

Sommaire

Sommaire

Introduction générale	01
Chapitre I : Caractéristique des écoulements	
I-1 Introduction	03
I-2 Ecoulement à surface libre	03
I-2-1 Définition	03
I-3 Caractérisation des forces dans un écoulement	03
I-3-1 Les équations de base	03
I-3-2 Les forces de volumes	04
I-3-3 Les forces de surfaces	05
I-3-4 Importances de différentes forces	05
I-3-4-1 Le nombre d'Euler	05
I-3-4-2 Le nombre de Reynolds	06
I-3-4-3 Le nombre de Froude	06
I-4 Distribution des vitesses et des pressions dans une section d'écoulement	06
I-4-1 Répartition des vitesses	06
I-4-2 Répartition des pressions	08
I-5 Ecoulement dans les canaux	09
I-5-1 Types d'écoulement	09
I-5-1-1 Variabilité dans le temps	09
I-5-1-2 Variabilité dans l'espace	10
I-5-1-3 Ecoulement permanent ou non permanent	11
I-5-1-4 Ecoulement uniforme ou non uniforme	11
I-5-1-5 Ecoulement à surface libre (en canal ou en conduite)	11
I-5-1-6 Ecoulement fluvial ou torrentiel	12
I-6 Conclusion	13
Chapitre II : Ecoulement à surface libre – régime uniforme -	
II-1 Introduction	14
II-2 Ecoulement uniforme et permanent	14
II-2-1 Définition	14
II-3 Equation de régime uniforme	15
II-4 Principales équations	16
II-4-1 L'équation de Chézy	17
II-4-2 Ganguillet et Kutter	18
II-4-3 Manning	18
II-4-4 Manning-Strickler	18
II-5 Autres formules d'écoulements	19
II-5-1 Formule de Darcy- Weisbach	19
II-5-2 Formule de Bazin	19

II-6 Ecoulement critique	20
II-6-1 La hauteur (profondeur) critique	21
II-6-2 La pente critique	21
II-7 Profondeur normale (équation de Manning)	22
II-7-1 Calcul de la hauteur normale	22
II-8 Conclusion	24

Chapitre III : Ecoulement à surface libre – régime permanent -

III-1 Introduction	25
III-2 L'écoulement graduellement varié	25
III-2-1 Définition	25
III-2-2 Equation simplifiée de Saint Venant	26
III-3 Forme de la surface d'eau	28
III-3-1 Canaux à pente faible	28
❖ Courbe M_1	29
❖ Courbe M_2	29
❖ Courbe M_3	30
III-3-2 Canaux à pente forte	30
❖ Courbe S_1	30
❖ Courbe S_2	31
❖ Courbe S_3	31
III-3-3 Canaux à pente critique	32
❖ Courbe C_1	32
❖ Courbe C_2	32
❖ Courbe C_3	33
III-3-4 Canaux horizontaux	33
III-3-5 Canaux à contre pente	34
III-4 Calcul du profil de la ligne d'eau à la surface d'eau	34
III-4-1 Définition	34
III-4-2 Méthode par approximation successives	35
➤ Méthode des tronçons (Δx est fixée)	37
➤ Méthode des variations de profondeur (Δh est fixée)	38
III-4-3 Méthode par intégration directe	38
➤ Méthode de Bresse:	40
➤ Méthode de Bakhmeteff	42
• Section rectangulaire	43
• Section trapézoïdale	44
• Section triangulaire	44
• Section parabolique	45
➤ Méthode de Chow	46
✓ Section rectangulaire	46

✓ Section trapézoïdale	47
✓ Section triangulaire	48
✓ Section parabolique	48
III-4-4 Méthode par intégration graphique	48
III-4-4-1 Méthode directe	49
III-5 Conclusion	49
Chapitre IV : Application et discussion des résultats	
IV-1 Introduction	50
IV-2 Caractéristiques géométriques des canaux non prismatiques	50
IV-3 Rugosité composée	50
IV-4 Pente moyenne	51
IV-5 Exemple de calcul 1	51
IV-6 Exemple de calcul 2	55
IV-7 Exemple de calcul 3	58
IV-8 Exemple de calcul 4	61
IV-9 Exemple de calcul 5	63
IV-10 Exemple de calcul 6	66
IV-11 Exemple de calcul 7	69
IV-12 Exemple de calcul 8	71
IV-13 Exemple de calcul 9	73
IV-14 Conclusion	77
Conclusion générale	79
Référence bibliographique	
Annexe	

liste des figures

LISTES DES FIGURES

Chapitre I

Fig. 1-1	Répartition de la vitesse dans une section.	06
Fig. 1-2	Courbes d'égale vitesse ou isotaches.	07
Fig. 1-3	Calcul du débit à partir de mesure de la vitesse.	08
Fig. 1-4	Elément de fluide sous une surface libre.	08
Fig. 1-5	Ecoulement permanent.	09
Fig. 1-6	Ecoulement non permanent.	09
Fig. 1-7	Schéma des écoulements permanents, uniforme et variés.	10

Chapitre II

Fig. 2-1	Ecoulement uniforme et permanent.	14
Fig. 2-2	Ecoulement uniforme.	15
Fig. 2-3	Equilibre des forces sur une portion d'écoulement permanent uniforme.	16

Chapitre III

Fig. 3-1	Ecoulement non uniforme.	25
Fig. 3-2	Branche M1 (courbe remous d'exhaussement).	29
Fig. 3-3	Branche M2 (courbe remous d'abaissement).	30
Fig. 3-4	Branche M3 (courbe remous d'exhaussement).	30
Fig. 3-5	Branche S1 (courbe remous d'exhaussement).	31
Fig. 3-6	Branche S2 (courbe remous d'abaissement).	31
Fig. 3-7	Branche S3 (courbe remous d'exhaussement).	32
Fig. 3-8	Branche C1 (courbe remous d'exhaussement).	32
Fig. 3-9	Branche C3 (courbe remous d'exhaussement).	33
Fig. 3-10	Branche H2 (courbe remous d'abaissement).	33
Fig. 3-11	Branche H3 (courbe remous d'exhaussement).	33
Fig. 3-12	Branche A2 (courbe remous d'abaissement).	34
Fig. 3-13	Branche A3 (courbe remous d'exhaussement).	34
Fig. 3-14	Schéma d'écoulement non uniforme entre deux sections.	36

Fig. 3-15	Schéma de la méthode par intégration graphique.	49
-----------	---	----

Chapitre IV

Fig. 4-1	Section à rugosité composée.	50
Fig. 4-2	Exemple de calcul pour un canal non prismatique.	51
Fig. 4-3	Calcul de la ligne d'eau avec la méthode des traçons pour une forme de section trapézoïdale du canal de faible rugosité ($n=0.017m^{-1/3}$ s).	54
Fig. 4-4	Calcul de la ligne d'eau avec la méthode de Bakhmeteff pour une forme de section trapézoïdale du canal de faible rugosité ($n=0.017m^{-1/3}$ s).	54
Fig. 4-5	Calcul de la ligne d'eau avec la méthode de Chow pour une forme de section trapézoïdale du canal de faible rugosité ($n=0.017m^{-1/3}$ s).	54
Fig. 4-6	Calcul de la ligne d'eau avec les trois méthodes pour une forme de section trapézoïdale du canal de faible rugosité ($n=0.017m^{-1/3}$ s).	55
Fig. 4-7	Calcul de la ligne d'eau avec la méthode des traçons pour une forme de section trapézoïdale du canal de faible rugosité ($n=0.012m^{-1/3}$ s).	57
Fig. 4-8	Calcul de la ligne d'eau avec la méthode de Bakhmeteff pour une forme de section trapézoïdale du canal de faible rugosité ($n=0.012m^{-1/3}$ s).	57
Fig. 4-9	Calcul de la ligne d'eau avec la méthode de Chow pour une forme de section trapézoïdale du canal de faible rugosité ($n=0.012m^{-1/3}$ s).	57
Fig. 4-10	Calcul de la ligne d'eau avec les trois méthodes pour une forme de section trapézoïdale du canal de faible rugosité ($n=0.012m^{-1/3}$ s).	58
Fig. 4-11	Calcul de la ligne d'eau avec la méthode des traçons pour une forme de section rectangulaire du canal de faible rugosité ($n=0.017m^{-1/3}$ s).	59
Fig. 4-12	Calcul de la ligne d'eau avec la méthode de Bakhmeteff pour une forme de section rectangulaire du canal de faible rugosité ($n=0.017m^{-1/3}$ s).	60
Fig. 4-13	Calcul de la ligne d'eau avec la méthode de Chow pour une forme de section rectangulaire du canal de faible rugosité ($n=0.017m^{-1/3}$ s).	60
Fig. 4-14	Calcul de la ligne d'eau avec les trois méthodes pour une forme de section rectangulaire du canal de faible rugosité ($n=0.017m^{-1/3}$ s).	60
Fig. 4-15	Calcul de la ligne d'eau avec la méthode des traçons pour une forme de section rectangulaire du canal de faible rugosité ($n=0.012m^{-1/3}$ s).	62
Fig. 4-16	Calcul de la ligne d'eau avec la méthode de Bakhmeteff pour une forme de section rectangulaire du canal de faible rugosité ($n=0.012m^{-1/3}$ s).	62

Fig. 4-17	Calcul de la ligne d'eau avec la méthode de Chow pour une forme de section rectangulaire du canal de faible rugosité ($n=0.012m^{-1/3}$ s).	63
Fig. 4-18	Calcul de la ligne d'eau avec les trois méthodes pour une forme de section rectangulaire du canal de faible rugosité ($n=0.012m^{-1/3}$ s).	63
Fig. 4-19	Calcul de la ligne d'eau avec la méthode des traçons pour une forme de section triangulaire du canal de faible rugosité ($n=0.017m^{-1/3}$ s).	65
Fig. 4-20	Calcul de la ligne d'eau avec la méthode de Bakhmeteff pour une forme de section triangulaire du canal de faible rugosité ($n=0.017m^{-1/3}$ s).	65
Fig. 4-21	Calcul de la ligne d'eau avec la méthode de Chow pour une forme de section triangulaire du canal de faible rugosité ($n=0.017m^{-1/3}$ s).	65
Fig. 4-22	Calcul de la ligne d'eau avec les trois méthodes pour une forme de section triangulaire du canal de faible rugosité ($n=0.017m^{-1/3}$ s).	66
Fig. 4-23	Calcul de la ligne d'eau avec la méthode des traçons pour une forme de section triangulaire du canal de faible rugosité ($n=0.012m^{-1/3}$ s).	67
Fig. 4-24	Calcul de la ligne d'eau avec la méthode de Bakhmeteff pour une forme de section triangulaire du canal de faible rugosité ($n=0.012m^{-1/3}$ s).	68
Fig. 4-25	Calcul de la ligne d'eau avec la méthode de Chow pour une forme de section triangulaire du canal de faible rugosité ($n=0.012m^{-1/3}$ s).	68
Fig. 4-26	Calcul de la ligne d'eau avec les trois méthodes pour une forme de section triangulaire du canal de faible rugosité ($n=0.012m^{-1/3}$ s).	68
Fig. 4-27	Calcul de la ligne d'eau avec la méthode des traçons pour une forme de section parabolique du canal de faible rugosité ($n=0.017m^{-1/3}$ s).	70
Fig. 4-28	Calcul de la ligne d'eau avec la méthode de Bakhmeteff pour une forme de section parabolique du canal de faible rugosité ($n=0.017m^{-1/3}$ s).	70
Fig. 4-29	Calcul de la ligne d'eau avec la méthode des traçons pour une forme de section parabolique du canal de faible rugosité ($n=0.012m^{-1/3}$ s).	72
Fig. 4-30	Calcul de la ligne d'eau avec la méthode de Bakhmeteff pour une forme de section parabolique du canal de faible rugosité ($n=0.012m^{-1/3}$ s).	72
Fig. 4-31	type de calcul pour un canal non prismatique à divers sections.	73
Fig. 4-32	Calcul de la ligne d'eau avec la méthode des traçons pour une forme de section trapézoïdale du canal de faible rugosité ($n=0.025m^{-1/3}$ s).	75
Fig. 4-33	Calcul de la ligne d'eau avec la méthode des traçons pour une forme de section rectangulaire du canal de faible rugosité ($n=0.020m^{-1/3}$ s).	76

- Fig. 4-34** Calcul de la ligne d'eau avec la méthode des traçons pour une forme de section parabolique du canal de faible rugosité ($n=0.017\text{m}^{-1/3} \text{ s}$). 76
- Fig. 4-34** Calcul de la ligne d'eau avec la méthode des traçons pour une forme de section triangulaire du canal de faible rugosité ($n=0.012\text{m}^{-1/3} \text{ s}$). 77

liste de symboles

liste de symboles

LISTE DES SYMBOLES

Re	-	Le nombre adimensionnel de Reynolds.
μ	(m/s)	La vitesse moyenne d'écoulement
D	(m)	Le diamètre hydraulique égal à 4R. (R étant le rayon hydraulique)
ν	(m ² /s)	Le coefficient de viscosité cinématique.
Fr	-	Le nombre de Froude) adimensionnel
h	(m)	la hauteur d'eau
$\frac{dm}{dt}$	-	L'équation de continuité ou équation de conservation de la masse (m) du fluide.
$\frac{d(m.V)}{dt}$	-	L'équation de quantité de mouvement.
$F_{\text{accé pure}}$	(m ² /s ²)	Forces d'accélération pure
$F_{\text{accé convective}}$		Forces d'accélération convective.
P	(kg/m ²)	La force de pression
F	(pa.s)	La force de frottement de viscosité.
V_{moy}	(m/s)	La vitesse moyenne
Q	(m ³ /s)	est le débit d'écoulement
A	(m ²)	La section mouillée en
g	(m/S ²)	L'accélération de la pesanteur
ρ	(kg/m ³)	La masse volumique d'eau
P_{atm}	(kg/m ²)	Pression atmosphérique.
i	-	L'inclinaison du fond par rapport à horizontale d'angle θ représenté par i égale a $\sin \theta$.
θ	-	L'angle du canal par rapport à l'horizontale
dz	(m)	La variation des côtes du fond de canal
E	(m)	La charge totale
α	-	Coefficient de correction.
ΔE_{1-2}	(m)	Variation de perte de charge.
τ_w	(kg/m ²)	La contrainte de frottement.
R_h	(m)	est le rayon hydraulique (m).
γ	(kg/m ²)	Poids spécifique

n	$(m^{-1/3} S)$	Coefficient de rugosité
C	$(m^{1/2}/S)$	le coefficient de Chézy
K_S	$L^{1/3} \cdot T^{-1}$	Coefficient de Strickler de dimension
d_{65}	(m)	est le diamètre en mètre correspondant à 65% passant en poids
S_f	-	Pente du gradient hydraulique.
K_{SS}	-	Coefficient de perte de charge singulière
K_B	$L^{1/3} \cdot T^{-1}$	Energie cinétique de l'écoulement.
H_s	(m)	Energie spécifique de l'écoulement.
$\frac{V^2}{2g}$	(m)	Energie cinétique de l'écoulement.
h_c	(m)	La hauteur (profondeur) critique.
h_n	(m)	Profondeur normale.
h	(m)	Désigné la hauteur moyenne ou la profondeur hydraulique dans la section.
J_f	-	Pente de fond.
J_e	-	Pente énergétique.
Z	(m)	la cote du fond de canal
$K(h)$	-	débitance du canal.
q	(m)	débit unitaire
D_h	(m)	profondeur hydraulique.
Φ	-	Intégrale

Introduction générale

Introduction générale

Le calcul des courbes de remous pour les écoulements graduellement varié à surface libre dans les canaux découverts occupe une place important dans la pratique de l'ingénieur hydraulicien. On considère un écoulement étant graduellement varié lorsque les caractéristiques hydraulique ne changent que très lentement d'une section à l'autre (varient progressivement).

Ces caractéristiques sont la profondeur, h , de l'écoulement appelée aussi la hauteur normale, l'aire de la section mouillée, S , coefficient de la rugosité ou de frottement, n , pente du fond du canal, J_f , qui on observe un remous soit d'exhaussement soit d'abaissement.

Le problème qui se pose dans l'étude d'un écoulement graduellement varié est de déterminer la position, x , et la forme, $h(x)$, de la surface libre pour un débit, Q , et une forme géométrique de section, S , donnés. Ce problème désigné par courbe de remous, consiste à l'intégration de l'équation différentielle simplifiée de Saint Venant qui s'impose des méthodes de calculs reposant sur le même principe et visant le même objectif pour déterminer la profondeur finale de l'écoulement se produisant sur un tronçon du canal donné. Mais avant d'examiner ces méthodes d'intégration, il convient d'analyser qualitativement les formes des courbes de remous.

La notion de pente critique joue un rôle important comme paramètre de référence dans l'étude de l'écoulement graduellement varié et sa classification par la comparaison à la pente du fond du canal pour un débit Q , et un coefficient de rugosité n , donnés et par conséquent la profondeur critique par rapport à la profondeur normale.

L'application de l'équation simplifiée de Saint Venant est valable pour les canaux prismatiques et non prismatiques, pour ce dernier type des canaux où la section, la pente longitudinale et la rugosité ne restent pas constantes, la hauteur d'eau peut cependant varier, la section fonction de la profondeur, h , et la distance le long du canal, x , rend le système de forme bidimensionnelle. Cette hypothèse permet d'exprimer l'équation simplifiée de Saint Venant en fonction de h , et de S , c'est-à-dire la section S , n'est en fonction que de la profondeur h , et la largeur B , pour chaque section choisie.

L'objectif de notre mémoire est d'étudier le cas où la courbure peut être négligée c'est le cas d'écoulement graduellement varié par l'équation différentielle de la surface d'eau à des canaux découverts pour chaque section, la forme et le calcul de la surface d'eau de profil non prismatique.

Dans cette option, notre travail comporte quatre chapitres.

Dans le premier chapitre : Une synthèse bibliographique qui concerne d'une part d'exposer des principales propriétés et caractéristiques des forces dans un écoulement, et leurs distributions des vitesses ainsi que les pressions dans une section, et d'autre part les différents types d'écoulement reposant sur l'état de connaissance des écoulements graduellement variés.

Dans le deuxième chapitre : une description détaillée par les principales équations utilisées pour calculer la vitesse d'écoulement par conséquent le débit à des paramètres géométriques du canal, et la hauteur, la pente critique qui joue un rôle très important de classification des courbes de remous par rapport à la pente du fond et la hauteur normale.

Le troisième chapitre s'intéresse aux écoulements graduellement variés à des canaux non prismatiques, et les formes de la surface d'eau par les méthodes mathématiques ou graphiques de classification des courbes des remous dans les différents types des sections considérées, indiquent aussi les paramètres hydrauliques sur lesquels repose la classification. Après un rappel des équations pour chaque type de section.

Le chapitre suivant est dédié à des séries d'exemples d'application des diverses méthodes de calcul des courbes de remous par de différents type de section, et la forme de la ligne d'eau, permet de faire apparaître les avantages et les inconvénients de chaque méthode.

Enfin une conclusion générale expose les résultats et la forme obtenue.

Chapitre : I

I-1 Introduction [1]

L'hydraulique est incontournable dans le domaine d'environnement. En effet, elle a une place déterminante dans la compréhension, l'analyse et le diagnostic des réseaux, des rivières, des stations de traitement. Ces systèmes nécessitent une instrumentation qui oblige le concepteur et l'exploitation à une connaissance poussée du fonctionnement hydraulique de ces ouvrages. Cet ouvrage consacré à la description physique et phénoménologique de différents types d'écoulements, peut se faire à l'aide de la variabilité des caractéristiques hydrauliques, ainsi que des forces en présence, et la distribution des vitesses et des pressions dans une section d'écoulement.

I-2 Ecoulement à surface libre

I-2-1 Définition

Les écoulements à surface libre, de même que les écoulements en charge. Avec une interface entre l'air et l'eau. La pression dans ce cas est égale le plus souvent la pression atmosphérique. Les écoulements dans les canaux naturels (rivière) et artificiels (irrigation, assainissement) sont, dans la plupart des cas, des écoulements à surface libre.

Caractérisés par le nombre de Reynolds qui exprime l'action des forces de viscosité.

$$Re = \frac{\mu D}{\nu} \quad (\text{I-1})$$

Où μ la vitesse moyenne, D le diamètre hydraulique égal à $4R$. (R étant le rayon hydraulique), ν Le coefficient de viscosité cinématique.

Pour des canaux de largeur inférieure, on aura $R = h$ (h étant le tirant d'eau). Et par le nombre de Froude ou coefficient cinétique qui représente la relation entre la viscosité d'écoulement et la viscosité de propagation des petites perturbations. Certains auteurs adaptent le carré de cette valeur.

$$Fr = \frac{U}{\sqrt{g h}} \quad (\text{I-2})$$

I-3 Caractérisation des forces dans un écoulement

I-3-1 Les équations de base

La détermination des caractéristiques d'un écoulement consiste à rechercher la pression et la vitesse en tout point. Pour cela, il faut écrire des équations d'équilibres (ou de conservation) entre les différentes forces agissant sur le fluide.

Ces équations d'équilibres sont :

- ✓ L'équation de continuité ou équation de conservation de la masse (m) du fluide.

$$\frac{dm}{dt} = 0 \quad (\text{I-3})$$

- ✓ L'équation de quantité de mouvement qui traduit l'équilibre entre la somme des forces extérieures (F) qui exercent une influence sur le fluide et le taux de variation de la quantité de mouvement du fluide de masse m.

$$\frac{d(m.V)}{dt} = \sum F \quad (\text{I-4})$$

Les forces agissant sur un volume fini de fluide sont de deux types : les forces de volumes et les forces de surfaces.

I-3-2 Les forces de volumes

Elles se composent des forces suivantes :

- ✓ Les forces de pesanteur provenant de la gravité.
- ✓ Les forces d'accélération pure.

Elles proviennent de la variation de la vitesse (V) de la masse d'un fluide (M) dans le temps.

$$F_{\text{accélération pure}} = M \frac{\partial V}{\partial t} \quad (\text{I-5})$$

Prenons par exemple deux réservoirs à la même hauteur, dont l'un est vide et l'autre est plein, reliés par une conduite de diamètre constant, horizontale et munie d'une vanne. A l'ouverture de la vanne, il se produit un écoulement. La variation de la vitesse dans le temps ($\partial V / \partial t$) crée au sein de l'écoulement une force d'accélération pure.

- ✓ Les forces d'accélération convective :

Elles proviennent de la variation de la vitesse (V_x, V_y, V_z) dans l'espace (x, y, z)

$$F_{\text{accélération convective}} = M \left[\frac{\partial V}{\partial x} \cdot V_x + \frac{\partial V}{\partial y} \cdot V_y + \frac{\partial V}{\partial z} \cdot V_z \right] \quad (\text{I-6})$$

Prenons une conduite dont l'écoulement ne varie pas dans le temps ($\partial V / \partial t = 0$). L'écoulement étant permanent, le débit est identique en tout point de la canalisation. Or, si la surface A est supérieure à la surface B alors la vitesse en B (V_b) est supérieure à la vitesse en A (V_a).

Cette variation de vitesse va engendrer une accélération qui va générer une force d'accélération convective.

I-3-3 Les forces de surfaces

Elles se composent des forces suivantes :

✓ Les forces de pression :

La pression (p) est le rapport entre une force F agissant perpendiculairement à la surface A d'un fluide

$$P = \frac{F}{A} \quad (\text{I-7})$$

✓ Les forces de frottement de viscosité :

Dans un fluide, dont les particules sont en mouvement relatif, génèrent des forces de frottement dues à la viscosité. La force de frottement s'écrit :

$$F = \mu A \frac{\partial U}{\partial y} \quad (\text{I-8})$$

✓ Les forces générées par la turbulence :

La turbulence joue un rôle major dans l'écoulement des fluides. La turbulence a tendance à (Freiner) l'écoulement. Une façon de les représenter mathématiquement et les assimiler à des forces de frottement, ce qui est faux compte tenu de la nature même de la turbulence.

I-3-4 Importance de différentes forces

En général, l'hydraulicien doit s'occuper de l'effet de la force dominante. Dans la plupart des problèmes d'écoulement des fluides, la pesanteur, la viscosité et l'élasticité sont prépondérantes, mais par toujours simultanément.

L'importance relative des différentes forces agissant sur un liquide est calculée par des nombres adimensionnels représentant les rapports entre ces forces. L'analyse dimensionnelle permet de simplifier ces rapports. Les différentes dimensions utilisées sont :

L : longueur, T : temps, ρ : masse volumique.

On définit trois types de nombre essentiel en hydraulique tel que : le nombre d'Euler, le nombre de Reynolds et le nombre de Froude. Ces nombres permettant de distinguer des régimes d'écoulements ou pour calculer les forces exerçantes.

I-3-4-1 Le nombre d'Euler

Le nombre d'Euler est le rapport entre les forces d'inertie (Ma) et les forces de pression (PA). Ce rapport est utilisé lorsqu'on calcule les forces (statiques et dynamiques) de l'eau sur

Dans un écoulement à surface libre, la présence d'une surface en contact avec l'air modifie cette situation. L'air produit une résistance forte différente de celle des parois solides sur l'écoulement. Pour un écoulement à surface libre, le point où la vitesse maximale se trouve généralement en- dessous de la surface libre.

Les courbes qui représentent les points d'égale vitesse dans la section transversale sont appelée *isotaches*. La figure (1-1) montre les courbes *isotaches* pour les sections courantes.

Pour des formes géométries composées ou complexes, il peut y avoir plusieurs maxima (Figure 1-2)

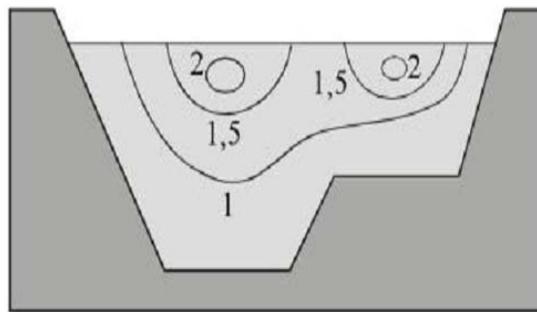


Fig.1-2 Courbes d'égale vitesse ou isotaches.

En tout état de cause; on ignore volontairement en pratique cette variation de vitesse dans la section transversale pour travailler avec la vitesse moyenne:

$$V_{moy} = \frac{\int_A v dA}{A} = \frac{Q}{A} \quad (I-9)$$

Q : est le débit d'écoulement et A : est la section mouillée.

Quand le débit est déterminé par mesure de la vitesse à différentes profondeurs, son calcul se fait à l'aide de la formule suivante (figure I-3) :

$$Q = \int v dA = \sum_{i=1}^n V_i \cdot A_i \quad (I-10)$$

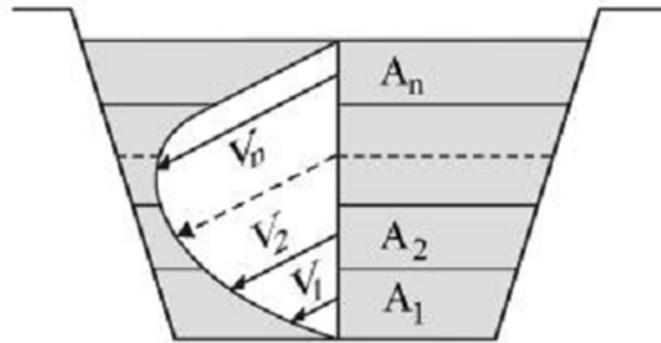


Fig. I-3 Calcul du débit à partir de mesure de la vitesse.

I-4-2 Répartition des pressions

La loi d'hydrostatique n'apprend que pour un fluide de masse volumique ρ , au repos, la pression à une profondeur, h , se calcule par la relation:

$$P_{absolue} = \rho gh + P_{atm} \quad (I-11)$$

Qu'en est-il pour un écoulement à surface libre considérant un écoulement dans un canal de profondeur y dont le fond est incliné à un angle θ par rapport à l'horizontal. Ecrivons le bilan des forces exerçant sur un élément prismatique de surface de base dA et de hauteur y (figure I-4)

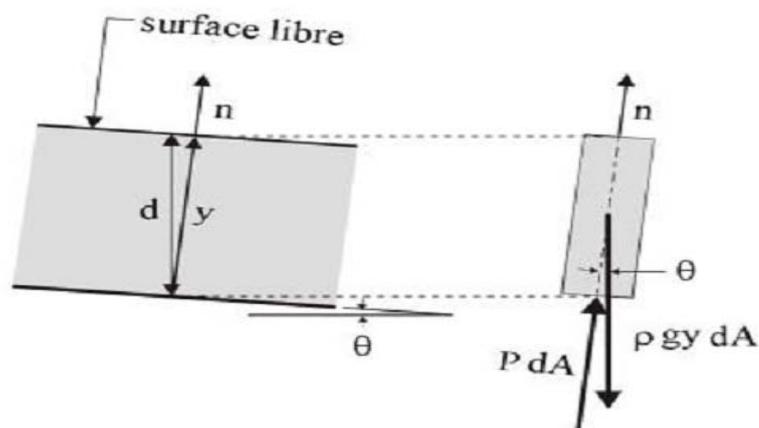


Fig. I-4 Élément de fluide sous une surface libre.

En l'absence de changement de direction dans l'écoulement, il n'y a pas d'accélération dans la direction normale à l'écoulement, si bien que la composante des forces de gravité et la force de pression de long de l'axe \vec{n} donnent :

$$PdA = \rho gy dA \cos \theta \quad (I-12)$$

Soit

$$P = \rho gy \cos \theta \quad (I-13)$$

Comme $y = d \cos \theta$, on obtient :

$$P = \rho g d \cos^2 \theta \quad (\text{I-14})$$

Quand la pente de la conduite est 1 : 10, $\cos^2 \theta = 0.99$. Aussi bien les rivières naturelle que les conduites d'égout en milieu urbain ont généralement des pentes inférieures à 10%, si bien qu'on écrit :

$$P = \rho g y = \rho g d \quad (\text{I-15})$$

En conséquence, la loi d'hydrostatique s'applique encore de la direction perpendiculaire à l'écoulement à surface libre à condition qu'il n'y ait pas de changement de direction.

I-5 Ecoulement dans les canaux [3]

- Les écoulements dans les canaux naturels et artificiels sont des écoulements à surface libre. La surface libre est la surface de séparation de l'air et l'eau ; la pression y est égale à la pression atmosphérique.
- L'écoulement à surface libre est dû à la pente de fond du canal et non, comme pour les conduites à la différence de charge entre deux sections.

I-5-1 Types d'écoulement

La classification ou la définition des écoulements peut se faire à l'aide de la variabilité des caractéristiques hydrauliques, tel que le tirant d'eau (variation de la profondeur h), et la vitesse par rapport au temps et à l'espace.

I-5-1-1 Variabilité dans le temps (Voir figure 1-5 (a) et (b))

Quand les vitesses moyennes U et la profondeur h restent invariables dans le temps en grandeur et en direction, le mouvement est dit permanent ou stationnaire par conséquent le débit est constant. Dans le cas contraire le mouvement est non permanent.

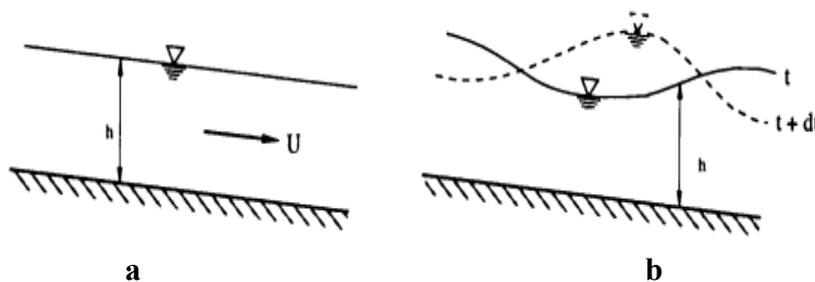


Fig. I-5 Ecoulement permanent (a), et non permanent (b).

Cette permanence d'écoulement dans les canaux est rare, puisque les variations temporelles sont souvent suffisamment lentes pour que l'écoulement puisse être considéré comme permanent, du moins dans un intervalle de temps relativement court.

I-5-1-2 Variabilité dans l'espace (Voire Fig. I-6)

La constance de la profondeur h , ainsi que les autres paramètres caractérisent l'écoulement dans les diverses sections du canal, permet de définir le mouvement uniforme qui traduit la parallélisme de ligne de la pente de fond et la ligne de la surface libre. D'autre part et par contre en conséquent le mouvement non uniforme ou varié, permanent ou non permanent, accéléré ou décéléré suivant que la vitesse croît ou décroît dans le sens d'écoulement. Lorsque le mouvement est graduellement varié, la profondeur ainsi que les autres paramètres varient lentement d'une section à l'autre.

Lorsque le mouvement est rapidement varié, les paramètres caractérisent l'écoulement changent brusquement, parfois avec des distributions. Cela se manifeste en général au voisinage de singularité, telle qu'un seuil, un rétrécissement, un ressaut hydraulique ou une chute brusque.

Considérant la diversité de différentes composantes et leur interrelation, on peut facilement constater que l'analyse hydraulique peut devenir relativement complexe. Une des premières étapes préalables à une telle analyse est l'identification des types d'écoulement pour un problème particulier, puisque les équations servant à la conception sont souvent applicables pour des classes particulières d'écoulement. Les différents types d'écoulement peuvent être définis en considérant certains paramètres qui changent avec le temps et la distance le long d'un élément d'écoulement. Chow (1959), Henderson (1966) et French (1985) fournissent une discussion détaillée des différents types d'écoulement.

