y : c'est le moment créé par la différence entre la force de poussée du moteur 1 et la force de poussée du moteur 3, ce moment est exprimée sous la forme suivante :

$$\tau_y = l(F_3 - F_1) = bl(w_3^2 - w_1^2) \quad (2.26)$$

Moments dus à la force de trainée du quadrotor:

- Rotation du quadrotor autour de z : c'est le moment créé par les couples de trainée dans chaque hélice, ce moment est exprimé sous la forme suivante :

$$\tau_z = d(w_1^2 - w_2^2 + w_3^2 - w_4^2) \quad (2.27)$$

Effets gyroscopiques:

Les effets gyroscopiques sont dus aux hélices lors d'une rotation autour des axes X et Y dans le repère fixe. Les effets gyroscopiques des hélices sont exprimés par la relation suivante :

$$\tau_{gh} = \sum_{i=1}^4 \Omega \Lambda J_r \begin{bmatrix} 0 & 0 & (-1)^{i+1} w_i \end{bmatrix}^T \quad (2.28)$$

Avec: Ω vitesse angulaire exprimée dans le repère fixe et J_r l'inertie du rotor.

D'après (2.28), nous obtenons:

$$\tau_x = J_r \bar{\Omega}_r \dot{\theta} \quad (2.29)$$

$$\tau_y = -J_r \bar{\Omega}_r \dot{\phi} \quad (2.30)$$

Avec: $\bar{\Omega}_r = w_1 - w_2 + w_3 - w_4$

En additionnant tous les moments provoqués par les différents effets, nous obtenons:

$$\begin{cases} \tau_x = bl(w_4^2 - w_2^2) + J_r \bar{\Omega}_r \dot{\theta} \\ \tau_y = bl(w_3^2 - w_1^2) - J_r \bar{\Omega}_r \dot{\phi} \\ \tau_z = d(w_1^2 - w_2^2 + w_3^2 - w_4^2) \end{cases} \quad (2.31)$$

Donc les équations des mouvements de rotation deviennent (Bouabdallah, 2007):

$$\begin{cases} \ddot{\phi} = \frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}} \dot{\theta} \dot{\psi} - \frac{J_r}{I_{xx}} \bar{\Omega}_r \dot{\theta} + \frac{bl(w_4^2 - w_2^2)}{I_{xx}} \\ \ddot{\theta} = \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} \dot{\theta} \dot{\psi} + \frac{J_r}{I_{yy}} \bar{\Omega}_r \dot{\phi} + \frac{bl(w_3^2 - w_1^2)}{I_{yy}} \\ \ddot{\psi} = \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}} \dot{\phi} \dot{\theta} + \frac{bl(w_1^2 - w_2^2 + w_3^2 - w_4^2)}{I_{zz}} \end{cases} \quad (2.32)$$

Nous pouvons l'écrire aussi sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \ddot{\phi} = \frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}} \dot{\theta} \dot{\psi} - \frac{J_r}{I_{xx}} \bar{\Omega}_r \dot{\theta} + \frac{l}{I_{xx}} U_2 \\ \ddot{\theta} = \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} \dot{\theta} \dot{\psi} + \frac{J_r}{I_{yy}} \bar{\Omega}_r \dot{\phi} + \frac{l}{I_{yy}} U_3 \\ \ddot{\psi} = \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}} \dot{\phi} \dot{\theta} + \frac{l}{I_{zz}} U_4 \end{cases} \quad (2.33)$$

2.3.5.3 Équations de mouvements de translation du quadrotor

Expression de l'énergie cinétique :

L'expression de l'énergie cinétique de translation du quadrotor est donnée par la forme suivante (Lozano, Castillo et Dzul, 2004) :

$$T = \frac{1}{2} m \dot{\eta} \dot{\eta}^T \quad (2.34)$$

Avec $\eta = (x, y, z)$: Vecteur position linéaire du quadrotor.

Expression de l'énergie potentielle :

L'expression de l'énergie potentielle de translation du quadrotor est donnée par la forme suivante :

$$V = -mgz \quad (2.35)$$

D'après (2.34), (2.35), et (2.14), on obtient les équations de mouvement de translation du quadrotor :

$$m\ddot{\eta} = T_d \begin{pmatrix} c\phi c\psi s\theta + s\phi s\psi \\ c\phi s\psi s\theta - s\phi c\psi \\ c\phi c\theta \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{pmatrix} \quad (2.36)$$

Avec : $T_d = F_1 + F_2 + F_3 + F_4$

En remplaçant F_i par son expression (2.23), on obtient :

$$T_d = b(w_1^2 + w_2^2 + w_3^2 + w_4^2) \quad (2.37)$$

D'où les équations de mouvements de translation :

$$\begin{cases} \ddot{x} = \frac{c\phi c\psi s\theta + s\phi s\psi}{m} T_d \\ \ddot{y} = \frac{c\phi s\psi s\theta - s\phi c\psi}{m} T_d \\ \ddot{z} = \frac{c\phi c\theta}{m} T_d - g \end{cases} \quad (2.38)$$

Par conséquence, voilà le modèle dynamique complet du quadrotor:

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{x} = \frac{c\phi c\psi s\theta + s\phi s\psi}{m} T_d \\ \ddot{y} = \frac{c\phi s\psi s\theta - s\phi c\psi}{m} T_d \\ \ddot{z} = \frac{c\phi c\theta}{m} T_d - g \\ \ddot{\phi} = \frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}} \dot{\theta} \dot{\psi} - \frac{J_r}{I_{xx}} \bar{\Omega}_r \dot{\theta} + \frac{l}{I_{xx}} U_2 \\ \ddot{\theta} = \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} \dot{\theta} \dot{\psi} + \frac{J_r}{I_{yy}} \bar{\Omega}_r \dot{\phi} + \frac{l}{I_{yy}} U_3 \\ \ddot{\psi} = \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}} \dot{\phi} \dot{\theta} + \frac{l}{I_{zz}} U_4 \end{array} \right. \quad (2.39)$$

2.3.6 Calcul des vitesses de rotation des moteurs du quadrotor

D'après les équations (2.25), (2.26), (2.27), et (2.37) et en fonction des forces et des moments agissants sur le quadrotor, nous pouvons ainsi calculer les vitesses de rotation des moteurs du quadrotor. Celles-ci vont nous permettre de modéliser la dynamique des moteurs en simulation afin d'être plus proche de la réalité.

Nous pouvons ainsi réécrire les équations de la force et des couples du quadrotor sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{pmatrix} T_d \\ \tau_x \\ \tau_y \\ \tau_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b & b & b & b \\ 0 & bl & 0 & -bl \\ -bl & 0 & bl & 0 \\ d & -d & d & -d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_1^2 \\ w_2^2 \\ w_3^2 \\ w_4^2 \end{pmatrix} \quad (2.40)$$

En inversant cette matrice, nous obtenons la matrice inverse correspondante, notée M_i ainsi que les vitesses de rotation des moteurs du quadrotor. Le déterminant de M_i est égal à $8b^3dl^2$ qui est toujours non nul, donc l'inversion est toujours valide.

$$\begin{pmatrix} w_1^2 \\ w_2^2 \\ w_3^2 \\ w_4^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{4b} & 0 & -\frac{1}{2bl} & \frac{1}{4d} \\ \frac{1}{4b} & \frac{1}{2b} & 0 & -\frac{1}{4d} \\ \frac{1}{4b} & 0 & \frac{1}{2bl} & \frac{1}{4d} \\ \frac{1}{4b} & \frac{1}{2b} & 0 & -\frac{1}{4d} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_d \\ \tau_x \\ \tau_y \\ \tau_z \end{pmatrix} \quad (2.41)$$

$$= M_i \begin{pmatrix} T_d \\ \tau_x \\ \tau_y \\ \tau_z \end{pmatrix}$$

Dans ce chapitre, nous avons présenté la structure générale d'un quadrotor et leur principe de vol, ensuite nous avons présenté les forces et les moments générés par l'ensemble des moteurs et agissant sur le quadrotor par la suite, nous avons formulé les équations des mouvements représentant la dynamique du quadrotor avec la méthode d'Euler Lagrange. Dans le chapitre 3, nous présenterons dans un premier temps la conception de la commande à saturation pour le contrôle de la position du quadrotor, ensuite la conception de la commande backstepping adaptative pour le contrôle de l'orientation.

CHAPITRE 3

CONCEPTION DE L'APPROCHE DE COMMANDE

Nous avons mis en évidence dans les deux premiers chapitres tous les outils indispensables pour la conception de notre approche de commande. Dans ce chapitre, nous donnerons une représentation du modèle dynamique du quadrotor plus approprié pour le développement de notre approche de commande. Celle-ci est par la suite présentée en la divisant en deux sous-systèmes, soit un premier sous-système pour contrôler la dynamique de translation et un deuxième sous-système pour contrôler la dynamique de rotation du quadrotor

3.1 Décomposition du modèle dynamique du quadrotor

Comme il est présenté dans le chapitre précédent, le modèle dynamique complet du robot volant est de la forme suivant:

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{x} = \frac{c\phi c\psi s\theta + s\phi s\psi}{m} T_d \\ \ddot{y} = \frac{c\phi s\psi s\theta - s\phi c\psi}{m} T_d \\ \ddot{z} = \frac{c\phi c\theta}{m} T_d - g \\ \ddot{\phi} = \frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}} \dot{\theta} \dot{\psi} - \frac{J_r}{I_{xx}} \bar{\Omega}_r \dot{\theta} + \frac{l}{I_{xx}} U_2 \\ \ddot{\theta} = \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} \dot{\theta} \dot{\psi} + \frac{J_r}{I_{yy}} \bar{\Omega}_r \dot{\phi} + \frac{l}{I_{yy}} U_3 \\ \ddot{\psi} = \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}} \dot{\phi} \dot{\theta} + \frac{l}{I_{zz}} U_4 \end{array} \right. \quad (3.1)$$

Ce modèle est semblable à celui présenté par (Bouabdallah, 2007), (Lozano, Castillo et Dzul, 2004). Ceci néglige les effets aérodynamiques suivants : les frottements, l'effet du vent,

l'effet de sol. Nous choisissons alors de diviser ce modèle dynamique du quadrotor en deux sous-systèmes pour faciliter la conception de notre approche de commande. Nous trouvons la dynamique du quadrotor ainsi :

$$\begin{aligned}
 \sum 1: & \begin{cases} \ddot{x} = \frac{c\phi c\psi s\theta + s\phi s\psi}{m} T_d \\ \ddot{y} = \frac{c\phi s\psi s\theta - s\phi c\psi}{m} T_d \\ \ddot{z} = \frac{c\phi c\theta}{m} T_d - g \end{cases} \\
 \sum 2: & \begin{cases} \ddot{\phi} = \frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}} \dot{\theta} \dot{\psi} - \frac{J_r}{I_{xx}} \bar{\Omega}_r \dot{\theta} + \frac{l}{I_{xx}} U_2 \\ \ddot{\theta} = \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} \dot{\theta} \dot{\psi} + \frac{J_r}{I_{yy}} \bar{\Omega}_r \dot{\phi} + \frac{l}{I_{yy}} U_3 \\ \ddot{\psi} = \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}} \dot{\phi} \dot{\theta} + \frac{l}{I_{zz}} U_4 \end{cases} \quad (3.2)
 \end{aligned}$$

La séparation est intuitive de telle sorte que le sous-système $\sum 1$ représente la dynamique de translation horizontale et verticale du robot volant tandis que le sous-système $\sum 2$ représente la dynamique de rotation du robot volant.

Pour contrôler la dynamique de translation du robot volant, nous considérons $\mu_e = \dot{\eta} - \dot{\eta}_d$.

Avec μ_e : l'erreur entre la dérivée de la position du robot volant dans le repère fixe et la vitesse linéaire désirée;

$\dot{\eta} = (\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}) \in \mathbb{R}^3$: Vecteur vitesse linéaire du robot volant ;

$\dot{\eta}_d = (\dot{x}_d, \dot{y}_d, \dot{z}_d) \in \mathbb{R}^3$: Vecteur vitesse linéaire désiré du robot volant.

D'après (2.36), nous pouvons réécrire le sous-système $\sum 1$ en boucle fermée sous la forme suivante :

$$\sum 1: \begin{cases} \dot{e} = \mu_e \\ \dot{\mu}_e = -mge_z + \|T_d\| \text{Re}_z - \ddot{\eta}_d \end{cases} \quad (3.3)$$

Avec $\dot{\mu}_e = \ddot{\eta} - \ddot{\eta}_d$

Et d'après (2.15), nous pouvons écrire :

$$T_d = \|T_d\| \text{Re}_z \quad (3.4)$$

Donc d'après (3.3) et (3.4), nous obtenons la dynamique de position du quadrotor en boucle fermé sous la forme suivante :

$$\sum 1: \begin{cases} \dot{e} = \mu_e \\ \dot{\mu}_e = -mge_z + T_d - \ddot{\eta}_d \end{cases} \quad (3.5)$$

Pour contrôler la dynamique de rotation du robot volant, nous considérons le vecteur d'état suivant : $X_2 = [\phi \ \dot{\phi} \ \theta \ \dot{\theta} \ \psi \ \dot{\psi}]^T$

Nous pouvons ainsi réécrire le sous-système $\sum 2$ sous la forme suivante :

$$\sum 2: \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \alpha_1 x_4 x_6 + \alpha_3 x_4 \bar{\Omega}_r + \beta_1 U_2 \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = \alpha_4 x_2 x_6 + \alpha_6 x_2 \bar{\Omega}_r + \beta_2 U_3 \\ \dot{x}_5 = x_6 \\ \dot{x}_6 = \alpha_7 x_2 x_4 + \beta_3 U_4 \end{cases} \quad (3.6)$$

Avec :

$$\alpha_1 = \frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}} , \quad \alpha_3 = -\frac{J_r}{I_{xx}} , \quad \alpha_4 = \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} , \quad \alpha_6 = \frac{J_r}{I_{yy}} , \quad \alpha_7 = \frac{I_{yy} - I_{xx}}{I_{zz}} , \quad \beta_1 = \frac{l}{I_{xx}} , \quad \beta_2 = \frac{l}{I_{yy}} ,$$

$$\beta_3 = \frac{l}{I_{zz}}$$

3.2 Problématique de la commande

Dans ce mémoire, nous allons nous intéresser principalement à commander le déplacement et le lacet du quadrotor tel que l'approche de commande permet le suivi des trajectoires désirées suivantes:

$$\begin{bmatrix} x_d(t) & y_d(t) & z_d(t) & \psi_d(t) \end{bmatrix}^T$$

Il faudra donc concevoir une approche de commande performante et robuste qui permet le suivi des trajectoires désirées de façon que tous les états du robot volant soient bornés à tout instant $t \geq 0$, et capable d'assurer une bonne stabilité en translation, ainsi qu'en orientation. En effet, l'objectif principal est de concevoir une approche de commande qui assure la convergence de la position du quadrotor selon x, y, z et ψ vers leurs valeurs désirées telles que:

$$\begin{cases} \lim_{t \rightarrow \infty} \|x - x_d\| = 0 \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \|y - y_d\| = 0 \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \|z - z_d\| = 0 \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \|\psi - \psi_d\| = 0 \end{cases}$$

Pour satisfaire ces quatre conditions, la commande doit générer quatre signaux de commande qui vont être transformés en quatre vitesses de rotation à l'aide de matrice de transformation inverse (2.41).

Les quatre signaux de commande sont définis comme suit :

Considérons la force de poussée totale désirée T_d ainsi que les trois couples τ_x, τ_y et τ_z . Dans ce mémoire τ_x, τ_y et τ_z sont respectivement U_2, U_3 et U_4 . L'architecture de la commande en boucle fermée est illustrée par la Figure 3.1 :

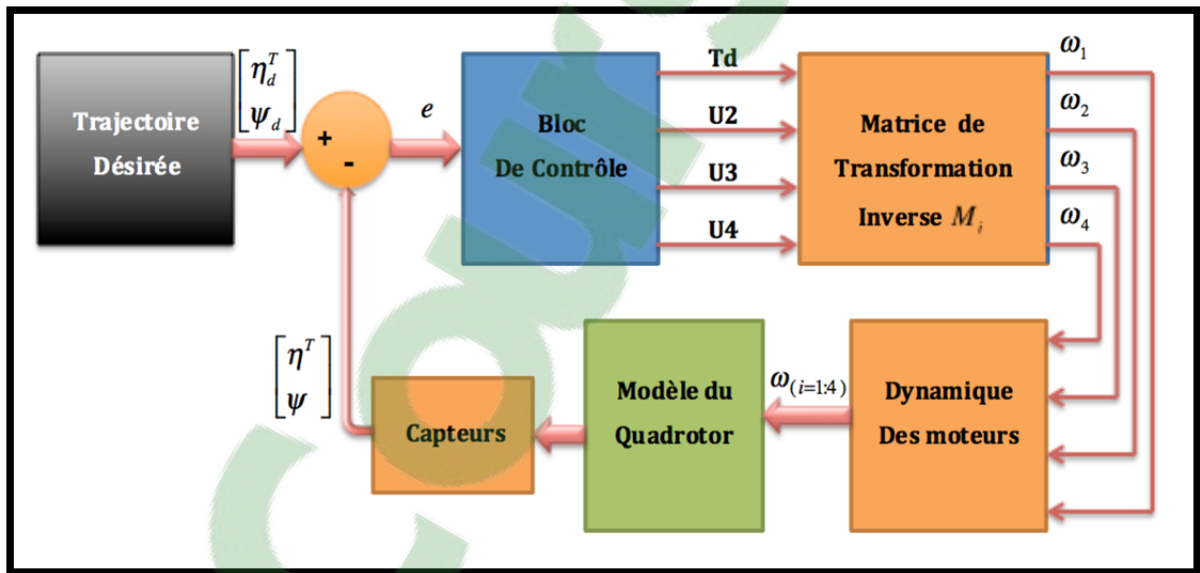


Figure 3.1 Architecture de la commande en boucle fermée

3.3 Principe de conception de la commande

Pour la résolution de notre problème de commande, nous choisissons d'utiliser une combinaison de deux types de commande en même temps et nous allons effectuer plusieurs essais pour démontrer les performances de cette approche ainsi que la robustesse et la stabilité qu'elles vont nous garantir en tout temps et surtout nous allons nous intéresser précisément à la première partie de la commande qui concerne la dynamique de translation. La structure de cette approche est illustrée par la Figure 3.2. Le premier est une commande à

saturation, tandis que le deuxième est une commande backstepping adaptative. Nous pouvons tirer avantage du fait que la dynamique des deux sous-systèmes $\Sigma 1$ et $\Sigma 2$ donnés par les équations (3.4) et (3.5) est déjà de la forme appropriée pour appliquer cette approche.

La conception de la commande à saturation est illustrée dans la section 3.4. Tout d'abord, nous commençons la conception de celle-ci par le sous-système $\Sigma 1$. Cette partie de l'approche nous permet de contrôler le déplacement du robot volant dans le plan $x-y-z$ tout en gardant une force de poussée totale bornée pour éviter le problème de singularité dans la commande et pour limiter les couples d'entrées élevés pour le quadrotor. Cette première partie de la commande permettant ainsi de calculer les angles d'attitude désirés en combinant les forces des translations désirées et la matrice de rotation R , notés dans ce qui suit $\phi_d(t)$ et $\theta_d(t)$. Ceux-ci représentent le lien avec la commande backstepping adaptative du sous-système $\Sigma 2$. Par conséquent, nous pouvons interpréter l'action de cette partie de l'approche comme étant le calcul d'une force de poussée bornée pour que le robot volant soit stable en altitude et maintenir sa position par rapport à z_d tout en déterminant l'orientation nécessaire de la force de poussée du robot volant pour assurer le déplacement désiré dans le plan $x-y$ et on peut conclure aussi que cette partie de l'approche assure la poursuite des trajectoires x_d, y_d et z_d tout en gardant l'erreur des déplacements bornée et les faisant tendre vers zéro.

La commande backstepping adaptative appliquée au sous-système $\Sigma 2$ est dédiée au contrôle de la dynamique d'orientation du robot volant. Il permet donc d'assurer la poursuite de la trajectoire désirée $\phi_d(t)$, $\theta_d(t)$ et $\psi_d(t)$, et de garantir la stabilité en attitude. Cette partie de l'approche nous permet de déterminer les trois signaux de commande restants, soient les trois moments désirés τ_x, τ_y et τ_z , respectivement U_2, U_3 et U_4 .

