

# Sommaire

Remerciements .....	2
Introduction .....	5
Chapitre 1 : Influence de la modélisation d'une poutre simple sur les actions de liaisons .....	7
Préambule .....	8
1) Modélisation d'une poutre sur 2 appuis fixes .....	8
2) Modélisation d'une poutre sur 2 appuis élastiques .....	10
2-1) Liaisons modélisées par des LINK .....	11
2-1-1) Poutre modélisée par des LINK .....	11
2-1-2) Poutre modélisée par des BEAM .....	12
2-2) Liaisons modélisées par des BEAM .....	14
2-3) Analyse des résultats pour des appuis élastiques .....	14
3) Modélisation d'une rotule imparfaite .....	15
3-1) Quantification des inerties .....	15
3-2) Calcul des répartitions d'efforts pour la rotule imparfaite .....	18
3-3) Influence du paramètre $\gamma$ .....	20
Conclusion .....	22
Chapitre 2 : Prise en compte des imperfections de liaison pour l'étude du comportement d'un système réticulé autocontraint .....	23
Préambule .....	24
1) Comparaison entre les deux modélisations LINK/BEAM .....	25
1.1) Sous autocontrainte seulement .....	25
1.2) Sous chargement gravitaire .....	26
1.2.1) Comparaisons des actions .....	26
1.2.2) Comparaisons des déplacements .....	27
1-2-3) Comparaisons des efforts .....	28
1.3) Evolution des efforts en fonction de l'augmentation du poids propre .....	29
1.3.1) Comparaison des efforts dans chaque type d'éléments en fonction de l'augmentation du poids propre .....	29
1-3-2) Comparaison des moments qui se développent dans les barres en fonction de l'augmentation du poids propre .....	32
1-3-3) Comparaisons des déplacements des nœuds de la nappe supérieure sous poids propre .....	33
1-3-4) Comparaisons des déplacements maximaux en flexion .....	34

2) Charge répartie sur la nappe supérieure .....	34
2-1) Comparaison des efforts dans les éléments .....	35
2-1-1) Comparaisons des efforts dans chaque type d'éléments en fonction de l'augmentation de la force appliquée .....	35
2-1-2) Comparaisons des moments dans chaque type d'éléments en fonction de l'augmentation de la charge de la nappe supérieure .....	37
2-2) Comparaison des déplacements aux nœuds .....	38
2-2-1) Comparaisons des déplacements des nœuds de la nappe supérieure sous la charge répartie sur la nappe supérieure.....	38
2-2-2) Comparaisons des déplacements maximaux.....	38
Chapitre 3 : 40Effet d'un excentrement des actions aux nœuds sur le comportement d'un système réticulé autocontraint.....	40
Préambule .....	41
1)Caractéristiques des éléments qui déportent les câbles : .....	41
2)Influence sur l'autocontrainte .....	42
3) Sous chargement gravitaire .....	44
3-1) Comparaison des efforts en fonction de l'augmentation du poids propre .....	44
3-2) Comparaisons des moments qui se développent dans les barres en fonction de l'augmentation du poids propre.....	45
3-3) Comparaison des déplacements maximaux en flexion.....	45
4) Charge répartie sur la nappe supérieure .....	47
4-1) Comparaisons des efforts dans chaque type d'éléments en fonction de l'augmentation de la force appliquée.....	47
4-2) Comparaison des moments dans chaque type d'éléments en fonction de l'augmentation de la charge de la nappe supérieure .....	49
Le moment induit dans les barres latérales de l'anneau diminue en fonction de l'augmentation de la charge de la nappe supérieure mais la différence n'est pas très significative.....	49
4-3) Comparaison des déplacements aux nœuds .....	49
Conclusion .....	51
Bibliographie.....	53
Annexe 1 .....	54
Annexe 2 .....	55

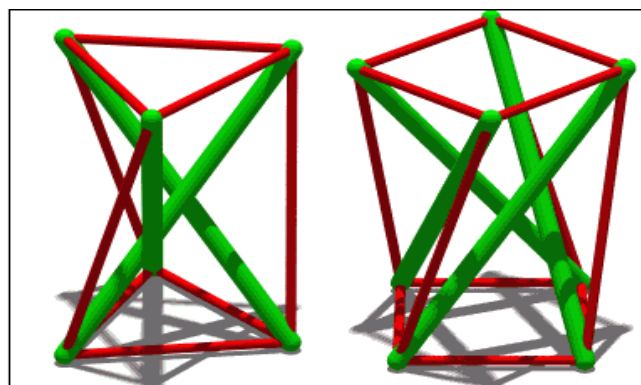
## Introduction

Les systèmes de tensegrité sont des systèmes innovants dans le domaine du Génie Civil. Leur esthétique est une source d'inspiration nouvelle pour les architectes. Ce sont des systèmes réticulés, spatiaux et en état d'autocontrainte.

Ces systèmes, réticulés, spatiaux et autocontraints étant constitués d'éléments rectilignes, cela a incité leurs concepteurs à utiliser des éléments câbles pour les éléments tendus et des barres pour les éléments comprimés. Cette idée a été pour la première fois mise en application par un sculpteur, Kenneth Snelson [SNE73]. Mais il a été vite rejoint par des ingénieurs comme Richard Buckminster Fuller ([FUL62] et [FUL73]) ou David Georges Emmrich [EMM88].



*Figure 1 : Un système de tensegrité réalisé par Kenneth SNELSON "Needle Tower"*



*Figure 2 : Modules de tensegrité (simplex et quadruplex)*

Tensegrité est une traduction libre du terme tensegrity qui est le résultat de la contraction des termes « Tensile Integrity ». Il fait référence à cet assemblage d'éléments tendus seulement maintenus par des éléments comprimés. Emmrich a utilisé le nom de "structures tendues et autotendantes". Fuller parle même "d'îlots de compression dans un océan de traction".

Il faut souligner que pour certaines structures, l'assemblage est réalisé de telle façon que les barres forment un réseau discontinu. Elles donnent alors l'impression de flotter dans l'espace.

Les recherches sur les systèmes de tensegrité ont abouti à de nombreuses définitions.

René Motro [MOT00] en a proposé une conceptuelle très générale : "***Un système de tensegrité est un système dans un état d'autocontrainte stable, il comprend un ensemble discontinu de composants comprimés à l'intérieur d'un continuum de composants tendus***".

Mais pour des systèmes destinés à la construction, il est préférable de donner une autre définition, qui est plus restrictive que la précédente. En introduisant le concept d'éléments linéaires et réticulés, la définition devient [MOT97] : "*les systèmes de tenségrité sont des systèmes réticulés, spatiaux en état d'autocontrainte. Les éléments ont une fibre moyenne rectiligne et des tailles du même ordre de grandeur. Les éléments comprimés forment un réseau discontinu. Les éléments tendus forment un réseau continu et n'ont pas de rigidité en compression*".

- Ces systèmes sont **réticulés** dans la mesure où leurs éléments constitutifs sont associés par des liaisons autorisant de potentielles rotations. Ces liaisons seront appelées nœuds du système.
- Ils sont **spatiaux** car ils peuvent rester en équilibre sous des actions extérieures de direction quelconque. Ces actions sont supposées appliquées sur les nœuds pour ne pas engendrer de sollicitation de flexion ou de torsion dans les éléments.
- **L'autocontrainte** est un état de sollicitation qui est instauré dès le montage du système. Elle est indépendante de toute liaison avec l'extérieur et elle est définie à un coefficient multiplicatif près définissant le **niveau d'autocontrainte**.

Les fibres moyennes des éléments étant supposées coïncidentes au centre de gravité des liaisons, et les actions appliquées aux nœuds, l'hypothèse est faite traditionnellement pour ces systèmes que les sollicitations induites dans les éléments sont uniquement de la traction ou de la compression simples. Les actions ne sont donc pas supposées engendrer de sollicitation de flexion ou de torsion dans les éléments.

Cette hypothèse, purement théorique, nous amène à nous poser la question de sa pertinence dans le cas réel. Ce travail de Master doit nous permettre d'évaluer dans quelle mesure cette hypothèse reste correcte et si les imprécisions de réalisation ou de modélisation faussent ou pas les résultats.

Pour cela, nous allons dans un premier temps prendre en compte le poids propre réel des barres dans le calcul alors qu'on rapportait toujours la moitié du poids propre de l'élément à ses extrémités dans les modélisations antérieures. Le but est de vérifier si cela peut avoir des incidences sur les actions aux nœuds sachant que les rigidités relatives des appuis peuvent changer la répartition des actions de liaison. L'influence du choix du type d'élément fini utilisé (barre ou poutre) sera évaluée sur une poutre simple.

Par la suite, nous étendrons cette étude à un système de tenségrité plus complexe ayant déjà fait l'objet d'une étude poussée au sein de l'équipe Conception en Structures du LMGC.

Nous conclurons par une évaluation des effets des imprécisions de réalisation amenant à excentrer les fibres moyennes des éléments par rapport aux nœuds. Nous verrons ainsi si cela remet en cause ou non les résultats antérieurs qui n'ont pas tenu compte de cet excentrement sur l'anneau de tenségrité (Figure 3).



*Figure 3 : Anneau de tenségrité et détail de réalisation du nœud*

## **Chapitre 1 :**

**Influence de la modélisation d'une poutre simple sur les actions de liaisons**

## Préambule

Cette modélisation est menée pour savoir s'il y a une différence au niveau des calculs des actions de liaison entre les éléments BEAM et LINK, pour une poutre sur deux appuis fixes, sachant que :

- L'élément BEAM correspond à des éléments poutres, travaillant en traction, compression, flexion et torsion. Il transmet translations et rotations. Il possède 6 degrés de liberté par nœud.
- L'élément LINK correspond à des éléments barres, travaillant en traction/compression. Il transmet juste les translations. Il possède 3 degrés de liberté par nœud.

La modélisation sur Ansys d'une poutre (Figure1) est envisagée de deux façons :

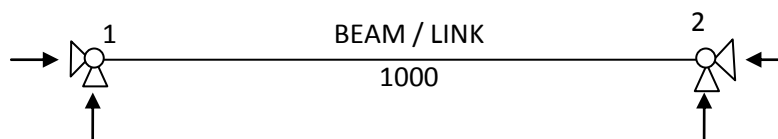
- avec des éléments « poutre » (BEAM3).

- avec des éléments « barre » (LINK1).

Les définitions des éléments BEAM3 et LINK1 est la même que celle présentée avant, le choix de ces éléments (BEAM3/LINK1) est faite sur la base de leur dimension (2D) contrairement au BEAM4, LINK8 et LINK10 qui sont des éléments 3D, en plus, la particularité des LINK10 est qu'il peuvent travailler en compression ou traction [Ansys13].

### 1) Modélisation d'une poutre sur 2 appuis fixes

Dans cette partie, nous avons juste chargé l'élément par son poids propre (G) pour évaluer les actions aux nœuds (Tableau 1.1) dans le cas où la poutre est liée à deux appuis fixes. Nous travaillons dans le plan formé par la direction de la poutre et celle de la gravité.



*Figure 1.1 : Poutre étudiée en position horizontale*

Section	Longueur	Poids propre	Inertie	Appuis
0,05 m x 0,05 m	1 m	192,5 N	$5,208 * 10^{-7} m^4$	Rotule

*Tableau 1.1 : Caractéristique de la poutre étudié*

On évalue ces actions de liaison pour différents angles incidents de la poutre par rapport à l'horizontale (figure 1.2).

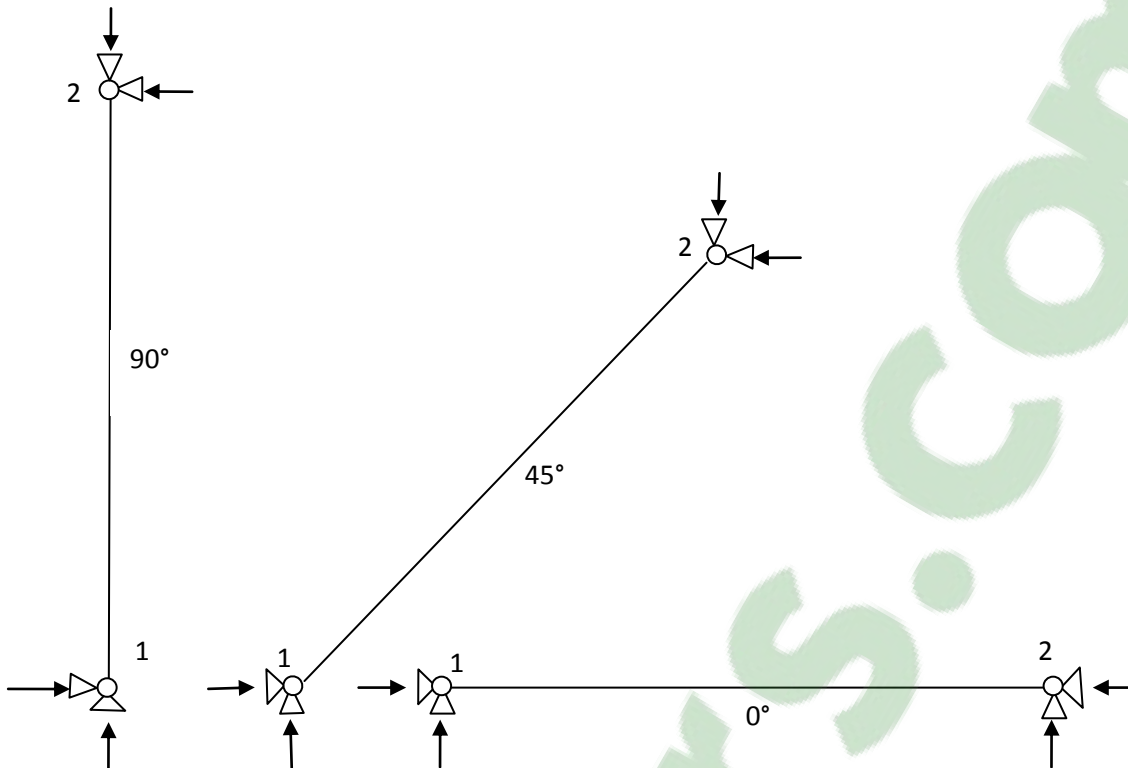


Figure 1.2 : Différents angles incidents de la poutre par rapport à l'horizontale sont envisagés

Toutes les actions sont alors identiques pour les liaisons à gauche et à droite ( $F/2$ ) dans tous les cas envisagés ( $0^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $90^\circ$ ) (cf. Tableau 1.2) que ce soit avec un maillage plus ou moins raffiné de BEAM ou un seul élément LINK.

		BEAM3			LINK1		
		Noeud1	Noeud2	Poids total	Noeud1	Noeud2	Poids total
$0^\circ$	Action X	0	0		0	0	
	Action Y	96.285	96.285	192.57	96.285	96.285	192.57
$45^\circ$	Action X	0	0		0	0	
	Action Y	96.285	96.285	192.57	96.285	96.285	192.57
$90^\circ$	Action X	0	0		0	0	
	Action Y	96.285	96.285	192.57	96.285	96.285	192.57

Tableau 1.2 : Actions d'appui pour une poutre articulée à ses deux extrémités

**Le poids propre se répartit donc d'une façon homogène sur les appuis quel que soit l'angle de l'élément et quelle que soit la modélisation (BEAM ou LINK).** Ceci conforte la répartition choisie en  $P/2$  sur chaque extrémité, dans le cas de rotules fixes et où les liaisons sont considérées comme parfaites. Néanmoins, il est connu que, dans la réalisation des ces rotules, il est très difficile d'arriver à une rotule parfaite, et d'autre part les appuis ne sont pas fixes.

Nous allons dans la suite prendre en compte les imperfections des liaisons et pour ce faire, nous introduirons des appuis élastiques au niveau des liaisons avec des raideurs différentes.

## 2) Modélisation d'une poutre sur 2 appuis élastiques

A cette étape, nous souhaitons vérifier si les résultats obtenus précédemment sont toujours valables dans le cas où les liaisons sont des appuis élastiques dont les raideurs peuvent être différentes.

Nous avons étudié les deux types d'élément de la poutre (LINK/BEAM) dans les différentes positions tout en fixant le rapport de rigidité  $\gamma=5$  ( $k_2=\gamma*k_1$ ), où  $k_1$  et  $k_2$  sont les raideurs verticales et horizontales des appuis.

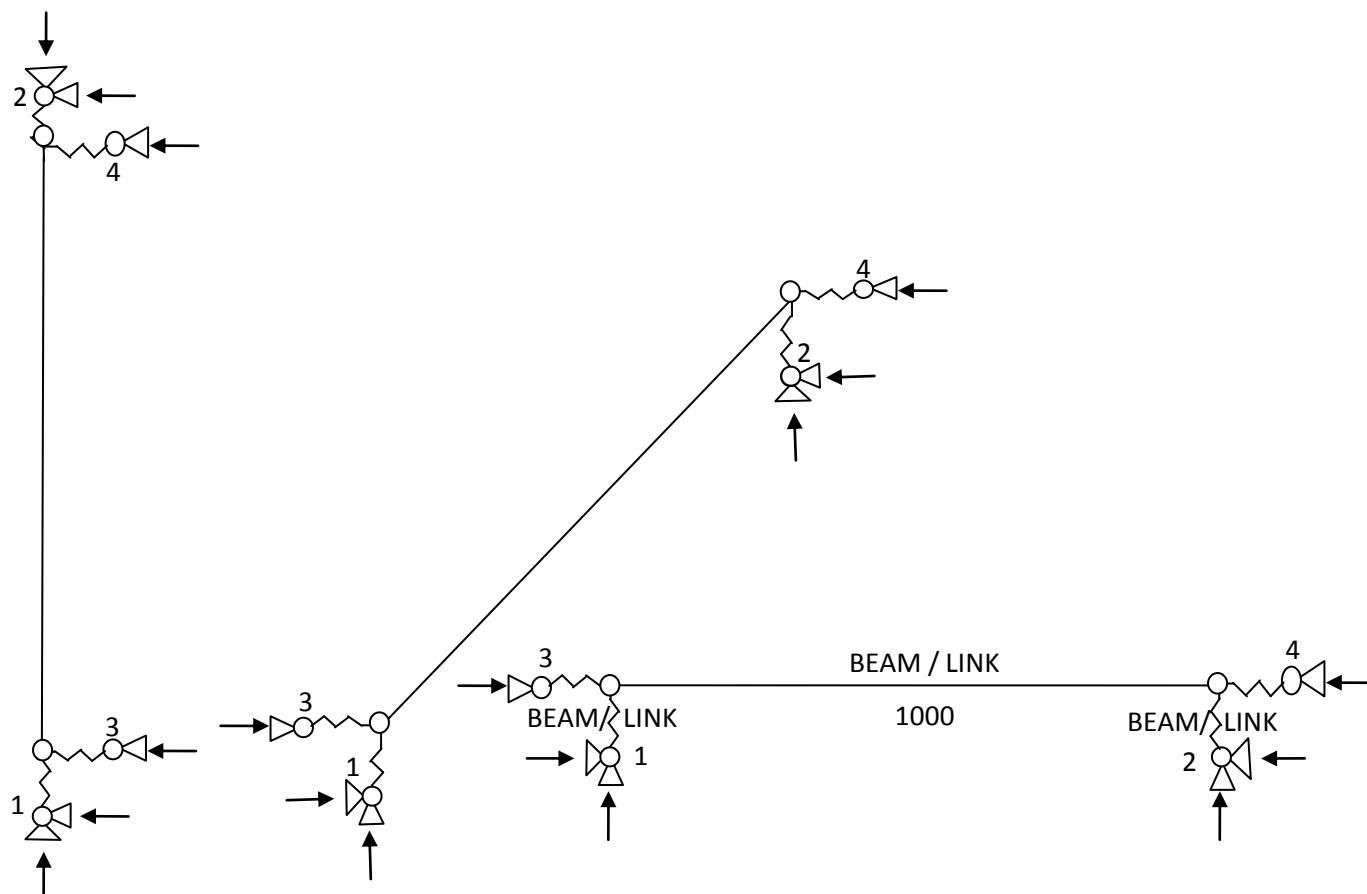


Figure 1.3 : Modélisation des appuis élastiques au niveau des liaisons

	Longueur (m)	Section (m <sup>2</sup> )	Rayon du ressort (m)	Module de Young (MPa)	Masse volumique (Kg/m <sup>3</sup> )	Inertie (m <sup>4</sup> )	Raideur (N/mm)
Poutre	1	0.05x0.05	/	200000	7860	$5.208 \cdot 10^{-7}$	/
Ressort	0.01	$10^{-5}$	0.00178	250	/	$7.884 \cdot 10^{-12}$	250

Tableau 1.3 : Caractéristiques des éléments



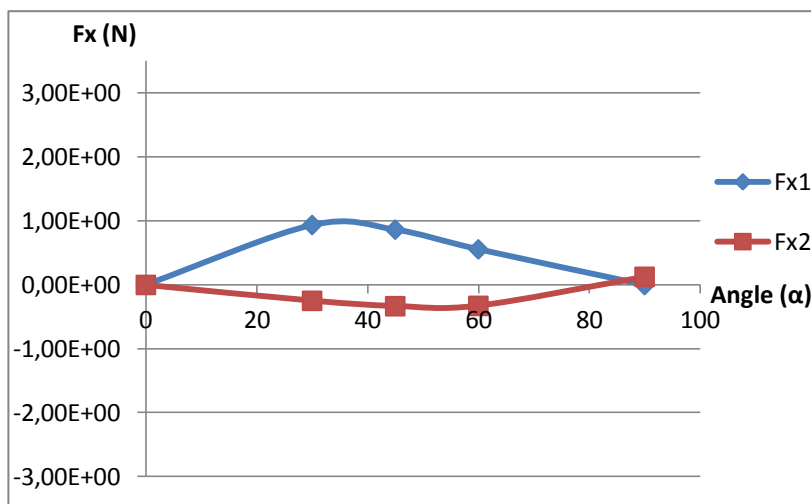
## 2-1) Liaisons modélisées par des LINK