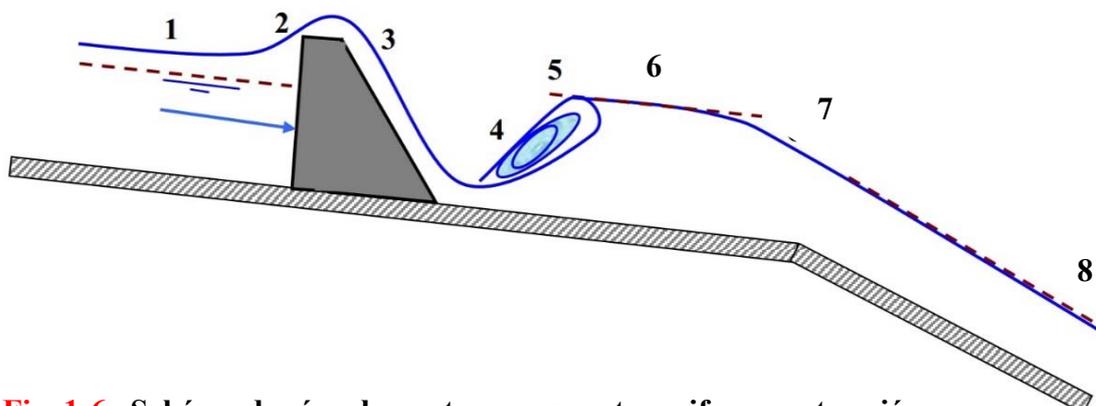


Fig. 1-6 Schéma des écoulements permanents, uniformes et variés.

1. Uniforme fluvial.
2. Non uniforme graduellement décéléré.
3. Non uniforme rapide (déversoir).
4. Non uniforme graduellement décéléré.
5. Non uniforme rapidement décéléré (ressaut).
6. uniforme.
7. Non uniforme rapidement accéléré.
8. uniforme torrentiel.

I-5-1-3 Ecoulement permanent ou non permanent [4]

Un écoulement permanent se produit lorsque les paramètres hydrauliques (le débit, vitesse et profondeur d'eau) sont **constants dans le temps**. Des écoulements de ce type peuvent être caractérisés par exemple les débits générés par l'infiltration par les joints de conduite ou, le débit des eaux usées dans un réseau d'égout unitaire. Si leurs paramètres hydrauliques ne sont pas constants dans le temps l'écoulement est dit non permanent, par exemple l'écoulement dans un réseau d'égout pluvial. Dans ce cas on a alors recours aux équations dites de **Saint-Venant**, qui sont résolues numériquement pour décrire l'écoulement.

I-5-1-4 Ecoulement uniforme ou non uniforme

Les écoulements uniformes ce sont des écoulements dont les paramètres hydrauliques (le débit, vitesse et profondeur d'eau) **constantes avec la distance**; la pente de la canalisation, celle de l'énergie et la surface de l'eau sont alors toutes parallèles. La profondeur d'eau correspondant à un écoulement uniforme s'appelle la **profondeur normale**.

D'un autre côté, un écoulement est non uniforme lorsque les mêmes paramètres (débit, vitesse et profondeur d'eau) varient avec la distance. On peut distinguer deux sous-catégories dans ce cas : l'écoulement peut être **graduellement** ou **brusquement varier**, selon la rapidité avec laquelle le changement se fait. Les équations pour l'écoulement uniforme ne peuvent plus être utilisées dans ces cas d'écoulement rapidement variés puisque l'écoulement implique alors des phénomènes d'onde.

I-5-1-5 Ecoulement à surface libre (en canal ou en conduite)

L'écoulement est dit en surface libre lorsque les niveaux d'eau n'atteignent pas la pleine hauteur de la canalisation. La pente critique est celle qui produit la profondeur critique et la vitesse critique (ces paramètres sont définis par le nombre de Froude). L'évaluation de la profondeur critique est importante dans les analyses hydrauliques parce qu'elle constitue

toujours un point de contrôle hydraulique : l'écoulement doit passer par la profondeur critique lorsqu'il passe d'un écoulement torrentiel à un écoulement fluvial ou vice versa.

D'un autre côté, on peut également avoir avec une conduite un écoulement partiellement plein ou plein. Dans le premier cas, l'analyse est similaire à un écoulement à surface libre. Dans le cas d'un écoulement plein, l'écoulement est confiné sans une surface libre et on dit alors qu'il se fait sous pression ou en charge.

I-5-1-6 Ecoulement fluvial ou torrentiel

La détermination de ce type d'écoulement en fonction du nombre de Froude, qui représente le niveau d'énergie contenu dans l'écoulement lui-même. Un écoulement fluvial, caractérisé par des vitesses faibles et de plus grandes profondeurs d'eau se produit lorsque le nombre de Froude est inférieur à 1. Par opposition un écoulement torrentiel se produira dans une canalisation avec une forte pente et avec un nombre de Froude supérieur à 1. L'écoulement lorsque le nombre de Froude est égale à 1 est dit critique. Le nombre de Froude est défini par la relation suivante

$$F = \frac{V}{(g d_m)^{1/2}} \quad (\text{I-16})$$

Où V est la vitesse moyenne dans la section d'écoulement, g est l'accélération due à la gravité (9.81 m/s^2) et d_m est la profondeur moyenne hydraulique (A/T , soit l'aire d'écoulement divisée par la largeur de la surface d'écoulement).

La distance entre l'écoulement fluvial, critique et torrentiel est importante (ASCE/WEF, 1992). Lorsque la position de la profondeur critique dans un canal ou une conduite est importante parce que cette section sert de contrôle pour le calcul **de courbe de remous** ; cette position marque également le lieu où une relation unique existe entre le débit et la profondeur, ce qui en fait un endroit approprié pour la mesure de débits. La notion de profondeur critique joue également un rôle important dans l'analyse hydraulique des ponceaux et des calculs pour l'établissement de la ligne piézométrique. Les profondeurs critiques sont typiquement observées pour les situations suivantes :

- Aux changements abrupts de pente (lorsqu'on passe d'une pente faible à une pente forte ou encore lorsqu'on passa d'une pente forte à faible (dans quel cas une pente hydraulique se fermera).
- Contraction dans les canaux, par exemple à l'entrée d'un ponceau ou à l'approche d'un point.

- Sur ou immédiatement en amont d'un déversoir ou d'une chute.

I-6 Conclusion

Dans la manière générale l'expression des écoulements dans un canal à surface libre, engendre des forces ou des équations des bases (d'équilibre) développées pour les cas les plus généraux. Ces équations réduites du mouvement font intervenir les coefficients ou nombre adimensionnels permettant de classer ces régimes d'écoulements.

Chapitre :II

Chapitre :II

II-1 Introduction [5]

Les écoulements à surface libre sont des écoulements qui s'écoulent sous l'effet de la gravité, contrairement aux écoulements en charge, caractérisés par des paramètres hydrauliques tels que la géométrie, la pente, la nature des parois, et la vitesse moyenne, avec ce dernier caractère, certains nombres d'hydrauliciens ont établi une relation entre les paramètres géométriques du canal et ce caractère.

Ces écoulements effectuent aussi avec une certaine hauteur d'eau, appelée hauteur normale. En comparant cette hauteur d'eau avec la hauteur critique, qui n'est pas en fonction de la pente du canal, on est en mesure de déterminer si l'écoulement est fluvial, critique ou torrentiel. Cette information sera très utile lorsque l'on voudra évaluer les écoulements varie.

II-2 Ecoulement uniforme et permanent

II-2-1 Introduction

Comme tous les écoulements en hydraulique les écoulements uniformes et permanents se caractérisent par des paramètres hydrauliques invariables. Ainsi la géométrie, la vitesse moyenne, la pente et la nature des parois, le tirant d'eau et donc le débit restent constantes dans les différentes sections du canal le long d'écoulement

Dans ce cas de ces écoulements les lignes de courants sont rectilignes et la pente de fond, la pente de surface libre et la pente de la ligne d'énergie sont parallèles. La pression verticale peut être considérée comme hydrostatique. (Fig. 2-1).

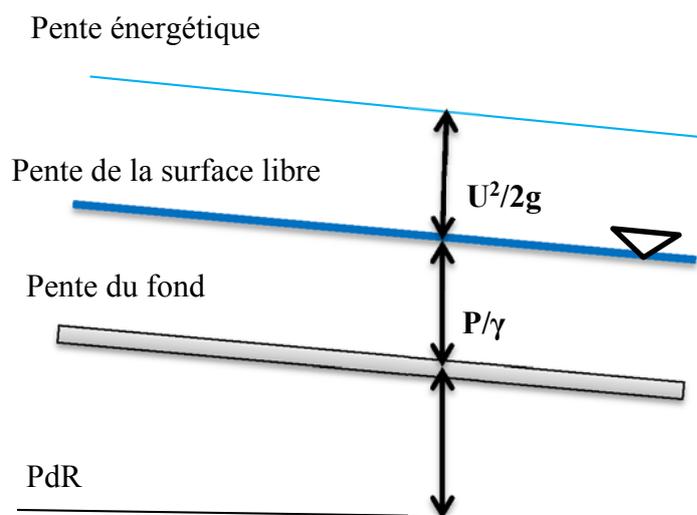


Fig. 2-1 Ecoulement uniforme et permanent.

La charge par rapport au fond du canal dans l'écoulement à surface libre désignée par la charge spécifique. Et la hauteur normale obtenue lorsque la pente du fond du canal presque constante et positive, ainsi que les caractéristiques de rugosité ne changent pas considérablement, un état d'équilibre peut apparaître entre les forces de pesanteurs et les forces de frottements, Ne dépend pas du débit et de la rugosité.

II-3 Equation de régime uniforme

Dans le mouvement uniforme, la ligne de charge est rectiligne et parallèles à la surface libre et au fond. Voir la (Fig.2-2).

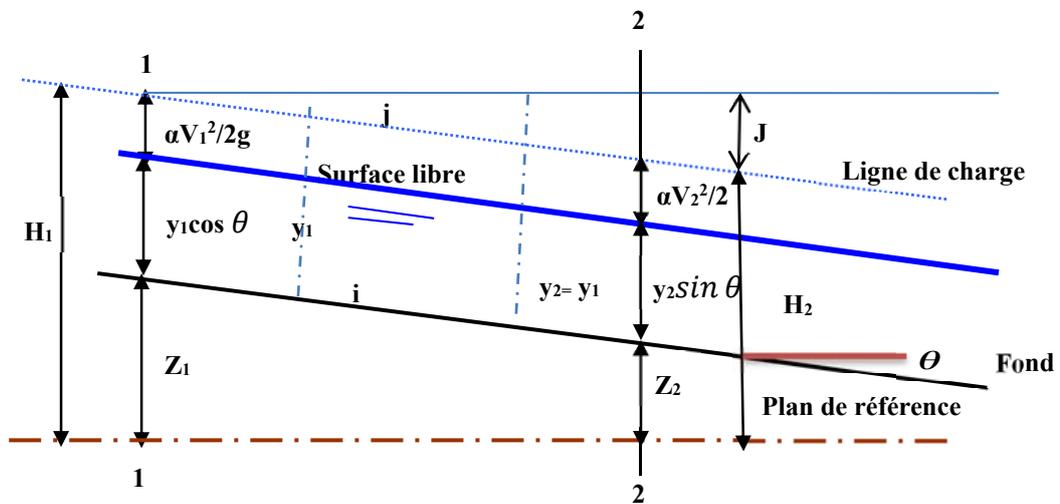


Fig. 2-2 Ecoulement uniforme.

L'inclinaison du fond par rapport à horizontale d'angle θ représenté par i égale à $\sin \theta$.

$$i = \sin \theta = -\frac{dz_f}{dx} \quad (\text{II-1})$$

De même de la pente de surface libre si le tirant d'eau est constant dans l'espace.

La charge totale dans une section droite alors :

$$E = z + \frac{p}{\omega} + \alpha \frac{U^2}{2g} \quad (\text{II-2})$$

α : Coefficient de correction.

Si la répartition des vitesses est uniforme, $\alpha = 1$ si non, $\alpha > 1$. Dans les cas courants, en régime turbulent. α Oscille entre 1.05 et 1.20. Entre deux sections 1 et 2, la charge E subit une variation $\Delta E_{1-2} = E_1 - E_2$ appelée **perte de charge** correspondant aux pertes par frottement.

L'équation de Bernoulli s'applique entre deux sections de l'écoulement, dans le cas de liquide parfait (viscosité nulle), la charge est constante le long d'une ligne de courant, ou dans le cas de liquide réel, le théorème de Bernoulli généralisé exprime simplement que la variation de la charge ΔE_{1-2} représente par (J) la perte de charge par unité de poids et par unité de longueur parcourue.

$$\Delta E_{1-2} = \int_1^2 J dx \quad (\text{II-3})$$

Si la perte est constante au long du parcours, on aura $\Delta E_{1-2} = J \Delta x$. Δx étant la distance entre les sections 1 et 2.

La perte de charge linéaire (J) est donc identique à la pente de la ligne de charge $j = -\frac{dE}{dx}$. Car y et U sont constantes on a :

$$j = -\frac{d}{dx} \left(y + z_f + \frac{U^2}{2g} \right) = -\frac{dz_f}{dx} \quad (\text{II-4})$$

D'après les équations (II-1) et (II-4) on résulte $i = j$

II-4 Principales équations

On considère un volume d'eau, w , dans un canal incliné d'angle θ par rapport à l'horizontale. Soumise des forces de pressions hydrostatique F_1, F_2 et de contrainte de frottement τ_w entre l'eau et le périmètre mouillé, P, le long de la distance L (Figure 2-3).

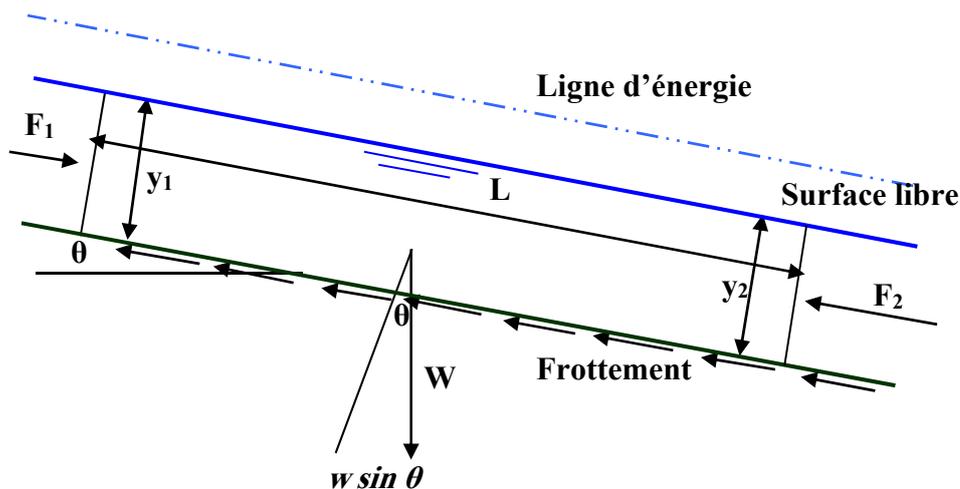


Fig. 2-3 Equilibre des forces sur une portion d'écoulement permanent uniforme.

Dans un écoulement uniforme la valeur de la hauteur d'eau entre le fond du canal et la surface libre ne change pas. C'est-à-dire le tirant d'eau est constant $y_1 = y_2$. Par conséquent

F_1 , F_2 et Q_1 , Q_2 sont aussi égaux. Lorsque l'angle θ est petit, $\sin \theta = \tan \theta$ est égal à la pente du canal i .

L'application de ces conditions précédentes à l'équation de conservation de quantité de mouvement :

$$F_1 - F_2 - \tau_w PL + W \sin \theta = \rho Q (V_2 - V_1) \quad (\text{II-5})$$

Donne :

$$\tau_w = \gamma R i \quad (\text{II-6})$$

R : est le rayon hydraulique, et γ : Poids spécifique.

Pour un écoulement turbulent la contrainte de frottement est estimée par :

$$\tau_w = f \rho \frac{v^2}{8} \quad (\text{II-7})$$

f : Coefficient de frottement qui dépend de la rugosité du canal et de nombre de Reynolds de l'écoulement.

II-4-1 l'équation de Chézy

Certains nombres d'hydrauliciens décisifs dans la connaissance empirique de l'hydraulique, à des conditions d'écoulements en régime uniforme (faciles à obtenir en laboratoire ou en nature dans un canal de géométrie fixé assez long pour ne pas être perturbé par les effets de bord), franchissant d'établir une relation entre les paramètres géométriques du canal et la vitesse moyenne de l'écoulement.

En 1769, Chézy : mathématicien et ingénieur français, le premier à représenter une formule pour décrire les écoulements à surface libre et uniforme dans les canaux. Et calculer la vitesse d'écoulement des fluides. Porte son nom. Elle est basée sur les hypothèses suivantes :

- La force de résistance à l'écoulement est proportionnelle au carré de la vitesse d'écoulement.
- La surface de résistance est égale au produit du périmètre mouillé et la longueur de canal.

Considérée comme l'équation générale en hydraulique et peut facilement être démontrée théoriquement. En portant l'équation (II-7) dans l'équation (II-6), on obtient la formule de Chézy :

$$V = C \sqrt{R i} \quad (\text{II-8})$$

V : vitesse moyenne de l'écoulement, R : rayon hydraulique, i : la perte de charge par unité de longueur, égale à la pente du canal et à la pente de la surface libre, étant donné qu'il s'agit de régime uniforme, C : coefficient de résistance (coefficient de Chézy). Dépend de la nature des parois et de rayon hydraulique, égal à $\sqrt{8g/f}$ de dimension $L^{1/2} \cdot T^{-1}$, donné par divers formules, dont la plus utilisée est :

II-4-2 Ganguillet et Kutter

En 1869, les deux ingénieurs suisses, présentent une équation pour décrire le coefficient « C », de l'équation de Chézy. Elle est connue sous le nom de formule de Kutter :

$$C = \frac{23 + \frac{0.00155}{i} + \frac{1}{n}}{1 + \left(23 + \frac{0.00155}{i}\right) \frac{n}{\sqrt{R}}} \quad (\text{II-9})$$

n : Coefficient de rugosité.

Autre formule :

$$C = \frac{100 \sqrt{R}}{K_K + \sqrt{R}} \quad (\text{II-10})$$

K_K : Coefficient dépend de la rugosité des parois.

II-4-3 Manning

A partir des données expérimentales, et en 1809 un ingénieur irlandais (1816-1897) développe une formule simple expression de coefficient de Chézy, a été réduite à la forme que l'on connaît :

$$V = \frac{1}{n} R^{2/3} i^{1/2} \quad (\text{II-11})$$

Où le coefficient de Chézy a pour valeur :

$$C = \frac{\alpha R^{1/6}}{n} \quad (\text{II-12})$$

Où n : est le coefficient de frottement de Manning et α : est un coefficient d'unité qui vaut 1 en système international et 1.486 en système anglo-saxon.

II-4-4 Manning-Strickler

$$U = K_S R^{\frac{2}{3}} \sqrt{i} \quad (\text{II-13})$$

$$Q = K_S S R^{2/3} \sqrt{i} \quad (\text{II-14})$$

K_S : Coefficient de Strickler de dimension $L^{1/3} \cdot T^{-1}$

L'inverse de ce coefficient s'appelle le coefficient de Manning $n=1/K_S$. Ce coefficient (K_S) lié au coefficient de Chézy C par la relation suivante

$$C = K_S R^{1/6} \quad (\text{II-15})$$

Avec des différentes valeurs selon le type des canaux régulier ou les cours d'eau naturels. Plusieurs expressions approchées ont été proposées montrant que la rugosité des canaux en matériaux non cohérents est en fonction du diamètre moyen des particules et du rayon hydraulique. Elle sera approximativement:

$$K_S = \frac{1}{n} \simeq 26 \left(\frac{1}{d_{65}}\right)^{1/6} \quad (\text{II-16})$$

Où d_{65} est le diamètre en mètre correspondant à 65% passant en poids

Pour les canaux exceptionnellement lisses, et surtout à dimensions considérables, le coefficient K_K peuvent prendre des valeurs négatives. Dans ce cas, on conseille d'utiliser plutôt la formule de Strickler.

II-5 Autres formules d'écoulements

Plusieurs autres formules ont été dérivées mais elles ont connu une utilisation plutôt restreinte, car elles possédaient souvent une précision moindre que celle de Manning ou Kutter sans être plus simples. Les plus connues sont celles de Bazin (en 1897), Powell (en 1950).

L'écoulement uniforme peut aussi être estimé avec l'équation de Darcy-Weisbach avec le coefficient f .

II-5-1 Formule de Darcy-Weisbach

On utilise cette forme d'équation, pour les conduites d'égout:

$$U = \sqrt{\frac{8g}{f} R i} \quad (\text{II-17})$$

II-5-2 Formule de Bazin

Qui établit une relation plus explicite de coefficient de Chézy donnée de cette forme :

$$C = \frac{87}{1 + \frac{\gamma}{\sqrt{R_h}}} \quad (\text{II-18})$$

γ : Paramètre représentatif de la rugosité du lit variant selon le type de lit (lisse (ciment), terre) et R_h : le rayon hydraulique intervient dans plusieurs facteurs, ce qui rend malaisée l'interprétation de son influence sur la sensibilité du canal de la vitesse moyenne.

Cette formulation donne l'impression de faire reculer simplement en cours plus loin le moment de décider du choix apparemment arbitraire du paramètre représentatif du lit de cours d'eau et portant, elle a le mérite de mettre en évidence la faiblesse de la formule de Chézy.

Autre formule :

$$C = \frac{87\sqrt{R}}{K_B + \sqrt{R}} \quad (\text{II-19})$$

K_B : Coefficient dépendant de la rugosité des parois.

II-6 Écoulement critique

Comme nous avons vu précédemment, et dans un écoulement à surface libre la charge hydraulique représenté par la somme de l'énergie potentielle (z) liée aux forces de volume, et l'énergie spécifique de l'écoulement notée par H_s et donnée par la somme de l'énergie de pression $\frac{P}{\rho g}$ liées aux forces de pression et l'énergie cinétique $\frac{V^2}{2g}$ liée aux forces d'inertie.

Lorsque l'énergie spécifique de l'écoulement est minimale, la hauteur d'eau est égale à la hauteur critique h_c . Cette valeur peut être obtenue par annulation de la dérivée de l'énergie spécifique par rapport à h

$$H_s = \frac{P}{\rho g} + \frac{U^2}{2g} = h + \frac{U^2}{2g} = h + \frac{Q^2}{2g S(h)^2} \quad (\text{II-20})$$

$$\frac{dH_s}{dh} = 1 - \frac{Q^2}{g S(h)^3} \frac{dS(h)}{dh} = 0 \quad (\text{II-21})$$

Sachant que, et c'est bien là l'une des grande utilités de la largeur au miroir B , on a : $dS(h) = B dh$, d'où l'équation (II-21) devient :

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{S(h)^3}{B} \quad \text{Ou encore} \quad \frac{U^2}{2g} = \frac{S(h)}{2B} \quad (\text{II-22})$$

h : désigné la hauteur moyenne ou la profondeur hydraulique dans la section, calculée à l'aide de rapport de la section mouillée par la largeur au miroir $h = S(h)/B$ on obtient :

$$\frac{U}{\sqrt{gh}} = 1 = F_r \quad (\text{II-23})$$

Qui désigné le cas de régime critique correspondent de nombre de Froude égale à 1, et minimum de charge spécifique dans une section donnée, au quel est associe une hauteur unique appelée **hauteur critique**.

II-6-1 La hauteur (profondeur) critique

La profondeur critique est la profondeur pour laquelle l'énergie spécifique est minimum. Cette profondeur critique est en fonction de débit, des dimensions et de la forme de la canalisation. On peut calculer à partir de l'équation (II-22). La difficulté de calcul dépend de l'expression de S. Par exemple pour un canal à section rectangulaire $S = b h_c$ et $B = b$. D'où

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{b^3 h^3}{b} \quad \text{donc} \quad h_c = \left(\frac{Q^2}{g b^2}\right)^{1/3} \quad (\text{II-24})$$

La résolution de cette équation permet d'utilisation une méthode itérative de *Newton-raphson*. La notion de profondeur critique est particulièrement importante de l'analyse de comportement hydraulique des ponceaux, pour le calcul de la ligne piézométrique et également pour le calcul **des courbes de remous**. La région d'écoulement au-dessus de la profondeur critique définit une zone d'écoulement fluvial ; la région sous la profondeur critique est par ailleurs une zone d'écoulement torrentiel. Cet aspect est important lorsqu'on considère que le calcul **de courbe de remous** se fera de l'aval vers l'amont lorsque la profondeur de contrôle supérieur à la profondeur critique et de l'amont vers l'aval lorsque la profondeur de contrôle est inférieure à la profondeur critique.

II-6-2 La pente critique

D'une manière générale et après la détermination de la profondeur critique, on peut aussi calculer la pente d'écoulement qui lui détermine le régime du cours d'eau. La formule de Strickler nous fournit la relation qui nous manquait entre la pente du cours d'eau et la vitesse, de sorte qu'on écrive l'expression de la pente critique :

$$F^2 = \frac{B U^2}{g S} = 1 \Rightarrow U_c^2 = \frac{g S_c}{B_c} \quad (\text{II-25})$$

Or

$$U_c^2 = K^2 \left(R_{hc}^{\frac{4}{3}} \right) i_c \quad (\text{II-26})$$

D'où

$$i_c = \frac{g S_c}{B_c K^2 (R_{hc})^{4/3}} \quad (\text{II-27})$$

La comparaison entre la pente des cours d'eau et la pente critique supérieur, inférieur ou égale définissant le régime d'écoulement torrentiel, fluvial ou critique.

II-7 Profondeur normale (équation de Manning)

La profondeur dans un écoulement uniforme avec un débit constant définie comme la profondeur normale, que l'on obtient dans une canalisation à surface libre lorsque la composante de la force de gravité dans la direction de l'écoulement sera exactement compensée par les pertes dues à la friction sur la surface contre laquelle se fait l'écoulement. Les pertes de la canalisation, du gradient et de ligne hydraulique et de la ligne d'énergie sont alors toutes égales.

La profondeur normale est en fonction du débit, des dimensions et du type de canalisation, de la pente (S_f) et de la résistance par friction. Sa valeur peut être calculée à l'aide de l'équation de Manning

$$V = \frac{1}{n} R^{2/3} S_f^{1/2} \quad (\text{II-28})$$

Où V est la vitesse m/s , R le rayon hydraulique (surface d'écoulement divisée par le périmètre mouillé) en m , S_f est la pente du gradient hydraulique (m/m) est n le coefficient de Manning varie selon le type de canal.

Le terme S_f représente la pente de friction ; lorsque celle-ci est égale à la pente de la canalisation, la profondeur obtenue avec l'équation de Manning est la profondeur normale. Signalons que dans le système impérial on doit ajouter une constante de 1.49 pour le terme de droit de l'équation.

II-7-1 Calcul de la hauteur normale :

La connaissance précise du régime uniforme, à des conditions ne se rencontrent très rarement en nature, et correspondent de fait plutôt à des ouvrages artificiels de canalisation des écoulements, grâce à la formule de Strickler nous permet de déterminer deux quantité : **la hauteur normal et la pente critique.**

La hauteur normale est, pour écoulement quelconque de débit Q donnée et une pente du canal fixé effectue une certaine hauteur d'eau. Lorsqu'en comparant cette hauteur d'eau avec

la hauteur critique, qui n'est pas en fonction de la pente du canal. On est en mesure de déterminer si l'écoulement est Fluvial, Critique ou Torrentiel.

La résolution des équations des écoulements en termes de débit (Chézy, Manning, ou autre) de telle sorte que seule la profondeur soit inconnue. Cette équation pas linéaire ou quadratique, dans ce cas la solution analytique est pratiquement difficile. On a alors recours à une méthode itérative. Le calcul de la hauteur normale propose de méthode pour faire une évaluation rapide, il est difficile de l'introduire dans un calcul systématique, même si l'on utilise l'ordinateur pour effectuer les calculs, donc dans ce cas nous proposons deux méthodes soit : la méthode de **Newton-Raphson** et la **méthode du Solveur d'Excel**.

La méthode de **Newton-Raphson** basée sur une précision acceptable résulte par la différence absolue de la valeur obtenue par la somme de la valeur de départ (initial) y_0 et un rapport Δy définit comme :

$$\Delta y = -F(y_0)/F'(y_0) \quad (\text{II-29})$$

F équation donné par la formule suivante :

$$F = Q^2 - \frac{\alpha}{n} (A(y_n))^2 (R(y_n))^{\frac{2}{3}} \rho^{\frac{1}{2}} = 0 \quad (\text{II-30})$$

Et la valeur de départ y_0 c'est-à-dire $|y_1 - y_0|$ de sorte que $y_1 = y_0 + \Delta y$. Lorsque cette valeur inférieure à une précision acceptable on choisit $y_n = y_1$ puis on quitte le processus itérative. Si cette exigence n'est pas satisfaisante, on pose $y_0 = y_1$ (c'est-à-dire y_1 est la valeur initial) et l'on retourne à l'équation (II-28).

L'utilisation de la méthode du **Solveur d'Excel** est pratiquement basée sur la méthode précédente, comprend deux cellules. L'un s'appelée **cellule variable** et l'autre **cellule cible**, dans la premier on inscrit la valeur initiale de y_n puis dans l'autre on tape la formule de la fonction F.

Dans le menu **outils**, on sélectionne : Solveur... puis dans la fenêtre du Solveur, on spécifie les adresses des cellules cibles et variables. On appuie ensuite sur le bouton **résoudre** pour démarrer le processus itératif. La précision, le nombre d'itération et la méthode itérative peuvent être ajustés en appuyant sur le bouton **option**.

II-8 Conclusion

En hydraulique fluvial, on prend l'écoulement uniforme comme base de toute considération, dont la connaissance est nécessaire pour résoudre tout problème.

On donne les calculs de coefficient de frottement, f , pour les écoulements laminaires et turbulents par de nombreuses équations, et la précision des résultats obtenus est étroitement liée au choix de ce coefficient. Les différentes relations pour le coefficient de frottement donnent des résultats satisfaisants, surtout pour les problèmes pratiques.

Toutefois, les données qu'on utilise actuellement comportent les limitations majeures car la section du canal doit être approximativement circulaire et la rugosité est celle d'une rugosité équivalente.

Chapitre : III

III-1 Introduction [3]

Dans un canal non prismatique, l'écoulement -toujours permanent- est non uniforme, ou varié, si la profondeur d'eau ainsi que les autres paramètres hydrauliques varient d'une section à l'autre. Dans la généralité des cas, une courbure de la surface d'eau se produit.

On étudiera d'abord le cas où la courbure peut être négligée c'est l'écoulement graduellement varié. On commence par présenter l'équation différentielle de la surface d'eau ; la forme et le calcul de la surface d'eau seront donnés par la suite.

On présente ensuite les méthodes de calcul des courbes de remous pour différentes sections choisies.

III-2 L'écoulement graduellement varié

III-2-1 Définition

Les écoulements graduellement variés ce sont des écoulements non uniformes et permanents, dont les caractéristiques hydrauliques ne changent que très lentement d'une section à l'autre (varient très progressivement), c'est-à-dire que le débit reste constante dans le temps, les changements des sections des d'écoulements généralement causés par des changements des pentes, qui produisent une différente trajectoire des filets liquides ne sont pas parallèles rendent l'écoulement non uniforme ; la surface libre et le fond du canal ne sont plus parallèles (voir fig. 3-1).

Les équations fondamentales pour l'étude de régime permanent sont les équations de continuité, théorème de Bernoulli qui permet de calculer la perte de charge unitaire, J , dans une section transversale par la formule de Chézy au régime graduellement varié, et le théorème d'Euler lorsque on évalue la perte de charge globale entre deux section transversales limitant au régime brusquement varié

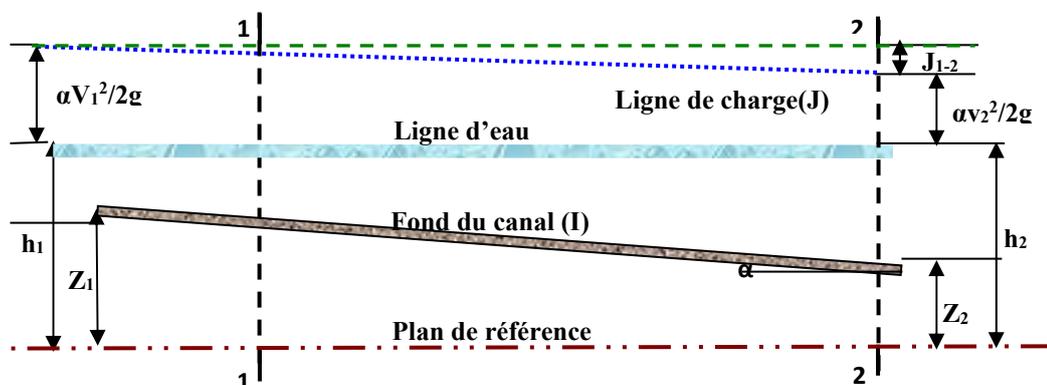


Fig. 3-1 Écoulement non uniforme.

III-2-2 Equation simplifiée de Saint Venant

Dans un écoulement graduellement varié, l'application des équations de Saint Venant permet de calculer les hauteurs d'eau et les vitesses moyennes le long de la direction d'écoulement en fonction du temps. Ces équations sont l'ensemble d'équation de continuité et l'équation dynamique de mouvement après des simplifications, et les solutions en sont souvent extrêmement compliquées. Dans certains cas physiquement simples mais réalistes, explicites sont possible.

Dans le cas général l'équation dynamique pour un écoulement non permanent et non uniforme dans un canal découvert se donne comme suit :

$$\frac{1}{g} \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{U}{g} \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial x} - J_f = -J_e \quad (\text{III-1})$$

Cette équation peut aussi être obtenue en utilisant le théorème de quantité de mouvement, on obtiendra pratiquement le même résultat.

Avec $J_f = -\frac{\partial z}{\partial x}$ comme pente de fond.

$h_r = J_e \partial x$ Comme perte de charge et J_e comme pente énergétique donnent par une relation établie pour écoulement uniforme permanent et strictement valable de type Weisbach-Darcy ou Chézy, et aussi pour les écoulements non permanents ou non uniformes.