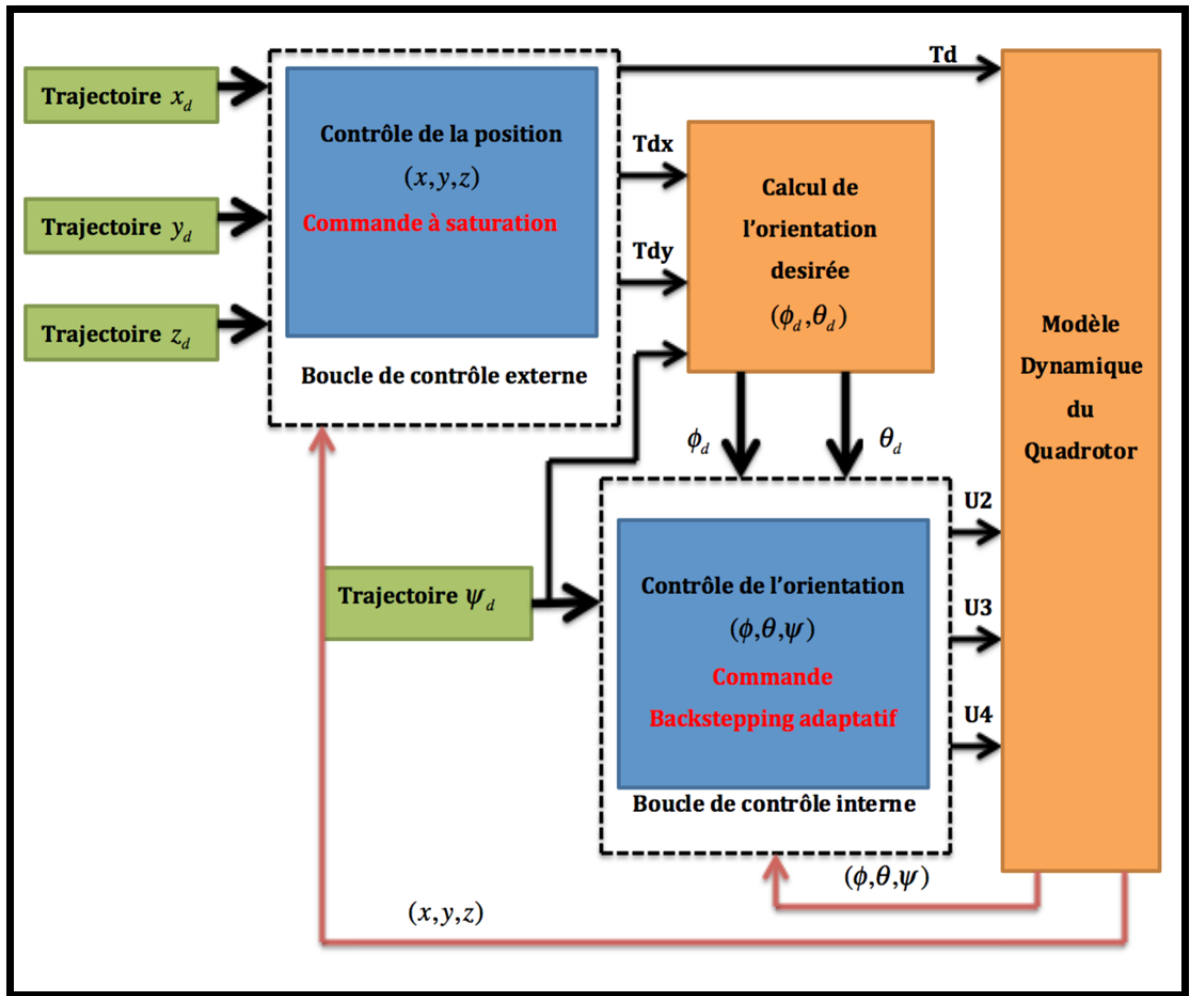


Figure 3.2 Principe de conception de la commande

3.4 Conception de la commande à saturation

3.4.1 Démonstration

Afin d'illustrer la stabilité de la commande à saturation, nous considérons le cas de l'équation (3.5) du sous-système Σ_1 en boucle fermée du quadrotor :

$$\Sigma_1: \begin{cases} \dot{e} = \mu_e \\ \dot{\mu}_e = -mge_z + T_d - \ddot{\eta}_d \end{cases}$$

Soit la loi de commande désirée suivante :

$$T_d = -\delta_{b_2}(k_2\mu_e) - \delta_{b_1}(k_1e) + mge_z + \ddot{\eta}_d \quad (3.7)$$

Avec δ_{b_i} est une fonction saturation définie sous la forme suivante :

$$\begin{cases} s\delta_{b_i}(s) > 0 & \forall s \neq 0 \\ \delta_{b_i}(s) = s & \text{si } |s| < b_i \\ |\delta_{b_i}(s)| \leq b_i & \forall s \in \mathbb{R} \end{cases} \quad (3.8)$$

Soit :

$$\sigma = mge_z + \ddot{\eta}_d \quad (3.9)$$

On définit :

$$V' = \frac{1}{2} \mu_e^T \mu_e \quad (3.10)$$

Alors :

$$\dot{V}' = \mu_e^T (-\delta_{b_2}(k_2\mu_e) - \delta_{b_1}(k_1e)) \quad (3.11)$$

Prenons :

$$b_2 > b_1 \Leftrightarrow |\delta_{b_2}(k_2\mu_e)| > |\delta_{b_1}(k_1e)| \quad (3.12)$$

D'après (3.11) et (3.12), on obtient :

$$\text{sign}(\delta_{b_2}(k_2\mu_e) + \delta_{b_1}(k_1e)) = \text{sign}(\mu_e) \quad (3.13)$$

$$\text{D'où : } \dot{V}' \leq 0 \Leftrightarrow t > T_1 \text{ tel que : } |\mu_e(t)| \leq \frac{b_1}{k_2} \quad (3.14)$$

Et on peut écrire alors :

$$T_d = -k_2\mu_e - \delta_{b1}(k_1e) + \sigma \quad (3.15)$$

Définissons maintenant :

$$v_1 = k_2e + \mu_e \quad (3.16)$$

La dérivée de v_1 est donc :

$$\dot{v}_1 = -\delta_{b1}(k_1e) \quad (3.17)$$

En se basant sur le théorème de Lyapunov et le lemme de Barbalat présentés dans la section 1.6, nous considérons maintenant la fonction de Lyapunov ci-dessous afin de démontrer la stabilité de sous-système Σ_1 :

$$V_1 = \frac{1}{2}v_1^2 \quad (3.18)$$

La dérivée de V_1 est :

$$\dot{V}_1 = v_1\dot{v}_1 \quad (3.19)$$

En remplaçant (3.16) et (3.17) dans (3.19), on obtient :

$$\dot{V}_1 = (k_2e + \mu_e)(-\delta_{b1}(k_1e)) \quad (3.20)$$

D'après (3.14), on peut écrire $\dot{V}_1$ sous cette forme :

$$\dot{V}_1 = -(k_2 e + \mu_e)(\delta_{b1}(k_1 e)) \leq -\left(k_2 e + \frac{b_1}{k_2}\right)(\delta_{b1}(k_1 e)) \quad (3.21)$$

Maintenant si :

$$|k_1 e| > 0 \Rightarrow \text{sign}(\delta_{b1}(k_1 e)) = \text{sign}(e) \quad (3.22)$$

D'autre part si :

$$|k_2 e| > |\mu_e| \Rightarrow \text{sign}(k_2 e + \mu_e) = \text{sign}(e) \quad (3.23)$$

D'après les équations (3.21), (3.22), et (3.23), on peut déduire que :

$$\dot{V}_1 \leq 0 \text{ Semi-définie négative}$$

Par conséquent, on peut conclure que v_1 est bornée. D'où e aussi est bornée $\forall t > T_2 > T_1$ tel

que $e(t) < \frac{b_1}{k_1}$ et $T_d = -k_2 \mu_e - k_1 e + \sigma$.

Réécrivant maintenant le système en boucle fermée pour $t > T_2$:

$$\begin{pmatrix} \dot{e} \\ \dot{\mu}_e \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} e \\ \mu_e \end{pmatrix} \quad (3.24)$$

$$\text{Avec : } A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -k_1 & k_2 \end{pmatrix}$$

$$\left\| \begin{pmatrix} e \\ \mu_e \end{pmatrix} \right\| \leq \left\| \begin{pmatrix} e(t_0) \\ \mu_e(t_0) \end{pmatrix} \right\| e^{-A(t-t_0)} \quad (3.25)$$

D'où la solution converge exponentiellement vers 0 lorsque $t \rightarrow \infty /_{\substack{e \rightarrow 0 \\ \mu_e \rightarrow 0}}$. Ce qui implique que le système est stable en altitude.

3.4.2 Contrôle de la position du quadrotor

Pour qu'on puisse contrôler la dynamique de translation du quadrotor, on considère le sous-système $\Sigma 1$ en boucle fermée :

$$\Sigma 1: \begin{cases} \dot{e} = \mu_e \\ \dot{\mu}_e = -mge_z + T_d - \ddot{\eta}_d \end{cases}$$

Les erreurs de la position et de la vitesse linéaire du quadrotor sont définies comme suit :

$$e = \begin{pmatrix} e_{x_x} \\ e_{y_y} \\ e_{z_z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x - x_d \\ y - y_d \\ z - z_d \end{pmatrix} \quad (3.26)$$

$$\mu_e = \begin{pmatrix} \mu_{e_x} \\ \mu_{e_y} \\ \mu_{e_z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{x} - \dot{x}_d \\ \dot{y} - \dot{y}_d \\ \dot{z} - \dot{z}_d \end{pmatrix} \quad (3.27)$$

D'après les équations (3.7), (3.26) et (3.27), on peut calculer les lois de commande pour le contrôle de la position du quadrotor selon x, y et z .

Soit T_{d_x} la loi de commande désirée pour le contrôle de la position du quadrotor selon

l'axe x :

$$T_{d_x} = -\delta_{b2} \left(k_2 \mu_{e_x} \right) - \delta_{b1} \left(k_1 e_{x_x} \right) + \ddot{\eta}_{d_x} \quad (3.28)$$

Avec $\ddot{\eta}_{d_x}$: Accélération maximale désirée selon l'axe x

Soit T_{d_y} la loi de commande désirée pour le contrôle de la position du quadrotor selon

l'axe y :

$$T_{d_y} = -\delta_{b2} \left(k_2 \mu_{e_y} \right) - \delta_{b1} \left(k_1 e_{y_y} \right) + \ddot{\eta}_{d_y} \quad (3.29)$$

Avec $\ddot{\eta}_{d_y}$: Accélération maximale désirée selon l'axe y

Soit T_{d_z} la loi de commande désirée pour le contrôle de la position du quadrotor selon

l'axe z :

$$T_{d_z} = -\delta_{b2} \left(k_2 \mu_{e_z} \right) - \delta_{b1} \left(k_1 e_{z_z} \right) + mg + \ddot{\eta}_{d_z} \quad (3.30)$$

Avec $\ddot{\eta}_{d_z}$: Accélération maximale désirée selon l'axe z

D'après les équations (3.28), (3.29) et (3.30), la force de poussée totale désirée pour contrôler le déplacement du quadrotor est de la forme suivante :

$$\|T_d\| = \sqrt{\left(T_{d_x}^2 + T_{d_y}^2 + T_{d_z}^2 \right)} \succ 0 \quad (3.31)$$

En utilisant l'équation (3.4), on peut calculer les positions angulaires désirées ϕ_d et θ_d . On trouve :

$$\phi_d = \arcsin \left(\frac{T_{d_x} \sin(\psi_d) - T_{d_y} \cos(\psi_d)}{\|T_d\|} \right) \quad (3.32)$$

$$\theta_d = \arcsin \left(\frac{\left(\frac{T_{d_x}}{\|T_d\|} \right) - \sin(\phi_d) \times \sin(\psi_d)}{\cos(\phi_d) \times \cos(\psi_d)} \right) \quad (3.33)$$

Dans notre cas, soit l'angle de lacet désiré et l'angle de tangage désiré varient dans l'intervalle suivant : $\left] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right[$

3.5 Contrôle d'orientation du quadrotor

Pour contrôler la dynamique de rotation du quadrotor; on va appliquer la commande backstepping adaptative (Voir exemple ANNEXE II). Pour qu'on puisse calculer les lois de commande de la dynamique de rotation du quadrotor on va diviser le sous-système Σ_2 en trois sous-systèmes pour faciliter le calcul :

3.5.1 Calcul de la loi de commande U_2

Soit le premier sous-système Π_1 :

$$\Pi_1 : \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \alpha_1 x_4 x_6 + \alpha_3 x_4 \bar{\Omega}_r + \beta_1 U_2 \end{cases} \quad (3.34)$$

Considérons que les paramètres α_1 , α_3 , β_1 sont inconnus. Le sous-système Π_1 devient alors :

$$\Pi_1 : \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = (\tilde{\alpha}_1 + \hat{\alpha}_1) x_4 x_6 + (\tilde{\alpha}_3 + \hat{\alpha}_3) x_4 \bar{\Omega}_r + (\tilde{\beta}_1 + \hat{\beta}_1) U_2 \end{cases} \quad (3.35)$$

Avec : $\tilde{\alpha}_i = \alpha_i - \hat{\alpha}_i$ tel que $i = 1, 3$

$$\tilde{\beta}_1 = \beta_1 - \hat{\beta}_1$$

$\hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_3, \hat{\beta}_1$ sont l'estimation de $\alpha_1, \alpha_3, \beta_1$

Étape 1 :

Soit :

$$\begin{cases} e_1 = x_1 - x_{1d} \\ V_1 = \frac{1}{2} e_1^2 \end{cases}$$

La dérivée de la fonction V_1 est donnée par :

$$\dot{V}_1 = e_1 \dot{e}_1 = e_1 (x_2 - \dot{x}_{1d}) \quad (3.36)$$

Soit x_2 une nouvelle entrée de commande virtuelle:

$$(x_{2d}) = -K_1 e_1 + \dot{x}_{1d} \quad (3.37)$$

Donc (3.37) devient :

$$\dot{V}_1 = -K_1 e_1^2 \leq 0 \text{ Semi-définie négative}$$

Étape 2 :

Considérons maintenant e_2 une deuxième variable d'erreur :

$$e_2 = x_2 - (x_{2d}) = x_2 + K_1 e_1 - \dot{x}_{1d} \quad (3.38)$$

On peut ainsi écrire :

$$\dot{e}_1 = e_2 - K_1 e_1 \quad (3.39)$$

La dynamique e_2 est donc:

$$\dot{e}_2 = (\tilde{\beta}_1 + \hat{\beta}_1) U_2 + (\tilde{\alpha}_3 + \hat{\alpha}_3) x_4 \bar{\Omega}_r + (\tilde{\alpha}_1 + \hat{\alpha}_1) x_4 x_6 + K_1 (e_2 - K_1 e_1) - \ddot{x}_{1d} \quad (3.40)$$

Pour faire une loi d'adaptation de β_1 et calculer U_2 , on doit faire un changement de variable :

Soit $\beta_1 U_2 = \bar{U}_2 - \beta_1 \tilde{\beta}_1 \bar{U}_2$.

$$\dot{e}_2 = \bar{U}_2 - \beta_1 \tilde{\beta}_1 \bar{U}_2 + \tilde{\alpha}_3 x_4 \bar{\Omega}_r + \hat{\alpha}_3 x_4 \bar{\Omega}_r + \tilde{\alpha}_1 x_4 x_6 + \hat{\alpha}_1 x_4 x_6 + K_1 (e_2 - K_1 e_1) - \ddot{x}_{1d} \quad (3.41)$$

On choisit $\bar{U}_2$ de la forme suivante :

$$\bar{U}_2 = v_2 - (\hat{\alpha}_3 x_4 \bar{\Omega}_r + \hat{\alpha}_1 x_4 x_6 + K_1 (e_2 - K_1 e_1) - \ddot{x}_{1d}) \quad (3.42)$$

En remplaçant $\bar{U}_2$ par son expression dans (3.41), on obtient :

$$\dot{e}_2 = v_2 - \beta_1 \tilde{\beta}_1 \bar{U}_2 + \tilde{\alpha}_3 x_4 \bar{\Omega}_r + \tilde{\alpha}_1 x_4 x_6 + \hat{\alpha}_1 x_4 x_6 \quad (3.43)$$

Déterminons maintenant v_2 . Pour ce faire, on définit la fonction candidate de Lyapunov suivante :

$$V_2 = \frac{1}{2}e_1^2 + \frac{1}{2}e_2^2 + \frac{1}{2\gamma}\tilde{\alpha}_1^2 + \frac{1}{2\gamma}\tilde{\alpha}_3^2 + \frac{\beta_1}{2\gamma}\tilde{\beta}_1^2 \quad (3.44)$$

La dérivée de la fonction V_2 est donnée par :

$$\dot{V}_2 = e_1\dot{e}_1 + e_2\dot{e}_2 + \frac{1}{\gamma}\tilde{\alpha}_1\dot{\tilde{\alpha}}_1 + \frac{1}{\gamma}\tilde{\alpha}_3\dot{\tilde{\alpha}}_3 + \frac{\beta_1}{\gamma}\tilde{\beta}_1\dot{\tilde{\beta}}_1 \quad (3.45)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= e_1 \{e_2 - K_1 e_1\} + e_2 \{v_2 - \beta_1 \tilde{\beta}_1 \bar{U}_2 + \tilde{\alpha}_3 x_4 \bar{\Omega}_r + \tilde{\alpha}_1 x_4 x_6\} \\ &\quad + \frac{1}{\gamma}\tilde{\alpha}_1\dot{\tilde{\alpha}}_1 + \frac{1}{\gamma}\tilde{\alpha}_3\dot{\tilde{\alpha}}_3 + \frac{\beta_1}{\gamma}\tilde{\beta}_1\dot{\tilde{\beta}}_1 \\ &= e_1 \{e_2 - K_1 e_1\} + e_2 v_2 + \tilde{\beta}_1 \left(-\beta_1 \bar{U}_2 e_2 + \frac{\beta_1}{\gamma} \dot{\tilde{\beta}}_1 \right) + \tilde{\alpha}_1 \left(x_4 x_6 e_2 + \frac{1}{\gamma} \dot{\tilde{\alpha}}_1 \right) \\ &\quad + \tilde{\alpha}_3 \left(x_4 \bar{\Omega}_r e_2 + \frac{1}{\gamma} \dot{\tilde{\alpha}}_3 \right) \end{aligned} \quad (3.46)$$

Il suffit de choisir $v_2, \beta_1, \hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_3$ comme suit pour rendre $\dot{V}_2$ semi-définie négative :

$$\begin{cases} v_2 = -e_1 - K_2 e_2 \\ \tilde{\beta}_1 \left(-\beta_1 \bar{U}_2 e_2 + \frac{\beta_1}{\gamma} \dot{\tilde{\beta}}_1 \right) = 0 \\ \tilde{\alpha}_1 \left(x_4 x_6 e_2 + \frac{1}{\gamma} \dot{\tilde{\alpha}}_1 \right) = 0 \\ \tilde{\alpha}_3 \left(x_4 \bar{\Omega}_r e_2 + \frac{1}{\gamma} \dot{\tilde{\alpha}}_3 \right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{\tilde{\beta}}_1 = \gamma e_2 \bar{U}_2 \\ \dot{\tilde{\alpha}}_1 = -\gamma x_4 x_6 e_2 \\ \dot{\tilde{\alpha}}_3 = -\gamma x_4 \bar{\Omega}_r e_2 \end{cases} \quad (3.47)$$

D'où :

$$\begin{cases} \bar{U}_2 = -e_1 - K_2 e_2 - \hat{\alpha}_3 x_4 \bar{\Omega}_r - \hat{\alpha}_1 x_4 x_6 e_2 - K_1 (e_2 - K_1 e_1) + \ddot{x}_{1d} \\ \dot{\hat{\beta}}_1 = -\gamma e_2 \bar{U}_2 \\ \dot{\hat{\alpha}}_1 = \gamma x_4 x_6 e_2 \\ \dot{\hat{\alpha}}_3 = \gamma x_4 \bar{\Omega}_r e_2 \end{cases} \quad (3.48)$$

Par conséquent : $\dot{V}_2 = -K_1 e_1^2 - K_2 e_2^2 \leq 0$ semi-définie négative. En utilisant le théorème de Barbalat on peut conclure que U_2 est une loi de commande qui stabilise le sous-système Π_1 .