### 2-1-1) Poutre modélisée par des LINK

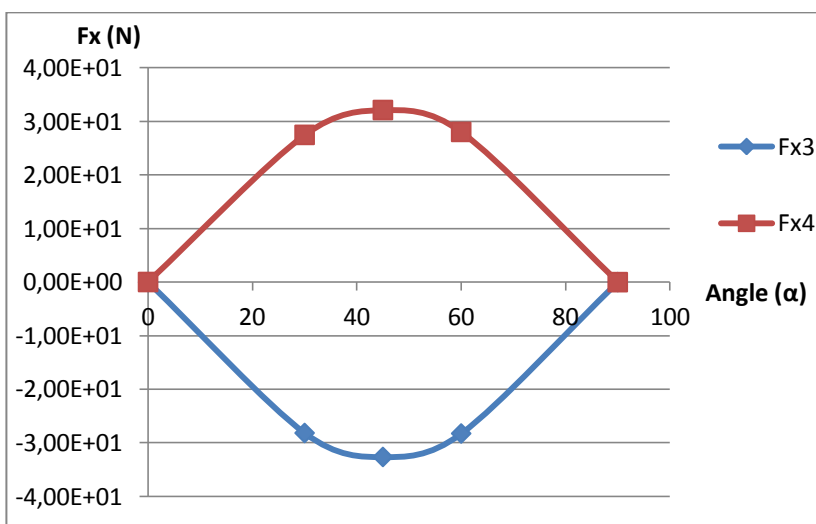
Les actions d'appuis sont calculées pour une modélisation de type barre à la fois pour la poutre et les liaisons élastiques. Les résultats sont fournis dans le tableau et les figures qui suivent.

angle	Fx1	Fx2	Fx3	Fx4	Fy1	Fy2	$\beta$
0	3,95E-04	-7,58E-05	-9,94E-03	9,63E-03	96,28	96,28	1
30	0,937	-0,248	-28,16	27,47	80,55	112,01	1,39
45	0,864	-0,332	-32,64	32,11	64,49	128,08	1,98
60	0,556	-0,327	-28,26	28,03	48,28	144,29	2,98
90	-2,76E-03	0,013	2,73E-03	-1,27E-02	32,12	160,45	4,99

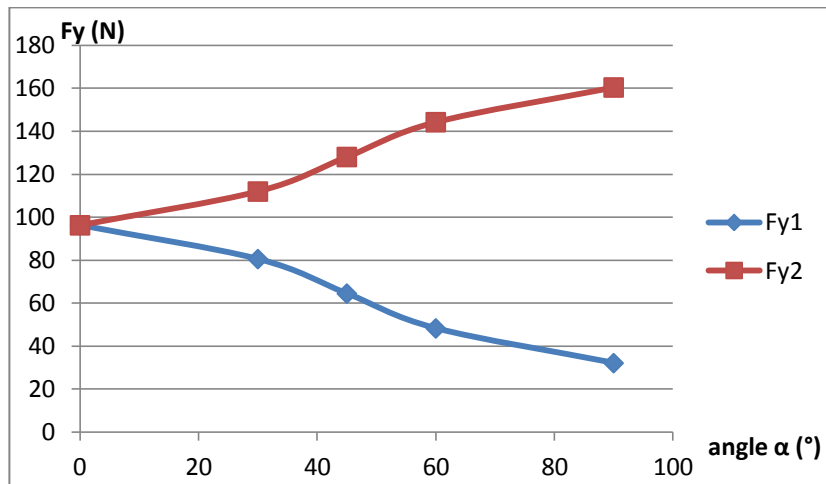
*Tableau 1.4 : Valeurs et ratio ( $\beta$ ) des actions d'appui*



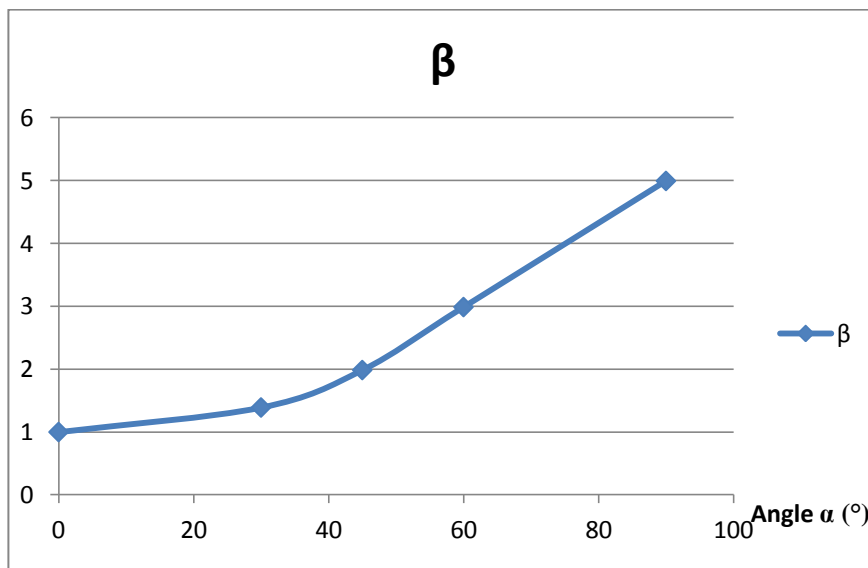
*Figure 1.4 : Valeurs des actions d'appui horizontales*



*Figure 1.5 : Valeurs des actions d'appui horizontales*



*Figure 1.6 : Valeurs des actions d'appui verticales*



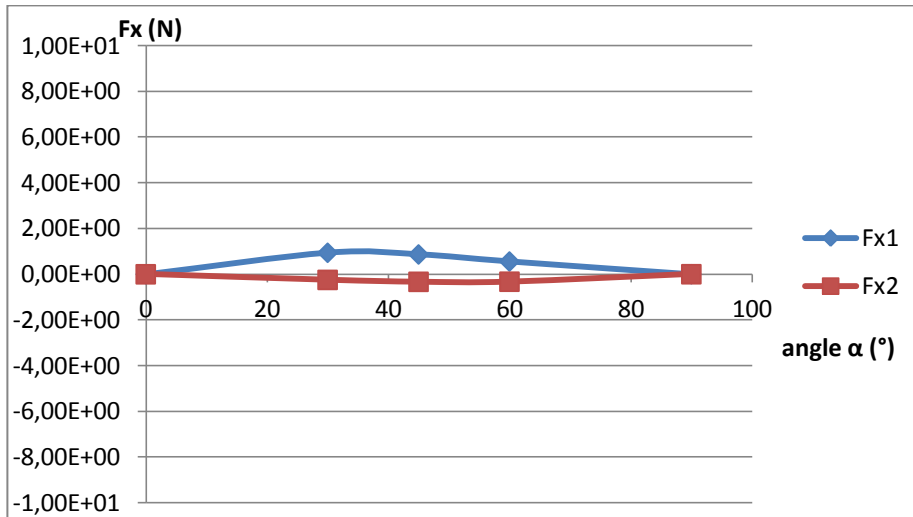
*Figure 1.7 : Ratio des actions d'appui verticales en fonction de l'angle de la poutre*

### 2-1-2) Poutre modélisée par des BEAM

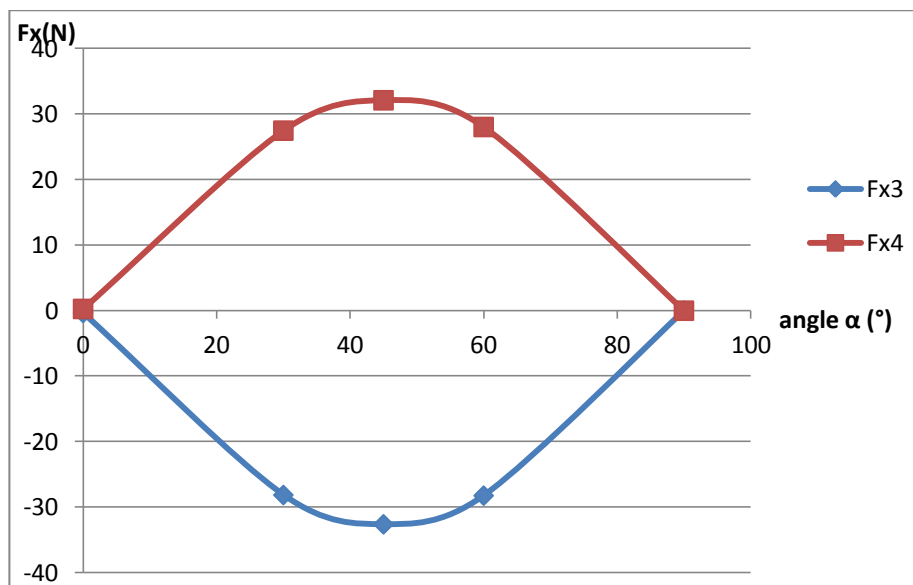
Les actions sont calculées pour une modélisation de type LINK pour les liaisons élastiques et BEAM pour la poutre. Les résultats sont fournis dans le tableau et les figures qui suivent.

angle	Fx1	Fx2	Fx3	Fx4	Fy1	Fy2	$\beta$
0	-1,03E-03	-1,47E-03	-0,4	0,25	96,28	96,28	1
30	0,9	-0,2	-28,2	27,4	80,55	112,01	1,39
45	0,9	-0,3	-32,6	32,1	64,49	128,08	1,98
60	0,5	-0,3	-28,3	28,0	48,28	144,29	2,98
90	-1,75E-04	8,52E-04	-5,50E-03	-1,73E-02	32,12	160,45	4,99

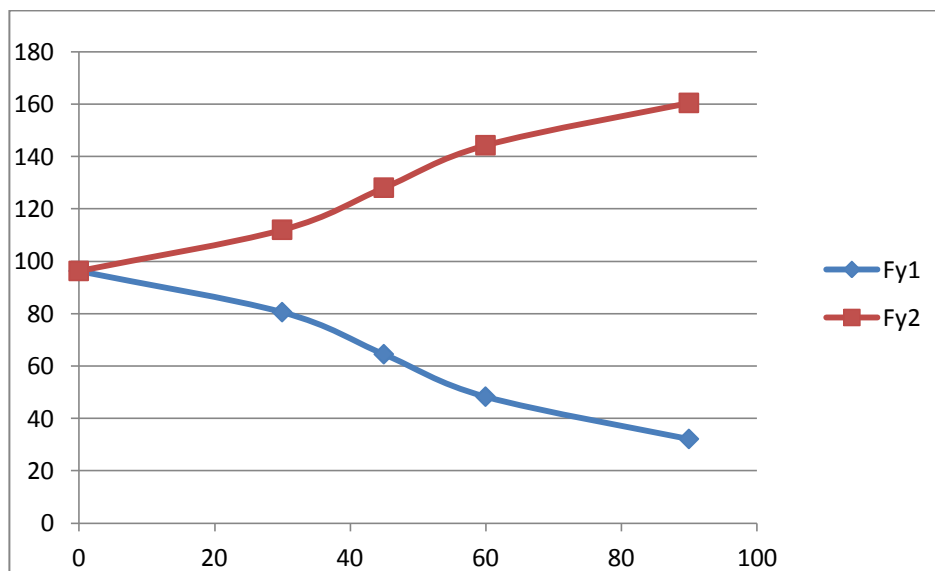
*Tableau 1.5 : Valeurs et ratio ( $\beta$ ) des actions d'appui*



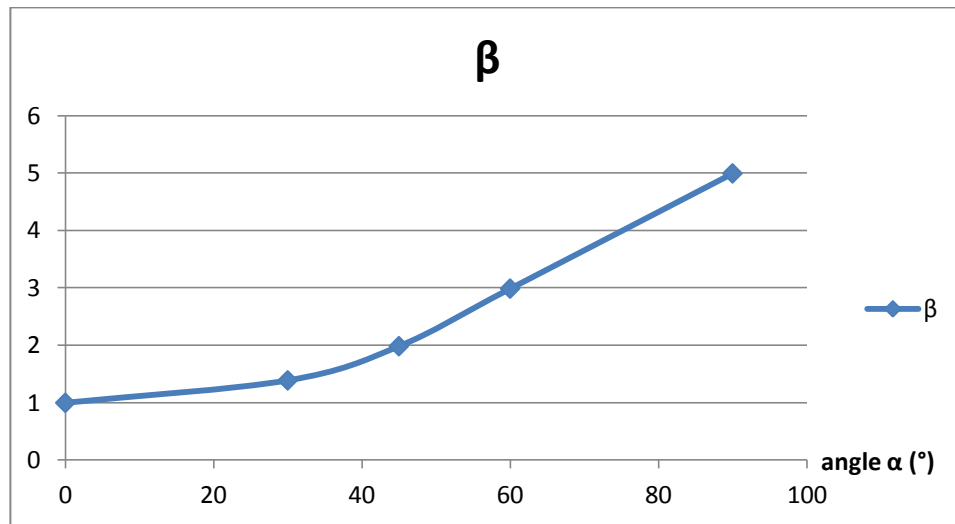
*Figure 1.8 : Valeurs des actions d'appui horizontales*



*Figure 1.9 : Valeurs des actions d'appui horizontales*



*Figure 1.10 : Valeurs des actions d'appui verticales*



*Figure 1.11 : Ratio des actions d'appui verticales en fonction de l'angle de la poutre*

Les résultats sont strictement identiques pour les deux cas traités, la modélisation de type poutre ou barre ne change rien à la répartition des actions d'appui.

## **2-2) Liaisons modélisées par des BEAM**

Les mêmes études ont été menées mais en prenant des éléments poutres pour les appuis élastiques.

angle	Fx1	Fx2	Fx3	Fx4	Fy1	Fy2	$\beta$
0	-1,95E-02	-1,22E-01	1,31E-02	0,12	96,28	96,28	1,00
30	-1,59E-03	0,4	-27,9	27,5	80,17	112,4	1,40
45	-0,2	0,4	-32,1	32,8	64,01	128,56	2,00
60	-0,2	0,4	-27,62	27,5	47,94	144,62	3,01
90	0	0	0	0	32,12	160,45	4,99

*Tableau 1.6 : Valeurs et ratio ( $\beta$ ) des actions d'appui*

Nous obtenons les mêmes résultats car les appuis étant bi-articulés, ils se comportent comme des barres.

## **2-3) Analyse des résultats pour des appuis élastiques**

Les résultats trouvés sont similaires pour les deux modélisations (LINK/BEAM) de la poutre et quel que soit l'angle.

Les éléments rapportent la moitié de la charge aux nœuds (le cas a été testé où le poids propre est remplacé par deux forces ponctuelles), mais des raideurs différentes au niveau des liaisons entraînent une distribution différente des actions.

C'est pourquoi, la prochaine étape va consister à envisager que les articulations soient non seulement sur des appuis élastiques, mais en plus soient imparfaite.

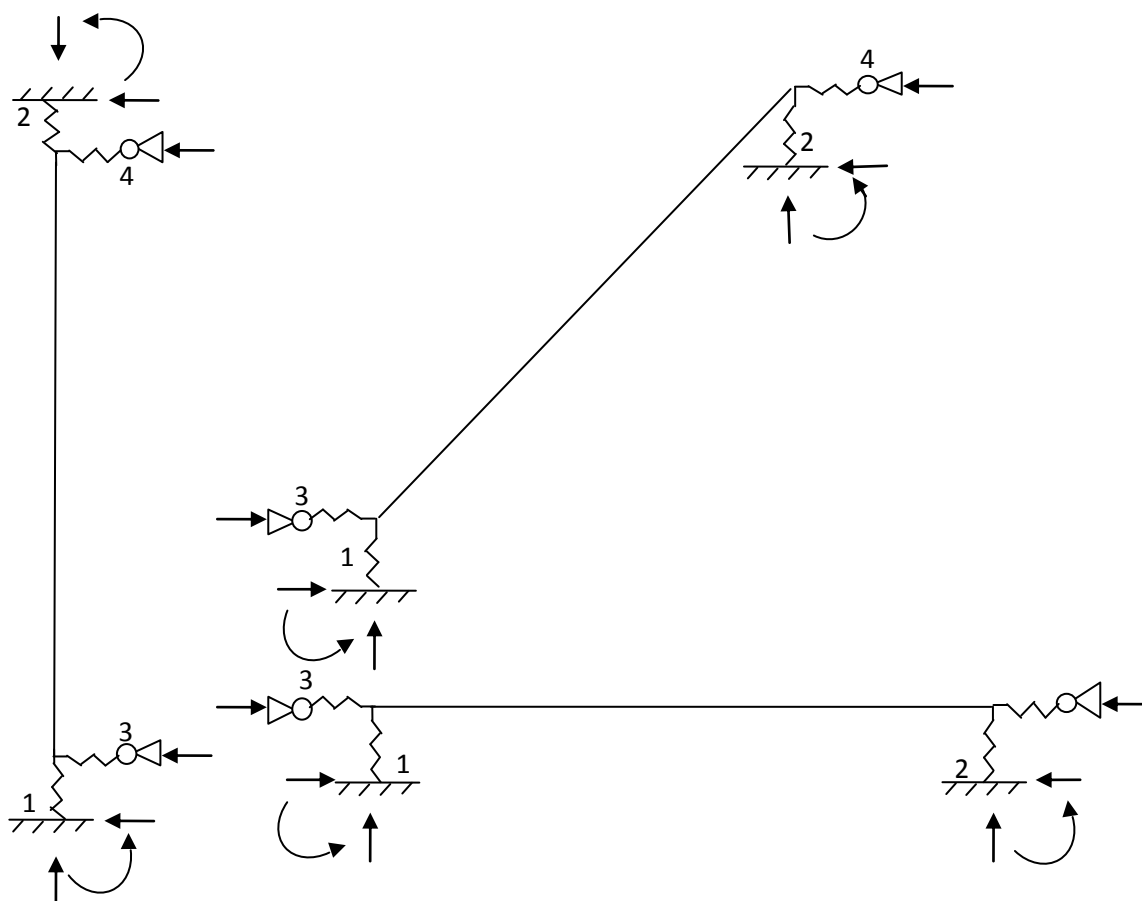
### **3) Modélisation d'une rotule imparfaite**

Pour modéliser une rotule imparfaite, nous avons choisi d'utiliser des éléments BEAM (poutre et appuis élastiques) qui sont reliés entre eux au niveau de la liaison entre la poutre et les appuis, transmettant ainsi à la fois des forces (suivant X et Y) et un moment.

#### **3-1) Quantification des inerties**

Dans cette étude nous avons dans un premier temps gardé les mêmes raideurs dans les liaisons ( $\gamma=1$ ) et nous avons fait varier l'inertie des liaisons élastiques de zéro jusqu'à l'infini pour passer d'une rotule à un encastrement parfait.

Le but était de trouver l'inertie qui correspond au niveau d'imperfection acceptable (5% du moment d'encastrement parfait), censée représenter, a priori, les imperfections rencontrées dans ces liaisons. Par ailleurs, cela permet de mieux comprendre comment se fait la répartition des efforts entre ces deux cas limites.



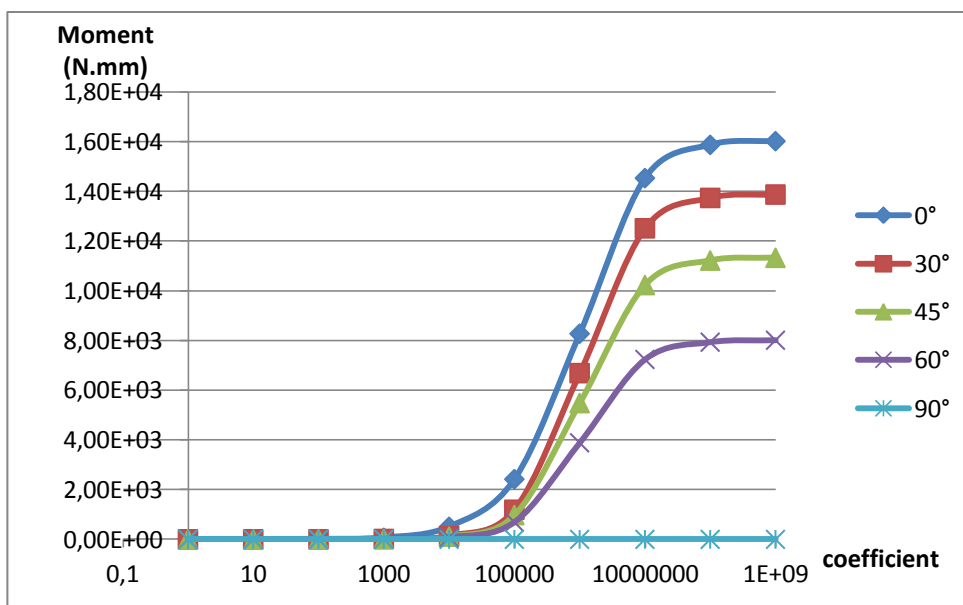
*Figure 1.12 : Appuis élastiques et liaison contrainte entre les appuis et la poutre*

Le rapport entre les actions verticales pour chaque position est égal à 1, puisque les raideurs des appuis sont identiques à gauche et à droite.

Le tableau 1.7 présente les valeurs des moments qui se développent aux extrémités de la poutre en fonction de son angle par rapport à l'horizontale et du facteur multiplicatif appliqué sur l'inertie initiale.

inertie X	0°	30°	45°	60°	90°
1	5,13E-02	4,49E-02	3,66E-02	7,04E-02	0
10	0,60249	0,44582	0,32218	0,25072	0
100	6,0966	2,4421	1,6093	1,0263	0
1000	59,853	14,541	11,314	7,8701	0
10000	504,4	130,55	106,54	75,365	0
100000	2420,7	1190,7	976,83	692,24	0
1000000	8279,8	6691,4	5486,4	3886,7	0
10000000	14543	12523	10238	7243,9	0
100000000	15881	13746	11225	7937,9	0
1000000000	16031	13882	11335	8015,1	0

*Tableau 1.7 : Evolution du moment par rapport à l'augmentation de l'inertie pour chaque position.*



*Figure 1.13 : Evolution du moment par rapport à l'augmentation de l'inertie pour chaque position.*

Le moment augmente de zéro jusqu'au moment d'encastrement parfait, en passant par des valeurs intermédiaires correspondant à une liaison plus ou moins imparfaite.

