

TABLE DES MATIÈRES

I-INTRODUCTION	1
II- POTENTIALITÉS ET LIMITES DE LA CALCULATRICE	3
2.1 Calculatrice symbolique	3
2.2 Calcul formel et logiciel de calcul symbolique	3
2.3 La calculatrice symbolique et l'enseignement des mathématiques	5
2.4 L'utilisation judicieuse de la calculatrice	7
III - RECENSION DES ÉCRITS	8
3.1 Études comparatives	8
3.2 Études réflexives	10
3.3 L'approche instrumentale	13
IV – CADRE OPÉRATOIRE	16
4.1 Apprentissage des mathématiques	16
4.2 La résolution de problèmes	18
4.3 Les partisans	21
4.4 Les réticents	24
V – QUESTION DE LA RECHERCHE	29
5.1 Question de la recherche	29
5.2 Hypothèses	31
5.3 Objectif de la recherche	31
5.3.1 But	31
5.3.2 Objectifs spécifiques	32

VI – MÉTHODOLOGIE	33
6.1 Composition de l'échantillon	33
6.2 Population visée	33
6.3 Instrumentation d'analyse	34
6.4 Échéancier de l'expérimentation	37
VII – PRÉSENTATION ET ANALYSE DES RÉSULTATS	39
7.1 Présentation des problèmes proposés et analyse à priori	39
7.1.1 La résolution de problèmes à l'aide du système d'inéquation	39
7.1.2 Analyse à priori	41
7.1.3 La résolution de problèmes en utilisant des fonctions variables réelles comme modèle d'une situation	41
7.1.4 Analyse à priori	42
7.1.5 Manipulations algébriques	42
7.1.6 Analyse à priori	43
7.2 Analyse de la grille d'évaluation	43
7.3 Analyse des résultats obtenus	46
7.3.1 Analyse des résultats du problème 1	46
7.3.2 Analyse des résultats du problème 2	48
7.3.3 Analyse des résultats du problème 3	51
7.3.4 Analyse des résultats du problème 4	55
7.3.5 Analyse des résultats du problème 5	58
7.3.6 Analyse des résultats du problème 6	61
7.4 Analyse des résultats des exercices 1, 2 et 3	65
7.5 Résultats de la recherche	69
VIII – CONCLUSION	73
RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES	78

ANNEXE 1	Résolution de problèmes / Classification des problèmes	83
ANNEXE 2	Exemples de stratégies associées à la résolution de problèmes	87
ANNEXE 3	Guide simplifié d'utilisation de la calculatrice symbolique TI-89	90
ANNEXE 4	Principales fonctionnalités de la calculatrice TI-89 Titanium	92
ANNEXE 5	Fiche de travail pour le groupe témoin et expérimental	96
ANNEXE 6	Résultats de la recherche	118
ANNEXE 7	Lettre de la compagnie Texas Instrument	123

I- INTRODUCTION

Comme le programme de mathématique secondaire 536 favorise l'utilisation de la technologie appropriée dans l'exécution d'une tâche, il est alors nécessaire que l'élève maîtrise non seulement les outils électroniques, tels que les calculatrices et les logiciels utilitaires (tableur, traitement de texte, etc.), mais aussi, qu'il maîtrise les règles régissant le calcul algébrique et surtout qu'il comprenne les raisonnements qui les sous-tendent. Dans le milieu scolaire, les calculatrices sont de plus en plus présentes mais leur utilisation comporte certains obstacles. La recherche sur ces obstacles me paraît alors utile.

Le projet de recherche que nous envisageons est un essai qui relève d'une problématique qui me préoccupe grandement. Dès le début de ma pratique comme enseignant de mathématique au secondaire, soit au début de l'automne 1998, je me suis interrogé sur l'utilisation de la calculatrice en milieu scolaire.

J'enseigne dans une école où l'utilisation de calculatrices symboliques et des logiciels de calcul formel se fait de façon sporadique. Les observations que j'ai relevées sont issues uniquement de l'utilisation de la calculatrice à affichage graphique dont les élèves du secondaire font usage.

J'ai constaté tout d'abord que les élèves utilisent beaucoup la calculatrice. Sans elles ils ne donnent pas l'impression d'être capables de faire des calculs, même les plus simples. J'ai ensuite observé que les élèves ne prennent pas le temps de réfléchir sur les données des problèmes qui leur sont posés. Ils se précipitent sur les opérations pour faire le calcul sans élaborer une stratégie de résolution. Enfin, les élèves n'ont pas l'habitude d'avoir l'idée du résultat avant celle du calcul. Ils se fient complètement aux résultats de la machine comme si ces derniers ne pouvaient pas être faux.

De manière générale j'ai constaté :

- Une utilisation non raisonnée de la calculatrice;
- Une absence de stratégie pour la résolution de problèmes;
- Une absence de vision critique vis-à-vis des résultats obtenus à l'aide de la calculatrice.

Bien qu'elles soient spontanées, ces observations m'ont conduit à m'interroger sur l'utilisation des calculatrices symboliques, qui sont de plus en plus présentes dans le milieu scolaire. Ce travail se propose d'analyser les possibilités pédagogiques de la calculatrice symbolique et de dégager les points essentiels pour en faire un bon usage. Une utilisation raisonnée permettrait aux élèves d'établir des stratégies dans la résolution de problèmes, d'observer, d'analyser et d'interpréter leurs résultats.

II- LES POTENTIALITÉS ET LIMITES DE LA CALCULATRICE

Avant d'élaborer davantage sur ce sujet, il est important de se familiariser avec la terminologie que nous utilisons et de bien cerner l'outil de calcul formel : la calculatrice symbolique.

2.1 Calculatrice symbolique

L'avancée des découvertes scientifiques dans le domaine de l'électronique et la miniaturisation a révolutionné le monde entier. Il y a trente ans, la calculatrice se limitait aux quatre opérations. Aujourd'hui, grâce au progrès technologique, les calculatrices sont de plus en plus sophistiquées et performantes. Elles ne se limitent plus aux calculs numériques mais permettent des opérations qui vont bien au-delà du calcul élémentaire. Munies de logiciels de calcul formel, elles sont capables d'effectuer des opérations algébriques complexes contrairement au calcul numérique qui effectue seulement des opérations mathématiques sur des valeurs arithmétiques. Le principe de calcul symbolique est de transformer une expression algébrique en une forme différente de celle qu'elle a initialement.

2.2 Le calcul formel et le logiciel de calcul symbolique

Le terme « calcul formel » est utilisé non seulement pour nommer le champ de recherche qui vise à créer et à évaluer les algorithmes de traitement des expressions mathématiques (Davenport et al. , 1986), mais aussi pour désigner le travail de création mené dans l'enseignement pour l'intégration de ces algorithmes sous forme de logiciels opérationnels (Juge G., 1994).

Le terme « formel » peut avoir deux sens comme le distingue bien Lagrange J., (2000). D'une part, il renvoie à un niveau de travail mathématique qui privilégie les définitions et les preuves et d'autres part, il renvoie à un niveau des représentations calculables (dérivé, limites...etc.).

Ce deuxième niveau est celui qui permet une modélisation des phénomènes réels par des représentations et des traitements « symboliques ». Le calcul formel s'effectue davantage à ce niveau qu'à celui, « formel », des définitions et des preuves.

Dans la littérature anglo-saxonne, le terme « Symbolic and Algebraic Computer » est généralement utilisé pour désigner le domaine de recherche sur les algorithmes. Les logiciels mettant en application ces algorithmes sont désignés par « Computer Algebra System ». Ces dénominations mettent l'accent sur les représentations calculables, les traitements algébriques de symboles.

Le terme « **Système de Mathématiques Symboliques** » serait le plus approprié, comme le souligne Lagrange J., (2000) mais le « calcul formel » s'est imposé dans la pratique.

Un logiciel de calcul symbolique (LCS : pour le reste du texte) est un programme informatique capable de réaliser toutes sortes d'opérations mathématiques selon des algorithmes bien établis. Les LCS comme Maple ou Derive, qui sont installés sur les calculatrices symboliques, traitent les symboles (des variables, des fonctions, etc.) à travers des règles de manipulation. Ils sont donc en mesure de traiter l'aspect formel de l'algèbre notamment.

Mais ces logiciels présentent cependant certaines limites. Tout d'abord, leur reconnaissance du zéro est délicate. Dans l'expression $\sin(n\pi)$, n représente un symbole pour le logiciel et non un entier. L'utilisateur doit faire la demande explicite, en indiquant que n peut prendre des valeurs entières, pour que l'expression $\sin(n\pi)$ soit écrite en zéro. Ensuite, ils peuvent afficher des messages dont le sens est difficile à saisir. Par exemple, avec le logiciel de calcul formel DERIVE on obtient -5 et 1/0 comme solutions de l'équation

$$\frac{5}{X} = \frac{3}{X + 2}$$

- Pourquoi y a-t-il deux affichages ? Quel sens peut-on donner à la solution $1/0$ dans la résolution de cette équation?

Finalement, les LCS fournissent des résultats mais ne permettent généralement pas à un élève de saisir comment ils ont été obtenus, comme le montre l'exemple suivant : la factorisation d'un polynôme complexe par la calculatrice TI-92.

$$\text{Factor}(X^3 - 1, X) \Rightarrow (X - 1) * \left[X + \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \right] * \left[X + \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \right]$$

2.3 La calculatrice symbolique et l'enseignement des mathématiques

L'utilisation des calculatrices symboliques nécessite de nouvelles connaissances, et modifie certaines pratiques pédagogiques comme le souligne Lemberg, (2000) dans son article *Mention très bien pour les calculatrices*. L'utilisation du logiciel de calcul formel se traduit par des modifications au niveau de l'enseignement et nécessite une nouvelle approche pour certains concepts. L'influence des LCS sur l'enseignement des mathématiques se manifeste par l'importance qu'on accorde à certains objectifs du programme d'études. Certains sujets vont être peu importants que d'autres parce que les outils technologiques les remplacent. Je prends ici l'exemple de la technique de l'extraction d'une racine carrée à la main qui fût longtemps enseignée jusqu'à ce que celle-ci devienne désuète suite à l'appariation des calculatrices électroniques.

D'autres sujets deviennent importants et leurs réalisation devient possible parce que les outils technologiques les rendent accessibles (exploration des situations plus complexes, manipulation d'un grand nombre de données, utilisation de différentes modes de représentations...etc.).

La conception des activités, des exercices et des problèmes sera changée. Ceux-ci

vont être certainement beaucoup plus ouverts et plus complets. Les méthodes graphiques de résolution seront plus présentes. La répétition d'exercices techniques sera fortement atténuée. Les calculs techniques ou très longs et ceux qui demandent une certaine habileté technique seront délégués aux LCS. Sans ces changements, l'équilibre entre les différentes parties du programme peut être affecté car, jusqu'à un certain point, négligé.

L'utilisation des LCS influence également l'évaluation. Les calculatrices symboliques sont capables de donner une réponse à la plupart des sujets d'examens. L'utilisation d'une telle calculatrice dans l'enseignement oblige les enseignants à concevoir de façon différente le travail qu'ils exigeront de leurs élèves. Pour un devoir ou un contrôle avec calculatrice, l'enseignant doit abandonner les exercices pour lesquels on demande seulement une réponse comme les questions à choix multiples.

Par exemple :

L'équation suivante $\frac{3}{2}X + \frac{1}{2} = 0$ a-t-elle pour solution : $\frac{1}{6}$, $\frac{-2}{6}$, $\frac{-5}{12}$, $\frac{3}{6}$?

Encadre la bonne réponse.

D'après nos expériences de travail, pour un contrôle de connaissances mathématiques bien rigoureux, l'épreuve devrait plutôt contenir des exercices dans lesquels on doit masquer certaines parties au moyen de symboles dont chacun remplace un caractère ou une expression, ou bien tout simplement laisser des parties vides pour que l'élève puisse les compléter après. Cette méthode permet de vérifier les connaissances des élèves dans les domaines les plus variés (produits remarquables, factorisation, propriétés des radicaux, ...etc.).

2.4 L'utilisation judicieuse de la calculatrice

La calculatrice constitue un bon exemple de l'apport de la technologie. Son utilisation, selon le MEQ¹, favorise le développement de la pensée algébrique lorsque l'élève doit modéliser des situations par la construction de formules, d'algorithmes ou de graphiques ou par le passage de l'un à l'autre. Elle facilite la manipulation de nombreuses données et la simulation de différentes possibilités. Par conséquent, elle offre la possibilité d'analyser une situation et de la généraliser. Tous ses avantages ne peuvent être exploités que par une utilisation intelligente et judicieuse. Dans ce travail, nous considérons qu'une utilisation raisonnée se caractérise par :

- 1) Un usage intelligent et non abusif de la calculatrice;
- 2) Dans une situation de résolution de problèmes, il est indispensable de mettre en place une stratégie de démonstration et d'en déduire les besoins de l'utilisation de la calculatrice avant de faire appel à cette dernière;
- 3) L'élève doit avoir une idée des méthodes appliquées dans la résolution de problèmes pour orienter le logiciel de la calculatrice quand celui-ci ne trouve pas le résultat;
- 4) Comprendre et effectuer des retours réflexifs sur les résultats fournis par la calculatrice.

Dans le reste du texte, nous considérons que l'usage raisonné et l'utilisation raisonnée sont équivalents.

¹ Programme de formation de l'école québécoise, enseignement secondaire, deuxième cycle.

III- RECENSION DES ÉCRITS

La présente revue porte sur l'intégration des technologies d'information et de communication (TIC) dans l'enseignement et l'apprentissage des élèves en mathématique. Cette intégration a suscité de nombreuses recherches au cours de la dernière décennie. Les études consultées pour ce travail, sont des recherches menées dans un cadre académique et sont issues de disciplines variées (psychologie cognitive, psychologie sociale, théorie de la communication, didactique des mathématiques). En grande majorité, elles se répartissent en deux grandes catégories: 1) les études comparatives qui sont des recherches basées sur des expérimentations cherchant à mesurer l'impact de paramètres particuliers sur les apprentissages ; 2) les études réflexives qui visent à comprendre, par des observations, des entretiens, etc., ce qui se passe dans les situations ordinaires d'usage des logiciels de calculs formels et des calculatrices symboliques en milieu scolaire. La troisième catégorie d'études plus utilisée dans la dernière décennie est l'approche instrumentale basée sur la genèse instrumentale et l'ergonomie cognitive.

Dans les prochains paragraphes nous élaborons plus en détail chacune de ces catégories.

3.1 Les études comparatives

Ces études visent généralement à mesurer en laboratoire des effets d'un outil ou d'un système multimédia particulier (logiciel, calculatrice symbolique...), souvent développé pour l'expérimentation. Elles suivent un protocole rigoureux, permettant de comparer les apprentissages avec et sans le système. Elles portent sur des petits groupes et sur des durées limitées.

Ces travaux visent à montrer une amélioration globale de la compréhension des concepts mathématiques ou une modification des attitudes envers les mathématiques. Généralement la méthodologie est basée sur la comparaison d'un groupe utilisant le système et d'un groupe témoin. Assez souvent, l'interprétation que l'article fait des résultats de la comparaison laisse le lecteur perplexe : les progrès constatés peuvent être dus à d'autres facteurs que l'introduction du système. Les conclusions de ces articles sont généralement enthousiastes, mais non appuyées sur une méthodologie solide.

L'article de Gratram & Thomas (1997) illustre bien le type d'étude comparative. C'est un article qui s'inscrit dans un courant de recherche sur l'apport et l'utilisation d'environnements informatiques à la compréhension et à l'apprentissage de concepts mathématiques en algèbre, ici la notion de variable en début d'apprentissage de l'algèbre. Ces environnements permettent aux élèves de manipuler des exemples numériques, de faire des conjectures, de les tester et d'acquérir ainsi une expérience mathématique qui peuvent leur permettre d'atteindre un niveau d'abstraction supérieur. Les auteurs espèrent un changement avec l'arrivée des calculatrices pour deux raisons : 1- comme l'ordinateur, la calculatrice utilise de façon fondamentale les variables dans les opérations; 2- la calculatrice permet des expérimentations et interactions multiples grâce aux entrées/sorties.

Dans cette recherche, les auteurs essaient de combiner les avantages des calculatrices avec les principes et les techniques appris avec l'usage des ordinateurs lors des recherches précédentes concernant l'apprentissage de la notion de variable. Ils étudient comment la calculatrice peut être effectivement utilisée dans la classe pour favoriser l'apprentissage de la notion de variable en début d'apprentissage de l'algèbre. La recherche se fait avec deux types de classes : classe contrôle avec enseignement habituel d'algèbre et classes expérimentales avec utilisation de la calculatrice TI-80 en cours d'algèbre. Les modalités de travail en classe se résument en deux points : 1- Prise en main de la calculatrice par les élèves qui, pour la plupart, n'avaient aucune expérience

pour les amener à manipuler des expressions et à faire des conjectures; 2- Expérimentation où une des tâches étaient de reproduire le tableau de données à l'aide de la calculatrice, en utilisant les variables. Les conclusions de cette recherche révèlent des meilleurs résultats dans les classes expérimentales : l'utilisation de la calculatrice a permis aux élèves d'améliorer leur compréhension des concepts d'inconnus, nombre généralisé et variable. Il découle de cette conclusion que l'utilisation de la calculatrice : 1- Fait ressortir l'idée de variable comme moyen de stocker des nombres; 2- Favorise les échanges et le débats mathématiques, 3- Motive les élèves pour faire de l'algèbre.

Le recours aux calculatrices entraîne un enrichissement certain de l'activité algébrique et permet d'engager les élèves dans un apprentissage de la notion de variable. Cependant, l'article ne permet pas suffisamment de connaître les activités algébriques réalisées en classe, le rôle effectif de la calculatrice dans les interactions dans les débats en classe, ce qui réduit le porté de l'étude.

3.2 Les études réflexives

Ces études s'appuient sur des observations d'usage des TIC en situation. Généralement ces observations se déroulent dans la salle de classe, et s'appuient sur des techniques d'enregistrement des activités (enregistrement audio ou vidéo...), d'entretiens, d'enquêtes sur les représentations, voire sur l'analyse des productions des participants (textes, discours...). Elles prennent en compte les données expérimentales pour apprécier et interroger plus en profondeur les changements dans les processus d'apprentissage. Ces recherches reconnaissent que l'introduction d'un système multimédia particulier (logiciel de calcul formel, calculatrice symbolique...) ne se fait pas facilement et ses effets ne vont pas automatiquement dans le sens d'une plus grande réflexivité, d'une meilleure conceptualisation. Les recherches menées dans le cadre de l'équipe DIDIREM (1995) sur l'intégration du calcul formel, ont montré que les difficultés repérées dans les articles réflexifs ne sont pas négligeables. Comme, l'utilisation de ces observations soulève la

question de la fiabilité des données recueillies tout autant que celle de leur interprétation. C'est pourquoi, elles utilisent généralement plusieurs méthodes complémentaires tel que l'observation, l'entretien, etc.

Parmi les recherches de type réflexif on trouve l'article d'ARTIGUE (1998), qui nous semble important par le regard critique qu'il développe sur la formation des enseignants à l'intégration des TIC, et la mise en évidence des obstacles réels à cette intégration. C'est une étude qui s'articule autour du constat suivant : malgré les efforts des établissements et l'enthousiasme des militants, l'intégration des outils de calcul formel dans l'enseignement des mathématiques reste marginale et se développe très lentement. L'auteur essaye de faire une synthèse des différents obstacles à cette intégration, synthèse basée sur les résultats de plusieurs recherches (Rabardel, 1995-Trouche, 1996 – Artigue, 1997).