3.5.2 Calcul de la loi de commande U_3

Soit le deuxième sous-système Π_2 :

$$\Pi_2 : \begin{cases} \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = \alpha_4 x_2 x_6 + \alpha_6 x_2 \bar{\Omega}_r + \beta_2 U_3 \end{cases} \quad (3.49)$$

Considérons que les paramètres $\alpha_4, \alpha_6, \beta_2$ sont inconnus. Le sous-système Π_2 devient alors :

$$\Pi_2 : \begin{cases} \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = (\tilde{\alpha}_4 + \hat{\alpha}_4) x_2 x_6 + (\tilde{\alpha}_6 + \hat{\alpha}_6) x_2 \bar{\Omega}_r + (\tilde{\beta}_2 + \hat{\beta}_2) U_3 \end{cases} \quad (3.50)$$

Avec : $\tilde{\alpha}_i = \alpha_i - \hat{\alpha}_i$ tel que $i = 4, 6$

$$\tilde{\beta}_2 = \beta_2 - \hat{\beta}_2$$

$\hat{\alpha}_4, \hat{\alpha}_6, \hat{\beta}_2$ sont l'estimation de $\alpha_4, \alpha_6, \beta_2$

Étape 1 :

Soit :

$$\begin{cases} e_3 = x_3 - x_{3d} \\ V_3 = \frac{1}{2} e_3^2 \end{cases}$$

La dérivée de la fonction V_3 est donnée par :

$$\dot{V}_3 = e_3 \dot{e}_3 = e_3 (x_4 - \dot{x}_{3d}) \quad (3.51)$$

Soit x_4 une nouvelle entrée de commande virtuelle:

$$(x_{4d}) = -K_3 e_3 + \dot{x}_{3d} \quad (3.52)$$

Donc (3.51) devient :

$$\dot{V}_3 = -K_3 e_3^2 \leq 0 \text{ Semi-définie négative}$$

Étape 2 :

Considérons maintenant e_4 une deuxième variable d'erreur :

$$e_4 = x_4 - (x_{4d}) = x_4 + K_3 e_3 - \dot{x}_{3d} \quad (3.53)$$

On peut ainsi écrire :

$$\dot{e}_3 = e_4 - K_3 e_3 \quad (3.54)$$

La dynamique e_4 est donc:

$$\dot{e}_4 = (\tilde{\beta}_2 + \hat{\beta}_2)U_3 + (\tilde{\alpha}_6 + \hat{\alpha}_6)x_2\bar{\Omega}_r + (\tilde{\alpha}_4 + \hat{\alpha}_4)x_2x_6 + K_3(e_4 - K_3e_3) - \ddot{x}_{3d} \quad (3.55)$$

Pour faire une loi d'adaptation de β_2 , on doit faire un changement de variable :

Soit $\beta_2 U_3 = \bar{U}_3 - \beta_2 \tilde{\beta}_2 \bar{U}_3$.

$$\dot{e}_4 = \bar{U}_3 - \beta_2 \tilde{\beta}_2 \bar{U}_3 + \tilde{\alpha}_6 x_2 \bar{\Omega}_r + \hat{\alpha}_6 x_2 \bar{\Omega}_r + \tilde{\alpha}_4 x_2 x_6 + \hat{\alpha}_4 x_2 x_6 + K_3(e_4 - K_3e_3) - \ddot{x}_{3d} \quad (3.56)$$

On choisit $\bar{U}_3$ de la forme suivante :

$$\bar{U}_3 = v_3 - (\hat{\alpha}_6 x_2 \bar{\Omega}_r + \hat{\alpha}_4 x_2 x_6 + K_3(e_4 - K_3e_3) - \ddot{x}_{3d}) \quad (3.57)$$

En remplaçant $\bar{U}_3$ par son expression dans (3.56), on obtient :

$$\dot{e}_4 = v_3 - \beta_2 \tilde{\beta}_2 \bar{U}_3 + \tilde{\alpha}_6 x_2 \bar{\Omega}_r + \tilde{\alpha}_4 x_2 x_6 \quad (3.58)$$

Déterminons maintenant v_3 . Pour ce faire, on définit la fonction candidate de Lyapunov suivante :

$$V_4 = \frac{1}{2}e_3^2 + \frac{1}{2}e_4^2 + \frac{1}{2\gamma}\tilde{\alpha}_4^2 + \frac{1}{2\gamma}\tilde{\alpha}_6^2 + \frac{\beta_1}{2\gamma}\tilde{\beta}_2^2 \quad (3.59)$$

La dérivée de la fonction V_4 est donnée par :

$$\dot{V}_4 = e_3\dot{e}_3 + e_4\dot{e}_4 + \frac{1}{\gamma}\tilde{\alpha}_4\dot{\tilde{\alpha}}_4 + \frac{1}{\gamma}\tilde{\alpha}_6\dot{\tilde{\alpha}}_6 + \frac{\beta_2}{\gamma}\tilde{\beta}_2\dot{\tilde{\beta}}_2 \quad (3.60)$$

$$\begin{aligned}
\dot{V}_4 &= e_3 \{e_4 - K_3 e_3\} + e_4 \{v_3 - \beta_2 \tilde{\beta}_2 \bar{U}_3 + \tilde{\alpha}_6 x_2 \bar{\Omega}_r + \tilde{\alpha}_4 x_2 x_6\} \\
&\quad + \frac{1}{\gamma} \tilde{\alpha}_4 \dot{\tilde{\alpha}}_4 + \frac{1}{\gamma} \tilde{\alpha}_6 \dot{\tilde{\alpha}}_6 + \frac{\beta_2}{\gamma} \tilde{\beta}_2 \dot{\tilde{\beta}}_2 \\
&= e_3 \{e_4 - K_3 e_3\} + e_4 v_3 + \tilde{\beta}_2 \left(-\beta_2 \bar{U}_3 e_4 + \frac{\beta_2}{\gamma} \dot{\tilde{\beta}}_2 \right) + \tilde{\alpha}_4 \left(x_2 x_6 e_4 + \frac{1}{\gamma} \dot{\tilde{\alpha}}_4 \right) \\
&\quad + \tilde{\alpha}_6 \left(x_2 \bar{\Omega}_r e_4 + \frac{1}{\gamma} \dot{\tilde{\alpha}}_6 \right)
\end{aligned} \tag{3.61}$$

Il suffit de choisir $v_3, \beta_2, \hat{\alpha}_4, \hat{\alpha}_6$ comme suit pour rendre $\dot{V}_4$ semi-définie négative :

$$\begin{cases} v_3 = -e_3 - K_4 e_4 \\ \tilde{\beta}_2 \left(-\beta_2 \bar{U}_3 e_4 + \frac{\beta_2}{\gamma} \dot{\tilde{\beta}}_2 \right) = 0 \\ \tilde{\alpha}_4 \left(x_2 x_6 e_4 + \frac{1}{\gamma} \dot{\tilde{\alpha}}_4 \right) = 0 \\ \tilde{\alpha}_6 \left(x_2 \bar{\Omega}_r e_4 + \frac{1}{\gamma} \dot{\tilde{\alpha}}_6 \right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{\tilde{\beta}}_2 = \gamma e_4 \bar{U}_3 \\ \dot{\tilde{\alpha}}_4 = -\gamma x_2 x_6 e_4 \\ \dot{\tilde{\alpha}}_6 = -\gamma x_2 \bar{\Omega}_r e_4 \end{cases} \tag{3.62}$$

D'où :

$$\begin{cases} \bar{U}_3 = -e_3 - K_4 e_4 - \hat{\alpha}_6 x_2 \bar{\Omega}_r - \hat{\alpha}_4 x_2 x_6 e_4 - K_3 (e_4 - K_3 e_3) + \ddot{x}_{3d} \\ \dot{\tilde{\beta}}_2 = -\gamma e_4 \bar{U}_3 \\ \dot{\tilde{\alpha}}_4 = \gamma x_2 x_6 e_4 \\ \dot{\tilde{\alpha}}_6 = \gamma x_2 \bar{\Omega}_r e_4 \end{cases} \tag{3.63}$$

Par conséquent : $\dot{V}_4 = -K_3 e_3^2 - K_4 e_4^2 \leq 0$ semi-définie négative. En utilisant le théorème de Barbalat on peut conclure que U_3 est une loi de commande qui stabilise le sous-système Π_2 .

3.5.3 Calcul de la loi de commande U_4

Soit le troisième sous-système Π_3 :

$$\Pi_3 : \begin{cases} \dot{x}_5 = x_6 \\ \dot{x}_6 = \alpha_7 x_2 x_4 + \beta_3 U_4 \end{cases} \quad (3.64)$$

Considérons que les paramètres α_7, β_3 sont inconnus. Le sous-système Π_3 devient alors :

$$\Pi_3 : \begin{cases} \dot{x}_5 = x_6 \\ \dot{x}_6 = (\tilde{\alpha}_7 + \hat{\alpha}_7) x_2 x_4 + (\tilde{\beta}_3 + \hat{\beta}_3) U_4 \end{cases} \quad (3.65)$$

Avec : $\tilde{\alpha}_7 = \alpha_7 - \hat{\alpha}_7$

$$\tilde{\beta}_3 = \beta_3 - \hat{\beta}_3$$

$\hat{\alpha}_7, \hat{\beta}_3$ sont l'estimation de α_7, β_3

Étape 1 :

Soit :

$$\begin{cases} e_5 = x_5 - x_{5d} \\ V_5 = \frac{1}{2} e_5^2 \end{cases}$$

La dérivée de la fonction V_5 est donnée par :

$$\dot{V}_5 = e_5 \dot{e}_5 = e_5 (x_6 - \dot{x}_{5d}) \quad (3.66)$$

Soit x_6 une nouvelle entrée de commande virtuelle:

$$\dot{(x_{6d})} = -K_5 e_5 + \dot{x}_{5d} \quad (3.67)$$

Donc (3.66) devient :

$$\dot{V}_5 = -K_5 e_5^2 \leq 0 \text{ Semi-définie négative}$$

Étape 2 :

Considérons maintenant e_6 une deuxième variable d'erreur :

$$e_6 = x_6 - (x_{6d}) = x_6 + K_5 e_5 - \dot{x}_{5d} \quad (3.68)$$

On peut ainsi écrire :

$$\dot{e}_6 = e_6 - K_5 e_5 \quad (3.69)$$

La dynamique e_6 est donc:

$$\dot{e}_6 = (\tilde{\beta}_3 + \hat{\beta}_3) U_4 + (\tilde{\alpha}_7 + \hat{\alpha}_7) x_2 x_4 + K_5 (e_6 - K_5 e_5) - \ddot{x}_{5d} \quad (3.70)$$

Pour faire une loi d'adaptation de β_3 , on doit faire un changement de variable :

Soit $\beta_3 U_4 = \bar{U}_4 - \beta_3 \tilde{\beta}_3 \bar{U}_4$.

$$\dot{e}_6 = \bar{U}_4 - \beta_3 \tilde{\beta}_3 \bar{U}_4 + \tilde{\alpha}_7 x_2 x_4 + \hat{\alpha}_7 x_2 x_4 + K_5 (e_6 - K_5 e_5) - \ddot{x}_{5d} \quad (3.71)$$

On choisit $\bar{U}_4$ de la forme suivante :

$$\bar{U}_4 = v_4 - (\hat{\alpha}_7 x_2 x_4 + K_5 (e_6 - K_5 e_5) - \ddot{x}_{5d}) \quad (3.72)$$

En remplaçant $\bar{U}_4$ par son expression dans (3.71), on obtient :

$$\dot{e}_6 = v_4 - \beta_3 \tilde{\beta}_3 \bar{U}_4 + \tilde{\alpha}_7 x_2 x_4 \quad (3.73)$$

Déterminons maintenant v_4 . Pour ce faire, on définit la fonction candidate de Lyapunov suivante :

$$V_6 = \frac{1}{2} e_5^2 + \frac{1}{2} e_6^2 + \frac{1}{2\gamma} \tilde{\alpha}_7^2 + \frac{\beta_3}{2\gamma} \tilde{\beta}_3^2 \quad (3.74)$$

La dérivée de la fonction V_6 est donnée par :

$$\dot{V}_6 = e_5 \dot{e}_5 + e_6 \dot{e}_6 + \frac{1}{\gamma} \tilde{\alpha}_7 \dot{\tilde{\alpha}}_7 + \frac{\beta_3}{\gamma} \tilde{\beta}_3 \dot{\tilde{\beta}}_3 \quad (3.75)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_6 &= e_5 \{e_6 - K_5 e_5\} + e_6 \{v_4 - \beta_3 \tilde{\beta}_3 \bar{U}_4 + \tilde{\alpha}_7 x_2 x_4\} \\ &\quad + \frac{1}{\gamma} \tilde{\alpha}_7 \dot{\tilde{\alpha}}_7 + \frac{\beta_3}{\gamma} \tilde{\beta}_3 \dot{\tilde{\beta}}_3 \\ &= e_5 \{e_6 - K_5 e_5\} + e_6 v_4 + \tilde{\beta}_3 \left(-\beta_3 \bar{U}_4 e_6 + \frac{\beta_3}{\gamma} \dot{\tilde{\beta}}_3 \right) + \tilde{\alpha}_7 \left(x_2 x_4 e_6 + \frac{1}{\gamma} \dot{\tilde{\alpha}}_7 \right) \end{aligned} \quad (3.76)$$

Il suffit de choisir $v_4, \beta_3, \hat{\alpha}_7$ comme suit pour rendre $\dot{V}_6$ semi-définie négative :

$$\begin{cases} v_4 = -e_5 - K_6 e_6 \\ \tilde{\beta}_3 \left(-\beta_3 \bar{U}_4 e_6 + \frac{\beta_3}{\gamma} \dot{\tilde{\beta}}_3 \right) = 0 \\ \tilde{\alpha}_7 \left(x_2 x_4 e_4 + \frac{1}{\gamma} \dot{\tilde{\alpha}}_7 \right) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{\tilde{\beta}}_3 = \gamma e_6 \bar{U}_4 \\ \dot{\tilde{\alpha}}_7 = -\gamma x_2 x_4 e_6 \end{cases} \quad (3.77)$$

D'où :

$$\begin{cases} \bar{U}_4 = -e_5 - K_6 e_6 - \hat{\alpha}_7 x_2 x_4 e_6 - K_5 (e_6 - K_5 e_5) + \ddot{x}_{5d} \\ \dot{\tilde{\beta}}_3 = -\gamma e_6 \bar{U}_4 \\ \dot{\tilde{\alpha}}_7 = \gamma x_2 x_4 e_6 \end{cases} \quad (3.78)$$

Par conséquent : $\dot{V}_6 = -K_5 e_5^2 - K_6 e_6^2 \leq 0$ semi-définie négative. En utilisant le théorème de Barbalat on peut conclure que U_4 est une loi de commande qui stabilise le sous-système Π_3 .

Dans ce chapitre, nous avons présenté la conception d'une commande à saturation pour contrôler la dynamique de translation du robot volant. Celle-ci a été construite dans l'optique d'avoir une force de poussée totale bornée permettant d'éviter le problème de singularité, ainsi les couples d'entrées élevées pour les commandes des moteurs. Par la suite, une commande backstepping adaptative a été construite pour contrôler la dynamique de rotation du robot volant. Celle-ci a été effectuée en divisant la dynamique de rotation du robot volant en trois sous-systèmes pour faciliter le calcul des lois de commande soit: la commande de roulis, la commande de tangage, et la commande de lacet. L'approche de commande obtenue respecte nos objectifs tels que présentés dans la section 3.2. Des résultats de simulation en boucle fermée seront présentés dans le chapitre 4.

CHAPITRE 4

SIMULATIONS NUMÉRIQUE

Ce chapitre présente le modèle de la simulation de notre approche de commande développée dans le chapitre précédent sur le modèle dynamique d'un quadrotor. Nous commençons par présenter des résultats de simulation sous Matlab/Simulink. Nous allons effectuer deux essais de vol dans les simulations. Le premier essai de vol consiste à tester la performance de notre approche de commande à suivre une trajectoire à partir de 5 Points intermédiaires dont leurs dérivées par rapport au temps sont nulles. Tandis que le deuxième essai de vol consiste à tester la performance de notre approche de commande sur des trajectoires variantes dans le temps dont les dérivées ne sont pas nulles, et on finit par des résultats de simulations avec un bruit blanc dans la boucle de retour de la commande.

4.1 Modèle de simulation

La Figure 4.1 présente l'architecture complète du modèle de simulation du robot volant de type quadrotor sous Matlab/Simulink. Le modèle dynamique du quadrotor, représenté par l'équation (3.2), l'approche de commande, le générateur de trajectoire, ainsi que la dynamique des moteurs sont intégrées dans Simulink à l'aide de «Matlab Function». Les données des capteurs du robot volant sont supposées comme étant parfaits.

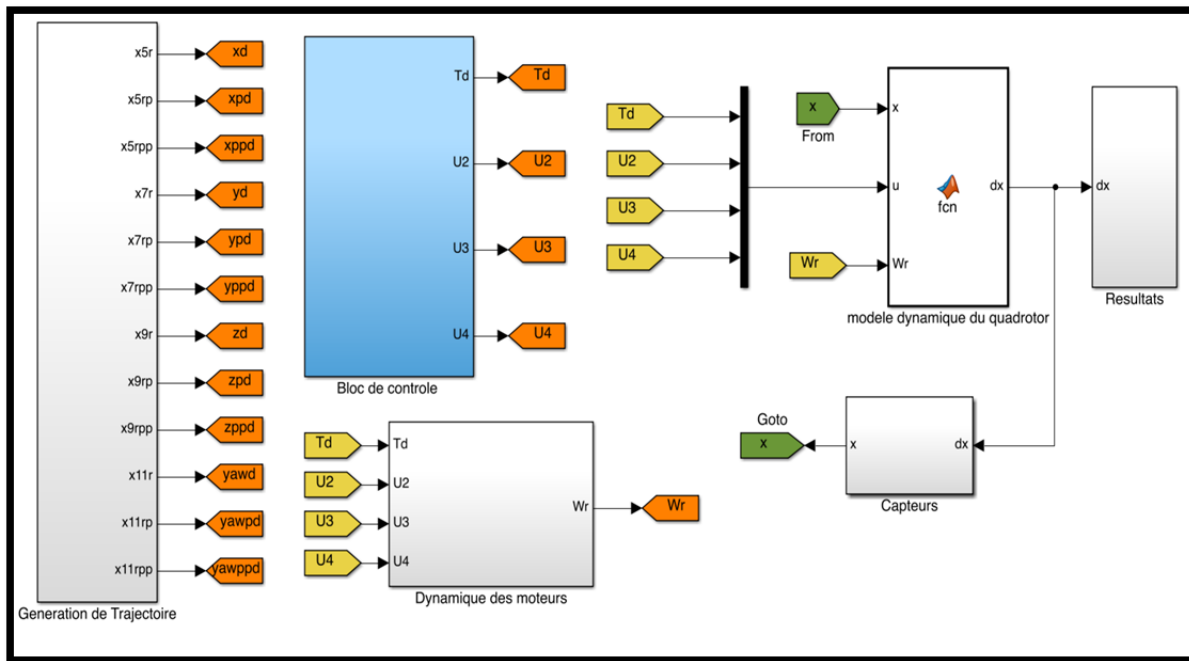


Figure 4.1 Schéma de simulation du quadrotor

4.2 Simulation

Dans cette section nous allons effectuer deux essais de vol. Dans le premier essai, nous allons générer une trajectoire à partir de 5 Points intermédiaires puis nous allons choisir des différents gains de la commande à saturation et nous allons voir si la force de poussée totale désirée du quadrotor est bornée ou non par rapport aux vitesses de rotation maximale des moteurs, ensuite on va voir l'évolution de x, y, z et ψ dans le temps par rapport aux trajectoires désirées. Ce premier essai va nous permettre de tester les performances de notre approche de commande. Tandis que le deuxième essai consiste à faire une simulation avec un autre type de trajectoire variante au cours du temps et valider la performance de notre approche de commande à suivre des trajectoires plus complexes dont les dérivées ne sont pas nulles. Enfin, nous allons ajouter un bruit blanc dans les données des capteurs de position et voir le degré de robustesse de notre approche de commande.