La valeur du moment maximum est dépendante de l'angle de la poutre puisque elle est directement fonction de la charge appliquée et du cosinus de l'angle (figure 1.14).

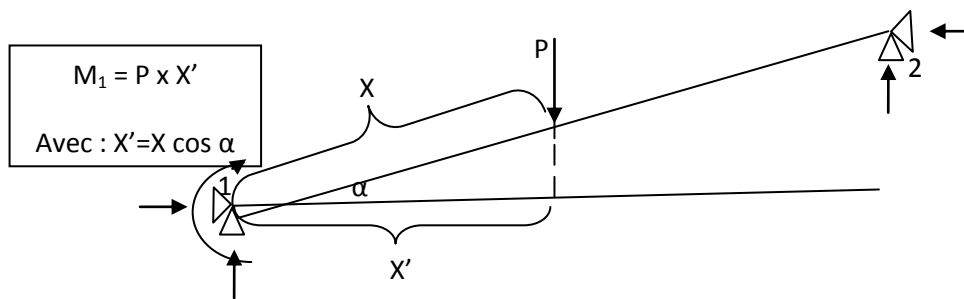


Figure 1.14 : Influence de l'angle de la poutre sur le moment d'encastrement.

Exemple de calcul du moment dans un plan incliné :

$$q = S * \rho * g = 0,05 * 0,05 * 7860 * 9,8 = 19\ 570\ N$$

Le moment dans la barre lorsqu'elle est à l'horizontal :

$$M = \frac{ql^2}{12} = \frac{192570 * 1^2}{12} = 16\ 047\ N.m$$

Le moment dans la barre lorsqu'elle est à 45° par rapport à l'horizontal:

$$M = \frac{ql^2}{12} * \cos 45 = \frac{192\ 570 * 1^2}{12} * 0,707 = 11\ 347\ N.m$$

Ces valeurs sont à comparer aux valeurs situées sur la dernière ligne du tableau 1.7 (16031 N.m et 11335 N.m) ce qui donne un écart inférieur à 1%.

A partir de la figure 1.13, il est possible d'avoir un ordre de grandeur du facteur multiplicatif à appliquer sur l'inertie pour obtenir un moment correspondant à 5 % du moment d'encastrement parfait. Le tableau 1.8 donne des valeurs plus précises.

Angle	moment calculé	Moment ansys	5% x Moment	Coeff multiplic.	l'inertie du ressort	M.Ansys par : I x coef
0	16048	16031	802	18000	1,4191E-07	804
5	15986		799	56000	4,415E-07	789
15	15501		775	56000	4,415E-07	765
30	13898	13882	695	56000	4,415E-07	694
45	11347	11335	567	56000	4,415E-07	569
60	8024	8015	401	56000	4,415E-07	403
75	4153		208	56000	4,415E-07	209
85	1200		60	56000	4,415E-07	60,3

Tableau 1.8 : Calcul des inerties donnant un moment d'encastrement correspondant à 5 % du moment d'encastrement parfait

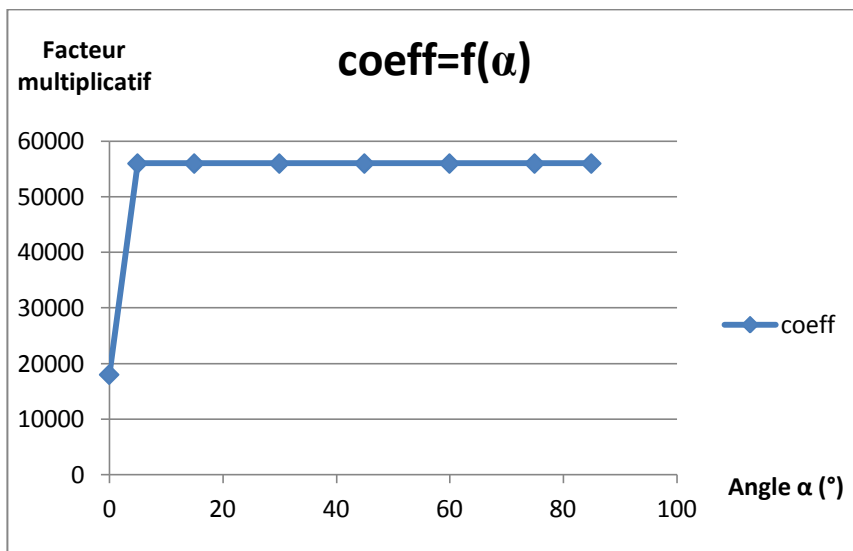


Figure 1.15 : Facteur multiplicatif à appliquer sur l'inertie pour obtenir 5% de l'encastrement parfait.

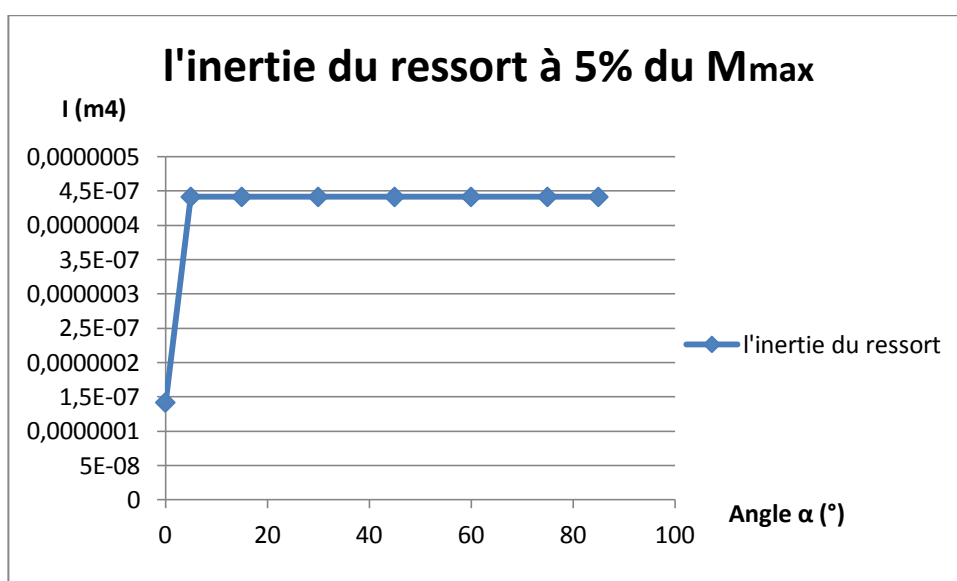


Figure 1.16 : Valeur de l'inertie pour obtenir 5% de l'encastrement parfait.

Les paramètres à introduire au niveau des appuis pour un encastrement « à 5 % » sont donnés dans le tableau 1.9.

Inclinaison de la poutre	Longueur (m)	Section (m <sup>2</sup> )	Module de Young (MPa)	Inertie (m <sup>4</sup> )
0°	0.01	10 <sup>-5</sup>	250	1,4191E-07
Les autres cas	0.01	10 <sup>-5</sup>	250	4,415E-07

Tableau 1.9 : Paramètres pour un encastrement « à 5 % »

### 3-2) Calcul des répartitions d'efforts pour la rotule imparfaite

Nous avons fixé dans un premier temps le rapport des raideurs des deux appuis à 5 ( $\gamma=5$ ), puis nous avons fait varier les inerties pour couvrir toute la plage allant de la rotule à l'encastrement parfait.



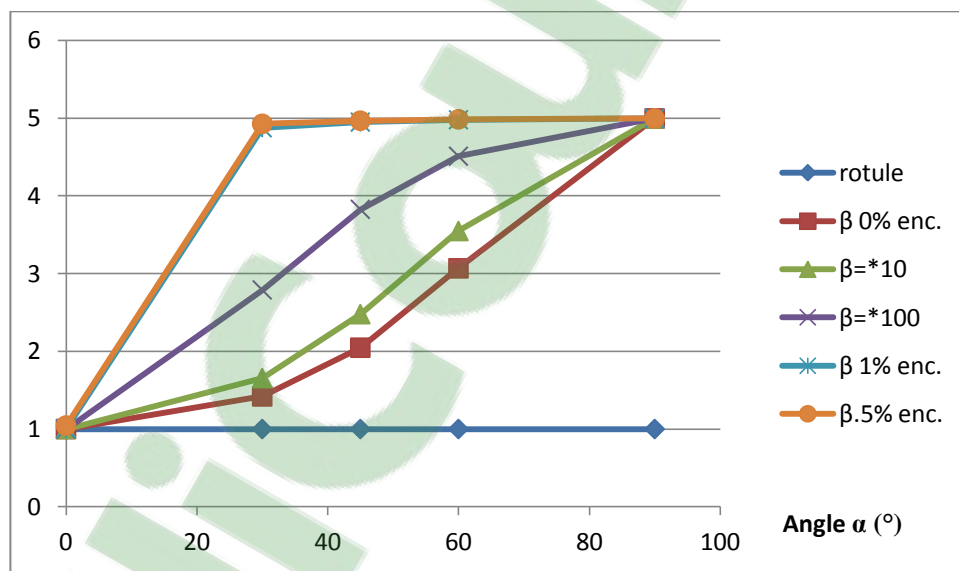
Les tableaux 1.10 et 1.11 donnent, pour 0% et 5% d'encastrement, les valeurs des actions d'appui et les moments qui se développent.

Angle	Fy1	Fy2	M1	M2	$\beta=Fy2/Fy1$	M2/M1	M1/M2
0	96,28	96,28	1,53 <sup>E</sup> -01	-2,50 <sup>E</sup> -01	1	-1,62	-0,61
30	79,58	112,99	1,27 <sup>E</sup> +01	2,23 <sup>E</sup> +00	1,42	0,17	5,70
45	63,21	129,36	1,45 <sup>E</sup> +01	2,61 <sup>E</sup> +00	2,05	0,18	5,56
60	47,35	145,22	1,24 <sup>E</sup> +01	2,24 <sup>E</sup> +00	3,08	0,18	5,52
90	32,12	160,45	0	0	4,99	/	/

*Tableau 1.10 : Valeur de actions d'appui et des moments pour  $\gamma=5$  et 0% d'encastrement*

Angle	Fy1	Fy2	M1	M2	$\beta=Fy2/Fy1$	M2/M1
0	94,18	98,38	2,59 <sup>E</sup> +02	-1,87 <sup>E</sup> +03	1,04	-7,24
30	32,49	160,07	-1,59 <sup>E</sup> +02	-2,07 <sup>E</sup> +02	4,92	1,29
45	32,28	160,29	-2,16 <sup>E</sup> +02	-2,86 <sup>E</sup> +02	4,96	1,32
60	32,18	160,39	-2,26 <sup>E</sup> +02	-2,39 <sup>E</sup> +02	4,98	1,06
90	32,12	160,45	0	0	4,99	/

*Tableau 1.11 : Valeur de actions d'appui et des moments pour  $\gamma=5$  et 5% d'encastrement*



*Figure 1.17 : Rapport des actions d'appui ( $\beta$ ) en fonction de l'angle de la poutre et du ratio d'encastrement*

Dans le cas d'une quasi rotule ( $\sim 0\%$  du moment d'encastrement), le rapport des deux efforts verticaux  $\beta$  évolue non linéairement de 1 jusqu'au rapport des deux rigidités  $\gamma$ .

Dans le cas d'une inertie qui autorise 5% du moment d'encastrement, le rapport des deux efforts verticaux reste proche de 1 dans le cas horizontal mais il tend vers le rapport  $\gamma$  pour les autres positions de la poutre.

Des valeurs d'encastrement plus réduites donnent des tendances intermédiaires (cf. figure 1.17).

### 3-3) Influence du paramètre $\gamma$

Dans cette partie, nous avons souhaité faire varier le rapport de raideur entre les deux appuis,  $\gamma$ , de 0.1 à 10, tout en gardant l'inertie du ressort à 5% du moment d'encastrement.

Nous avons évalué l'influence de  $\gamma$  à la fois sur les efforts et sur les moments. L'ensemble des résultats est donnée en annexe, le tableau 1.12 et les figures qui suivent.

$\gamma$	0	30	45	60	90	Angle $\alpha$ (°)
0,1	0,67	0,09	0,09	0,10	0,10	$\beta$
0,3	0,88	0,29	0,29	0,29	0,30	
0,6	0,96	0,59	0,59	0,59	0,60	
0,9	0,99	0,89	0,89	0,89	0,90	
1	1	0,99	0,99	0,99	1	
2	1,02	1,98	1,99	1,99	1,99	
5	1,04	4,92	4,96	4,98	4,99	
10	1,05	9,70	9,86	9,93	9,97	

Tableau 1.12 : Valeur de  $\beta$  en fonction de  $\gamma$  et de l'angle de la poutre.

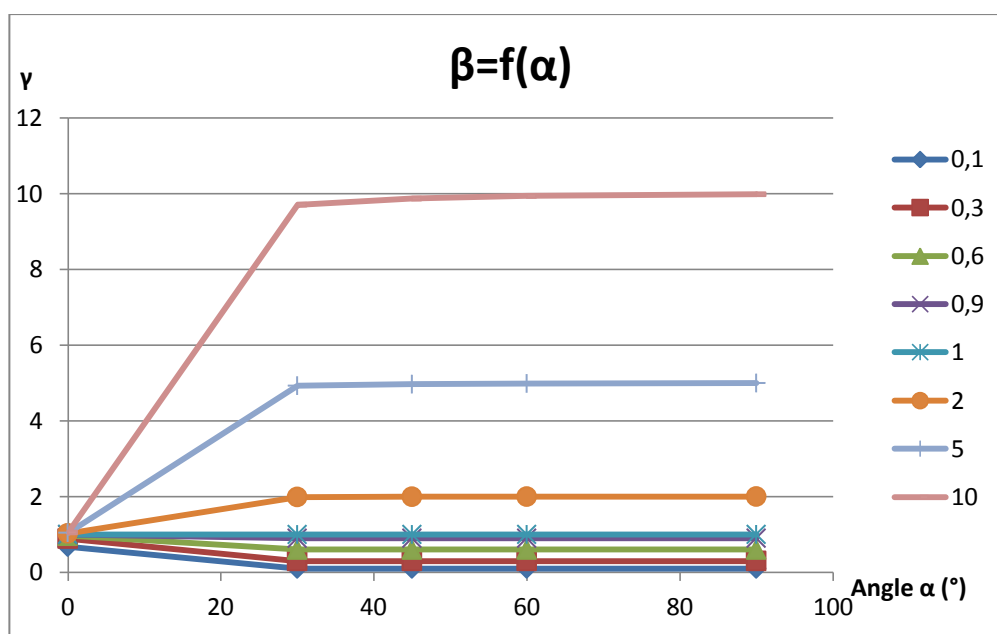


Figure 1.18 : Rapport des actions d'appui ( $\beta$ ) en fonction de  $\gamma$  et de l'angle de la poutre

Le rapport des efforts  $\beta$  garde la même allure pour les différentes raideurs, c'est-à-dire que le rapport des efforts ( $\beta$ ) suit le rapport des rigidités ( $\gamma$ ) dans toutes les positions de la poutre, sauf dans le cas horizontal pour lequel il reste égal à un ( $F/2$  pour les actions d'appui).

Excepté dans le cas horizontal, les moments décroissent symétriquement avec l'augmentation du rapport  $\gamma$ .

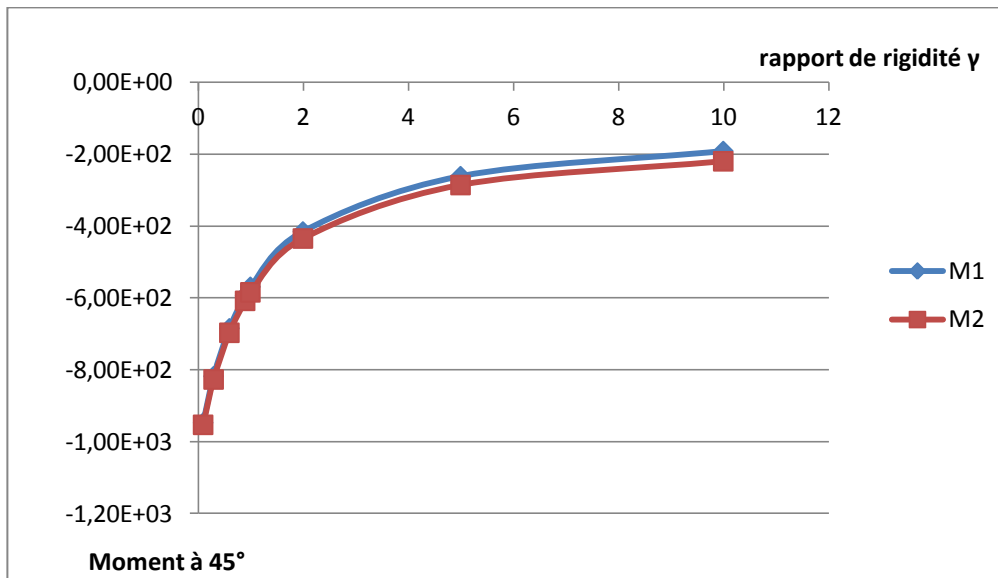


Figure 1.19 : Evolution des moments à gauche et à droite en fonction de  $\gamma$  pour  $45^\circ$

Les moments diminuent de la même manière à gauche et à droite pour les positions  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$  lorsqu'on augmente la rigidité (cf. annexe). A  $90^\circ$ , il n'y a pas de moment qui se développe.

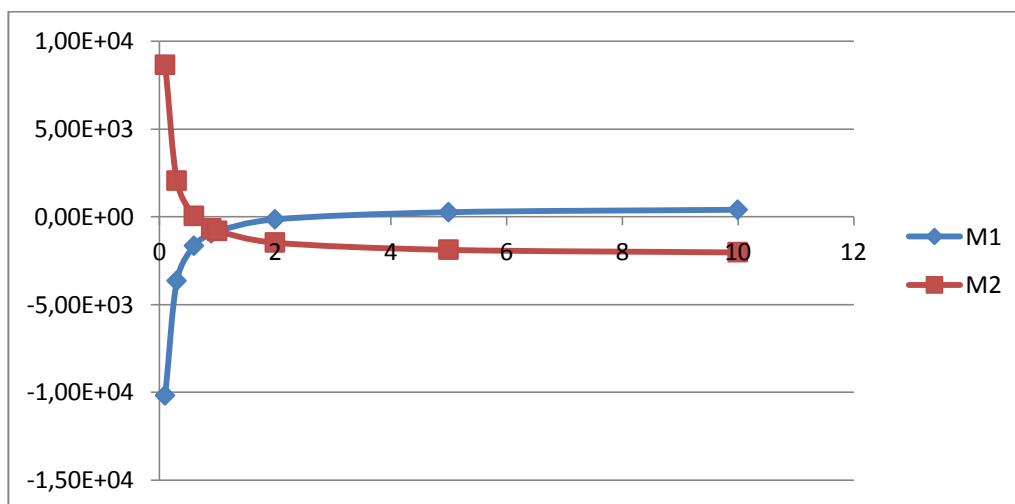


Figure 1.20 : Evolution des moments à gauche et à droite en fonction de  $\gamma$  pour  $0^\circ$

## **Conclusion**

Dans ce chapitre nous concluons que l'effort ramené par la charge se répartit d'une façon homogène sur les appuis quel que soit l'angle de l'élément et quelle que soit la modélisation de la poutre (BEAM ou LINK) et cela dans le cas de rotules fixes et où les liaisons sont considérées comme parfaites.

Dans le cas contraire, où les articulations ne sont pas parfaites, cela entraînera une distribution différente des réactions.

Si l'imperfection dans les nœuds ne dépasse pas l'imperfection autorisée dans ses systèmes, le rapport des deux efforts verticaux reste proche de 1 dans le cas horizontal mais il tend vers le rapport des deux rigidités à gauche et à droite ( $g$ ) pour les autres positions de la poutre.

## **Chapitre 2 :**

**Prise en compte des imperfections de liaison pour l'étude du comportement  
d'un système réticulé autocontraint**

## Préambule

Nous avons souhaité étendre l'étude précédente (imperfection des liaisons) au cas d'un anneau de tensegrité [NGU09].

L'anneau de tensegrité est une structure dont la base est pentagonale. Il comporte 15 barres au total (5 latérales et 10 intermédiaires) et 30 câbles divisés en 3 familles : câble de nappes, coplanaires et non coplanaires. (figure 2.1)

La construction du module est détaillée dans la thèse de NGUYEN Anh Dung [NGU09].

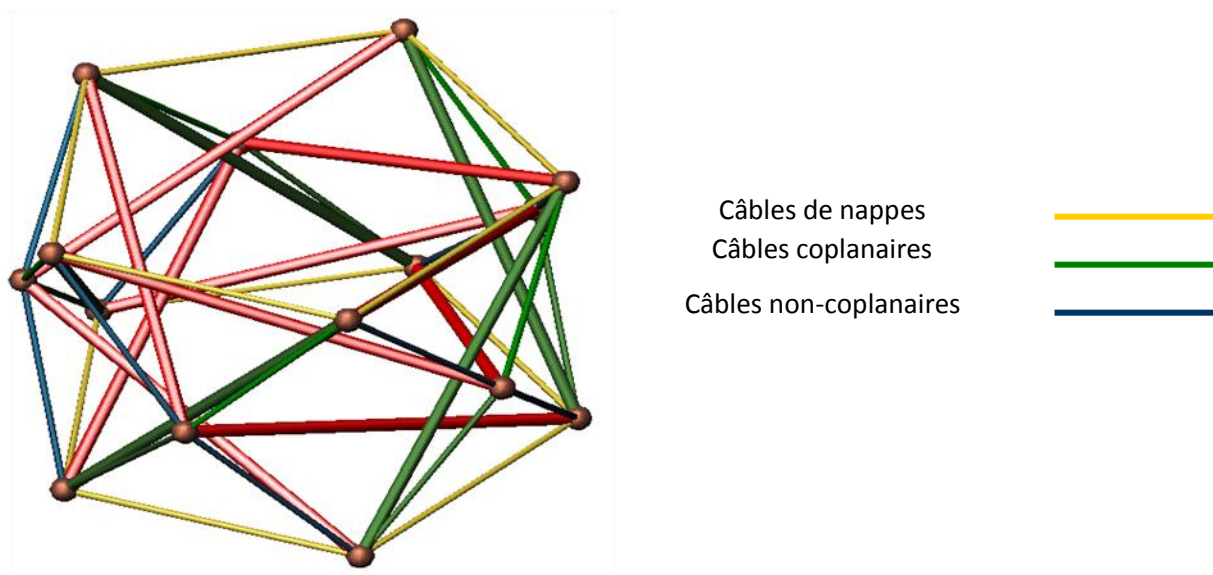


Figure 2.1. Structure complète avec les 3 familles de câbles différentes

La structure est dotée d'un espace intérieur libre (Figure 2.2) d'où provient le nom d'*anneau de tensegrité* que nous utiliserons dans la suite du document.