L'auteur rend compte des obstacles à l'intégration des TIC, mis en évidence par la recherche dans ce domaine, qui ne sont pas pris en compte par la formation des enseignants : 1- La légitimité des TIC dans l'enseignement : les enseignants ont besoin d'être convaincus de l'apport des TIC dans leur enseignement. Les promoteurs des TIC tiennent un discours où ils surévaluent les virtualités de ces outils et minimisent les réelles difficultés auxquelles seront confrontés les enseignants. Ce qui crée un cercle vicieux gardant ainsi l'intégration dans une phase de non maturité; 2- La sous-estimation des effets dus à la transposition informatique des connaissances mathématiques : souvent ces effets sont considérés comme des phénomènes parasites à éviter par un choix judicieux des situations. Cependant les recherches montrent, selon l'auteur, que si ces phénomènes sont compris et dépassés, ils fournissent parfois un rapport considérable dans la compréhension de certaines notions mathématiques;

3- L'opposition entre les dimensions techniques et conceptuelles de l'activité mathématique : Les TIC sont souvent présentées comme des outils qui soulagent l'apprenant de la « lourde » dimension technique de la résolution et favorisent ainsi une résolution axée sur la dimension conceptuelle. Selon l'auteur, les recherches montrent que ces outils favorisent, en plus de cette tendance, une autre qui lui est opposée. Cette dernière est fondée sur des actions aveugles et des stratégies de résolution automatisées.

Avec les études comparatives les effets attendus des TIC ne se manifestent pas de façon évidente. Alors que les études réflexives montrent la nécessité d'aller plus loin dans l'analyse. La tension entre ces deux tendances opposées témoigne d'un état des lieux montrant la faiblesse de l'intégration des TIC en milieu scolaire. Malgré les progrès dans les recherches, les questions posées par l'intégration des technologies dans l'enseignement des mathématiques sont loin d'être résolues. Les difficultés rencontrées dans cette intégration ont conduit les chercheurs à s'orienter vers d'autres approches. Parmi les approches théoriques apparues, dans la dernière période, l'une apparaît féconde : l'approche instrumentale. Elle découle de l'ergonomie cognitive (Rabardel 1995) et possède des applications prometteuses dans la compréhension de l'intégration des TIC dans l'enseignement des mathématiques. Celle-ci est mise en avant par les chercheurs pour comprendre d'abord, le décalage constaté entre les potentialités identifiées des TIC dans les recherches et les expérimentations d'une part et les usages réels d'autre part, ensuite montrer la complexité sous-estimée des genèses instrumentales associant les connaissances mathématiques et le rôle central des techniques instrumentées.

3.3 L'approche instrumentale

Plusieurs recherches sur l'utilisation des technologies informatiques dans l'enseignement des mathématiques (Artigue, Lagrange, Trouche, 2002) utilisent cette approche pour analyser les activités avec instrument. Elle repose sur l'idée d'un apport fondamental des outils pour les activités et les apprentissages humains. Elle met en avant l'intervention de « schèmes instrumentaux » dans l'apprentissage et leur construction dans l'interaction avec les outils technologiques. La notion de schème est pertinente pour appréhender les conduites des élèves avec des instruments tels que la calculatrice graphique ou la calculatrice symbolique.

Rabardel (1995), dans le cadre de l'ergonomie cognitive et de la didactique professionnelle, développe une approche théorique qui, pour l'essentiel, distingue : L'artéfact, la composante matérielle de l'outil, et l'instrument. L'artéfact (outil matériel ou objet technique) ne devient un instrument (outil cognitif) qu'après avoir été inscrit dans un usage dans le cadre d'une activité finalisée. L'artéfact et la partie du sujet qui intègre l'instrument sont des schèmes d'action.

L'appropriation de l'objet technique par le sujet pour en faire un instrument est ce que Rabardel appelle la *Genèse Instrumentale*, pour signifier un processus plus ou moins long, et toujours en développement, composé de deux mouvements:

- l'instrumentalisation, qui désigne le mouvement du sujet vers l'artéfact, et qui comprend la reconnaissance et la création de fonctions de l'artéfact. L'instrumentalisation est un processus par lequel un utilisateur met l'artéfact à sa main, le personnalise. Par exemple avec les calculatrices les élèves font : stockage de jeux, de théorèmes, personnalisation de la barre de menus, installation de programmes spécifiques téléchargés sur Internet etc.;
- l'instrumentation, qui désigne le mouvement de l'artéfact vers le sujet, et qui comprend la modification des schèmes d'action et de pensée du sujet.

l'instrumentation est un processus par lequel l'artefact (ses contraintes, ses potentialités) conditionne, pré structure, relativement, l'activité de l'utilisateur. Ainsi, la manière dont les menus sont organisés dans tel ou tel modèle de calculatrice influera sur l'activité des élèves, et donc, aussi, sur la construction des concepts mathématiques impliqués.

Cette approche dégage des éléments qui permettent de mieux cerner les difficultés d'intégration. Par exemple, l'utilisation d'un objet technique dans une activité ne garantit pas qu'il soit employé d'une manière ou d'une autre. L'artefact n'étant qu'une partie de l'instrument, il ne suffit pas de l'inclure dans l'activité pour assurer un apprentissage déterminé. C'est l'organisation de l'action instrumentée, donc les types de tâches à accomplir, et les interactions sociales à l'intérieur de la classe qui contribueront à la genèse d'un instrument donné. Le processus de genèse instrumentale prendra du temps, et les fonctions invoquées doivent viser à l'appropriation des fonctions de l'artefact et à son utilisation la plus pertinente et la plus juste.

Comme nous l'avons vu dans le paragraphe précédent, la technologie demeure d'une grande utilité dans l'apprentissage des mathématiques. Elle favorise autant l'émergence que la compréhension de concepts et de processus mathématiques. Elle augmente l'efficacité de l'élève dans l'accomplissement des tâches qui lui sont proposéesⁱ. La calculatrice offre des potentialités intéressantes en rapport avec l'apprentissage des mathématiques. Nous savons pertinemment que ce potentiel pédagogique ne pourra jamais être reconnu, si l'intégration de la technologie, y compris la calculatrice symbolique, se fait dans un contexte de spontanéité. Ces dernières années, la venue en profusion des calculatrices symboliques en milieu scolaire témoigne d'un engouement par les élèves. Parallèlement, la recherche en didactique a peu préparé cette intégration, et les enseignants ont laissé les élèves se confronter seuls à ce nouvel outil (Trouche, 1994). Plusieurs observations convergent pour montrer qu'assez souvent les professeurs ont une opinion positive des contributions du calcul formel, mais que l'utilisation réelle

dans les classes se heurte à des difficultés (Lagrange, 2000). Donc pour que les potentialités de ces outils soient exploitées de façon efficace et pour qu'il y ait un effet réel sur les apprentissages, il faut que ces outils soient intégrés par l'enseignant dans des situations pédagogiques pertinentes²

Il est clair que l'intégration efficace de la technologie ne se résume pas à équiper des élèves avec des calculatrices performantes. Les recherches récentes ont même montré que plus les outils sont complexes, plus grande est la dispersion des comportements des élèves (Guin et Trouche, 2002). Donc, l'enjeu n'est pas dans l'équipement en outils technologiques compétitifs mais plutôt intégrer ces outils dans les pratiques mathématiques en classe et amener les élèves à faire un usage raisonné de ces outils.

² Legros, D. & Crinon, J. (2002). *Psychologie des apprentissages et multimédia*. Armand Colin, Paris

IV- CADRE OPÉRATOIRE

4.1 Apprentissage des mathématiques

Il y a plusieurs définitions pour le terme apprentissage. Elles peuvent présenter des nuances et même des contradictions selon les auteurs. Ces descriptions varient selon l'angle théorique sous lequel on aborde la question. Selon les behavioristes, par exemple, le changement est un élément fondamental de la définition de l'apprentissage. Donc, pour qu'il y ait apprentissage, trois conditions doivent être remplies : 1) il faut qu'il y ait un changement dans le comportement ou les habiletés; 2) il faut que ce changement résulte d'une pratique ou d'une expérience; 3) ce changement doit être relativement durable (Goupil, G. et Lusignan, G. 1993).

L'apprentissage, selon le programme de formation de l'école québécoise³, fondé sur le socioconstructivisme, est basé sur une conception où l'élève construit ses connaissances et développe ses compétences, il réfléchit sur le sens de ses apprentissages et sur la façon dont il construit ses connaissances, il interagit avec d'autres personnes pour construire ces mêmes connaissances.⁴

Le programme de mathématique⁵ s'inscrit dans une logique de compétences. Il vise le développement de compétences qui sont étroitement liées et de même importance relative. Ces compétences sont interdépendantes et se développent de façon synergique dans des situations d'apprentissage :

³ <http://programme.ecolequebecoise.qc.ca>

⁴ M.E.Q., Commission des programmes d'études, cadre théorique pour l'examen de programme de formation, 2003.

⁵ Programme de formation de l'école québécoise, enseignement secondaire, deuxième cycle.

Domaine de la mathématique, de la science et de la technologie, 2007.

- « Résoudre une situation-problème : elle constitue l'un des fondements de l'activité mathématique et repose sur une démarche axée sur l'exploitation et la découverte. Cette activité s'avère une compétence complexe dont l'exercice mobilise le raisonnement et développe l'intuition créatrice. Chaque démarche de l'élève l'amène à exploiter sa créativité et sa faculté à raisonner, à explorer des pistes de solution, à dégager des modèles et de les valider; »
- « Déployer un raisonnement mathématique : est une activité intellectuelle qui se traduit par une manière particulière d'aborder une situation. Elle consiste à émettre des conjectures, à critiquer, à justifier ou infirmer une proposition en faisant appel à un ensemble organisé de savoirs mathématiques; »
- « Communiquer à l'aide du langage mathématique : c'est s'approprier des éléments spécifiques qui le composent et les coordonner de façon adéquate pour interpréter et transmettre des messages. L'exercice de cette compétence offre à l'élève une occasion d'approfondir sa compréhension des concepts et des processus mathématiques et de consolider ses apprentissages puisqu'il lui faut clarifier sa pensée, précisément à travers l'expression qu'il cherche à en faire. »

Dans cette optique, notre travail vise l'apprentissage des mathématiques qui mise sur la participation active de l'élève et le recours au processus de la résolution de problèmes. L'apprentissage actif est une stratégie où les élèves ont une responsabilité personnelle à la fois pour ce qu'ils apprennent et pour la manière dont ils apprennent. L'enseignant crée une situation d'apprentissage actif en assignant une tâche complexe et en aidant les élèves à identifier les ressources nécessaires pour la mener à bien. C'est l'apprenant qui explore et organise les informations à apprendre. L'élève s'engage dans des activités de réflexion mathématiques et participe à des discussions au cours desquelles il peut justifier des choix, comparer des résultats et tirer des conclusions.

La construction des connaissances favorise le processus de la résolution de problèmes à toutes les étapes de l'apprentissage. En effet, la résolution de problèmes est à la fois une compétence de base à développer chez l'élève et un moyen à privilégier dans l'enseignement mathématique pour développer des connaissances mathématiques, des habiletés intellectuelles et des stratégies de résolutions de problèmes. En tant que modalité pédagogique, la résolution de problèmes est ciblée dans ce travail en raison de la richesse et de la diversité des apprentissages qu'elle favorise. Elle est aussi propice au développement d'une pratique réflexive.

Pour pratiquer ces activités d'apprentissage, l'élève peut exploiter, selon l'activité visée, diverses ressources matérielles⁶, entre autre la calculatrice symbolique et des logiciels appropriés.

4.2 La résolution de problèmes

Suite au paragraphe précédent, il est important de préciser en quoi consiste la résolution de problèmes. Mais tout d'abord, nous allons essayer de clarifier brièvement ce qu'est un problème.

Il y a problème à résoudre lorsqu'une situation présente une discordance, un manque ou un déficit par rapport à la situation définie comme idéale. Autrement dit, lorsqu'il y a incompatibilité entre ce qui est et ce qui devrait être⁷. Hoc (1987), qualifie un problème d'une situation qui met une personne devant une tâche à accomplir. Cependant pour qu'il ait problème, la situation doit satisfaire à l'une des conditions suivantes :

- La situation n'a pas été présentée antérieurement en cours d'apprentissage;
- L'obtention d'une solution satisfaisante exige le recours à une combinaison non apprise de règles ou de principes dont l'élève a fait ou non

⁶ Matériel de manipulation et des outils.

⁷ <http://www.uqac.quebec.ca/dse/3psy206/appsup/resprob.html>

l'apprentissage;

- Le produit, ou sa forme attendue, n'a pas été présenté antérieurement.

Donc, un problème c'est la représentation qu'un individu se fait d'une situation où il doit accomplir une tâche afin de la modifier dans un sens donné, sans disposer préalablement d'une procédure adéquate pour atteindre le but fixé. L'objectif visé ne pourrait être atteint immédiatement car il ne s'agit pas d'un exercice d'application. Sa quête de solution suppose, au contraire, une compréhension de problèmes, un raisonnement, une recherche et une mise en place de stratégies mobilisant des connaissances. Selon le programme de formation de l'école québécoise⁸, la résolution de problèmes joue un rôle important dans le contexte scolaire. Elle exige des élèves l'exploration de multiples avenues, l'ouverture à diverses options, l'exploitation de ressources variées et une réflexion sur la démarche utilisée.

En se référant à cette définition, la résolution de problèmes n'est pas une démarche linéaire pouvant se réduire à l'application d'un algorithme, mais elle s'avère un outil intellectuel puissant au service du raisonnement et de l'intuition créatrice. Elle sert à comprendre ou à dénouer des énigmes théoriques et conceptuelles. Elle repose donc sur la capacité conceptuelle de représentation des tâches à accomplir et les capacités d'organisation de procédures efficaces de transformation de solutions.

Il existe plusieurs modèles de résolution de problèmes. Parmi eux celui de George POLYA (1965). Ce modèle comporte quatre étapes :

- 1) Comprendre le problème : La compréhension du problème consiste à saisir les

⁸ Programme de formation de l'école québécoise, enseignement secondaire, deuxième cycle 2007.

données dans une situation, à les organiser dans une représentation cohérente, à cerner un but et à définir une tâche à accomplir en fonction de ce but;

- 2) Concevoir un plan : La conception d'un plan consiste à utiliser une stratégie. C'est la phase de traitement de l'information retenue en fonction de l'élaboration d'une solution potentielle. Cette étape sert à guider l'activité de la résolution de problèmes;
- 3) Mettre le plan à exécution : La mise en application du plan est la phase d'exécution d'une stratégie construite dont le but de résoudre le problème;
- 4) Examiner la solution obtenue : L'examen de la solution obtenue consiste à vérifier si le résultat obtenu répond aux critères de solution déterminés à l'étape de la compréhension du problème, à vérifier les réponses et à s'assurer que le problème est réellement résolu.

Depuis le début des années 80, la résolution de problèmes est une thématique majeure des programmes d'études du MÉQ en mathématique. Le programme de mathématique 536 a retenu trois orientations:

- 1) Favoriser la participation active de l'élève à son apprentissage;
- 2) Favoriser le processus de résolution de problèmes à toutes les étapes de l'apprentissage;
- 3) Favoriser l'utilisation de la technologie appropriée dans l'exécution d'une tâche.

Ces trois points sont reliés étroitement à la résolution de problèmes. Cependant, il est important que l'élève maîtrise, entre autres, les règles régissant le calcul algébrique et surtout qu'il comprenne les raisonnements qui les sous-tendent. L'utilisation de la calculatrice devra être encouragée entre autres comme moyen rapide d'effectuer ou de vérifier l'exactitude du résultat obtenu, mais l'élève ne doit pas être dépendant de celle-ci. L'usage de la calculatrice devrait toujours s'accompagner d'estimation, de vérification et de recherche de séquences ou de procédures.

L'avènement des calculatrices symboliques dans le milieu scolaire suscite une controverse sur leur utilisation comme outil de calcul formel. Il en résulte un débat qui oppose deux groupes du personnel de l'éducation sur l'intégration de LCS dans l'enseignement des mathématiques. D'un côté, les partisans, appuyés par les promoteurs, manifestent un réel enthousiasme et voient dans ces derniers un outil pédagogique à part entière. De l'autre côté, les réticents manifestent une hostilité face au LCS en se demandant comment confier de tels logiciels à des élèves qui maîtrisent peu le calcul numérique.

4.3 Les partisans

Fortin (1999) propose l'utilisation de la calculatrice symbolique comme outil didactique facilitant l'enseignement des mathématiques. Selon lui, son utilisation permet une meilleure compréhension de certains concepts, une amélioration de la capacité à résoudre un problème complexe et une amélioration de la confiance des élèves en leurs propres capacités. Les calculatrices symboliques facilitent un apprentissage actif, permettant aux élèves de dégager eux-mêmes certaines notions importantes. Elles permettent aux élèves de visualiser certains problèmes, de conjecturer certains résultats et d'explorer les différentes méthodes pour aborder un problème. Elles leur permettent aussi de se libérer des difficultés liées à la manipulation d'expressions algébriques lors de la résolution de problèmes.

Exemples de situations qui permettent à l'élève d'explorer, de visualiser et d'émettre des conjectures :

- Les expressions suivantes sont toujours égales pour $X \neq 0$

$$(X + Y)^2 \text{ et } \left(\frac{4X^3 + 8X^2 + 4XY^2}{4X} \right);$$

- Deux droites non parallèles à l'axe des ordonnées sont parallèles si et seulement si leurs pentes sont égales;
- Toutes les réciproques de fonctions sont des fonctions.

Trouche (1998) a mené une expérience avec 37 élèves de terminale⁹ engagés dans une expérience d'intégration des calculatrices symboliques dans le cadre normal de la classe. L'expérience s'est déroulée dans une classe pendant un an. Tous les élèves disposent d'une calculatrice TI-92 qui leur est prêtée pour l'année. De cette expérience, l'auteur dégage les conclusions suivantes : 1) Mettre les élèves en situation de recherche permet une meilleure compréhension et constitue finalement un gain de temps; 2) Les nouveaux environnements de calcul permettent un enseignement plus vivant, autour de la résolution de problèmes.

Aldon a écrit plusieurs articles (Aldon, 1994;1996; 1998) sur l'aspect technique dans le travail avec le calcul symbolique. Le problème posé est de conjecturer et de prouver des factorisations générales des polynômes de la forme $x^n - 1$ en observant des factorisations pour des valeurs données de n . Ils ont expérimenté trois versions de ce problème.

Dans la première version en papier/crayon, ils ont observé que les élèves trouvent facilement le facteur $x - 1$, puis par division sur quelques exemples, le quotient par $x - 1$. Le calcul est laborieux et peu d'élèves vont au-delà de cette factorisation.

Dans la seconde version, également sur une séance, Aldon voulait utiliser DERIVE¹⁰ pour que les élèves puissent trouver davantage de factorisation et donc étendre leur pratique expérimentale. Deux difficultés sont observées lors de l'activité. L'une est liée à la compréhension des rapports entre les différentes factorisations d'un même polynôme. L'autre est l'absence de techniques pour sélectionner et développer une partie d'une factorisation. Cette activité montre l'importance de considérer le niveau des techniques d'utilisation du calcul formel dans les démarches d'intégration.

⁹ L'équivalent de la deuxième année des études collégiales.

¹⁰ Logiciel de calcul symbolique

Dans la troisième version, les élèves disposaient de DERIVE sur ordinateur portable. La première séance a servi à poser le problème et à initier les élèves aux techniques de manipulation des facteurs dans DERIVE. Puis les élèves ont pu pratiquer à la maison, trouver des conjectures et des preuves. Sur une période de trois mois, des moments ont été organisés où les élèves ont présenté l'avancement de leur travail et où le professeur a fait discuter les conjectures produites et relancer la recherche.

Suite à ces trois expériences, Aldon (1998), met en évidence le fait que l'accès en permanence à un outil de calcul formel permet de modifier de façon sensible l'usage que les élèves font de cet outil. L'auteur ajoute que les élèves ont un comportement sain vis-à-vis du logiciel et comprennent que, face à un problème, il est indispensable d'élaborer des stratégies de résolutions. Enfin, il souligne que ce type d'utilisation est bien adapté à la résolution de problèmes à long terme qui facilite l'apprentissage par découverte.