4.2.1 Paramètres du modèle en simulation

Ce paragraphe présente tous les paramètres utilisés au cours des différents tests de simulations. Le tableau 4.1 contient les paramètres des simulations de Matlab/Simulink

Tableau 4.1 Paramètres des simulations Matlab/Simulink

Paramètre des simulations	Valeur
Type de Solveur	Ode1 (Euler)
Temps d'échantillonnage	0.01s

Les paramètres du robot volant utilisés dans ce mémoire correspondent à ceux du club étudiant Dronolab de l'ÉTS (Dronolab, 2014). En fait, ces paramètres ont été utilisés comme étant des conditions initiales dans le modèle dynamique de quadrotor puisque nous avons développé une commande backstepping adaptative pour contrôler la dynamique de rotation du robot volant. Le tableau 4.2 présente les paramètres utilisés dans le modèle dynamique du quadrotor.

Tableau 4.2 Conditions initiales des paramètres du quadrotor

Paramètres	Symbole	Valeur
Masse	m	$1.244kg$
Inertie autour de l'axe x	I_{xx}	$0.013kg.m^2$
Inertie autour de l'axe y	I_{yy}	$0.013kg.m^2$
Inertie autour de l'axe z	I_{zz}	$0.024kg.m^2$
Inertie de Rotor	J_r	$0.000078187598kg.m^2$
Coefficient de poussée	b	$0.0000141871313812N.m.s^2$
Coefficient de traînée	d	$0.00000184N.m.s^2$
Longueur des bras	l	$0.2125m$

La dynamique des moteurs du quadrotor est représentée par une fonction de transfert de premier ordre suivie d'une fonction saturation qui représente la vitesse de rotation maximale pour chaque rotor. Les paramètres de la dynamique des rotors sont présentés dans le tableau 4.3. En effet, les moteurs sans balai utilisés conçus pour les systèmes multirotors sont typiquement très rapides, de telle sorte que la dynamique de ceux-ci est négligée par plusieurs auteurs tels que (Charland-Arcand, 2014).

Tableau 4.3 Paramètres des moteurs du robot volant

Paramètres	Valeurs
k : Gain statique	1
τ : Constante du temps	0.1s
Vitesse maximale du rotor	1000rad / s

Les gains de la commande backstepping adaptative pour le contrôle de l'orientation sont présentés dans le tableau 4.4

Tableau 4.4 Gains de la commande backstepping adaptative

Paramètres	Valeurs
K_1	8
K_2	8
K_3	8
K_4	8
K_5	5
K_6	3
γ : Gain d'adaptation	0.98

4.2.2 Premier essai de vol

Le premier essai de vol en simulation présente le suivi d'une trajectoire à partir de 5 Points intermédiaires par le quadrotor. Pour obtenir le profil de trajectoire désiré, nous avons choisi d'utiliser un polynôme d'ordre 3 qui permet le passage d'un point à une autre. Ce dernier va nous permettre de contrôler les positions, les vitesses, et les accélérations du quadrotor tout au long l'essai de vol. Dans ce premier essai de vol, nous avons choisi un temps de 10 secondes pour le passage d'un point à une autre. Il faut noter que le temps total et le temps de passage choisi pour effectuer la trajectoire désirée, ainsi que la distance à parcourir agissent sur l'agressivité de la trajectoire. L'équation (4.1) présente le polynôme d'ordre 3 utilisé pour générer la trajectoire :

$$P(t) = a_0 + a_2 (t - T)^2 + a_3 (t - T)^3 \quad (4.1)$$

a_0, a_2, a_3 : sont les coefficients du polynôme $P(t)$, chaque coefficient a une signification dans le calcul de trajectoire.

a_0 : Représente la position initiale du quadrotor et on peut l'écrire aussi $a_0 = P_i$.

a_2, a_3 : sont en fonction de la position initiale P_i du quadrotor, de la position finale désirée P_f , et le temps de montée ou de descente pour le passage d'un point à une autre.

$$a_2 = \left(\frac{3}{t_m^2} \right) \times (P_f - P_i) \quad (4.2)$$

$$a_3 = \left(\frac{2}{t_m^2} \right) \times (P_f - P_i) \quad (4.3)$$

Avec : $T = T_t - t_d$

T_t : Temps total parcouru;

t_d : Temps de descente;

t_m : Temps de montée.

La figure 4.2 présente un exemple de trajectoire désirée avec les différents périodes du temps :

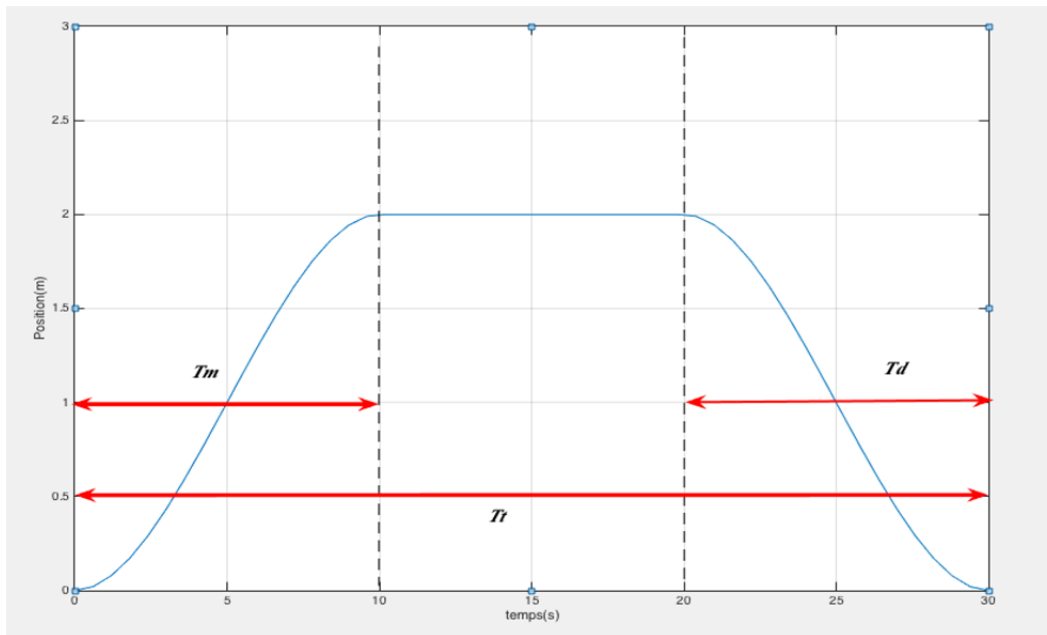


Figure 4.2 Profil d'une trajectoire polynomiale

Le tableau 4.5 présente la trajectoire désirée du quadrotor en simulation

Tableau 4.5 Trajectoire désirée du quadrotor en simulation

Points	$x_d(m)$	$y_d(m)$	$z_d(m)$	$\psi_d(rad)$
1	0	0	10	0
2	5	0	10	$\pi/4$
3	8	5	10	0
4	2	4	10	-1/2
5	0	0	10	0

Le tableau 4.6 présente les conditions initiales soit les positions linéaires et angulaires du quadrotor. Il faut noter aussi que toutes les vitesses initiales, ainsi que les accélérations initiales sont considérées comme étant nulles suivant tous les axes

Tableau 4.6 Conditions initiales du quadrotor

États	Valeurs
$X(0)$	0
$Y(0)$	0
$Z(0)$	0
$\phi(0)$	0
$\theta(0)$	0
$\psi(0)$	0

Le tableau 4.7 présente les paramètres du premier essai de vol en simulation

Tableau 4.7 Paramètres de premier essai de vol

Paramètres	Valeur
Temps de simulation	80s
Accélération maximale	$2.4\text{ m} / \text{s}^2$

Dans cet essai de vol, nous allons effectuer deux tests pour démontrer les performances théoriques de notre approche de commande. Dans le premier test de simulation, nous avons fait un premier choix des gains de la commande à saturation ensuite faire la simulation et voir le comportement de l'approche de commande. L'objectif dans ce premier test est de voir dans un premier temps le rôle de la fonction saturation à garder une force de poussée totale bornée sachant que la poussée maximale du quadrotor égale à 56 N , ensuite de voir l'influence de la force de poussée trouvé sur les vitesses de rotation des moteurs du quadrotor

Le tableau 4.8 présente les gains de la commande à saturation pour le premier test de simulation (Voir détails ANNEXE II).

Tableau 4.8 Gains de la commande à saturation pour le premier test de simulation

Paramètres	Valeurs
k_1 : Gain des Positions	12
k_2 : Gain des Vitesses	3
b_1	10.8
b_2	20

Comme nous montre la figure 4.3, la force de poussée du quadrotor est égale à $18.2N$, ce qui est acceptable puisque la force de poussée maximale du quadrotor est de $56N$, nous pouvons ainsi remarquer que la commande génère des entrées de commande atteignable en pratique puisqu'on a une vitesse de rotation maximale des moteurs équivalent à $1000\text{rad} / s$ équivaut à la force de poussée maximale du quadrotor mais nous pouvons ainsi constater qu'avec une force de poussée égale à $18.2N$ il n'y a pas beaucoup d'oscillations au niveau des vitesses de rotation des moteurs, ce qui peut causer des mouvements brusques pour le quadrotor.

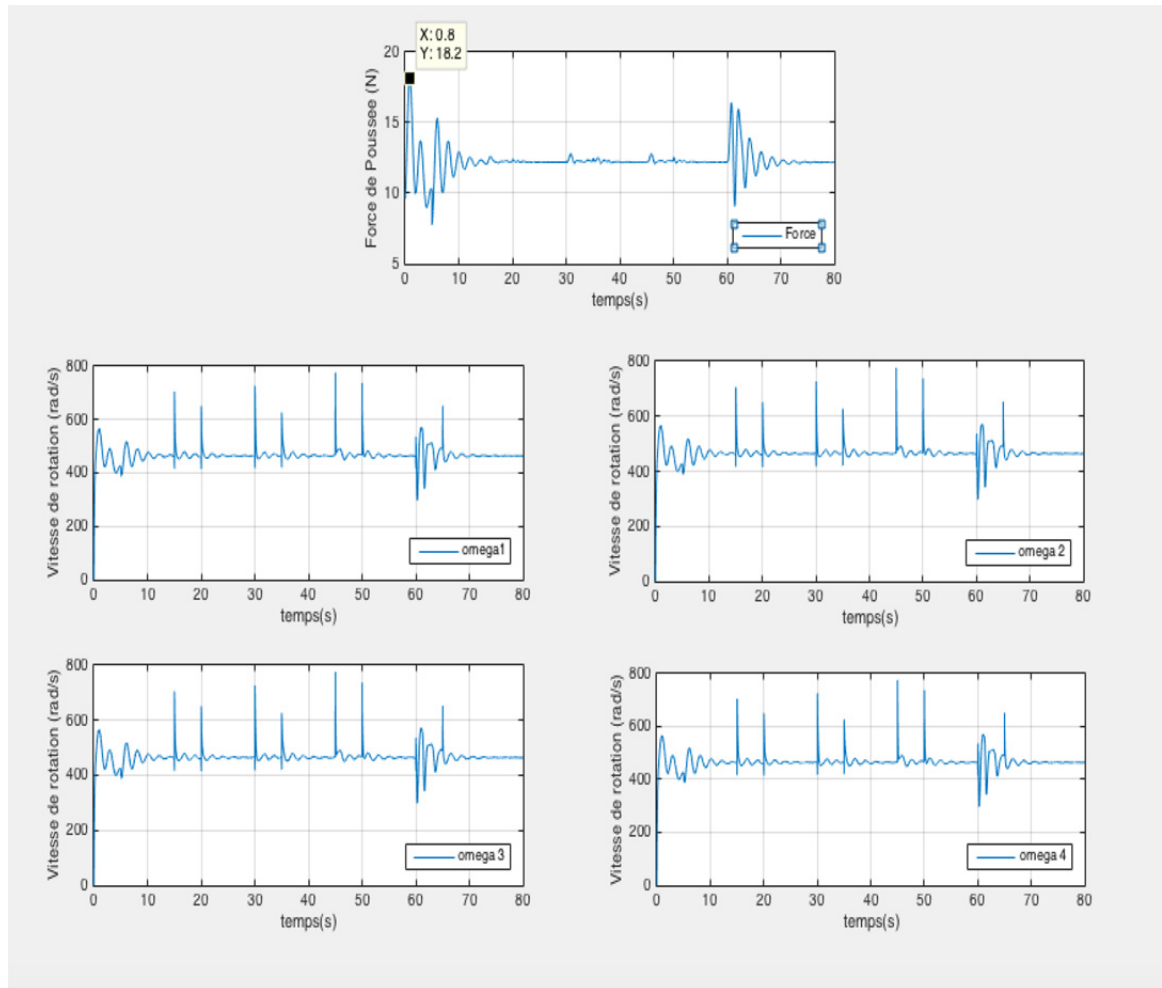


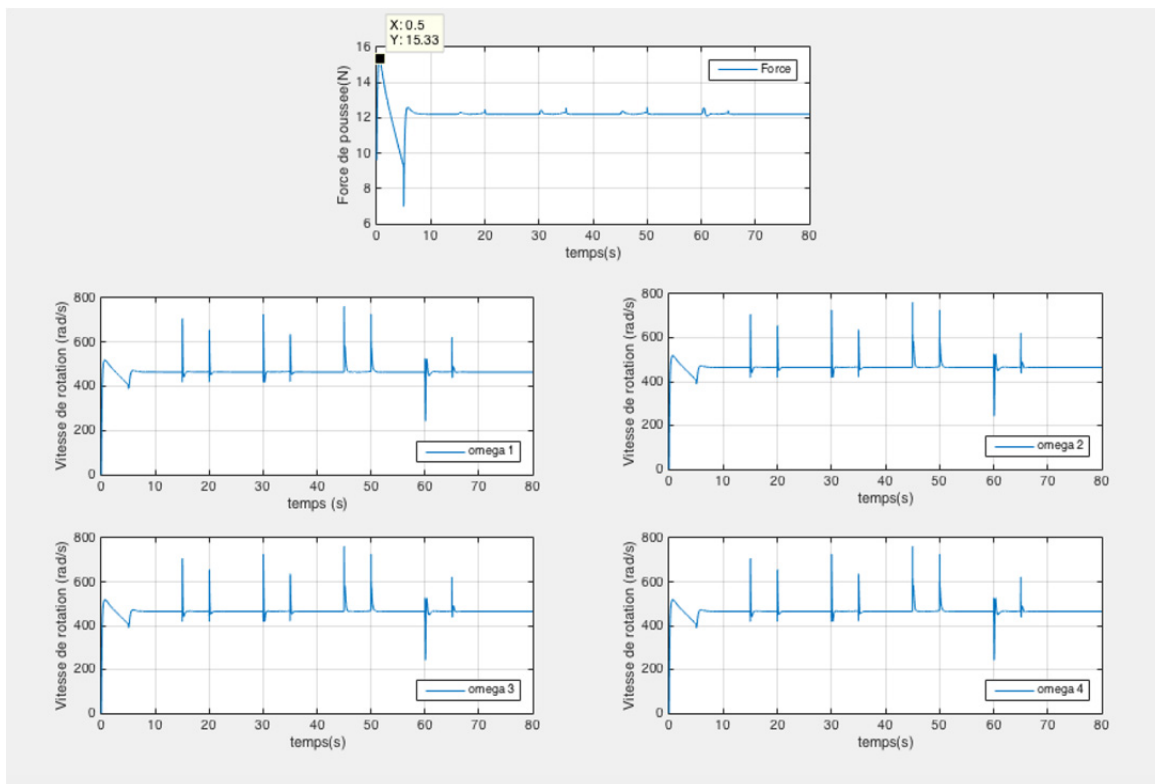
Figure 4.3 Vitesse des moteurs pour une force de poussée égale à $18.2N$

Dans le deuxième test de simulation, nous avons fait un autre choix des gains de la commande à saturation. L'objectif dans ce deuxième test est de valider la performance de la commande à saturation à garder une force de poussée totale bornée avec des gains de saturation différents. Le tableau 4.9 présente les valeurs des gains de la commande à saturation pour le deuxième test de simulation.

Tableau 4.9 Gains de la commande à saturation pour le deuxième test de simulation

Paramètres	Valeurs
k_1 : Gain des Positions	9
k_2 : Gain des Vitesses	7
b_1	78.4
b_2	90

Comme nous montre la figure 4.4 la force de poussée du quadrotor est égale à $15.33N$, ce qui nous permet de valider la performance de notre commande à garder une force de poussée bornée du quadrotor, et nous remarquons que les vitesses des moteurs sont plus souples et contiennent moins d'oscillations et nous pouvons ainsi constater qu'il y a des variations brusques dans les vitesses de rotation. C'est toute a fait normale puisqu'il y a des discontinuités dans la trajectoire causée par le passage entre deux points intermédiaires.

Figure 4.4 Vitesse des moteurs pour une force de poussée égale à $15.33N$

Dans la suite des simulations, nous allons choisir les valeurs des gains de la commande à saturation celles présenté dans le tableau 4.9

La figure 4.5 présente le suivi de la trajectoire désirée effectuée par le robot volant dans l'espace tridimensionnel. Nous constatons que malgré une erreur initiale de $0.4m$ sur l'axe z , le robot volant suit parfaitement la trajectoire désirée pendant la durée totale de la simulation.

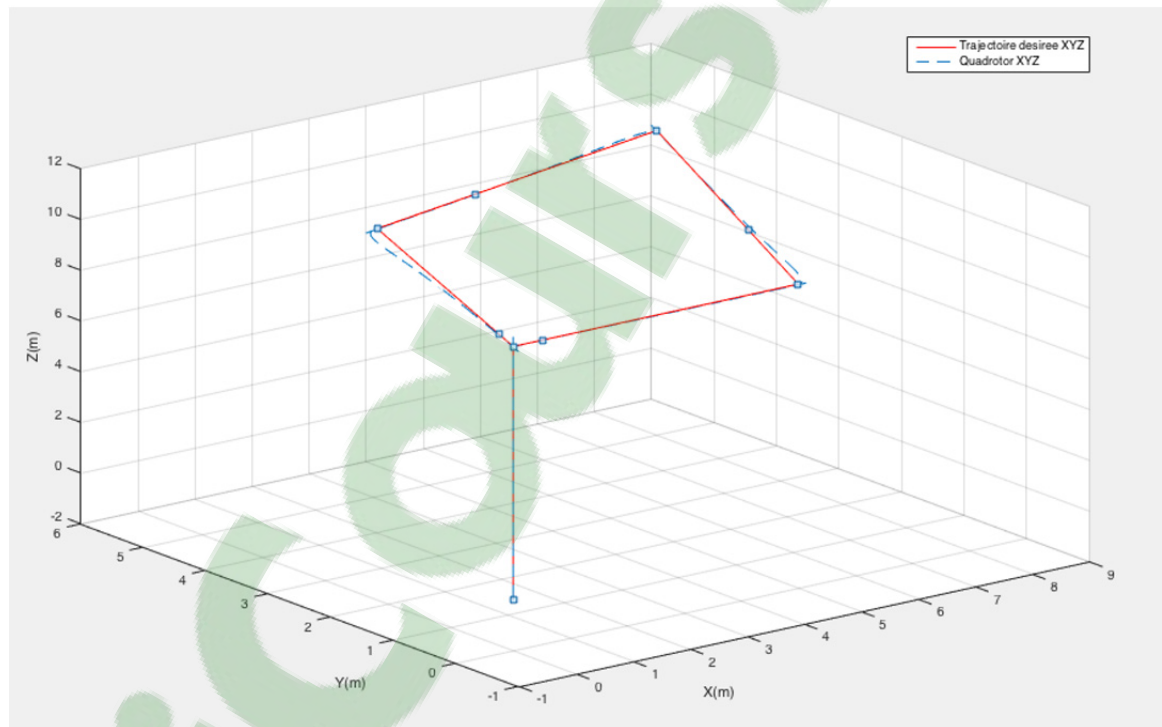


Figure 4.5 Suivi de trajectoire désirée par le robot volant dans l'espace tridimensionnel

La figure 4.6 présente le suivi de la trajectoire désirée selon les axes x, y, z assuré par la commande à saturation ainsi que le lacet du quadrotor ψ assuré par la commande backstepping adaptative. Comme nous venons de constater sur la Figure 4.6, nous obtenons des bons résultats en simulation, soit un suivi parfait de la trajectoire désirée selon x, y, z et ψ .