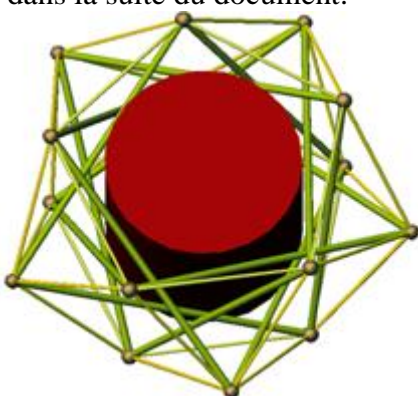


Figure 2.2. Vue en perspective

Lors que les liaisons entre les éléments sont considérées comme des rotules imparfaites, nous introduisons pour les modéliser des éléments élastiques de 1 cm de longueur, représentés par des BEAM à chaque extrémité de barre.

L'autocontrainte à instaurer, les propriétés mécaniques et géométriques des éléments sont représentées dans les tableaux suivants :

Modélisation	LINK	BEAM
Longueur des barres	200,0 cm	198,0 cm
Longueur des câbles de nappes	135,1 cm	135,1 cm
Longueur des câbles intermédiaires	102,4 cm	102,4 cm
Rayon du cercle circonscrit	114,9 cm	114,9 cm
Hauteur du module	147,5 cm	147,5 cm

*Tableau 2.1 : Propriétés géométriques du module.*

Barres intermédiaires	-0,34 kN
Barres latérales	-1,00 kN
Câbles des nappes	0,34 kN
Câbles coplanaires	0,87 kN
Câbles non coplanaires	0,33 kN

*Tableau 2.2 : Effort dans les éléments pour le niveau d'autocontrainte.*

Module d'Young des câbles	125 000 MPa
Diamètre	2,0 mm
Effort maximal de traction dans les câbles	5,03 kN

*Tableau 2.3 : Propriétés mécaniques et géométriques des câbles.*

Module d'Young des barres	20 000 MPa
Résistance élastique	220 MPa
Diamètre interne	35,0 mm
Diamètre externe	40,0 mm
Effort de compression maximal pour les barres	2,121 kN

*Tableau 2.4 : Propriétés mécanique et géométriques des barres.*

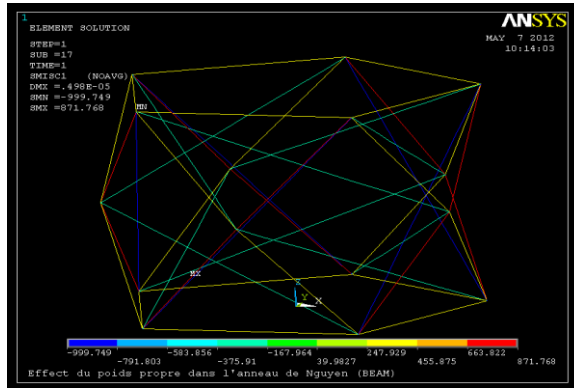
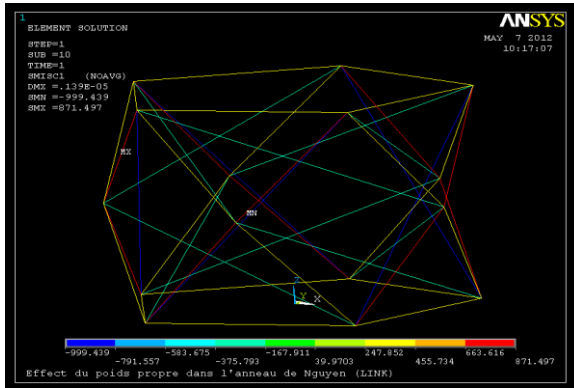
Caractéristiques	Longueur (m)	Section (m <sup>2</sup> )	Rayon (m)	Module de Young (MPa)	Inertie (m <sup>4</sup> )	Raideur (N/mm)
Liaison élastique	0.01	10 <sup>-5</sup>	0.00178	250	1.2615 10 <sup>-8</sup>	250

*Tableau 2.5 : Propriétés géométriques et mécanique des liaisons élastiques.*

## **1) Comparaison entre les deux modélisations LINK/BEAM**

### **1.1) Sous autocontrainte seulement**

La structure n'est soumise à aucun chargement extérieur ni à son poids propre, elle est seulement sollicitée au travers de l'autocontrainte pour les deux cas étudiés : rotule parfaite (LINK) ou encastrement parfait (BEAM).



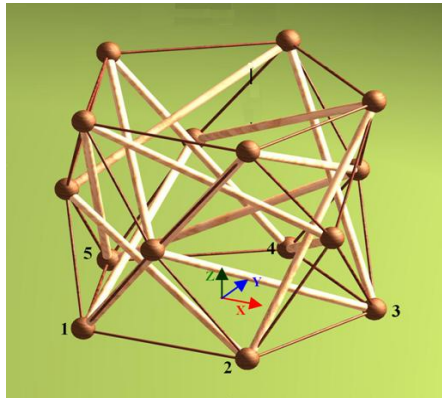
Type d'éléments	LINK (N)	BEAM (N) encastrement	Valeur théorique (N)
barres latérales	-999	-999	-1000
barres intermédiaires	-341	-341	-341
câbles de nappes	337	337	336
câbles coplanaires	871	871	870
câbles non coplanaires	326	326	326

*Tableau 2.6 : Les efforts dans les éléments pour les deux modélisations.*

Les efforts dans les éléments sont les mêmes quelle que soit la modélisation en LINK ou en BEAM et restent très proches de l'effort d'autocontrainte théorique instauré. On peut donc considérer que l'autocontrainte est correctement introduite dans la structure.

## 1.2) Sous chargement gravitaire

Dans cette partie le poids propre est appliqué à chaque élément.



*Figure 2.3. L'anneau de tensegrité sous chargement gravitaire.*

### 1.2.1) Comparaisons des actions

	LINK	BEAM
<b>Nœuds</b>	<b>Fz</b>	<b>Fz</b>
1	34,671	34,326
2	34,671	34,326
3	34,671	34,326
4	34,671	34,326
5	34,671	34,326
<b>Valeur totale [N]</b>	<b>173,35</b>	<b>171,63</b>

*Tableau 2.7 : Les actions d'appui pour les deux modélisations.*



La différence des actions suivant l'axe « Z » entre les deux modélisations LINK et BEAM n'est due qu'à la différence de longueur des barres, la longueur des barres modélisées en BEAM est plus courte de 2 cm par rapport à celle modélisée par des LINK. Les 2 cm sont les liaisons élastiques introduites entre les barres pour générer les imperfections de liaison aux nœuds (1 cm à chaque extrémité de la barre).

### 1.2.2) Comparaisons des déplacements

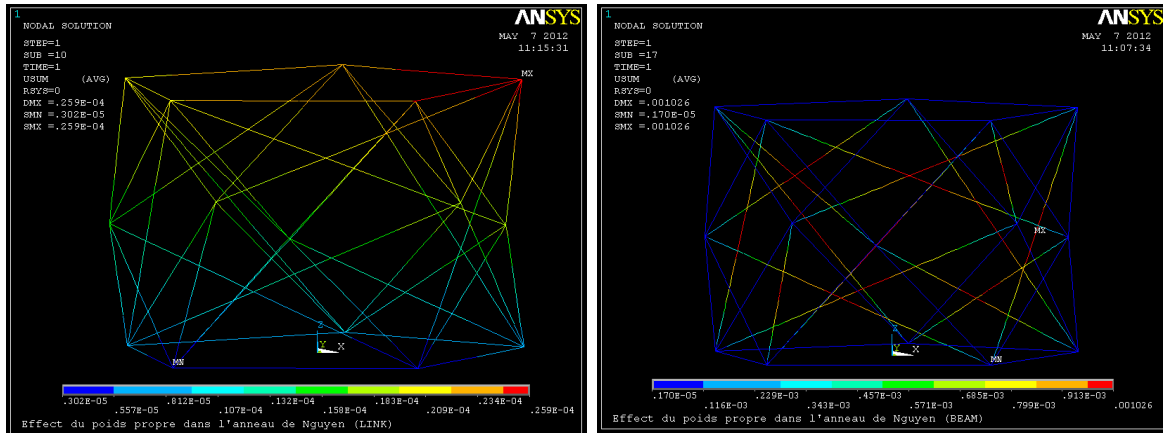


Figure 2.4 : déplacement total de la structure avec les modélisations LINK et BEAM avec liaison élastique

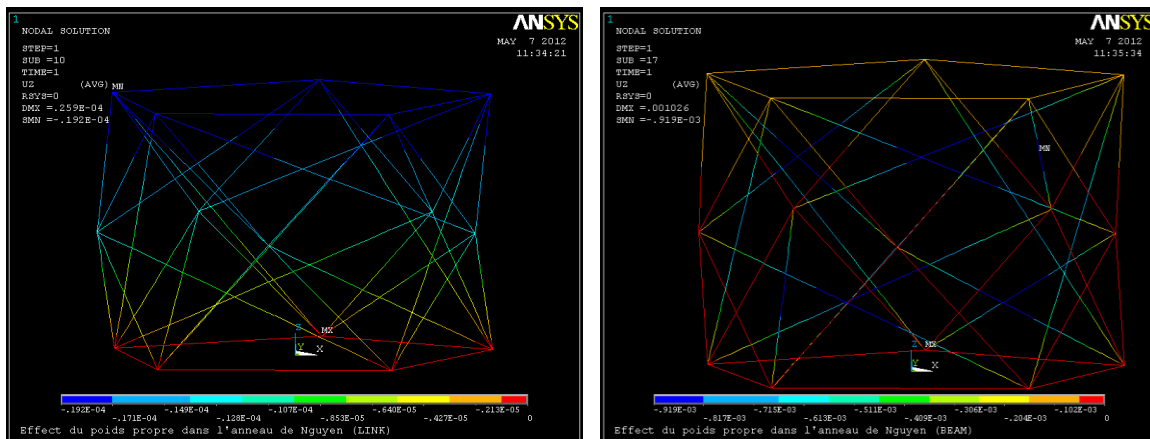


Figure 2.5: déplacement de la structure suivant l'axe Z avec les modélisations LINK et BEAM avec liaison élastique

### 1-2-3) Comparaisons des efforts

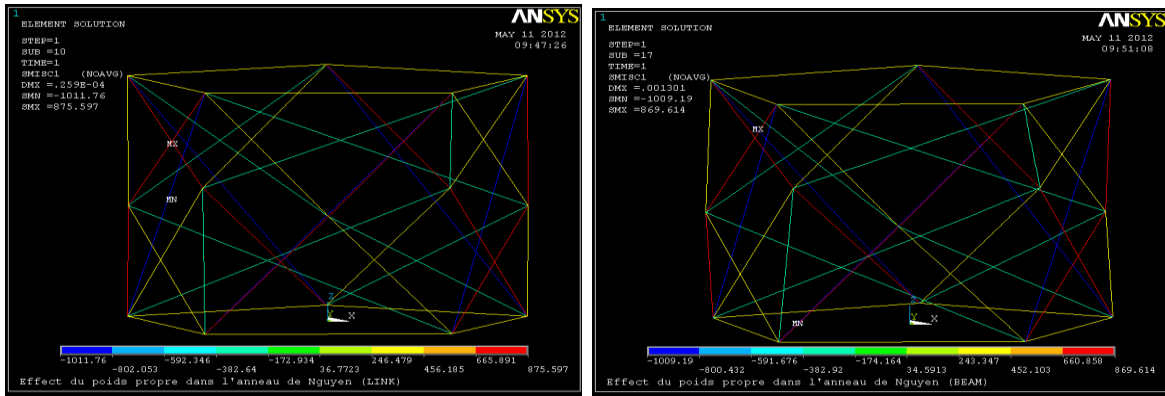


Figure 2.6 : effort dans les éléments avec les modélisations LINK et BEAM avec liaison élastique

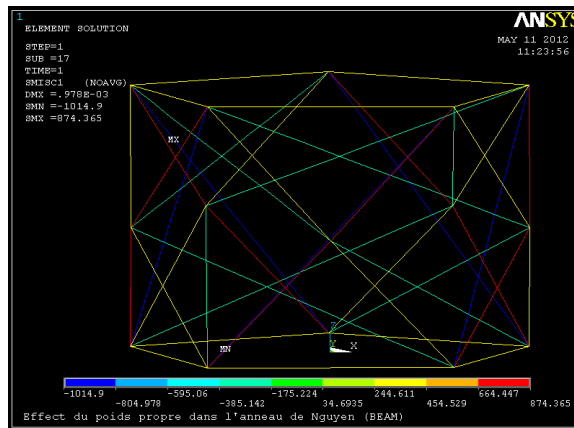


Figure 2.7 : Effort dans les éléments pour un encastrement supposé parfait entre les barres

Les efforts restent apparemment identiques dans tous les cas modélisés, mais la charge due au poids propre est très faible et les efforts ne s'écartent que très modérément par rapport à l'état d'autocontrainte initial.

C'est pourquoi nous avons souhaité augmenter progressivement la charge de poids propre pour vérifier si ce résultat était confirmé.

### 1.3) Evolution des efforts en fonction de l'augmentation du poids propre

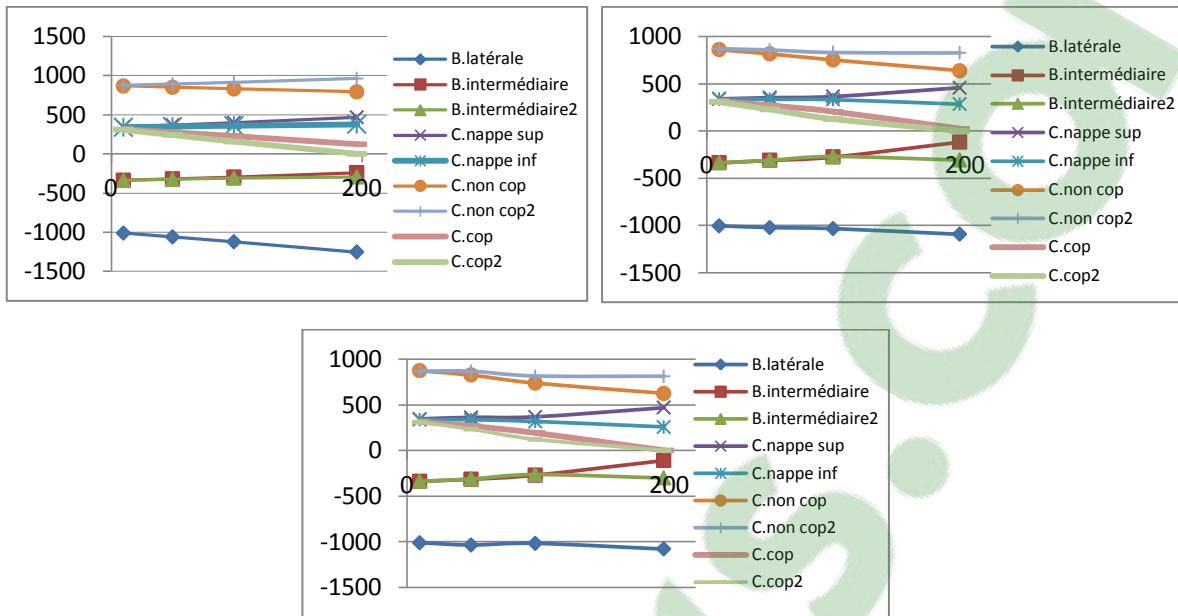


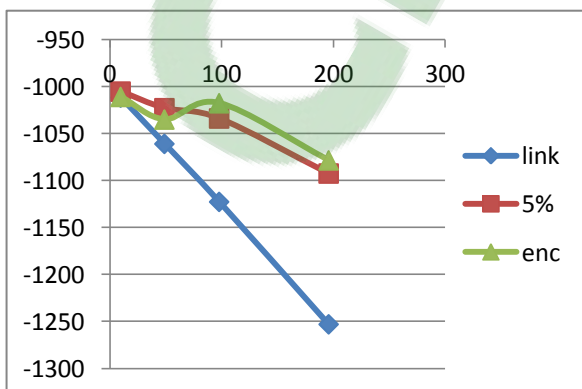
Figure 2.8 : Effort dans les éléments pour une modélisation LINK, des liaisons élastiques et un encastrement supposé parfait entre les barres

L'évolution de l'effort selon l'augmentation du poids propre est linéaire avec une modélisation par des LINK tandis qu'avec une modélisation par des BEAM elle ne l'est pas en raison du relâchement de certains câbles pour la valeur de charge maximale.

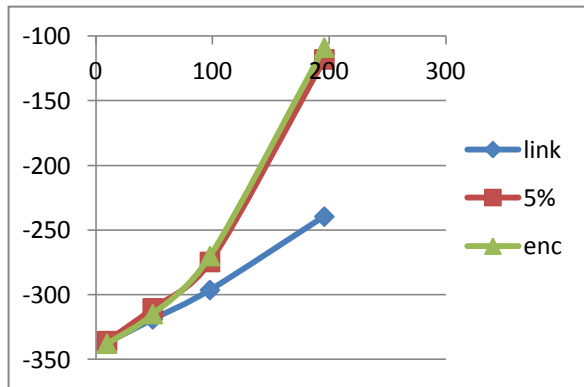
Si on compare chaque type d'élément de l'anneau avec les 3 modélisations (LINK, 5% de l'encastrement et encastrement parfait) les efforts ne coïncident pas toujours, mais ils ne sont pas loin de la modélisation par des LINK.

Les efforts dans les éléments par une modélisation LINK restent plus grands que les deux autres modélisations.

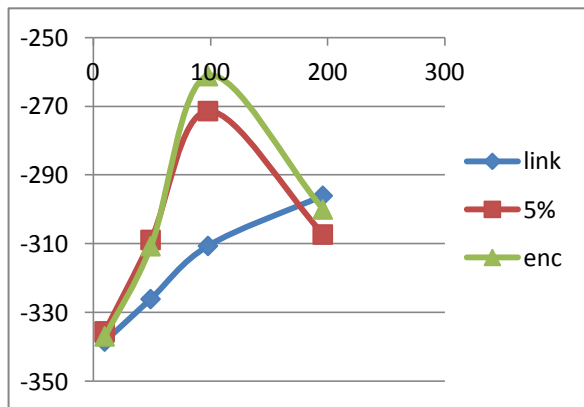
#### 1.3.1) Comparaison des efforts dans chaque type d'éléments en fonction de l'augmentation du poids propre



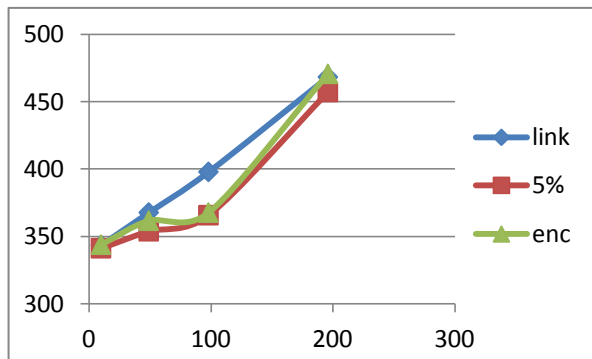
Effort dans les barres latérales [N]			
g	LINK	5%	encastrement
9,8	-1011,8	-1005,41	-1011,05
49	-1061	-1023,07	-1035,11
98	-1122,7	-1034,006	-1017,788
196	-1252,9	-1092,52	-1078,55



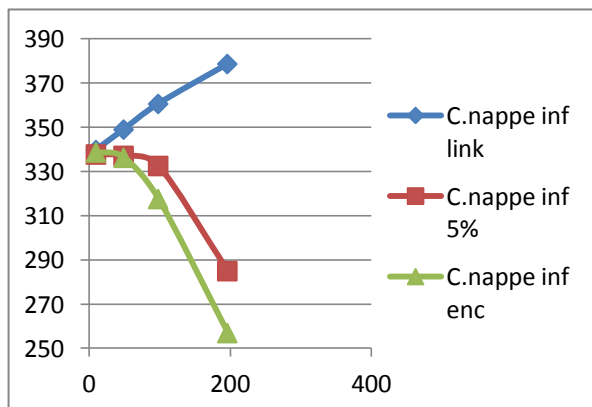
Effort dans les barres intermédiaires de type1 [N]			
g	LINK	5%	encastrement
9,8	-336,92	-335,686	-337,664
49	-318,81	-310,352	-314,766
98	-296,18	-274,47	-269,949
196	-239,43	-117,9011	-108,7916



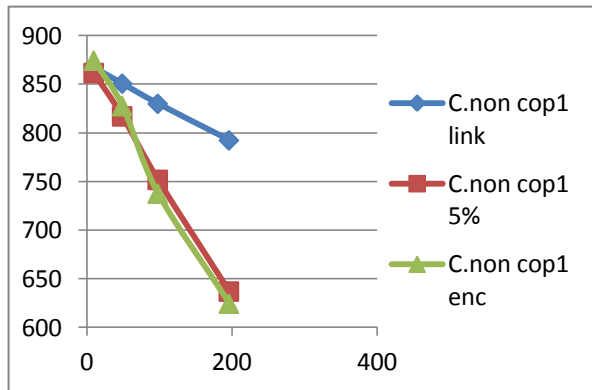
Effort dans les barres intermédiaires de type2 [N]			
g	LINK	5%	encastrement
9,8	-338,36	-335,383	-336,844
49	-326	-308,813	-310,623
98	-310,55	-271,351	-261,186
196	-295,96	-307,235	-299,949