L'étude d'un écoulement permanent et non uniforme rend l'équation (III-1) se forme:

$$\frac{U}{g} \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial x} - J_f = -J_e \quad (\text{III-2})$$

Dans l'équation (III-2) les différents termes peuvent être considérés comme présentation des pentes définies successivement par ordre, dans le premier la pente est due à la variation de la vitesse en espace, le deuxième et la troisième donnent la pente de la surface libre J_w , et le quatrième est la pente énergétique J_e .

Peut aussi s'écrire ainsi :

$$\frac{1}{g} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{S} \right) + S \frac{\partial h}{\partial x} + S \frac{\partial z}{\partial x} = -S J_e \quad (\text{III-3})$$

D'autre part l'étude des écoulements graduellement variés pose un problème de déterminer position x , et la forme $h(x)$, de la surface libre pour un débit Q , et une forme géométrique de section S donnée. Faite à partir de l'équation de l'énergie et l'équation de continuité.

La dérivation de l'équation d'énergie par rapport a x et lorsque on utilise une relation de type Chézy fonction de x et de h donne :

$$\frac{d}{dx} \frac{(Q/S)^2}{2g} + \frac{dh}{dx} - J_f = -J_e = -\frac{(Q/S)^2}{C^2 R_h} \quad (\text{III-4})$$

Dans ce chapitre nous nous intéressons à des écoulements graduellement variés dans les canaux non prismatiques $S = f(h(x), x)$ et $\frac{dS}{dx} = B$ dont la pente ou la géométrie de section variante dans la direction longitudinale du canal.

Par cette définition on exprime le premier terme de l'équation (III-4) par :

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{Q^2}{2 S^2 g} \right) = \frac{Q^2}{2g} \left(-\frac{2}{S^3} \frac{dS}{dx} \right) = -\frac{Q^2}{g S^3} \left(\frac{dS}{dh} \frac{dh}{dx} + \frac{dS}{dx} \Big|_{h=cte} \right) \quad (\text{III-5})$$

Cette équation constitue une équation différentielle du premier ordre. S'écrit par conséquent:

$$-\frac{(Q/S)^2}{g S} \left(\frac{dS}{dh} \frac{dh}{dx} + \frac{dS}{dx} \right) + \frac{dh}{dx} - J_f = -\frac{(Q/S)^2}{C^2 R_h} \quad (\text{III-6})$$

Elle permet de déterminer la profondeur d'eau $h(x)$, en fonction de la distance, par un débit Q , donné

Après des simplifications j'obtiens une équation différentielle de l'écoulement graduellement varié des canaux non prismatiques de forme :

$$\frac{dh}{dx} = J_f \frac{1 - \frac{(Q/S)^2}{C^2 R_h J_f} + \frac{(Q/S)^2}{g S J_f} \frac{dS}{dx}}{1 - \frac{(Q/S)^2}{S g} B} \quad (\text{III-7})$$

Où le terme $\frac{(Q/S)^2}{g S J_f} \frac{dS}{dx}$ exprime le changement de section (largeur au miroir).

Cette équation permet de définir l'inclinaison (pente) par rapport au fond du canal et non pas la pente de la ligne d'eau, et la profondeur, h , pas la cote. Prend la valeur positive si la profondeur d'eau, h , croît et négative dans le cas contraire.

A noter que l'équation (III-4), tout comme l'équation (III-3), est l'équation simplifiée de Saint Venant ; elle est valable pour les canaux prismatiques et non prismatiques.

Si le canal est prismatique l'équation (III-7) devient:

$$\frac{dh}{dx} = J_f \frac{1 - \frac{(Q/S)^2}{C^2 R_h J_f}}{1 - \frac{(Q/S)^2}{S g} B} \quad (\text{III-7a})$$

On remarque que l'argument $\frac{dh}{dx}$ devient la valeur de pente critique quand :

$$C^2 R_h J_f = \frac{g S}{B} \quad (\text{III-8})$$

C'est-à-dire la profondeur normale et la profondeur critique sont égales ceci donne la définition de la pente critique

$$J_f \equiv J_c = \frac{gS}{C^2 R_h B} \quad (\text{III-9})$$

Cette pente en fonction de la profondeur d'eau, h , qui définit une pente de manière que cette profondeur soit à la fois profondeur normale, h_n , et profondeur critique, h_c , quel que soit le débit. Et joue un rôle important comme paramètre de référence dans l'étude de l'écoulement graduellement varié.

III-3 Forme de la surface d'eau

Dans les écoulements graduellement variés les différentes courbes intégrales obtenue par l'équation (III-7) en fonction de la pente du fond J_f qui définit leurs classification pour un débit Q donné.

Ces courbes ne cherchent pas à donner une solution explicite mais on s'intéresse à donner les formes semi quantitatives de la variation de la profondeur, h , avec la distance x par des conditions au limite permet de tracer la surface d'eau pour les différents cas possibles. Cette classification de la ligne d'eau désignant cinq cas suivantes :

	$J_f < J_c$	Canaux à pente faible	: M
$J_f > 0$	$J_f > J_c$	Canaux à pente forte	: S
	$J_f = J_c$	Canaux à pente critique	: C
$J_f = 0$		Canaux a pente zéro	: H
$J_f < 0$		Canaux a contre pente	: A

Chaque courbe comporte différentes branches qui donnent leur ensemble ne représentant pas une ligne réelle de la surface d'eau, mais plutôt un ensemble de divers cas possibles. Une surface d'eau réelle est alors représentée par une seule branche.

Si la surface d'eau est composée de plusieurs branches, ces dernières appartiendront à des classes distinctes.

III-3-1 Canaux à pente faible

Dans le cas où la pente du canal est positive $J_f > 0$ et inférieure à la pente critique J_c par conséquent la hauteur normale, h_n , supérieure à la hauteur critique, h_c , c'est-à-dire pente faible, dans ce cas les formes de la surface libre dans un canal descendant comprend trois branches ou courbes M_1 , M_2 et M_3 .

❖ Courbe M_1

La hauteur normale, h_n , plus grande que la hauteur critique, h_c , et plus petite que la hauteur d'écoulement h , ($h > h_n > h_c$), on a donc un rapport $\frac{dh}{dx}$ positif et un écoulement de type fluvial. La courbe vient en amont elle tend vers la pente de la profondeur normale, et en aval croissant tend vers une tangente horizontale et le canal progresse de l'aval vers l'amont. On rencontre cette branche par exemple:

- ✓ L'entrée d'un écoulement permanent uniforme dans un réservoir.
- ✓ En amont d'un barrage.
- ✓ Dans certains changements brusque de pente.

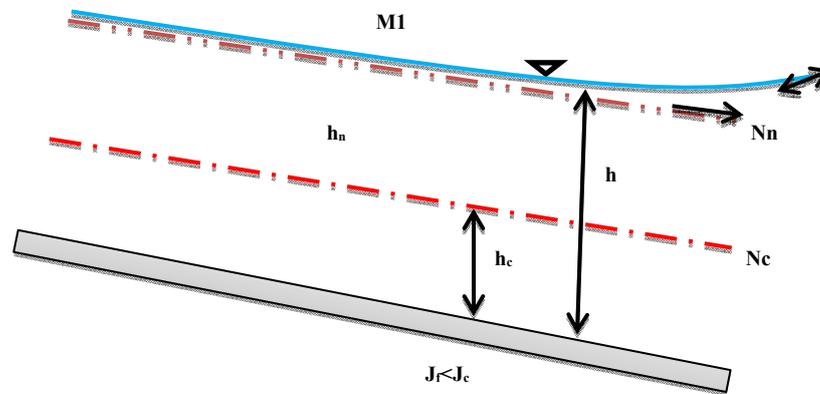


Fig. 3-2 Branche M_1 (courbe remous d'exhaussement).

❖ Courbe M_2

Ce type de courbe correspond à un écoulement fluvial et un rapport de $\frac{dh}{dx}$ négatif, la hauteur d'écoulement est comprise entre la hauteur critique, h_c , et la hauteur normale, h_n , ($h_n > h > h_c$), tend vers la pente de profondeur normale en amont, et une chute brusquement vers la hauteur critique (décroissant perpendiculairement) pour tendre vers l'aval. Le calcul est le même de la courbe M_1 , elle représente le passage d'un écoulement permanent uniforme vers une section critique comme une chute ou encore une augmentation forte de la pente d'écoulement.

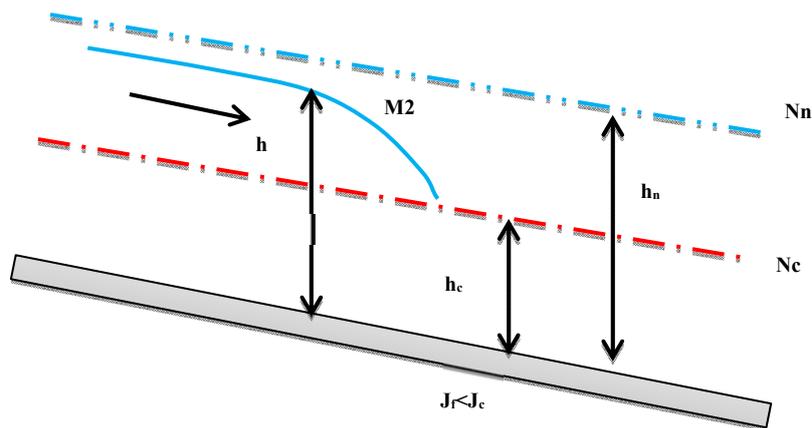


Fig. 3-3 Branche M2 (courbe remous d'abaissement).

❖ **Courbe M3**

Cette branche désignant une hauteur critique, h_c , supérieure à la hauteur d'écoulement, h , et inférieure à la hauteur normale, h_n ($h_n > h_c > h$), où l'écoulement est torrentielle et le rapport, $\frac{dh}{dx}$, est positif, souvent prolongé par un ressaut hydraulique. La courbe vient de l'amont en augmentation, pour tendre en aval vers la profondeur critique, h_c , se rencontre dans un écoulement à grande vitesse à pente faible ou dans certains changements de pente.

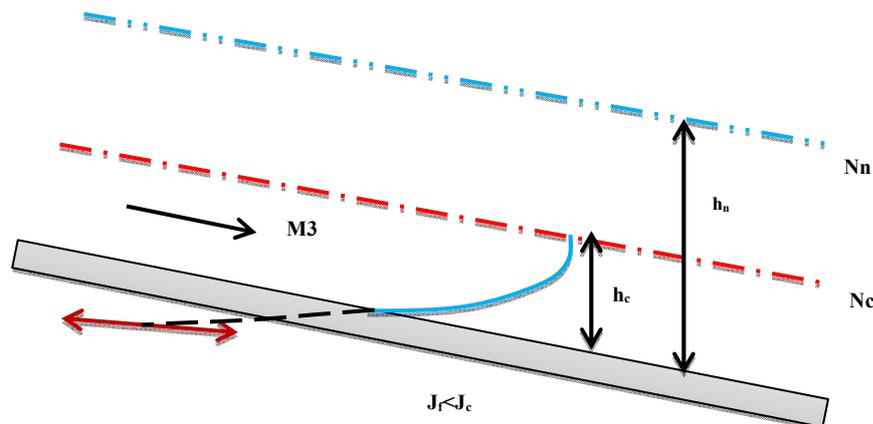


Fig. 3-4 Branche M3 (courbe remous d'abaissement).

III-3-2 Canaux à pente forte

Les écoulements dans les canaux descendant à pente forte comprennent trois branches ou des formes de la surface d'eau différentes. Si la pente de fond, J_f , positive et supérieure à la pente critique, J_c , et la hauteur normale, h_n , inférieure à la hauteur critique, h_c , on a donc un écoulement de type torrentiel.

❖ **Courbe S1**

Si le type d'écoulement torrentiel et le rapport, $\frac{dh}{dx}$, est positif, la hauteur d'écoulement h est plus grande que la hauteur normale, h_n , en amont elle coupe perpendiculairement la ligne

de la hauteur critique, h_c , c'est le cas de ressaut hydraulique, en aval elle tend vers l'horizontale. Elle rencontre en amont (au remous) d'un barrage, ou dans certains changements de pente.

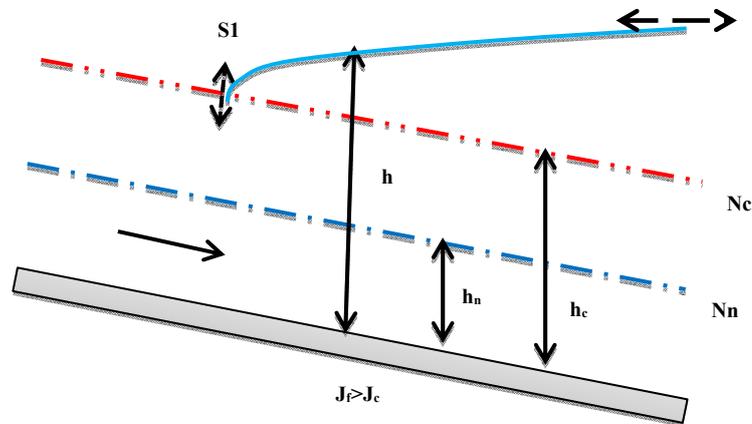


Fig. 3-5 Branche S₁ (Courbe remous d'exhaussement).

❖ **Courbe S₂**

Dans ce type de cette courbe la profondeur d'eau h décroît, correspondant à un rapport de, $\frac{dh}{dx}$, négatif et un régime d'écoulement torrentiel. La hauteur d'écoulement, h , supérieure à la hauteur normale, h_n , et inférieure à la hauteur critique, h_c , en amont, elle naît brusquement de la hauteur critique, en aval elle tend vers la hauteur normale. Se rencontre en aval d'une augmentation brusque de pente, ou dans l'élargissement de la section.

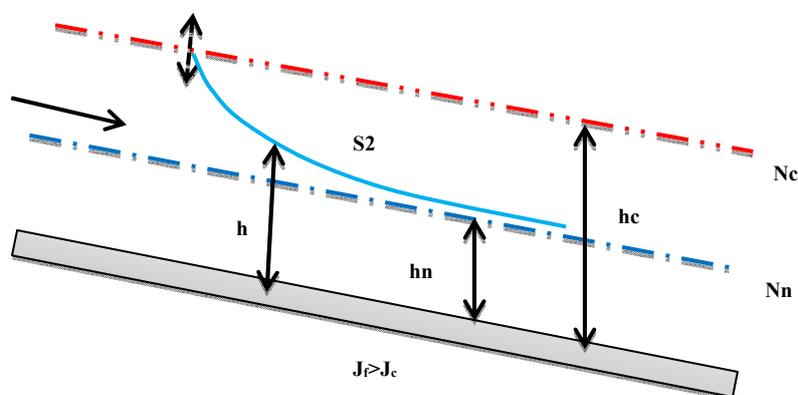


Fig. 3-6 Branche S₂ (courbe remous d'abaissement).

❖ **Courbe S₃**

L'écoulement est torrentiel et la hauteur d'écoulement, h , est inférieure de la hauteur normale, h_n , le rapport, $\frac{dh}{dx}$, est positif, dans ce type de courbe, en amont, sa pente commence rapidement, et en aval, elle remonte brusquement vers la hauteur normale.

Par exemple on rencontre :

- ✓ Dans un écoulement sous une vanne dénoyée débouchant dans un canal à pente forte.

- ✓ Lorsque la pente diminue brusquement tout en restant supérieure à la pente critique.

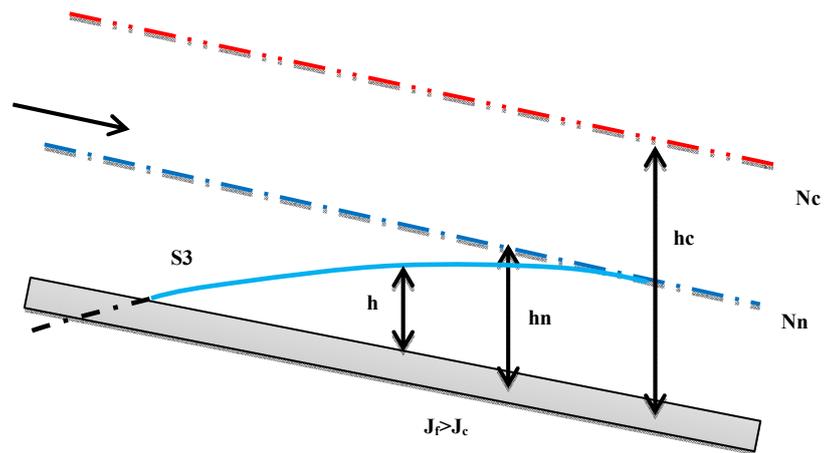


Fig. 3-7 Branche S3 (Courbe remous d'exhaussement).

III-3-3 Canaux à pente critique

Dans un canal à pente critique où la pente de fond identique à la pente critique, et la hauteur normale, h_n , équivalent à la hauteur critique, h_c , les courbes C intermédiaires entre les courbes M et les courbes S. par conséquent le rapport, $\frac{dh}{dx} = J_f$. La courbe représentative est donc horizontale. Dans ce cas l'écoulement à profondeur critique h_c est souvent instable ce qui se traduit par des fluctuations de la surface libre.

❖ Courbe C₁

La hauteur d'écoulement, h , est plus grande que la hauteur normale, h_n , par conséquent, h_c , et le régime d'écoulement est fluviale. Représente le passage entre M₁ concave et S₁ convexe. Elle est donc droite et horizontale.

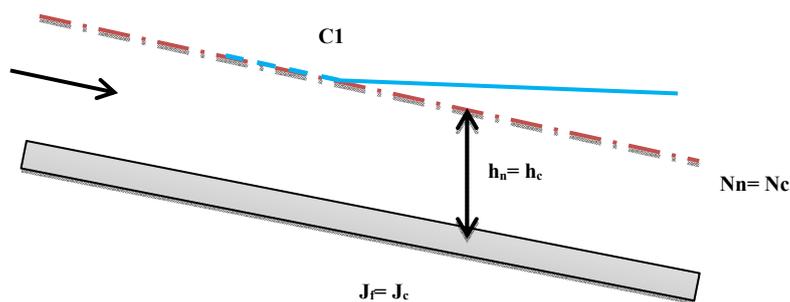


Fig. 3-8 Branche C1 (courbe remous d'exhaussement).

❖ Courbe C₂

Lorsque la hauteur normale et la hauteur critique sont confondues la courbe (branche) C₂ n'existe pas.

❖ Courbe C_3

Dans le cas contraire, la hauteur d'écoulement, h , inférieure à la hauteur normale, $h_n (\equiv h_c)$, et le régime d'écoulement torrentielle. La courbe C_3 représente le passage entre M_3 convexe et S_3 concave, elle est aussi horizontale.

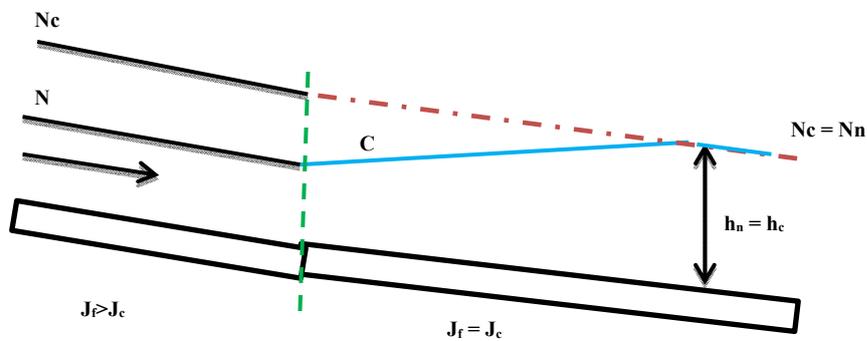


Fig. 3-9 Branche C_3 (Courbe remous d'exhaussement).

III-3-4 Canaux horizontaux

Dans les canaux horizontaux la pente de fond J_f est nulle est la profondeur normale h_n n'existe pas puisqu'elle devient inférieure, dans ce cas la courbe comporte deux branches H_2 et H_3 qui sont les limites des branches M_2 et M_3 et la branche H_1 disparaît. Se rencontre à une chute brusque pour la courbe H_2 et d'un écoulement à grande vitesse entrant dans un canal horizontal pour la courbe H_3 .

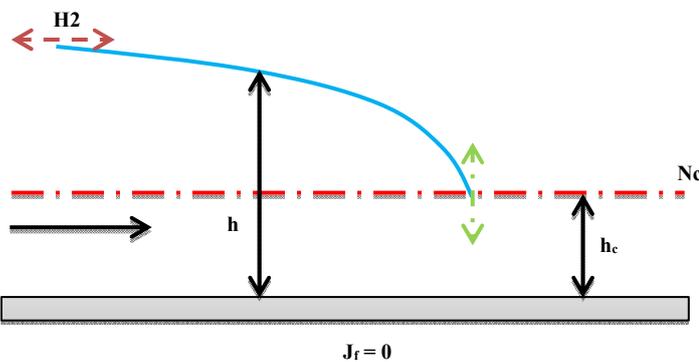


Fig. 3-10 Branche H_2 (courbe remous d'abaissement).

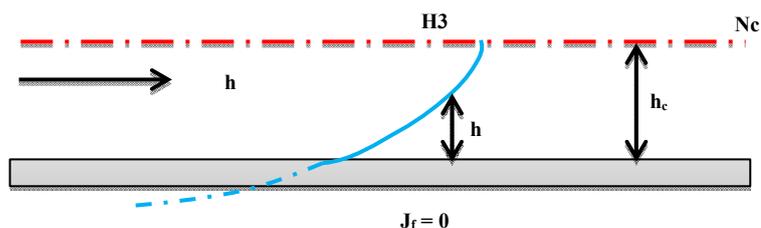


Fig. 3-11 Branche H_3 (courbe remous d'exhaussement).

III-3-5 Canaux à contre pente

D'après l'équation de Manning au chapitre II (sec II-7) pour calculer la profondeur d'un canal de forme donnée avec la formule de débit on constate que l'écoulement uniforme est seulement possible dans un canal à pente descendante $J_f > 0$. Dans le cas contraire $J_f < 0$ (contre pente) il n'y a pas de profondeur normale, h_n , en conséquence la branche A_1 n'existe pas. Et la courbe comportant les deux branches A_2 et A_3 qui se rencontre successivement par exemple dans un changement brusque de pente et à une vanne dont l'ouverture est inférieure à la profondeur critique.

D'une manière générale les courbes H et A sont des cas particuliers des courbe M pour les quelles, on ne peut pas définir de régime uniforme donc la hauteur normale n'existe pas puisqu'elle devient infinie.

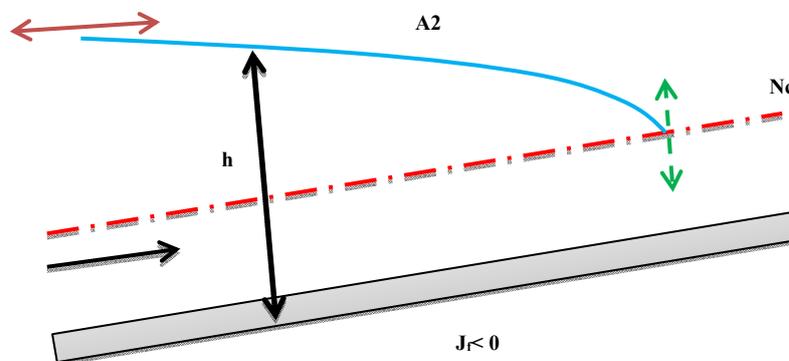


Fig. 3-12 Branche A2 (courbe remous d'abaissement).

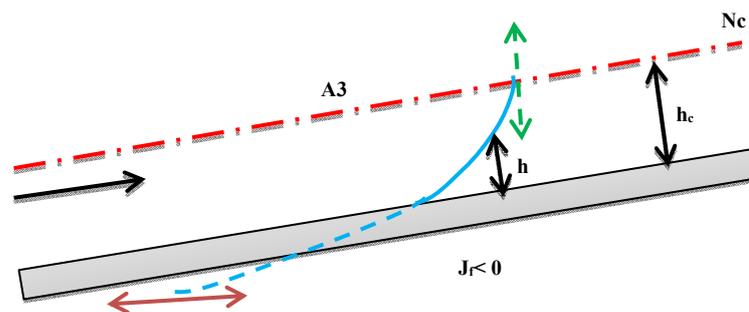


Fig. 3-13 Branche A3 (courbe remous d'exhaussement).

III-4 Calcul du profil de la ligne d'eau à la surface d'eau

III-4-1 Définition

Dans l'écoulement graduellement varié, l'équation de la surface d'eau permet de tracer les formes de la surface libre (ligne d'eau), par les différents cas possibles, le calcul et la

construction exacte de ces formes nécessitent l'intégration de cette équation (III-7). Dans le cas général on utilise diverses méthodes mathématiques ou graphiques tel que :

- ❖ La méthode par approximations successives.
- ❖ La méthode par intégration directe.
- ❖ La méthode par intégration graphique.

L'application de ces méthodes de calcul ne donnera un résultat de l'équation de la ligne d'eau à un constant près. Il est toutefois évident que la position de cette ligne par rapport au fond du canal est unique n'est pas arbitraire ; pour lever l'indétermination il faudra obligatoirement connaître l'un de ces points ; appelé point de repère, ou de contrôle, sera généralement calculable à partir des propriétés hydrauliques de la singularité qui est à l'origine de mouvement graduellement varié considéré.

III-4-2 Méthode par approximations successives

Cette méthode est valable pour les canaux prismatique et non prismatique, lorsque on multiplie le terme dx par l'équation simplifiée de Saint Venant (Eq.III-4) et transforme en suite aux différences finies.

$$dx \frac{dh}{dx} = \left(J_f - \frac{Q^2}{R_h S^2 C^2} \right) dx - dx \frac{d \left(\frac{Q}{S} \right)^2}{2g} \quad (\text{III-10})$$

$$dh = \left(J_f - \frac{Q^2}{R_h S^2 C^2} \right) dx - \frac{(Q)^2}{2g} d \left(\frac{1}{S^2} \right) \quad (\text{III-11})$$

En passant des différentielles aux différences finies l'équation (III-11) se transforme comme suit :

$$(h_{i+1} - h_i) = \left(J_f - \frac{Q^2}{C^2 S^2 R_h} \right) (x_{i+1} - x_i) - \frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1}{S_{i+1}^2} - \frac{1}{S_i^2} \right) \quad (\text{III-12})$$

Avec la profondeur h_i , apparaît à l'abscisse x_i , tandis que la profondeur d'eau très proche h_{i+1} à l'abscisse très proche x_{i+1} , et les valeurs \bar{C} , \bar{S} et \bar{R}_h correspondent à la valeur moyenne de la profondeur d'eau supposée $\bar{h} = \frac{h_{i+1} + h_i}{2}$ peut être utilisée comme suit pour tracer la surface d'eau. Cette méthode en général la plus longue à appliquer, mais souvent aussi la plus précise. Comprend deux méthodes différentes, l'un est la méthode des tronçons lorsque on a un tronçon de faible distance $\Delta x = (x_{i+1} - x_i)$ donnée arbitrairement on trace la variation de la profondeur $\Delta h = (h_{i+1} - h_i)$, et l'autre est la méthode des

variations de profondeur si on a une légère différence de profondeur $\Delta h = (h_{i+1} - h_i)$ donnée, on trace la distance, $\Delta x = (x_{i+1} - x_i)$ entre les deux profondeurs.

L'équation (III-12) peut aussi s'écrire [6] :

$$(h + z)_{i+1} - (h + z)_i = \left(-\frac{Q^2}{c^2 s^2 R_h} \right) (x_{i+1} - x_i) - \frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1}{s_{i+1}^2} - \frac{1}{s_i^2} \right) \quad \text{(III-12a)}$$

D'autre façon on peut s'appliquer cette méthode aussi lorsque on multiplie le terme dx par l'équation (III-7), et transforme en suite aux différences finies.

$$dx \frac{dh}{dx} = dx \left(\frac{1 - \frac{(Q/S)^2}{c^2 R_h} + \frac{(Q/S)^2 ds}{gS J_f dx}}{1 - \frac{(Q/S)^2}{Sg} B} \right) J_f \quad \text{(III-13)}$$

$$dh = \left(\frac{1 - \frac{(Q/S)^2}{c^2 R_h} dx + \frac{(Q/S)^2 ds}{gS}}{1 - \frac{(Q/S)^2}{Sg} B} \right) \quad \text{(III-14)}$$

$$(h_{i+1} - h_i) = \left(\frac{\left(J_f - \frac{Q^2}{c^2 s^2 R_h} \right) (x_{i+1} - x_i) + \left(\frac{Q^2}{gS^3} (s_{i+1}^2 - s_i^2) \right)}{1 - \frac{Q^2}{S^3 g} B} \right) \quad \text{(III-15)}$$

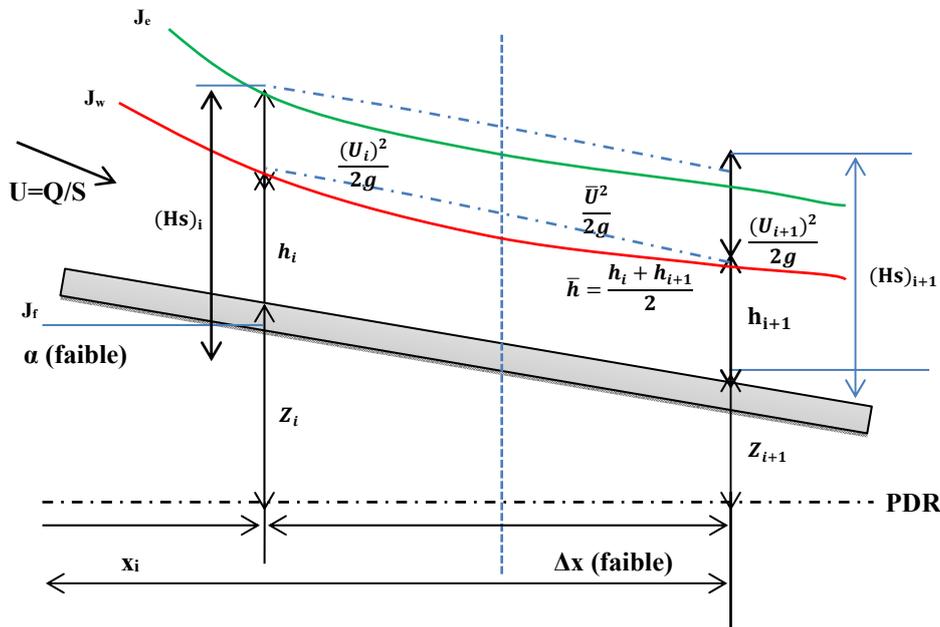


Fig. 3-14 Schéma d'écoulement non uniforme entre deux sections.

➤ **Méthode des tronçons (Δx est fixée):**

Dans les canaux non prismatiques la méthode des tronçons s'applique à l'équation du mouvement sous les deux formes (éq (III-12) ou éq (III-15)).

Cette méthode basée par approximation successive si on suppose par connaissance une profondeur d'eau h_i à une abscisse x_i et on cherche la profondeur h_{i+1} à l'abscisse x_{i+1} très proche lorsque on choisit une première valeur h_{i+1}^{\wedge} d'où S_{i+1}^{\wedge} , en suite calculer les valeurs \bar{C} , \bar{S} et \bar{R}_h correspondent à la valeur moyenne \bar{h} et porté dans l'équation (III-12) ou (III-15), on obtient ainsi une valeur pour la profondeur h_{i+1} qui sera probablement différente de la valeur choisie h_{i+1}^{\wedge} on arrête jusqu'à ce que la valeur h_{i+1} donnée par cette équation soit égale à la dernière valeur choisie, et on passera en suite au tronçon suivant,... etc.

L'application de la méthode (implicite) des tronçons, ou à pas standard généralement valable d'où la section varié d'un tronçon à l'autre dans les canaux non prismatiques équation ((III-12) ou équation (III-15)), par conséquent les calculs avec cette méthode sont longs et compliqués.

La méthode (implicite) des tronçons, ou à pas standard, est général, donc valable pour les canaux prismatique, et les canaux non prismatiques équation ((III-12) ou équation (III-15)), d'où la section varie d'un tronçon à l'autres.

Néanmoins, il faut signaler que les calculs avec cette méthode sont longs et compliqués (voir Henderson, 1966, p. 136 et Chow, 1959, p. 256). Une méthode moins longue et proposée par Prasad (voir Ranga-Raju, 1981, p.145), qui utilise une méthode d'intégration numérique.

Pour les cours d'eau naturels, il s'avère utile d'évaluer non pas la profondeur d'eau, h , mais la cote de la surface libre, $h = h + z$, car le fond de ces cours d'eau ne varié pas de façon régulier. L'équation de mouvement utilisée, équation (III-12a), s'écrit alors de la façon suivante:

$$\left((h + z + \frac{Q^2}{2gS^2})_{i+1} - (h + z + \frac{Q^2}{2gS^2})_i \right) = \left(- \frac{Q^2}{c^2 \frac{S^2}{R_h}} \right) (x_{i+1} - x_i) - K_{SS} \frac{Q^2}{2g} \left(\left| \frac{1}{S_{i+1}^2} - \frac{1}{S_i^2} \right| \right) \quad \text{(III-12b)}$$

Où K_{SS} est un coefficient de perte de charge singulière provoqué par un changement entre les sections, S_i et S_{i+1} , et par d'autres irrégularités. On prendra (voir Silber, 1968, p. 27) :

Pour l'écoulement accéléré : $K_{SS} = 0$

Pour l'écoulement décéléré : $0 < K_{SS} < 1$

En utilisant l'équation (III-12b), les calculs sont longs et compliqués mais ils sont grandement facilités par l'utilisation d'un ordinateur. Cette méthode peut être simplifiée en ne tenant pas

compte de l'influence de la variation d'énergie cinétique ; les calculs sont moins longs, mais également moins précis. Pour les calculs relatifs aux cours d'eau naturel, de plus amples informations sont données dans les livres de Chow (1959, pp. 274-292), de Crausse (1951, pp. 171-183) et de Henderson (1966, pp. 140-155).