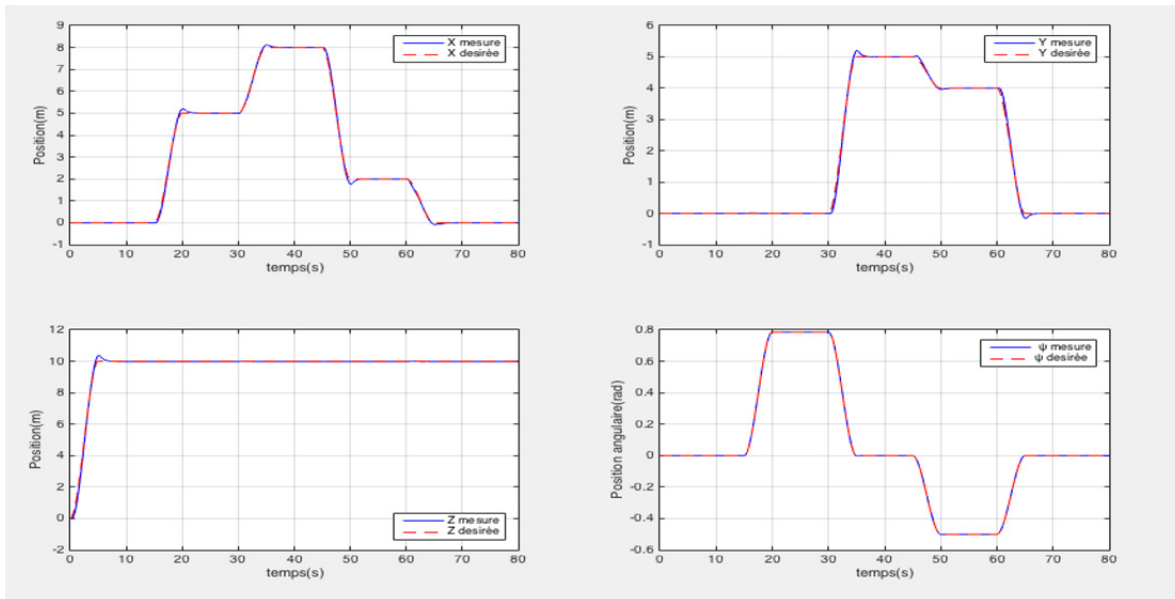


Figure 4.6 Suivi de trajectoire désirée par le robot volant selon x, y, z et ψ

La figure 4.7 présente l'erreur de suivi des trajectoires désirées du robot volant selon x, y, z et ψ .

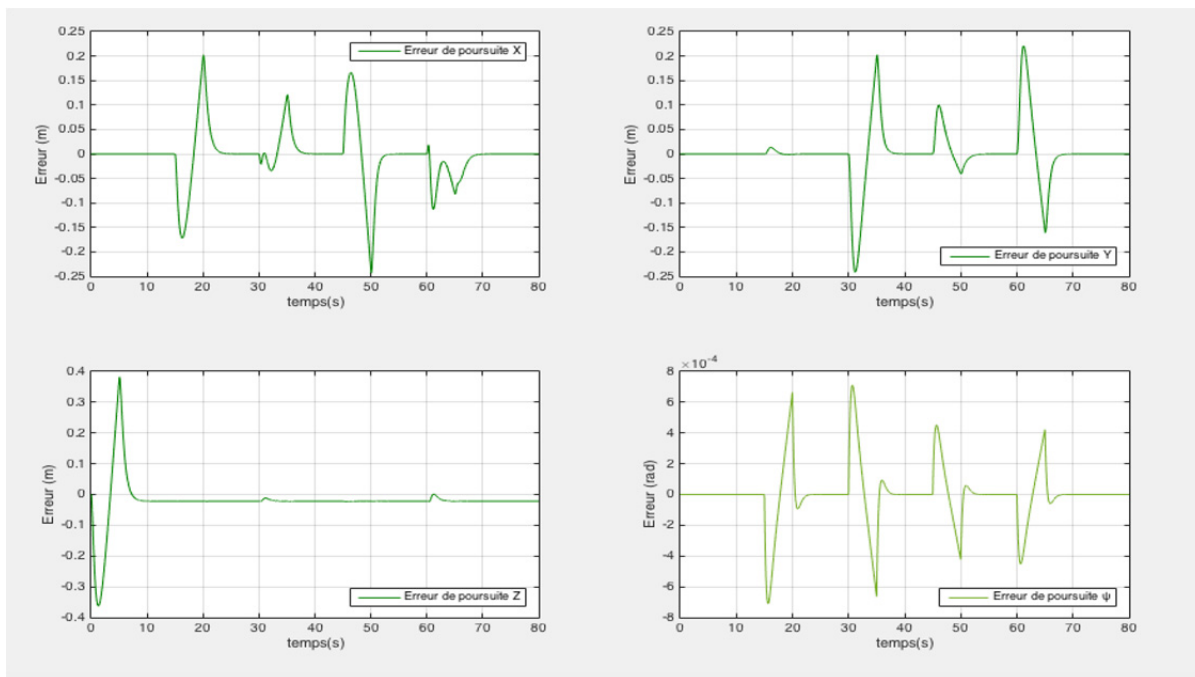


Figure 4.7 Erreur de suivi selon x, y, z et ψ

La figure 4.8 présente les résultats de simulation pour la position angulaire du quadrotor, soit le suivi de l'angle de roulis ϕ et l'angle de tangage θ par rapport aux trajectoires désirées générées par la commande de position du quadrotor. Nous pouvons constater ainsi qu'il y a un bon suivi de trajectoire pour ϕ et θ sur l'ensemble de mission malgré une certaine erreur à $t = 30s$ et à $t = 45s$ pour ϕ et à $t = 60s$ pour θ .

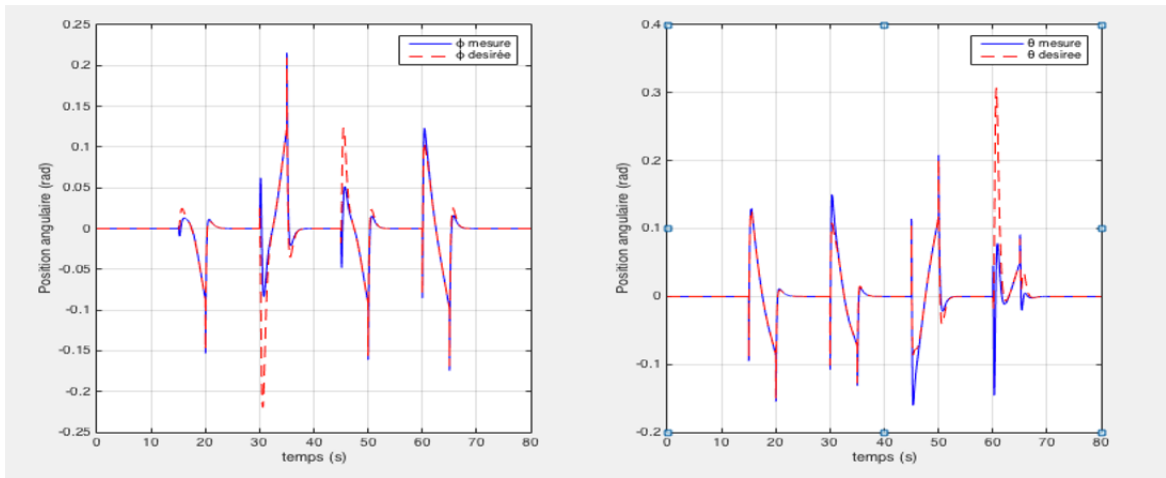


Figure 4.8 Suivi selon ϕ, θ

La figure 4.9 présente les résultats de suivi des trajectoires pour les quatre vitesses de déplacement et d'orientation, soit $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$ asservis par la commande à saturation et la vitesse angulaire $\dot{\psi}$ asservie par la commande backstepping adaptative.

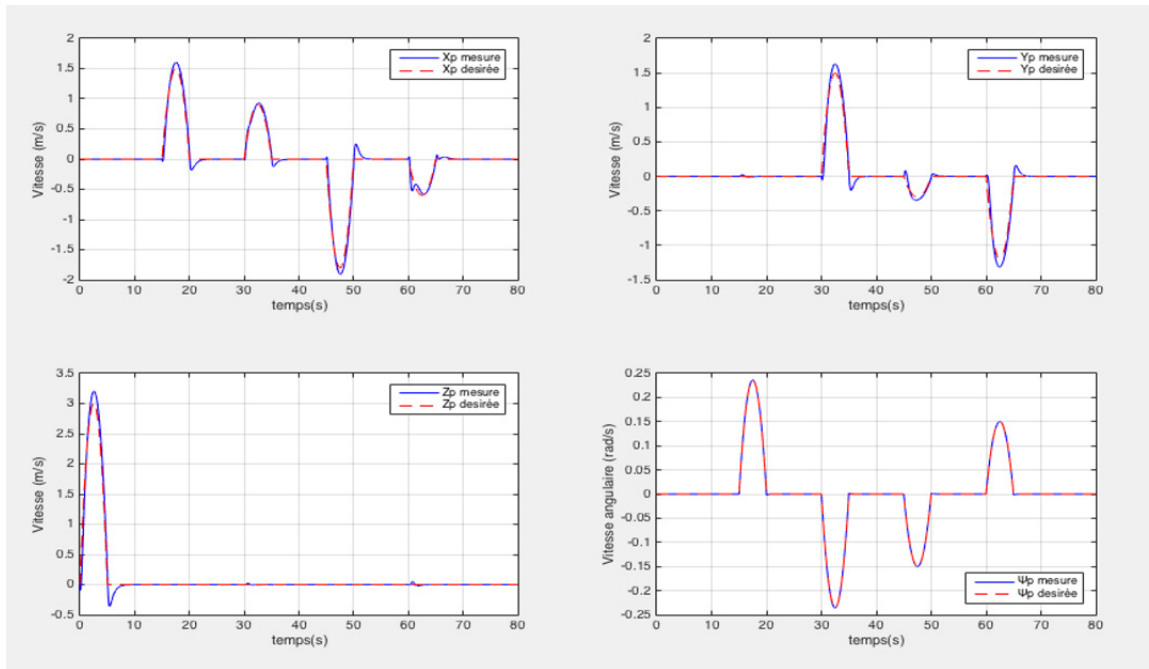


Figure 4.9 Suivi des vitesses désirées selon $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$ et $\dot{\psi}$

La figure 4.10 présente les résultats de simulation pour la vitesse angulaire du quadrotor, soit la suivie de $\dot{\phi}$ et $\dot{\theta}$ par rapport aux dérivées des trajectoires désirées générées par la commande de position du quadrotor. Nous pouvons ainsi constater des variations brusques au niveau des vitesses angulaires du quadrotor. Ces derniers sont à l'origine des discontinuités dans la trajectoire causées par le passage entre deux points intermédiaires.

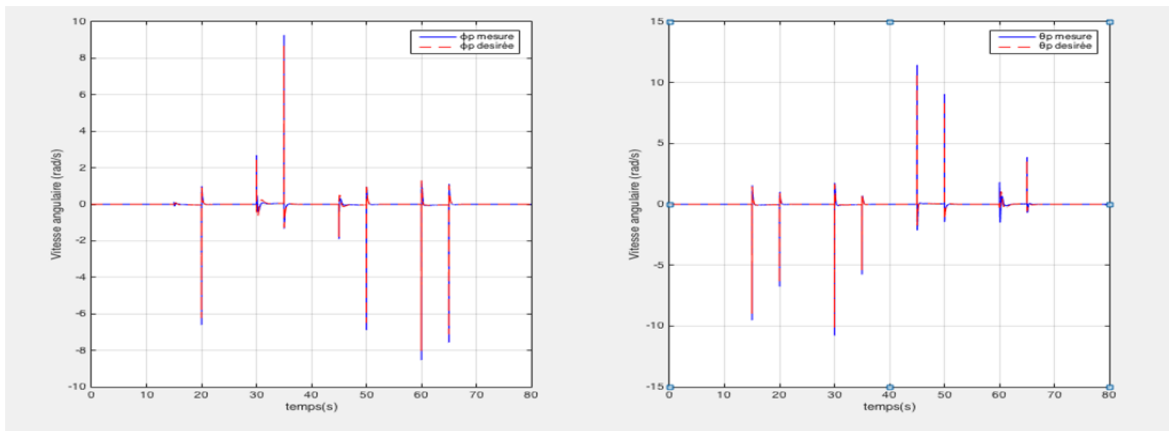


Figure 4.10 Suivi des vitesses angulaires $\dot{\phi}, \dot{\theta}$

D'après les résultats des simulations trouvées, nous avons démontré la performance de notre approche de commande basée sur une commande à saturation à suivre une trajectoire générée à partir de 5 Points intermédiaires. En effet, la trajectoire désirée choisie pousse le quadrotor avec une force de poussée de $15.33N$ et à des vitesses maximales de $1.6m/s$ selon x, y et de $3.2m/s$ selon z . Il faut noter aussi que des discontinuités sont présentées dans les résultats de simulations. Par conséquent, nous pouvons interpréter ces discontinuités par un point de jonction entre deux trajectoires consécutives.

4.2.3 Deuxième essai de vol

Ce deuxième essai de vol est effectué pour valider la performance de notre approche de commande à l'aide d'un autre type de trajectoire variante au cours du temps et dont la dérivée de position ne sera pas nulle. Les équations des mouvements de la trajectoire sont présentées comme suit:

$$x_d = 2 \cos\left(\frac{t}{4}\right), y_d = 2 \sin\left(\frac{t}{4}\right), z_d = 5 + \frac{t}{2}, \psi_d = \arctan\left(\frac{t}{4}\right)$$

Le Tableau 4.10 présente les paramètres de deuxième essai de vol en simulation

Tableau 4.10 Paramètres de deuxième essai en simulation

Paramètres	Valeurs
$t = [t_i \ t_f]$: Temps de simulation	$[0s \ 80s]$
Accélération maximale	$50m/s^2$

Le tableau 4.11 présente les nouveaux gains de la commande à saturation

Tableau 4.11 Nouveaux gains de la commande à saturation

Paramètres	Valeurs
k_1 : Gain des Positions	9
k_2 : Gain des Vitesses	8
b_1	23.18
b_2	30

La figure 4.11 présente la force de poussée et les couples d'entrées du quadrotor

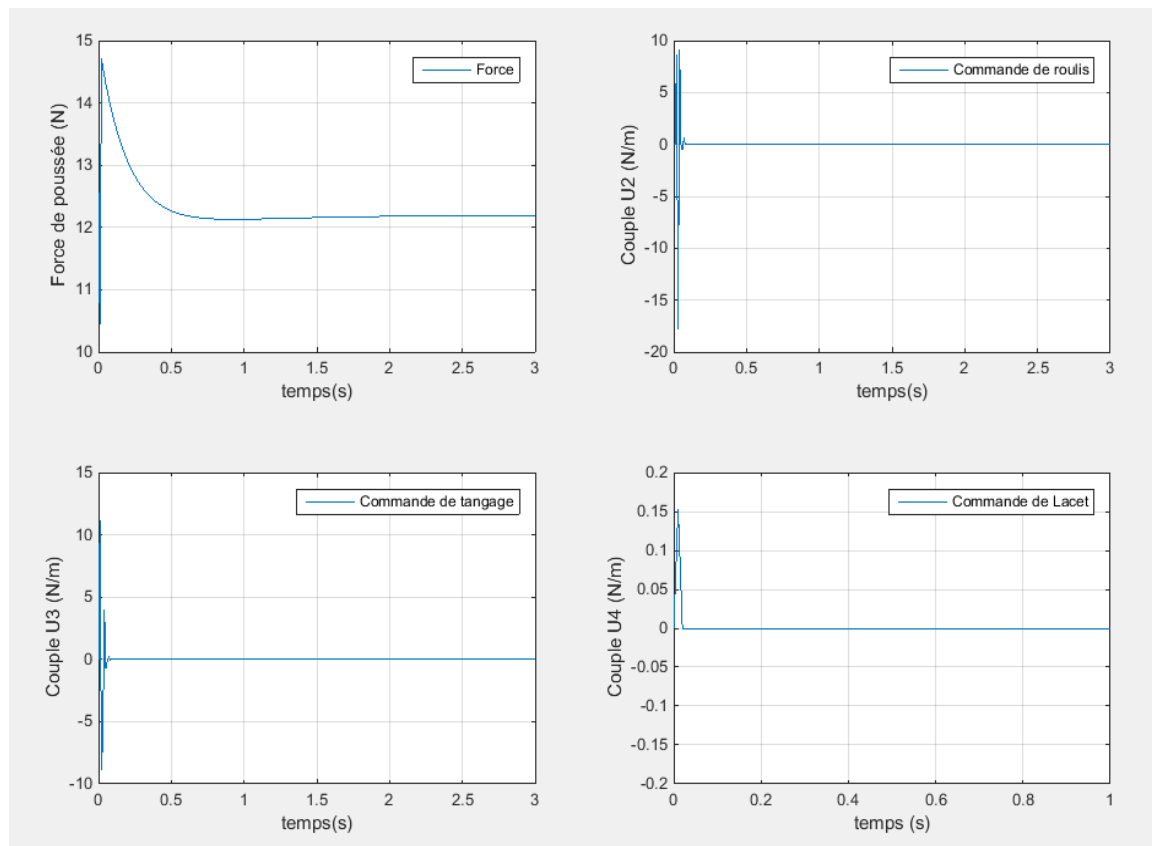


Figure 4.11 Couples d'entrées du quadrotor

La figure 4.12 présente le suivi de la trajectoire désirée effectuée par le robot volant dans le plan $x y z$. Malgré une erreur de suivi selon les axes x , y et z dans les cinq premières

secondes, on remarque que le quadrotor converge rapidement entre l'instant initial et l'instant final de la trajectoire.

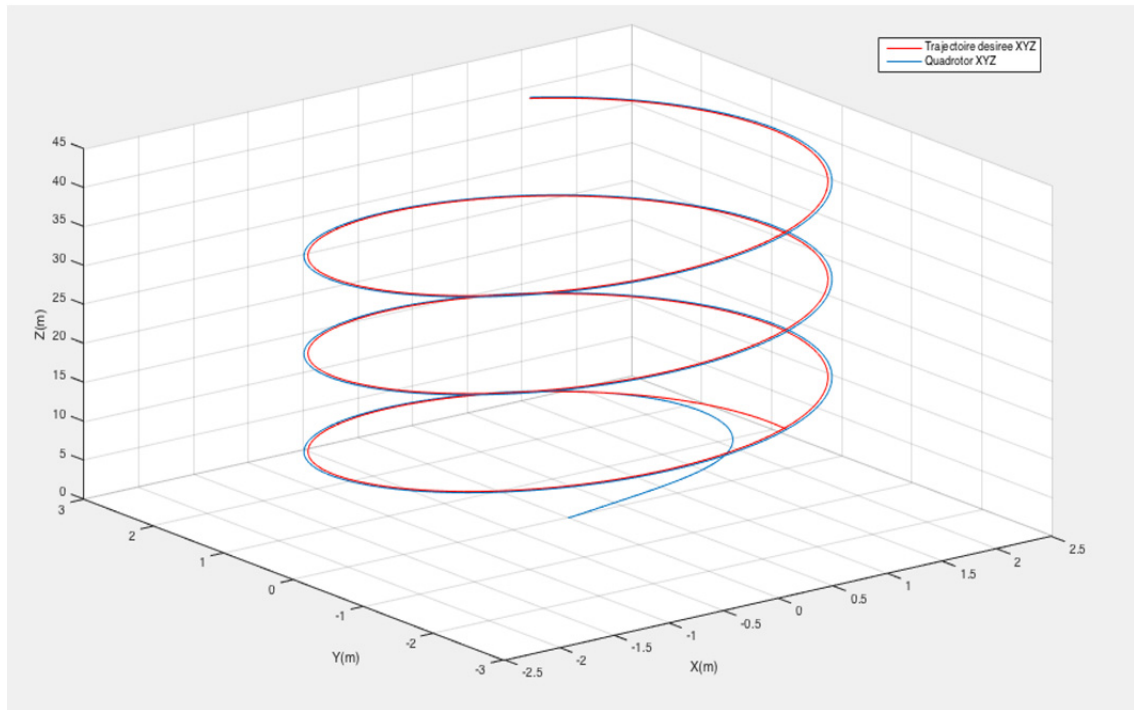


Figure 4.12 Suivi de trajectoire désirée par le robot volant dans l'espace tridimensionnel

La figure 4.13 et la figure 4.14 présentent le suivi des trajectoires individuellement selon x , y , z et ψ ainsi que les erreurs de suivi pour chacun. Tel qu'on peut le constater, on a une erreur de suivi initial de $-2m$ sur l'axe x et de $-0.25m$ sur l'axe y avec une erreur de $0.025m$ sur le reste de l'intervalle de temps et une erreur initiale de $-5m$ sur l'axe z . Mais comme il est démontré sur les figures 4-13 et 4-14, on remarque que les erreurs de suivi tendent vers 0 pendant l'ensemble de la mission et que la commande assure une bonne suivie de trajectoire selon x , y , z .