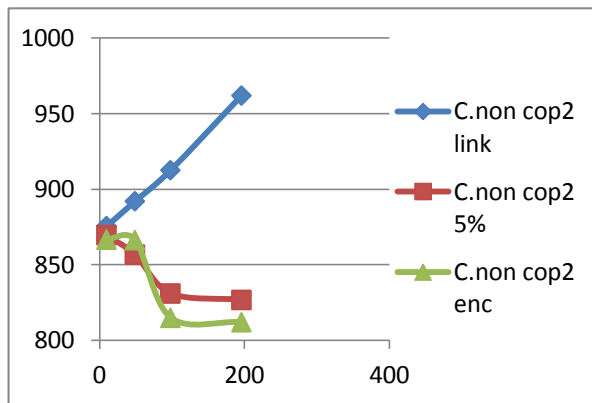
Effort dans les câbles de nappe supérieure [N]			
g	LINK	5%	encastrement
9,8	343,51	341,16	343,8
49	367,63	353,77	361,53
98	397,78	365,67	367,58
196	468,1	456,97	470,49



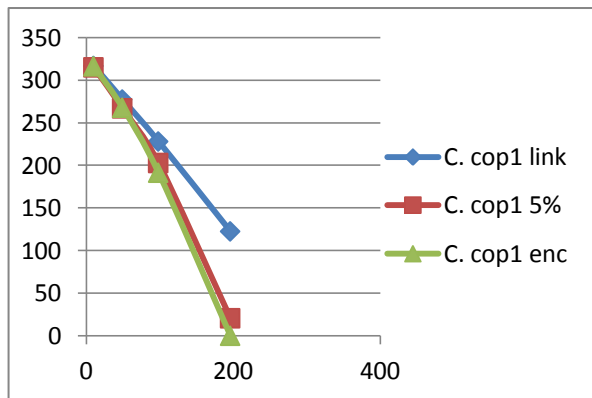
Effort dans les câbles de nappe inférieure [N]			
g	LINK	5%	encastrement
9,8	339,8	337,84	338,75
49	349,09	337,21	336,35
98	360,7	332,64	317,68
196	378,75	285,05	257,04



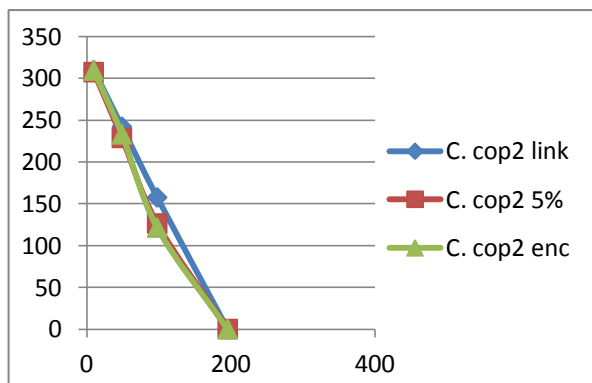
g	LINK	5%	encastrement
9,8	867,35	861,7	874,36
49	850,75	817,11	827,66
98	830,01	751,82	737,76
196	792,43	637,05	624,63



g	LINK	5%	encastrement
9,8	875,6	869,61	866,63
49	892	856,7	866,29
98	912,51	831	814,95
196	961,85	826,76	812,01



g	LINK	5%	encastrement
9,8	316,65	315,02	316,23
49	277,25	266,91	267,66
98	228	202,79	191,37
196	122,47	20,521	0



g	LINK	5%	encastrement
9,8	309,6	307,37	309,28
49	241,98	228,66	232,89
98	157,45	126,23	121,4
196	0	0	0

1-3-2) Comparaison des moments qui se développent dans les barres en fonction de l'augmentation du poids propre

g	9,8	49	98	196
1	0,4074	2,0738	4,1405	8,999
2	-0,5917	-2,9784	-5,9022	-11,743
3	-1,4118	-7,1264	-14,127	-28,762
4	-2,0213	-10,205	-20,212	-41,346
5	-2,3965	-12,095	-23,927	-49,003
6	-2,5231	-12,723	-25,141	-51,469
7	-2,3963	-12,07	-23,821	-48,707
8	-2,0212	-10,165	-20,034	-40,893
9	-1,4125	-7,0863	-13,941	-28,4
10	-0,59366	-2,9573	-5,7829	-11,764
11	0,4074	2,0738	4,1405	8,9992

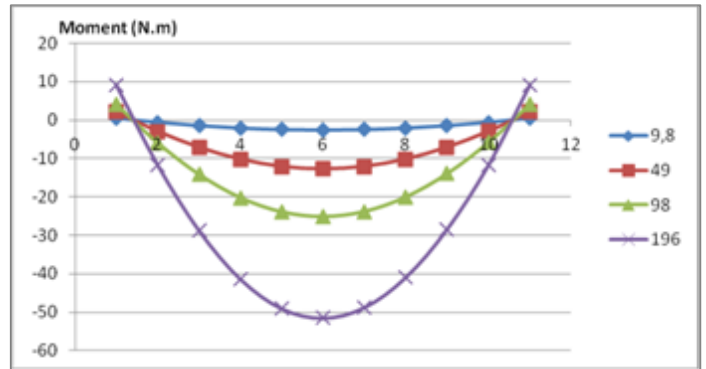


Figure 2.9 : L'évolution du moment dans les barres latérales avec encastrement des nœuds sous différents chargements (poids propre croissant)

g	9,8	49	98	196
1	3,43E-02	1,40E-01	2,55E-01	-2,42E-01
2	-0,91144	-4,5558	-9,0158	-17,887
3	-1,6303	-8,1183	-16,028	-31,096
4	-2,1131	-10,504	-20,71	-39,815
5	-2,3535	-11,686	-23,017	-44,025
6	-2,3485	-11,651	-22,931	-43,73
7	-2,0982	-10,402	-20,461	-38,963
8	-1,606	-7,955	-15,639	-29,767
9	-0,87823	-4,341	-8,5196	-16,2
10	7,56E-02	3,96E-01	8,22E-01	1,68E+00
11	1,24E+00	6,2002	12,295	23,815

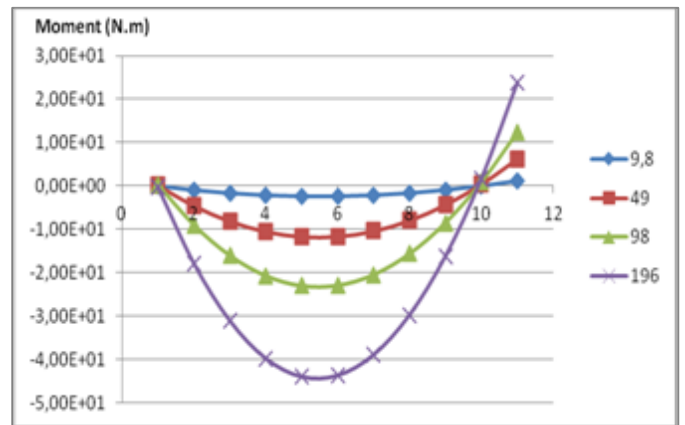


Figure 2.10 : Evolution du moment dans les barres intermédiaires avec encastrement des nœuds sous différents chargements (poids propre croissant)

	9,8	49	98	196
1	1,85E-02	1,01E-01	2,15E-01	6,90E-01
2	-1,0499	-5,3049	-10,693	-22,036
3	-1,9255	-9,7337	-19,618	-40,631
4	-2,5755	-13,015	-26,214	-54,336
5	-2,9753	-15,026	-30,236	-62,628
6	-3,11	-15,694	-31,543	-65,234
7	-2,9748	-14,996	-30,104	-62,125
8	-2,5749	-12,966	-25,994	-53,507
9	-1,9256	-9,6839	-19,388	-39,798
10	-1,0515	-5,2787	-10,55	-21,595
11	1,46E-02	8,13E-02	1,79E-01	3,63E-01

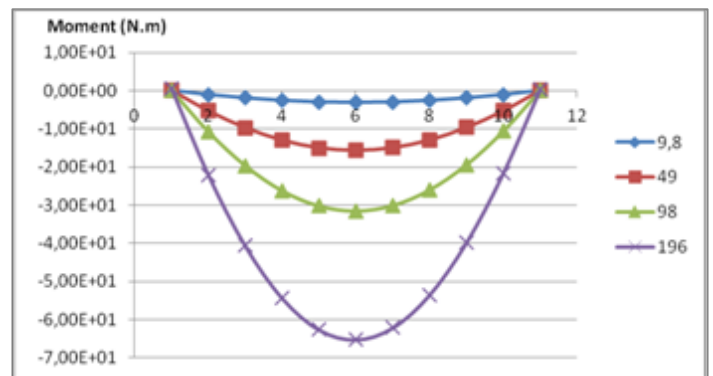


Figure 2.11 : Evolution du moment dans les barres latérales avec 5% de l'encastrement des nœuds sous différents chargements (poids propre croissant)

	9,8	49	98	196
1	-5,79E-02	-0,29725	-0,61036	-1,48E+00
2	-1,1118	-5,5205	-10,927	-20,989
3	-1,9409	-9,6213	-19,005	-36,116
4	-2,5347	-12,552	-24,761	-46,797
5	-2,8858	-14,279	-28,141	-53,002
6	-2,9897	-14,785	-29,117	-54,732
7	-2,8453	-14,066	-27,688	-52,012
8	-2,4545	-12,132	-23,877	-44,887
9	-1,8223	-9,0079	-17,732	-33,418
10	-0,95674	-4,7314	-9,3196	-17,671
11	0,13126	0,64802	1,274	2,2861

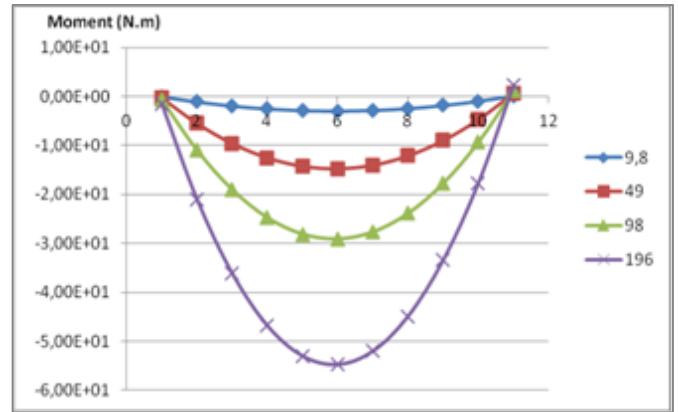


Figure 2.12 : Evolution du moment dans les barres intermédiaires avec 5% de l'encastrement des nœuds sous différents chargements (poids propre croissant)

Dès que la liaison rotule parfaite (LINK) est remplacée par un encastrement, même faible, les efforts qui se développent dans les éléments varient fortement. Ils ont tendance à se réduire par rapport au cas des rotules parfaites. Cette diminution est probablement due à la reprise de la charge par une mise en flexion des éléments. Cela peut également induire une réduction apparente de longueur de barre, ce qui équivaut à une réduction dimensionnelle du module, et donc une chute de l'autocontrainte.

La variation des tensions est moins flagrante entre un encastrement parfait et partiel.

Les moments qui se développent dans les éléments barre dépendent fortement du type de liaison, cela est dû au fait que des moments négatifs plus ou moins forts peuvent se développer au niveau des liaisons suivant le niveau d'encastrement. Cela modère ainsi les moments dans les barres en partie centrale.

### 1-3-3) Comparaisons des déplacements des nœuds de la nappe supérieure sous poids propre

g	9.8	49	98	196
LINK	0.02 mm	0.09 mm	0.19 mm	0.40 mm
5%	0.07 mm	0.34 mm	0.66 mm	3.72 mm
encastrement	0.02 mm	0.10 mm	0.23 mm	1.65 mm

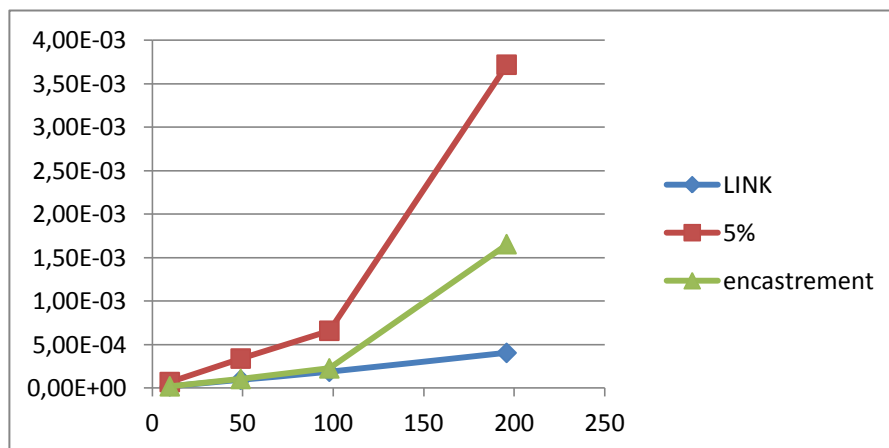


Figure 2.13 : Valeurs et tracé des déplacements pour les différents cas traités

Le déplacement induit par une modélisation avec des éléments BEAM et un encastrement des nœuds est linéaire et plus près du déplacement induit par la modélisation avec des éléments LINK sauf pour une très grande charge car les câbles non coplanaires sont détendus.

Le déplacement induit par une modélisation avec des éléments BEAM et une liaison élastique est linéaire aussi mais ne correspond pas aux deux autres modélisations car les liaisons élastiques qui modélisent les imperfections induisent un déplacement beaucoup plus important.

Une étude plus détaillée des déplacements générés montre que les déplacements maximaux ne sont pas obtenus aux nœuds mais au niveau des barres qui sont fléchies. Nous allons donc établir une comparaison sur ces résultats mais uniquement sur le cas de l'encastrement parfait et de la liaison élastique.

### 1-3-4) Comparaisons des déplacements maximaux en flexion

	G	9.8	49	98	196
Déplacement suivant « Z » maximum	LINK	0,02 mm	0,09 mm	0,19 mm	0,40 mm
	5%	1,16 mm	5,73 mm	11,29 mm	23,64 mm
	encastrement	0,84 mm	4,17 mm	8,21 mm	16,88 mm
Déplacement total maximum	LINK	0,03 mm	0,13 mm	0,25 mm	0,55 mm
	5%	1,25 mm	6,31 mm	12,67 mm	27,62 mm
	encastrement	0,98 mm	4,92 mm	9,71 mm	20,61 mm

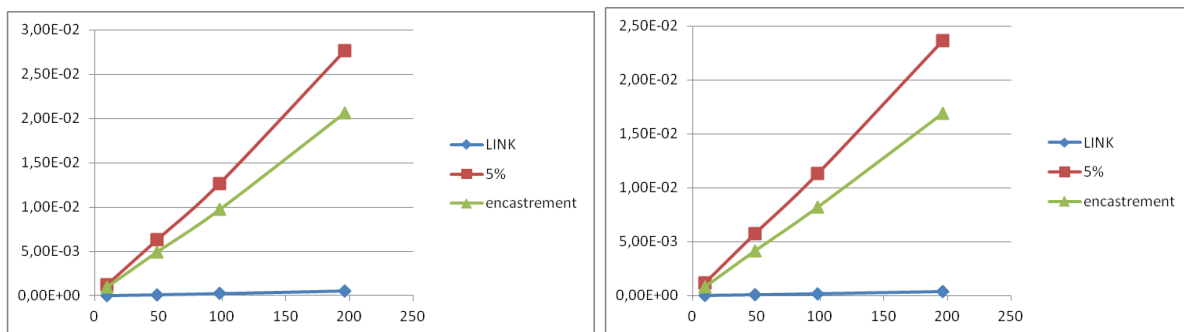


Figure 2.14 : Valeurs et tracé des déplacements maximaux pour les différents cas traités

On peut remarquer que la flèche augmente sensiblement avec des liaisons élastiques ce qui semble logique.

Par contre, il est moins trivial de constater que les deux types de liaisons parfaites (rotule ou encastrement) donnent des résultats très voisins, au moins au niveau des nœuds (figure 2.13)

## 2) Charge répartie sur la nappe supérieure

Dans cette partie nous allons appliquer les charges directement sur les nœuds (figure 2.15).



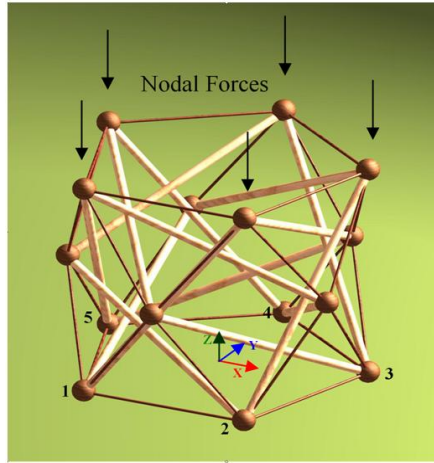


Figure 2.15 : Chargement appliqué sur les nœuds de nappe supérieure

## 2-1) Comparaison des efforts dans les éléments

### 2-1-1) Comparaisons des efforts dans chaque type d'éléments en fonction de l'augmentation de la force appliquée

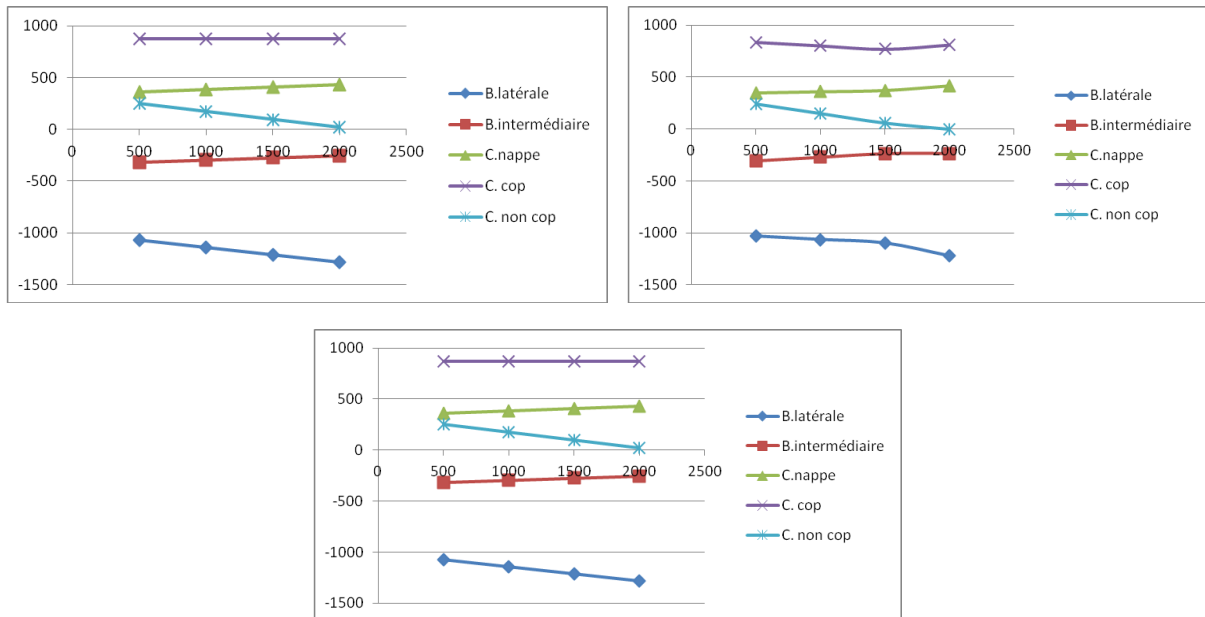
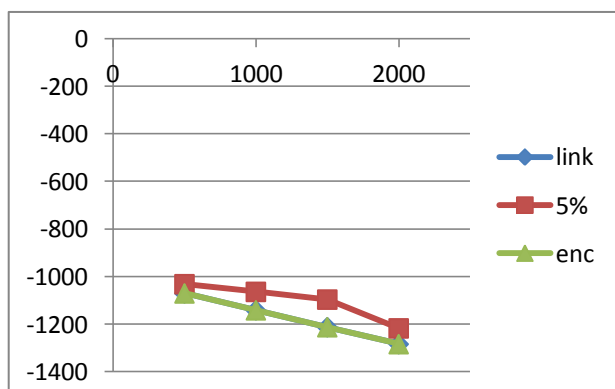
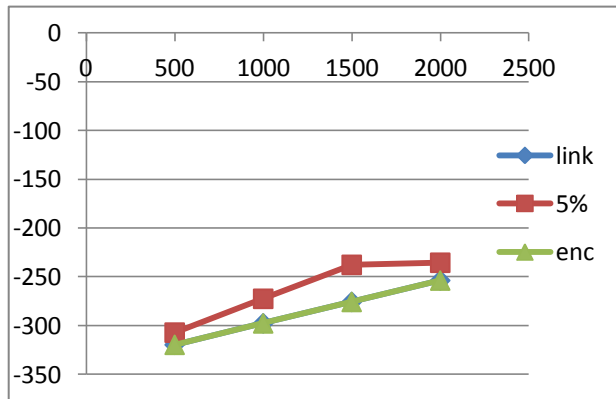


Figure 2.16 : Effort dans les éléments pour une modélisation LINK, des liaisons élastiques et un encastrement supposé parfait entre les barres

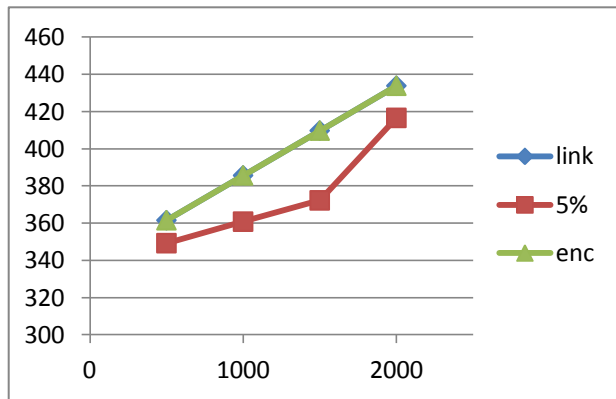
Les tendances restent semblables, une comparaison par type d'élément s'avère nécessaire.