➤ **Méthode des variations de profondeur (Δh est fixée):**

Cette méthode est très efficace et moins longue et compliquée que la méthode des tronçons à pas directs s'applique également à l'équation de mouvement sous la forme de l'équation (III-12) ou (III-15), au canaux non prismatiques. S'est basée par la méthode explicite par la compensation de suppose par connaissance la profondeur d'eau h_i , à une abscisse x_i et on cherche l'abscisse x_{i+1} pour une profondeur très proche h_{i+1} .

Pour réduire les erreurs on choisit la valeur h_{i+1} différente de la valeur h_i et il convient de resserrer ces variations, en finit par calculer l'abscisse x_{i+1} pour les canaux non prismatique par l'équation (III-12) et on passera ensuite au tronçon suivant, etc.....

III-4-3 Méthode par intégration directe

Cette méthode est plus valable et directe quel que soit la distance entre ces sections, que la méthode par approximation successive qui passe d'une section à l'autre d'une petite distance.

L'intégration de l'équation différentielle du mouvement dans les canaux prismatiques en forme générale permet de calculer et tracer la surface d'eau, si on connaît le débit Q , la pente de fond J_f , et le coefficient de frottement n ou c , par conséquent les variables sont l'abscisse x , et la profondeur d'eau h , correspondent. Cette équation développée par Bakhmeteff pour quelques sections du canal, tel que la forme rectangulaire, trapézoïdale, triangulaire et parabolique.

La forme générale de l'équation de mouvement des canaux non prismatiques est :

$$\frac{dh}{dx} = J_f \frac{1 - \left(\frac{Kn}{K}\right)^2 + \left(\frac{Kn}{K}\right)^2 \frac{1}{J_{cB}} \frac{ds}{dx}}{1 - \left(\frac{Kn}{K}\right)^2 \frac{J_f}{J_c}} \quad (\text{III-16})$$

Où $K(h)$ est la débitance, représente uniquement une fonction de la profondeur d'écoulement h , équivalent à la profondeur normale, h_n , déterminée comme suit :

$$K(h) = \frac{1}{n} R_h^{2/3} S = C R_h^{1/2} S \quad (\text{III-17})$$

Pour l'écoulement uniforme, cette relation prend la valeur suivante :

$$K(h) = Q / \sqrt{J_f} \quad (\text{III-17a})$$

Lorsque la vitesse moyenne donnée par la formule de Manning dans sa forme particulière comme suit :

$$U = \frac{1}{n} R_h^{2/3} J_f^{1/2} \quad (\text{III-18})$$

Cette relation se base sur de nombreuses mesures dans les canaux naturels et artificiels. Le débit $Q = U S$ on a donc :

$$Q = \frac{1}{n} R_h^{2/3} J_f^{1/2} S \quad (\text{III-19})$$

On compare l'égalité (III-17) et (III-19) on obtient :

$$Q = K(h) J_f^{1/2} \quad (\text{III-20})$$

Où

$$Q / \sqrt{J_f} = f(h) \quad (\text{III-21})$$

Peut-être tracer point par point pour une forme de section donnée.

La débitance K , caractérise le canal, elle représente une mesure de la capacité de transport d'eau dans cette section.

Le membre à droite de l'équation de mouvement sous forme générale (équation (III-16)), fonction de la profondeur h et de la largeur B , de sorte qu'une relation de

$$dx = f(h)dh + f(B)dB$$

Cette équation est une équation différentielle à variables séparées. L'intégration entre deux sections x_i et x_{i+1} donne une quantité rarement à une expression simple, par conséquent la résolution analytique est difficile. Mais l'intégration est possible tel que le canal à section rectangulaire de largeur importante, dans le cas d'un canal parabolique ou dans quelques autres sections du canal.

$$(x_i - x_{i+1}) = \int_{h_{i+1}}^{h_i} f(h)dh + \int_{B_{i+1}}^{B_i} f(B)dB \quad (\text{III-22})$$

Cette possibilité définit respectivement les méthodes de Bresse ou Tolkmitt, Bakhmeteff et Chow.

Si le canal est non prismatique, L'expression dans le dénominateur de l'équation différentielle équation (III-7), peut alors être exprimée ainsi :

$$\frac{Q^2}{g S^3} B = \frac{Q^2}{C^2 S^2 R_h J_f} \frac{C^2 S^2 R_h J_f}{g S^3 / B} = \frac{(Q/\sqrt{J_f})^2}{(C S R_h^{1/2})^2} \frac{J_f}{g S / C^2 B R_h} = \frac{K_n^2 J_f}{K^2 J_c}$$

$$\frac{(Q/S)^2}{C^2 R_h J_f} = \frac{Q^2}{C^2 S^2 R_h J_f} = \frac{(Q/\sqrt{J_f})^2}{(C S R_h^{1/2})^2} = \frac{K_n^2}{K^2}$$

En utilise les trois relations des équations ((III-9), (III-17), (III-17a)) pour exprimer le numérateur d'équation (III-7).

$$\frac{Q^2}{g S^3 J_f} = \frac{Q^2}{C^2 S^2 R_h J_f} \frac{C^2 S^2 R_h J_f}{g S^3 J_f} = \frac{(Q/\sqrt{J_f})^2}{(C S R_h^{1/2})^2} \frac{C^2 R_h}{g S} = \frac{(Q/\sqrt{J_f})^2}{(C S R_h^{1/2})^2} \frac{C^2 R_h}{g S}$$

$$= \frac{K_n^2 C^2 R_h}{K^2 g S} = \frac{K_n^2 C^2 R_h}{K^2 g S}$$

Par cette définition nous avons proposé de multiplier et diviser ce terme par la largeur de miroir (B), ainsi on obtient :

$$\frac{Q^2}{g S^3 J_f} = \frac{Q^2}{C^2 S^2 R_h J_f} \frac{C^2 S^2 R_h J_f}{g S^3 J_f} = \frac{(Q/\sqrt{J_f})^2}{(C S R_h^{1/2})^2} \frac{C^2 R_h}{g S} = \frac{(Q/\sqrt{J_f})^2}{(C S R_h^{1/2})^2} \frac{C^2 R_h B}{g S B}$$

$$= \frac{K_n^2 C^2 R_h B}{K^2 g S B} = \frac{K_n^2}{K^2 J_c B}$$

Donc l'équation (III-7) devient :

$$\frac{dh}{dx} = J_f \frac{1 - \left(\frac{K_n}{K}\right)^2 + \left(\frac{K_n}{K}\right)^2 \frac{1}{J_c B} \frac{ds}{dx}}{1 - \left(\frac{K_n}{K}\right)^2 \frac{J_f}{J_c}} \quad (\text{III-23})$$

Forme générale de l'équation de mouvement des canaux non prismatiques.

➤ Méthode de Bresse:

Dans un canal à section rectangulaire de largeur importante (infinie) où $q = Q/B$ et $B = S/h$, l'intégration de l'équation (III-23) est possible, et la définition de la profondeur normale obtenue par la formule de débit dans un écoulement uniforme à pente descendante $J_f > 0$, avec $R_h = h$ et $h \equiv h_n$, est donnée comme suit :

$$h_n^3 = \left(\frac{q^2}{c^2 J_f} \right) \quad (\text{III-24})$$

La profondeur critique de même section $D_h \equiv h$ à été donnée par :

$$h_c = \frac{2}{3} H_{s_c} \quad (\text{III-25})$$

H_{s_c} : L'énergie spécifique.

Ou par

$$(H_{sc} - h_c) = \frac{h_c}{2} = \frac{U_c^2}{2g} \quad (\text{III-26})$$

Si la vitesse moyenne correspond à la profondeur critique, D_{h_c} .

$$U_c = \sqrt{gD_{h_c}}$$

Ou

$$\frac{U_c^2}{2g} = \frac{D_{h_c}}{2} \quad (\text{III-27})$$

Par cette définition on observe qu'en régime critique, la charge cinétique est donc égale à la moitié de la profondeur hydraulique.

En introduisant la définition de débit unitaire $q = U h$ dans l'équation (III-26) on obtient :

$$\frac{h_c}{2} = \frac{q^2}{2gh_c^2} \quad \text{ou} \quad h_c^3 = \frac{q^2}{g} \quad (\text{III-28})$$

La débitance est donnée par l'équation (III-17). D'après ces définitions en conséquent :

$$\left(\frac{h_c}{h_n}\right)^3 = \frac{q^2/g}{q^2/c^2 J_g} = \frac{c^2 J_f}{g}$$

$$\left(\frac{K_n}{K}\right)^2 = \left(\frac{h_n}{h}\right)^3$$

La pente critique J_c est donnée par :

$$J_c = \frac{gS}{c^2 B R_h} = \frac{g}{c^2} = J_f \left(\frac{h_n}{h_c}\right)^3 \quad (\text{III-29})$$

Pour des canaux non prismatiques l'équation différentielle (III-7) devient :

$$\frac{dh}{dx} = J_f \frac{1 - \left(\frac{h_n}{h}\right)^3 + \left(\frac{h_n}{h}\right)^3 \frac{1}{J_c B} \frac{ds}{dx}}{1 - \left(\frac{h_n}{h}\right)^3 \frac{J_f}{J_c}} \quad (\text{III-30})$$

Avec la relation de la pente critique équation (III-29) et par des canaux à section rectangulaire on obtient :

$$\frac{dh}{dx} = J_f \frac{1 - \left(\frac{h_n}{h}\right)^3 + \left(\frac{h_n}{h}\right)^3 \frac{1}{J_c B} \frac{ds}{dx}}{1 - \left(\frac{h_c}{h}\right)^3} \quad (\text{III-31})$$

Valable pour un canal rectangulaire de largeur importante de profil non prismatique. L'équation (III-31) est en écrit comme suit :

$$dx = \frac{1}{J_f} \frac{(1 - (\frac{h_c}{h})^3) dh - (\frac{h_n}{h})^3 \frac{J_f}{J_c B} ds}{1 - (\frac{h_n}{h})^3} \quad (\text{III-32})$$

$$S = Bh \Rightarrow \frac{dS}{dx} = \frac{dB}{dx} h$$

$$dx = \frac{1}{J_f} \frac{[1 - (\frac{h_c}{h})^3] dh - [(\frac{h_n}{h})^3 \frac{J_f h}{J_c B} dB]}{1 - (\frac{h_n}{h})^3} \quad (\text{III-33})$$

En posant $h/h_n = \eta$, $dh = h_n d\eta$ et $(\frac{h_c}{h_n})^3 = \beta$

$$dx = - \frac{1}{J_f} \frac{[(\frac{h_n}{h})^3 \frac{J_f h}{J_c B} dB]}{1 - (\frac{h_n}{h})^3} + \frac{h_n}{J_f} \frac{[(1 - (\frac{h_c}{h})^3) d\eta]}{1 - (\frac{h_n}{h})^3} \quad (\text{III-34})$$

$$dx = \frac{-\beta h}{J_f(\eta^3 - 1)} \frac{dB}{B} + \frac{h_n}{J_f} \left[1 + \frac{1 - \beta}{\eta^3 - 1} \right] d\eta \quad (\text{III-35})$$

En intégrant cette relation entre deux sections d'abscisses x_i et x_{i+1} à des profondeurs h_i et h_{i+1} et des largeurs B_i et B_{i+1} on obtient :

$$(x_i - x_{i+1}) = \frac{-\beta h}{J_f(\eta^3 - 1)} (\ln B_i - \ln B_{i+1}) + \frac{h_n}{J_f} [(\eta_i - \eta_{i+1}) - (1 - \beta)(\Phi(\eta_i) - \Phi(\eta_{i+1}))] \quad (\text{III-36})$$

$$\text{Avec l'intégrale } \Phi(\eta, 3) = - \int \frac{d\eta}{\eta^3 - 1} = \frac{1}{6} \log_e \left[\frac{\eta^2 + \eta + 1}{(\eta - 1)^2} \right] - \frac{1}{3} \text{arc ctg} \left(\frac{2\eta + 1}{\sqrt{3}} \right) \quad (\text{III-36a})$$

➤ Méthode de Bakhmeteff:

Cette méthode plus utilisée à des canaux de section transversale de forme quelconque. Pour le Calcul des courbes de remous, elle est assez longue à utiliser mais elle est précise à condition d'adopter des intervalles d'intégration suffisamment petits.

L'expression de la débitance K pour un tel canal est donnée par l'équation (III-17) on peut exprimer par une relation exponentielle :

$$K^2 = C^2 R_h S^2 = C^{te} h^N$$

Par cette définition le rapport $(\frac{K}{K_n})^2$ donne :

$$\left(\frac{K}{K_n}\right)^2 = \frac{C^2 R_h S^2}{(C^2 R_h S^2)_n} = \left(\frac{h}{h_n}\right)^N \quad (\text{III-37})$$

N : exposant hydraulique, qui est à déterminer pour chaque forme de canal. On suppose que le rapport (voir l'équation III-9).

$$\frac{J_f}{J_c} = \beta = J_f \frac{C^2 B R_h}{gS} \quad (\text{III-38})$$

Si on considère comme une constante dans un tronçon. L'équation différentielle équation (III-23) écrit alors :

$$\frac{dh}{dx} = J_f \frac{1 - \left(\frac{h_n}{h}\right)^N + \left(\frac{h_n}{h}\right)^N \frac{1}{J_c B} \frac{dS}{dx}}{1 - \beta \left(\frac{h_n}{h}\right)^N} \quad (\text{III-39})$$

Equation de forme générale de l'équation (III-31) valable pour un canal de forme quelconque défini par l'exposant hydraulique équation (III-37).

- **Section rectangulaire :**

$$S = Bh \Rightarrow \frac{dS}{dx} = \frac{dB}{dx} h \quad (\text{III-40})$$

$$dx J_f \left[1 - \left(\frac{h_n}{h}\right)^N + \left(\frac{h_n}{h}\right)^N \frac{h}{J_c B} \frac{dB}{dx} \right] = dh \left(1 - \left(\frac{h_n}{h}\right)^N \frac{J_f}{J_c} \right) \quad (\text{III-41})$$

$$dx J_f \left(1 - \left(\frac{h_n}{h}\right)^N \right) = dh \left(1 - \left(\frac{h_n}{h}\right)^N \frac{J_f}{J_c} \right) - \left(\frac{h_n}{h}\right)^N \frac{J_f}{J_c} \frac{dB}{B} h \quad (\text{III-42})$$

$$dx = \frac{1}{J_f} \frac{-\left(\frac{h_n}{h}\right)^N \frac{J_f}{J_c} \frac{dB}{B} h + dh \left(1 - \left(\frac{h_n}{h}\right)^N \frac{J_f}{J_c} \right)}{1 - \left(\frac{h_n}{h}\right)^N} \quad (\text{III-43})$$

En posant $h/h_n = \eta$, $dh = h_n d\eta$ et $\frac{J_f}{J_c} = \beta$

$$dx = \frac{1}{J_f} \frac{\left[-\left(\frac{1}{\eta}\right)^N \beta \frac{dB}{B} h + \left(1 - \left(\frac{1}{\eta}\right)^N \beta \right) dh \right]}{1 - \left(\frac{1}{\eta}\right)^N} \quad (\text{III-44})$$

$$dx = \frac{1}{J_f} \frac{\eta^N \left[-\left(\frac{1}{\eta}\right)^N \beta \frac{dB}{B} h + \left(1 - \left(\frac{1}{\eta}\right)^N \beta \right) dh \right]}{\eta^{N-1}} \quad (\text{III-45})$$

$$dx = \frac{1}{J_f} \frac{\left[-\beta \frac{dB}{B} h + (\eta^N - \beta) dh \right]}{\eta^{N-1}} \quad (\text{III-46})$$

$$dx = \frac{1}{J_f} \left[\frac{-\beta \frac{dB}{B} h}{\eta^{N-1}} \right] + \frac{1}{J_f} \left[1 + \frac{1-\beta}{\eta^{N-1}} \right] h_n d\eta \quad (\text{III-47})$$

En intégrant cette relation entre deux sections d'abscisses x_i et x_{i+1} et en admettant β et N comme constante, on obtient :

$$\int_{x_{i+1}}^{x_i} dx = \frac{1}{J_f} \left[\frac{-\beta \frac{dB}{B} h}{\eta^{N-1}} \right] + \frac{h_n}{J_f} \left[1 + \frac{1-\beta}{\eta^{N-1}} \right] d\eta \quad (\text{III-48})$$

$$\int_{x_{i+1}}^{x_i} dx = \frac{-\beta h}{J_f (\eta^{N-1})} \int_{B_{i+1}}^{B_i} \frac{dB}{B} + \frac{h_n}{J_f} \int_{\eta_{i+1}}^{\eta_i} \left[1 + \frac{1-\beta}{\eta^{N-1}} \right] d\eta \quad (\text{III-49})$$

$$(x_i - x_{i+1}) = \frac{-\beta h}{J_f(\eta^N - 1)} [\ln B_i - \ln B_{i+1}] + \frac{h_n}{J_f} [(\eta_i - \eta_{i+1}) - (1 - \beta)(\Phi(\eta_i) - \Phi(\eta_{i+1}))]$$

(III-50)

Avec l'intégrale

$$\Phi(\eta, N) = - \int \frac{d\eta}{\eta^{N-1}}$$

(III-50a)

Forme générale pour section rectangulaire :

$$B \ll h \quad N = 2.0$$

$$B = 2h \quad N = 2.5$$

$$B = \infty \quad N = 3.0$$

- **Section trapézoïdale :**

$$S = (B - mh)h = Bh - m h^2 \Rightarrow \frac{dS}{dx} = \frac{dB}{dx} h$$

$$\frac{dh}{dx} = J_f \frac{1 - (\frac{Kn}{K})^2 + (\frac{Kn}{K})^2 \frac{h}{J_c B} \frac{dB}{dx}}{1 - (\frac{Kn}{K})^2 \frac{J_f}{J_c}}$$

(III-51)

$$dx = \frac{1}{J_f} \frac{[-\beta \frac{dB}{B} h + (\eta^N - \beta) dh]}{\eta^{N-1}}$$

(III-52)

$$dx = \frac{1}{J_f} \left[\frac{-\beta \frac{dB}{B} h}{\eta^{N-1}} \right] + \frac{h_n}{J_f} \left[1 + \frac{1-\beta}{\eta^{N-1}} \right] d\eta$$

(III-53)

$$(x_i - x_{i+1}) = \frac{-\beta h}{J_f(\eta^N - 1)} [\ln B_i - \ln B_{i+1}] + \frac{h_n}{J_f} [(\eta_i - \eta_{i+1}) - (1 - \beta)(\Phi(\eta_i) - \Phi(\eta_{i+1}))]$$

(III-54)

même Forme de section rectangulaire mais $3 < N < 4$

- **Section triangulaire :**

$$S = \frac{1}{2} B h \Rightarrow \frac{dS}{dx} = \frac{1}{2} h \frac{dB}{dx}$$

$$\frac{dh}{dx} = J_f \frac{1 - \left(\frac{Kn}{K}\right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{Kn}{K}\right)^2 \frac{h}{J_c B} \frac{dB}{dx}}{1 - \left(\frac{Kn}{K}\right)^2 \frac{J_f}{J_c}} \quad (\text{III-55})$$

$$dx = \frac{1}{J_f} \frac{\left[-\frac{1}{2} \beta \frac{dB}{B} h + (\eta^N - \beta) dh\right]}{\eta^{N-1}} \quad (\text{III-56})$$

$$dx = \frac{1}{J_f} \left[\frac{-\frac{1}{2} \beta \frac{dB}{B} h}{\eta^{N-1}} \right] + \frac{h_n}{J_f} \left[1 + \frac{1-\beta}{\eta^{N-1}} \right] d\eta \quad (\text{III-57})$$

$$\begin{aligned} (x_i - x_{i+1}) &= \frac{-\frac{1}{2} \beta h}{J_f (\eta^N - 1)} [\ln B_i - \ln B_{i+1}] \\ &+ \frac{h_n}{J_f} [(\eta_i - \eta_{i+1}) - (1 - \beta)(\Phi(\eta_i) - \Phi(\eta_{i+1}))] \end{aligned} \quad (\text{III-58})$$

Forme générale pour section triangulaire $5.3 < N < 5.5$

- **Section parabolique :**

$$S = \frac{2}{3} B h \Rightarrow \frac{dS}{dx} = \frac{2}{3} h \frac{dB}{dx}$$

$$\frac{dh}{dx} = J_f \frac{1 - \left(\frac{Kn}{K}\right)^2 + \frac{2}{3} \left(\frac{Kn}{K}\right)^2 \frac{h}{J_c B} \frac{dB}{dx}}{1 - \left(\frac{Kn}{K}\right)^2 \frac{J_f}{J_c}} \quad (\text{III-59})$$

$$dx = \frac{1}{J_f} \frac{\left[-\frac{2}{3} \beta \frac{dB}{B} h + (\eta^N - \beta) dh\right]}{\eta^{N-1}} \quad (\text{III-60})$$

$$dx = \frac{1}{J_f} \left[\frac{-\frac{2}{3} \beta \frac{dB}{B} h}{\eta^{N-1}} \right] + \frac{h_n}{J_f} \left[1 + \frac{1-\beta}{\eta^{N-1}} \right] d\eta \quad (\text{III-61})$$

$$\begin{aligned} (x_i - x_{i+1}) &= \frac{-\frac{2}{3} \beta h}{J_f (\eta^N - 1)} [\ln B_i - \ln B_{i+1}] \\ &+ \frac{h_n}{J_f} [(\eta_i - \eta_{i+1}) - (1 - \beta)(\Phi(\eta_i) - \Phi(\eta_{i+1}))] \end{aligned} \quad (\text{III-62})$$

Forme générale pour section parabolique $N = 4.0$

➤ **Méthode de Chow :**

Dans la méthode de *Bakhmeteff* et dans les méthodes précédentes, on a admis que le ratio de $\beta = \frac{J_f}{J_c} = J_f \frac{c^2 B R_h}{g S}$ reste essentiellement constant et le coefficient de frottement c , ou n , reste également constant indépendamment de la profondeur d'eau, h , mais la méthode de Chow (1959) admet que le ratio β n'est plus constant.

L'équation différentielle équation (III-31) peut être généralisée en posant

$$\frac{dh}{dx} = J_f \frac{1 - \left(\frac{h_n}{h}\right)^N + \left(\frac{h_n}{h}\right)^N \frac{1}{J_c B} \frac{dS}{dx}}{1 - \left(\frac{h_c}{h}\right)^M} \quad (\text{III-63})$$

N : est l'exposant hydraulique utilisé dans l'expression de la débitance équation (III-21), il dépend de la forme de la section et du coefficient de rugosité choisi.

M : est le deuxième exposant hydraulique. Pour une section de forme quelconque.

$$N(h) = \frac{2h}{3S} \left(5B - 2R_h \frac{dB}{dh} \right) \quad (\text{III-64a})$$

$$M(h) = \frac{h}{S} \left(3B - \frac{S}{B} \frac{dB}{dh} \right) \quad (\text{III-64b})$$

Les deux exposants hydrauliques sont en fonction de la profondeur d'eau h , et les variations usuelles sont :

$$2 < N < 5.3 \quad \text{et} \quad 3 < M < 4.8.$$

L'équation (III-63) peut être exprimée par de plusieurs formes :

✓ **Section rectangulaire :**

$$dx J_f \left[1 - \left(\frac{h_n}{h}\right)^N + \left(\frac{h_n}{h}\right)^N \frac{h}{J_c B} \frac{dB}{dx} \right] = dh \left(1 - \left(\frac{h_c}{h}\right)^M \right) \quad (\text{III-65})$$

$$dx J_f \left(1 - \left(\frac{h_n}{h}\right)^N \right) = dh \left(1 - \left(\frac{h_c}{h}\right)^M \right) - \left(\frac{h_c}{h}\right)^M \frac{dB}{B} h \quad (\text{III-66})$$

$$dx = \frac{1}{J_f} \frac{1 - \left(\frac{h_c}{h}\right)^M \frac{dB}{B} h + dh \left(1 - \left(\frac{h_c}{h}\right)^M \right)}{1 - \left(\frac{h_n}{h}\right)^N} \quad (\text{III-67})$$

En posant $h/h_n = \eta$, $dh = h_n d\eta$

$$dx = \frac{1}{J_f} \frac{\left[-\left(\frac{h_c}{h}\right)^M \frac{dB}{B} h \right]}{1 - \left(\frac{1}{\eta}\right)^N} + \frac{1}{J_f} \left[1 - \left(\frac{1}{1-\eta^N}\right) + \left(\frac{h_c}{h_n}\right)^M \left(\frac{\eta^{N-M}}{1-\eta^N}\right) \right] h_n d\eta \quad (\text{III-68})$$

$$dx = \frac{1}{J_f} \frac{\eta^N \left[-\left(\frac{h_c}{h}\right)^M \frac{dB}{B} h \right]}{\eta^{N-1}} + \frac{1}{J_f} \left[1 - \left(\frac{1}{1-\eta^N}\right) + \left(\frac{h_c}{h_n}\right)^M \left(\frac{\eta^{N-M}}{1-\eta^N}\right) \right] h_n d\eta \quad (\text{III-69})$$

$$dx = \frac{1}{J_f} \frac{\eta^N \left[-\left(\frac{h_c}{h}\right)^M h \right]}{\eta^{N-1}} \frac{dB}{B} + \frac{1}{J_f} \left[1 - \left(\frac{1}{1-\eta^N}\right) + \left(\frac{h_c}{h_n}\right)^M \left(\frac{\eta^{N-M}}{1-\eta^N}\right) \right] h_n d\eta \quad (\text{III-70})$$

En intégrant cette relation entre deux sections d'abscisses x_i et x_{i+1}

$$\int_{x_{i+1}}^{x_i} dx = \frac{1}{J_f} \left[\frac{\eta^N \left[-\left(\frac{h_c}{h}\right)^M h \right]}{\eta^{N-1}} \right] \frac{dB}{B} + \frac{h_n}{J_f} \left[\left[1 - \left(\frac{1}{1-\eta^N}\right) + \left(\frac{h_c}{h_n}\right)^M \left(\frac{\eta^{N-M}}{1-\eta^N}\right) \right] \right] d\eta \quad (\text{III-71})$$

$$\begin{aligned} \int_{x_{i+1}}^{x_i} dx &= \frac{\eta^N \left[-\left(\frac{h_c}{h}\right)^M h \right]}{J_f(\eta^N - 1)} \int_{B_{i+1}}^{B_i} \frac{dB}{B} + \frac{h_n}{J_f} [(\eta_i - \eta_{i+1}) \\ &\quad - \int_0^\eta \left(\frac{1}{1-\eta^N}\right) d\eta + \left(\frac{h_c}{h_n}\right)^M \int_0^\eta \left(\frac{\eta^{N-M}}{1-\eta^N}\right) d\eta] \end{aligned} \quad (\text{III-72})$$

$$\begin{aligned} (x_i - x_{i+1}) &= \frac{-\eta^N \left[\left(\frac{h_c}{h}\right)^M h \right]}{J_f(\eta^{N-1})} [\ln B_i - \ln B_{i+1}] + \frac{h_n}{J_f} [(\eta_i - \eta_{i+1}) - (\Phi(\eta_i, N) - \Phi(\eta_{i+1}, N)) + \\ &\quad \left(\frac{h_c}{h_n}\right)^M \frac{J}{N} (\Phi(\zeta_i, J) - \Phi(\zeta_{i+1}, J))] \end{aligned} \quad (\text{III-73})$$

Avec l'intégrale

$$\Phi(\eta, N) = - \int \frac{d\eta}{\eta^N - 1}$$

La deuxième intégrale est :

$$\int_0^\eta \frac{\eta^{N-M}}{1-\eta^N} d\eta = \frac{J}{N} \left(\frac{1}{1-\zeta J} \right) d\zeta = \frac{J}{N} \Phi(\zeta, J)$$

✓ **Section trapézoïdale :**

$$\begin{aligned} (x_i - x_{i+1}) &= \frac{-\eta^N \left[\left(\frac{h_c}{h}\right)^M h \right]}{J_f(\eta^{N-1})} [\ln B_i - \ln B_{i+1}] + \frac{h_n}{J_f} [(\eta_i - \eta_{i+1}) - (\Phi(\eta_i, N) - \Phi(\eta_{i+1}, N)) + \\ &\quad \left(\frac{h_c}{h_n}\right)^M \frac{J}{N} (\Phi(\zeta_i, J) - \Phi(\zeta_{i+1}, J))] \end{aligned} \quad (\text{III-74})$$

✓ **Section triangulaire :**

$$(x_i - x_{i+1}) = \frac{-\frac{1}{2}\eta^N \left[\left(\frac{h_c}{h} \right)^M h \right]}{J_f(\eta^{N-1})} [\ln B_i - \ln B_{i+1}] + \frac{h_n}{J_f} \left[(\eta_i - \eta_{i+1}) - (\Phi(\eta_i, N)\Phi(\eta_{i+1}, N) + \left(\frac{h_c}{h_n} \right)^M \frac{J}{N} (\Phi(\zeta_i, J) - \Phi(\zeta_{i+1}, J)) \right] \quad (\text{III-75})$$

✓ **Section parabolique :**

$$(x_i - x_{i+1}) = \frac{-\frac{2}{3}\eta^N \left[\left(\frac{h_c}{h} \right)^M h \right]}{J_f(\eta^{N-1})} [\ln B_i - \ln B_{i+1}] + \frac{h_n}{J_f} \left[(\eta_i - \eta_{i+1}) - (\Phi(\eta_i, N)\Phi(\eta_{i+1}, N) + \left(\frac{h_c}{h_n} \right)^M \frac{J}{N} (\Phi(\zeta_i, J) - \Phi(\zeta_{i+1}, J)) \right] \quad (\text{III-76})$$

III-4-4 Méthode par intégration graphique [3]

Cette méthode est assez rigoureuse, mais plus s'avérer longue pour obtenir la forme complète de la surface d'eau. Elle est également utile pour les canaux non prismatiques.

L'équation du mouvement pour un canal non prismatique de section quelconque s'écrit dans sa forme générale d'équation (III-7)

Cette équation prend une forme simplifiée qu'on peut écrire ainsi :

$$dx = f(h)dh + f(B)dB \quad (\text{III-77})$$

La fonction $f(h)$ et $f(B)$ à une forme qu'il est en général difficile d'intégrer. Les paramètres, $S(h)$, $Rh(h)$, $B(h)$ et $C(h)$ ne peuvent pas être exprimés au moyen d'une fonction analytique s'impose de la profondeur d'eau h . Il existe également plusieurs méthodes par intégration graphique de l'équation différentielle éq (III-7) ou éq (III-77) ; deux entre elles sont à mentionner : la méthode de Raytchine et Châtelain, qui est exposée dans Carlier (1972, p. 380) et la méthode de Silber, également résumée dans Carlier (1972, p. 382).

Dans la méthode de Silber (1968), deux variables adimensionnels sont introduites, notamment une profondeur réduite et un débit unitaire réduit :

$$h^* = \frac{h}{H_s} \quad \text{et} \quad q^* = \frac{Q}{BH_s \sqrt{2gH_s}}$$

C'est ainsi qu'on utilise le concept de l'énergie spécifique, H_s .

La courbe correspondante $q^* = f(h^*)$ constitue la caractéristique universelle pour les écoulements graduellement variés à surface libre ; elle est en outre d'une grande utilité pour de nombreux problèmes dans les canaux artificiels et naturels.

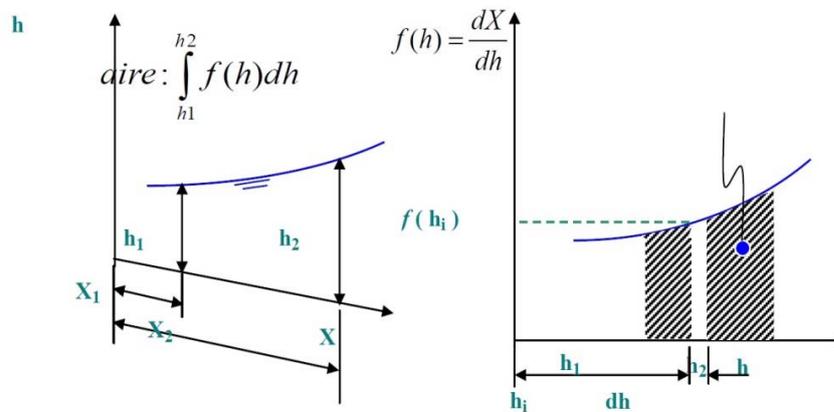


Fig. 3-15 Schéma de la méthode par intégration graphique.

III-4-4-1 Méthode directe

On calcule et on établit la fonction, $f(h_i, B_i)$ pour différentes valeurs de la profondeur, h_i , et on trace cette courbe de $f(h, B)$ en fonction de h .

L'aire comprise entre cette courbe, $f(h, B)$ l'axe des h et les deux droites d'abscisses h_1 et h_2 donne la distance $(x_2 - x_1)$ qui sépare les deux sections:

$$(x_2 - x_1) = \int_{h_1}^{h_2} f(h)dh + \int_{B_1}^{B_2} f(B)dB \quad (\text{III-78})$$

III-5 Conclusion

Quel que soit la méthode de calcul adoptée, le résultat ne donnera que la ligne d'eau à une constante près. Il est toutefois évident que la position de cette ligne d'eau n'est pas arbitraire. Pour la situer, il s'impose alors obligatoirement de connaître l'un de ces points. L'utilisation de ces méthodes ainsi que son application à de multiples problèmes, permet de connaître des inconvénients et des avantages à chaque type de la méthode choisie. Par cette conséquence on dit que la méthode de Bresse est limitée à des canaux rectangulaires de largeur infinie, celle de Bakhmeteff est une des méthodes les plus utilisées pour les canaux à section transversale quelconque. La méthode des tronçons (implicite) est très longue et compliquée (pas efficace) que la méthode des variations de profondeur (explicite).

Généralement on choisit la méthode la plus efficace qui s'affranchit de toutes hypothèses contrairement à l'autre méthode.