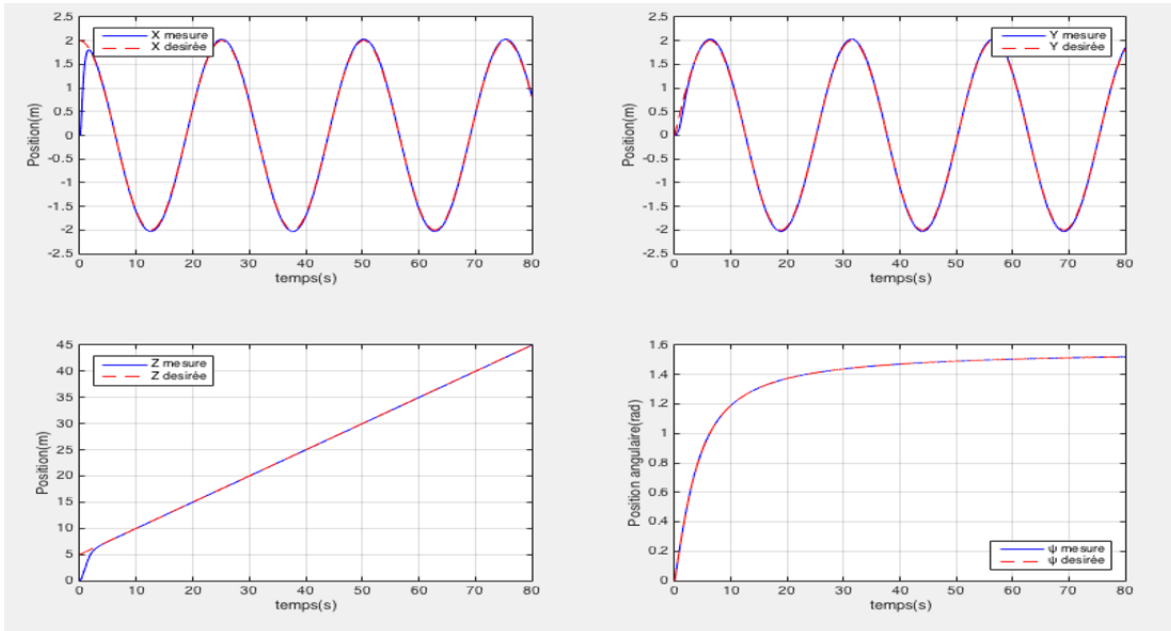


Figure 4.13 Suivi de trajectoire désirée par le robot volant selon x, y, z et ψ

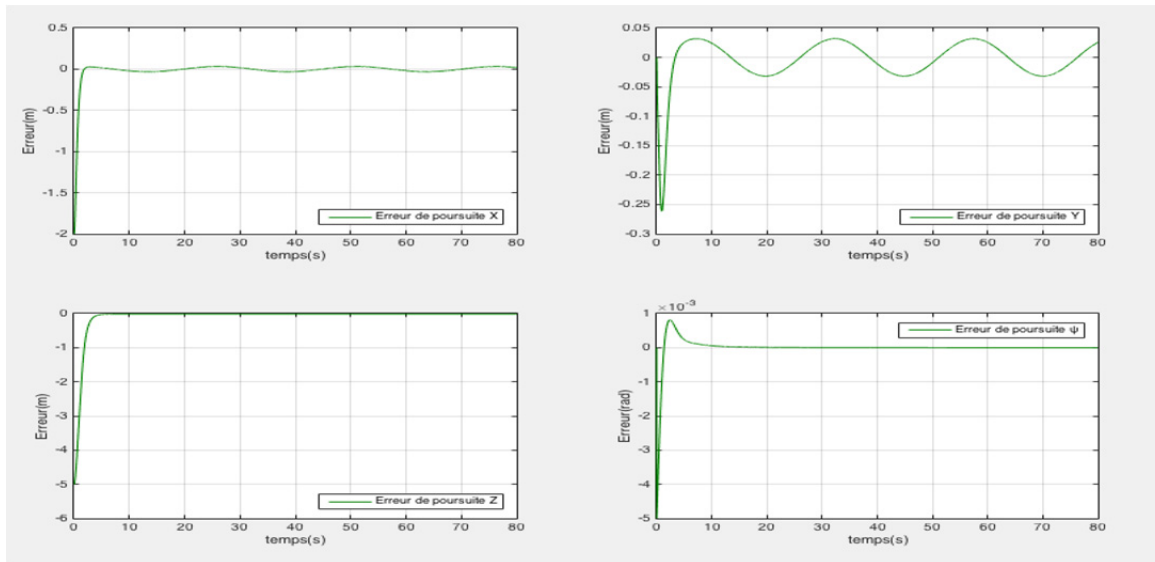


Figure 4.14 Erreur de suivi selon x, y, z et ψ

La figure 4.15 présente la variation des positions angulaires désirées ϕ_d et θ_d générées par la commande de la position du quadrotor ainsi que le suivi assuré par la commande backstepping adaptative

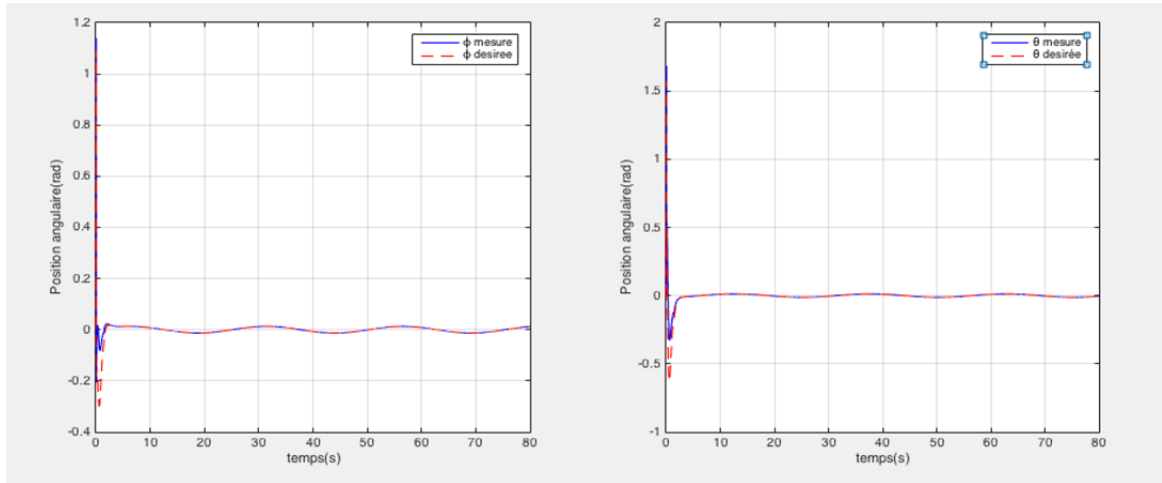


Figure 4.15 Suivi des positions angulaires ϕ, θ

La figure 4.16 présente le suivi des vitesses désirées x_d, y_d, z_d et la vitesse angulaire désirée ψ_d ainsi que les vitesses linéaires et la vitesse angulaire du quadrotor.

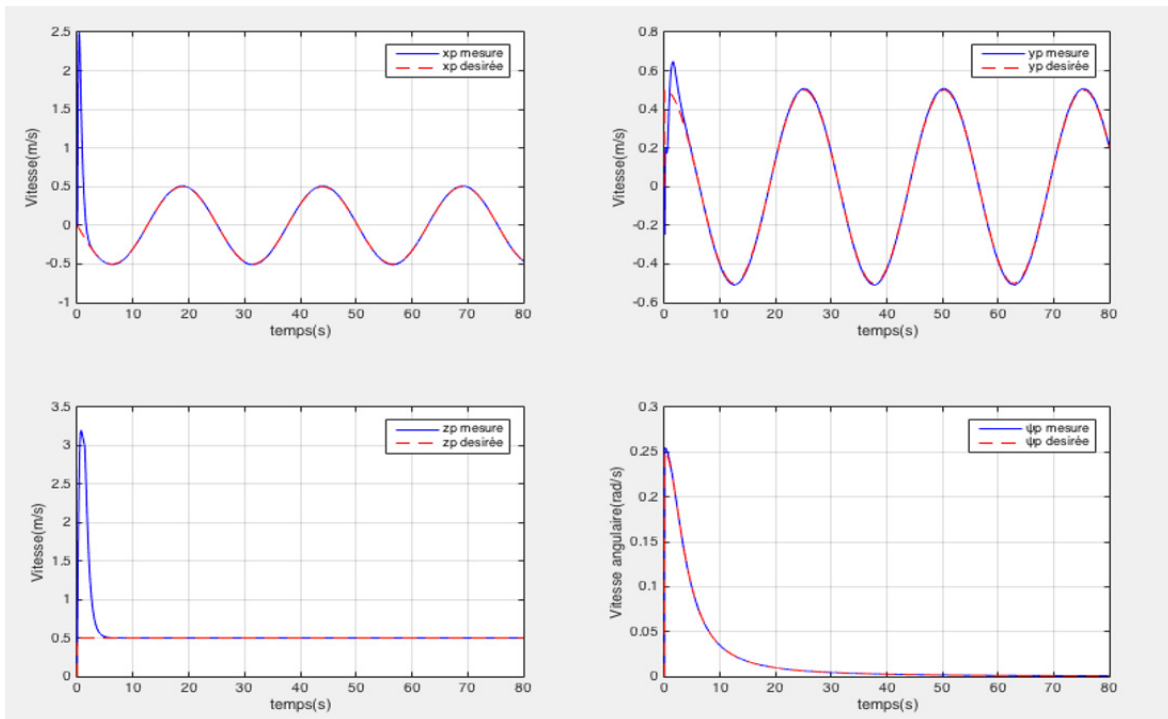


Figure 4.16 Suivi des vitesses désirées selon $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$ et $\dot{\psi}$

À l'aide des résultats des simulations trouvés dans ce deuxième essai de vol pour le quadrotor, nous avons démontré l'efficacité de notre approche de commande à suivre une trajectoire variante dans le temps. En effet, nous pouvons conclure que la commande à saturation garde sa performance avec une trajectoire plus complexe dont la dérivée par rapport au temps n'est pas nulle aussi bien que pour une trajectoire générée à partir de 5 Points intermédiaires dont la dérivée est nulle au cours du temps de la simulation.

4.2.4 Simulation avec un bruit blanc

Pour cette simulation, nous avons choisi la même trajectoire générée à partir de 5 Points intermédiaires utilisés dans le premier essai de vol, les mêmes paramètres de simulation et les mêmes gains pour la commande de la position ainsi que pour la commande de l'orientation.

La figure 4.17 présente le suivi de trajectoire en trois dimensions par le robot volant. On constate qu'il y a des perturbations le long de la trajectoire parcourue par le robot volant. Ceci est dû au bruit blanc intégré dans les capteurs de position en simulation

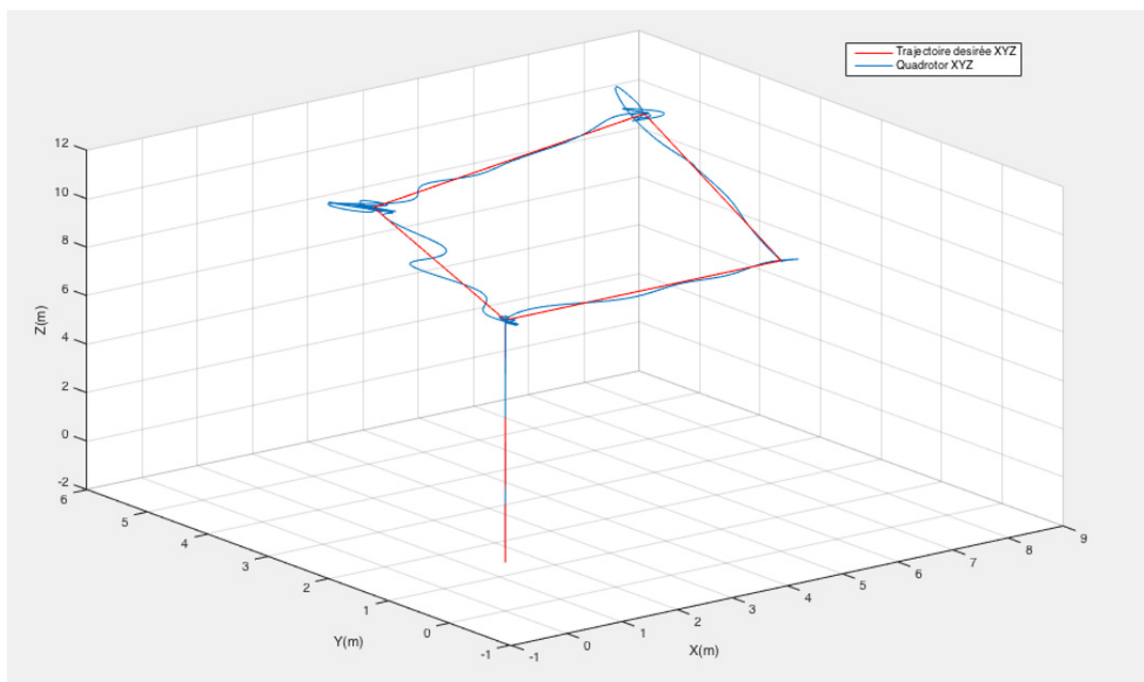


Figure 4.17 Suivi de trajectoire désirée par robot volant dans l'espace tridimensionnel

La figure 4.18 présente le suivi des trajectoires désirées selon x , y , z , on peut constater que les trajectoires calculées par la commande contiennent des oscillations sur chaque axe. En effet, le bruit blanc intégré dans les capteurs de position influe sur le suivi des trajectoires désirées.

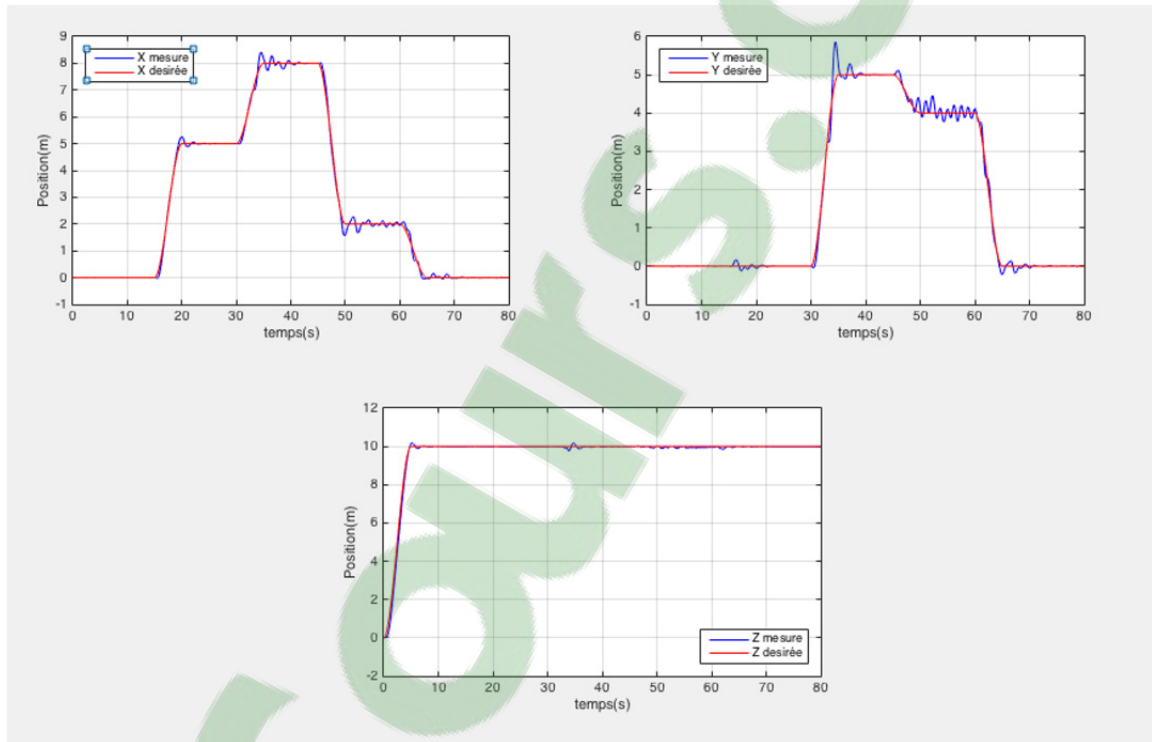


Figure 4.18 Suivi de trajectoire désirée par le robot volant selon x, y, z

La figure 4.19 présente le suivi de trajectoire entre les deux positions angulaires ϕ , θ et leur signal de référence provenant de la commande de la position du quadrotor. On peut ainsi constater l'influence de bruit blanc dans le capteur de position sur les positions angulaires du quadrotor.

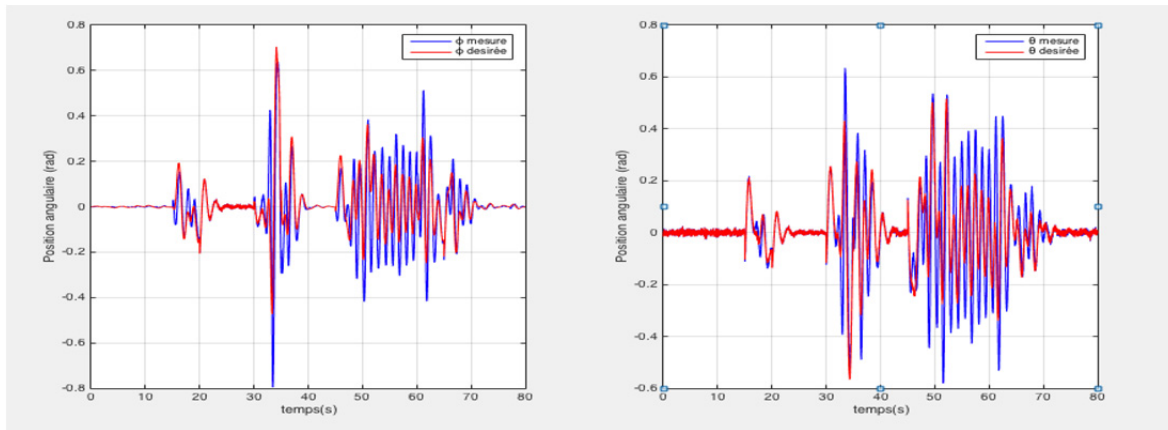


Figure 4.19 Suivi des positions angulaires ϕ, θ

La figure 4.20 présente les erreurs de suivi entre la position du quadrotor selon l'axe x et leur position désirée pour différentes valeurs de bruit blanc, on peut voir qu'à chaque fois qu'on augmente le bruit blanc l'erreur de suivi augmente au cours du temps et on a beaucoup plus d'oscillation sur l'axe x . Pour réduire ces oscillations, nous pouvons penser à ajouter un filtre de Kalman. Il faut noter aussi que la valeur maximale en pourcentage de bruit blanc qu'on peut ajouter ne doit pas dépasser 8% sinon l'erreur dynamique va diverger.