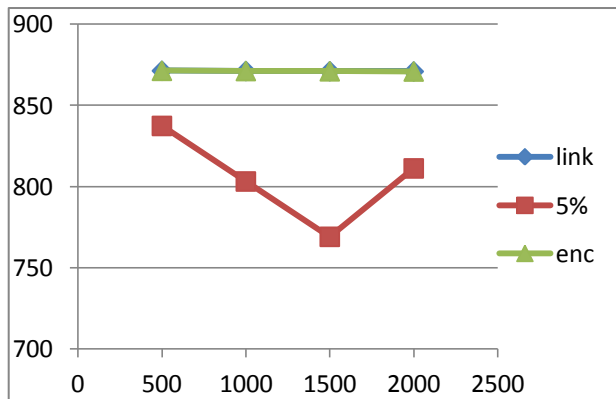
Effort dans les Barres latérales [N]			
F	LINK	5%	encastrement
500	-1070,5	-1031,8	-1070,5
1000	-1141,6	-1064	-1141,5
1500	-1212,7	-1096,4	-1212,6
2000	-1283,8	-1217,5	-1283,7



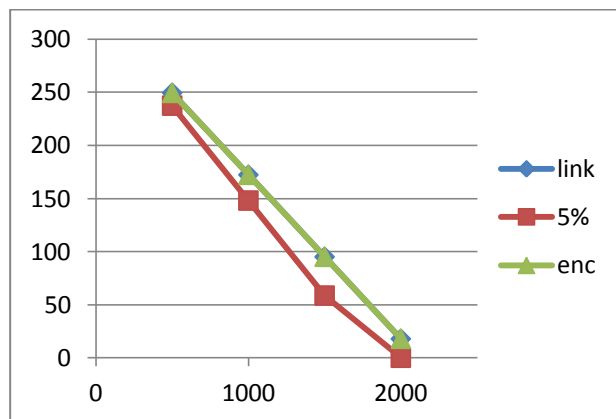
Effort dans les Barres intermédiaire [N]			
F	LINK	5%	encastrement
500	-319,48	-307,01	-319,5
1000	-297,51	-272,34	-297,54
1500	-275,53	-237,54	-275,58
2000	-253,54	-235,38	-253,62



Effort dans les Câbles de nappe [N]			
F	LINK	5%	encastrement
500	361,57	349,25	361,57
1000	385,66	360,81	385,67
1500	409,75	372,26	409,77
2000	433,85	416,59	433,87



Effort dans les Câbles coplanaire [N]			
F	LINK	5%	encastrement
500	871,36	837,45	871,35
1000	871,22	803,26	871,21
1500	871,09	769,2	871,07
2000	870,96	811,3	870,94



Effort dans les Câbles non coplanaire [N]			
F	LINK	5%	encastrement
500	249,34	237,32	249,35
1000	172,16	147,96	172,19
1500	94,972	58,51	95,015
2000	17,777	0	17,834

Les efforts induits dans les éléments restent identique que se soit par une modélisation des rotules parfaite ou un encastrement, seuls les efforts induits par une modélisation des rotules imparfaite chutent par rapport au deux autres cas.

2-1-2) Comparaisons des moments dans chaque type d'éléments en fonction de l'augmentation de la charge de la nappe supérieure

	500	1000	1500	2000
1	1,24E-02	2,46E-02	3,68E-02	4,87E-02
2	1,06E-02	2,12E-02	3,17E-02	4,22E-02
3	8,32E-03	1,67E-02	2,52E-02	3,36E-02
4	5,74E-03	1,16E-02	1,74E-02	2,34E-02
5	2,93E-03	5,92E-03	8,93E-03	1,20E-02
6	-1,07E-09	-4,31E-09	-9,96E-09	-1,83E-08
7	-2,93E-03	-5,92E-03	-8,93E-03	-1,20E-02
8	-5,74E-03	-1,16E-02	-1,74E-02	-2,34E-02
9	-8,32E-03	-1,67E-02	-2,52E-02	-3,36E-02
10	-1,06E-02	-2,12E-02	-3,17E-02	-4,22E-02
11	-1,24E-02	-2,46E-02	-3,68E-02	-4,87E-02

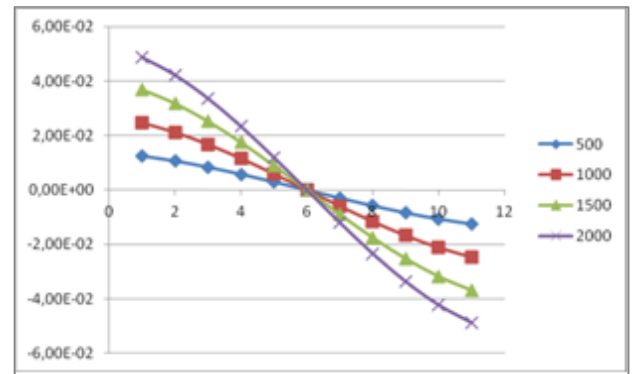


Figure 2.17 : L'évolution du moment dans les barres latérales avec encastrement des nœuds sous différents chargements de la nappe supérieur

	500	1000	1500	2000
1	1,18E-02	2,37E-02	3,57E-02	0,10801
2	1,01E-02	2,02E-02	3,05E-02	9,31E-02
3	7,90E-03	1,59E-02	2,40E-02	7,39E-02
4	5,44E-03	1,10E-02	1,66E-02	5,14E-02
5	2,78E-03	5,61E-03	8,47E-03	2,65E-02
6	2,11E-09	1,07E-08	2,95E-08	3,50E-04
7	-0,002775	-5,61E-03	-8,47E-03	-2,58E-02
8	-0,005443	-1,10E-02	-1,66E-02	-5,07E-02
9	-0,007901	-1,59E-02	-2,40E-02	-7,33E-02
10	-0,010053	-2,02E-02	-3,05E-02	-9,26E-02
11	-0,011815	-2,37E-02	-3,57E-02	-0,10766

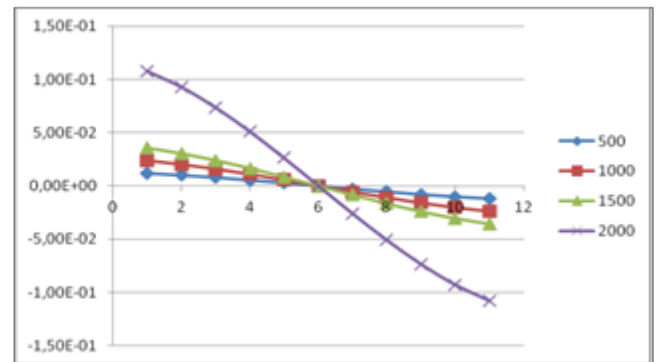


Figure 2.18 :L'évolution du moment dans les barres latérales avec 5% de l'encastrement des nœuds sous différents chargements de la nappe supérieur

	500	1000	1500	2000
1	1,33E-03	2,55E-03	3,40E-03	3,88E-03
2	-5,09E-04	-9,85E-04	-1,66E-03	-2,55E-03
3	-2,34E-03	-4,51E-03	-6,71E-03	-8,97E-03
4	-4,15E-03	-7,98E-03	-1,17E-02	-1,53E-02
5	-5,90E-03	-1,14E-02	-1,65E-02	-2,15E-02
6	-7,58E-03	-1,46E-02	-2,12E-02	-2,74E-02
7	-9,16E-03	-1,77E-02	-2,57E-02	-3,31E-02
8	-1,06E-02	-2,06E-02	-2,99E-02	-3,85E-02
9	-1,20E-02	-2,32E-02	-3,37E-02	-4,35E-02
10	-1,32E-02	-2,56E-02	-3,72E-02	-4,81E-02
11	-1,42E-02	-2,77E-02	-4,03E-02	-5,22E-02

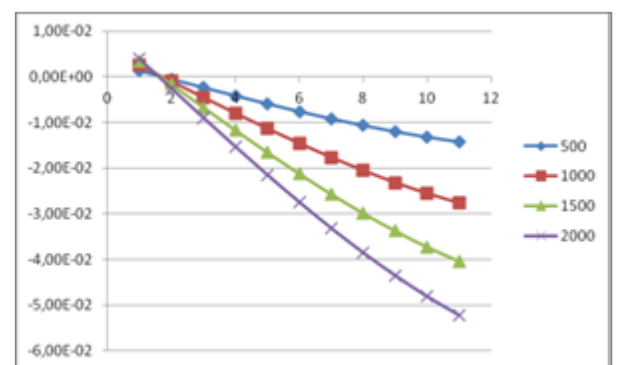


Figure 2.19 :L'évolution du moment dans les barres intermédiaires avec encastrement des nœuds sous différents chargements de la nappe supérieur

	500	1000	1500	2000
1	2,12E-02	4,28E-02	6,44E-02	7,00E-02
2	1,74E-02	3,50E-02	5,25E-02	4,61E-02
3	1,33E-02	2,68E-02	4,02E-02	2,18E-02
4	9,10E-03	1,83E-02	2,75E-02	-2,64E-03
5	4,78E-03	9,68E-03	1,46E-02	-2,71E-02
6	4,02E-04	9,39E-04	1,56E-03	-5,13E-02
7	-3,98E-03	-7,81E-03	-1,15E-02	-7,50E-02
8	-8,31E-03	-1,65E-02	-2,45E-02	-9,81E-02
9	-1,26E-02	-2,50E-02	-3,72E-02	-0,12032
10	-1,66E-02	-3,32E-02	-4,96E-02	-0,14147
11	-2,05E-02	-4,11E-02	-6,16E-02	-0,16134

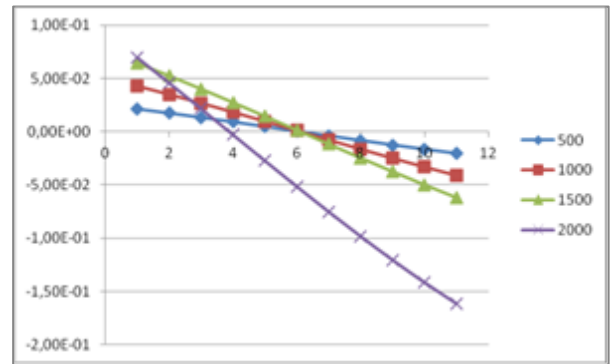


Figure 2.20 : L'évolution du moment dans les barres intermédiaires avec 5% de l'encastrement des nœuds sous différents chargements de la nappe supérieur

## 2-2) Comparaison des déplacements aux nœuds

### 2-2-1) Comparaisons des déplacements des nœuds de la nappe supérieure sous la charge répartie sur la nappe supérieure

F [N]	500	1000	1500	2000
LINK	0.11 mm	0.22 mm	0.33 mm	0.43 mm
5%	0.41 mm	0.82 mm	1.24 mm	4.50 mm
encastrement	0.11 mm	0.22 mm	0.33 mm	0.43 mm

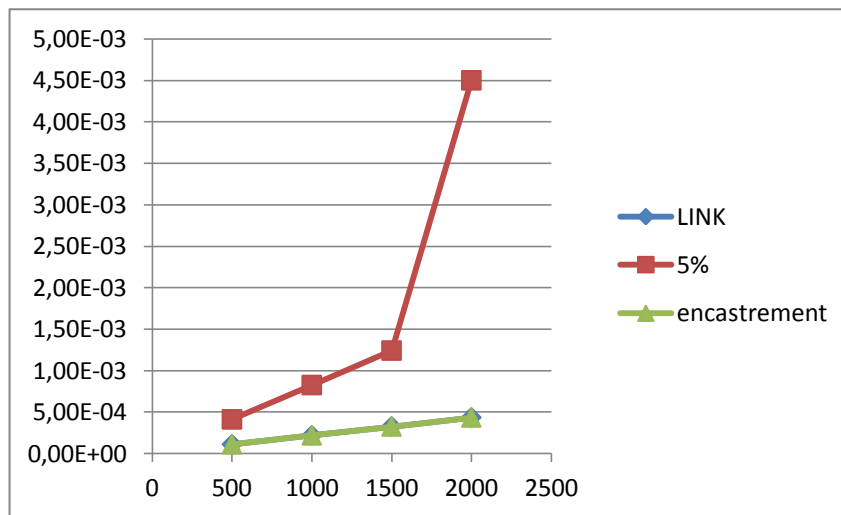
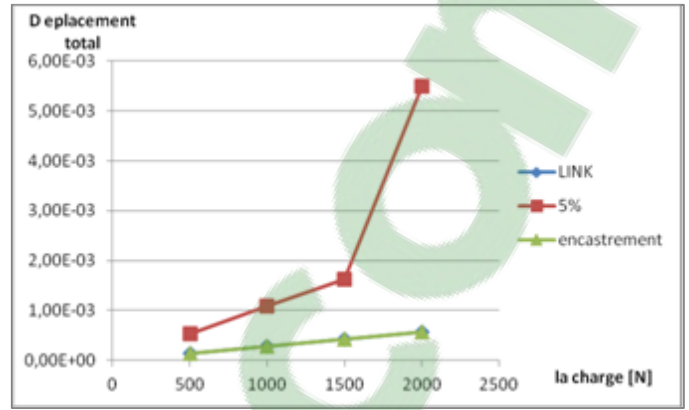
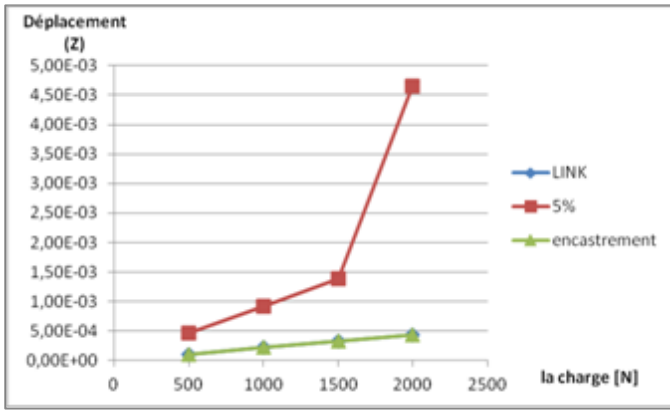


Figure 2.21 : Valeurs et graphique des déplacements pour les différents cas traités

### 2-2-2) Comparaisons des déplacements maximums

	G	500	1000	1500	2000
Déplacement suivant « Z » maximum	LINK	0.11 mm	0.22 mm	0.33 mm	0.43 mm
	5%	0,46 mm	0,92 mm	1,39 mm	4,65 mm
	encastrement	0.11 mm	0.22 mm	0.33 mm	0.43 mm
Déplacement total maximum	LINK	0,14 mm	0,29 mm	0,43 mm	0,57 mm
	5%	0,54 mm	1,08 mm	1,63 mm	5,50 mm
	encastrement	0,14 mm	0,29 mm	0,43 mm	0,57 mm



*Figure 2.22 : Valeurs et graphique des déplacements maximaux pour les différents cas traités*

Le déplacement induit par une modélisation avec des éléments BEAM et un encastrement correspond à celui induit par une modélisation LINK, par contre le déplacement induit par une modélisation avec des liaisons élastiques est largement différent et important.

## **Chapitre 3 :**

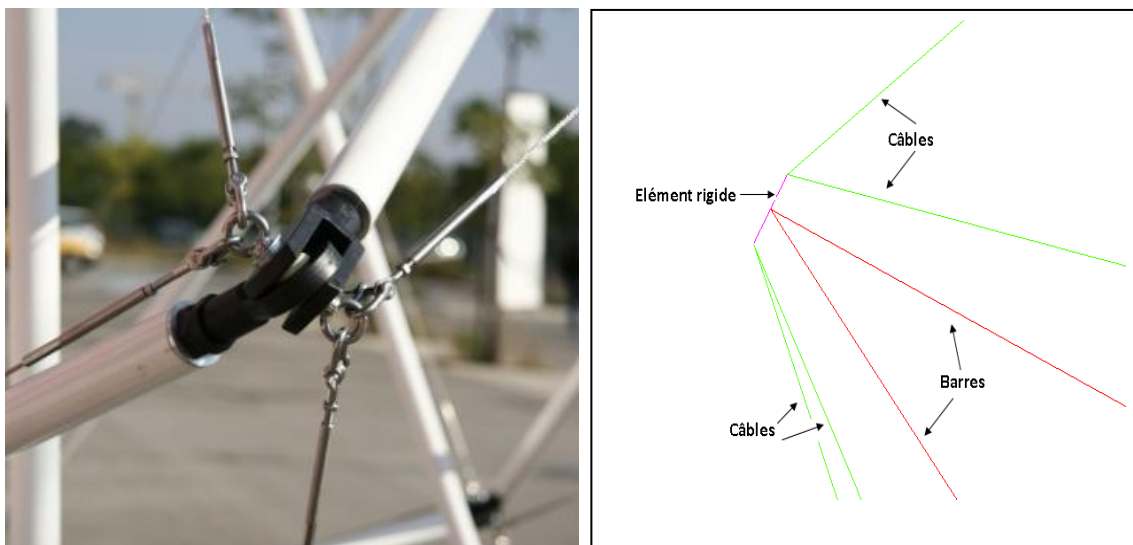
**Effet d'un excentrement des actions aux nœuds sur le comportement d'un système réticulé autocontraint**

The logo for Clicours.COM, featuring the text "Clicours.COM" in a white, sans-serif font centered within a solid blue rectangular background.

## Préambule

L'autre élément pouvant amener des différences entre modélisation et expérimentation est lié à des imperfections dans la réalisation du nœud par rapport au modèle théorique. Ces imperfections peuvent être géométriques et causées par le déport des câbles au niveau de la jonction entre les barres et les câbles, lié à la technologie du nœud. La modélisation consiste à approcher au mieux de l'état réel pour vérifier si le comportement de l'anneau coïncide ou s'approche seulement des cas traités précédemment.

Pour faire cela, nous avons déporté tous les câbles de la structure sur des éléments rigide qui sont situés dans l'axe perpendiculaire au plan formé par les deux barres jointes sur un même nœud.



*Figure 3.1 : Déport des câbles par rapport au centre du nœud sur un prototype*

Les liaisons entre les barres sont modélisées par des encastresments parfait et non pas par des rotules parfaite, pour ne pas induire de rotation des barres sur elles-mêmes. On se rapproche ainsi au mieux du cas réel puisque l'axe doit rester perpendiculaire au plan formé par les deux barres.

### **1) Caractéristiques des éléments qui déportent les câbles :**

Caractéristiques	Longueur (m)	Section (m <sup>2</sup> )	Rayon (m)	Module de Young (MPa)	Inertie (m <sup>4</sup> )
Liaison élastique	0.02	0.7854	0.01	200 000	I de la barre

*Tableau 3.1: Propriétés géométriques et mécanique des éléments de déport.*

Ces éléments sont très rigides pour modéliser au mieux l'axe qui a été effectivement mis en œuvre sur le prototype.

## 2) Influence sur l'autocontrainte

La structure n'est soumise à aucun chargement extérieur ni à son poids propre, elle est seulement sollicitée au travers de l'autocontrainte. Nous souhaitons ainsi voir quelle est l'influence du déport des câbles sur l'autocontrainte.

### 2-1) Comparaison des efforts internes :

Type d'éléments	Valeur théorique (N)	Modélisation avec câbles déportés (N)	Pourcentage de chute de l'autocontrainte
barres latérales	-1000	-872	12,73 %
barres intermédiaires	-341	-292	14,30 %
câbles de nappes	336	283	15,66 %
câbles coplanaires	857	767	10,48 %
câbles non coplanaires	326	282	13,56 %

*Tableau 3.2: Ecart de l'autocontrainte par rapport au niveau théorique*

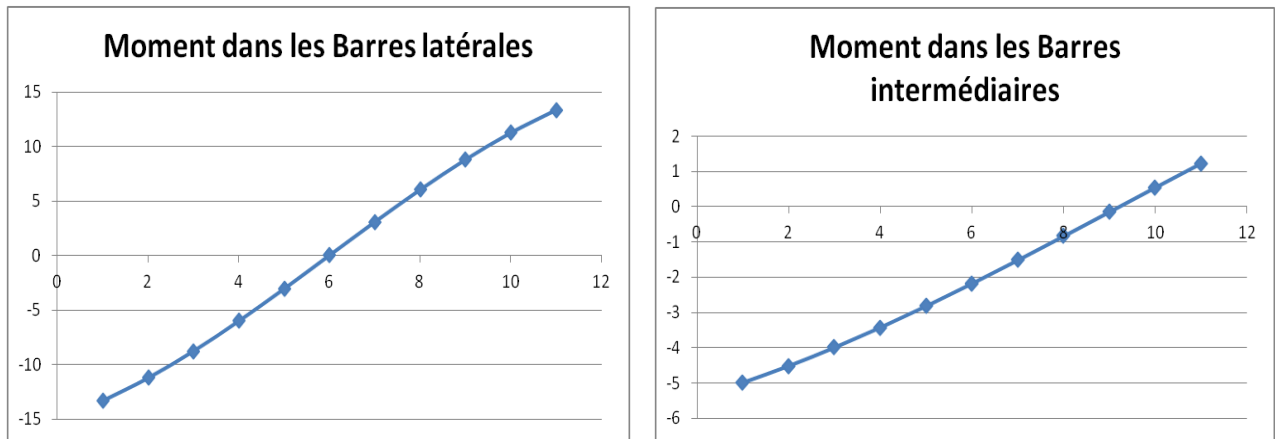
Nous remarquons une chute importante du niveau d'autocontrainte dans les différents éléments de l'anneau de tenségrité. Cette chute n'est pas proportionnelle dans chacun des éléments.