Kutzler (1997) montre les rôles que peut jouer la TI-92 dans l'enseignement des mathématiques traditionnelles, puis il amorce une réflexion sur l'impact que tels outils peuvent avoir sur les contenus et les méthodes d'enseignement.

Quatre rôles sont identifiés par l'auteur : 1) Outil éducatif permettant d'enseigner certains sujets vite et plus efficacement (gain de temps); 2) Outil pour l'expérimentation permettant de respecter dans l'enseignement le principe de l'apprentissage par découverte et de retrouver le statut expérimental qu'ont longtemps eu les mathématiques; 3) Outil pour la visualisation de notions, concepts et méthodes; 4) Outil de calcul symbolique permettant de réaliser de façon sûre et rapide des calculs complexes pour se concentrer sur la réalité de la résolution de problèmes.

L'auteur conclut en disant que les mathématiques, en tant que discipline d'enseignement, doivent s'adapter à ces nouveaux besoins si elles veulent évoluer et que la TI-92 peut aider à cette adaptation.

Ces recherches visent à montrer la capacité du calcul formel à remédier à des difficultés des élèves. Ainsi le calcul formel serait viable dans la perspective d'une amélioration de l'enseignement des mathématiques. Les calculatrices sont présentées comme une possibilité de diminuer la part des manipulations techniques et rééquilibrer les mathématiques scolaires en faveur de la compréhension. Les élèves qui utilisent la calculatrice symbolique pourraient, par un gain de temps, résoudre un plus grand nombre de problèmes et améliorer leur habileté dans ce domaine. Donc, l'usage de la calculatrice serait justifié par l'influence positive qu'il pourrait avoir sur le rendement scolaire et l'augmentation de la motivation des élèves. Mais peut-on se contenter d'affirmer qu'avec de meilleurs outils, un élève ne peut que mieux faire ?

La réponse à cette question ne fait pas l'unanimité dans le groupe d'experts de calcul formel. Certains chercheurs démontrent une réticence vis-à-vis de l'utilisation de la calculatrice symbolique et le système de calcul formel. C'est ce qu'on va voir dans le paragraphe qui suit.

4.4 Les réticents

Si certains chercheurs voient dans l'utilisation de la calculatrice symbolique un effet bénéfique pour l'enseignement des mathématiques, d'autres, comme Mounier (1998), montrent certaines réticences quant à l'utilisation des systèmes symboliques. Il s'interroge sur leurs limites, sur les erreurs et sur les surprises que ce type d'outil réserve. De plus, il arrive aussi que l'utilisateur ne sache pas véritablement ce qu'il veut, ses attentes sont parfois contradictoires. Il souligne que dans tous les cas, ces résultats imprévus nous invitent à une réflexion approfondie sur la question.

D'autres, comme Lehning (1995) et Lemberg (2000), pensent qu'il faut avoir les connaissances nécessaires sur le système de mathématiques symboliques et sur son fonctionnement pour être capable de poser les bonnes questions au logiciel et de donner une

direction à sa recherche, comprendre et interpréter les résultats, détecter les erreurs et se centrer sur la démarche mathématique elle-même sans être perturbé par des problèmes liés au logiciel. Donc, il existe un niveau de compréhension minimum au-dessous duquel l'utilisation d'un LCS n'apporte rien pour les apprentissages mathématiques.

L'étude de Wain (1994), montre les difficultés d'élèves qui utilisent les LCS : DERIVE, difficultés liées à l'implémentation et difficultés liées au manque de maturité mathématique des élèves. Cet article montre que le fonctionnement mathématique n'est pas automatiquement assuré dans les environnements de type DERIVE et met l'accent sur la nécessité de prendre en compte les aspects techniques du logiciel.

L'étude des auteurs Artigue & al. (1995) montre que dans les attentes des professeurs expérimentant l'usage des LCS, le logiciel devait alléger le travail technique des élèves en leur permettant de se concentrer davantage sur les aspects conceptuels des situations mathématiques. Elle a montré une discordance entre ces attentes et la réalité. Les auteurs ajoutent qu'ils ont pu voir des élèves se livrant à des manipulations dont ils ne maîtrisaient pas la finalité. Les auteurs font allusion aux comportements des élèves qui se précipitent sur le calcul pour avoir le résultat en situation de résolution de problèmes.

La facilité avec laquelle les résultats sont obtenus permet à l'élève de passer à une nouvelle stratégie sans réfléchir sur les raisons de l'échec de la précédente, ni rechercher les modifications qu'il faudrait y apporter pour qu'elle réussisse. (Artigue, 1997).

Par ailleurs, la recherche de l'équipe de Montpellier (1999b) a révélé cinq profils-types de comportement.

- 1) Le profil « scolaire » : Peu d'actions sont entreprises par l'élève, chacune d'entre elles demande beaucoup de temps pour être mises en œuvre. L'élève agit par « copier - coller » à partir de résolutions antérieures. L'adaptation à la calculatrice

pose beaucoup de problèmes, surtout au niveau des syntaxes. Ensuite, l'élève utilise la calculatrice comme béquille. Son utilisation se réduit à traduire pour la calculatrice les questions posées et à tenter d'interpréter les résultats;

- 2) Le profil « bricoleur » : La calculatrice devient la source d'information principale. La preuve repose sur l'accumulation d'indices concordants. Avec la TI-92, certains élèves de ce profil font un effort pour rationaliser leur démarche;
- 3) Le profil « expérimentateur » : est marqué par la coordination et la comparaison des différentes sources d'information. L'adaptation à la calculatrice est problématique, puisque celle-ci renforce à rechercher et à confronter les résultats;
- 4) Le profil « rationnel » : est marqué par l'application méthodique de techniques. L'adaptation à la calculatrice est relativement aisée. La calculatrice joue alors le rôle d'un cahier de brouillon. Elle transforme et enrichit le travail mathématique;
- 5) Le profil « théorique » : est marqué par l'utilisation systématique de références mathématiques pour interpréter les observables et diriger l'action sur la calculatrice. L'élève va mobiliser d'abord ses connaissances mathématiques, avant d'expérimenter. L'adaptation à la machine peut être problématique car l'élève ne trouve pas tout de suite comment implémenter les objets qu'il connaît, mais ensuite le travail est méthodique. La TI-92 renforce une tendance naturelle au désintérêt pour les calculs élémentaires et la fixation sur les problèmes théoriques généraux.

Ces profils-types servent à repérer des tendances et des évolutions dans l'utilisation de la calculatrice symbolique. Cette recherche montre que l'usage de la calculatrice symbolique n'est pas uniforme. Chaque élève l'exploite de façon différente.

L'analyse bibliographique montre qu'il y a peu de recherches sur l'utilisation de la calculatrice symbolique au Québec. Par contre, en Europe, en particulier en France et aux États Unis, les recherches dans ce domaine sont nombreuses et la documentation se rapportant à ce sujet est plus abondante. Les articles consultés pour ce travail sont majo-

ritairement français. Ils sont pour la plupart les résultats d'expérimentations de l'enseignement des mathématiques menées au niveau secondaire et collégial.

La mise en commun de ces recherches a permis de dégager certains points sur les apports des outils de calcul formel à l'enseignement des mathématiques. Il semble que les outils de calcul formel peuvent :

- 1) permettre un gain de temps pour enseigner tout le contenu du programme;
- 2) faciliter la compréhension et l'apprentissage de certains concepts;
- 3) aide à créer un environnement d'apprentissage actif en impliquant les élèves dans une démarche par découverte, ceci permet de gagner en profondeur la compréhension;
- 4) permettre aux élèves de se familiariser avec des propriétés mathématiques, de les explorer, de leur donner du sens (ex. Identité remarquable, décomposition en éléments simples d'une fraction rationnelle, etc.);
- 5) permettre aux élèves de prendre conscience du statut des objets mathématiques mis en œuvre et des règles qui les régissent;
- 6) apporter beaucoup de motivation aux élèves face aux mathématiques et augmentent la confiance en leurs possibilités;
- 7) permettre aux élèves de se débarrasser des difficultés liées aux manipulations algébriques et d'alléger les calculs complexes en se dégageant des aspects de pure technique calculatoire;
- 8) permettre aux élèves de se concentrer sur la signification des concepts introduits, sur l'interprétation des résultats et sur la démarche mathématique elle-même;
- 9) permettre aux élèves de résoudre des problèmes complexes, de visualiser certains problèmes, d'explorer des méthodes nouvelles et de conjecturer certains résultats.

En contrepartie, les outils de calcul formel pourraient nuire à l'apprentissage des élèves si on n'insiste pas davantage sur l'importance de former les élèves à l'utilisation de ces logiciels. Du fait que les LCS soient des environnements relativement complexes,

l'utilisation des outils de calcul formel nécessiterait une connaissance de base. Il faudrait donc savoir guider le logiciel dans les calculs et donner une orientation à sa recherche. De plus, on devrait se questionner sur les erreurs que peut apporter ce genre d'outil et limiter les mauvais comportements des élèves vis-à-vis des résultats (interprétation et analyse). Enfin, il serait souhaitable d'effectuer les calculs qualitatifs qui ne sont pas à la portée du logiciel.

Ceux qui sont hostiles justifient leurs réticences vis-à-vis des outils de calcul formel en disant que :

- 1) Le développement d'une pensée mathématique ferait place à une attitude d'essais au hasard dans la résolution de problèmes;
- 2) La capacité des élèves à détecter leurs erreurs serait réduite à cause d'une confiance excessive dans les résultats affichés;
- 3) Ces outils semblent donner des résultats imprévus;
- 4) Les notions et leur sens en mathématique seraient changées pour être réduits à la seule utilisation des outils de calcul formel;
- 5) Les élèves se confrontent à des problèmes techniques, liés aux outils de calculs formels, qui les empêchent de se concentrer sur la démarche mathématique lors de la résolution de problèmes.

L'examen de tous ces arguments met en évidence le caractère problématique de l'utilisation des outils de calcul formel à l'école. Plusieurs opinions divergent sur ce sujet et l'unanimité est loin d'être acquise. De notre part, nous pensons que l'usage de la calculatrice symbolique n'affecterait pas les apprentissages de mathématiques, si les élèves les utilisent de façon judicieuse. Nous croyons qu'une utilisation adéquate de celle-ci pourrait atteindre sa pleine capacité lorsqu'elle va de pair avec des stratégies axées sur la résolution de problèmes, le choix des stratégies les plus propices pour résoudre un problème, la prévision, l'interprétation et la vérification des résultats.

V- QUESTION DE LA RECHERCHE

5.1 Question de la recherche

L'apparition des calculatrices pourvues de logiciel de calcul symbolique à la disposition des élèves et des enseignants suscite des interrogations sur l'impact que peut avoir cet outil sur l'enseignement des mathématiques au secondaire. Quelle utilisation raisonnée pouvons-nous faire de la calculatrice symbolique? Cet outil favorise-il chez les élèves la qualité de raisonnement mathématique dans la résolution de problèmes ?

L'usage de la calculatrice symbolique nuira-t-il au sens critique de l'élève face à l'interprétation des résultats? De ces interrogations surgit une question résultante qui représente la pierre angulaire de cette recherche.

Elle se formule comme suit:

Quel est l'impact de l'utilisation de la calculatrice symbolique sur les apprentissages de mathématiques au 5^e secondaire¹¹ ?

Nous parlons, ici, de l'effet que peut produire l'utilisation de la calculatrice symbolique sur les apprentissages mathématiques. Ces effets pourraient concerner trois aspects, selon Lehning (1998) : l'aspect technique, l'aspect pédagogique et l'aspect mathématique.

1. L'aspect technique :

- Fiabilité de résultats : Comment peut-on détecter les erreurs ? L'élève peut avoir des moyens des vérifications s'il peut prévoir la forme du résultat;

¹¹ Le choix est arrêté sur les mathématiques 536 du 5^e secondaire car c'est à ce niveau que les élèves cherchent à utiliser des calculatrices de plus en plus performantes.

- Compréhension du fonctionnement de la calculatrice : l'élève doit bien connaître les méthodes de calcul pour être capable d'utiliser les bonnes commandes et donner une direction à sa recherche afin d'orienter la calculatrice à trouver le bon résultat;
- L'élève ne pourra utiliser une calculatrice symbolique avec profit que s'il a une idée des méthodes de calcul impliquées.

Dans ce travail, nous rattachons l'aspect technique à l'utilisation raisonnée de la calculatrice.

2. *L'aspect pédagogique*

- Enseignement des procédures et algorithmes calculatoires : Il semble clair qu'un certain nombre de techniques doivent toujours être enseignées et que d'autres vont devenir inutiles (Exemple : la technique de l'extraction des racines carrées « à la main » est supprimée du programme avec l'avènement de la calculatrice scientifique);
- Les effets de l'utilisation de la calculatrice symbolique sur les objectifs d'une démarche mathématique : la rapidité avec laquelle on peut obtenir le graphe d'une fonction peut changer les conceptions des élèves sur ce sujet. En effet, avant l'avènement des calculatrices symboliques, le graphe d'une fonction était souvent considéré comme le résultat de calculs longs et souvent complexes.

3. *Aspect mathématique*

L'utilisation de la calculatrice symbolique peut déplacer les difficultés de certains problèmes par la prise en charge de calculs délicats. Elle peut également transformer la façon d'aborder un problème en supprimant certains obstacles. Cependant, le problème est avant tout de pouvoir *définir une stratégie de résolution de problème* où la calculatrice symbolique peut être utilisée comme moyen rapide d'effectuer ou de vérifier l'exactitude du résultat.

5.2 Hypothèses

Pour cerner l'impact de l'utilisation de la calculatrice symbolique sur les apprentissages de mathématiques au 5^è secondaire, la présente étude se concentre sur l'usage de celle-ci dans le calcul algébrique et la résolution de problèmes : Programme de mathématiques 536.

En s'inspirant du modèle proposé par Polya G. (1965) et en se questionnant sur l'usage raisonné de la calculatrice symbolique, cette étude s'attache à vérifier les hypothèses suivantes :

1. *Les élèves font de la calculatrice symbolique un usage raisonné;*
2. *L'usage de la calculatrice symbolique dans le calcul algébrique et résolution de problèmes au secondaire permet à l'élève d'entamer la résolution de problèmes dans le sens de Polya, selon les quatre étapes :*
 - *La compréhension du problème;*
 - *La mise en équation du problème;*
 - *La résolution de l'équation obtenue;*
 - *La vérification des résultats.*

5.3 Objectifs de la recherche

5.3.1 But

La venue de la calculatrice symbolique munie d'un logiciel de calcul formel ne risque-t-elle pas d'affecter les apprentissages des élèves ? Cette recherche tente d'identifier les effets qu'entraînerait l'utilisation de ces calculatrices sur les apprentissages des mathématiques 536.

Elle se propose d'apporter un éclairage aux discussions actuelles sur l'utilisation de la calculatrice symbolique dans l'enseignement des mathématiques en 5^e secondaire. Elle se limite à la conjonction de deux sujets, à savoir : l'utilisation raisonnable de la calculatrice et les stratégies associées à la résolution de problèmes.

Le but de cette recherche est d'analyser l'effet de l'usage de la calculatrice symbolique et de chercher à déterminer l'influence de celle-ci sur les apprentissages des mathématiques au 5^e secondaire. Elle ne vise pas à analyser l'effet de la calculatrice symbolique en fonction de tous les objectifs du programme de mathématiques au 5^e secondaire. Elle se limite aux habiletés d'utilisation de l'algèbre, en particulier en calcul algébrique et résolution de problèmes (exemples : Résolutions de systèmes d'inéquations, polynômes et expressions algébriques).

5.3.2 Objectifs spécifiques

Les objectifs spécifiques de cette recherche visent deux aspects : l'utilisation raisonnée de la calculatrice symbolique et la résolution de problèmes. Le premier consiste à vérifier si les élèves utilisent leurs calculatrices symboliques de façon judicieuse. Le deuxième aspect s'attarde à vérifier, dans la résolution de problèmes, si les élèves établissent une stratégie mathématique en quatre étapes :

- 1) La compréhension du problème;
- 2) La mise en équation du problème;
- 3) La résolution de l'équation obtenue;
- 4) L'interprétation et la vérification des résultats.

V I- MÉTHODOLOGIE

6.1 Composition de l'échantillon

Le travail de terrain que nous avons envisagé consiste à recueillir des données sur l'utilisation de la calculatrice symbolique en milieu scolaire. Il vise des élèves de cinquième secondaire qui suivent le programme de mathématiques 536. L'expérience s'est faite avec des groupes homogènes, ayant sensiblement le même niveau selon les évaluations nominales.

Les élèves du groupe expérimental étaient tous équipés d'une calculatrice symbolique (*TI- 89 Titanium*), c'est-à-dire que chaque élève avait une calculatrice symbolique du même modèle. Le choix s'est arrêté sur la *TI- 89 Titanium*¹², car, dans les milieux scolaires les élèves utilisent déjà le modèle *TI- 83*, qui est analogue à celle que nous avons choisie. La *TI-89 Titanium* effectue les calculs algébriques en plus. Elle possède non seulement quelques fonctions de plus, mais elle a aussi plus de mémoire et de puissance.

6.2 Population visée

L'expérimentation s'est déroulée à l'école secondaire Paul-Hubert de la Commission scolaire des Phares à Rimouski. Cette institution publique accueille environ deux mille élèves et emploie plus de deux cents personnes, dont cent vingt-cinq enseignantes et enseignants. En plus de la formation générale qui est dispensée aux élèves de 3^e, 4^e et 5^e secondaire, plusieurs programmes ont été implantés pour répondre à des besoins diversifiés : programme d'éducation internationale (P.E.I.), Arts-Sports-Études (A.S.E.), cheminement particulier temporaire et adaptation scolaire.

¹² Description des fonctions en annexe 5.

Les élèves qui fréquentent cette école proviennent à peu près de tous les quartiers de la ville de Rimouski. Tous parlent la langue française, à la maison, comme langue maternelle. Chaque année l'école compte environ neuf classes de 5^e secondaire pour les mathématiques fortes dont deux groupes sont du programme d'éducation internationale. L'expérimentation s'est réalisée avec ces derniers parce qu'ils sont homogènes au niveau du rendement scolaire et moins nombreux. On compte approximativement dix-huit élèves par groupe.

Le groupe témoin n'a utilisé aucune calculatrice ni symbolique ni numérique. Le groupe expérimental était équipé de façon uniforme de calculatrices symboliques disposant d'un logiciel de calcul formel. Ces calculatrices sont de modèle **TI-89 Titanium** de Texas Instrument. Elles ont été prêtées par la compagnie TEXAS INSTRUMENT pour la période de l'expérimentation.

6.3 Instrument d'analyse

L'outil que nous avons utilisé pour la cueillette des données est : Une grille d'évaluation qui permet de vérifier les objectifs spécifiques de notre recherche.

Le premier aspect des objectifs spécifiques, soit l'utilisation raisonnable de la calculatrice symbolique, est évalué en même temps que le deuxième aspect. Cette évaluation est basée sur les critères de l'organisation du baccalauréat international pour le programme d'éducation internationale (P.E.I.). Elle s'est faite par une grille d'évaluation¹³ utilisée par l'enseignant. Celle-ci comporte deux critères qui correspondent respectivement à la première et la deuxième variable de notre recherche. Le premier concerne l'application des concepts et l'élaboration des stratégies de résolution de problèmes par le biais du raisonnement. Ce critère demande à l'élève :

¹³ En annexe 8

- de choisir et d'utiliser des connaissances mathématiques appropriées;
- de reconnaître des modèles et des structures et de les décrire en tant que relations ou règles générales;
- de tirer des conclusions en rapport avec les résultats;
- de justifier des relations mathématiques;
- de développer différentes stratégies, y compris l'utilisation de la calculatrice.