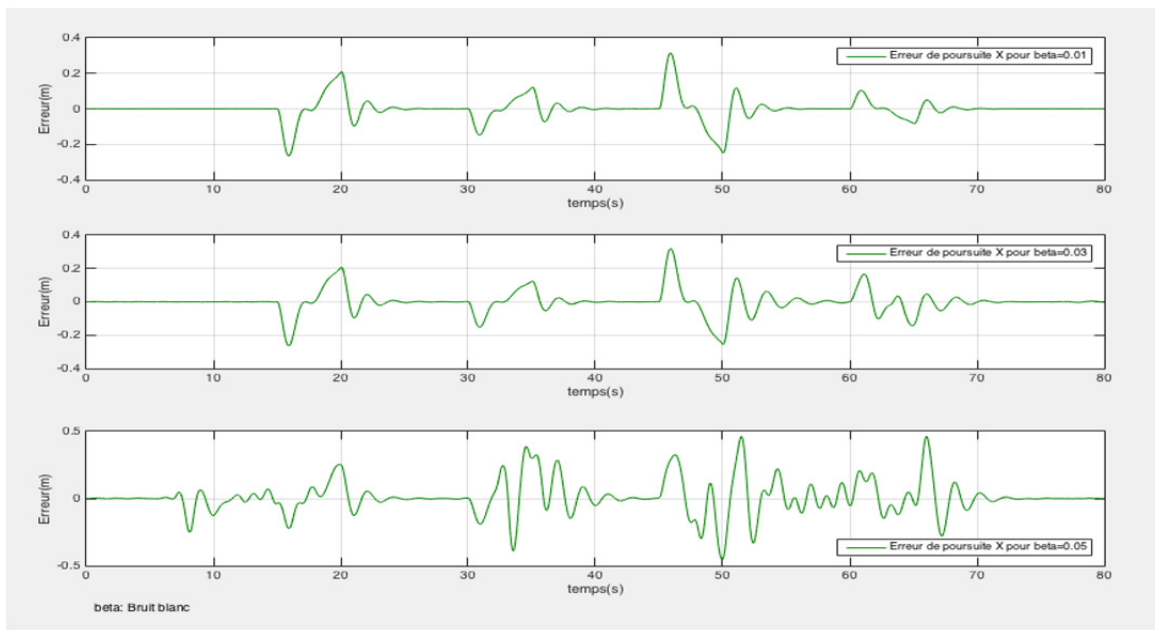


Figure 4.20 Erreur de suivi selon x pour différentes valeurs de bruit blanc

La figure 4.21 présente le suivi des trajectoires entre les vitesses désirées et les vitesses linéaires selon x, y, z .

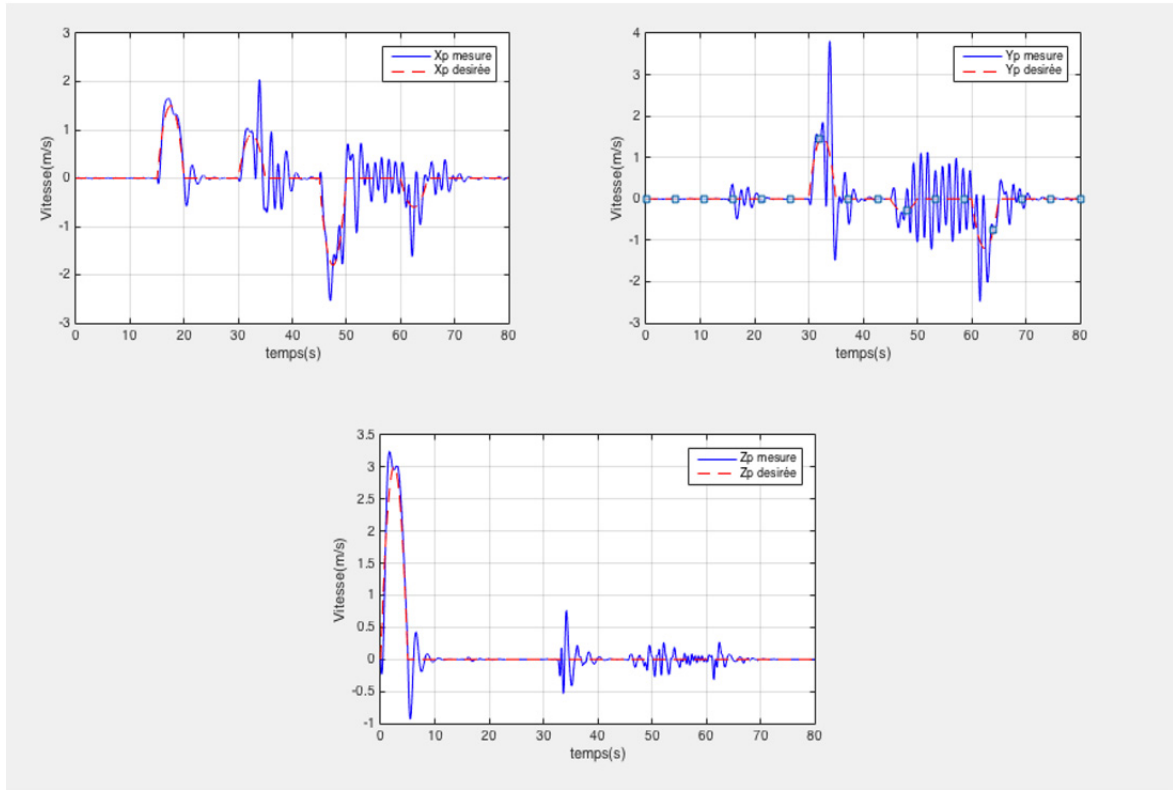


Figure 4.21 Suivi des vitesses désirées selon $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$

La figure 4.22 présente les vitesses angulaires désirées $\dot{\phi}, \dot{\theta}$ en fonction du temps ainsi que le suivi effectué par le contrôle de l'orientation du quadrotor.

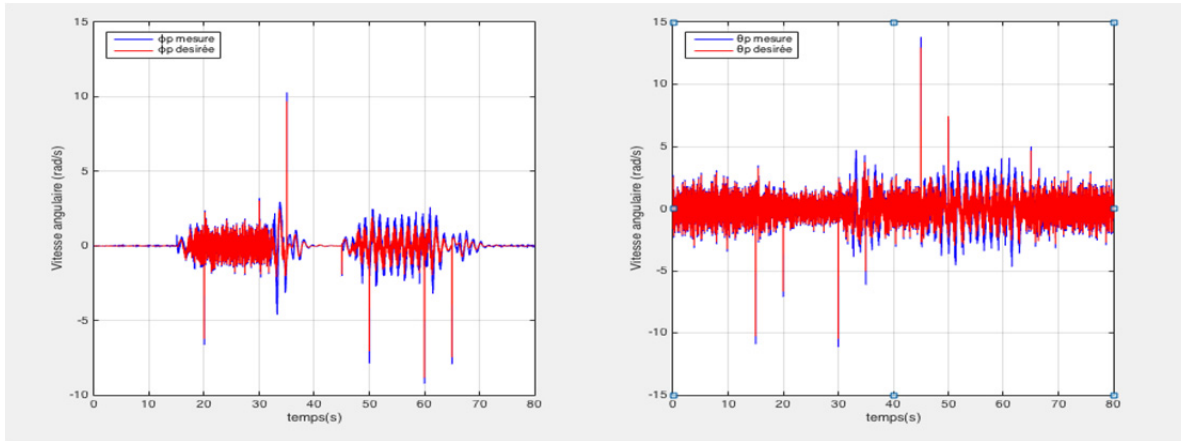


Figure 4.22 Suivi des vitesses angulaires $\dot{\phi}, \dot{\theta}$

Les résultats de simulation suivants démontrent un bon suivi de trajectoire pour les déplacements selon x, y, z , ainsi que pour l'orientation angulaire selon ϕ et θ , malgré qu'on peut observer une erreur maximale d'environ $0.3m$ selon l'axe x . En effet, nous pouvons interpréter que l'origine de cette erreur provient principalement des perturbations générées par le bruit blanc, ainsi nous pouvons remarquer qu'à chaque fois nous augmentons la puissance de bruit blanc, on aura beaucoup d'oscillations sur l'axe x . Ces oscillations influent directement sur le déplacement du quadrotor tout au long des trajectoires désirées selon les axes y et z . Nous pouvons ainsi observer que les oscillations sur les axes x et y causent des perturbations sur les degrés de liberté sous-actionnés du quadrotor ϕ et θ . Par conséquent, nous pouvons conclure que notre approche de commande garde sa performance par rapport aux bruits, mais nous pouvons penser à l'améliorer en ajoutant par exemple des compensateurs de bruits au niveau des capteurs pour réduire les perturbations et avoir des résultats avec moins des perturbations surtout au niveau pratique.

Dans ce chapitre, nous avons implémenté notre approche de commande sur un modèle dynamique d'un quadrotor et nous avons validé notre travail par des résultats des simulations avec plusieurs essais. En effet, nous avons démontré dans un premier temps la performance de notre approche de commande surtout pour le contrôle de la position qui permet de garder

une poussée bornée et de suivre une trajectoire désirée générée à partir de 5 points intermédiaires. Ensuite, nous avons validé la performance de notre approche de commande par une deuxième trajectoire plus complexe variante dans le temps et dont les dérivées des positions désirées par rapport au temps ne sont pas nulles. Enfin, nous avons terminé notre simulation par des résultats en intégrant des bruits blancs dans les données des capteurs de positions du quadrotor. Ces derniers ont démontré un bon suivi des trajectoires désirées, mais avec des perturbations tout au long le déplacement du quadrotor.

CONCLUSION

Nous nous sommes intéressés dans ce mémoire aux problèmes liés à la commande d'un robot volant de type quadrotor dont le but de concevoir une nouvelle approche de commande permettant le suivi d'une trajectoire désirée par un quadrotor. En effet, la structure mécanique et la taille réduite de ce type de robot volant implique la limitation de la performance et donc une commande plus difficile à concevoir, ce qui rend le défi très grand pour le concepteur.

L'objectif dans ce mémoire était de développer une approche de commande non linéaire permettant le suivi d'une trajectoire désirée par un robot volant de type quadrotor selon les positions x, y, z et le lacet ψ . Pour atteindre notre objectif, un modèle dynamique non linéaire du quadrotor a été développé sur les équations des mouvements selon Euler Lagrange. A partir de ce modèle dynamique, une approche de commande non linéaire basée sur une commande à saturation pour le contrôle de la position suivant x, y, z et une commande backstepping adaptative pour le contrôle du lacet, du roulis et du tangage a été présentée. La stabilité de cette approche de commande est analysée face aux erreurs de suivi des trajectoires, ainsi la convergence vers les valeurs désirées à l'aide du théorème de Lyapunov et le lemme de Barbalat.

L'approche de commande a été validée en effectuant deux essais de vol différent. Le premier consiste en une simulation du modèle dynamique du quadrotor et l'approche de commande avec des trajectoires désirées à partir de 5 points intermédiaires. Cette simulation nous a permis de valider l'approche de commande avec des trajectoires prédéfinies. Le deuxième essai consiste en une simulation avec des trajectoires désirées variantes dans le temps. Ceci nous a permis de valider la conception de l'approche de commande avec un autre type de trajectoire plus complexe, ainsi que d'analyser ses performances. Pour finir, l'approche de commande a été validée en ajoutant une perturbation sous forme d'un bruit blanc dans les données des capteurs de la position du quadrotor. Ceci nous a permis de tester la robustesse

de l'approche de commande et de voir l'influence d'une perturbation sur le suivi des trajectoires désirées par le quadrotor.

RECOMMANDATIONS

Bien que le travail présenté dans ce mémoire a permis d'atteindre nos objectifs principaux, certains aspects auraient pu être améliorés. En effet, l'approche de commande proposée reste performante au niveau théorique en simulation malgré l'effet de bruit blanc sur le système qui donne naissance à des perturbations. Maintenant que le système a été validé avec succès en simulation, il est envisageable dans des travaux futurs d'améliorer les capacités du système afin de l'implémenter en pratique. Parmi les points à l'améliorer :

Premièrement, la minimisation des perturbations et parmi les solutions que l'on peut proposer :

- Nous pouvons ajouter des compensateurs de bruits, soit un filtre de Kalman ou bien un observateur.

Deuxièmement, la minimisation des erreurs de suivi des trajectoires désirées pour la commande de la position en ajoutant par exemple une loi d'adaptation des gains.

Pour finir, nous notons que plusieurs essais ont été faits au niveau pratique, mais à cause des matérielles et de la plateforme sur laquelle nous avons travaillé, ainsi que le problème de retard au niveau de la communication nous n'avons pas pu arriver à avoir des résultats expérimentaux acceptables malgré tous les efforts.

ANNEXE I

CALCUL DES EXPRESSIONS DE L'ENERGIE CINETIQUE ET POTENTIELLE DU MOUVEMENT DE ROTATION DU QUADROTOR

L'expression de la vitesse est obtenue en dérivant l'équation (2.6) par rapport aux temps

$$\begin{aligned} v_x(x, y, z) = & (-s\theta c\psi\dot{\theta} - c\theta s\psi\dot{\psi})x \\ & + (-c\psi c\phi\dot{\psi} + s\psi s\phi\dot{\phi} - s\psi s\phi s\theta\dot{\psi} + c\psi c\phi s\theta\dot{\phi} + c\psi s\phi c\theta\dot{\theta})y \\ & + (c\psi s\phi\dot{\psi} + s\psi c\phi\dot{\phi} - s\psi c\phi s\theta\dot{\psi} - c\psi s\phi s\theta\dot{\phi} + c\psi c\phi c\theta\dot{\theta})z \end{aligned} \quad (\text{A I-1})$$

$$\begin{aligned} v_y(x, y, z) = & (-s\theta s\psi\dot{\theta} + c\theta s\psi\dot{\psi})x \\ & + (-s\psi c\phi\dot{\psi} - c\psi s\phi\dot{\phi} + c\psi s\phi s\theta\dot{\psi} + s\psi c\phi s\theta\dot{\phi} + s\psi s\phi c\theta\dot{\theta})y \\ & + (s\psi s\phi\dot{\psi} - c\psi c\phi\dot{\phi} + c\psi c\phi s\theta\dot{\psi} - s\psi s\phi s\theta\dot{\phi} + s\psi c\phi c\theta\dot{\theta})z \end{aligned} \quad (\text{A I-2})$$

$$\begin{aligned} v_z(x, y, z) = & (-c\theta\dot{\theta})x \\ & + (c\phi c\theta\dot{\phi} - s\phi s\theta\dot{\theta})y \\ & + (-s\phi c\theta\dot{\phi} - c\phi s\theta\dot{\theta})z \end{aligned} \quad (\text{A I-3})$$

On peut les réécrire aussi sous la forme suivante :

$$v_x(x, y, z) = (v_{xx} \ v_{xy} \ v_{xz}) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (\text{A I-4})$$

$$v_y(x, y, z) = (v_{yx} \ v_{yy} \ v_{yz}) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (\text{A I-5})$$

$$v_z(x, y, z) = (v_{zx} \ v_{zy} \ v_{zz}) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (\text{A I-6})$$

L'expression de la vitesse pour n'importe quel point par rapport au repère fixe est donnée par la relation suivante :

$$v^2(x, y, z) = v_x^2(x, y, z) + v_y^2(x, y, z) + v_z^2(x, y, z) \quad (\text{A I-7})$$

$$v^2(x, y, z) = (v_{Xx} \ v_{Xy} \ v_{Xz}) \mathbf{H} \begin{pmatrix} v_{Xx} \\ v_{Xy} \\ v_{Xz} \end{pmatrix} + (v_{Yx} \ v_{Yy} \ v_{Yz}) \mathbf{H} \begin{pmatrix} v_{Yx} \\ v_{Yy} \\ v_{Yz} \end{pmatrix} \\ + (v_{Zx} \ v_{Zy} \ v_{Zz}) \mathbf{H} \begin{pmatrix} v_{Zx} \\ v_{Zy} \\ v_{Zz} \end{pmatrix} \quad (\text{A I-8})$$

Avec :

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{yx} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{zx} & I_{zy} & I_{zz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^2 & xy & xz \\ yx & y^2 & yz \\ zx & zy & z^2 \end{pmatrix}$$

D'où :

$$v^2(x, y, z) = (v_{Xx}^2 + v_{Yx}^2 + v_{Zx}^2) \times x^2 \\ + (v_{Xy}^2 + v_{Yy}^2 + v_{Zy}^2) \times y^2 \\ + (v_{Xz}^2 + v_{Yz}^2 + v_{Zz}^2) \times z^2 \\ + 2xy \times (v_{Xx} \cdot v_{Xy} + v_{Yx} \cdot v_{Yy} + v_{Zx} \cdot v_{Zy}) \\ + 2xz \times (v_{Xx} \cdot v_{Xz} + v_{Yx} \cdot v_{Yz} + v_{Zx} \cdot v_{Zz}) \\ + 2yz \times (v_{Xy} \cdot v_{Xz} + v_{Yy} \cdot v_{Yz} + v_{Zy} \cdot v_{Zz}) \quad (\text{A I-9})$$

$$v^2(x, y, z) = (c^2 \theta \dot{\psi}^2 + \dot{\theta}^2) \times x^2 \\ + (\dot{\psi}^2 (c^2 \phi + s^2 \phi s^2 \theta) + \dot{\psi} (-2s\phi c\phi c\theta \dot{\theta} - 2\dot{\phi} s\theta) + s^2 \phi \dot{\theta}^2 + \dot{\phi}^2) \times y^2 \\ + (\dot{\psi}^2 (s^2 \phi + c^2 \phi s^2 \theta) + \dot{\psi} (-2s\phi c\phi c\theta \dot{\theta} - 2\dot{\phi} s\theta) + c^2 \phi \dot{\theta}^2 + \dot{\phi}^2) \times z^2 \\ + 2xy \times (\dot{\psi}^2 (s\phi s\theta c\theta) + \dot{\psi} (c\phi s\theta \dot{\theta} - s\phi c\phi \dot{\theta}) - c\phi \dot{\phi} \dot{\theta}) \\ + 2xz \times (\dot{\psi}^2 (c\phi s\theta c\theta) + \dot{\psi} (-c\phi c\theta \dot{\phi} - s\phi s\theta \dot{\theta}) + s\phi \dot{\phi} \dot{\theta}) \\ + 2yz \times (-\dot{\psi}^2 (s\phi c\phi c^2 \theta) + \dot{\psi} (s^2 \phi c\theta \dot{\theta} - c^2 \phi c\theta \dot{\theta}) + s\phi c\phi \dot{\theta}^2) \quad (\text{A I-10})$$

On peut le réécrire ainsi sous la forme suivante :

$$\begin{aligned}
 v^2(x, y, z) = & (y^2 + z^2) \times (\dot{\psi}^2 s^2 \theta - 2s\theta\dot{\phi}\dot{\psi} + \dot{\phi}^2) \\
 & + (x^2 + z^2) \times (\dot{\psi}^2 s^2 \phi c^2 \theta + 2s\phi c\phi c\theta\dot{\theta}\dot{\psi} + c^2 \phi \dot{\theta}^2) \\
 & + (x^2 + y^2) \times (\dot{\psi}^2 c^2 \phi c^2 \theta - 2s\phi c\phi c\theta\dot{\theta}\dot{\psi} + s^2 \phi \dot{\theta}^2) \\
 & + 2xy \times (\dot{\psi}^2 (s\phi s\theta c\theta) + \dot{\psi} (c\phi s\theta\dot{\theta} - s\phi c\phi\dot{\theta}) - c\phi\dot{\phi}\dot{\theta}) \\
 & + 2xz \times (\dot{\psi}^2 (c\phi s\theta c\theta) + \dot{\psi} (-c\phi c\theta\dot{\phi} - s\phi s\theta\dot{\theta}) + s\phi\dot{\phi}\dot{\theta}) \\
 & + 2yz \times (-\dot{\psi}^2 (s\phi c\phi c^2 \theta) + \dot{\psi} (s^2 \phi c\theta\dot{\theta} - c^2 \phi c\theta\dot{\theta}) + s\phi c\phi\dot{\theta}^2)
 \end{aligned} \tag{A I-11}$$

L'expression de l'énergie cinétique est donc :

$$\begin{aligned}
 T = & \frac{1}{2} \int y^2 + z^2 (R) dm(p) \times (\dot{\psi}^2 s^2 \theta - 2\dot{\phi}\dot{\psi}s\theta + \dot{\phi}^2) \\
 & + \frac{1}{2} \int x^2 + z^2 (R) dm(p) \times (\dot{\psi}^2 s^2 \phi c^2 \theta + 2\dot{\theta}\dot{\psi}s\phi c\phi c\theta + \dot{\theta}^2 c^2 \phi) \\
 & + \frac{1}{2} \int y^2 + x^2 (R) dm(p) \times (\dot{\psi}^2 c^2 \phi c^2 \theta - 2\dot{\theta}\dot{\psi}s\phi c\phi c\theta + \dot{\theta}^2 s^2 \phi) \\
 & + \int xy \times (R) dm(p) \times (\dot{\psi}^2 (s\phi s\theta c\theta) + \dot{\psi} (c\phi s\theta\dot{\theta} - s\phi c\phi\dot{\theta}) - c\phi\dot{\phi}\dot{\theta}) \\
 & + \int xz \times (R) dm(p) \times (\dot{\psi}^2 (c\phi s\theta c\theta) + \dot{\psi} (-c\phi c\theta\dot{\phi} - s\phi s\theta\dot{\theta}) + s\phi\dot{\phi}\dot{\theta}) \\
 & + \int yz \times (R) dm(p) \times (-\dot{\psi}^2 (s\phi c\phi c^2 \theta) + \dot{\psi} (s^2 \phi c\theta\dot{\theta} - c^2 \phi c\theta\dot{\theta}) + s\phi c\phi\dot{\theta}^2)
 \end{aligned} \tag{A I-12}$$

Comme la structure mécanique du quadrotor est symétrique donc on pourra négliger le produit d'inertie et considérer que la matrice d'inertie est diagonale. L'expression de l'énergie cinétique devient alors :

$$\begin{aligned}
 T = & \frac{1}{2} I_{xx} (\dot{\phi} - \dot{\psi}s\theta)^2 \\
 & + \frac{1}{2} I_{yy} (\dot{\theta}c\phi + \dot{\psi}s\phi c\theta)^2 \\
 & + \frac{1}{2} I_{zz} (\dot{\theta}s\phi - \dot{\psi}c\phi c\theta)^2
 \end{aligned} \tag{A I-13}$$

L'expression de l'énergie potentielle est :

$$V = g \int (-s\theta \times x + s\phi c\theta \times y - c\phi c\theta \times z) dm(p) \tag{A I-14}$$

$$\begin{aligned}
V = & \int x dm(x) \times (-gs\theta) \\
& + \int y dm(y) \times (gs\phi c\theta) \\
& + \int z dm(z) \times (gc\phi c\theta)
\end{aligned}
\tag{A I-15}$$

ANNEXE II

COMMANDE BACKSTEPPING ADAPTATIVE

La commande backstepping adaptative est développée dans (Krstic, Kokotovic et Kanellakopoulos, 1995) comme une technique avancée pour surmonter le problème des incertitudes paramétriques, de plus elle offre une méthode itérative et systématique qui permet, pour des systèmes non linéaires d'ordre élevé, de construire récursivement les trois parties indispensables à une commande adaptative basée sur Lyapunov :

- Une loi de commande qui permet la poursuite d'une trajectoire désirée, quant au comportement d'un système à commander.
- Une loi d'adaptation qui estime les paramètres inconnus et qui doit garantir leur convergence vers leurs paramètres respectifs, sans affecter le bon fonctionnement de système, surtout la stabilité.
- Une fonction de Lyapunov qui permet le choix adéquat d'une loi de commande et d'une loi d'adaptation et qui garantit la convergence et la stabilité de la structure adaptative.