Chapitre : IV

Chapitre : IV

IV-1 Introduction [3]

Dans ce chapitre nous nous intéressons essentiellement à des canaux non prismatiques caractérisés par des rugosités, pentes et sections variable ainsi qu'à l'application des méthodes de calcul par approximations successives (méthode des tronçons), et la méthode par intégration directe (Bakhmeteff et Chow).

IV-2 Caractéristiques géométriques du canal non prismatique

Un canal dont la section ne varie pas et dont la pente longitudinale et la rugosité reste constantes -la hauteur d'eau peut cependant varier – est appelé canal prismatique sinon, on l'appelle canal *non prismatique*.

IV-3 Rugosité composée

Pour des sections à périmètre mouille non homogène le lit et chaque paroi (berge) ont des rugosités différentes (voir fig. 4-1) il faut alors calculer un coefficient de frottement équivalent, selon Einstein (voir Chow 1959 p.136) on y divise de manière raisonnable la surface mouillée S en N part chacune ayant un périmètre mouille $p_1, p_2, p_3, \dots, p_N$, et son coefficient de frottement : $n_1, n_2, n_3, \dots, n_N$. Le coefficient de frottement équivalente d'une rugosité composée se calcule par :

$$n = \left(\frac{\sum_1^N (p_N n_N^{3/2})}{p} \right)^{2/3} \quad (\text{IV-1})$$

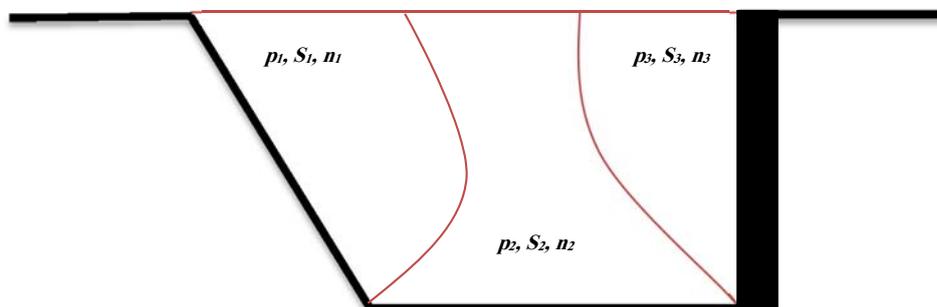


Fig. 4-1 Section a rugosité composée.

IV-4 Pente moyenne

Une pente moyenne de fond peut être approximativement obtenue en utilisant les cotes de niveau (thalweg) $z(x)$ (ligne fictive qui relie les points les plus bas des sections transversales le long du lit du canal) des sections ainsi que la distance entre elles.

$$J_f = \frac{\Delta z}{\Delta x} \approx \sum_1^N \frac{Jf_N}{N} \quad (\text{IV-2})$$

IV-5 Exemple de calcul 1

Un canal de section trapézoïdal de profil non prismatique d'une largeur $b = 7$ [m] ayant une pente de talus $m = 1.5$ transporte un débit de $Q = 28$ [m³/S] la pente du fond varie le long du lit du canal $J_{f1} = 0.0030$, $J_{f2} = 0.0017$, $J_{f3} = 0.0024$, $J_{f4} = 0.0017$, et le coefficient de rugosité est déterminé comme n [m^{-1/3} S], coefficient de frottement du béton rugueux varie selon le lit et les parois (berges) du canal $n_1 = 1/50 = 0.020$ [m^{-1/3} S], $n_2 = 1/60 = 0.017$ [m^{-1/3} S], $n_3 = 1/70 = 0.014$ [m^{-1/3} S], (voir tableau 3), la profondeur d'eau $h = 1.5$ [m].

- (1) le type de la surface d'eau.
- (2) le tracé de la ligne d'eau.

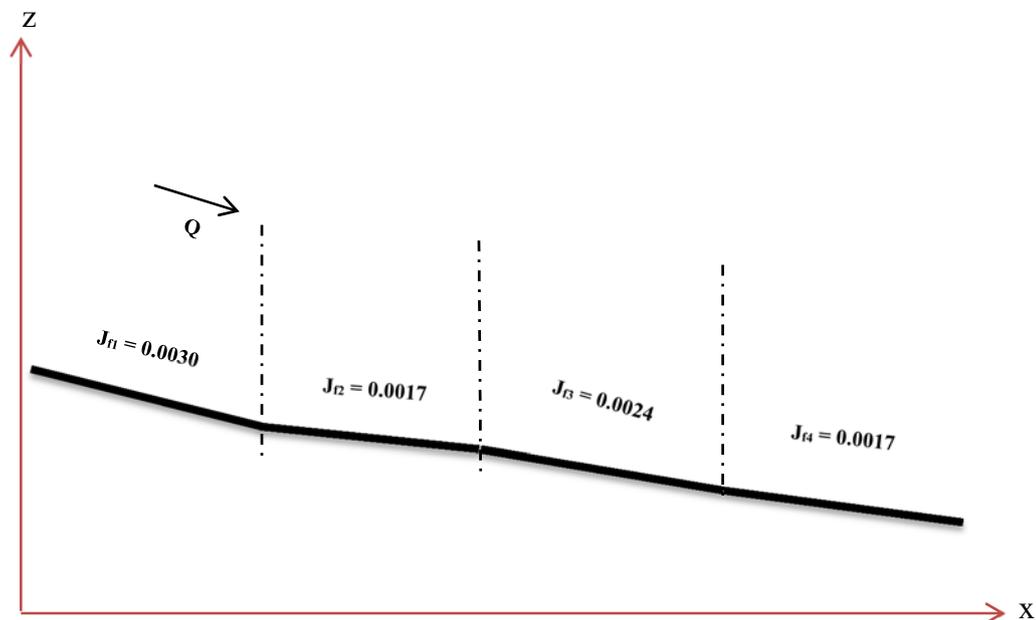


Fig. 4-2 Exemple de calcul pour un canal non prismatique.

Pour déterminer la forme de la surface d'eau, il faut calculer la profondeur normale h_n et critique h_c , et en utilisant le coefficient de Manning avec des rugosités composée. Pour la hauteur normale, on utilise l'équation: $Q = U S = \frac{1}{n} R_h^{2/3} J_f^{1/2} S$, et pour la hauteur

$$\text{critique: } Q = \sqrt{g S_c^3 / B}$$

Les deux équations sont résolues par une procédure itérative afin de déterminer les deux profondeurs normale et critique. Ensuite on détermine le type de courbe de la ligne d'eau par la comparaison de ces deux hauteurs (h_n , h_c) par rapport à la hauteur d'eau h , et la pente du fond J_f par rapport la pente critique J_c si on prend $h_n = h_c$ et introduit ces valeurs dans l'équation de Manning Strickler :

$$Q = \frac{1}{n} R_h^{2/3} J_c^{1/2} S \quad (\text{IV-3})$$

En utilisant les deux méthodes que nous avons vu au chapitre précédent, Méthode par intégration directe (Méthode de Bakhmeteff et Méthode de Chow), et Méthode par approximations successives (méthode des tronçons), les résultats se présentant comme suit :

$$P_1 = P_3 = h\sqrt{1 + m^2} \quad , \quad P_2 = b \quad \text{et} \quad P = b + 2h\sqrt{1 + m^2} \quad (\text{Voir tableau 1})$$

$$P_1 = 2.704 \text{ m} \quad , \quad P_2 = 7 \text{ m} \quad , \quad P = 12.408 \text{ m}$$

$$n_1 = \frac{1}{50} = 0.02 \quad , \quad n_2 = \frac{1}{60} = 0.017 \quad , \quad n_3 = \frac{1}{70} = 0.014$$

$$n = \left(\frac{\sum_1^N (p_N n_N^{3/2})}{p} \right)^{2/3} = 0.017 [m^{-\frac{1}{3}} S]$$

Calcul de la pente moyenne :

$$J_f = \frac{\Delta z}{\Delta x} \approx \sum_1^N \frac{J_{fN}}{N}$$

$$J_f = \frac{\Delta z}{\Delta x} \approx \sum_1^4 \frac{J_{fN}}{N} = \frac{J_{f1} + J_{f2} + J_{f3} + J_{f4}}{4}$$

$$J_f = \frac{\Delta z}{\Delta x} \approx \sum_1^4 \frac{J_{fN}}{N} = \frac{0.0024 + 0.0017 + 0.0030 + 0.0017}{4} = 0.0022$$

✓ *Calcul de la profondeur normale en utilisant le coefficient de Manning :*

Calcul itératif de la profondeur normal						
b = 7 [m], m = 1.5, n = 0.017 [m ^{-1/3} S], J _f = 0.0022, Q = 28 [m ³ /S]						
essais	h _n [m]	S[m ²]	P[m]	R _h [m]	Q _{calc} [m ³ /S]	Remarques
1	1.150	10.034	11.146	0.900	25.807	Non! 25.807 < 28.00 Essayer: h _n > 1.150 [m]
2	1.220	10.772	11.398	0.945	28.620	Non! 28.620 > 28.00 Essayer: 1.150 < h _n [m] < 1.220
3	1.205	10.613	11.345	0.935	27.999	oui! 27.999 ≈ 28.00 Essayer: h _n = 1.205 [m]

La profondeur normale est donc : h_n = 1.205 [m]

✓ *Calcul de la profondeur critique :*

Calcul itératif de la profondeur critique						
b = 7 [m], m = 1.5, n = 0.017 [m ^{-1/3} S], J _f = 0.0022, Q = 28 [m ³ /S]						
essais	h _c [m]	S _c [m ²]	B[m]	$\frac{g}{[m^3/S]}$	Q _{calc} [m ³ /S]	Remarques
1	1.200	10.560	10.600	9.81	33.012	Non! 33.012 > 28.00 Essayer: h _c < 1.200 [m]
2	1.000	8.500	10.000	9.81	24.545	Non! 24.545 < 28.00 Essayer: 1.000 [m] < h _c < 1.200 [m]
3	1.085	9.258	10.254	9.81	27.999	oui! 27.999 ≈ 28.00 Essayer: h _c = 1.085 [m]

La profondeur critique est donc : h_c = 1.085 (m).

✓ *Détermination du type de courbe de la ligne d'eau :*

Comme h_n > h_c l'écoulement est à pente faible. La ligne de la surface d'eau sera donc une courbe de type M.

On peut arriver à la même conclusion en comparant la valeur de la pente de fond et de la pente critique J_f (=0.0022) < J_c (=0.0032) on a un écoulement à pente faible et la ligne de la surface d'eau sera une courbe de type M.

Puisque h > h_n > h_c ; J_f < J_c donc Fr < 1 ; dh/dx positif.

Le type de courbe de remous obtenue est M de branche M1.

L'ensemble de résultats obtenus par les trois méthodes est regroupé dans les tableaux (4, 5, 6) en annexe et présenté sur les figures (4-3, 4-4, 4-5)

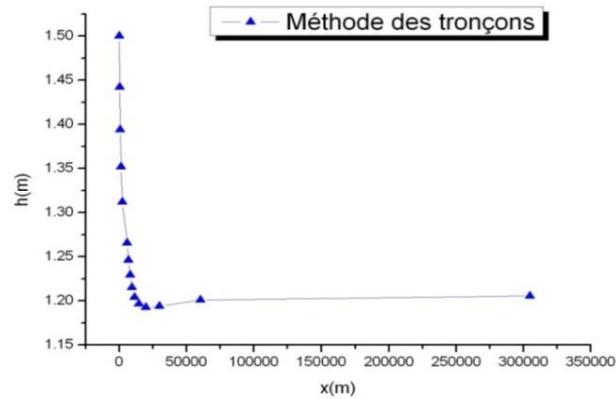


Fig. 4-3 Calcul de la ligne d'eau avec la méthode des tronçons pour une forme de section trapézoïdale du canal de faible rugosité ($n=0.017\text{m}^{-1/3}\text{ s}$).

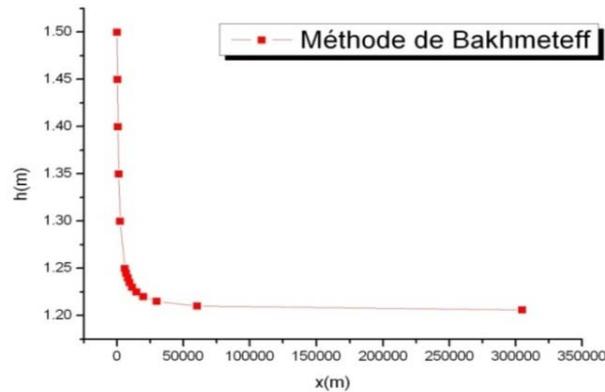


Fig. 4-4 Calcul de la ligne d'eau avec la méthode de Bakhmeteff pour une forme de section trapézoïdale du canal de faible rugosité ($n=0.017\text{m}^{-1/3}\text{ s}$).

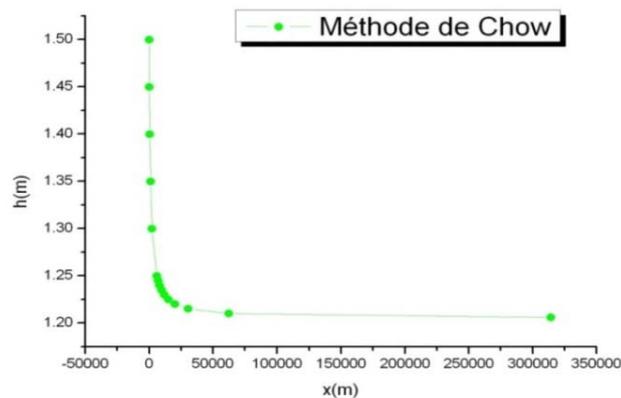


Fig. 4-5 Calcul de la ligne d'eau avec la méthode de Chow pour une forme de section trapézoïdale du canal de faible rugosité ($n = 0.017\text{m}^{-1/3}\text{ s}$).

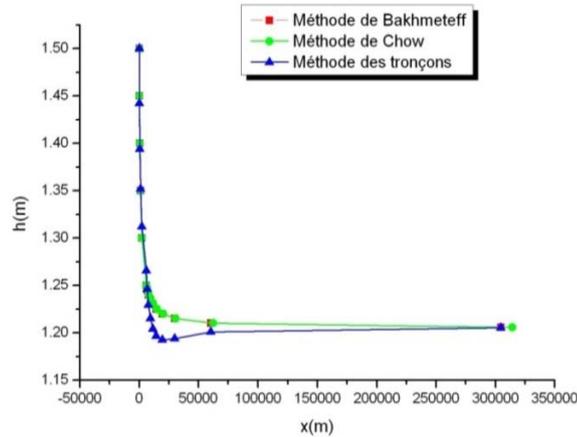


Fig. 4-6 Calcul de la ligne d'eau avec les trois méthodes pour une forme de section trapézoïdale du canal de faible rugosité ($n=0.017m^{-1/3} s$).

IV-6 Exemple de calcul 2

Un canal de section trapézoïdale de profil non prismatique d'une largeur $b = 7$ [m] ayant une pente de talus $m = 1.5$ transporte un débit de $Q = 28$ [m^3/S], la pente du fond varie le long du lit du canal, $J_{f1} = 0.0030$, $J_{f2} = 0.0017$, $J_{f3} = 0.0024$, $J_{f4} = 0.0017$, et le coefficient de rugosité est déterminé comme n [$m^{-1/3} S$], coefficient de frottement du béton lisse varie selon le lit et les parois (berges) du canal $n_1 = 1/75 = 0.013$ [$m^{-1/3} S$], $n_2 = 1/85 = 0.012$ [$m^{-1/3} S$], $n_3 = 1/95 = 0.010$ [$m^{-1/3} S$], (voir tableau 3), la profondeur d'eau $h = 1.5$ [m].

(1) le type de la surface d'eau.

(2) le tracé de la ligne d'eau.

✓ Calcul la rugosité composée de section trapézoïdale:

$$P_1 = P_3 = h\sqrt{1+m^2}, \quad P_2 = b \quad \text{et} \quad P = b + 2h\sqrt{1+m^2} \quad (\text{Voir tableau 1})$$

$$P_1 = 2.704 \text{ m}, \quad P_2 = 7 \text{ m}, \quad P = 12.408 \text{ m}$$

$$n_1 = 1/75 = 0.013, \quad n_2 = 1/85 = 0.012, \quad n_3 = 1/95 = 0.010$$

$$n = \left(\frac{\sum_1^N (p_N n_N^{3/2})}{p} \right)^{2/3} = 0.012 [m^{-1/3} S]$$

Calcul de la pente moyenne :

$$J_f = \frac{\Delta z}{\Delta x} \approx \sum_1^N \frac{J_{fN}}{N}$$

$$J_f = \frac{\Delta z}{\Delta x} \approx \sum_1^4 \frac{J_{fN}}{N} = \frac{J_{f1} + J_{f2} + J_{f3} + J_{f4}}{4}$$

$$J_f = \frac{\Delta z}{\Delta x} \approx \sum_1^4 \frac{Jf_N}{N} = \frac{0.0024+0.0017+0.0030+0.0017}{4} = 0.0022$$

✓ *Calcul de la profondeur normale en utilisant le coefficient de Manning :*

Calcul itératif de la profondeur normal						
b = 7 [m], m = 1.5, n = 0.012 [m ^{-1/3} S], J _f = 0.0022, Q = 28 [m ³ /S]						
essais	h _n [m]	S [m ²]	P [m]	R _h [m]	Q _{calc} [m ³ /S]	Remarques
1	0.9860	8.360	10.555	0.792	27.971	Non! 27.971 < 28.00 Essayer: h _n > 0.9860 [m]
2	0.9875	8.375	10.560	0.793	28.045	Non! 28.045 > 28.00 Essayer: 0.9860 [m] < h _n < 0.9875 [m]
3	0.9868	8.368	10.558	0.792	27.999	oui! 27.999 ≈ 28.00 Essayer: h _n = 0.9868 [m]

La profondeur normale est donc : h_n = 0.9868 [m]

✓ *Calcul de la profondeur critique :*

Calcul itératif de la profondeur critique						
b = 7 [m], m = 1.5, n = 0.012 [m ^{-1/3} S], J _f = 0.0022, Q = 28 [m ³ /S]						
essais	h _c [m]	S _c [m ²]	B [m]	g [m ³ /S]	Q _{calc} [m ³ /S]	Remarques
1	1.200	10.560	10.600	9.81	33.012	Non! 33.012 > 28.00 Essayer: h _c < 1.200 [m]
2	1.000	8.500	10.000	9.81	24.545	Non! 24.545 < 28.00 Essayer: 1.000 [m] < h _c < 1.200 [m]
3	1.085	9.258	10.254	9.81	27.999	oui! 27.999 ≈ 28.00 Essayer: h _c = 1.085 [m]

La profondeur critique est donc : h_c = 1.085 (m).

✓ *Détermination du type de courbe de la ligne d'eau :*

Comme h_n < h_c l'écoulement est à forte pente. La ligne de la surface d'eau sera donc une courbe de type S.

On peut arriver à la même conclusion en comparant la valeur de la pente de fond et de la pente critique J_f (= 0.0022) > J_c (= 0.0016) on a un écoulement à forte pente et la ligne de la surface d'eau sera une courbe de type S.

Puisque h > h_c > h_n ; J_f > J_c donc Fr < 1 ; dh/dx positif.

Le type de courbe de remous obtenue est S de branche S1.

L'ensemble de résultats obtenus par les trois méthodes sont regroupés dans les tableaux (7, 8, 9) en annexe et présenté sur les figures (4-7, 4-8, 4-9).

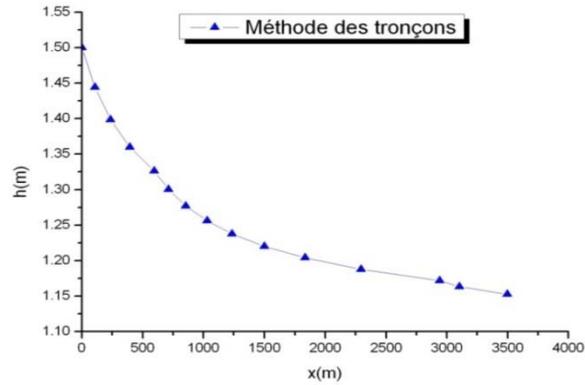


Fig. 4-7 Calcul de la ligne d'eau avec la méthode des tronçons pour une forme de section trapézoïdale du canal de faible rugosité ($n=0.012\text{m}^{-1/3}$ s).

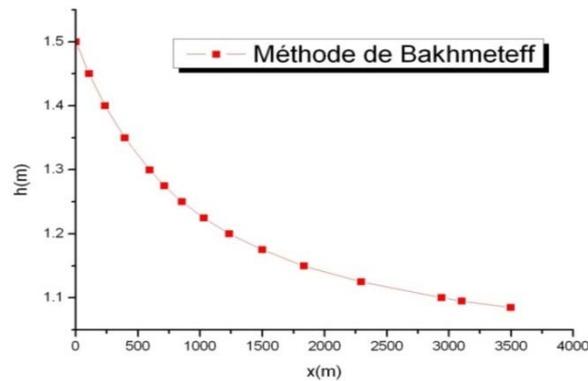


Fig. 4-8 Calcul de la ligne d'eau avec la méthode de Bakhmeteff pour une forme de section trapézoïdale du canal de faible rugosité ($n=0.012\text{m}^{-1/3}$ s).

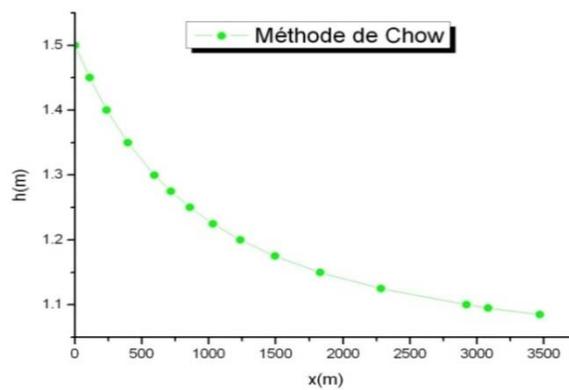


Fig. 4-9 Calcul de la ligne d'eau avec la méthode de Chow pour une forme de section trapézoïdale du canal de faible rugosité ($n=0.012\text{m}^{-1/3}$ s).

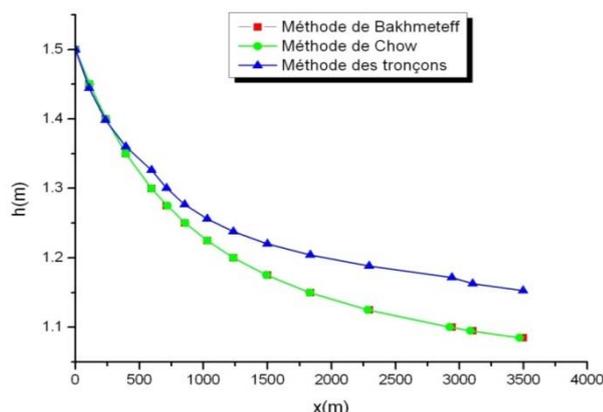


Fig. 4-10 Calcul de la ligne d'eau avec les trois méthodes pour une forme de section trapézoïdale du canal de faible rugosité ($n=0.012m^{-1/3} s$).

IV-7 Exemple de calcul 3 :

Un canal de section rectangulaire de profil non prismatique d'une largeur $b = 2h$ [m] transporte un débit de $Q = 28$ [m³/S] la pente du fond varie le long du lit du canal $J_{f1} = 0.0030$, $J_{f2} = 0.0017$, $J_{f3} = 0.0024$, $J_{f4} = 0.0017$, et le coefficient de rugosité est déterminé comme n [m^{-1/3} S], coefficient de frottement de béton rugueux varie selon le lit et les parois (berges) du canal $n_1 = 0.020$ [m^{-1/3} S], $n_2 = 0.017$ [m^{-1/3} S], $n_3 = 0.014$ [m^{-1/3} S], la profondeur d'eau $h = 1.5$ [m] .

- (1) le type de la surface d'eau.
- (2) le tracé de la ligne d'eau.

✓ *Calcul de la profondeur normale en utilisant le coefficient de Manning :*

Calcul itératif de la profondeur normale						
$b = 2 \cdot h$ [m], $n = 0.017$ [m ^{-1/3} S], $J_f = 0.0022$, $Q = 28$ [m ³ /S]						
Essais	h_n [m]	S [m ²]	P [m]	R_h [m]	Q_{calc} [m ³ /S]	Remarques
1	2.00	8.00	8.00	1.00	22.073	Non! $22.073 < 28.00$ Essayer: $h_n > 2.00$ [m]
2	2.5	12.50	10.00	1.25	40.020	Non! $40.020 > 28.00$ Essayer: 2.00 [m] < $h_n < 2.50$ [m]
3	2.1868	9.564	8.747	1.093	27.999	oui! $27.999 \approx 28.00$ Essayer: $h_n = 2.1868$ [m]

La profondeur normale est donc : $h_n = 2.1868$ (m).

✓ *Calcul de la profondeur critique :*

Calcul itératif de la profondeur critique						
b = 7 [m], n = 0.017 [m ^{-1/3} S], J _f = 0.0022, Q = 28 [m ³ /S]						
Essais	h _c [m]	S _c [m ²]	B[m]	g [m ³ /S]	Q _{calc} [m ³ /S]	Remarques
1	1.850	6.845	3.7	9.81	29.160	Non! 29.160 > 28.00 Essayer: h _c < 1.850 [m]
2	1.800	6.48	3.6	9.81	27.230	Non! 27.230 < 28.00 Essayer: 1.800 [m] < h _c < 1.850 [m]
3	1.8201	6.626	3.64	9.81	27.999	oui! 27.999 ≈ 28.00 Essayer: h _c = 1.8201 [m]

La profondeur critique est donc : h_c = 1.8201 [m]

✓ *Détermination du type de courbe de la ligne d'eau :*

Comme h_n > h_c l'écoulement est à pente faible. La ligne de la surface d'eau sera donc une courbe de type M.

On peut arriver à la même conclusion en comparant la valeur de la pente de fond et de la pente critique J_f (= 0.0022) < J_c (= 0.0058) on a un écoulement à pente faible et la ligne de la surface d'eau sera une courbe de type M. Puisque h_n > h_c > h₀, J_f < J_c donc Fr > 1 et dh/dx positif.

Le type de courbe de remous obtenue est M de branche M3. L'ensemble de résultats obtenus par les trois méthodes sont regroupés dans les tableaux (10, 11, 12) en annexe et présenté sur les figures (4-11, 4-12, 4-13).

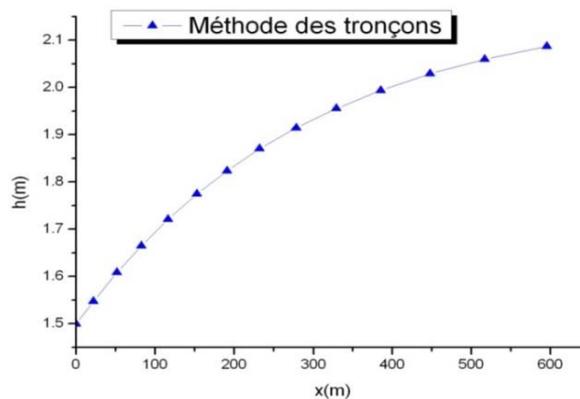


Fig. 4-11 Calcul de la ligne d'eau avec la méthode des tronçons pour une forme de section rectangulaire du canal de faible rugosité (n=0.017m^{-1/3} s).

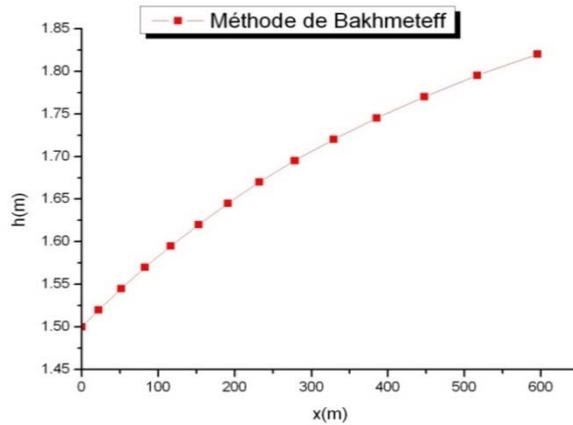


Fig. 4-12 Calcul de la ligne d'eau avec la méthode de Bakhmeteff pour une forme de section rectangulaire du canal de faible rugosité ($n=0.017m^{-1/3} s$).

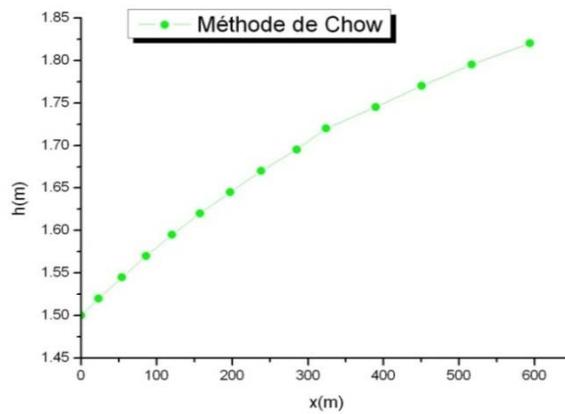


Fig. 4-13 Calcul de la ligne d'eau avec la méthode de Chow pour une forme de section rectangulaire du canal de faible rugosité ($n=0.017m^{-1/3} s$).

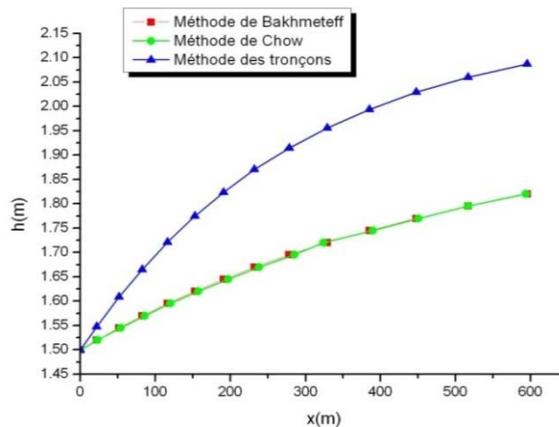


Fig. 4-14 Calcul de la ligne d'eau avec les trois méthodes pour une forme de section rectangulaire du canal de faible rugosité ($n=0.017m^{-1/3} s$).

IV-8 Exemple de calcul 4

Un canal de section rectangulaire de profil non prismatique d'une largeur $b = 2h$ [m] transporte un débit de $Q = 28$ [m³/S] la pente du fond varie le long du lit du canal $J_{f1} = 0.0030$, $J_{f2} = 0.0017$, $J_{f3} = 0.0024$, $J_{f4} = 0.0017$, et le coefficient de rugosité est déterminé comme n [m^{-1/3} S], coefficient de frottement de béton lisse varie selon le lit et les parois (berges) du canal $n_1 = 0.013$ [m^{-1/3} S], $n_2 = 0.012$ [m^{-1/3} S], $n_3 = 0.010$ [m^{-1/3} S], la profondeur d'eau $h = 1.5$ [m].

(1) le type de la surface d'eau.

(2) le tracé de la ligne d'eau.

✓ *Calcul de la profondeur normale en utilisant le coefficient de Manning :*

Calcul itératif de la profondeur normal						
$b = 2 \cdot h$ [m], $n = 0.012$ [m ^{-1/3} S], $J_f = 0.0022$, $Q = 28$ [m ³ /S]						
Essais	h_n [m]	S [m ²]	P [m]	R_h [m]	Q_{calc} [m ³ /S]	Remarques
1	1.75	6.125	7.00	0.875	21.90	Non! $21.60 < 28.00$ Essayer: $h_n > 1.75$ [m]
2	2.00	8.00	8.00	1.00	31.269	Non! $31.269 > 28.00$ Essayer: 1.75 [m] < $h_n < 2.00$ [m]
3	1.919	7.365	7.676	0.959	27.999	oui! $27.999 \approx 28.00$ Essayer: $h_n = 1.9190$ [m]

La profondeur normale est donc : $h_n = 1.9190$ (m).

✓ *Calcul de la profondeur critique :*

Calcul itératif de la profondeur critique						
$b = 2h$ [m], $m = 1.5$, $n = 0.012$ [m ^{-1/3} S], $J_f = 0.0022$, $Q = 28$ [m ³ /S]						
Essais	h_c [m]	S_c [m ²]	B [m]	g [m ³ /S]	Q_{calc} [m ³ /S]	Remarques
1	1.850	6.845	3.7	9.81	29.160	Non! $29.160 > 28.00$ Essayer: $h_c < 1.850$ [m]
2	1.800	6.48	3.6	9.81	27.230	Non! $27.230 < 28.00$ Essayer: 1.800 [m] < $h_c < 1.850$ [m]
3	1.8201	6.626	3.64	9.81	27.999	oui! $27.999 \approx 28.00$ Essayer: $h_c = 1.8201$ [m]

La profondeur critique est donc : $h_c = 1.8201$ (m).

✓ *Détermination du type de courbe de la ligne d'eau :*

Comme $h_n > h_c$ l'écoulement est à pente faible. La ligne de la surface d'eau sera donc une courbe de type M.

On peut arriver à la même conclusion en comparant la valeur de la pente de fond et de la pente critique $J_f (= 0.0022) < J_c (= 0.0071)$ on a un écoulement à pente faible et la ligne de la surface d'eau sera une courbe de type M.

Puisque $h_n > h_c > h$ et $J_f < J_c$ donc $Fr > 1$ et dh/dx positif.

Le type de courbe de remous obtenue est M de branche M3.

L'ensemble de résultats obtenus par les trois méthodes sont regroupés dans les tableaux (13, 14, 15) en annexe et présenté sur les figures (4-15, 4-16, 4-17).