Le deuxième critère concerne la réflexion sur les méthodes et les processus utilisés lors de la résolution de problèmes, l'évaluation de la portée et de la fiabilité de leurs découvertes. Ce critère demande à l'élève :

- de réfléchir sur les méthodes et processus utilisés lors de ses recherches de résolution de problèmes;
- d'envisager l'utilisation de la calculatrice, le cas échéant.

Afin de vérifier si les élèves établissent une stratégie en trois étapes (le deuxième aspect des objectifs spécifiques), les élèves sont mis en situation à travers une partie du contenu du programme de mathématiques de cinquième secondaire 536. Les thèmes abordés sont ci-dessous et chaque thème est représenté par un module. Il y a ainsi trois principaux modules :

1. Module 1 : *Thème* : La résolution des problèmes à l'aide des systèmes d'équations et d'inéquations (*Équations linéaires à deux variables; Système d'équations linéaires à deux variables; Système d'inéquations linéaires à deux variables; Problèmes d'optimisation*).
2. Module 2 : *Thème* : La résolution des problèmes en utilisant des fonctions à variables réelles comme modélisation d'une situation (*Fonctions réelles; Fonctions polynomiales de degré 0, 1 et 2; Fonctions rationnelles*).
3. Module 3 : *Thème* : Calculs algébriques.

Chaque module est subdivisé en un ou plusieurs sujets. Pour chaque sujet il y a des exercices et des problèmes qui sont inscrits dans une fiche. Celle-ci est divisée en cinq colonnes (voir fiches en annexe 6) : la colonne 1 est réservée aux énoncés des exercices et problèmes; la colonne 2 est réservée aux résultats du calcul; la colonne 3 est réservée aux types de commandes utilisées en vue de vérifier l'habileté à utiliser cette machine; la colonne 4 est réservée au temps utilisé pour effectuer le calcul; la colonne 5 est réservée à l'analyse et à l'interprétation des résultats.

Ces fiches sont soumises aux deux groupes classes. Le groupe expérimental a utilisé une calculatrice symbolique de type TI-89 Titanium; par contre, le groupe témoin n'a utilisé aucune calculatrice. Dans les fiches du groupe témoin, la question de la colonne numéro trois est changée pour la question suivante « Quelle règle mathématique vous permet d'effectuer l'opération de calcul ? ». ¹⁴

¹⁴ Voir fiche de travail pour le groupe témoin et expérimental en annexe 5

6.4 Échéancier de l'expérimentation

Nous avons voulu répartir l'expérimentation sur une période de 35 à 45 jours, qui correspond à la première étape de l'année scolaire, selon la planification suivante :

Sujet	Nombre de période : 1 p = 75 min	Contenu d'une période	Observation et commentaire
Optimisation et systèmes d'équations et d'inéquations linéaires	7 périodes = 8 h 45 min.	Théorie et exercices Révision : 1 p. Test : 1 p.	
Fonctions à variables réelles	20 périodes = 25 h	Théorie et exercices Révision : 1 p. Test : 1 p.	
Examen	2 h		

Cependant, nous nous sommes confrontés à deux contraintes. La première résulte de l'emprunt des calculatrices par la compagnie TEXAS INSTRUMENT¹⁵ qui limite la période d'emprunt à quinze jours. Cette directive est mise en avant pour que d'autres personnes bénéficient du même service.

La deuxième contrainte réside dans l'indisponibilité des élèves et leur enseignante. Les élèves de P.E.I. ont moins de périodes pour couvrir tout le programme de mathématiques 536. De plus, ils ont des projets personnels et des activités parascolaires liées au programme de P.E.I.

¹⁵ Voir la lettre de la compagnie TEXAS INSTRUMENT en annexe 7

Pour ces raisons l'expérimentation s'est déroulée seulement en 14 jours, du 17 octobre au 1^{er} novembre 2006. Durant treize jours, les élèves se sont familiarisés avec la calculatrice en mettant à leur disposition un guide¹⁶ simplifié qui montre rapidement certaines techniques d'utilisation de base de la calculatrice. Le quatorzième jour, nous avons remis aux élèves un document de travail qui contenait des exercices et des problèmes à résoudre avec ou sans calculatrice selon le groupe témoin ou expérimental.

¹⁶ <http://www.seg.etsmtl.ca/ti/guide/tour1.html#debut>

VII – PRÉSENTATION ET ANALYSE DES RÉSULTATS

7.1 Présentation des problèmes proposés et analyse a priori

Comme nous l'avons mentionné, les élèves sont mis en situation à travers une partie du contenu du programme de mathématiques de 5^e secondaire 536. Les thèmes abordés sont : La résolution de problèmes à l'aide du système d'inéquation, la résolution des problèmes en utilisant des fonctions à variables réelles comme modèle d'une situation et les manipulations algébriques.

7.1.1 La résolution de problèmes à l'aide des systèmes d'équations et d'inéquations

- i. Problème¹⁷ 1 : Équations linéaires à deux variables;
- ii. Problème 2 : Système d'équations linéaires à deux variables;
- iii. Problème 3 : Système d'inéquations linéaires à deux variables.

Pour les deux premiers problèmes, nous avons demandé aux élèves de les résoudre par une démarche qui leur convenait. Par contre, nous avons exigé une représentation graphique pour le traitement du troisième problème. Pour résoudre ces problèmes il y a plusieurs démarches possibles. Cependant, toutes les stratégies ne sont pas efficaces car cela dépend toujours du contexte dans lequel elles s'inscrivent.

À noter que les valeurs numériques du problème 2 sont différentes d'un groupe à l'autre. Cette différence n'a pas d'effet sur le traitement du problème, car le changement n'affecte pas sa structure.

¹⁷ Voir les énoncés des problèmes en annexe 5

Toutes les notions nécessaires pour résoudre ces problèmes sont bien connues des élèves. En effet, au cours de la 4^e secondaire, les élèves ont appris à traduire une situation décrite en mots par un système d'équations linéaires pour ensuite le résoudre à l'aide d'une table de valeurs, d'un graphique ou en utilisant une méthode algébrique (comparaison, substitution ou réduction).

Durant la première étape de l'année scolaire (cinquième secondaire), les élèves ont appris à traduire une situation décrite en mots en une inéquation du premier degré à deux variables. L'élève devrait être habile dans le choix des différents symboles d'inégalité (inférieur à, inférieur ou égal à, supérieur, supérieur ou égal à.). Pour s'assurer de la validité d'une traduction donnée, les élèves doivent vérifier leurs inéquations à l'aide des valeurs numériques.

Pour tracer le graphique d'une inéquation du premier degré à deux variables, il suffit d'écrire l'inéquation sous la forme $y < ax+b$, $y > ax+b$, $y \leq ax +b$ ou $y \geq ax +b$. Ensuite, on représente graphiquement l'ensemble de solution dans le plan. L'intersection des demi-plans associés à chacune des inéquations d'un système représente l'ensemble solution de ce système.

Ces problèmes permettent d'utiliser les fonctions suivantes de la calculatrice :

« **Solve** » dans l'application Home, on utilise la fonction *solve*, avec comme arguments les équations à résoudre séparées par *and* et la liste des inconnues entre accolades.

« **Y=** » nous amène à un écran où l'on peut saisir une ou des expressions dont on fera le graphique.

7.1.2 Analyse a priori

Nous envisageons les portées suivantes dans les résultats des élèves lors de l'examen des problèmes 1, 2 et 3.

- La résolution algébrique : erreurs de calculs dues à une mauvaise connaissance des règles mathématiques nécessaires pour la résolution du système d'équations et/ou d'inéquations;
- La résolution graphique : Tracé correct des droites correspondant aux équations du système d'équations et/ou d'inéquations. Pour ce faire l'élève trouve les coordonnées de deux points appartenant à la droite;
- Interprétation des résultats : L'élève valide la solution en confrontant les résultats obtenus avec les résultats attendus. Il vérifie la solution à l'aide des valeurs numériques.

7.1.3 La résolution des problèmes en utilisant des fonctions à variables réelles comme modèle d'une situation

- iv. Problème 4 : Fonctions réelles;
- v. Problème 5 : Fonctions polynomiales de degré 1 et 2;
- vi. Problème 6 : Fonctions rationnelles.

Pour résoudre ces problèmes les élèves doivent utiliser une méthode qui leur convient. Le problème 1 amène l'élève à comparer le lien de dépendance entre la règle, le graphique (si l'élève le construit) et la description verbale. Les opérations sur les fonctions et la recherche des zéros (problèmes 1 et 2) engagent l'élève à exercer ses habiletés sur les manipulations des expressions algébriques.

Toutes les notions nécessaires pour résoudre ces problèmes sont bien connues des élèves qui doivent vérifier leurs réponses à l'aide des valeurs numériques.

Ces problèmes permettent d'utiliser les fonctions suivantes de la calculatrice :

« **GRAPH** » à l'écran graphique alors que « **Y=** » nous amène à un écran où l'on peut saisir une ou des expressions dont on fera le graphique. La commande « **solve** » permet de résoudre une équation par rapport à une variable.

7.1.4 Analyse a priori

Nous anticipons les résultats suivants dans les résultats des élèves lors de la résolution des problèmes 4, 5 et 6.

- Erreurs de calculs dans la résolution d'équations des fonctions;
- L'élève présente des réponses détaillées pour communiquer et expliquer sa démarche;
- Démarche incomplète : L'élève présente des réponses sans donner de justifications mathématiques (règles) et/ou il démontre développement de sa démarche sans fournir les réponses;
- L'élève interprète ses résultats et formule la conclusion. Il porte une réflexion sur le caractère raisonné des résultats;
- L'élève ne fait aucune vérification ou vérification partielle de ses résultats.

7.1.5 Manipulations algébriques

1.2.1 Exercice 1 : Factoriser;

1.2.2 Exercice 2 : Décomposer;

1.2.3 Exercice 3 : Simplifier.

Pour traiter ces exercices les élèves doivent exercer les habiletés opératoires de multiplication, de division, de factorisation ou de simplification sur les expressions algébriques. Toutes les notions nécessaires pour résoudre ces problèmes sont bien connues des élèves.

Ces exercices permettent d'utiliser les fonctions suivantes de la calculatrice : on utilise la commande « **expand** », pour développer. La commande « **factor** » permet de faire le chemin inverse ou tout simplement simplifier.

7.1.6 Analyse a priori

Nous discernons les aspects suivants dans les résultats des élèves lors de la recherche de la solution pour les exercices 1, 2 et 3.

- Dans cette section, nous prévoyons que certains exercices ne seront pas traités ou partiellement traités par manque de temps;
- L'élève présente ses résultats à l'état brute sans simplification;
- Démarche incomplète : L'élève présente des réponses sans donner des justifications mathématiques (règles) et/ou il démontre développement de sa démarche sans fournir les réponses;
- L'élève ne fait aucune vérification ou vérification partielle de ses résultats.

7.2 Analyse de la grille d'évaluation

Nous avons choisi une grille d'évaluation pour mesurer la productivité des élèves. Pour chaque problème, nous avons décidé d'évaluer les points ci-dessous qui sont en lien avec l'élaboration des stratégies de résolution de problèmes (critère 1 : application et raisonnement. Le critère 1 correspond à 1^{re} variable¹⁸ de notre recherche) et la réflexion sur les méthodes, les processus et la fiabilité des résultats (critère 2 : réflexion et évaluation. Le critère 2 correspond à la 2^e variable de notre recherche).

- Les connaissances mathématiques appropriées;
- Reconnaissance des modèles et des structures et description de ces modèles en tant que relations ou règles générales;

¹⁸ Description des variables 1 et 2 en pages 44-45

- Dédution des conclusions en rapport avec les résultats;
- Justification des relations mathématiques;
- L'utilisation de diverses stratégies, y compris l'utilisation de la calculatrice;
- Réflexion sur les méthodes et processus utilisés lors de ses recherches de résolution de problèmes.

Pour analyser ces points, nous avons utilisé les descripteurs¹⁹ suivants pour chaque variable. Chaque descripteur correspond à un niveau de 0 à 5 pour la variable 1 et de 0 à 4 pour la variable 2. Le niveau 0 ne correspond à aucun descripteur ci-dessous.

Variable 1 : Application et raisonnement

- a. Niveau 1 : L'élève fait appel à des connaissances mathématiques limitées. Il est capable de reconnaître des modèles simples lorsqu'il tente de résoudre les problématiques d'une investigation. Il applique des techniques de résolution de problèmes élémentaires à des activités routinières;
- b. Niveau 2 : Lorsqu'il étudie les problématiques d'une investigation, l'élève reconnaît des modèles et suggère des relations. Il applique des techniques et des stratégies de résolution de problèmes avec des résultats assez satisfaisants;
- c. Niveau 3 : Lorsqu'il étudie les problématiques d'une investigation, l'élève reconnaît des modèles et des structures, les décrit entant que relations ou règles générales et tire des conclusions. Il applique des techniques et des stratégies de résolution de problèmes appropriées et utilise la calculatrice jusqu'à un certain point;

¹⁹ Source : Programme de premier cycle secondaire, mathématiques. Organisation du Baccalauréat International.

- d. Niveau 4 : Lorsqu'il étudie les problématiques d'une investigation relativement complexe, l'élève reconnaît des modèles et des structures, les décrit en tant que relations ou règles générales et tire des conclusions en rapport avec les résultats. Il choisit et applique judicieusement des techniques et stratégies de résolution de problèmes. Il fait des choix judicieux quand cela s'avère nécessaire de faire appel à la calculatrice le cas échéant;
- e. Niveau 5 : Lorsqu'il étudie les problématiques d'une investigation complexe, l'élève reconnaît des modèles et des structures, les décrit en tant que relations ou règles générales et tire des conclusions en rapport et présente des justifications ou des preuves. Il choisit et applique des techniques de résolution de problèmes compliquées et faire appel à la calculatrice le cas échéant.

Variable 2 : Réflexion et évaluation

- a. Niveau 1 : L'élève tente de justifier la méthode utilisée et d'évaluer la fiabilité des résultats de ses recherches;
- b. Niveau 2 : L'élève justifie la méthode et la plupart des processus utilisés. Il évalue la fiabilité des résultats de ses recherches relativement bien;
- c. Niveau 3 : L'élève propose une justification raisonnée de la méthode et des processus utilisés et offre une évaluation de la portée et de la fiabilité des résultats de ses recherches. Il suggère d'autres manières d'aborder la résolution du problème, le cas échéant;
- d. Niveau 4 : L'élève propose une justification concise et raisonnée de la méthode et des processus, et le cas échéant, envisage toute la gamme d'approches qui auraient pu être utilisées, y compris l'utilisation de la calculatrice. Il fait une évaluation approfondie de la portée et de la fiabilité des résultats de ses recherches.

7.3 Analyse des résultats obtenus

En général nous avons constaté que les élèves du groupe témoin utilisent un langage mathématique approprié. Ils expliquent leur démarche et leur stratégie de façon structurée et nuancée. Par contre, pour les élèves du groupe expérimental, la communication est brève et courte.

7.3.1 Analyse des résultats du problème 1

i. La variable 1

Pour cette variable il y a plus de la moitié des élèves du groupe expérimental, soit 56 %²⁰, qui ont atteint le niveau 2 du descripteur. Cela veut dire que la plupart des élèves, lorsqu'ils ont traité le problème, ont reconnu le système d'équations linéaires à deux variables. Ils l'ont décrit en tant que relations et ils ont tiré des conclusions en appliquant des techniques et des stratégies de résolution de problèmes. Cependant, il y a trois élèves sur seize (19 %) qui ont donné des réponses sans démarche ni stratégie et huit élèves sur seize (50 %) n'ont pas mentionné la commande utilisée pour la calculatrice et n'ont pas justifié par une règle mathématique leur démarche. Lorsqu'ils indiquent la commande, ils ne précisent pas comment ils l'ont appliquée.

Plus de la moitié des élèves du groupe témoin, soit 59 %, ont atteint le niveau 4 du descripteur. Lorsqu'ils ont étudié le problème 1, ils ont reconnu le système d'équations linéaires à deux variables, ils l'ont décrit en tant que relations et ils ont tiré des conclusions en choisissant et en appliquant judicieusement des techniques de stratégies de résolution de problèmes. Il y a seulement

²⁰ Pour les pourcentages voir : Tableau 1

deux élèves sur dix-sept, soit 12 %, qui n'ont pas justifié leur démarche par une règle mathématique.

Tableau 1 : Comparaison des résultats du problème 1 en fonction de la variable 1

Niveau du descripteur	Groupe expérimental		Groupe témoin	
	Nombre d'élèves	Pourcentage	Nombre d'élèves	Pourcentage
0	0	0 %	0	0 %
1	0	0 %	0	0 %
2	9	56 %	2	12 %
3	3	19 %	1	6 %
4	3	19 %	10	59 %
5	1	6 %	4	23 %

ii. La variable 2

56 % des élèves du groupe expérimental ont tenté de justifier la méthode utilisée et d'évaluer la fiabilité des résultats, ce qui correspond au niveau 1 du descripteur. La plupart des élèves, soit 75 %, n'ont pas validé leurs réponses. Ils se sont contentés de transcrire à nouveau leurs réponses ou de les confirmer par des commentaires sans vérification numérique. Voici un exemple : « Je crois que mon résultat est plausible. ».

41 % des élèves du groupe témoin ont atteint le niveau 1. Parmi ces élèves, il y a 35 % qui n'ont pas validé leurs réponses. 59 % des élèves ont proposé une justification concise et raisonnée de la méthode utilisée. Ils ont fait une évaluation approfondie de la fiabilité des résultats obtenus : validation des résultats par des valeurs numériques et/ou par l'intersection de deux droites.

Dans le groupe expérimental, 25 % d'élèves n'ont pas fait appel à la calculatrice pour examiner le problème 1. Cependant, ils n'ont pas précisé la règle mathématique utilisée pour justifier leurs démarches.

La moyenne du temps pour traiter ce problème est de 4,5 minutes pour le groupe expérimental, alors que pour le groupe témoin, elle est de l'ordre de 4,8 minutes. Nous pouvons conclure qu'il n'y a pas une différence significative entre les deux temps.

Tableau 2 : **Comparaison des résultats du problème 1 en fonction de la variable 2**

Niveau du descripteur	Groupe expérimental		Groupe témoin	
	Nombre d'élèves	Pourcentage	Nombre d'élèves	Pourcentage
0	2	12.5 %	0	0 %
1	9	56.25 %	7	41 %
2	1	6.25 %	0	0 %
3	2	12.5 %	0	0 %
4	2	12.5 %	10	59 %

7.3.2 Analyse des résultats du problème 2

i. La variable 1

Dans le groupe expérimental, 25 % d'élèves ont fait appel à des connaissances mathématiques limitées pour résoudre le problème 2. Ils étaient capables de reconnaître le modèle du système d'inéquations linéaires à deux variables. Ils ont appliqué des techniques de résolution de problèmes élémentaires.

25 % d'élèves groupe expérimental et 18 % des élèves du groupe témoin ont reconnu le modèle du problème. Ils ont appliqué des techniques et des stratégies

de résolution de problèmes avec des résultats assez satisfaisants. La plupart des élèves du groupe expérimental (44 %) et quelques élèves du groupe témoin (29 %) ont reconnu le modèle du problème et sa structure, l'ont décrit en tant que relation entre les variables et ont tiré des conclusions en appliquant les techniques et des stratégies de résolution de problèmes appropriées.

En plus de reconnaître le système d'inéquations à deux variables et sa structure, de le décrire et de tirer des conclusions en rapport avec les résultats, les élèves du groupe expérimental (6 %) et du groupe témoin (41 %) ont pu choisir et appliquer judicieusement des techniques et des stratégies de résolution de problèmes. Ils ont fait le choix quand il s'avère nécessaire de faire appel à la calculatrice (groupe expérimental seulement).