Principe:

Un exemple sera utilisé pour démontrer la stabilité de la commande backstepping adaptative (Benaskeur, 2002). Considérons le système suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + \theta_1 f_1(x_1) & (S_1) \\ \dot{x}_2 = \theta_2 f_2(x_1, x_2) + u & (S_2) \end{cases} \quad (\text{A II-1})$$

f_1 et f_2 sont deux fonctions dérivables.

Considérons (S_1) . Si x_2 était l'entrée, pour la déterminer, ainsi que la loi d'adaptation de θ_1 , nous définirons la fonction de Lyapunov suivante :

$$V_1 = \frac{1}{2} x_1^2 + \frac{1}{2\gamma} (\theta_1 - \hat{\theta}_1)^2 \quad (\text{A II-2})$$

Avec : θ_1 est le paramètre inconnu à estimer

γ est un gain positif

$\hat{\theta}_1$ est l'estimation de θ_1

La dérivée de la fonction de Lyapunov est :

$$\dot{V}_1 = x_1 \dot{x}_1 - \frac{1}{\gamma} (\theta_1 - \hat{\theta}_1) \dot{\hat{\theta}}_1 \quad (\text{A II-3})$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= x_1 (x_2 + \theta_1 f_1(x_1)) - \frac{1}{\gamma} (\theta_1 - \hat{\theta}_1) \dot{\hat{\theta}}_1 \\ &= x_1 (x_2 + \hat{\theta}_1 f_1(x_1)) + x_1 (\theta_1 - \hat{\theta}_1) f_1(x_1) - \frac{1}{\gamma} (\theta_1 - \hat{\theta}_1) \dot{\hat{\theta}}_1 \\ &= x_1 (x_2 + \hat{\theta}_1 f_1(x_1)) + (\theta_1 - \hat{\theta}_1) \left\{ x_1 f_1(x_1) - \frac{1}{\gamma} \dot{\hat{\theta}}_1 \right\} \end{aligned} \quad (\text{A II-4})$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 \leq 0 \quad Si \quad &\begin{cases} x_2 = x_2^* = -K_1 x_1 - \hat{\theta}_1 f_1(x_1) \\ \dot{\hat{\theta}}_1 = \gamma x_1 f_1 \end{cases} \\ \Rightarrow \dot{V}_1 &= -K_1 x_1^2 \leq 0 \end{aligned}$$

Or x_2 était utilisé pour définir l'erreur e_2 .

$$\begin{aligned} e_2 &= x_2 - x_2^* = x_2 + K_1 x_1 + \hat{\theta}_1 f_1(x_1) \\ \Rightarrow x_2 &= e_2 - K_1 x_1 - \hat{\theta}_1 f_1(x_1) \end{aligned}$$

Par conséquent $\dot{x}_1$ devient :

$$\dot{x}_1 = -K_1 x_1 + e_2 + (\theta_1 - \hat{\theta}_1) f_1(x_1) \quad (\text{A II-5})$$

La dynamique de e_2 est :

$$\begin{aligned} \dot{e}_2 &= \theta_2 f_2(x_1, x_2) + K_1 (x_2 + \theta_1 f_1(x_1)) + \dot{\hat{\theta}}_1 f_1(x_1) \\ &\quad + \hat{\theta}_1 \frac{\partial f_1}{\partial x_1} (x_2 + \theta_1 f_1(x_1)) + u \end{aligned} \quad (\text{A II-6})$$

$$\begin{aligned} \dot{e}_2 &= \hat{\theta}_2 f_2(x_1, x_2) + K_1 (x_2 + \hat{\theta}_1 f_1(x_1)) + \hat{\theta}_1 \frac{\partial f_1}{\partial x_1} (x_2 + \theta_1 f_1(x_1)) \\ &\quad + \dot{\hat{\theta}}_1 f_1(x_1) + (\theta_2 - \hat{\theta}_2) f_2(x_1, x_2) + (\theta_1 - \hat{\theta}_1) \left\{ K_1 f_1(x_1) + \hat{\theta}_1 \frac{\partial f_1}{\partial x_1} \cdot f_1(x_1) \right\} + u \end{aligned} \quad (\text{A II-7})$$

Soit V_2 une nouvelle fonction de Lyapunov :

$$V_2 = \frac{1}{2}x_1^2 + \frac{1}{2}e_2^2 + \frac{1}{2\gamma}(\theta_1 - \hat{\theta}_1)^2 + \frac{1}{2\gamma}(\theta_2 - \hat{\theta}_2)^2 \quad (\text{A II-8})$$

La dérivée de V_2 est :

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & x_1 \left\{ (\theta_1 - \hat{\theta}_1) f_1(x_1) + e_2 - K_1 x_1 \right\} \\ & + e_2 \left\{ \begin{aligned} & \hat{\theta}_2 f_2 + K_1 (x_2 + \hat{\theta}_1 f_1) + (\theta_2 - \hat{\theta}_2) f_2 + \dot{\hat{\theta}}_1 f_1 + u \\ & + \hat{\theta}_1 \frac{\partial f_1}{\partial x_1} (x_2 + \hat{\theta}_1 f_1) + (\theta_1 - \hat{\theta}_1) \left(K_1 f_1 + \hat{\theta}_1 \frac{\partial f_1}{\partial x_1} \cdot f_1 \right) \end{aligned} \right\} \\ & - \frac{1}{\gamma} (\theta_1 - \hat{\theta}_1) \dot{\hat{\theta}}_1 - \frac{1}{\gamma} (\theta_2 - \hat{\theta}_2) \dot{\hat{\theta}}_2 \end{aligned} \quad (\text{A II-9})$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & -K_1 x_1^2 + e_2 \left\{ K_1 (x_2 + \hat{\theta}_1 f_1) + x_1 + \dot{\hat{\theta}}_1 f_1 + u + \hat{\theta}_2 f_2 + \hat{\theta}_1 \frac{\partial f_1}{\partial x_1} (x_2 + \hat{\theta}_1 f_1) \right\} \\ & + (\theta_1 - \hat{\theta}_1) \left\{ x_1 f_1 + e_2 \left(\hat{\theta}_1 \frac{\partial f_1}{\partial x_1} x_1 + K_1 f_1 - \frac{1}{\gamma} \dot{\hat{\theta}}_1 \right) \right\} + (\theta_2 - \hat{\theta}_2) \left\{ e_2 f_2 - \frac{1}{\gamma} \dot{\hat{\theta}}_2 \right\} \end{aligned} \quad (\text{A II-10})$$

On calcule u , $\dot{\hat{\theta}}_1$ et $\dot{\hat{\theta}}_2$ de façon à rendre $\dot{V}_2$ semi-définie négative :

$$\begin{cases} u = -x_1 - K_1 (x_2 + \hat{\theta}_1 f_1) - K_2 e_2 - \hat{\theta}_2 f_2 - \hat{\theta}_1 \frac{\partial f_1}{\partial x_1} (x_2 + \hat{\theta}_1 f_1) - \dot{\hat{\theta}}_1 f_1 \\ \dot{\hat{\theta}}_1 = \gamma \left[K_1 f_1 + \hat{\theta}_1 \frac{\partial f_1}{\partial x_1} x_1 \right] \\ \dot{\hat{\theta}}_2 = \gamma e_2 f_2 \end{cases}$$

$\Rightarrow \dot{V}_2 = -K_1 x_1^2 - K_2 e_2^2 \leq 0$ D'où le système (A II-11) est asymptotiquement stable

LISTE DE RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- Aguilar-Ibañez, Carlos, Juan C Martinez-Garcia et Alberto Soria-López. 2011. « Bounded control based on saturation functions of nonlinear under-actuated mechanical systems: the cart-pendulum system case ». In *Decision and Control and European Control Conference (CDC-ECC), 2011 50th IEEE Conference on*. p. 1759-1764. IEEE.
- Amieur, Toufik, et Mohamed Boumehraz. 2014. « Commande Adaptative Floue avec Mode de Glissement des Systèmes Non Linéaires ».
- Benaskeur, Abder Rezak. 2002. *Aspects de l'application du backstepping adaptatif à la commande décentralisée des systèmes non linéaires*.
- Bouabdallah, Samir. 2007. « Design and control of quadrotors with application to autonomous flying ». École Polytechnique federale de Lausanne.
- Bouabdallah, Samir, et Roland Siegwart. 2005. « Backstepping and sliding-mode techniques applied to an indoor micro quadrotor ». In *Robotics and Automation, 2005. ICRA 2005. Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on*. p. 2247-2252. IEEE.
- Bouabdallah, Samir, et Roland Siegwart. 2007. « Full control of a quadrotor ». In *Intelligent robots and systems, 2007. IROS 2007. IEEE/RSJ international conference on*. p. 153-158. IEEE.
- Bouadi, H, M Bouchoucha et M Tadjine. 2007a. « Modelling and Stabilizing Control Laws Design Based on Sliding Mode for an UAV Type-Quadrotor ». *Engineering Letters*, vol. 15, n° 2, p. 342-347.
- Bouadi, H, M Bouchoucha et M Tadjine. 2007b. « Sliding mode control based on backstepping approach for an UAV type-quadrotor ». *World Academy of Science, Engineering and Technology*, vol. 26, n° 5, p. 22-27.
- Charland-Arcand, Guillaume. 2014. « Contrôle non linéaire par backstepping d'un hélicoptère de type quadrotor pour des applications autonomes ». École de technologie supérieure.
- Colorado, Julián, Antonio Barrientos, Alexander Martinez, Benjamin Lafaverge et João Valente. 2010. « Mini-quadrotor attitude control based on Hybrid Backstepping & Frenet-Serret theory ». In *Robotics and Automation (ICRA), 2010 IEEE International Conference on*. p. 1617-1622. IEEE.

- DeGarmo, Matthew T. 2004. « Issues concerning integration of unmanned aerial vehicles in civil airspace ». *The MITRE Corporation Center for Advanced Aviation System Development*.
- Dronolab. 2014. « Paramètres du quadrotor ». In *In Dronolab : Aéronef autonome Club étudiant de l'ETS*. < En ligne < <http://dronolab.etsmtl.ca/> > >.
- Drouot, Adrien. 2013. « Stratégies de commande pour la navigation autonome d'un drone projectile miniature ». Université de Lorraine.
- Edwards, Christopher, et Sarah Spurgeon. 1998. *Sliding mode control: theory and applications*. CRC Press.
- El Kari, A, N Essounbouli et A Hamzaoui. 2003. « Commande adaptative floue robuste: Application à la commande en poursuite d'un robot ». *Internatinal Journal in Physics and Chemistry*, réfN, vol. 611.
- Feuer, Arie. 1978. « Adaptive control of single-input, single-output linear systems ». *Automatic Control, IEEE Transactions on*, vol. 23, n° 4, p. 557-569.
- Güçlü, Anil. 2012. « Attitude and altitude control of an outdoor quadrotor ». ATILIM UNIVERSITY.
- Guerrero-Castellanos, JF. 2008. « Estimation de l'attitude et commande borne en attitude d'un corps rigide: Application à un hélicoptère à quatre rotors ». Ph. D dissertation, Joshep Fourier University, Grenoble, France.
- Hall, C, AS Hodel et JY Hung. 2001. « Variable-structure PID control to prevent integrator windup ». *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 48, n° 2, p. 442-451.
- Hamdan, Majed, et Zhiqiang Gao. 2000. « A novel PID controller for pneumatic proportional valves with hysteresis ». In *Industry Applications Conference, 2000. Conference Record of the 2000 IEEE*. Vol. 2, p. 1198-1201. IEEE.
- Hanford, Scott D, Lyle N Long et Joseph F Horn. 2005. « A small semi-autonomous rotary-wing unmanned air vehicle (UAV) ». *AIAA2005-7077*.
- Hicham, KHEBBACHE. 2012. « Tolérance aux défauts via la méthode backstepping des systèmes non linéaires Application: Système UAV de type Quadrirotor ». Université Ferhat Abbas de Sétif.
- Huang, Mu, Bin Xian, Chen Diao, Kaiyan Yang et Yu Feng. 2010. « Adaptive tracking control of underactuated quadrotor unmanned aerial vehicles via backstepping ». In *American Control Conference (ACC), 2010*. p. 2076-2081. IEEE.

- Ioannou, Petros A, et Jing Sun. 1984. « Robust adaptive control ». In *American Control Conference*. p. 1574-1578.
- Isidori, Alberto, Doctor Lorenzo Marconi et Doctor Andrea Serrani. 2003. « Robust nonlinear motion control of a helicopter ». In *Robust Autonomous Guidance*. p. 149-192. Springer.
- Kanellakopoulos, Ioannis, Petar V Kokotovic et Stephen Morse. 1991. « Systematic design of adaptive controllers for feedback linearizable systems ». *Automatic Control, IEEE Transactions on*, vol. 36, n° 11, p. 1241-1253.
- Kendoul, Farid, David Lara, Isabelle Fantoni et R Lozano. 2007. « Real-time nonlinear embedded control for an autonomous quadrotor helicopter ». *Journal of guidance, control, and dynamics*, vol. 30, n° 4, p. 1049-1061.
- Kokotovic, P_V, et HJ Sussmann. 1989. « A positive real condition for global stabilization of nonlinear systems ». *Systems & Control Letters*, vol. 13, n° 2, p. 125-133.
- Krstic, Miroslav, Petar V Kokotovic et Ioannis Kanellakopoulos. 1995. *Nonlinear and adaptive control design*. John Wiley & Sons, Inc.
- Leishman, J Gordon. 2000. « A history of helicopter flight ». *The University of Maryland [online]*.
- Li, Zhong-Hua, et Miroslav Krstić. 1997. « Optimal design of adaptive tracking controllers for nonlinear systems ». In *American Control Conference, 1997. Proceedings of the 1997*. Vol. 2, p. 1191-1197. IEEE.
- Lipera, Larry, Jason D Colbourne, Mark B Tischler, M Hossein Mansur, Michael C Rotkowitz et Paul Patangui. 2001. « The micro craft iSTAR micro air vehicle: control system design and testing ». In *ANNUAL FORUM PROCEEDINGS-AMERICAN HELICOPTER SOCIETY*. Vol. 57, p. 1998-2008. AMERICAN HELICOPTER SOCIETY, INC.
- Lozano, R, P Castillo et A Dzul. 2004. « Stabilization of a mini rotorcraft having four rotors ». In *Proceedings of*. p. 2693-2698.
- Madani, Tarek, et Abdelaziz Benallegue. 2006. « Control of a quadrotor mini-helicopter via full state backstepping technique ». In *Decision and Control, 2006 45th IEEE Conference on*. p. 1515-1520. IEEE.
- Madani, Tarek, et Abdelaziz Benallegue. 2007. « Sliding mode observer and backstepping control for a quadrotor unmanned aerial vehicles ». In *American Control Conference, 2007. ACC'07*. p. 5887-5892. IEEE.

- Mahony, Robert, et Tarek Hamel. 2004. « Robust trajectory tracking for a scale model autonomous helicopter ». *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 14, n° 12, p. 1035-1059.
- Martini, Adnan. 2008. « Modélisation et Commande de vol d'un hélicoptère drone soumis à une rafale de vent ». *These de Doctorat Paul-Verlaine. France*.
- McGeoch, DJ, EW McGookin et SS Houston. 2005. « MIMO sliding mode attitude command flight control system for A helicopter ». In *AIAA-6350 Guidance, Navigation, and Control conference and exhibit, San Francisco, California*. p. 15-18.
- Newcome, Laurence R. 2004. *Unmanned aviation: a brief history of unmanned aerial vehicles*. Aiaa.
- Pflimlin, JM, P Soueres et T Hamel. 2007. « Position control of a ducted fan VTOL UAV in crosswind ». *International Journal of Control*, vol. 80, n° 5, p. 666-683.
- Poinsot, Damien. 2008. « Commande d'un drone en vue de la conversion vol rapide-vol stationnaire ». *Ecole nationale supérieure de l'aéronautique et de l'espace*.
- Sarris, Zak, et S Atlas. 2001. « Survey of UAV applications in civil markets (June 2001) ». In *The 9 th IEEE Mediterranean Conference on Control and Automation (MED'01)*.
- Shaiful, Zairi, et Desa Hazry. 2011. « Adaptive neural controller implementation in autonomous mini aircraft quadrotor (AMAC-Q) for attitude control stabilization ».
- Shim, H, Tak John Koo, Frank Hoffmann et Shankar Sastry. 1998. « A comprehensive study of control design for an autonomous helicopter ». In *In: Proc. 37th IEEE Conf. on Decision and Control (CDC'98*. Citeseer.
- Tayebi, A, et S McGilvray. 2004. « Attitude stabilization of a four-rotor aerial robot ». In *Decision and Control, 2004. CDC. 43rd IEEE Conference on*. Vol. 2, p. 1216-1221. IEEE.
- Teel, Andrew R. 1996. « A nonlinear small gain theorem for the analysis of control systems with saturation ». *Automatic Control, IEEE Transactions on*, vol. 41, n° 9, p. 1256-1270.
- Tsinias, John. 1989. « Sufficient Lyapunov-like conditions for stabilization ». *Mathematics of Control, Signals and Systems*, vol. 2, n° 4, p. 343-357.
- Valavanis, Kimon P. 2008. *Advances in unmanned aerial vehicles: state of the art and the road to autonomy*, 33. Springer Science & Business Media.

- Wang, Jian, Thomas Raffler et Florian Holzapfel. 2012. « Nonlinear position control approaches for quadcopters using a novel state representation ». In *Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*.
- Xu, Rong, et Ümit Özgüner. 2006. « Sliding mode control of a quadrotor helicopter ». In *Decision and Control, 2006 45th IEEE Conference on*. p. 4957-4962. IEEE.