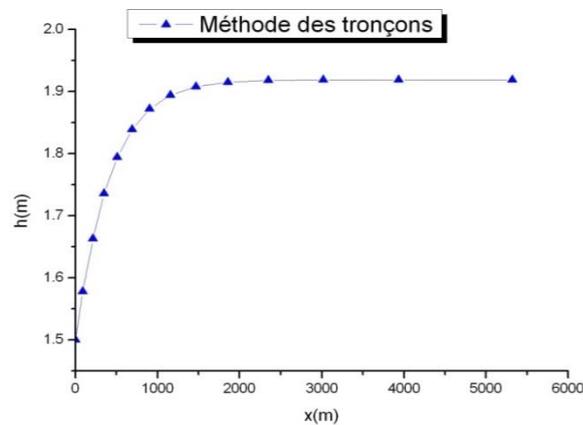


Fig. 4-15 Calcul de la ligne d'eau avec la méthode des tronçons pour une forme de section rectangulaire du canal de faible rugosité ($n=0.012\text{m}^{-1/3}$ s).

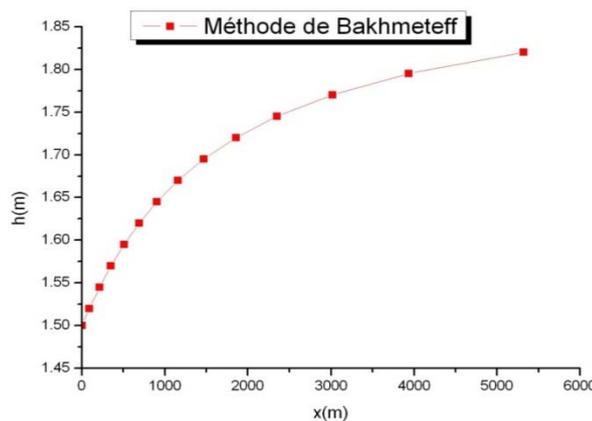


Fig. 4-16 Calcul de la ligne d'eau avec la méthode de Bakhmeteff pour une forme de section rectangulaire du canal de faible rugosité ($n=0.012\text{m}^{-1/3}$ s).

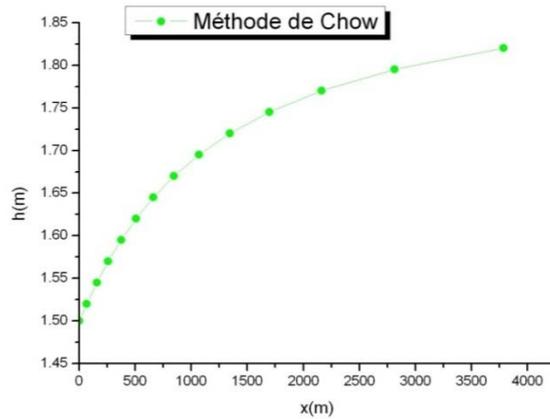


Fig. 4-17 Calcul de la ligne d'eau avec la méthode de Chow pour une forme de section rectangulaire du canal de faible rugosité ($n=0.012\text{m}^{-1/3}$ s).

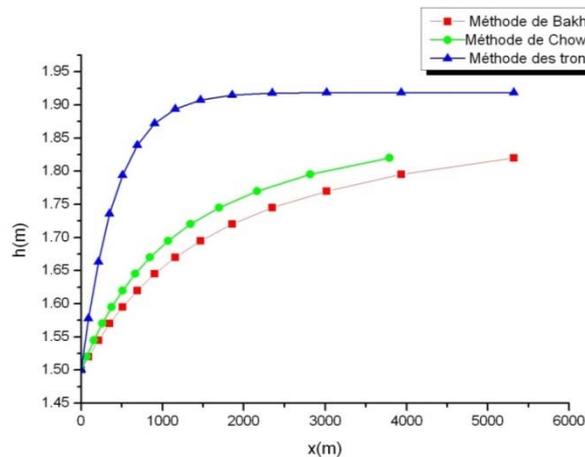


Fig. 4-18 Calcul de la ligne d'eau avec les trois méthodes pour une forme de section rectangulaire du canal de faible rugosité ($n=0.012\text{m}^{-1/3}$ s).

IV-9 Exemple de calcul 5:

Un canal de section triangulaire de profil non prismatique ayant une pente de talus $m = 1.5$ transporte un débit de $Q = 28$ [m^3/S] la pente du fond varie le long du lit du canal $J_{f1} = 0.0030$, $J_{f2} = 0.0017$, $J_{f3} = 0.0024$, $J_{f4} = 0.0017$, et le coefficient de rugosité est déterminé comme n [$\text{m}^{-1/3}$ S], coefficient de frottement de béton rugueux varient selon le lit et les parois (berges) du canal $n_1 = 0.020$ [$\text{m}^{-1/3}$ S], $n_3 = 0.014$ [$\text{m}^{-1/3}$ S], la profondeur d'eau $h = 1.5$ [m].

- (1) le type de la surface d'eau.
- (2) le tracé de la ligne d'eau.

✓ *Calcul de la profondeur normale en utilisant le coefficient de Manning :*

Calcul itératif de la profondeur normal						
B = 2*m*h [m], m = 1.5, n = 0.017 [m ^{-1/3} S], J _f = 0.0022, Q = 28 [m ³ /S]						
Essais	h _n [m]	S[m ²]	P[m]	R _h [m]	Q _{calc} [m ³ /S]	Remarques
1	2.500	9.375	9.014	1.040	26.551	Non! 26.551 < 28.00 Essayer: h _n > 2.500 [m]
2	3.00	13.5	10.817	1.248	43.176	Non! 43.176 > 28.00 Essayer: 2.500 [m] < h _n < 3.000[m]
3	2.5505	9.757	9.196	1.061	27.999	oui! 27.999 ≈ 28.00 Essayer: h _n = 2.5505 [m]

La profondeur normale est donc : h_n = 2.5505 (m).

✓ *Calcul de la profondeur critique :*

Calcul itératif de la profondeur critique						
B = 2*m*h (m), m = 1.5, n = 0.017 [m ^{-1/3} S], J _f = 0.0022, Q = 28 [m ³ /S]						
Essais	h _c [m]	S _c [m ²]	B[m]	$\frac{g}{[m^3/S]}$	Q _{calc} [m ³ /S]	Remarques
1	2.400	8.640	7.20	9.81	29.644	Non! 29.644 > 28.00 Essayer: h _c < 2.400 [m]
2	2.335	8.178	7.005	9.81	27.676	Non! 27.676 < 28.00 Essayer: 2.335 [m] < h _c < 2.400[m]
3	2.3458	8.254	7.037	9.81	27.999	oui! 27.999 ≈ 28.00 Essayer: h _c = 2.3458 [m]

La profondeur critique est donc : h_c = 2.3458 [m]

✓ *Détermination du type de courbe de la ligne d'eau :*

Comme h_n > h_c l'écoulement est à pente faible. La ligne de la surface d'eau sera donc une courbe de type M.

On peut arriver à la même conclusion en comparant la valeur de la pente de fond et de la pente critique J_f (= 0.0022) < J_c (= 0.0034) on a un écoulement à pente faible et la ligne de la surface d'eau sera une courbe de type M.

Puisque h_n > h_c > h et J_f < J_c donc Fr > 1 et dh/dx positif

Le type de courbe de remous obtenue est M de branche M3

L'ensemble de résultats obtenus par les trois méthodes sont regroupés dans les tableaux (16, 17,18) en annexe et présenté sur les figures (4-19, 4-20, 4-21)

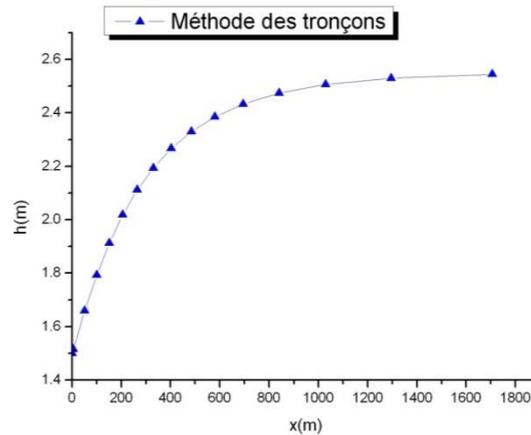


Fig. 4-19 Calcul de la ligne d'eau avec la méthode des tronçons pour une forme de section triangulaire du canal de faible rugosité ($n=0.017\text{m}^{-1/3}\text{ s}$).

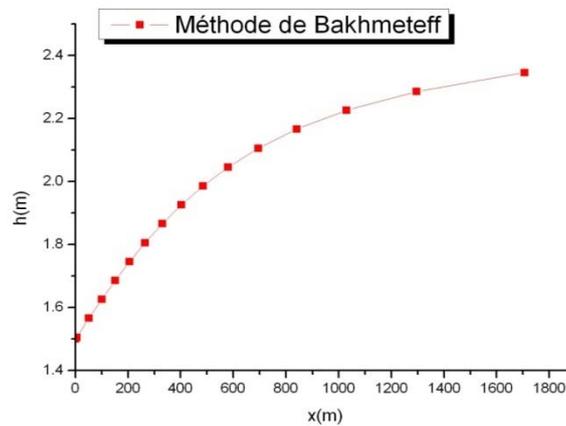


Fig. 4-20 Calcul de la ligne d'eau avec la méthode de Bakhmeteff pour une forme de section triangulaire du canal de faible rugosité ($n=0.017\text{m}^{-1/3}\text{ s}$).

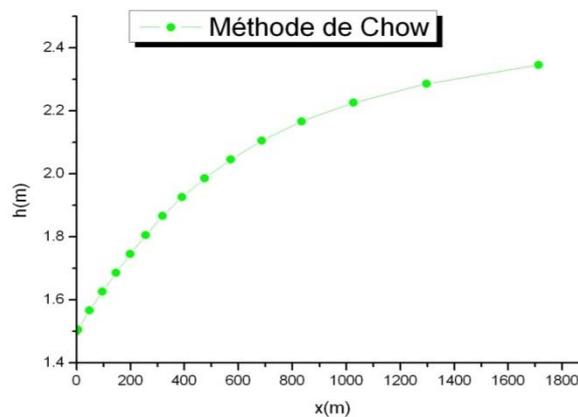


Fig. 4-21 Calcul de la ligne d'eau avec la méthode de Chow pour une forme de section triangulaire du canal de faible rugosité ($n=0.017\text{m}^{-1/3}\text{ s}$).

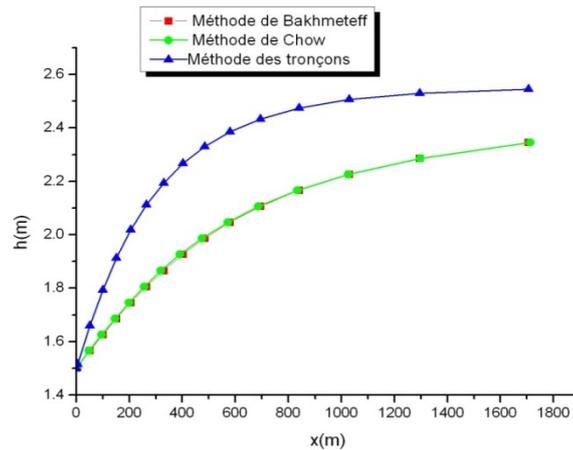


Fig. 4-22 Calcul de la ligne d'eau avec les trois méthodes pour une forme de section triangulaire du canal de faible rugosité ($n=0.017m^{-1/3} s$).

IV-10 Exemple de calcul 6:

Un canal de section triangulaire de profil non prismatique ayant une pente de talus $m = 1.5$ transporte un débit de $Q = 28 [m^3/S]$ la pente du fond varie le long du lit du canal $J_{f1} = 0.0030, J_{f2} = 0.0017, J_{f3} = 0.0024, J_{f4} = 0.0017$, et le coefficient de rugosité est déterminé comme $n [m^{-1/3} S]$, coefficient de frottement de béton lisse varie selon le lit et les parois (berges) du canal $n_1 = 0.013 [m^{-1/3} S], n_3 = 0.010[m^{-1/3} S]$, la profondeur d'eau $h = 1.5[m]$.

- (1) le type de la surface d'eau.
- (2) le tracé de la ligne d'eau.

✓ *Calcul de la profondeur normale en utilisant le coefficient de Manning :*

Calcul itératif de la profondeur normal						
$b = 2*h [m], m = 1.5, n = 0.012 [m^{-1/3} S], J_f = 0.0022, Q = 28 [m^3 /S]$						
Essais	$h_n [m]$	$S [m^2]$	$P [m]$	$R_h [m]$	$Q_{calc} [m^3 /S]$	Remarques
1	2.215	7.426	8.022	0.926	27.576	Non! $27.576 < 28.00$ Essayer: $h_n > 2.215 [m]$
2	2.555	9.792	9.212	1.063	39.865	Non! $39.865 > 28.00$ Essayer: $2.215 [m] < h_n < 2.555[m]$
3	2.2380	7.513	8.069	0.931	27.999	oui! $27.999 \approx 28.00$ Essayer: $h_n = 2.2380 [m]$

La profondeur normale est donc : $h_n = 2.2380 [m]$

✓ *Calcul de la profondeur critique :*

Calcul itératif de la profondeur critique						
b = 2*h [m], m = 1.5, n = 0.012 [m ^{-1/3} S], J _f = 0.0022, Q = 28 [m ³ /S]						
Essais	h _c [m]	S _c [m ²]	B[m]	g [m ³ /S]	Q _{calc} [m ³ /S]	Remarques
1	2.400	8.640	7.20	9.81	29.644	Non! 29.644 > 28.00 Essayer: h _c < 2.400 [m]
2	2.335	8.178	7.005	9.81	27.676	Non! 27.676 < 28.00 Essayer: 2.335 [m] < h _c < 2.400[m]
3	2.3458	8.254	7.037	9.81	27.999	oui! 27.999 ≈ 28.00 Essayer: h _c = 2.3458 [m]

La profondeur critique est donc : h_c = 2.3458 [m]

✓ *Détermination du type de courbe de la ligne d'eau :*

Comme h_n < h_c l'écoulement est à forte pente. La ligne de la surface d'eau sera donc une courbe de type S.

On peut arriver à la même conclusion en comparant la valeur de la pente de fond et de la pente critique J_f (= 0.0022) > J_c (= 0.0017) on a un écoulement à forte pente et la ligne de la surface d'eau sera une courbe de type S.

Puisque h_c > h_n > h et J_f > J_c donc Fr > 1 et dh/dx positif.

Le type de courbe de remous obtenue est S de branche S3.

L'ensemble de résultats obtenus par les trois méthodes sont regroupés dans les tableaux (19, 20, 21) en annexe et présenté sur les figures (4-23, 4-24, 4-25).

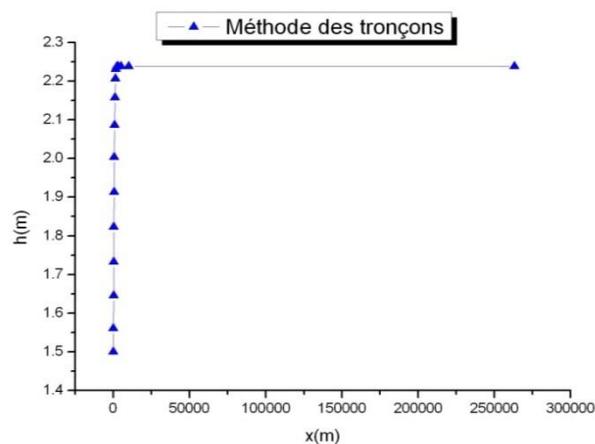


Fig. 4-23 Calcul de la ligne d'eau avec la méthode des tronçons pour une forme de section triangulaire du canal de faible rugosité (n=0.012m^{-1/3} s).

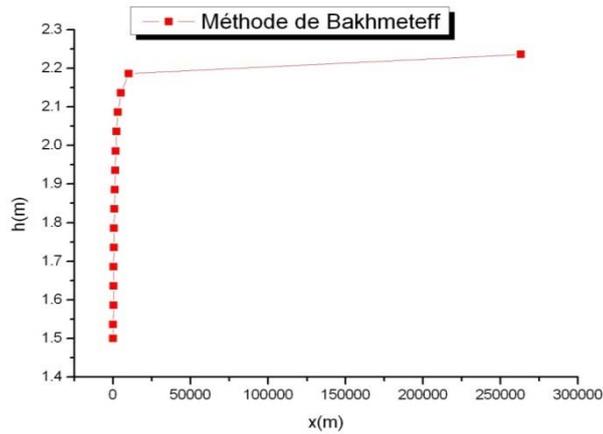


Fig. 4-24 Calcul de la ligne d'eau avec la méthode de Bakhmeteff pour une forme de section triangulaire du canal de faible rugosité ($n=0.012m^{-1/3} s$).

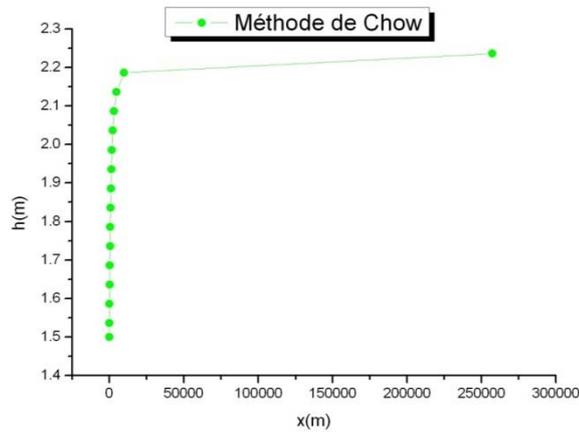


Fig. 4-25 Calcul de la ligne d'eau avec la méthode de Chow pour une forme de section triangulaire du canal de faible rugosité ($n=0.012m^{-1/3} s$).

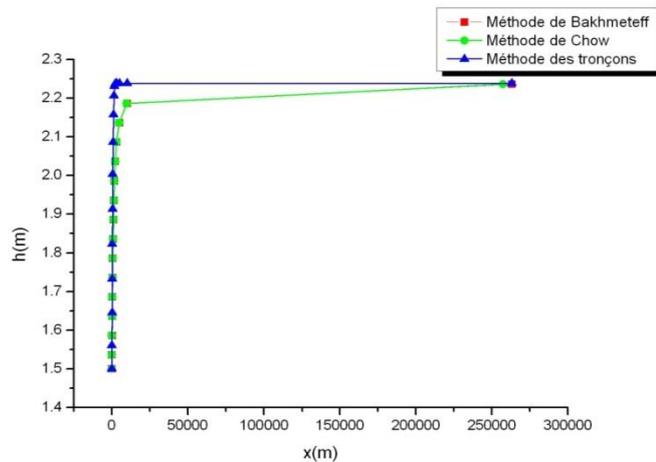


Fig. 4-26 Calcul de la ligne d'eau avec les trois méthodes pour une forme de section triangulaire du canal de faible rugosité ($n=0.012m^{-1/3} s$).

IV-11 Exemple de calcul 7:

Un canal de section parabolique de profil non prismatique transporte un débit de $Q = 28$ [m^3/S] la pente du fond varie le long du lit du canal $J_{f1} = 0.0030$, $J_{f2} = 0.0017$, $J_{f3} = 0.0024$, $J_{f4} = 0.0017$, et le coefficient de rugosité est déterminé comme n [$\text{m}^{-1/3} \text{S}$], coefficient de frottement de béton rugueux varient selon le lit et les parois (berges) du canal $n_1 = 0.020$ [$\text{m}^{-1/3} \text{S}$], $n_3 = 0.014$ [$\text{m}^{-1/3} \text{S}$], la largeur au miroir $B = 12$ [m], $\xi = \frac{4h}{B}$, et profondeur d'eau $h = 1.5$ [m].

- (1) le type de la surface d'eau.
- (2) le tracé de la ligne d'eau.

✓ *Calcul de la profondeur normale en utilisant le coefficient de Manning :*

Calcul itératif de la profondeur normal						
B = 12 (m), m = 1.5, n = 0.017 [$\text{m}^{-1/3} \text{S}$], $J_f = 0.0022$, Q = 28 [m^3 / S]						
Essais	h_n [m]	S [m^2]	P [m]	R_h [m]	Q_{calc} [m^3 / S]	Remarques
1	1.3000	10.40	12.3755	0.8404	25.554	Non! 25.540 < 28.00 Essayer: $h_n > 1.3000$ [m]
2	1.3800	11.040	12.4232	0.8886	28.154	Non! 28.154 > 28.00 Essayer: 1.300 [m] < h_n < 1.380 [m]
3	1.3753	11.0024	12.4203	0.8858	27.999	oui! 27.999 \approx 28.00 Essayer: $h_n = 1.3753$ [m]

La profondeur normale est donc : $h_n = 1.3753$ (m).

✓ *Calcul de la profondeur critique :*

Calcul itératif de la profondeur critique						
B = 12 [m], n = 0.017 [$\text{m}^{-1/3} \text{S}$], $J_f = 0.0022$, Q = 28 [m^3 / S]						
Essais	h_c [m]	S_c [m^2]	B [m]	g [m^3 / S]	Q_{calc} [m^3 / S]	Remarques
1	1.300	10.40	12.00	9.81	30.32	Non! 30.32 > 28.00 Essayer: $h_c < 1.300$ [m]
2	1.230	9.840	12.00	9.81	27.908	Non! 27.908 < 28.00 Essayer: 1.230 [m] < h_c < 1.30 [m]
3	1.2326	9.8608	12.00	9.81	27.999	oui! 27.999 \approx 28.00 Essayer: $h_c = 1.2326$ [m]

La profondeur critique est donc : $h_c = 1.2326$ [m].

✓ *Détermination du type de courbe de la ligne d'eau :*

Comme $h_n > h_c$ l'écoulement est à pente faible. La ligne de la surface d'eau sera donc une courbe de type M.

On peut arriver à la même conclusion en comparant la valeur de la pente de fond et de la pente critique $J_f (= 0.0022) < J_c (= 0.0031)$ on a un écoulement à pente faible et la ligne de la surface d'eau sera une courbe de type M.

Puisque $h > h_n > h_c$; $J_f < J_c$ donc $Fr < 1$; dh/dx positif.

Le type de courbe de remous obtenue est M de branche M1.

L'ensemble de résultats obtenus par les trois méthodes sont regroupés dans les tableaux (22, 23) en annexe et présenté sur les figures (4-27, 4-28).

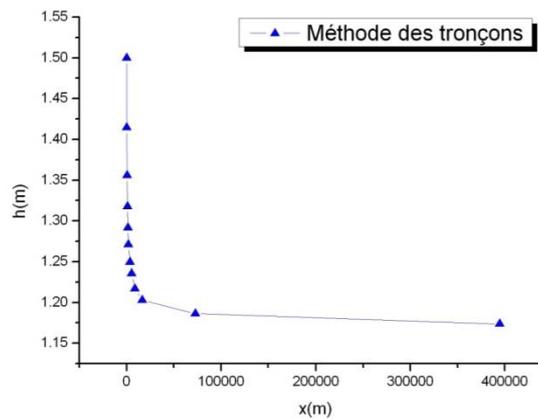


Fig. 4-27 Calcul de la ligne d'eau avec la méthode des tronçons pour une forme de section parabolique du canal de faible rugosité ($n=0.017m^{-1/3}$ s).

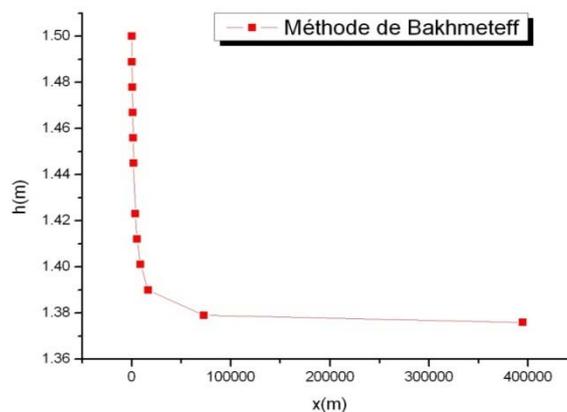


Fig. 4-28 Calcul de la ligne d'eau avec la méthode de Bakhmeteff pour une forme de section parabolique du canal de faible rugosité ($n=0.017m^{-1/3}$ s).

IV-12 Exemple de calcul 8:

Un canal de section parabolique de profil non prismatique transporte un débit de $Q = 28 \text{ [m}^3/\text{S]}$ la pente du fond varie le long du lit du canal $J_{f1} = 0.0030$, $J_{f2} = 0.0017$, $J_{f3} = 0.0024$, $J_{f4} = 0.0017$, et le coefficient de rugosité est déterminé comme $n \text{ [m}^{-1/3} \text{ S]}$, coefficient de frottement de béton lisse varient selon le lit et les parois (berges) du canal $n_1 = 0.013 \text{ [m}^{-1/3} \text{ S]}$, $n_3 = 0.010 \text{ [m}^{-1/3} \text{ S]}$, la largeur au miroir $B = 3 \text{ [m]}$, $\xi = \frac{4h}{B}$, et la profondeur d'eau $h = 1.5 \text{ [m]}$.

(1) le type de la surface d'eau.

(2) le tracé de la ligne d'eau.

✓ *Calcul de la profondeur normale en utilisant le coefficient de Manning:*

Calcul itératif de la profondeur normale						
B = 12 [m], m = 1.5, n = 0.012 [m ^{-1/3} S], J _f = 0.0022, Q = 28 [m ³ /S]						
Essais	h _n [m]	S[m ²]	P[m]	R _h [m]	Q _{calc} [m ³ /S]	Remarques
1	1.110	8.880	12.2738	0.7235	27.9727	Non! 27.700 < 28.00 Essayer: h _n > 3.800 [m]
2	1.112	8.896	12.2748	0.7247	28.054	Non! 28.054 > 28.00 Essayer: 1.11 [m] < h _n < 1.112[m]
3	1.1106	8.885	12.2741	0.7239	27.999	oui! 27.999 ≈ 28.00 Essayer: h _n = 1.1106[m]

La profondeur normale est donc : $h_n = 1.1106 \text{ [m]}$.

✓ *Calcul de la profondeur critique :*

Calcul itératif de la profondeur critique						
B = 12 [m], n = 0.017 [m ^{-1/3} S], J _f = 0.0022, Q = 28 [m ³ /S]						
Essais	h _c [m]	S _c [m ²]	B[m]	g [m ³ /S]	Q _{calc} [m ³ /S]	Remarques
1	1.300	10.40	12.00	9.81	30.32	Non! 30.32 > 28.00 Essayer: h _c < 1.300 [m]
2	1.230	9.840	12.00	9.81	27.908	Non! 27.908 < 28.00 Essayer: 1.230 [m] < h _c < 1.30[m]
3	1.2326	9.8608	12.00	9.81	27.999	oui! 27.999 ≈ 28.00 Essayer: h _c = 1.2326 [m]

La profondeur critique est donc : $h_c = 1.2326 \text{ [m]}$.

✓ *Détermination du type de courbe de la ligne d'eau :*

Comme $h_c > h_n$ l'écoulement est à pente faible. La ligne de la surface d'eau sera donc une courbe de type S.

On peut arriver à la même conclusion en comparant la valeur de la pente de fond et de la pente critique $J_f (= 0.0022) > J_c (= 0.0016)$ on a un écoulement à pente faible et la ligne de la surface d'eau sera une courbe de type S.

Puisque $h > h_c > h_n$; $J_f > J_c$ donc $Fr < 1$; dh/dx positif.

Le type de courbe de remous obtenue est S de branche S1.

L'ensemble de résultats obtenus par les trois méthodes sont regroupés dans les tableaux (24, 25) en annexe et présenté sur les figures (4-29, 4-30).

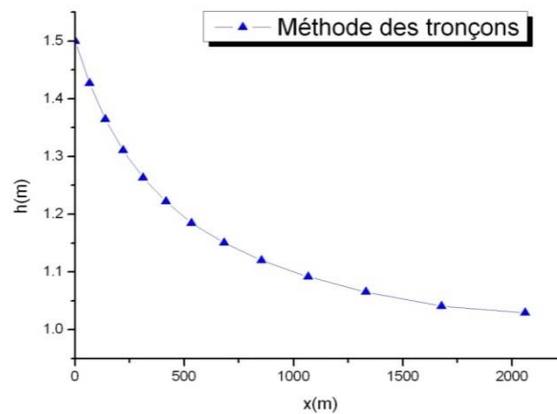


Fig. 4-29 Calcul de la ligne d'eau avec la méthode des tronçons pour une forme de section parabolique du canal de faible rugosité ($n=0.012\text{m}^{-1/3}\text{ s}$).

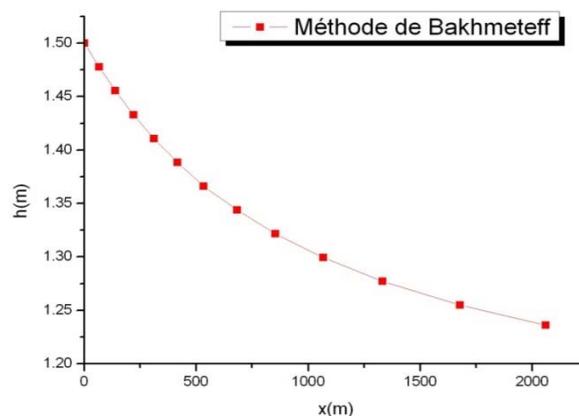


Fig. 4-30 Calcul de la ligne d'eau avec la méthode de Bakhmeteff pour une forme de section parabolique du canal de faible rugosité ($n=0.012\text{m}^{-1/3}\text{ s}$).

IV-13 Exemple de calcul 9

Dans une station hydroélectrique, un débit de $Q = 14 \text{ [m}^3 / \text{S]}$ transite dans un très long canal (1) (triangulaire) d'une largeur de $B = 4.00 \text{ [m]}$, dans la pente du fond est de $J_{f1} = 0.0030$ et le coefficient de frottement du béton de $n = 0.012 \text{ [m}^{-1/3} \text{ S]}$. la pente du fond passe brusquement et successivement à $J_{f2} = 0.0024$, dans ce canal (2) (parabolique) de l'arguer $B = 7 \text{ [m]}$, après une distance de 90 [m] , le coefficient de frottement du béton de $n = 0.017 \text{ [m}^{-1/3} \text{ S]}$, à $J_{f3} = 0.0017$, dans ce canal (3) (rectangulaire) de l'arguer $B = 9 \text{ [m]}$, après une distance de 70 [m] , le coefficient de frottement du béton de $n = 0.020 \text{ [m}^{-1/3} \text{ S]}$, et à $J_{f4} = 0.0010$. Dans ce canal (4) (trapézoïdale), après une distance de 80 [m] , le coefficient de frottement du béton de $n = 0.025 \text{ [m}^{-1/3} \text{ S]}$, et la largeur est $B = 12.00 \text{ [m]}$. L'écoulement rencontre un dispositif de contrôle, soit une vanne de fond. La largeur de cette vanne est égale à celle de dernier canal, $B_v = 12.00 \text{ [m]}$, le coefficient de débit de la vanne sera admis comme étant $K_v = 0.55 \text{ [-]}$.

Déterminer la ligne d'eau pour l'ouverture de la vanne : $h_0 = 0.5 \text{ [m]}$.

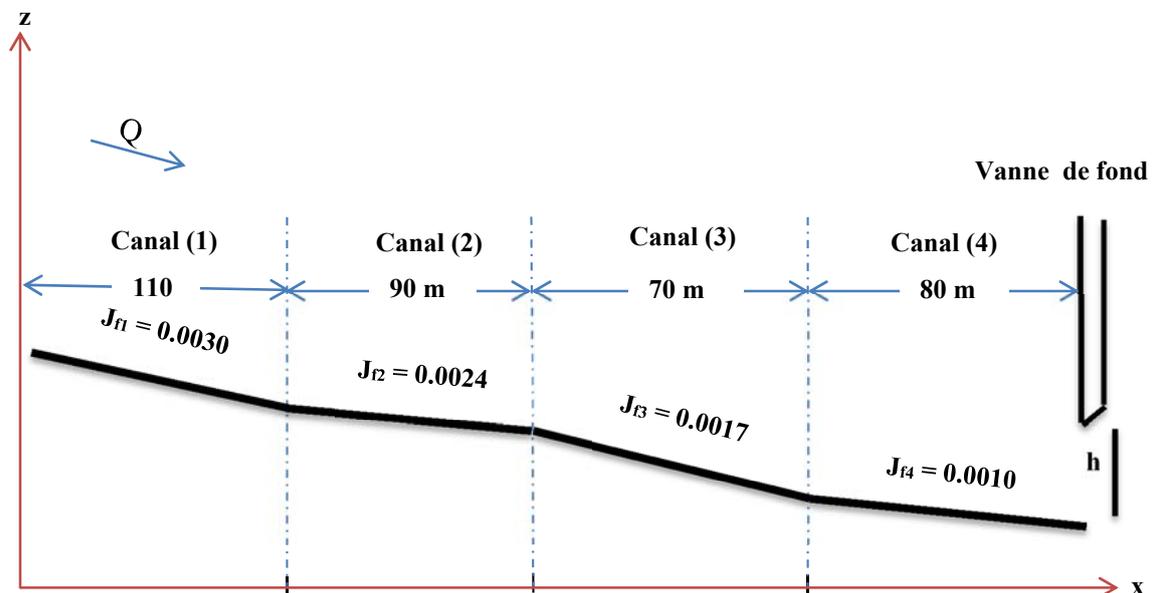


Fig. 4-31 Type de calcul pour un canal non prismatique à divers sections

La procédure itérative permettant de résoudre les profondeurs normale et critiques, à l'aide d'une feuille de calcul a déjà été présentée en détail dans les exemples précédents.

	B [m]	n [m ^{-1/3} S]	J _f	h _n [m]	U [m/S]	Fr [-]	Remarques
Canal 1	4.00	0.012	0.0030	1.6282	3.52	0.88	h _c < h _n : Fr < 1 Ecoulement fluvial
Canal 2	7.00	0.017	0.0024	1.2444	2.41	0.69	h _c < h _n : Fr < 1 Ecoulement fluvial
Canal 3	9.00	0.020	0.0017	0.9090	1.71	0.57	h _c < h _n : Fr < 1 Ecoulement fluvial
Canal 4	12.00	0.025	0.0010	1.1351	1.20	0.36	h _c < h _n : Fr < 1 Ecoulement fluvial

Il faut préalablement déterminer l'influence de la vanne sur l'écoulement, pour l'ouverture de h₀ = 0.5 [m].