Seuls 12 % des élèves du groupe témoin ont présenté des preuves et des justifications lors du traitement du problème.

Tableau 3 : Comparaison des résultats du problème 2 en fonction de la variable 1

Niveau du descripteur	Groupe expérimental		Groupe témoin	
	Nombre d'élèves	Pourcentage	Nombre d'élèves	Pourcentage
0	0	0 %	0	0 %
1	4	25 %	0	0 %
2	4	25 %	3	18 %
3	7	44 %	5	29 %
4	1	6 %	7	41 %
5	0	0 %	2	12 %

ii. La variable 2

Quelques élèves, soit 37,5 % du groupe expérimental et 23,5 % du groupe témoin, n'ont atteint aucun niveau cité en page 4. Ils n'ont pas justifié ni évalué la fiabilité des résultats de leurs recherches. Les élèves laissent la case réservée à l'interprétation vide ou quand ils essayent d'interpréter, leurs commentaires se limitent à des phrases comme suivantes :

« L'ensemble solution est dans le quadrant II. », « Mon résultat est censé car c'est moi-même qui ai tracé mon graphique comme je l'ai appris en théorie. », « Mon résultat est plausible. », « En révisant le graphique et les formules, j'ai constaté que ma solution avait du sens », « L'ensemble solution est la partie noircie de mon graphique ».

La majorité des élèves du groupe expérimental (62,5 %) et la plupart des élèves du groupe témoin (35 %) ont tenté de justifier la méthode utilisée et d'évaluer la fiabilité des résultats.

Il y a seulement 6 % des élèves du groupe témoin qui ont justifié leur démarche et ont évalué relativement bien la fiabilité de leurs résultats. 12 % des élèves du même groupe ont proposé une justification raisonnée des processus utilisés. Ils ont évalué de la portée et la fiabilité des résultats de leurs recherches. Finalement, 23,5 % des élèves (groupe témoin) ont proposé une justification concise et raisonnée de la stratégie utilisée et ils ont fait une évaluation approfondie de la portée et de la fiabilité des résultats de leurs recherches.

Dans le groupe expérimental, 19 % d'élèves n'ont pas fait appel à la calculatrice pour examiner le problème 2. Cependant, ils n'ont pas précisé la règle mathématique utilisée pour justifier leurs démarches.

La moyenne du temps pour traiter ce problème est de 8,44 minutes pour le groupe expérimental, alors pour le groupe témoin elle est de l'ordre de 6,5 minutes.

Tableau 4 : **Comparaison des résultats du problème 2 en fonction de la variable 2**

Niveau du descripteur	Groupe expérimental		Groupe témoin	
	Nombre d'élèves	Pourcentage	Nombre d'élèves	Pourcentage
0	6	37.5 %	4	23.5 %
1	10	62.5 %	6	35 %
2	0	0 %	1	6 %
3	0	0 %	2	12 %
4	0	0 %	4	23.5 %

7.3.3 Analyse des résultats du problème 3

i. La variable 1

La majorité des élèves du groupe expérimental (69 %) et quelques élèves du groupe témoin (29 %) ont reconnu le modèle du système d'inéquations linéaires à deux variables. Ils ont appliqué des techniques et des stratégies de résolution de problèmes avec des résultats assez satisfaisants.

31 % des élèves du groupe expérimental et 35 % du groupe témoin ont aussi reconnu le modèle du système d'inéquations linéaires à deux variables et sa structure. Ils l'ont décrit en tant que relation entre les variables (X : nombre de garçon présents, Y : nombres de filles présentes) et ont tiré des conclusions. Ils ont appliqué des stratégies de résolution de problèmes appropriées.

Après avoir reconnu et décrit le modèle et sa structure et après avoir tiré des conclusions, 12 % des élèves du groupe témoin ont choisi et appliqué judicieusement des techniques et des stratégies de résolution de problèmes. En plus, 24 % des élèves du même groupe ont présenté des preuves et des justifications.

En général, nous avons constaté que l'évaluation du problème 3 pour les élèves du groupe expérimental se concentre aux niveaux 2 et 3 du descripteur, alors que pour le groupe témoin elle est étalée sur les quatre derniers niveaux.

Dans le groupe expérimental :

1. Il y a 37,5 % d'élèves qui n'ont pas utilisé la calculatrice : ces élèves ont-ils plus ou moins de facilité à traiter le problème ?
2. 37,5 % d'élèves ont une démarche incomplète. Ils ne se sont pas assurés de présenter des réponses détaillées et précises pour communiquer et expliquer leurs démarches. Il y en a qui ont tracé le graphique sans montrer comment ils l'ont disposé. Ceci peut être expliqué par le fait que l'élève visualise le graphique par la calculatrice et il le transcrit sur sa feuille réponse. D'autres élèves n'ont pas situé l'ensemble solution à la bonne place dans le graphique. Les droites présentées sont en trait plein au lieu d'être en trait pointillé. Cela peut être dû à une mauvaise distinction entre les différents symboles d'inégalité;
3. Environ 44 % d'élèves n'ont pas justifié leurs démarches par une règle mathématique.

Dans le groupe témoin :

1. Il y a environ 23 % d'élèves qui ont présenté une démarche incomplète (l'ensemble solution n'est pas situé à la bonne place dans le graphique, les droites présentées sont en trait plein au lieu d'être en trait pointillé);
2. Environ 23 % d'élèves n'ont pas justifié leurs démarches par une règle mathématique.

Tableau 5 : **Comparaison des résultats du problème 3 en fonction de la variable 1**

Niveau du descripteur	Groupe expérimental		Groupe témoin	
	Nombre d'élèves	Pourcentage	Nombre d'élèves	Pourcentage
0	0	0 %	0	0 %
1	0	0 %	0	0 %
2	11	69 %	5	29 %
3	5	31 %	6	35 %
4	0	0 %	2	12 %
5	0	0 %	4	24 %

ii. La variable 2

44 % des élèves du groupe expérimental et 12 % des élèves du groupe témoin n'ont atteint aucun niveau du descripteur.

50 % des élèves du groupe expérimental et 47 % du groupe témoin ont accédé au niveau 1 du descripteur. Ils ont tenté de justifier la méthode utilisée et d'évaluer la fiabilité des résultats de leurs recherches.

Seuls 12 % d'élèves du groupe témoin ont atteint le niveau 2. Ils ont justifié la plupart des processus utilisés. Ils ont évalué la fiabilité des résultats de leurs recherches relativement bien.

6 % des élèves de chaque groupe ont proposé une justification raisonnée de la méthode et des processus utilisés et offert une évaluation de la portée et de la fiabilité des résultats de leurs recherches.

Seulement les élèves du groupe témoin (24 %) ont accédé au niveau 4. Ils ont proposé une justification concise et raisonnée de la méthode et des processus. Ils ont fait une évaluation approfondie de la portée et de la fiabilité des résultats de leurs recherches.

Dans les deux groupes, nous avons constaté qu'il y a des élèves qui commentent leurs résultats au lieu de faire une vérification complète et précise. Voici quelques exemples : « Je vois que le résultat a du sens »; « Je ne comprends pas mon résultat, ce n'est pas logique »; « Je crois que mon graphique est correct, mais je ne suis pas sûr ».

La moyenne du temps pour traiter ce problème est de 4,25 minutes pour le groupe expérimental, alors pour que le groupe témoin elle est de l'ordre de 7,8 minutes.

Tableau 6 : Comparaison des résultats du problème 3 en fonction de la variable 2

Niveau du descripteur	Groupe expérimental		Groupe témoin	
	Nombre d'élèves	Pourcentage	Nombre d'élèves	Pourcentage
0	7	44 %	2	12 %
1	8	50 %	8	47 %
2	0	0 %	2	12 %
3	1	6 %	1	6 %
4	0	0 %	4	23 %

7.3.4 Analyse des résultats du problème 4

Ce problème ne nécessite pas l'utilisation de la calculatrice. Nous l'avons inclus dans le travail pour vérifier si les élèves utilisent la calculatrice de façon raisonnée. Cependant 81 % des élèves du groupe expérimental l'ont utilisé.

i. La variable 1

Il y a 37,5 % d'élèves du groupe expérimental et 29 % du groupe témoin qui ont reconnu l'équation de la fonction réelle. Ils ont appliqué des techniques et des stratégies de résolution de problèmes avec des portées assez satisfaisantes.

Lorsqu'ils ont traité le problème 4, les élèves du groupe expérimental (6 %) et du groupe témoin (24 %) ont reconnu l'équation de la fonction réelle, ils l'ont décrit en tant que relation et ils ont tiré des conclusions en appliquant des méthodes et des stratégies de résolution de problèmes appropriées.

En plus de reconnaître l'équation de la fonction réelle, de la décrire comme règle générale et de tirer des conclusions en lien avec les résultats, les élèves du groupe expérimental (12,5 %) et du groupe témoin (29 %) ont choisi et appliqué de façon prudente des techniques et des stratégies de résolution de problèmes.

Pour ce problème, presque la moitié des élèves du groupe expérimental (44 %) ont atteint le niveau 5 du descripteur contre 18 % du groupe témoin. Ces élèves ont reconnu et décrit le modèle de la fonction réelle, ils ont tiré des conclusions en rapport avec les résultats en présentant des preuves et des justifications. Ils ont choisi et appliqué de façon judicieuse des procédés et des stratégies de résolution de problèmes.

Environ 19 % des élèves du groupe expérimental n'ont pas utilisé la calculatrice. Cependant, lors de traitement du problème, ils n'ont pas mentionné la(es) règle(s) mathématique(s) utilisée(s) dans leurs démarches. Dans le groupe témoin il y a environ 24 % d'élèves qui se sont contentés des arguments suivants pour justifier leurs stratégies : « *Algèbre* »; « *Calculs mathématiques* »; « *Poser l'équation.* ».

Parmi les élèves qui n'ont pas utilisé la calculatrice, quelques-uns ont justifié leurs renoncements. Voici quelques exemples de leurs affirmations : « *Fait à la main, je ne suis pas familiarisé avec toutes les possibilités qu'offre la TI-89* »; « *Fait à la main parce que c'est plus rapide. Je ne suis pas assez à l'aise avec la calculatrice* ».

Tableau 7 : Comparaison des résultats du problème 4 en fonction de la variable 1

Niveau du descripteur	Groupe expérimental		Groupe témoin	
	Nombre d'élèves	Pourcentage	Nombre d'élèves	Pourcentage
0	0	0 %	0	0 %
1	0	0 %	0	0 %
2	6	37.5 %	5	29 %
3	1	6 %	4	24 %
4	2	12.5 %	5	29 %
5	7	44 %	3	18 %

ii. La variable 2

37,5 % des élèves du groupe expérimental n'atteignent aucun niveau du descripteur.

37,5 % des élèves du groupe expérimental et 24 % du groupe témoin parviennent au niveau 1. Ils ont tenté de justifier la méthode utilisée et d'évaluer la vraisemblance des résultats de leurs études.

Uniquement 6 % des élèves du groupe expérimental atteignent le niveau 3. Ils ont proposé une justification raisonnée de la méthode et des processus utilisés, ont offert une évaluation de la portée et de la fiabilité des résultats de leurs recherches.

19 % des élèves du groupe expérimental et de nombreux élèves du groupe témoin (76 %) sont parvenus au niveau 5. Ils ont proposé une justification concise et raisonnée de la méthode et des processus et ont fait une évaluation approfondie de la portée et de la fiabilité des résultats de leurs recherches.

La moyenne du temps pour résoudre ce problème est de 2,75 minutes pour le groupe expérimental, alors pour le groupe témoin elle est d'environ 5,5 minutes.

Tableau 8 : Comparaison des résultats du problème 4 en fonction de la variable 2

Niveau du descripteur	Groupe expérimental		Groupe témoin	
	Nombre d'élèves	Pourcentage	Nombre d'élèves	Pourcentage
0	6	37.5 %	0	0 %
1	6	37.5 %	4	24 %
2	0	0 %	0	0 %
3	1	6 %	0	0 %
4	3	19 %	13	76 %

7.3.5 Analyse des résultats du problème 5

i. La variable 1

Lorsqu'ils ont étudié le problème 5, la moitié des élèves du groupe expérimental (50 %) et environ 24 % des élèves du groupe témoin ont reconnu le modèle de la fonction linéaire et de la fonction quadratique. Ils ont appliqué des techniques et des stratégies de résolution de problème avec des résultats assez satisfaisants.

Seuls 12,5 % du groupe expérimental ont atteint le niveau 3 du descripteur. Ils ont reconnu la structure des fonctions polynomiales de degré 1 et 2. Ils les ont décrits en tant que relations et ils ont tiré des conclusions en appliquant des techniques et des procédés de résolution de problèmes appropriés.

Quelques élèves du groupe expérimental (12,5 %) et peu d'élèves du groupe témoin (6 %) ont d'abord reconnu le prototype des fonctions et les ont décrits en tant que règles générales. Ensuite, ils ont choisi et appliqué judicieusement des techniques et des stratégies de résolutions de problèmes. Finalement, ils ont tiré des conclusions en rapport avec les résultats.

Le quart des élèves du groupe expérimental (25 %) et beaucoup d'élèves du groupe témoin (environ 70 %) sont parvenus au niveau 5 du descripteur. Lors de l'examen du problème 5, ils ont reconnu la structure des fonctions polynomiales, ils ont décrit le modèle en tant que règle générale. Ils ont choisi et appliqué des techniques et des démarches de résolutions de problèmes sophistiquées. Ils ont tiré des conclusions en lien avec les résultats en présentant des preuves et des justifications.

Quelques élèves du groupe expérimental (19 %) se sont contentés d'écrire tout simplement les résultats du problème sans montrer comment ils les ont obtenus.

25 % des élèves du groupe expérimental n'ont pas utilisé la calculatrice pour résoudre le problème 5. Seulement quelques élèves ont justifié ce choix. Voici quelques exemples : « *Je n'ai pas utilisé la calculatrice, car je suis plus sûr de ma réponse en calculant moi-même* »; « *Je vérifie mes réponses avec la calculatrice Ti-89* ». Environ 19 % de ces élèves et 18 % du groupe témoin n'ont pas pu désigner la règle mathématique utilisée dans leurs démarches.

Tableau 9 : Comparaison des résultats du problème 5 en fonction de la variable 1

Niveau du descripteur	Groupe expérimental		Groupe témoin	
	Nombre d'élèves	Pourcentage	Nombre d'élèves	Pourcentage
0	0	0 %	0	0 %
1	0	0 %	0	0 %
2	8	50 %	4	23.5 %
3	2	12.5 %	0	0 %
4	2	12.5 %	1	6 %
5	4	25 %	12	70.5 %

ii. La variable 2

31 % des élèves du groupe expérimental et 12 % des élèves du groupe témoin n'ont atteint aucun niveau du descripteur.

Plusieurs élèves du groupe expérimental (69 %) et la plupart des élèves du groupe témoin (41 %) ont tenté de justifier la méthode utilisée et d'évaluer la fiabilité des résultats de leurs recherches.

Seuls les élèves du groupe témoin ont accédé aux niveaux 2, 3 et 4 du descripteur. 6 % ont justifié la méthode et la majorité des processus utilisés. Ils ont évalué la fiabilité des résultats de leurs recherches relativement bien. 6 % ont proposé une justification raisonnée de la méthode et des processus utilisés, ils ont évalué la portée et la fiabilité des résultats de leurs recherches. 35 % ont proposé une justification raisonnée et concise de la méthode utilisée. Ils ont fait une évaluation approfondie de la portée et de la fiabilité de leurs résultats.

Presque la totalité des élèves du groupe expérimental et environ 47 % du groupe témoin n'ont pas pu évaluer leurs résultats. Ils se sont limités à transcrire les résultats, ou de les commenter ou tout simplement de laisser vide la case réservée à l'interprétation. Voici quelques exemples : « *Les zéros de la fonction linéaire et $-1/2$. Les zéros de la fonction quadratique sont 3 et 5* »; « *Je crois que les résultats sont censés* »; « *Mon résultat est correct.* ».

La moyenne du temps pour résoudre ce problème est de 2,75 minutes pour le groupe expérimental, alors pour le groupe témoin est d'environ 5,5 minutes.

Tableau 10 : Comparaison des résultats du problème 5 en fonction de la variable 2

Niveau du descripteur	Groupe expérimental		Groupe témoin	
	Nombre d'élèves	Pourcentage	Nombre d'élèves	Pourcentage
0	5	31 %	2	12 %
1	11	69 %	7	41 %
2	0	0 %	1	6 %
3	0	0 %	1	6 %
4	0	0 %	6	35 %

7.3.6 Analyse des résultats du problème 6

Il y a un élève de chaque groupe qui n'a pas traité ce problème. Les élèves n'ont pas justifié leurs actions. Selon nous, cela pourrait être dû au manque de temps.

i. La variable 1

Dans les deux groupes, aucun élève n'atteint le niveau 0 et 1 du descripteur.

26,5 % du groupe expérimental et 19 % du groupe témoin ont abouti au 2^e rang du descripteur. Lorsqu'ils ont étudié le problème, ils ont reconnu le modèle de la fonction rationnelle. Ils ont appliqué des techniques et des stratégies de résolution de problèmes avec des résultats assez satisfaisants.

26,5 % des élèves du groupe expérimental et 6 % du groupe témoin ont accédé au 3^e niveau du descripteur. Ils ont reconnu et exposé la structure de la fonction rationnelle. Ils ont tiré des conclusions en appliquant des stratégies et des méthodes de résolution de problèmes adéquates.

La majorité des élèves des deux groupes sont parvenus au 4^e niveau. 40 % des élèves du groupe expérimental et 62,5 % des élèves du groupe témoin ont reconnu et décrit le modèle de la fonction rationnelle en tant que relation. Ils ont tiré des conclusions en rapport avec les résultats en choisissant et appliquant judicieusement des techniques et des stratégies de résolution de problèmes.

Seulement 7 % du groupe expérimental et 12,5 % du groupe témoin ont accédé au 5^e rang du descripteur. En plus de reconnaître le modèle de la fonction rationnelle, de le décrire en tant que règle générale, de tirer des conclusions en lien avec les résultats et de choisir et d'appliquer judicieusement des stratégies de résolutions de problèmes, les élèves ont présenté des preuves et des justifications pour appuyer leurs démarches.

40 % des élèves du groupe expérimental ont présenté des résultats sans préciser la démarche utilisée.

Environ 7 % des élèves du groupe expérimental et approximativement 12,5 % des élèves du groupe témoin n'ont pas donné la règle mathématique qui justifie leurs démarches.

Tableau 11 : **Comparaison des résultats du problème 6 en fonction de la variable 1**

Niveau du descripteur	Groupe expérimental		Groupe témoin	
	Nombre d'élèves	Pourcentage	Nombre d'élèves	Pourcentage
0	0	0 %	0	0 %
1	0	0 %	0	0 %
2	4	26.5 %	3	19 %
3	4	26.5 %	1	6 %
4	6	40 %	10	62.5 %
5	1	7 %	2	12.5 %

ii. La variable 2

46,5 % des élèves du groupe expérimental et 6 % du groupe témoin n'ont atteint aucun niveau du descripteur.

Le 1^{er} rang du descripteur était atteint par 26,5 % des élèves du groupe expérimental et 38 % des élèves du groupe témoin. Ils ont tenté de justifier la méthode utilisée et d'évaluer la fiabilité des résultats de leurs recherches.

Aucun élève des deux groupes n'a accédé au 2^e rang du descripteur.

Seuls 7 % des élèves du groupe expérimental sont parvenus au niveau 3. Ils ont proposé une justification raisonnée de la méthode et des processus utilisés et ils ont évalué la portée et la fiabilité des résultats de leurs recherches.

20 % des élèves du groupe expérimental et 56 % des élèves du groupe témoin ont atteint le niveau 4 du descripteur. Ils ont proposé une justification concise et raisonnée des procédés et des processus utilisés. Ils ont fait une évaluation approfondie de la portée et de la fiabilité des résultats de leurs recherches.