### 2-2) Quantification des moments dans les barres :

Moment	Barre latérale	Barre intermédiaire
1	-13,329	-4,9967
2	-11,241	-4,5233
3	-8,7775	-3,999
4	-6,0201	-3,4298
5	-3,0612	-2,8219
6	8,53E-05	-2,1822
7	3,0614	-1,518
8	6,0202	-0,83669
9	8,7777	-0,14598
10	11,241	0,54638
11	13,329	1,2326

*Tableau 3.3 : Moment développé tout au long de l'élément*





*Figure 3.2: Moment développé dans les barres latérales et intermédiaires sous autocontrainte seule.*

Nous remarquons que des moments se créent au niveau des barres latérales et intermédiaires, qu'ils sont linéaires, et donc engendrés principalement par le déport des câbles. C'est l'autocontrainte instaurée initialement dans les câbles qui engendre ces moments au niveau des liaisons (nœuds).

### 2-3) Analyse :

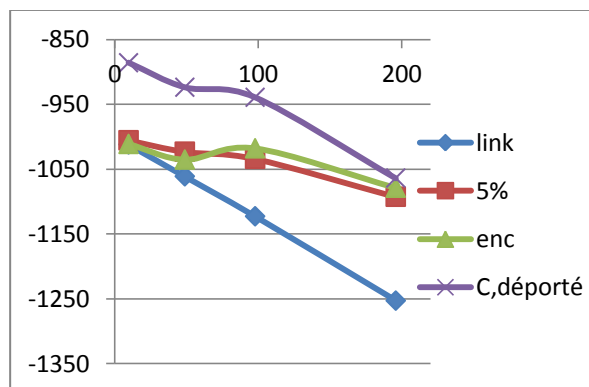
La chute de l'autocontrainte dans les éléments peut s'expliquer par une transformation de l'énergie de traction-compression initialement introduite (déformation des éléments) en une énergie de flexion liée à la mise en flexion des barres.

### 3) Sous chargement gravitaire

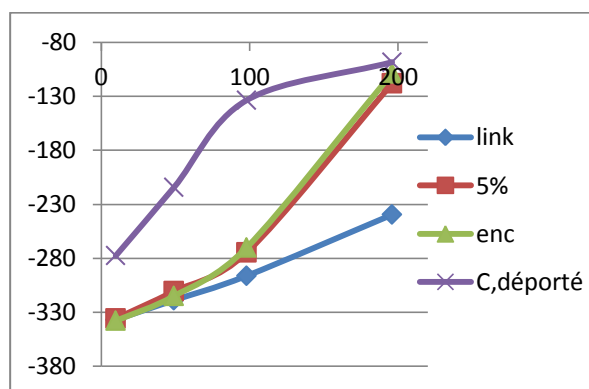
#### 3-1) Comparaison des efforts en fonction de l'augmentation du poids propre

Nous n'allons pas traiter tous les types d'éléments de l'anneau, nous allons présenter quelques cas et les autres seront fournis en annexe.

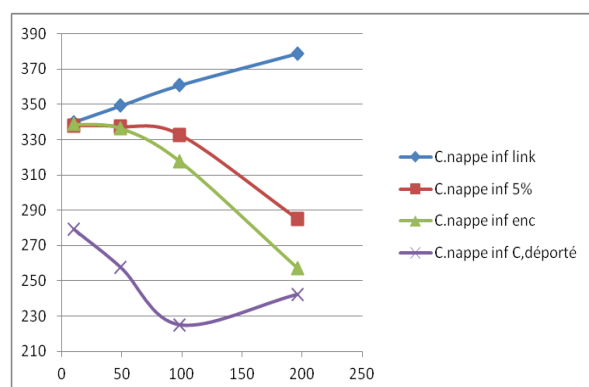
La structure est chargée uniquement par son poids propre, ce dernier est augmenté progressivement pour mieux analyser le comportement de la structure.



Force dans les barres latérales [N]				
g	LINK	5%	encastrement	C. déporté
9,8	-1011,8	-1005,41	-1011,05	-885,69
49	-1061	-1023,07	-1035,11	-923,588
98	-1122,7	-1034,006	-1017,788	-939,101
196	-1252,9	-1092,52	-1078,55	-1063,674



Force dans les barres intermédiaires de type1 [N]				
g	LINK	5%	encastrement	C. déporté
9,8	-336,92	-335,686	-337,664	-949,2
49	-318,81	-310,352	-314,766	-1025,6
98	-296,18	-274,47	-269,949	-1102
196	-239,43	-117,9011	-108,7916	-1212,5



Force dans les câbles de nappe inférieure [N]				
g	LINK	5%	encastrement	C. déporté
9,8	339,8	337,84	338,75	279,23
49	349,09	337,21	336,35	257,47
98	360,7	332,64	317,68	224,98
196	378,75	285,05	257,04	242,31

L'évolution de l'effort avec l'augmentation du poids propre est aléatoire et ne coïncide pas aux modélisations précédentes. La chute importante du niveau de l'autocontrainte est visible sur l'axe des ordonnées.

### 3-2) Comparaisons des moments qui se développent dans les barres en fonction de l'augmentation du poids propre

g	0	9,8	49	98	196
1	-13,329	-12,731	-10,078	-6,2136	0,36369
2	-11,241	-11,591	-12,828	-13,944	-18,219
3	-8,7775	-9,9005	-14,332	-19,578	-32,812
4	-6,0201	-7,7171	-14,541	-22,917	-42,826
5	-3,0612	-5,1159	-13,452	-23,853	-47,888
6	8,53E-05	-2,1858	-11,108	-22,369	-47,846
7	3,0614	0,97363	-7,5963	-18,531	-42,766
8	6,0202	4,2551	-3,0438	-12,49	-32,908
9	8,7777	7,5476	2,3883	-4,4704	-18,712
10	11,241	10,74	8,5105	5,2428	-0,76109
11	13,329	13,725	15,113	16,315	20,251

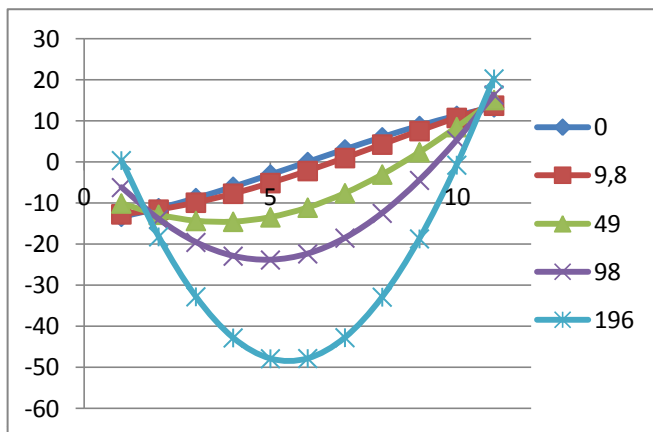


Figure 3.3 : L'évolution du moment dans les barres latérales avec encastrement des nœuds et câbles déportés sous différents chargements (poids propre croissant)

Le moment dans les barres latérales est linéaire sans chargement de poids propre, il est dû principalement au déport des câbles. Avec l'augmentation progressive du poids propre, le moment développé dans la barre commence à prendre la forme d'une parabole car le moment développé devient largement supérieur à celui causé par le déport des câbles.

Avec la charge réelle de l'anneau de tenségrité le moment développé dans les barres latérales est proche de celui quasiment sans charge. L'autocontrainte a donc plus d'influence que la charge réelle de poids propre.

### 3-3) Comparaison des déplacements maximaux en flexion

	G	9.8	49	98	196
Déplacement suivant « Z » maximum [mm]	LINK	0,019	0,094	0,188	0,405
	5%	1,159	5,733	11,291	23,635
	encastrement	0,840	4,168	8,206	16,876
	Câble déporté	1,670	4,618	8,158	16,247
Déplacement total maximum [mm]	LINK	0,026	0,127	0,253	0,551
	5%	1,253	6,313	12,674	27,619
	encastrement	0,978	4,920	9,713	20,607
	Câble déporté	2,127	5,499	9,537	19,491

Tableau 3.4 : Comparaison des déplacements maximaux en flexion

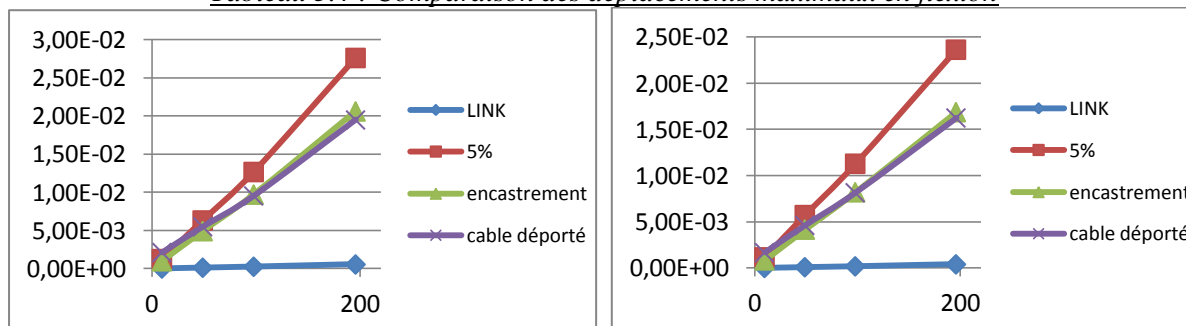


Figure 3.4 : Valeurs et graphique des déplacements maximaux pour les différents cas traités

On peut remarquer que le déplacement induit par une modélisation « câbles déportés » est pratiquement le même que celui induit par la modélisation « encastrement » puisque la modélisation avec des câbles déportés reste avec des encastrements au niveau des liaisons entre les barres. La différence se fait donc uniquement au niveau de la répartition des efforts dans les éléments et des couples qui sont dus aux câbles déportés.

#### 4) Charge répartie sur la nappe supérieure

L'anneau est chargé maintenant au travers de forces ponctuelles sur les cinq nœuds de la nappe supérieure comme indiqué sur la figure 3.5

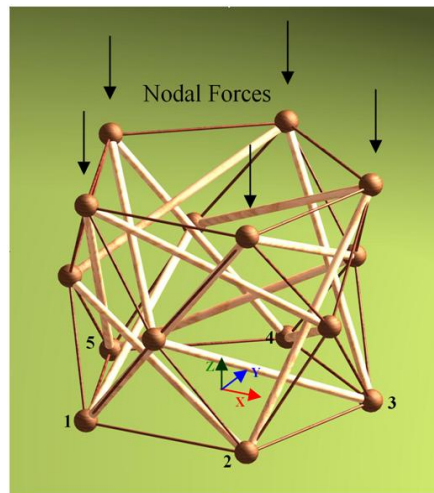
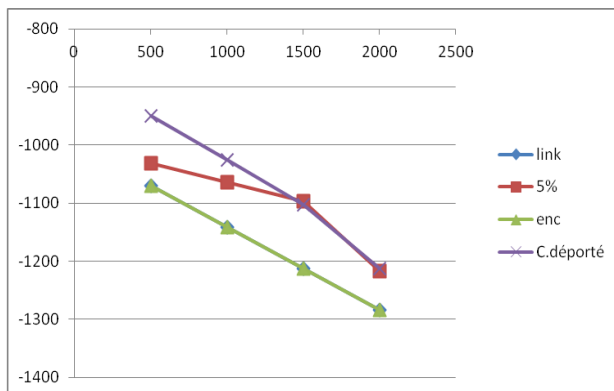
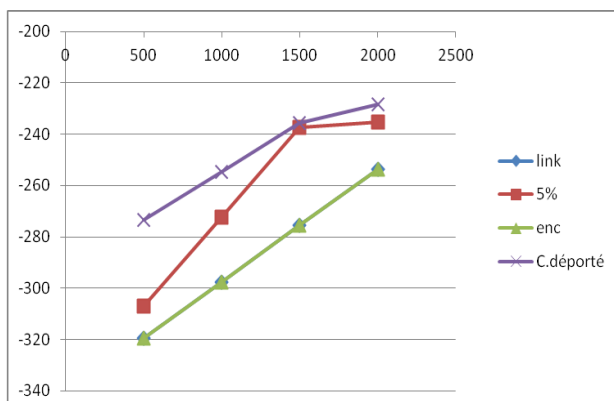


Figure 3.5 : Chargement de la nappe supérieure de l'anneau.

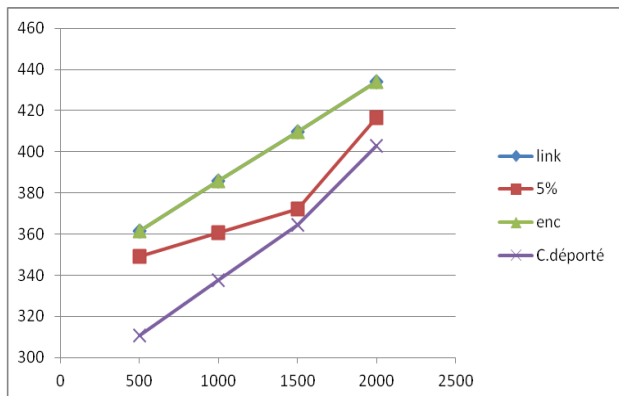
#### 4-1) Comparaisons des efforts dans chaque type d'éléments en fonction de l'augmentation de la force appliquée



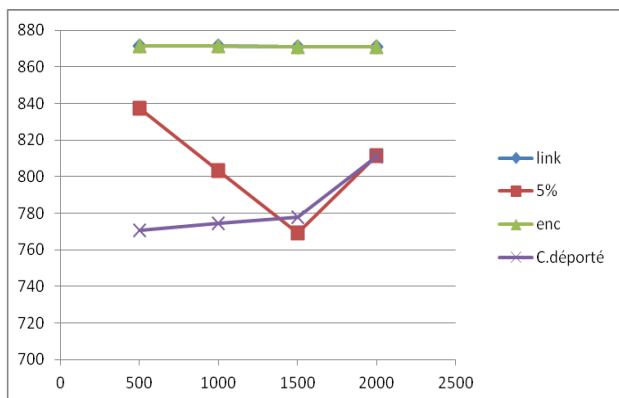
Effort dans les Barres latérales [N]				
F	LINK	5%	encastrement	C. déporté
500	-1070,5	-1031,8	-1070,5	-949,2
1000	-1141,6	-1064,0	-1141,5	-1025,6
1500	-1212,7	-1096,4	-1212,6	-1102,0
2000	-1283,8	-1217,5	-1283,7	-1212,5



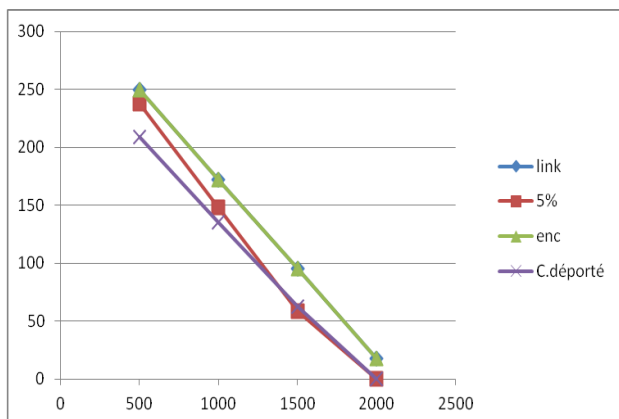
Effort dans les Barres intermédiaire [N]				
F	LINK	5%	encastrement	C. déporté
500	-319,48	-307,01	-319,50	-273,56
1000	-297,51	-272,34	-297,54	-254,64
1500	-275,53	-237,54	-275,58	-235,68
2000	-253,54	-235,38	-253,62	-228,31



Effort dans les Câbles de nappe [N]				
F	LINK	5%	encastrement	C. déporté
500	361,57	349,25	361,57	310,73
1000	385,66	360,81	385,67	337,66
1500	409,75	372,26	409,77	364,59
2000	433,85	416,59	433,87	402,78



Effort dans les Câbles coplanaires [N]				
F	LINK	5%	encastrement	C. déporté
500	871,36	837,45	871,35	770,81
1000	871,22	803,26	871,21	774,28
1500	871,09	769,2	871,07	777,72
2000	870,96	811,3	870,94	811,01



Effort dans les Câbles non coplanaire [N]				
F	LINK	5%	encastrement	C. déporté
500	249,34	237,32	249,35	209,03
1000	172,16	147,96	172,19	135,65
1500	94,972	58,51	95,015	62,242
2000	17,777	0	17,834	0

Malgré une chute de l'autocontrainte, on peut remarquer que le comportement des éléments de la structure en termes de force interne (autocontrainte) avec une modélisation « câble déporté » suit pratiquement la même pente que celle avec une modélisation « encastrement » dans le cas où les câbles restent tendus.

#### 4-2) Comparaison des moments dans chaque type d'éléments en fonction de l'augmentation de la charge de la nappe supérieure

	0	500	1000	1500	2000
1	-13,329	-12,813	-12,298	-11,785	-11,765
2	-11,241	-10,859	-10,474	-10,087	-10,143
3	-8,7775	-8,5097	-8,2381	-7,9627	-8,0498
4	-6,0201	-5,8511	-5,6787	-5,5027	-5,5834
5	-3,0612	-2,9797	-2,8962	-2,8106	-2,8578
6	8,53E-05	9,60E-05	1,07E-04	1,19E-04	2,88E-04
7	3,0614	2,9799	2,8964	2,8108	2,8584
8	6,0202	5,8513	5,6789	5,503	5,5839
9	8,7777	8,5098	8,2382	7,9629	8,0502
10	11,241	10,859	10,474	10,087	10,143
11	13,329	12,813	12,298	11,785	11,765

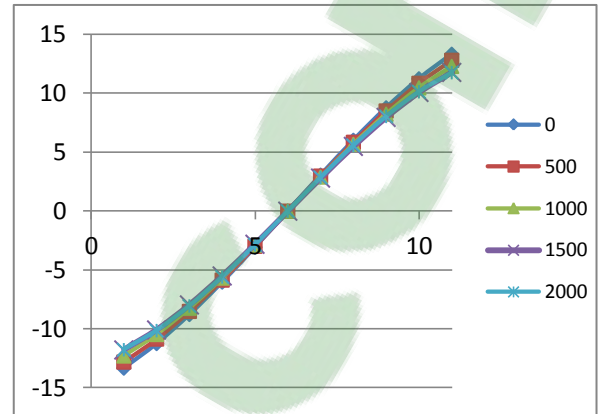


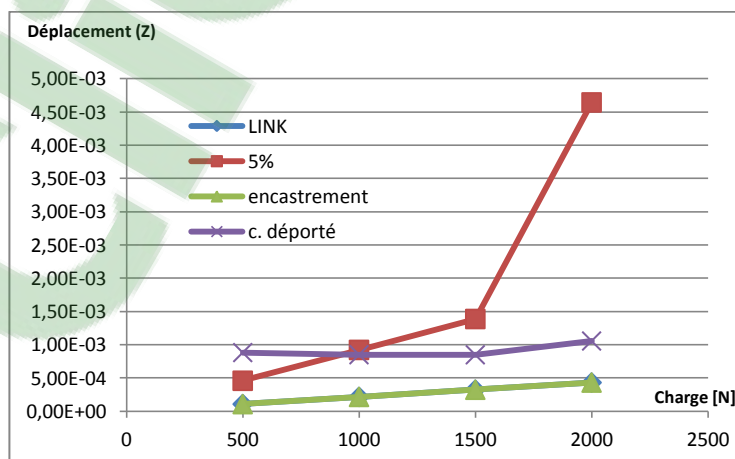
Figure 3.6 : L'évolution du moment dans les barres latérales avec encastrement des nœuds sous une modélisation avec câbles déportés

Le moment induit dans les barres latérales de l'anneau diminue en fonction de l'augmentation de la charge de la nappe supérieure mais la différence n'est pas très significative.

#### 4-3) Comparaison des déplacements aux nœuds

	G	500	1000	1500	2000
Déplacement suivant « Z » maximum [mm]	LINK	0,109	0,217	0,325	0,433
	5%	0,460	0,924	1,389	4,646
	encastrement	0,109	0,217	0,325	0,433
	Câble déporté	0,884	0,852	0,851	1,058
Déplacement total maximum [mm]	LINK	0,143	0,285	0,428	0,570
	5%	0,539	1,083	1,630	5,498
	encastrement	0,143	0,285	0,428	0,570
	Câble déporté	1,25	1,26	1,69	1,35

Tableau 3.5 : Comparaison des déplacements aux nœuds



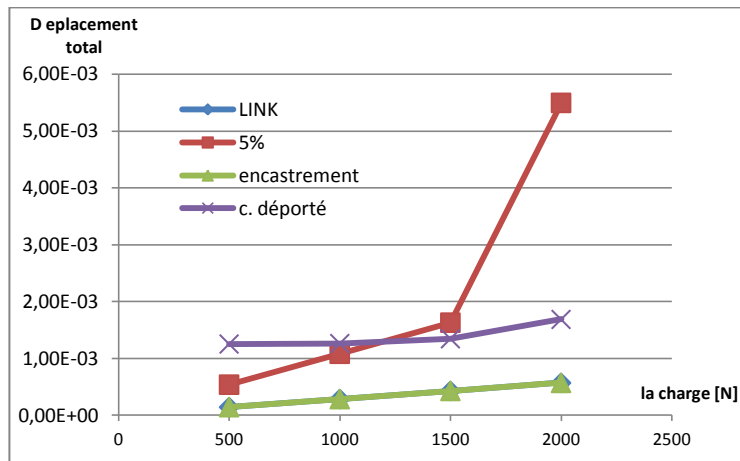


Figure 3.7 : Valeurs et graphique des déplacements maximaux pour les différents cas traités



## **Conclusion**

Le but de ce stage qui a duré six mois était de prendre en compte les imprécisions de réalisation ou de modélisation dans l'étude des systèmes de tensegrité et de comparer les résultats avec les études précédentes et les évalués pour qu'à la fin savoir si ces derniers faussent ou pas le résultat.

L'étude était divisée en trois parties :

La première était de quantifier la différence de la distribution des actions de liaison sur une poutre simple, les résultats ont montré que l'élément en lui-même transmet toujours la moitié de la charge à ses extrémités que se soit modéliser en poutre ou en barre seul les imperfections qui causent une distribution différente en fonction de son ampleur.