La profondeur normale dans le quatrième canal (trapézoïdale) pour un débit de Q = 14 [m³/S] est de h_{n4} = 1.1351 [m]. Cette profondeur étant supérieure à l'ouverture de la vanne. h_n > h₀ on déduit que la vanne influe sur l'écoulement. Il y aura une accumulation d'eau en amont de la vanne pour assurer le passage de débit sous ce dernier. De plus, l'ouverture de la vanne étant inférieur à la profondeur critique h₀ < h_c < h_{n4}, un ressaut hydraulique va s'établir en aval de la vanne.

Ce ressaut peut être noyé ou dénoyé. La profondeur conjuguée, h₀^{cj} correspondant à l'ouverture de la vanne, h₀, doit être de :

- ❖ h₀^{cj} < h_{n4} pour un ressaut noyé.
- ❖ h₀^{cj} > h_{n4} pour un ressaut dénoyé.

Pour l'écoulement sous la vanne, on calcule :

$$h_0 = 0.5 \text{ [m]} \quad U_0 = 2.489 \text{ [m/s]} \quad \text{et} \quad Fr_0 = 1.12 \text{ [-]}$$

On obtient ensuite la profondeur conjuguée au moyen de l'équation :

$$h_0^{cj} = 1/2 h_0 \left(\sqrt{1 + 8Fr_0^2} - 1 \right) = 1/2 \cdot 0.5 \left(\sqrt{1 + 8 \cdot 1.12^2} - 1 \right) = 0.58 \text{ [m]}$$

$$h_0^{cj} = 0.58 \text{ [m]} < h_{n4} = 1.1351 \text{ [m]} \Rightarrow \text{Le ressaut est donc noyé.}$$

Il faut maintenant calculer la profondeur d'eau en amont de la vanne, h_{v1}, qui permettra au débit de Q = 14 [m³/S] de passer par l'ouverture de h₀ = 0.50 [m] en tenant compte d'une

profondeur en aval de $h_{v2} = h_{n4} = 1.1351$ [m]. Le coefficient de débit de la vanne étant donné $K_v = 0.55$ [-], le débit sous la vanne est exprimé par l'équation :

$$Q = S_0 K_v \sqrt{2g(h_{v1} - h_{v2})}$$

Equation d'énergie entre une section en amont de la vanne et une section en aval (voir Graf & Altinakar, 1991, pp. 179-182).

$$Q = S_0 K_v \sqrt{2g(h_{v1} - h_{v2})} = (B_0 - m * h_0) h_0 K_v \sqrt{2g(h_{v1} - h_{v2})}$$

$$14 = 5.625 * 0.5 * 0.55 \sqrt{2g(h_{v1} - 1.1351)} \Rightarrow h_{v1} = 5.2932 \text{ [m]}$$

La profondeur d'eau immédiatement en amont de la vanne est donc : $h_{v1} = 5.2932$ [m]

Dans le canal 4 ou $h_{n4} > h_c$, l'écoulement est à pente faible. La ligne de la surface d'eau sera donc une courbe de type M. pour déterminer de quelle branche il s'agit, il faut fixer le point de contrôle. La profondeur d'eau en aval du canal est connue :

$$h_{v1} = 5.2932 \text{ [m]} > h_{n4}$$

La ligne d'eau se situe entre h_{v1} et h_{n4} . La forme de la surface d'eau est de type de branche M1. La ligne d'eau sera calculée de l'aval vers l'amont en partant de la profondeur h_{v1} .

Comme le montre dans la figure (4-32) dont les données sont regroupées dans le tableau 26.

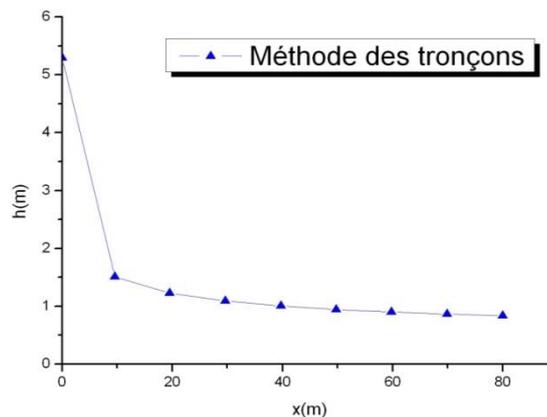


Fig. 4-32 Calcul de la ligne d'eau avec la méthode des tronçons pour une forme de section trapézoïdale du canal de faible rugosité ($n=0.025\text{m}^{-1/3}$ s).

Dans le canal 3 ou $h_{n3} > h_{c3}$, l'écoulement est à pente faible. La ligne de la surface d'eau sera une courbe de type M. pour déterminer de quelle branche il s'agit, on raisonne

comme suit : au point de changement de pente, le niveau d'eau du canal 3 est forcément le même que celui du canal 4, c.-à-d. $h_{br} = 0.8359 [m]$. La ligne d'eau se situera entre h_n et h_{br} . La forme de la surface d'eau et donc de type de branche M2.

Comme le montre dans la figure (4-33) dont les données sont regroupées dans le tableau 27.

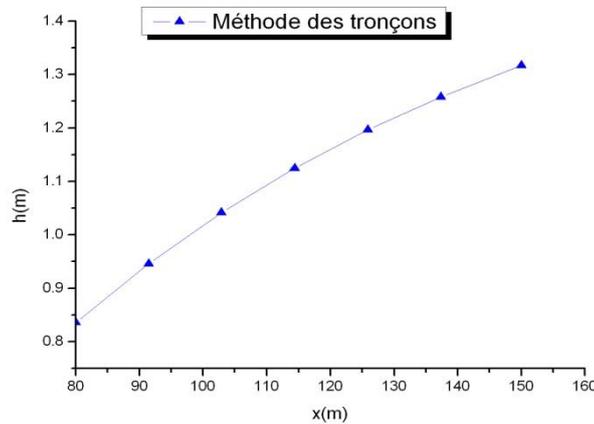


Fig. 4-33 Calcul de la ligne d'eau avec la méthode des tronçons pour une forme de section rectangulaire du canal de faible rugosité ($n=0.020m^{-1/3}$ s).

Dans le canal 2 ou $h_{n2} > h_{c2}$, l'écoulement est à pente faible. La ligne de la surface d'eau sera une courbe de type M. pour déterminer de quelle branche il s'agit, on raisonne comme suite : au point de changement de pente, le niveau d'eau du canal 2 est forcément le même que celui du canal 3, c.-à-d. $h_{br} = 1.3174[m]$. La ligne d'eau se situera entre h_{br} et h_n . La forme de la surface d'eau et donc de type de branche M1.

Comme le montre dans la figure (4-33) dont les données sont regroupées dans le tableau 28.

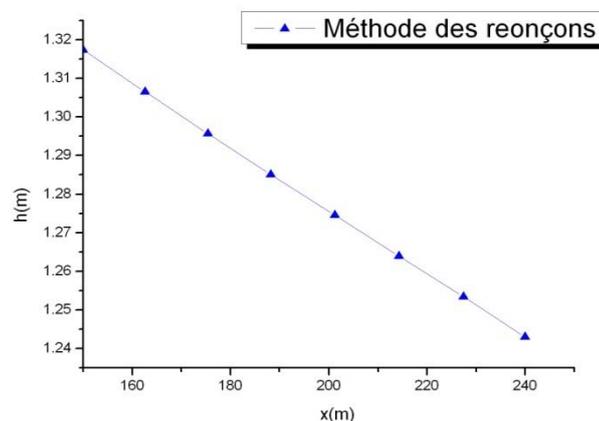


Fig. 4-33 Calcul de la ligne d'eau avec la méthode des tronçons pour une forme de section parabolique du canal de faible rugosité ($n=0.017m^{-1/3}$ s).

Dans le canal 1 ou $h_{n1} < h_{c1}$, l'écoulement est à pente forte. La ligne de la surface d'eau sera une courbe de type S. pour déterminer de quelle branche il s'agit, on raisonne comme suite : au point de changement de pente, le niveau d'eau du canal 2 est forcément le même que celui du canal 1, c.-à-d. $h_{br} = 1.2430[m]$. La ligne d'eau se situera entre h_{br} et h_n .

La forme de la surface d'eau et donc de type de branche S3.

Comme la montre dans la figure (4-34) dont les données sont regroupées dans le tableau 29.

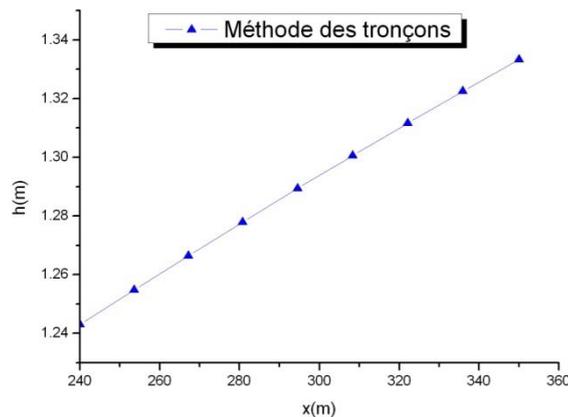


Fig. 4-34 Calcul de la ligne d'eau avec la méthode des tronçons pour une forme de section triangulaire du canal de faible rugosité ($n=0.012m^{-1/3}$ s).

IV-14 Conclusion

Les résultats que nous avons obtenu dans ce chapitre relatifs à l'ajustement des courbes de remous selon la méthode par intégration directe (Bakhmeteff, Chow), et la méthode par approximations successives (méthode des tronçons) grâce à un programme de calcul- nous a permis de visualiser le profil en long de la ligne d'eau pour des écoulements de débit connus. Ces résultats qui sont tout à fait concluants sont s'agit-il de rappeler tributaires des conditions suivantes :

- ✓ la rugosité est variable le long des parois et le lit du canal, le calcul de cette rugosité permet de remplacer par un coefficient de frottement équivalent d'une rugosité composée, reste constant et de même valeur pour chaque section. Mais l'augmentation et la diminution de cette valeur faire une influence de type de branche de la surface d'eau.
- ✓ L'expression de l'équation qui permet de calculer la ligne d'eau de la surface d'eau, pour les deux canaux de section trapézoïdale et rectangulaire avec les deux méthodes,

(Bakhmeteff, Chow) est de même forme, la différence se fait seulement par la valeur de l'exposant hydraulique des caractéristiques géométriques de la section.

- ✓ La variation des paramètres hydrauliques (pente, rugosité, et l'arguer au miroir) faire des influences de la surface d'eau rend les courbes de remous des formes concaves ou convexes, selon le type de branche de la surface d'eau.
- ✓ L'utilisation de la méthode de Bakhmeteff, ainsi que son application à de multiples problèmes basés sur le négligent de l'influence d'énergie cinétique, par contre la méthode de Chow qui admet que le ratio n est plus constant.

Conclusion générale

Conclusion générale

La connaissance de la courbe de remous (ligne d'eau, ou axe hydraulique) d'un canal présente un très grand intérêt tant industriel, qu'économique. En effet, les ouvrages même longs présentant des singularités (régime brusquement varié) qui provoquent, à une certaine distance et sur les grandes longueurs, un régime graduellement varié.

Soit par exemple, un cours d'eau naturel que l'on projette de barrer par un ouvrage de retenue. Il est indispensable de connaître la répercussion de la construction des barrages sur le niveau de l'eau en amont au passage d'une crue. Ceci permettra en effet d'évaluer les risques d'inondations, ou les riverains et éventuellement y remédier.

La présente étude a pour objet la classification des courbes de remous dans un canal de profil non prismatique à des sections diverses, selon les méthodes de résolution que nous avons élaborées. Ces méthodes ont avant que faire se peut qui a permis de visualiser le profil en long de la ligne d'eau pour des écoulements de débit connus.

Au vu des résultats obtenus, nous pouvons conclure d'une façon générale que le calcul des courbes de remous pour les écoulements graduellement variés à surface libre dans les canaux découverts de profil non prismatique permet de déduire la profondeur à tout point du canal, il consiste à suivre l'évolution de la ligne d'eau sur toute la longueur du canal considéré. Et par conséquent nous avons observé les remarques suivantes :

En somme les résultats numériques et expérimentaux obtenus par les différentes méthodes nous permettent de tirer les conclusions suivantes :

Bien que la ligne d'eau soit calculée par intégration directe (méthode Bakhmeteff et Chow), converge plus lentement vers la profondeur normale ou critique, la méthode des tronçons qui est en général plus longue à appliquer, mais souvent aussi elle est plus précise.

La démarche que nous avons adoptée consiste donc à étudier physiquement le problème de l'axe hydraulique ou comme il est communément appelé courbes de remous dans un canal non prismatique en faisant intervenir des équations de l'hydraulique notamment celles de Bakhmeteff, Chow, méthode des tronçons, etc. Cette démarche nous a permis l'obtention d'un compte rendu en temps réel de la surface libre de l'écoulement dans un canal non prismatique

et la définition des paramètres physiques caractéristiques ainsi que la définition des paramètres cinématiques et dynamiques en l'occurrence U et H , le long du canal.

Nos calculs ont été menés ainsi. D'abord en stationnaire, puis en canal non prismatique.

Les équations de l'hydraulique gouvernantes sont celles concernant les surfaces libres.

La forme de la surface libre est :

- Indépendante du temps.
- Fixée par les différents paramètres physiques.
- Surface du canal calculée dans une coupe longitudinale.

Différents régimes d'écoulement ont été traités c'est à dire: - fluvial / torrentiel avec ou sans ressaut.

En perspective, il nous reste à :

- Faire le parallèle avec les travaux déjà réalisés au niveau des ondes et perturbations de la surface de l'eau :
- évolution instationnaire de la surface.

Références bibliographiques

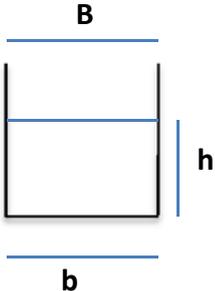
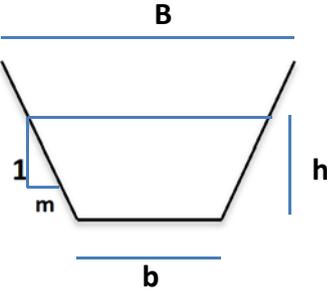
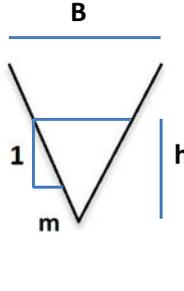
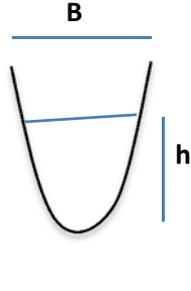
Références bibliographiques

- 1) José VAZQUEZ (laboratoire systèmes hydraulique urbains) ENGEES. [1]
- 2) Saad BENNIS, (2007) : hydraulique et hydrologie, 2eme édition, université de Québec école de technologie supérieure [2]
- 3) Walter H. Graf en collaboration avec M. S. Altinakar(1993), hydraulique fluvial. Tome 1, Ecoulement permanent uniforme et non uniforme presses Polyethnique et universitaire Romande [3]
- 4) Aspects hydraulique pour l’analyse et la conception des réseaux de drainage (chapitre 7). [4]
- 5) LENCASTRE, A.(1986).Hydraulique générale, 2ème édition EYROLLES, Paris [5]
- 6) SILBER R. (1968) : étude et trace des écoulements permanents en canaux et ravier. [6]
Dunod, Paris, F
- 7) GRAF W.H & M. ALTINAKAR (1991): hydrodynamique Eyrolles, Paris, F.
- 8) CARLIER M. (1972) : hydraulique général et appliquée.
Eyrolles. Paris,F.
- 9) BAKHMETEFF B.A (1932): hydraulics of open channel flow.
McGraw-Hill, New York, USA.
- 10) CHOW V.T (1959): open channel hydraulics of flow. [10]
McGraw-Hill, New York, USA.
- 11) JAEGER C. (1954): hydraulique technique.
Dunod, Paris, F
- 12) HENDERSON F.M. (1966): open channel flow.
Macmillan comp, New York, USA.
- 13) CRAUSSE E. (1951): Hydraulique des canaux découverts.
Eyrolles. Paris,F.
- 14) FLAMANT A. (1923): Hydraulique.
Librairie Polytechn., Béranfer, Paris,F.
- 15) RANGA-RAJU K.G. (1981): Flow through Open Channels.
Tata McGraw-Hill, New Dehli, IN.

Annexe

Annexe

Tableau 1 : Elément géométrique pour différentes sections de canaux. [3]

	 <p>Rectangle</p>	 <p>Trapèze</p>	 <p>Triangle</p>	 <p>Parabole</p>
Surface S	$b h$	$(b + mh)h$	mh^2	$\frac{2}{3} B h$
Périmètre Mouillé P	$b+2h$	$b + 2h\sqrt{1 + m^2}$	$2h\sqrt{1 + m^2}$	$B + \frac{8}{3} \frac{h^2}{B}$ *
Rayon Hydraulique R_h	$\frac{b h}{b + 2h}$	$\frac{(b + mh)h}{b + 2h\sqrt{1 + m^2}}$	$\frac{mh}{2\sqrt{1 + m^2}}$	$\frac{2B^2 h}{3B^2 + 8h^2}$ *
Largeur B	b	$b + 2mh$	$2mh$	$\frac{3}{2} \frac{S}{h}$
Profondeur Hydraulique D_h	h	$\frac{(b + mh)h}{b + 2mh}$	$\frac{1}{2} h$	$\frac{2}{3} h$

* : Valable pour $0 < \xi \leq 1$. Avec $\xi = \frac{4h}{B}$. Si $\xi > 1$: $P = \left(\frac{B}{2}\right) \left[\sqrt{1 + \xi^2} + \frac{1}{\xi} \ln(\xi + \sqrt{1 + \xi^2})\right]$

Tableau 2 : fonction pour les écoulements graduellement variés. [10]

$$\Phi(\eta, N) = \int_0^\eta \frac{d\eta}{\eta^{N-1}}$$

La constante de l'intégration est ajustée pour

$$\Phi(0, N)=0 \text{ et } \Phi(\infty, N)=0$$

$\eta \backslash N$	2.8	3.0	3.2	3.6	4.0	5.0
0.10	0.100	0.100	0.100	0.100	0.100	0.100
0.20	0.201	0.200	0.200	0.200	0.200	0.200
0.30	0.303	0.302	0.302	0.301	0.300	0.300
0.40	0.408	0.407	0.405	0.403	0.402	0.401
0.44	0.452	0.450	0.448	0.445	0.443	0.441
0.48	0.497	0.494	0.492	0.488	0.485	0.482
0.52	0.544	0.540	0.536	0.521	0.528	0.523
0.56	0.593	0.587	0.583	0.576	0.572	0.565
0.58	0.618	0.612	0.607	0.599	0.594	0.587
0.60	0.644	0.636	0.631	0.623	0.617	0.608
0.61	0.657	0.650	0.644	0.635	0.628	0.619
0.62	0.671	0.663	0.657	0.647	0.640	0.630
0.63	0.684	0.676	0.669	0.659	0.652	0.641
0.64	0.698	0.690	0.683	0.672	0.664	0.652
0.65	0.712	0.703	0.696	0.684	0.676	0.663
0.66	0.727	0.717	0.709	0.697	0.688	0.675
0.67	0.742	0.731	0.723	0.710	0.701	0.686
0.68	0.757	0.764	0.737	0.723	0.713	0.698
0.69	0.772	0.761	0.751	0.737	0.726	0.710
0.70	0.787	0.776	0.766	0.750	0.739	0.722

$\eta \backslash N$	2.8	3.0	3.2	3.6	4.0	5.0
1.005	1.818	1.649	1.506	1.279	1.107	0.817
1.01	1.572	1.419	1.291	1.089	0.936	0.681
1.02	1.327	1.191	1.078	0.900	0.766	0.546
1.03	1.186	1.060	0.955	0.790	0.668	0.469
1.04	1.086	0.967	0.868	0.714	0.600	0.415
1.05	1.010	0.896	0.802	0.656	0.548	0.374
1.06	0.948	0.838	0.748	0.608	0.506	0.342
1.07	0.896	0.790	0.703	0.569	0.471	0.315
1.08	0.851	0.749	0.665	0.535	0.441	0.292
1.09	0.777	0.681	0.601	0.480	0.392	0.254
1.10	0.746	0.652	0.575	0.457	0.372	0.239
1.11	0.746	0.652	0.575	0.457	0.372	0.239
1.12	0.718	0.626	0.551	0.436	0.354	0.225
1.13	0.692	0.602	0.529	0.417	0.337	0.212
1.14	0.669	0.581	0.509	0.400	0.322	0.201
1.15	0.647	0.561	0.490	0.384	0.308	0.191
1.16	0.627	0.542	0.473	0.369	0.295	0.181
1.17	0.608	0.525	0.458	0.356	0.283	0.173
1.18	0.591	0.509	0.443	0.343	0.272	0.165
1.19	0.574	0.494	0.429	0.331	0.262	0.157

0.71	0.804	0.791	0.781	0.764	0.752	0.734
0.72	0.820	0.807	0.796	0.779	0.766	0.746
0.73	0.837	0.823	0.811	0.793	0.780	0.759
0.74	0.854	0.840	0.827	0.808	0.794	0.771
0.75	0.872	0.857	0.844	0.823	0.808	0.784
0.76	0.890	0.874	0.861	0.839	0.823	0.798
0.77	0.909	0.892	0.878	0.855	0.838	0.811
0.78	0.929	0.911	0.896	0.872	0.854	0.825
0.79	0.949	0.930	0.914	0.889	0.870	0.839
0.80	0.970	0.950	0.934	0.907	0.887	0.854
0.81	0.992	0.971	0.954	0.925	0.904	0.869
0.82	1.015	0.993	0.974	0.945	0.922	0.885
0.83	1.039	1.016	0.996	0.965	0.940	0.901
0.84	1.064	1.040	1.019	0.985	0.960	0.918
0.85	1.091	1.065	1.043	1.007	0.980	0.935
0.86	1.119	1.092	1.068	1.031	1.002	0.954
0.87	1.149	1.120	1.095	1.055	1.025	0.973
0.88	1.181	1.151	1.124	1.081	1.049	0.994
0.89	1.216	1.183	1.155	1.110	1.075	1.015
0.90	1.253	1.218	1.189	1.140	1.103	1.039
0.91	1.294	1.257	1.225	1.173	1.133	1.106 4
0.92	1.340	1.300	1.266	1.210	1.166	1.092
0.93	1.391	1.348	1.311	1.251	1.204	1.123
0.94	1.449	1.403	1.363	1.297	1.246	1.158
0.95	1.518	1.467	1.423	1.352	1.296	1.199

1.20	0.559	0.480	0.416	0.320	0.252	0.150
1.22	0.531	0.454	0.392	0.299	0.235	0.138
1.24	0.505	0.431	0.371	0.281	0.219	0.127
1.26	0.482	0.410	0.351	0.265	0.205	0.117
1.28	0.461	0.391	0.334	0.250	0.193	0.108
1.30	0.442	0.373	0.318	0.237	0.181	0.100
1.32	0.424	0.357	0.304	0.225	0.171	0.093
1.34	0.408	0.342	0.290	0.214	0.162	0.087
1.36	0.393	0.329	0.278	0.204	0.153	0.081
1.38	0.378	0.316	0.266	0.194	0.145	0.076
1.40	0.365	0.304	0.256	0.185	0.138	0.071
1.42	0.353	0.293	0.246	0.177	0.131	0.067
1.44	0.341	0.282	0.236	0.169	0.125	0.063
1.46	0.330	0.273	0.227	0.162	0.119	0.059
1.48	0.320	0.263	0.219	0.156	0.113	0.056
1.50	0.310	0.225	0.211	0.149	0.108	0.053
1.60	0.269	0.218	0.179	0.123	0.087	0.040
1.70	0.236	0.189	0.153	0.103	0.072	0.031
1.80	0.209	0.166	0.133	0.088	0.060	0.024
1.90	0.188	0.147	0.117	0.076	0.050	0.020
2.00	0.169	0.132	0.104	0.066	0.043	0.016
2.20	0.141	0.107	0.083	0.051	0.032	0.011
2.40	0.119	0.089	0.068	0.040	0.024	0.008
2.60	0.102	0.076	0.057	0.033	0.019	0.005
2.80	0.089	0.065	0.048	0.027	0.015	0.004

0.96	1.601	1.545	1.497	1.417	1.355	1.248
0.97	1.707	1.644	1.590	1.501	1.431	1.310
0.98	1.855	1.783	1.720	1.617	1.536	1.395
0.99	2.106	2.017	1.940	1.814	1.714	1.537
0.995	2.355	2.250	2.159	2.008	1.889	1.678

3.00	0.078	0.056	0.041	0.022	0.012	0.003
3.50	0.059	0.041	0.029	0.015	0.008	0.002
4.00	0.046	0.031	0.022	0.010	0.005	0.001
5.00	0.031	0.020	0.013	0.006	0.003	0.000
10.00	0.009	0.005	0.003	0.001	0.000	0.000

Tableau 3 : coefficient de rugosité de Manning, de Strickler et de Kutter [3]

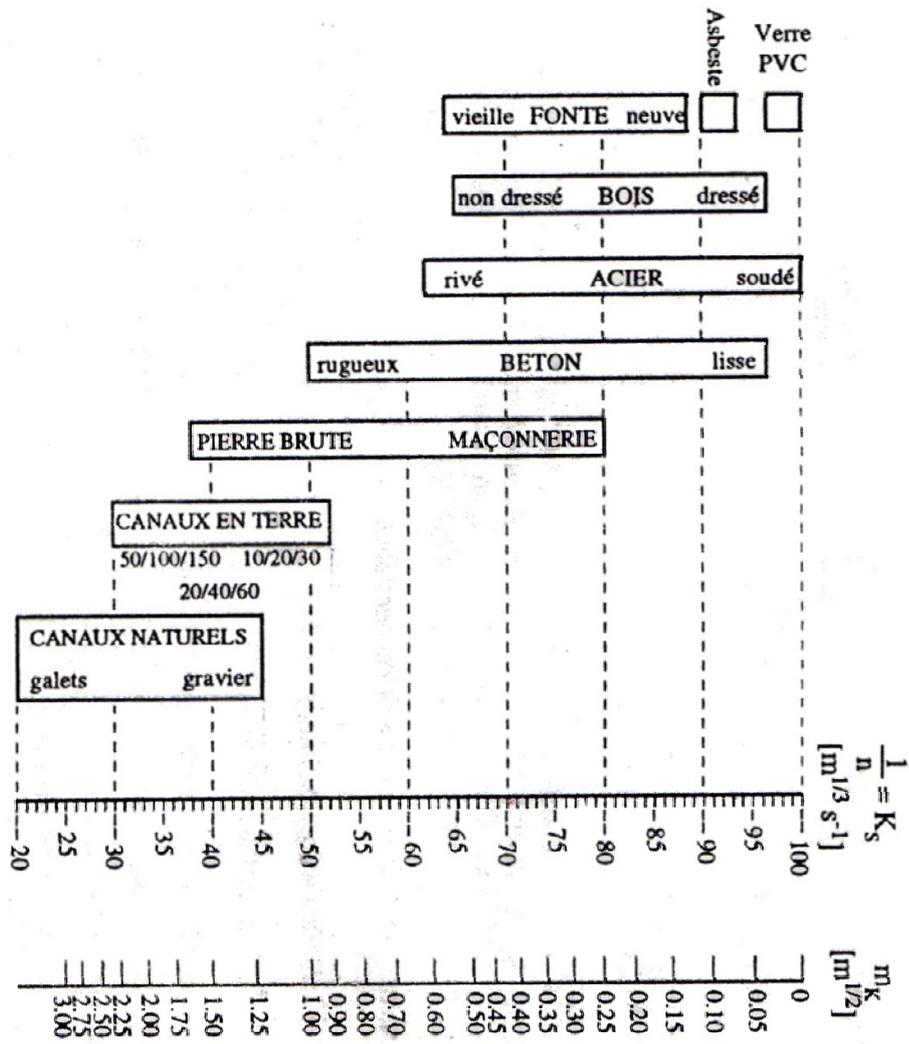


Tableau 4 : calcul de la ligne d'eau avec la méthode des traçons pour une forme de section trapézoïdale du canal de faible rugosité :

Méthode par approximations successives : Méthode des tronçons										
b = 7 [m] ; m = 1.5 ; n = 0.017 [m ^{-1/3} S] ; J _f = 0.0022 ; Q = 28 [m ³ / S]										
h _n = 1.205 [m] ; h _c = 1.085 [m] ; h _c /h _n = 0.9000 [-] ; J _c = 0.0032										
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
X [m]	Δx [m]	Z [m]	h [m]	n	B [m]	P [m]	S [m ²]	Rh [m]	Hcal [m]	ΔH [m]
0.00	0.00	0.000	1.5000	0.017	11.5000	12.4083	13.8750	1.1182	1.5000	0.000
244.927	244.927	0.5388	1.4421	0.017	11.3264	12.1997	13.2147	1.0832	1.4419	0.000
600.654	355.727	1.3214	1.3940	0.017	11.1819	12.0261	12.6726	1.0538	1.3943	0.000
1181.280	580.626	2.5988	1.3519	0.017	11.0556	11.8743	12.2045	1.0278	1.3522	0.00
2337.975	1156.695	5.1435	1.3120	0.017	10.9359	11.7304	11.7656	1.0030	1.3123	0.00
5960.618	3622.643	13.1134	1.2656	0.017	10.7967	11.5631	11.2616	0.9739	1.2659	0.00
6837.811	877.193	15.0432	1.2459	0.017	10.7377	11.4921	11.0496	0.9615	1.2462	0.00
7943.086	1105.276	17.4748	1.2292	0.017	10.6876	11.4320	10.8708	0.9509	1.2295	0.00
9401.648	1458.562	20.6836	1.2153	0.017	10.6458	11.3818	10.7223	0.9421	1.2156	0.00
11447.888	2046.240	25.1854	1.2042	0.017	10.6125	11.3417	10.6042	0.9350	1.2044	0.00
14514.645	3066.757	31.9322	1.1963	0.017	10.5888	11.3132	10.5205	0.9299	1.1966	0.00
19624.145	5109.500	43.1731	1.1925	0.017	10.5774	11.2995	10.4801	0.9275	1.1927	0.00
29827.490	10203.344	65.6205	1.1940	0.017	10.5821	11.3051	10.4967	0.9285	1.1943	0.00
60408.081	30580.592	132.8978	1.2011	0.017	10.6033	11.3306	10.5716	0.9330	1.2013	0.00
304776.238	244368.157	670.5077	1.2055	0.017	10.6164	11.3464	10.6181	0.9358	1.2054	0.00

Col	symbole	Explication
1	x	Distance de section par rapport à l'origine .le choix des sections est arbitraire.
2	Δx	Distance entre la section (i) et la section précédente (i-1).
3	Z	Cote du fond du canal par rapport à un plan de référence choisi.
4	h	Estimation pour la profondeur d'eau.
5	n	Coefficient de Manning pour la section.
6	B	Largeur de la surface libre (voir tableau 1) pour la profondeur à la colonne 4.
7	P	Périmètre mouillée (voir tableau 1) pour la profondeur à la colonne 4.
8	S	surface mouillé (voir tableau 1) pour la profondeur à la colonne 4.
9	Rh	Rayon hydraulique pour la profondeur à la colonne 4.
10	Hcal	Profondeur d'eau calculée avec l'équation (3-11).
11	ΔH	Critère de convergence. L'itération sur h s'arrête quand $\Delta H \approx 0$.

Tableau 5 : Calcul de la ligne d'eau avec la méthode de Bakhmeteff pour une forme de section trapézoïdale du canal de faible rugosité :

Méthode par intégration directe : Méthode de Bakhmeteff							
b = 7 [m] ; m = 1.5 ; n = 0.017 [m ^{-1/3} S] ; J _f = 0.0022 ; Q = 28 [m ³ / S]							
h _n = 1.205 [m] ; h _c = 1.085 [m] ; h _c /h _n = 0.9000 [-] ; J _c = 0.0032							
1	2	3	4	5	6	7	8
h [m]	β [-]	N [-]	B [m]	η [-]	$\Phi(\eta, N)$	x'	x
1.500	0.6875	3.56	11.500	1.245	0.285	-336.703	0
1.450	0.6875	3.55	11.350	1.203	0.327	-581.630	244.927
1.400	0.6875	3.54	11.200	1.162	0.380	-937.358	600.654
1.350	0.6875	3.53	11.050	1.120	0.454	-1517.984	1181.280
1.300	0.6875	3.52	10.900	1.079	0.562	-2674.678	2337.975
1.250	0.6875	3.52	10.750	1.037	0.766	-6297.321	5960.618
1.245	0.6875	3.51	10.735	1.033	0.800	-7174.514	6837.811
1.240	0.6875	3.51	10.720	1.029	0.870	-8279.790	7943.086
1.235	0.6875	3.51	10.705	1.025	0.880	-9738.351	9401.648
1.230	0.6875	3.51	10.690	1.021	0.925	-11784.591	11447.888
1.225	0.6875	3.51	10.675	1.017	0.985	-14851.348	14514.645
1.220	0.6875	3.51	10.660	1.012	1.085	-19960.849	19624.145
1.215	0.6875	3.51	10.645	1.008	1.209	-30164.193	29827.490
1.210	0.6875	3.51	10.630	1.004	1.440	-60744.784	60408.081
1.206	0.6875	3.51	10.612	0.999	2.500	305531.304	304776.238

col	symbole	Explication
1	h	hauteur normale h _n = 0.999 h _n cette différence de hauteur est divisée arbitrairement en plusieurs intervalles.
2	β	rapport de la pente du fond et la pente critique.
3	N	exposant hydraulique calculé selon la forme du canal.
4	B	largeur du canal calculé selon la forme du canal.
5	η	h/h _n , profondeur adimensionnelle.
6	(η ,N)	fonction définie par l'équation (3-50a).les valeur sont lues à partir du tableau 2 donnée par Chow (1959, pp.641-655). En fonction de η et N
7	x'	distance à partir d'une origine fictive, calculée à l'aide de l'expression de Section choisie équation (3-50, 3-54, 3-58, 3-62).
8	x	distance x _i = x'(h = 1.500) - x' _i .