Environ 73 % des élèves du groupe expérimental et 44 % des élèves du groupe témoin n'ont pas interprété leurs résultats. Les vérifications des résultats se limitaient à transcrire des réponses à nouveau ou donner des explications incomplètes ou inexistantes. Voici des exemples des commentaires des élèves :

« Mon résultat est correct »; « La valeur de X est 3 »; «Oups... après plusieurs essais, je n'arrive pas à trouver la bonne réponse et l'erreur dans ma démarche. ».

La moyenne du temps pour résoudre ce problème est de 1,8 minute pour le groupe expérimental, alors pour le groupe témoin elle est d'environ 3,4 minutes.

Tableau 12 : Comparaison des résultats du problème 6 en fonction de la variable 2

Niveau du descripteur	Groupe expérimental		Groupe témoin	
	Nombre d'élèves	Pourcentage	Nombre d'élèves	Pourcentage
0	7	46.5 %	1	6 %
1	4	26.5 %	6	38 %
2	0	0 %	0	0 %
3	1	7 %	0	0 %
4	3	20 %	9	56 %

7.4 Analyse des résultats des exercices 1, 2 et 3

Environ 6 % des élèves du groupe expérimental et approximativement 35 % des élèves du groupe témoin n'ont pas traité, totalement ou partiellement, les exercices 1, 2 et 3. Nous croyons que cette omission est due probablement au manque de temps. Pour cela, nous avons décidé de condenser l'examen de ces exercices et de faire une seule analyse. Nous n'avons pas pris en considération les exercices non fait.

i. La variable 1

Aucun élève des deux groupes n'a atteint le niveau 0 et 1 du descripteur.

Il y a 20 % des élèves du groupe expérimental et 6,5 % du groupe témoin qui ont accédé au niveau 2 du descripteur. Ils ont reconnu le modèle de factorisation, de décomposition et de simplification dans les calculs algébriques. Ils ont appliqué des techniques et des algorithmes dans la résolution de problèmes avec des résultats assez satisfaisants.

Approximativement 13 % des élèves de chaque groupe sont parvenus au 3^e rang du descripteur. Ils ont reconnu le modèle de factorisation, de décomposition et de simplification dans les calculs algébriques. Ils ont décrit ces modèles en tant que règle générale et ils ont tiré des conclusions. Ils ont appliqué des techniques et des méthodes de résolution de problèmes appropriés.

La plupart des élèves (environ 47 % de chaque groupe) ont réussi à joindre le 4^e niveau du descripteur. Ils ont reconnu la combinaison de la factorisation, la décomposition et la simplification des expressions algébriques. Ils les ont décrits en tant que relation d'équivalence et ils ont tiré des conclusions. Ils ont choisi et appliqué judicieusement des techniques de résolution de problèmes.

Quelques élèves du groupe expérimental (20 %) et environ 33,5 % du groupe témoin ont abordé le 5^e rang du descripteur. En plus de reconnaître le modèle de la factorisation, décomposition et simplifications dans les calculs algébriques, ils les ont décrits en tant que relation d'équivalence. Ils ont tiré des conclusions en rapport et présenté des justifications et des preuves en choisissant et appliquant les stratégies de résolution de problèmes.

Tableau 13 : Comparaison des résultats des exercices 1, 2 et 3 en fonction de la variable 1

Niveau du descripteur	Groupe expérimental		Groupe témoin	
	Nombre d'élèves	Pourcentage	Nombre d'élèves	Pourcentage
0	0	0 %	0	0 %
1	0	0 %	0	0 %
2	3	20 %	1	6.5 %
3	2	13 %	2	13 %
4	7	47 %	7	47 %
5	3	20 %	5	33.5 %

ii. La variable 2

27 % des élèves du groupe expérimental et 13 % des élèves du groupe témoin ne parviennent à aucun niveau du descripteur.

40 % des élèves du groupe expérimental et 20 % des élèves du groupe témoin ont atteint le 1^{er} niveau du descripteur. Ils ont tenté de justifier les méthodes utilisées et d'évaluer la fiabilité des résultats de leurs recherches.

Peu d'élèves du groupe expérimental (6,5 %) et quelques élèves du groupe témoin ont accédé au 2^e rang du descripteur. Ils ont justifié la plupart des processus utilisés. Ils ont évalué la fiabilité des résultats de leurs recherches relativement bien.

Environ 6,5 % des élèves du groupe expérimental et 27 % des élèves du groupe témoin ont abordé le 3^e degré du descripteur. Ils ont proposé une justification raisonnée de la méthode et des processus utilisés et ils ont évalué la portée et la fiabilité de leurs résultats.

20 % des élèves de chaque groupe ont réussi à joindre le 4^e niveau du descripteur. Ils ont proposé une justification concise et raisonnée de la méthode et des processus utilisés. Ils ont fait une évaluation approfondie de la portée et de la fiabilité des résultats de leurs recherches.

Tableau 14 : Comparaison des résultats des exercices 1, 2 et 3 en fonction de la variable 2

Niveau du descripteur	Groupe expérimental		Groupe témoin	
	Nombre d'élèves	Pourcentage	Nombre d'élèves	Pourcentage
0	4	47 %	2	13 %
1	6	40 %	3	20 %
2	1	6.5 %	3	20 %
3	1	6.5 %	4	47 %
4	3	20 %	3	20 %

De façon générale, nous avons constaté que :

- Environ 31 % des élèves du groupe expérimental n'ont pas utilisé la calculatrice pour les raisons suivantes : « La fonction `` FACTOR `` ne marchait pas, alors j'ai été obligé de le faire à la main »; « Je ne sais pas le facto-

riser à la calculatrice »; « Je pouvais le vérifier à la calculatrice, mais je ne sais pas comment le faire ». Ici, les élèves se sont confrontés à des problèmes techniques, liés à la calculatrice, qui les ont empêchés probablement de se concentrer sur leurs démarches lors de la résolution de problèmes. Ceci peut s'expliquer par le fait que les élèves n'avaient pas beaucoup de temps pour se familiariser avec les techniques de la fonctionnalité de la machine.

- Approximativement 31 % des élèves du groupe expérimental et presque 6 % des élèves du groupe témoin n'ont pas cité les commandes ou les règles utilisées pour appuyer leurs démarches.
- 25 % des élèves du groupe expérimental et environ 24 % des élèves du groupe témoin ont présenté une démarche incomplète. En effet, ils fournissent des résultats sans dire comment ils les ont obtenus, ou ils offrent une démarche sans résultat et/ou ils sautent des étapes dans la démarche.
- Environ 69 % des élèves du groupe expérimental et approximativement 65 % des élèves du groupe témoin n'ont pas interprété les résultats des trois exercices en laissant les cases vides ou leurs interprétations se limitaient à un ou deux exercices seulement. Voici quelques commentaires : « Tout est vu je crois ... »; « Mon résultat est probablement exact ».

7.5 Résultats de la recherche

Dans cette partie, nous analysons l'ensemble de la production des élèves. Les problèmes et les exercices non traités ne sont pas comptés et, par conséquent, ne sont pas analysés.

i. La variable 1

Aucun élève des deux groupes n'a accédé aux niveaux 1 et 2 du descripteur.

25 % des élèves du groupe expérimental et 6 % des élèves du groupe témoin ont atteint le 2^e rang du descripteur. Lorsqu'ils ont étudié les problèmes, les élèves ont reconnu les modèles des problèmes présentés. Ils ont appliqué des techniques et des stratégies de résolution problèmes avec des résultats assez satisfaisantes.

37.5 % des élèves du groupe expérimental et 18 % des élèves du groupe témoin ont réussi à rejoindre la 3^e place dans le descripteur. Durant l'examen des problèmes, les élèves ont reconnu les modèles et les structures mathématiques, les ont décrits en tant que relations ou règle générale et ont tiré des conclusions en appliquant des procédés et des stratégies de résolution de problèmes.

37.5 % des élèves du groupe expérimental et 70 % des élèves du groupe témoin ont abordé le niveau 4 du descripteur. Les élèves ont reconnu les modèles et les structures mathématiques dans les problèmes lors de leurs investigations. Ils les ont décrits en tant que relations et ils ont tiré des conclusions en rapport avec les résultats. Ils ont choisi et appliqué judicieusement des techniques et stratégies de résolution de problèmes.

Seulement 6 % des élèves du groupe témoin ont réussi à atteindre le 5^e niveau du descripteur. Ils ont reconnu et décrit les modèles mathématiques utilisés dans les problèmes. Ils ont tiré des conclusions en rapport avec les résultats obtenus en choisissant et appliquant les techniques de résolutions de problèmes adéquates et en présentant des preuves et des justifications.

Tableau 15 : **Comparaison des résultats de la recherche en fonction de la variable 1**

Niveau du descripteur	Groupe expérimental		Groupe témoin	
	Nombre d'élèves	Pourcentage	Nombre d'élèves	Pourcentage
0	0	0 %	0	0 %
1	0	0 %	0	0 %
2	4	25 %	1	6 %
3	6	37.5 %	3	18 %
4	6	37.5 %	12	70 %
5	0	0 %	1	6 %

ii. La variable 2

Seuls 12,5 % des élèves du groupe expérimental n'ont atteint aucun niveau du descripteur.

La majorité des élèves du groupe expérimental (62,5 %) et quelques élèves du groupe témoin (23,5 %) ont accédé au 1^{er} rang du descripteur. Ils ont tenté de justifier les méthodes utilisées et d'évaluer la fiabilité des résultats de leurs recherches.

12,5 % des élèves du groupe expérimental et 35 % des élèves du groupe témoin ont réussi à joindre le 2^e niveau du descripteur. Ils ont justifié les méthodes et la plupart des processus utilisés. Ils ont évalué la fiabilité des résultats de leurs recherches relativement bien.

12,5 % des élèves du groupe expérimental et 23,5 % des élèves du groupe témoin sont parvenus au 3^e niveau du descripteur. Ils ont proposé des justifications raisonnées des méthodes et processus utilisés. Ils ont évalué la portée et la fiabilité des résultats de leurs recherches.

Seuls les élèves du groupe témoin ont accédé au 4^e niveau du descripteur (18 %). Ils ont proposé des justifications concises et raisonnées des méthodes et des processus utilisés. Ils ont fait une évaluation approfondie de la portée et de la fiabilité des résultats de leurs recherches.

Tableau 16 : **Comparaison des résultats de la recherche en fonction de la variable 2**

Niveau du descripteur	Groupe expérimental		Groupe témoin	
	Nombre d'élèves	Pourcentage	Nombre d'élèves	Pourcentage
0	2	12.5 %	0	0 %
1	10	62.5 %	4	23.5 %
2	2	12.5 %	6	35 %
3	2	12.5 %	4	23.5 %
4	0	0 %	3	18 %

Dans la résolution de problèmes, nous avons remarqué qu'il y a absence des indicateurs relatifs à la compréhension et à la façon de poser les problèmes (ce qui correspond à la 1^{ère} étape dans la résolution de problèmes). Ce manque d'informations est omniprésent dans presque toutes les copies d'élèves. Nous avons aussi constaté que certains élèves, plus frappant dans le groupe expérimental²¹, ignorent le sens de l'interprétation et de la vérification des résultats (ce qui correspond à la 4^e étape dans la résolution de problèmes). Par conséquent, dans leurs productions ils n'ont ni vérifié, ni

²¹ 75 % des élèves du groupe expérimental contre 23.5 % des élèves du groupe témoin

porté une réflexion sur le caractère raisonné des résultats.

Selon l'analyse des résultats de l'expérimentation, l'usage de la calculatrice TI-89 lors de la résolution de problèmes et la manipulation algébrique comporte certains obstacles : tout d'abord, un obstacle de l'utilisation technique de ces machines dû au manque de temps. Les élèves n'avaient que 17 jours pour l'appivoiser. Ils ne maîtrisaient pas toutes les fonctions de la calculatrice utilisées dans l'expérimentation. Ils perdaient beaucoup de temps à chercher la bonne commande. Ensuite, nous avons enregistré quelques obstacles dus aux comportements des élèves face à la machine. Certains élèves utilisent leur calculatrice de façon excessive. Par exemple le problème 4 ne nécessitait pas l'usage de la calculatrice. Pourtant, 81 % ils l'ont utilisée. Enfin, la plupart des élèves ne validaient la solution des problèmes. Ils acceptaient, sans avis critique, ce que leur fournissait la calculatrice.

Selon ces résultats, l'usage non raisonné de la calculatrice symbolique semble nuire aux rendements des mathématiques dans la résolution de problèmes et la manipulation algébrique.

VIII-CONCLUSION

Sans reprendre ici tout ce que nous avons écrit dans ce travail, il est utile de revenir sur les éléments importants rencontrés lors de la réflexion théorique et de l'étude pratique que nous avons menée.

Bien que nous ayons évoqué les logiciels de calcul symbolique en général dans le cadre opératoire de cette recherche, notre étude s'est concentrée, dans la partie expérimentale, à la calculatrice symbolique (TI-89 Titanium), celle-ci étant la plus accessible aux élèves du niveau secondaire.

L'apparition de ces instruments munis de logiciel de calcul symbolique à la disposition des élèves et des enseignants suscite des débats passionnés et des interrogations sur l'impact que peut produire cet outil sur l'enseignement des mathématiques au secondaire. Quelle utilisation raisonnée pouvons-nous faire de la calculatrice symbolique ? Cet outil favorise-t-il chez les élèves la qualité de raisonnement mathématique dans la résolution de problèmes ? L'usage de la calculatrice symbolique nuira-t-il au sens critique de l'élève face à l'interprétation des résultats ?

Afin d'alimenter le débat sur l'utilisation de la calculatrice disposant d'un logiciel de calcul formel, il devenait important de cerner, dans le contexte québécois, l'effet sur les apprentissages mathématiques qu'est susceptible de produire cette utilisation de la calculatrice en classe. À cette fin, cette étude a été mise sur pied et s'est déployée à l'école secondaire Paul-Hubert à Rimouski, dans les classes de 5^e secondaire.

Dans le cadre de l'expérimentation servant d'appui à cette étude, les élèves du groupe expérimental ont pu se familiariser avec la calculatrice TI-89 durant une période de 17 jours. Ensuite nous avons mené une expérimentation afin d'étudier l'impact de

celle-ci sur les apprentissages de mathématique, l'effet qu'elle peut produire sur l'aspect technique, l'aspect pédagogique et l'aspect mathématique.

Pour cerner cet impact, cette étude s'est concentrée sur l'usage de la calculatrice dans le calcul algébrique et la résolution de problèmes. Il était prévu que : 1) Les élèves font de la calculatrice symbolique un usage raisonné; 2) L'usage de la calculatrice symbolique dans le calcul algébrique et résolution de problèmes au secondaire permet à l'élève d'entamer la résolution de problèmes dans le sens de Polya selon les quatre étapes :

- La compréhension du problème;
- La mise en équation du problème;
- La résolution de l'équation obtenue;
- La vérification des résultats.

Pour chaque problème, nous avons basé notre évaluation sur les critères en lien avec l'élaboration des stratégies de résolution de problèmes, soit le critère 1 : application et raisonnement, et le critère 2 : la réflexion sur les méthodes, les processus et la fiabilité des résultats.

Pour analyser les résultats, nous avons utilisé une grille d'évaluation qui contient des descripteurs de niveau. Pour le critère 1, les niveaux 1 à 5 ont été établis et ils correspondent globalement à une gradation de complexité dans la résolution de problèmes. Pour le critère 2, les niveaux 1 à 4 ont été attribués et ils indiquent un degré d'approfondissement de la réflexion. Dans les deux situations, le niveau 0 ne correspond à aucun descripteur.

Cette étude a été faite sur deux groupes : Un groupe expérimental où les élèves disposent d'une calculatrice TI-89 munie d'un logiciel de calcul formel et un groupe témoin où les élèves n'avaient aucune calculatrice. À la suite de l'analyse des résultats de l'expérimentation, nous avons noté que par rapport au critère 1, la majorité des élèves

du groupe témoin, soit 76%, ont atteint le niveau 4 du descripteur. Lorsqu'ils ont étudié les problématiques d'une investigation relativement complexe, ils ont reconnu les modèles et les structures des problèmes et exercices énoncés. Ils les ont décrits en tant que relations ou règles générales et ils ont tiré des conclusions en rapport avec les résultats. Ils ont choisi et appliqué judicieusement des techniques et stratégies de résolution de problèmes. En contrepartie, seulement 37.5 % des élèves du groupe expérimental ont accédé à ce niveau. Pour le reste du groupe expérimental, les élèves se répartissent dans les niveaux inférieurs.

Par rapport au critère 2, des élèves du groupe témoin (35%) atteignent le niveau 2 du descripteur et 41.5% le dépassent. Ils ont justifié la méthode et la plupart des processus utilisés. Ils ont relativement bien évalué les résultats de leur recherche. À la différence du groupe témoin, la majorité des élèves du groupe expérimental, soit 75 %, n'ont pas atteint le niveau 2. Ils se sont limités à une tentative de justification de leurs méthodes et à un essai d'évaluation de la fiabilité de leurs résultats.

De façon générale, les élèves des deux groupes ont reconnu les modèles et les structures des problèmes et exercices énoncés. Ils les ont décrits en tant que relations ou règles générales et ils ont tiré des conclusions en rapport avec les résultats. À l'inverse du groupe expérimental, les élèves du groupe témoin ont justifié les relations mathématiques, les stratégies et les processus utilisés lors de la résolution de problème et ils ont porté une réflexion sur la fiabilité de leurs résultats.

Lors de l'analyse de ces résultats²², nous avons soulevé deux obstacles concernant le groupe expérimental :

- Obstacle de l'utilisation technique de la calculatrice dû à la durée courte de l'appropriation de la machine et la défaillance au niveau de la maîtrise des fonctions → Ce qui se résume d'un manque d'appropriation de l'outil;

²² Consulter section analyse

- Obstacles dus aux comportements des élèves face à la machine : une utilisation excessive de la calculatrice et un manque de jugement critique vis-à-vis les résultats obtenus → usage non raisonné de la calculatrice

Selon les résultats obtenus dans cette étude, la non appropriation et l'usage non raisonné de la calculatrice symbolique semblent nuire aux apprentissages des mathématiques dans la résolution de problèmes et la manipulation algébrique.

Suite à ces résultats, nous pensons que l'approche instrumentale de Rabardel (1995) est intéressante pour guider l'intégration des calculatrices en milieu scolaire puisqu'elle aborde l'appropriation de l'objet technique par le sujet et toutes les interrelations entre le sujet et l'outil. C'est un processus plus ou moins long et toujours en développement. Cette approche dégage des éléments qui permettent de mieux cerner les difficultés d'intégration et comprendre le décalage constaté entre les potentialités identifiées des calculatrices dans les recherches et les expérimentations et les usages réels de celles-ci. Nous pensons aussi qu'un usage raisonné²³ de la calculatrice, comme nous l'avons défini dans le chapitre II, passe tout d'abord par une utilisation nécessaire et efficace. Il est indispensable de mettre en place une stratégie de raisonnement et d'en déduire les besoins de l'emploi de la machine avant de faire appel à celle-ci et ensuite, par une maîtrise des fonctionnalités et des limites de la calculatrice. L'élève doit bien connaître les méthodes de calcul pour être capable d'utiliser les bonnes commandes et de donner une direction à sa recherche. Enfin, il doit comprendre et accomplir des retours réflexifs sur les résultats fournis par la calculatrice en consacrant plus de temps à réfléchir et à vérifier la pertinence de la solution en fonction du problème étudié.

Nous pensons que cette façon de faire permet de développer un esprit critique et d'acquérir des procédés de travail rigoureux et efficaces.