Dans la deuxième partie nous avons étendu cette étude sur un système de tensegrité plus complexe, les résultats ont montré que si la charge n'est pas importante (le cas réel de ce système) la différence due par la modélisation n'est pas flagrante, sinon dans le cas contraire nous remarquons une chute de l'autocontrainte et un déplacement beaucoup plus important que si on ne prend pas compte de ces imperfections.

En excentrant les efforts ramenés par les câbles dans la troisième partie, les résultats ont montré encore une fois une chute de l'autocontrainte avec des moments qui se développent au niveau des liaisons ce qui nous a ramené à conclure qu'il faut prendre en considération les imprécisions de réalisation ou de modélisation dans les études futures.

## **Bibliographie**

- [FUL62] FULLER R.B., *Tensile Integrity Structure*, US PATENT 3.063.572, 1962.
- [FUL73] FULLER R.B., *The dymaxion world of Buckminster Fuller*, Anchoor Books Edition, 1973.
- [SNE73] SNELSON K., *Tensegrity Mast*, Shelter Publications, Bolinas Californie, 1973.
- [EMM88] EMMERICH D.G., *Structures tendues et autotendantes*, Ecole d'architecture de Paris La Villette, 1988.
- [MOT97] MOTRO R., *Systèmes de Tenségrité*, Actes du séminaire du 4 décembre 1997, Ecole d'Architecture du Languedoc Roussillon, Editions de l'Espérou, ISBN 2-912261-06-6.
- [MOT00] MOTRO R., *Systèmes de tenségrité*, En cours de publication, 2000.
- [NGU09] NGUYEN A.D., *Etude du comportement mécanique et du pliage d'un anneau de tenségrité a base pentagonale*, Thèse de doctorat, Université Montpellier 2, 2009.
- [Ansys13] Manuelle de référence Ansys.

# Annexe 1

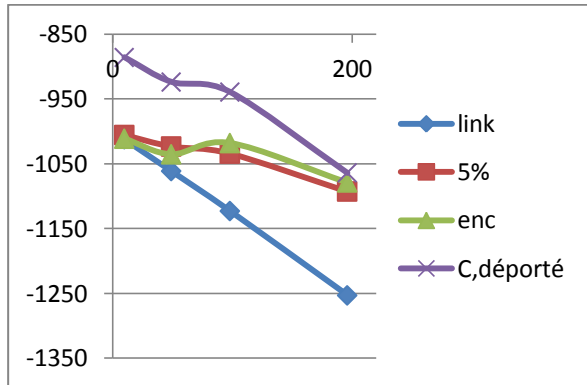
## Comparaison des efforts et des moments

0°										
$\gamma$	Fx1	Fx2	Fy1	Fy2	M1	M2	$\beta$	M2/M1	M1/M2	
0,1	101,4	-97,891	114,86	77,707	-1,02E+04	8,66E+03	0,67653665	-0,85046169	-1,17583192	
0,3	107,33	-106,08	101,91	90,664	-3,65E+03	2,06E+03	0,88964773	-0,56381375	-1,77363535	
0,6	108,15	-107,64	97,962	94,608	-1,65E+03	4,91E+01	0,96576223	-0,02972115	-33,6460771	
0,9	108,36	-108,27	96,569	96,001	-9,48E+02	-6,60E+02	0,9941182	0,69615766	1,43645622	
1	108,4	-108,4	96,285	96,285	-804,22	-804,22	1	1	1	
2	108,42	-109,13	94,986	97,584	-146,58	-146,58	1,0273514	9,99727111	0,1000273	
5	108	-110,31	94,184	98,386	258,74	-1874,3	1,0446148	-7,24395146	-0,1380462	
10	107,15	-111,96	93,904	98,666	398,72	-2018,2	1,05071136	-5,06169743	-0,19756218	
30°										
$\gamma$	Fx1	Fx2	Fy1	Fy2	M1	M2	$\beta$	M2/M1	M1/M2	
0,1	136,51	-136,47	175,05	17,504	-1,35E+03	-1,36E+03	0,09999429	1,00303412	0,99697506	
0,3	89,919	-89,88	148,15	44,417	-1,13E+03	-1,14E+03	0,299811	1,0102983	0,98980668	
0,6	41,919	-41,894	120,42	72,145	-8,95E+02	-9,14E+02	0,59911144	1,02186476	0,97860307	
0,9	9,1041	-9,0993	101,47	91,101	-7,36E+02	-7,61E+02	0,89781216	1,03407099	0,96705159	
1	0,357	0,36	96,416	96,154	-693,86	-720,43	0,99728261	1,03829303	0,96311925	
2	-55	54,905	64,437	128,13	-426,44	-462,72	1,98845384	1,08507645	0,92159405	
5	-110,3	109,85	32,497	160,07	-159,29	-206,51	4,92568545	1,29644045	0,77134279	
10	-135,39	134,39	17,991	174,58	-37,942	-92,246	9,70374076	2,43123715	0,41131323	
45°										
$\gamma$	Fx1	Fx2	Fy1	Fy2	M1	M2	$\beta$	M2/M1	M1/M2	
0,1	78,835	-78,795	175,07	17,504	-9,47E+02	-9,53E+02	0,09998286	1,00622908	0,99380948	
0,3	51,922	-51,887	148,14	44,427	-8,18E+02	-8,27E+02	0,29989874	1,01107783	0,98904355	
0,6	24,18	-24,158	120,39	72,18	-6,85E+02	-6,97E+02	0,59955146	1,01810001	0,98222178	
0,9	5,2057	-5,2011	101,41	91,162	-5,93E+02	-6,08E+02	0,89894488	1,02480913	0,97579146	
1	0,146	-0,148	96,347	96,223	-569,01	-584,37	0,99871299	1,02699425	0,97371528	
2	-31,882	31,81	64,304	128,27	-415,04	-434,59	1,99474372	1,04710389	0,95501507	
5	-63,901	63,565	32,278	160,28	-261,13	-285,75	4,96561125	1,09428254	0,91384077	
10	-78,437	77,689	17,727	174,84	-191,17	-219,65	9,86292097	1,14897735	0,87033918	
60°										
$\gamma$	Fx1	Fx2	Fy1	Fy2	M1	M2	$\beta$	M2/M1	M1/M2	
0,1	45,522	-45,492	175,06	17,507	-6,21E+02	-6,25E+02	0,10000571	1,00693874	0,99310907	
0,3	29,979	-29,954	148,13	44,437	-5,47E+02	-5,52E+02	0,2999865	1,01066554	0,98944701	
0,6	13,954	-13,939	120,37	72,202	-4,70E+02	-4,77E+02	0,59983385	1,01581591	0,98443033	
0,9	2,9925	-2,989	101,37	91,195	-4,17E+02	-4,26E+02	0,89962514	1,02054171	0,97987176	
1	0,069	0,07	96,31	96,26	-403,18	-412,06	0,99948084	1,0220249	0,97844974	
2	-18,458	18,368	64,242	128,33	-314,41	-325,35	1,99760281	1,03479533	0,96637467	
5	-36,944	36,718	32,182	160,39	-225,64	-239,25	4,9838419	1,06031732	0,9431139	
10	-45,348	44,842	17,613	174,96	-185,29	-201,14	9,93357179	1,08554158	0,92119916	
90°										
$\gamma$	Fy1	Fy2	Fy1/Fy2	$\beta=Fy2/Fy1$						
0,1	175,06	17,51	9,99771559	0,10002285						
0,3	148,12	44,445	3,33265834	0,30006076						
0,6	120,35	72,218	1,66648204	0,60006647						
0,9	101,35	91,219	1,11106239	0,90003947						
1	96,285	96,285	1	1						
2	64,201	128,37	0,50012464	1,99950157						
5	32,122	160,45	0,20019944	4,99501899						
10	17,542	175,03	0,10022282	9,97767664						

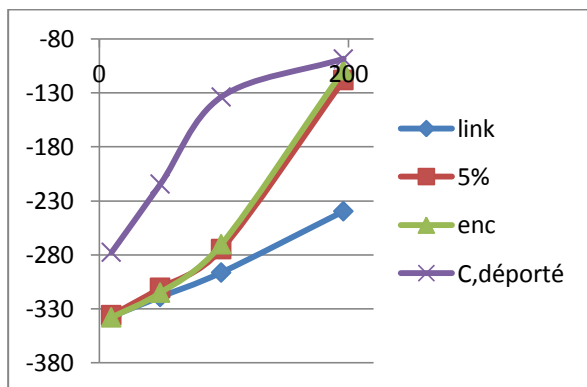
## Annexe 2

### Comparaison des efforts dans chaque type d'éléments en fonction de l'augmentation du poids propre

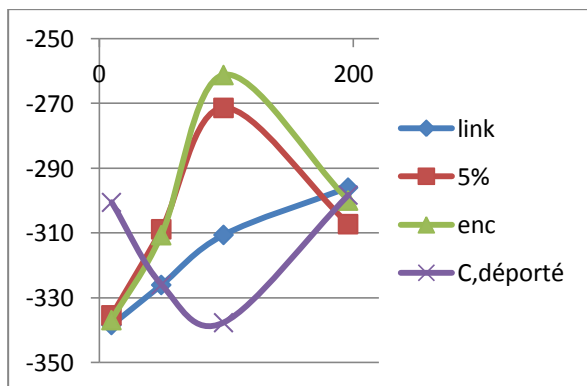
#### 1) Sous une charge gravitaire



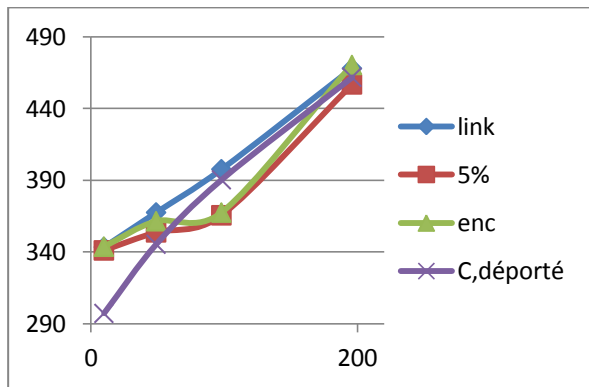
Force dans les barres latérales [N]				
g	LINK	5%	encastrement	C. déporté
9,8	-1011,8	-1005,41	-1011,05	-885,69
49	-1061	-1023,07	-1035,11	-923,588
98	-1122,7	-1034,006	-1017,788	-939,101
196	-1252,9	-1092,52	-1078,55	-1063,674



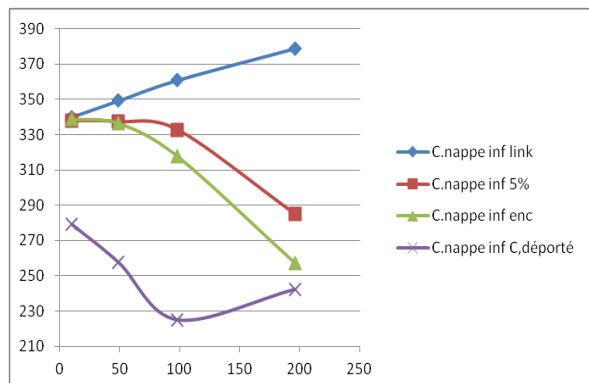
Force dans les barres intermédiaires de type1 [N]				
g	LINK	5%	encastrement	C. déporté
9,8	-336,92	-335,686	-337,664	-949,2
49	-318,81	-310,352	-314,766	-1025,6
98	-296,18	-274,47	-269,949	-1102
196	-239,43	-117,9011	-108,7916	-1212,5



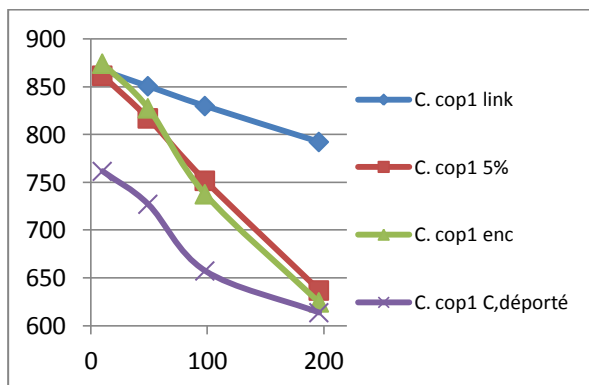
Force dans les barres intermédiaires de type2 [N]				
g	LINK	5%	encastrement	C. déporté
9,8	-338,36	-335,383	-336,844	-300,511
49	-326	-308,813	-310,623	-325,954
98	-310,55	-271,351	-261,186	-337,638
196	-295,96	-307,235	-299,949	-298,263



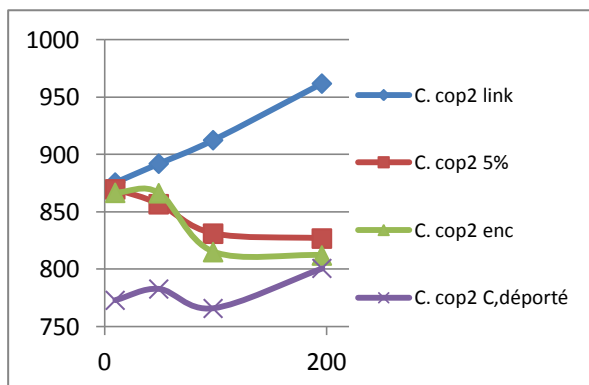
Force dans les câbles de nappe supérieure [N]				
g	LINK	5%	encastrement	C. déporté
9,8	343,51	341,16	343,8	297,25
49	367,63	353,77	361,53	345,47
98	397,78	365,67	367,58	390,42
196	468,1	456,97	470,49	461,9



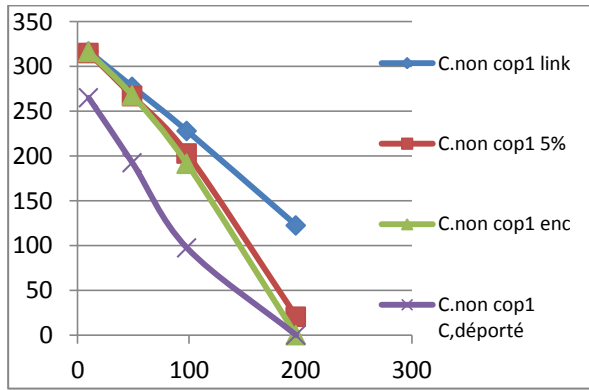
Force dans les câbles de nappe inférieure [N]				
g	LINK	5%	encastrement	C. déporté
9,8	339,8	337,84	338,75	279,23
49	349,09	337,21	336,35	257,47
98	360,7	332,64	317,68	224,98
196	378,75	285,05	257,04	242,31



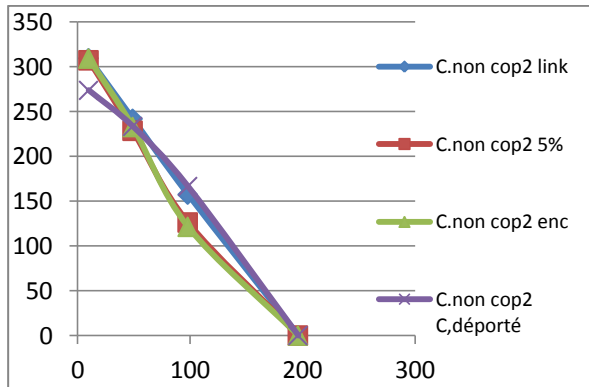
Force dans les câbles coplanaires de type 1 [N]				
g	LINK	5%	encastrement	C. déporté
9,8	867,35	861,7	874,36	761,7
49	850,75	817,11	827,66	727,21
98	830,01	751,82	737,76	657,51
196	792,43	637,05	624,63	613,85



Force dans les câbles coplanaires de type 2 [N]				
g	LINK	5%	encastrement	C. déporté
9,8	875,6	869,61	866,63	772,92
49	892	856,7	866,29	782,76
98	912,51	831	814,95	765,82
196	961,85	826,76	812,01	800,75

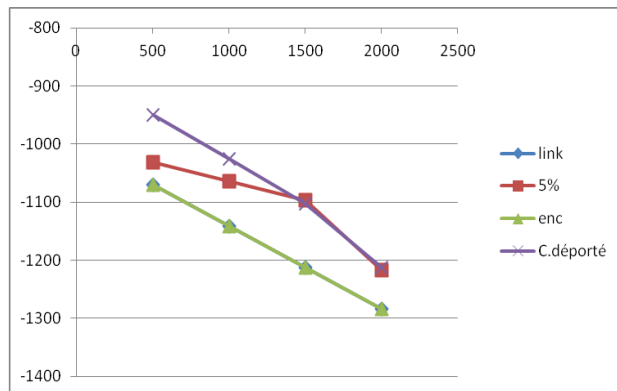


Force dans les câbles non coplanaires de type 1 [N]				
g	LINK	5%	encastrement	C. déporté
9,8	316,65	315,02	316,23	265,1
49	277,25	266,91	267,66	192,54
98	228	202,79	191,37	97,452
196	122,47	20,521	0	0

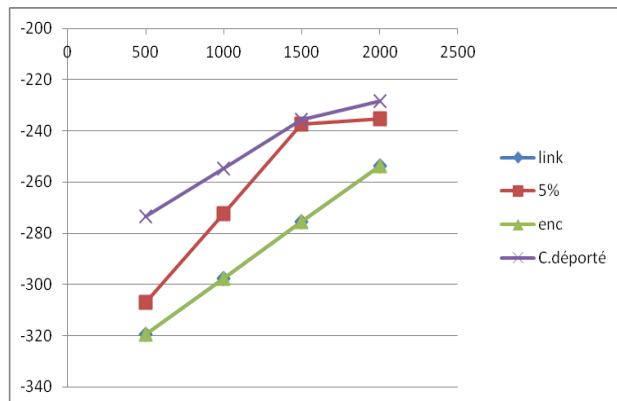


Force dans les câbles non coplanaires de type 2 [N]				
g	LINK	5%	encastrement	C. déporté
9,8	309,6	307,37	309,28	273,78
49	241,98	228,66	232,89	233,48
98	157,45	126,23	121,4	166,48
196	0	0	0	0

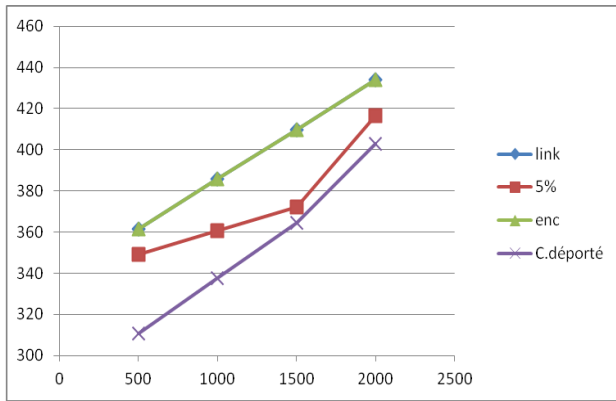
## 2) Sous une charge répartie sur la nappe supérieure



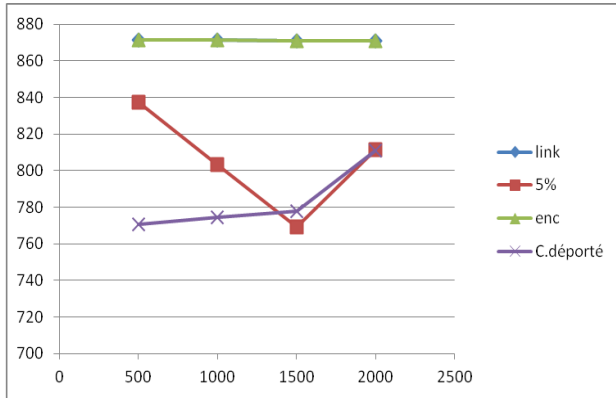
Force dans les Barres latérales [N]				
F	LINK	5%	encastrement	C. déporté
500	-1070,5	-1031,8	-1070,5	-949,2
1000	-1141,6	-1064	-1141,5	-1025,6
1500	-1212,7	-1096,4	-1212,6	-1102
2000	-1283,8	-1217,5	-1283,7	-1212,5



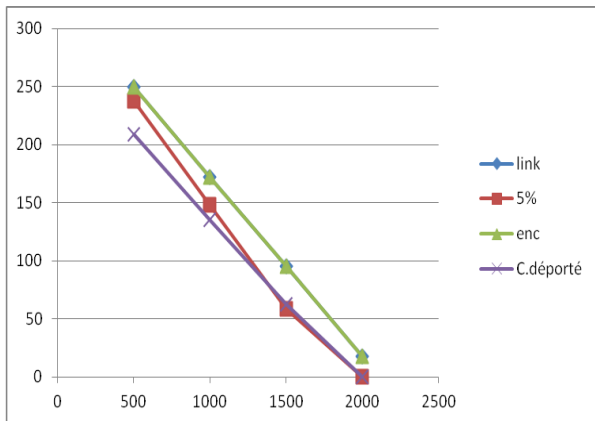
Force dans les Barres intermédiaire [N]				
F	LINK	5%	encastrement	C. déporté
500	-319,48	-307,01	-319,5	-273,56
1000	-297,51	-272,34	-297,54	-254,64
1500	-275,53	-237,54	-275,58	-235,68
2000	-253,54	-235,38	-253,62	-228,31



F	LINK	5%	encastrement	C. déporté
500	361,57	349,25	361,57	310,73
1000	385,66	360,81	385,67	337,66
1500	409,75	372,26	409,77	364,59
2000	433,85	416,59	433,87	402,78



F	LINK	5%	encastrement	C. déporté
500	871,36	837,45	871,35	770,81
1000	871,22	803,26	871,21	774,28
1500	871,09	769,2	871,07	777,72
2000	870,96	811,3	870,94	811,01



F	LINK	5%	encastrement	C. déporté
500	249,34	237,32	249,35	209,03
1000	172,16	147,96	172,19	135,65
1500	94,972	58,51	95,015	62,242
2000	17,777	0	17,834	0