²³ Consulter la section 2.1.4 dans le chapitre II

Ce travail voulait faire un peu le tour de la question et porter un regard plus éclairé sur le débat entourant l'emploi de la calculatrice symbolique dans les écoles secondaires. Nous souhaitons que cette étude apporte des réponses aux questions liées à l'utilisation de cet outil et suscite des réflexions.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- ALDON G. (1994). Un logiciel de calcul symbolique dans la classe. Dans Juge G. (Dir.), *Les outils de calcul formel dans l'enseignement des mathématiques* (p. 91-98). France : IREM de basse Normandie.
- ALDON G. (1998). DERIVE un outil privé. Dans Hirlimann A. (Dir.), *Faire des mathématiques avec un système de calcul formel, T.1* (p. 9-18). France : Ministère de l'éducation national. Direction de la technologie.
- ARTIGUE M. (1998). Rapports entre dimension technique et conceptuelle dans l'activité mathématique avec des systèmes de mathématiques. *Actes de l'Université d'été 1996 « Des outils informatiques dans la classe... »*, IREM de Rennes (p. 19-40).
- ARTIGUE M. (1997). Le logiciel DERIVE comme révélateur de phénomènes didactiques liés à l'utilisation d'environnements informatiques pour l'apprentissage. *Educational Studies in Mathematics, Vol. 33, n° 2, p. 133-169.*
- ARTIGUE, M. & al. (1995). Une recherche sur le logiciel DERIVE. *Cahier de DIDIREM, spécial n° 3 IREM Paris 7.*
- BRETON G., CÔTÉ B., DELISLE C., DESCHÊNES A. et LEDOUX A. (1999). *Réflexions mathématiques 536, 5^{ème} secondaire, Guide d'enseignement, Tome 1* : Édition CEC Inc.
- CANET J. F. (1998). Deux questions. Dans Hirlimann A. (Dir.), *Faire des mathématiques avec un système de calcul formel, T. 1* (p. 19-33). France : Ministère de l'éducation national. Direction de la technologie.
- CLAROU P. (1996). Réflexion à propos de l'utilisation des calculatrices dans l'enseignement, deuxième partie. *Petit X, n° 39 - n° 40 p. 55 - 78, 15 - 39.*
- DAVENPORT J., SIRET Y., TOURNIER E. (1986). *Calcul formel* : Éditions Masson
- DIDIREM. (1995). *Faire des mathématiques avec un système de calcul formel – Tome I.* Paris VII. Université Denis-Diderot.
- FORTIN P. (1998, printemps). Calcul symbolique au lycée. *Hypothèses, n° 13, p. 2-12.*
- FORTIN P. (1999, printemps). Le calcul symbolique enfin à la portée de tous. *Hypothèses, n° 15, p. 4-9.*

- FORTIN P. (1999, automne). Le calcul formel pas à pas. *Hypothèses*, n° 16, p. 2-11.
- FRECHETTE, M. (1980). *L'effet de l'utilisation de la calculatrice sur les apprentissages en mathématiques en cinquième année*. Mémoire de maîtrise, Montréal : Université du Québec à Montréal.
- GRATRAM A. & THOMAS M. (1997) Tapping into algebraic variables through the graphic calculator. *Actes de PME XXI Lahti, Finlande, Vol. 3, p. 9-16*.
- GUIN D., TROUCHE L. (1999b). Environnements «calculatrice symbolique »: Nécessité d'une socialisation des processus d'instrumentation, Évolution des comportements des élèves au cours de ces processus. Dans Guin D. (Dir.), Actes du congrès (Montpellier, mai 1998) : *Calculatrices symboliques dans l'enseignement des mathématiques* (p. 61-78). Montpellier, France : IREM Montpellier.
- GUIN D. & TROUCHE L. (eds.), 2002, *Calculatrices symboliques : transformer un outil en un instrument du travail mathématique, un problème didactique*. Editions La Pensée Sauvage.
- HIRLIMANN A. (1998). Faire des mathématiques avec un système de calcul formel, tome 2. Paris, France : Ministère de l'éducation national. Direction de la technologie.
Téléchargeable à : [http : //www.ac-reims.fr/datice/broc_men/brocmen.htm](http://www.ac-reims.fr/datice/broc_men/brocmen.htm)
- HOC J.M. (1987). *Psychologie cognitive de la planification*. Grenoble, France : presses universitaires de Grenoble.
- IREM et INRDP. (1995). *Calculateurs programmables dans les collèges et les lycées : expérimentation menée par l'IREM et l'INRDP*. Paris : Institut national de recherche et de documentation pédagogique, Collection Recherches pédagogiques.
- KUTZLER B. (1997). With the TI-92 towards computer age maths teaching. *International Journal of Computer Algebra in Mathematics Educations*, n° 4.1, p. 7-32.
- LAGRANGE J. B. (1999). Les instruments de calcul formel. Dans Luc Trouche (Dir.), Jean B. Lagrange (Dir.), *Les instruments en mathématiques, travail, enseignement, apprentissage* (p. 14-34). HOULAGATE, France : X^{ème} École d'été de didactique des mathématiques.

- LAGRANGE J.B. (2000). *Approches didactique et cognitive d'un instrument technologique dans l'enseignement : le cas du calcul formel au Lycée*. Document pour l'habilitation à diriger les recherches. Paris : Université Paris VII.
- LEHNING H. (1995). *Logiciels de calcul symbolique et évolution de l'enseignement des mathématiques*. Paris, France : Université Denis-Diderot, Paris VII.
- LEHNING H. (1998). Logiciels de calculs symboliques et évolution de l'enseignement des mathématiques. Dans Hirlimann Anne (Dir.), *Faire des mathématiques avec un système de calcul formel, T. 1* (p. 35-50). France : Ministère de l'éducation national. Direction de la technologie.
- LEHNING H. (1998). Du bon usage des systèmes de mathématiques symboliques. Dans Hirlimann Anne (Dir.), *Faire des mathématiques avec un système de calcul formel, T. 1* (p. 7-8). France : Ministère de l'éducation national. Direction de la technologie.
- LEMBERG H. (2000, automne). Mention très bien pour les calculatrices ? *La Recherche*, n° 335 p. 68-69.
- MEYER E. (1998). Utilisation de DERIVE en seconde. Dans Hirlimann Anne (Dir.), *Faire des mathématiques avec un système de calcul formel, T. 2* (p. 48-90). France : Ministère de l'éducation national. Direction de la technologie.
- MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION, Gouvernement du Québec. (1988). *Guide pédagogique, Primaire, Mathématique, Fascicule K, Résolution de problèmes*. Ministère de l'Éducation, Direction générale du développement pédagogique.
- MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION, Gouvernement du Québec. (2004). Programme de formation de l'école québécoise, Domaine de la mathématique, de la science et de la technologie. P. 262
- MOUNIER G. (1998). Problèmes et faux problèmes liés à l'utilisation d'un système de calcul symbolique. Dans Hirlimann Anne (Dir.), *Faire des mathématiques avec un système de calcul formel, T. 1* (p. 51-55). France : Ministère de l'éducation national. Direction de la technologie.
- POLYA G. (1965). *Comment poser et résoudre un problème*. Paris : Dunod.
- RABARDEL P. (1995). Les hommes et les technologies, approche cognitive des instruments contemporains, Paris, Armand Colin.

- RABARDEL P. (1999). Éléments pour une approche instrumentale en didactique des mathématiques. Dans Luc Trouche (Dir.), Jean B. Lagrange (Dir.), *Les instruments en mathématiques, travail, enseignement, apprentissage* (p. 9-13). HOULAGATE, France : X^{ème} École d'été de didactique des mathématiques.
- RODDIER J. A. (1998, automne). Quelquefois, toujours, jamais ... ou la Ti-89 et l'analyse au lycée. *Hypothèses*, n° 14, p. 8-9.
- ROUSSELET M. (1998). DERIVE en classe de troisième. Dans Hirlimann Anne (Dir.), *Faire des mathématiques avec un système de calcul formel*, T. 2 (p. 9-45). France : Ministère de l'éducation national. Direction de la technologie.
- ROY, M. (1979). *Impact de l'utilisation de calculatrices de poche sur l'habileté d'étudiants de secondaire I à résoudre des problèmes*. Mémoire de maîtrise, Montréal : Université du Québec à Montréal.
- SAINT-ONGE M. (1992, mai – Juin). L'enseignement des mathématiques et la résolution de problèmes. *Vie pédagogique*, n° 79, p. 22-25.
- SALVY B. & DUMAS P. (1999, printemps). Le calcul formel : utilité, difficultés. *Hypothèses*, n° 15, p. 2-3.
- TROUCHE L. (1994). Calculatrices graphiques : la grande illusion. *Repères IREM* 14, 39-55.
- TROUCHE L. (1996). Enseigner en terminale S avec des calculatrices graphiques et formelles. IREM de Montpellier.
- TROUCHE L. (1998, automne). La Ti-92 dans le cours de mathématiques : un assistant pas un substitut. *Hypothèses*, n° 14, p. 2-4.
- TROUCHE L. & al. (1998). Faire des mathématiques avec des calculatrices symboliques. *Compte-rendu d'expérimentation : 38 variations sur un thème imposé*. Montpellier, France : IREM de Montpellier. 310 p.
- TURGEON, J. M. (1999, Mars). Petites calculatrices, grands nombres. *Bulletin AMQ*, vol. 39, n° 1, p. 18-21.
- WAIN G. (1994). Some Technical Problems in the Use of DERIVE with School Pupils. *International DERIVE Journal*, n° 1.1, p. 49-56.

ANNEXE 1

RÉSOLUTION DE PROBLÈMES /

CLASSIFICATION DES PROBLÈMES

Résolution de problèmes

Distinction entre problème et exercice

Pour qu'il y ait problème, la situation doit satisfaire à l'une des conditions suivantes :

- La situation n'a pas été présentée antérieurement en cours d'apprentissage;
- L'obtention d'une solution satisfaisante exige le recours à une combinaison non apprise de règles ou de principes dont l'élève a fait ou non l'apprentissage;
- Le produit, ou sa forme attendue, n'a pas été présenté antérieurement.

Un problème, c'est la représentation qu'un individu se fait d'une situation où il doit accomplir une tâche afin de la modifier dans un sens donné, sans disposer préalablement d'une procédure adéquate pour atteindre le but fixé. Un problème exige toujours une compréhension et une stratégie.

Catégories de problèmes

Les problèmes courts sont des problèmes dont la résolution nécessite peu de recherche et peu de temps par l'application d'une combinaison adéquate de connaissances déjà étudiées ou d'habiletés déjà développées parmi plusieurs combinaisons qu'il a déjà rencontrées auparavant.

Les problèmes longs sont des problèmes dont la résolution nécessite beaucoup de recherche et de temps. L'élève doit parfois créer une combinaison originale de connaissances et d'habiletés.

Classification des problèmes mathématiques

Selon le contexte:

- Les problèmes à **contexte réel** : un contexte est réel s'il se produit dans la réalité.
- Les problèmes à **contexte réaliste** : un contexte est réaliste s'il est susceptible de se produire réellement. Il s'agit d'une simulation de la réalité ou d'une partie de la réalité.

- Les problèmes à **contexte fantaisiste** : un contexte est fantaisiste s'il est le fruit de l'imagination et qu'il est sans fondement dans la réalité.
- Les problèmes à **contexte purement mathématique** : un contexte est purement mathématique s'il fait exclusivement référence à des objets mathématiques : nombres, relations et opérations arithmétiques, figures géométriques, etc.

Selon le nombre de solutions:

- Les problèmes qui ont une **seule solution**.
- Les problèmes qui ont un **nombre fini de solutions**.
- Les problèmes qui ont une **infinité de solutions**.
- Les problèmes qui n'ont **pas de solution**.

Selon l'adéquation des données fournies:

- Les problèmes dont **les données sont complètes** : il s'agit de problèmes qui présentent, de façon explicite, toutes les informations nécessaires à leur résolution.
- Les problèmes comportant **des données superflues** : il s'agit de problèmes qui présentent, de façon explicite, certaines informations qui ne sont pas nécessaires à leur résolution. Les élèves doivent sélectionner les informations pertinentes.
- Les problèmes avec **données manquantes** : il s'agit de problèmes qui ne présentent pas de façon explicite, toutes les informations nécessaires à leur résolution et tels que les élèves doivent trouver eux-mêmes les informations qui manquent pour résoudre le problème.
- Les problèmes contenant **des données insuffisantes** : il s'agit de problèmes qui ne présentent pas, de façon explicite, toutes les informations nécessaires à leur résolution et tels que les élèves ne peuvent pas trouver eux-mêmes les informations qui manquent.

Modes de présentation d'un problème

Il existe diverses façons de présenter un problème :

- Un énoncé écrit.
- Un énoncé oral.
- Un énoncé écrit ou oral accompagné de dessins, tableaux, figures....

- Un énoncé écrit ou oral accompagné d'un matériel de manipulation.
- Un énoncé oral accompagné de gestes.

Référence

Ministère de l'Éducation du Québec, Direction générale du développement pédagogique, Guide

pédagogique, Primaire, Mathématique, Fascicule K, Résolution de problèmes, 1988,

document numéro: 16-2300-11.

ANNEXE 2

EXEMPLES DE STRATÉGIES ASSOCIÉES À LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES

Exemples de stratégies associées à la résolution de problèmes

▪ Compréhension

- Distinguer les termes du langage courant et du langage mathématique
- Se représenter la situation mentalement ou par écrit
- Dégager la tâche à réaliser
- Reformuler la situation dans ses propres mots

▪ Organisation

- Établir des liens
- Mobiliser les concepts et les processus
- Utiliser des listes, des tableaux, des schémas, du matériel concret, des dessins

▪ Solution

- Faire des retours sur son travail
- Se référer à un problème analogue déjà résolu
- Diviser un problème complexe en sous-problèmes
- Simplifier le problème

▪ Validation

- Vérifier sa solution à l'aide d'exemple ou par un raisonnement
- Chercher des contre-exemples
- Comparer et confronter ses démarches et ses résultats avec ceux de son enseignant ou de ses pairs

- **Communication**

- Expliquer son raisonnement
- Mobiliser différents modes de représentation
- Structurer ses idées
- Expérimenter différentes façons de transmettre un message à caractère mathématique

Référence:

Ministère de l'Éducation du Québec, Programme de formation de l'école québécoise,
Domaine de la mathématique, de la science et de la technologie. P. 26

ANNEXE 3

GUIDE SIMPLIFIÉ D'UTILISATION

DE LA CALCULATRICE

SYMBOLIQUE TI-89

CONSULTER LE SITE CI-DESSUS

<http://www.seg.etsmtl.ca/ti/guide/tour1.html>

Ce tour guidé n'aborde pas toutes les options et techniques de la calculatrice symbolique Ti- 89 Titanium. Le manuel d'utilisation fait plusieurs centaines de pages! Le choix des sujets vise ici à montrer rapidement certaines techniques d'utilisation de base de la calculatrice en supposant que l'utilisateur n'a aucune expérience des calculatrices de la compagnie Texas Instruments.

1. Premières impressions
2. Accès et syntaxe des fonctions
3. Utilisation de la mémoire
4. Un premier graphique
5. Quelques manipulations algébriques : le menu [F2]
6. Calcul différentiel et intégral : le menu [F3]

ANNEXE 4

PRINCIPALES FONCTIONNALITÉS

DE LA CALCULATRICE

TI-89 TITANIUM

La calculatrice TI-89 Titanium

Ce texte est tiré du site <http://education.ti.com/france/produits/education/83pf.html>

1) Connexion à l'ordinateur avec le TI-Connect™

Avec le câble TI-GRAPH LINK et le logiciel TI-Graph Link ou TI-Connect (en option), vous pouvez connecter votre assistant scientifique et votre ordinateur pour mettre à jour le système d'exploitation et ajouter des applications logicielles Flash.

2) Principales fonctionnalités

- **Mémoire**

2 Mo de mémoire Flash ROM dont 702 ko utilisable pour les programmes, les données et les applications logicielles, et 256 Ko de mémoire RAM dont 188 Ko utilisables.

- **Écran**

Très contrasté, 160x100 pixels.

- **Logiciel de mathématiques avancées**

Calcul formel puissant (développement, factorisation, résolution, dérivation, intégration formelle). Même niveau de performances que la TI-92.

- **Résolution d'une équation différentielle symbolique**

Calcul les solutions exactes de nombreuses équations différentielles du 1^{er} et du 2nd ordre.

- **Graphe d'équations différentielles numériques**

Résolution d'une équation ou d'un système d'équations différentielles. Tracé des champs de pente, des champs de direction ou des courbes solutions.

- **Algèbre linéaire**

Trouve les valeurs et les vecteurs propres, décomposition de matrices.

- **Rotation 3D et tracé de contours**

Expérimentation de la rotation de surfaces 3D en temps réel.

- **Systèmes d'équations**

Résolution de systèmes d'équations : solutions exactes ou approchées.

- **Unités de mesure**

Utilisation d'unités dans les équations ou les calculs symboliques. Choix parmi 20 constantes et 100 unités groupées dans 28 catégories.

- **Solveur numérique interactif**

Utilise un solveur numérique interactif pour résoudre numériquement n'importe quelle variable dans une équation.

- **Langages**

Les messages et menus peuvent être affichés en français (avec l'application logicielle Flash).

- **Statistiques et probabilités avancées**

10 modèles de régression, combinaisons, nombre aléatoire, lois de distribution...

3) Caractéristiques de la TI-89

- Possibilité de mettre à jour le système d'exploitation, en téléchargeant depuis l'ordinateur une version plus récente.
- Fonctions de calcul formel avancé pour le lycée et les études supérieures.
- Affichage des équations et des résultats avec les notations mathématiques usuelles.
- Résultats réels et complexes.
- Écran d'historique pouvant rappeler les 99 entrées précédentes.
- 188 Ko de mémoire RAM disponibles.
- 500 Ko de mémoire Flash ROM disponibles pour archiver des données, des fichiers ou des applications logicielles.
- Représentation graphique des fonctions, équations paramétriques, équations polaires, suites définies par récurrences, surfaces 3D et équations différentielles.
- Pentés et directions pour l'étude graphique des équations différentielles.
- Valeurs numériques des fonctions dans les tables.

- Analyse interactive des valeurs des fonctions, racines, maximums, minimums, intégrales, dérivées, intersections, points d'inflexion et distances.
- Solution symbolique exacte pour beaucoup d'équations différentielles du 1er et du 2nd degré.
- Résolution des équations différentielles par les méthode de RK et Euler.
- Rotation en temps réel des représentations 3D.
- Résolution symbolique de systèmes d'équations pour des systèmes linéaires et non linéaires.
- Calcul algébrique sur les matrices.
- Plus de 100 symboles d'unités à utiliser dans les équations, les calculs et les conversions d'unités.
- Conversions et opérations en modes hexadécimal et binaire.
- Statistiques à 1 et 2 variables, 10 modèles de régression.
- Représentation statistique.
- Capacité de programmation limitée par la mémoire de la calculatrice.
- Option de programmation en assembleur.
- Catalogue des fonctions et instructions disponibles avec indication de la syntaxe à utiliser.
- Compatible avec les CBL2™ et CBR™.
- Transferts des données vers l'ordinateur ou Mac possible, avec les câbles TI-GRAPH LINK™ et les logiciels d'interface TI-GRAPH LINK ou TI-Connect vendus séparément.
- 4 piles LR03 et pile lithium de sauvegarde inclus.

ANNEXE 5

FICHE DE TRAVAIL

POUR LE GROUPE TÉMOIN

ET EXPÉRIMENTAL

GROUPE TÉMOIN

(Aucune calculatrice n'est permise pour faire ce travail)

Nom : _____
Groupe : _____
Établissement : _____
Date : _____

Ce document contient des exercices et des problèmes liés aux thèmes suivants

3. **Module 1 : Thème : La résolution des problèmes à l'aide des systèmes d'équations et d'inéquations** (*Équations linéaires à deux variables; Système d'équations linéaires à deux variables; Système d'inéquations linéaires à deux variables; Problèmes d'optimisation*).
4. **Module 2 : Thème : La résolution des problèmes en utilisant des fonctions à variables réelles comme modèle d'une situation** (*Fonctions réelles; Fonctions polynomiales de degré 1, 2 et 3; Fonctions rationnelles*).
5. **Module 3 : Thème : Manipulations algébriques**

Module 1**Thème : la résolution des problèmes à l'aide des systèmes d'équations et d'inéquations**

Résoudre qui suivent et inscrire les réponses dans les cases appropriées

1) Équations linéaires à deux variables

Problème	Démarche et résultat	Règle mathématique	Interprétation des résultats	Temps
<p><i>Au restaurant Vieux Village, il y a 60 places de plus pour les non-fumeurs que pour les fumeurs. À l'aide de la méthode de comparaison, trouve le nombre de places réservées aux non-fumeurs si ce restaurant contient 420 places.</i></p>				

2- Système d'inéquations linéaires à deux variables

<i>Problème</i>	<i>Démarche et résultat</i>	<i>Règle mathématique</i>	<i>Interprétation des résultats</i>	<i>Temps</i>
<p><i>Représente graphiquement l'ensemble-solution du système d'inéquations suivant :</i></p> $y \geq -2X + 4$ $2y \geq 2X + 10$				

3- Système d'inéquations linéaires à deux variables

Problème	Démarche et résultat	Règle mathématique	Interprétation des résultats	Temps
<p><i>Vendredi soir, à la maison des jeunes, moins de 350 personnes étaient présentes. On y comptait plus de garçons que filles.</i></p> <p><i>Représente cette situation dans un plan cartésien.</i></p>				

Module 2

Thème : la résolution des problèmes en utilisant des fonctions à variables réelles comme modèle d'une situation

Résoudre les problèmes qui suivent et inscrire les réponses dans les cases appropriées

1) Fonction réelle

Problème	Démarche et résultat	Règle mathématique	Interprétation des résultats	Temps
<p>Une entreprise fabrique des lampes. Le coût de productions de x lampes est de $(35x + 75)$ \$.</p> <p>On peut donc établir le coût unitaire de x lampes par l'équation :</p> $C(x) = \frac{35x + 75}{x}$ <p>Si le coût unitaire de productions s'élève à 50\$, combien de lampes ont été fabriquées?</p>				

2) Fonctions polynomiales de degré 1 et 2

<i>Problème</i>	<i>Démarche et résultat</i>	<i>Règle mathématique</i>	<i>Interprétation des résultats</i>	<i>Temps</i>
<p><i>Trouve les zéros des fonctions suivantes :</i></p> <p>1- $f(x) = 2x + 1$</p> <p>2- $g(x) = x^2 - 8x + 15$</p>				

4- Fonctions rationnelles

Problème	Démarche et résultat	Règle mathématique	Interprétation des résultats	Temps
<p data-bbox="147 323 544 391"><i>Pour quelle valeur de x, si elle existe, a-t-on $F(x) = 3$?</i></p> $F(x) = \frac{2}{x-1} + 4$				

Module 3**Thème : Manipulations algébriques**

Résoudre les problèmes qui suivent et inscrire les réponses dans les cases appropriées

1) Factoriser

<i>Problème</i>	<i>Démarche et résultat</i>	<i>Règle mathématique</i>	<i>Interprétation des résultats</i>	<i>Temps</i>
<p><i>Factoriser le polynôme suivant :</i></p> $P(x) = 2x^3 - x^2 - 10x + 5$				

2) Décomposer

Problème	Démarche et résultat	Règle mathématique	Interprétation des résultats	Temps
<p data-bbox="157 323 499 394"><i>Décomposer en facteurs le polynôme suivant :</i></p> <p data-bbox="157 471 457 513">$Q(x) = 16x^2 - 40x + 25$</p>				

3) *Simplifier*

Problème	Démarche et résultat	Règle mathématique	Interprétation des résultats	Temps
$\frac{x^2 - 9}{2x + 6}$				

GROUPE EXPÉRIMENTAL

(Seule la calculatrice TI-89 Titanium est permise pour faire ce travail)

Nom : _____

Groupe : _____

Établissement : _____

Date : _____

Ce document contient des exercices et des problèmes liés aux thèmes suivants

- 1) **Module 1 : Thème : La résolution des problèmes à l'aide des systèmes d'équations et d'inéquations** (*Équations linéaires à deux variables; Système d'équations linéaires à deux variables; Système d'inéquations linéaires à deux variables; Problèmes d'optimisation*).

- 2) **Module 2 : Thème : La résolution des problèmes en utilisant des fonctions à variables réelles comme modèle d'une situation** (*Fonctions réelles; Fonctions polynomiales de degré 1, 2 et 3; Fonctions rationnelles*).

- 3) **Module 3 : Thème : Manipulations algébriques**

Module 1**Thème : la résolution des problèmes à l'aide des systèmes d'équations et d'inéquations**

Résoudre à l'aide de la calculatrice symbolique TI-89 les problèmes qui suivent et inscrire les réponses dans les cases appropriées

1) Équations linéaires à deux variables

Problème	Démarche et résultat	Commande utilisée	Interprétation des résultats	Temps
<p><i>Au restaurant Vieux Village il y a 60 places de plus pour les non-fumeurs que pour les fumeurs. À l'aide de la méthode de comparaison, trouve le nombre de places réservées aux non-fumeurs si ce restaurant contient 420 places.</i></p>				

2) *Système d'inéquations linéaires à deux variables*

Problème	Démarche et résultat	Commande utilisée	Interprétation des résultats	Temps
<p data-bbox="157 327 447 397"><i>Résoudre le système d'inéquations suivant :</i></p> $x + y \geq 10$ $50x + 40y \geq 500$				

3) Système d'inéquations linéaires à deux variables

Problème	Démarche et résultat	Commande utilisée	Interprétation des résultats	Temps
<p><i>Vendredi soir, à la maison des jeunes, moins de 350 personnes étaient présentes. On y comptait plus de garçons que filles.</i></p> <p><i>Représente cette situation dans un plan cartésien.</i></p>				

Module 2**Thème : la résolution des problèmes en utilisant des fonctions à variables réelles comme modèle d'une situation**

Résoudre à l'aide de la calculatrice symbolique TI-89 les problèmes qui suivent et inscrire les réponses dans les cases appropriées

1) Fonction réelle

Problème	Démarche et résultat	Commande utilisée	Interprétation des résultats	Temps
<p>Une entreprise fabrique des lampes. Le coût de productions de x lampes est de $(35x + 75)$ \$.</p> <p>On peut donc établir le coût unitaire de x lampes par l'équation :</p> $C(x) = \frac{35x + 75}{x}$ <p>Si le coût unitaire de productions s'élève à 50\$, combien de lampes ont été fabriquées?</p>				

2) Fonctions polynomiales de degré 1 et 2

Problème	Démarche et résultat	Commande utilisée	Interprétation des résultats	Temps
<p><i>Trouve les zéros des fonctions suivantes :</i></p> <p>1- $f(x) = 2x + 1$</p> <p>2- $g(x) = x^2 - 8x + 15$</p>				

3) *Fonctions rationnelles*

<i>Problème</i>	<i>Démarche et résultat</i>	<i>Commande utilisée</i>	<i>Interprétation des résultats</i>	<i>Temps</i>
<p data-bbox="140 313 540 385"><i>Pour quelle valeur de x, si elle existe, a-t-on $F(x) = 3$?</i></p> $F(x) = \frac{2}{x-1} + 4$				

Module 3**Thème : Manipulations algébriques**

Résoudre à l'aide de la calculatrice symbolique TI-89 les problèmes qui suivent et inscrire les réponses dans les cases appropriées

1) Factoriser

Problème	Démarche et résultat	Commande utilisée	Interprétation des résultats	Temps
Factoriser le polynôme suivant : $P(x) = 2x^3 - x^2 - 10x + 5$				

2) Décomposer

Problème	Démarche et résultat	Commande utilisée	Interprétation des résultats	Temps
<p data-bbox="153 287 505 358"><i>Décomposer en facteurs le polynôme suivant :</i></p> $Q(x) = 16x^2 - 40x + 25$				

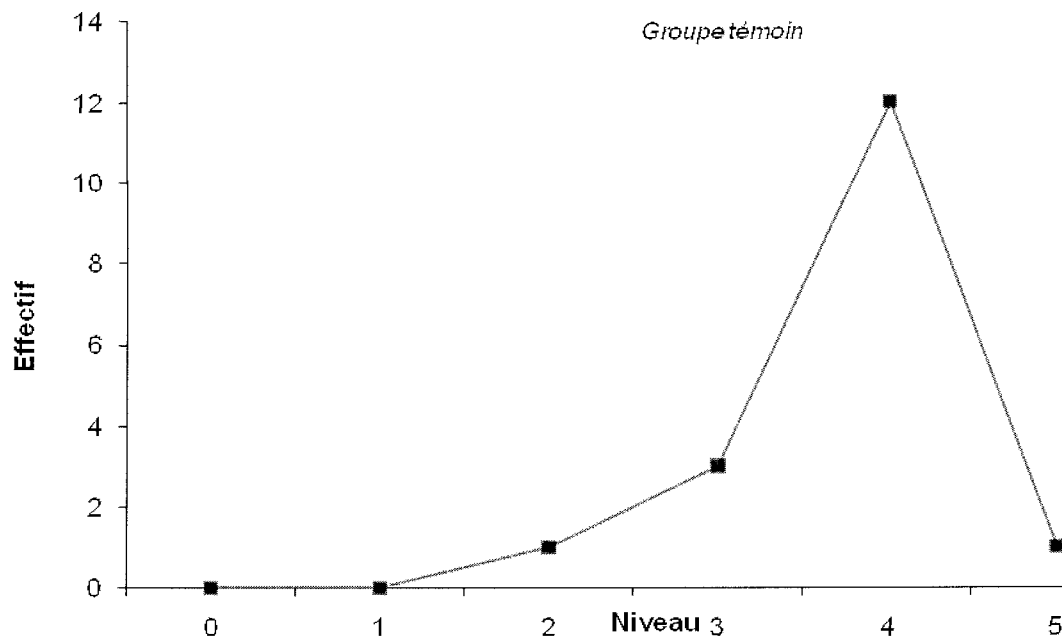
3) *Simplifier*

Problème	Démarche et résultat	Commande utilisée	Interprétation des résultats	Temps
$\frac{x^2 - 9}{2x + 6}$				

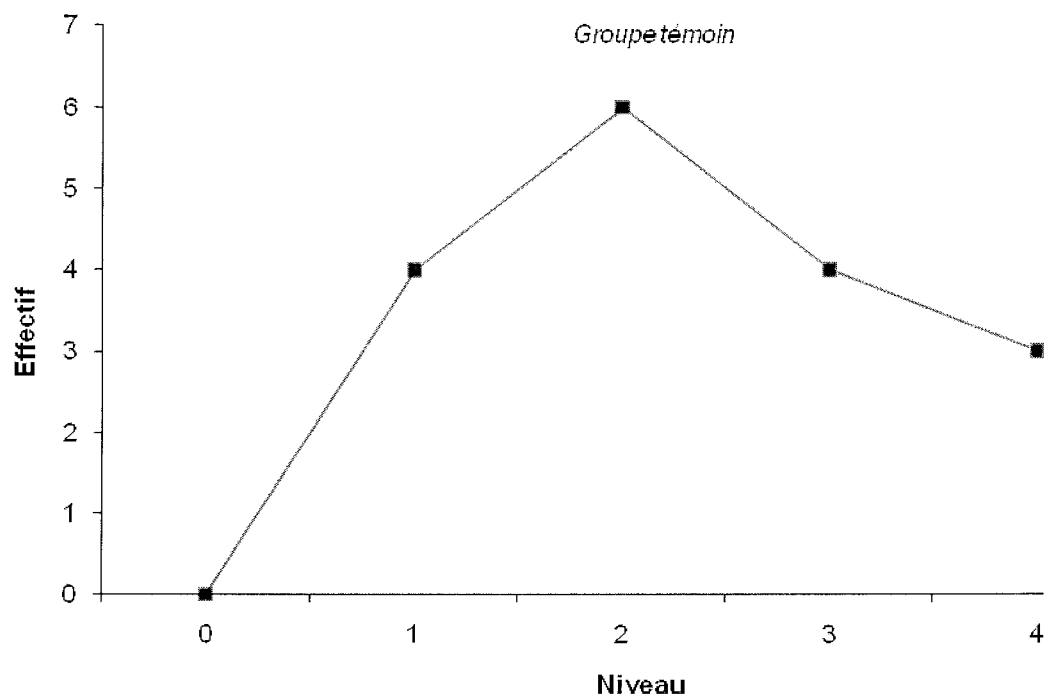
ANNEXE 6

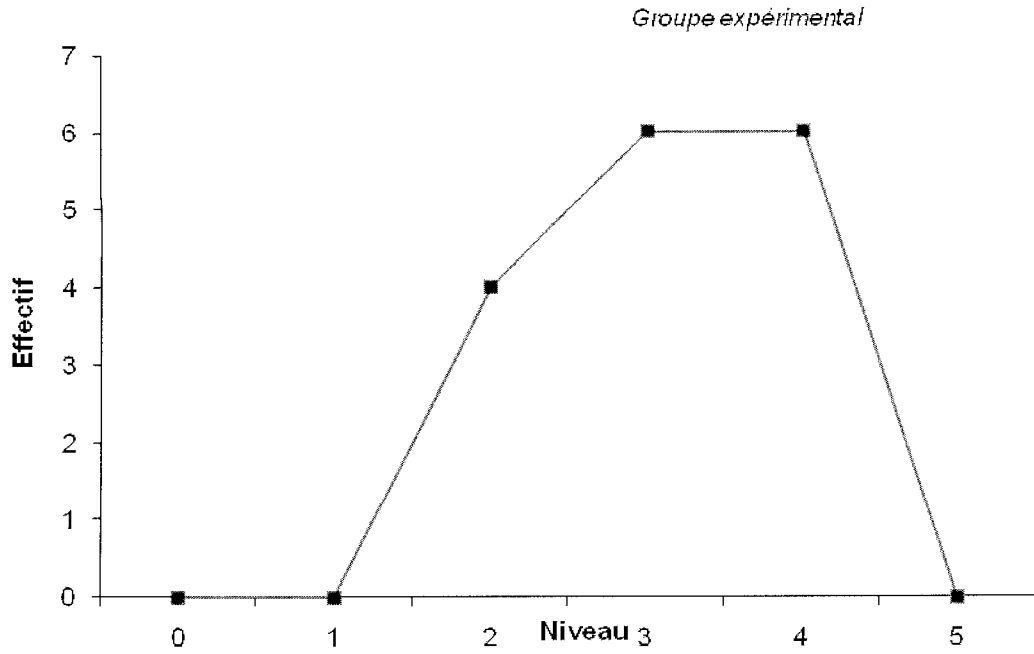
RÉSULTATS DE LA RECHERCHE

Résultat de la recherche : Application et raisonnement

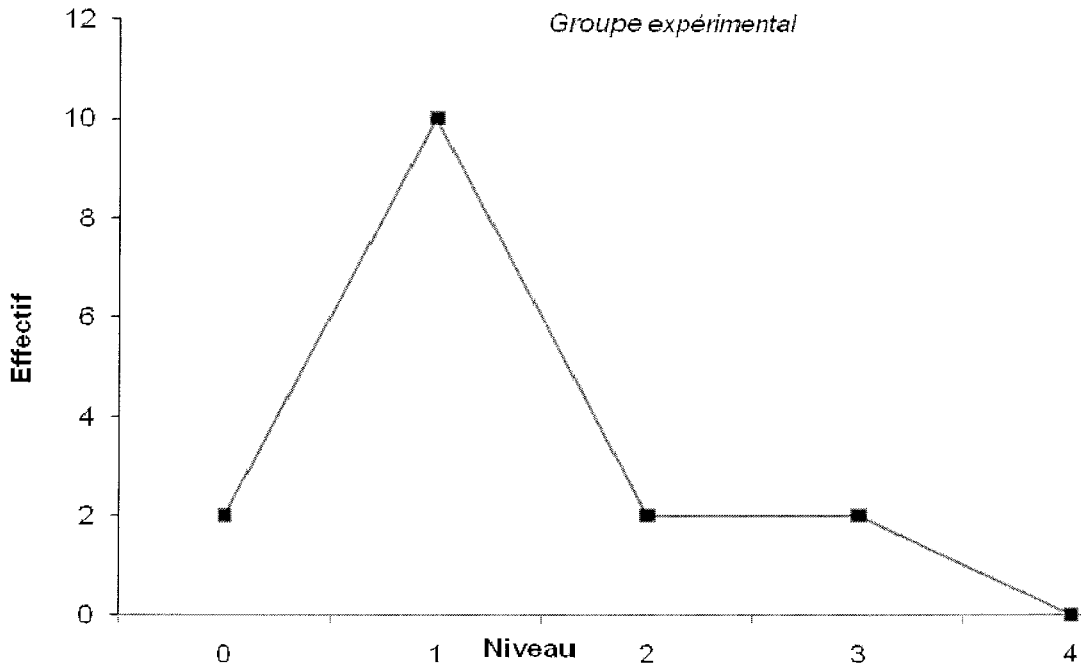


Résultat de la recherche : Réflexion et évaluation





Résultat de la recherche : Réflexion et évaluation



Comparaison des résultats de la recherche en fonction de la variable 1

Niveau du descripteur	Groupe expérimental		Groupe témoin	
	Nombre d'élève	Pourcentage	Nombre d'élève	Pourcentage
0	0	0 %	0	0 %
1	0	0 %	0	0 %
2	4	25 %	1	6 %
3	6	37,5 %	3	18 %
4	6	37,5 %	12	70 %
5	0	0 %	1	6 %

Comparaison des résultats de la recherche en fonction de la variable 2

Niveau du descripteur	Groupe expérimental		Groupe témoin	
	Nombre d'élève	Pourcentage	Nombre d'élève	Pourcentage
0	2	12,5 %	0	0 %
1	10	62,5 %	4	23,5 %
2	2	12,5 %	6	35 %
3	2	12,5 %	4	23,5 %
4	0	0 %	3	18 %

LES MESURES DE TENDANCE CENTRALE**1. Variable 1 : Application et raisonnement**

	Groupe expérimental	Groupe témoin
Mode (Mo)	3 et 4	4
Médiane (Md)	3	4
Moyenne (X)	3,125	3,75

2. Variable 2 : Réflexion et évaluation

	Groupe expérimental	Groupe témoin
Mode (Mo)	1	2
Médiane (Md)	3	2
Moyenne (X)	1,25	2,35

ANNEXE 7

LETTRE DE LA COMPAGNIE

TEXAS INSTRUMENT

10/17/06

ABDELLAHMANE BEN HERDAL
56, 1 ERRE RUE OUEST.
RIMOUSKI, P.Q. G5L 1A1

31-10-06

~~31~~ JULY
#27

Ship Date: 10/17/06
Workshop End Date: 11/01/06
Product Information:

1 TT-89 TIT. KIT

Dear Workshop Loan Participant,

Thank you for using the Texas Instruments Workshop Loan Program.

It is our pleasure to loan you this equipment to you. To allow us to operate as efficiently as possible, please help us by cooperating on the following points:

As requested, please find the enclosed kit. Attached is a Federal Express waybill for the return shipment of the items. Please contact Federal Express at 1-800-463-3339 to arrange for a pickup.

Return date for the kit should be 11/01/06. We ask that the units be returned immediately after the use to ensure availability to other parties.

If you need to make any changes or have any questions please call me at 416-482-9923.

Thank you for choosing to use Texas Instruments.

Sincerely,

Maureen Kelly
EDUCATIONAL PRODUCTIVITY SOLUTIONS