Tableau 6 : calcul de la ligne d'eau avec la méthode de Chow pour une forme trapézoïdale du canal de faible rugosité :

Méthode par intégration directe : Méthode de Chow											
b = 7 [m] ; m = 1.5 ; n = 0.017 [m ^{-1/3} S] ; J _f = 0.0022 ; Q = 28 [m ³ / S]											
h _n = 1.205 [m] ; h _c = 1.085 [m] ; h _c /h _n = 0.9000											
[-]											
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
h [m]	h/b	B	M[-]	N [-]	J[-]	η[-]	ζ[-]	Φ (η, N)	Φ(ζ, J)	x'	x
1.500	0.214	11.50	3.34	3.56	2.91	1.245	0.285	0.398	0.398	-391.422403	0
1.450	0.207	11.350	3.33	3.55	2.90	1.203	0.327	0.451	0.451	-643.419982	251.998
1.400	0.200	11.200	3.32	3.54	2.89	1.162	0.380	0.520	0.52	-1008.68354	617.261
1.350	0.193	11.050	3.31	3.53	2.88	1.120	0.454	0.613	0.613	-1606.02193	1214.600
1.300	0.186	10.900	3.30	3.52	2.87	1.079	0.562	0.750	0.75	-2795.98146	2404.559
1.250	0.179	10.750	3.28	3.52	2.86	1.037	0.766	1.00	1.00	-6541.0837	6149.661
1.245	0.178	10.735	3.28	3.51	2.86	1.033	0.800	1.041	1.041	-7441.97157	7050.549
1.240	0.177	10.720	3.28	3.51	2.85	1.029	0.870	1.095	1.095	-8591.78574	8200.363
1.235	0.176	10.705	3.28	3.51	2.85	1.025	0.880	1.145	1.145	-10083.7069	9692.284
1.230	0.176	10.690	3.28	3.51	2.85	1.021	0.925	1.209	1.209	-12190.160	11798.738
1.225	0.175	10.675	3.28	3.51	2.85	1.017	0.985	1.293	1.293	-15348.1292	14956.70682
1.220	0.174	10.660	3.28	3.51	2.85	1.012	1.085	1.392	1.392	-20622.4839	20231.0615
1.215	0.174	10.645	3.28	3.51	2.85	1.008	1.209	1.534	1.534	-31144.4366	30753.01417
1.210	0.173	10.630	3.28	3.51	2.85	1.004	1.440	1.776	1.776	-62685.4942	62294.07183
1.206	0.172	10.612	3.27	3.51	2.85	0.999	2.500	2.895	2.895	-314759.792	314368.370

col	symbole	Explication
1	h	hauteur normale $h_n = 0.999 h_n$ cette différence de hauteur est divisée arbitrairement en plusieurs intervalles.
2	h/b	Profondeur relative à la largeur du fond.
3	B	largeur du canal calculé selon la forme du canal.
4,5	N,M	exposant hydraulique calculé selon la forme du canal éq (3-64).
6	j	$N/(N-M+1)$.
7	η	h/h_n , profondeur adimensionnelle.
8	ζ	$\eta^{N/j}$, profondeur adimensionnelle.
9	(η ,N)	fonction définie par l'équation (3-50a).les valeur sont lues à partir du tableau 2 donnée par Chow (1959, pp.641-655). En fonction de η et N
10	(ζ ,j)	fonction définie par l'équation (3-50a).les valeur sont lues à partir du tableau 2 donnée par Chow (1959, pp.641-655). En fonction de η et N
11	x'	distance à partir d'une origine fictive, calculée à l'aide de l'expression de section choisi (3-73, 3-74, 3-75, 3-76)
12	x	distance $x_i = x'(h = 1.500) - x'$

Tableau 7 : calcul de la ligne d'eau avec la méthode des tronçons pour une forme de section trapézoïdale du canal de faible rugosité :

Méthode par approximations successives : Méthode des tronçons										
b = 7 [m] ; m = 1.5 ; n = 0.012 [m ^{-1/3} S] ; J _f = 0.0022 ; Q = 28 [m ³ / S]										
h _n = 1.205 [m] ; h _c = 1.085 [m] ; h _c /h _n = 0.9000 [-] ; J _c = 0.0016										
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
X [m]	Δx [m]	Z [m]	h [m]	n	B [m]	P [m]	S [m ²]	Rh [m]	Hcal [m]	ΔH [m]
0.00	0.00	0.00	1.5000	0.012	11.500	12.4083	13.8750	1.1182	1.5000	0.000
107.979	107.979	0.2376	1.4442	0.012	11.3326	12.2072	13.2381	1.0845	1.4441	0.000
236.641	128.663	0.5206	1.3984	0.012	11.1953	12.0421	12.7224	1.0565	1.3985	0.000
394.029	157.388	0.8669	1.3598	0.012	11.0795	11.9030	12.2926	1.0327	1.3599	0.000
594.125	200.096	1.3071	1.3264	0.012	10.9793	11.7825	11.9241	1.0120	1.3265	0.000
714.048	119.923	1.5709	1.3001	0.012	10.9003	11.6875	11.6360	0.9956	1.3002	0.000
855.845	141.797	1.8829	1.2769	0.012	10.8308	11.6040	11.3843	0.9811	1.2770	0.000
1030.053	174.208	2.2661	1.2562	0.012	10.7685	11.5092	11.1602	0.9680	1.2563	0.000
1235.672	205.619	2.7185	1.2375	0.012	10.7125	11.4619	10.9596	0.9562	1.2376	0.000
1500.535	264.863	3.3012	1.2202	0.012	10.6605	11.3993	10.7743	0.9452	1.2203	0.000
1833.921	333.387	4.0346	1.2039	0.012	10.6117	11.3407	10.6014	0.9348	1.2040	0.000
2293.925	460.004	5.0466	1.1879	0.012	10.5636	11.2830	10.4317	0.9246	1.1880	0.000
2940.700	646.775	6.4695	1.1715	0.012	10.5146	11.2240	10.2595	0.9141	1.1716	0.000
3105.160	164.460	6.8314	1.1630	0.012	10.4890	11.1933	10.1699	0.9086	1.1631	0.000
3497.163	392.003	7.6938	1.1527	0.012	10.4582	11.1563	10.0625	0.9020	1.1528	0.000

Tableau 8 :calcul de la ligne d'eau avec la méthode de Bakhmeteff pour une forme de section trapézoïdale du canal de faible rugosité :

Méthode par intégration directe : Méthode de Bakhmeteff							
b = 7 [m] ; m = 1.5 ; n = 0.012 [m ^{-1/3} S] ; J _f = 0.0022 ; Q = 28 [m ³ / S]							
h _n = 0.9868 [m] ; h _c = 1.085 [m] ; h _c /h _n = 1.0995 [-] ; J _c = 0.0016							
1	2	3	4	5	6	7	8
h [m]	β [-]	N [-]	B [m]	η [-]	$\Phi (\eta, N)$	x'	x
1.500	1.375	3.56	11.500	1.52	0.149	41.361	0
1.450	1.375	3.55	11.350	1.469	0.167	-66.617	107.979
1.400	1.375	3.54	11.200	1.419	0.187	-195.280	236.641
1.350	1.375	3.53	11.050	1.368	0.212	-352.668	394.029
1.300	1.375	3.52	10.900	1.317	0.242	-552.764	594.125
1.270	1.375	3.52	10.750	1.287	0.261	-672.686	714.048
1.250	1.375	3.52	10.735	1.267	0.275	-814.483	855.845
1.225	1.375	3.51	10.720	1.241	0.299	-988.691	1030.053
1.200	1.375	3.51	10.705	1.216	0.323	-1194.310	1235.672
1.175	1.375	3.50	10.690	1.191	0.352	-1459.173	1500.535
1.150	1.375	3.50	10.675	1.165	0.386	-1792.560	1833.921
1.125	1.375	3.49	10.660	1.140	0.428	-2252.564	2293.925
1.100	1.375	3.49	10.645	1.115	0.475	-2899.338	2940.700
1.095	1.375	3.49	10.630	1.110	0.487	-3063.798	3105.160
1.085	1.375	3.48	10.612	1.100	0.514	-3455.802	3497.163

Tableau 9 : calcul de la ligne d'eau avec la méthode de Chow pour une forme trapézoïdale du canal de faible rugosité :

Méthode par intégration directe : Méthode de Chow											
b = 7 [m] ; m = 1.5 ; n = 0.012 [m ^{-1/3} S] ; J _f = 0.0022 ; Q = 28 [m ³ / S]											
h _n = 0.9868 [m] ; h _c = 1.085 [m] ; h _c /h _n = 1.0995 [-]											
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
h [m]	h/b	B	M[-]	N [-]	J[-]	η[-]	ζ[-]	Φ (η, N)	Φ(ζ, J)	x'	x
1.500	0.214	11.50	3.34	3.56	2.91	1.520	1.670	0.149	0.219	-3.365	0
1.450	0.207	11.350	3.33	3.55	2.90	1.469	1.603	0.167	0.242	-112.517	109.152
1.400	0.200	11.200	3.32	3.54	2.89	1.419	1.536	0.187	0.271	-240.423	237.059
1.350	0.193	11.050	3.31	3.53	2.88	1.368	1.469	0.212	0.303	-398.392	395.027
1.300	0.186	10.900	3.30	3.52	2.87	1.317	1.403	0.242	0.342	-598.246	594.881
1.275	0.181	10.750	3.29	3.52	2.86	1.287	1.370	0.261	0.366	-721.406	718.041
1.250	0.179	10.735	3.28	3.52	2.86	1.267	1.338	0.275	0.389	-863.019	859.655
1.225	0.175	10.720	3.28	3.51	2.85	1.241	1.305	0.299	0.42	-1033.492	1030.127
1.200	0.171	10.705	3.27	3.51	2.85	1.216	1.272	0.323	0.451	-1240.333	1236.969
1.175	0.168	10.690	3.27	3.50	2.84	1.191	1.240	0.352	0.49	-1499.616	1496.251
1.150	0.164	10.675	3.26	3.50	2.83	1.165	1.208	0.386	0.536	-1832.254	1828.889
1.125	0.161	10.660	3.26	3.49	2.83	1.140	1.176	0.428	0.586	-2491.440	2282.854
1.100	0.157	10.645	3.25	3.49	2.82	1.115	1.144	0.475	0.652	-2926.517	2923.152
1.095	0.156	10.630	3.25	3.49	2.82	1.110	1.137	0.487	0.667	-3089.570	3086.205
1.085	0.155	10.612	3.25	3.48	2.82	1.100	1.124	0.514	0.698	-3474.919	3471.554

Tableau 10 : calcul de la ligne d'eau avec la méthode des traçons pour une forme de section rectangulaire du canal de faible rugosité :

Méthode par approximations successives : Méthode des tronçons										
$b = 2h$ [m] ; $n = 0.017$ [$m^{-1/3}$ S] ; $J_f = 0.0022$; $Q = 28$ [m^3 / S]										
$h_n = 2.1868$ [m] ; $h_c = 1.8201$ [m] ; $h_c/h_n = 0.8323$ [-] , $J_c = 0.0058$										
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
X [m]	Δx [m]	Z [m]	h [m]	n	B [m]	P [m]	S [m^2]	Rh [m]	Hcal [m]	ΔH [m]
0.00	0.00	0.00	1.500	0.017	3.000	6.000	4.5000	0.7500	1.5000	0.000
21.763	21.763	0.0479	1.5478	0.017	3.0956	6.1912	4.7914	0.7739	1.5479	0.000
51.868	30.105	0.1141	1.6088	0.017	3.2177	6.4353	5.1767	0.8044	1.6089	0.000
82.424	30.556	0.1813	1.6650	0.017	3.3301	6.6601	5.5446	0.8325	1.6651	0.000
116.190	33.767	0.2556	1.7208	0.017	3.4417	6.8834	5.9226	0.8604	1.7209	0.000
152.894	36.704	0.3364	1.7747	0.017	3.5493	7.0987	6.2989	0.8873	1.7748	0.000
191.091	38.197	0.4204	1.8239	0.017	3.6478	7.2955	6.6530	0.9119	1.8240	0.000
232.500	41.410	0.5115	1.8703	0.017	3.7407	7.4813	6.9963	0.9352	1.8704	0.000
278.324	45.824	0.6123	1.9145	0.017	3.8290	7.6580	7.3307	0.9573	1.9146	0.000
328.655	50.331	0.7330	1.9556	0.017	3.9112	7.8224	7.6488	0.9778	1.9557	0.000
384.982	56.327	0.8470	1.9939	0.017	3.9879	7.9758	7.9516	0.9970	1.9940	0.000
447.767	62.785	0.9851	2.0289	0.017	4.0578	8.1156	8.2329	1.0145	2.0290	0.000
516.514	68.748	1.1363	2.0597	0.017	4.1193	8.2387	8.4845	1.0298	2.0598	0.000
595.419	78.904	1.0399	2.0874	0.017	4.1749	8.3498	8.7148	1.0437	2.0875	0.000

Tableau 11 : calcul de la ligne d'eau avec la méthode de Bakhmeteff pour une forme rectangulaire du canal de faible rugosité :

Méthode par intégration directe : Méthode de Bakhmeteff							
b = 2h [m] ; n = 0.017 [m ^{-1/3} S] ; J _f = 0.0022 ; Q = 28 [m ³ / S]							
h _n = 2.1868 [m] ; h _c = 1.8201 [m] ; h _c /h _n = 0.832 [-]							
1	2	3	4	5	6	7	8
h [m]	β [-]	N [-]	B [m]	η [-]	Φ (η, N)	x'	x
1.5000	0.379310	2.50	3.000	0.686	0.787	661.797	0
1.5201	0.379310	2.50	3.040	0.695	0.803	683.560	78.904
1.5451	0.379310	2.50	3.090	0.707	0.821	713.665	147.652
1.5701	0.379310	2.50	3.140	0.718	0.842	744.221	210.437
1.5951	0.379310	2.50	3.190	0.729	0.862	777.987	266.763
1.6201	0.379310	2.50	3.240	0.741	0.882	814.691	317.095
1.6451	0.379310	2.50	3.290	0.752	0.905	852.888	362.919
1.6701	0.379310	2.50	3.340	0.764	0.929	894.297	404.328
1.6951	0.379310	2.50	3.390	0.775	0.953	940.121	442.525
1.7201	0.379310	2.50	3.440	0.787	0.978	990.452	479.229
1.7451	0.379310	2.50	3.490	0.798	1.003	1046.779	512.995
1.7701	0.379310	2.50	3.540	0.809	1.029	1109.564	543.551
1.7951	0.379310	2.50	3.590	0.821	1.059	1178.312	573.656
1.8201	0.379310	2.50	3.640	0.832	1.089	1257.216	595.419

Tableau 12 : calcul de la ligne d'eau avec la méthode de Chow pour une forme rectangulaire du canal de faible rugosité :

Méthode par intégration directe : Méthode de Chow											
b = 2*h [m] ; n = 0.017 [m ^{-1/3} S] ; J _f = 0.0022 ; Q = 28 [m ³ / S]											
h _n = 2.1868 [m] ; h _c = 1.8201 [m] ; h _c /h _n = 0.8323 [-]											
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
h [m]	h/b	B	M[-]	N [-]	J[-]	η[-]	ζ[-]	Φ (η, N)	Φ(ζ, J)	x'	x
1.5000	1.125	3.000	3.69	3.90	3.20	0.686	0.632	0.723	0.675	699.305	0
1.5201	1.155	3.040	3.69	3.90	3.20	0.695	0.642	0.735	0.688	722.521	23.216
1.5451	1.194	3.090	3.69	3.90	3.20	0.707	0.655	0.750	0.705	753.252	53.946
1.5701	1.233	3.140	3.69	3.90	3.20	0.718	0.668	0.766	0.723	785.361	86.056
1.5951	1.272	3.190	3.69	3.90	3.20	0.729	0.681	0.782	0.741	819.679	120.374
1.6201	1.312	3.240	3.69	3.90	3.20	0.741	0.694	0.798	0.760	856.914	157.609
1.6451	1.353	3.290	3.69	3.90	3.20	0.752	0.707	0.815	0.780	896.420	197.115
1.6701	1.395	3.340	3.69	3.90	3.20	0.764	0.720	0.833	0.799	937.785	238.479
1.6951	1.437	3.390	3.69	3.90	3.20	0.775	0.733	0.850	0.819	984.326	285.021
1.7201	1.479	3.440	3.69	3.90	3.20	0.787	0.746	0.869	0.814	1022.900	323.594
1.7451	1.523	3.490	3.69	3.90	3.20	0.798	0.760	0.888	0.863	1088.971	389.665
1.7701	1.567	3.540	3.69	3.90	3.20	0.809	0.773	0.907	0.885	1149.906	450.601
1.7951	1.611	3.590	3.69	3.90	3.20	0.821	0.786	0.929	0.91	1216.318	517.012
1.8201	1.656	3.640	3.69	3.90	3.20	0.832	0.800	0.950	0.936	1292.833	593.528

Tableau 13 : calcul de la ligne d'eau avec la méthode des traçons pour une forme de section rectangulaire du canal de faible rugosité :

Méthode par approximations successives : Méthode des tronçons										
$b = 2h$ [m] ; $n = 0.012$ [$m^{-1/3}$ S] ; $J_f = 0.0022$; $Q = 28$ [m^3 / S]										
$h_n = 1.9190$ [m] ; $h_c = 1.8201$ [m] ; $h_c/h_n = 0.9485$ [-]										
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
X [m]	Δx [m]	Z [m]	h [m]	n	B [m]	P [m]	S [m^2]	Rh [m]	Hcal [m]	ΔH [m]
0.00	0.00	0.00	1.5000	0.012	3.000	6.000	4.5000	0.7500	1.5000	0.000
1386.253	88.711	0.1952	1.5776	0.012	3.1552	6.3104	4.9776	0.7888	1.5777	0.000
2306.396	121.887	0.4633	1.6631	0.012	3.3262	6.6524	5.5319	0.8316	1.6632	0.000
2969.435	138.075	0.7671	1.7355	0.012	3.4710	6.9419	6.0238	0.8677	1.7356	0.000
3465.211	157.851	1.1144	1.7940	0.012	3.5880	7.1761	6.4370	0.8970	1.7941	0.000
3852.420	182.487	1.5158	1.8391	0.012	3.6782	7.3563	6.7645	0.9195	1.8392	0.000
4161.763	214.256	1.9872	1.8719	0.012	3.7437	7.4875	7.0078	0.9359	1.8720	0.000
4417.491	255.728	2.5498	1.8940	0.012	3.7881	7.5761	7.1747	0.9470	1.8941	0.000
4631.747	309.342	3.2303	1.9076	0.012	3.8151	7.6302	7.2775	0.9538	1.8975	0.000
4814.234	387.209	4.0822	1.9148	0.012	3.8296	7.6591	7.3328	0.9574	1.9147	0.000
4972.085	495.775	5.1729	1.9179	0.012	3.8357	7.6714	7.3564	0.9589	1.9178	0.000
5110.160	663.040	6.6316	1.9188	0.012	3.8375	7.6751	7.3634	0.9594	1.9187	0.000
5232.047	920.142	8.6559	1.9189	0.012	3.8378	7.6755	7.3642	0.9594	1.9188	0.000
5320.757	1386.253	11.7057	1.9189	0.012	3.8377	7.6755	7.3641	0.9594	1.9188	0.000

Tableau 14 : calcul de la ligne d'eau avec la méthode de Bakhmeteff pour une forme rectangulaire du canal de faible rugosité :

Méthode par intégration directe : Méthode de Bakhmeteff							
$b = 2h$ [m] ; $n = 0.012$ [$m^{-1/3}$ S] ; $J_f = 0.0022$; $Q = 28$ [m^3 / S]							
$h_n = 1.9190$ [m] ; $h_c = 1.8201$ [m] ; $h_c/h_n = 0.8303$ [-]							
1	2	3	4	5	6	7	8
h [m]	β[-]	N [-]	B [m]	η[-]	Φ (η, N)	x'	x
1.5000	0.75862069	2.50	3.000	0.782	0.967	1714.030	0
1.5201	0.75862069	2.50	3.040	0.792	0.989	1802.741	88.711
1.5451	0.75862069	2.50	3.090	0.805	1.020	1924.627	210.598
1.5701	0.75862069	2.50	3.140	0.818	1.052	2062.702	348.672
1.5951	0.75862069	2.50	3.190	0.831	1.086	2220.553	506.523
1.6201	0.75862069	2.50	3.240	0.844	1.123	2403.040	689.011
1.6451	0.75862069	2.50	3.290	0.857	1.162	2617.297	903.267
1.6701	0.75862069	2.50	3.340	0.870	1.203	2873.025	1158.995
1.6951	0.75862069	2.50	3.390	0.883	1.255	3182.367	1468.337
1.7201	0.75862069	2.50	3.440	0.896	1.303	3569.576	1855.547
1.7451	0.75862069	2.50	3.490	0.909	1.359	4065.352	2351.322
1.7701	0.75862069	2.50	3.540	0.922	1.408	4728.391	3014.362
1.7951	0.75862069	2.50	3.590	0.935	1.5	5648.534	3934.504
1.8201	0.75862069	2.50	3.640	0.948	1.601	7034.787	5320.757

Tableau 15 : calcul de la ligne d'eau avec la méthode de Chow pour une forme rectangulaire du canal de faible rugosité :

Méthode par intégration directe : Méthode de Chow											
$b = 2 \cdot h$ [m] ; $n = 0.012$ [$m^{-1/3}$ S] ; $J_f = 0.0022$; $Q = 28$ [m^3 / S]											
$h_n = 1.9190$ [m] ; $h_c = 1.8201$ [m] ; $h_c/h_n = 0.9485$ [-]											
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
h [m]	h/b	B	M[-]	N [-]	J[-]	η [-]	ζ [-]	$\Phi(\eta, N)$	$\Phi(\zeta, J)$	x'	x
1.5000	1.125	3.000	3.69	3.90	3.20	0.782	0.741	0.861	0.829	1366.633	0
1.5201	1.155	3.040	3.69	3.90	3.20	0.792	0.753	0.878	0.849	1433.064	66.431
1.5451	1.194	3.090	3.69	3.90	3.20	0.805	0.768	0.900	0.875	1524.133	157.500
1.5701	1.233	3.140	3.69	3.90	3.20	0.818	0.783	0.923	0.901	1625.690	259.057
1.5951	1.272	3.190	3.69	3.90	3.20	0.831	0.798	0.948	0.93	1741.271	374.638
1.6201	1.312	3.240	3.69	3.90	3.20	0.844	0.814	0.974	0.962	1875.271	508.638
1.6451	1.353	3.290	3.69	3.90	3.20	0.857	0.829	1.002	0.994	2029.862	663.228
1.6701	1.395	3.340	3.69	3.90	3.20	0.870	0.844	1.032	1.029	2213.554	846.921
1.6951	1.437	3.390	3.69	3.90	3.20	0.883	0.860	1.064	1.068	2436.695	1070.062
1.7201	1.479	3.440	3.69	3.90	3.20	0.896	0.875	1.100	1.11	2711.612	1344.979
1.7451	1.523	3.490	3.69	3.90	3.20	0.909	0.891	1.139	1.158	3064.041	1697.408
1.7701	1.567	3.540	3.69	3.90	3.20	0.922	0.906	1.184	1.211	3529.381	2162.748
1.7951	1.611	3.590	3.69	3.90	3.20	0.935	0.922	1.237	1.275	4179.187	2812.553
1.8201	1.656	3.640	3.69	3.90	3.20	0.948	0.938	1.299	1.353	5154.660	3788.027

Tableau 16 : calcul de la ligne d'eau avec la méthode des traçons pour une forme de section triangulaire du canal de faible rugosité :

Méthode par approximations successives : Méthode des tronçons										
$b = 2*m*h$ [m] ; $m = 1.5$; $n = 0.017$ [$m^{-1/3}$ S] ; $J_f = 0.0022$; $Q = 28$ [m^3 / S]										
$h_n = 2.5505$ [m] ; $h_c = 2.3458$ [m] ; $h_c/h_n = 0.9197$ [-]										
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
X [m]	Δx [m]	Z [m]	h [m]	n	B [m]	P [m]	S [m^2]	Rh [m]	Hcal [m]	ΔH [m]
0.00	0.00	0.00	1.5000	0.017	4.5000	5.4083	3.3750	0.6240	1.5000	0.000
4.553	4.553	0.0100	1.5153	0.017	4.5460	5.4636	3.4443	0.6304	1.5154	0.000
50.635	46.082	0.1114	1.6593	0.017	4.9780	5.9828	4.1301	0.6903	1.6594	0.000
99.959	49.324	0.2199	1.7935	0.017	5.3806	6.4667	4.8252	0.7462	1.7936	0.000
151.449	51.490	0.3332	1.9127	0.017	5.7382	6.8964	5.4878	0.7957	1.9128	0.000
206.251	54.802	0.4538	2.0185	0.017	6.0555	7.2778	6.1115	0.8397	2.0186	0.000
265.345	59.094	0.5838	2.1119	0.017	6.3356	7.6145	6.6900	0.8786	2.1120	0.000
329.653	64.308	0.7252	2.1937	0.017	6.5810	7.9094	7.2183	0.9126	2.1938	0.000
402.248	72.595	0.8849	2.2665	0.017	6.7996	8.1721	7.7057	0.9429	2.2666	0.000
484.536	82.288	1.0660	2.3301	0.017	6.9904	8.4014	8.1443	0.9694	2.3302	0.000
580.814	96.278	1.2778	2.3858	0.017	7.1573	8.6020	8.5377	0.9925	2.3859	0.000
695.430	114.616	1.5299	2.4333	0.017	7.2998	8.7732	8.8811	1.0323	2.4334	0.000
840.145	144.715	1.8483	2.4737	0.017	7.4212	8.9192	9.1791	1.0291	2.4738	0.000
1028.989	188.844	2.2638	2.5061	0.017	7.5184	9.0360	9.4212	1.0426	2.5062	0.000
1295.392	266.403	2.8499	2.5302	0.017	7.5905	9.1226	9.6026	1.0526	2.5303	0.000
1705.617	410.225	3.7524	2.5448	0.017	7.6343	9.1752	9.7137	1.0587	2.5449	0.000

Tableau 17 : calcul de la ligne d'eau avec la méthode de Bakhmeteff pour une forme triangulaire du canal de faible rugosité :

Méthode par intégration directe : Méthode de Bakhmeteff							
$b = 2*m*h$ [m] , $m = 1.5$; $n = 0.017$ [$m^{-1/3}$ S] ; $J_f = 0.0022$; $Q = 28$ [m^3 / S]							
$h_n = 2.5505$ [m] ; $h_c = 2.3458$ [m] ; $h_c/h_n = 0.9197$ [-]							
1	2	3	4	5	6	7	8
h [m]	β[-]	N [-]	B [m]	η[-]	Φ (η, N)	x'	x
1.5000	0.647059	5.33	4.500	0.588	0.594	791.375	0
1.5058	0.647059	5.33	4.517	0.590	0.596	795.928	4.553
1.5658	0.647059	5.33	4.697	0.614	0.622	842.011	50.635
1.6258	0.647059	5.33	4.877	0.637	0.646	891.334	99.959
1.6858	0.647059	5.33	5.057	0.661	0.672	942.824	151.449
1.7458	0.647059	5.33	5.237	0.684	0.699	997.626	206.251
1.8058	0.647059	5.33	5.417	0.708	0.727	1056.720	265.345
1.8658	0.647059	5.33	5.597	0.732	0.757	1121.028	329.653
1.9258	0.647059	5.33	5.777	0.755	0.786	1193.623	402.248
1.9858	0.647059	5.33	5.957	0.779	0.817	1275.912	484.536
2.0458	0.647059	5.33	6.137	0.802	0.849	1372.190	580.814
2.1058	0.647059	5.33	6.317	0.826	0.886	1486.805	695.430
2.1658	0.647059	5.33	6.497	0.849	0.923	1631.520	840.145
2.2258	0.647059	5.33	6.677	0.873	0.967	1820.365	1028.989
2.2858	0.647059	5.33	6.857	0.896	1.015	2086.767	1295.392
2.3458	0.647059	5.33	7.037	0.920	1.076	2496.992	1705.617

Tableau 18 : calcul de la ligne d'eau avec la méthode de Chow pour une forme triangulaire du canal de faible rugosité :

Méthode par intégration directe : Méthode de Chow										
b = 7 [m] ; m = 1.5 ; n = 0.017 [m ^{-1/3} S] ; J _f = 0.0022 ; Q = 28 [m ³ / S]										
h _n = 2.5505 [m] ; h _c = 2.3458 [m] ; h _c /h _n = 0.9197 [-]										
1	2	3	4	5	6	7	8	8	10	11
h [m]	B	M[-]	N [-]	J[-]	η[-]	ζ[-]	Φ (η, N)	Φ(ζ, J)	x'	x
1.5000	4.500	5.00	5.33	4.00	0.588	0.493	0.594	0.5	580.512	0
1.5058	4.517	5.00	5.33	4.00	0.590	0.496	0.596	0.502	584.697	4.185
1.5658	4.697	5.00	5.33	4.00	0.614	0.522	0.622	0.531	627.873	47.361
1.6258	4.877	5.00	5.33	4.00	0.637	0.549	0.646	0.56	676.030	95.518
1.6858	5.057	5.00	5.33	4.00	0.661	0.576	0.672	0.591	726.232	145.720
1.7458	5.237	5.00	5.33	4.00	0.684	0.603	0.699	0.621	778.656	198.144
1.8058	5.417	5.00	5.33	4.00	0.708	0.631	0.727	0.654	836.576	256.064
1.8658	5.597	5.00	5.33	4.00	0.732	0.659	0.757	0.688	899.028	318.516
1.9258	5.777	5.00	5.33	4.00	0.755	0.688	0.786	0.723	971.354	390.842
1.9858	5.957	5.00	5.33	4.00	0.779	0.716	0.817	0.763	1055.031	474.519
2.0458	6.137	5.00	5.33	4.00	0.802	0.745	0.849	0.802	1151.725	571.213
2.1058	6.317	5.00	5.33	4.00	0.826	0.775	0.886	0.848	1267.455	686.943
2.1658	6.497	5.00	5.33	4.00	0.849	0.804	0.923	0.894	1413.879	833.367
2.2258	6.677	5.00	5.33	4.00	0.873	0.834	0.967	0.95	1605.783	1025.271
2.2858	6.857	5.00	5.33	4.00	0.896	0.864	1.015	1.011	1876.524	1296.012
2.3458	7.037	5.00	5.33	4.00	0.920	0.895	1.076	1.089	2293.676	1713.164

Tableau 19 : calcul de la ligne d'eau avec la méthode des traçons pour une forme de section triangulaire du canal de faible rugosité :

Méthode par approximations successives : Méthode des tronçons										
b = 2*m*h [m] ; m = 1.5 ; n = 0.012 [m ^{-1/3} S] ; J _f = 0.0022 ; Q = 28 [m ³ / S]										
h _n = 2.2380 [m] ; h _c = 2.3458 [m] ; h _c /h _n = 1.0482 [-]										
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
X [m]	Δx [m]	Z [m]	h [m]	n	B [m]	P [m]	S [m ²]	Rh [m]	Hcal [m]	ΔH [m]
0.00	0.00	0.00	1.5000	0.012	4.5000	5.4083	3.3750	0.6240	1.5000	0.000
66.719	66.719	0.1468	1.5601	0.012	4.6802	5.6249	3.6507	0.6490	1.5602	0.000
165.795	99.076	0.3647	1.6453	0.012	4.9358	5.9321	4.0603	0.6845	1.6454	0.000
273.868	108.073	0.6025	1.7327	0.012	5.1982	6.2474	4.5035	0.7209	1.7329	0.000
393.829	119.961	0.8664	1.8224	0.012	5.4671	6.5707	4.9816	0.7582	1.8225	0.000
530.205	136.376	1.1665	1.9137	0.012	5.7412	6.9000	5.4935	0.7962	1.9139	0.000
686.442	156.236	1.5102	2.0031	0.012	6.0093	7.2222	60.186	0.8333	2.0032	0.000
872.180	185.738	1.9188	2.0868	0.012	6.2605	7.5241	6.5322	0.8682	2.0870	0.000
1099.724	227.544	2.4194	2.1573	0.012	6.4719	7.7782	6.9809	0.8975	2.1574	0.000
1388.624	288.899	3.0550	2.2062	0.012	6.6185	7.9544	7.3007	0.9178	2.2063	0.000
1777.042	388.418	3.9095	2.2309	0.012	6.6926	8.0436	7.4652	0.9281	2.2308	0.000
2338.836	561.794	5.1454	2.2378	0.012	6.7135	8.0686	7.5118	0.9310	2.2378	0.000
3243.543	904.707	7.1358	2.2380	0.012	6.7141	8.694	7.5132	0.9311	2.2379	0.000
4994.611	1751.068	10.9881	2.2380	0.012	6.7139	8.0692	7.5228	0.9311	2.2379	0.000
10026.583	5031.972	22.0585	2.2380	0.012	6.7140	8.0693	7.5130	0.9311	2.2382	0.000
263254.845	253228.262	579.1607	2.2380	0.012	6.7139	8.0691	7.5128	0.9311	2.2317	0.000

Tableau 20 : calcul de la ligne d'eau avec la méthode de Bakhmeteff pour une forme triangulaire du canal de faible rugosité :

Méthode par intégration directe : Méthode de Bakhmeteff							
$b = 2*m*h$ [m] , $m = 1.5$; $n = 0.012$ [$m^{-1/3}$ S] ; $J_f = 0.0022$; $Q = 28$ [m^3 / S]							
$h_n = 2.2380$ [m] ; $h_c = 2.3458$ [m] ; $h_c/h_n = 1.0482$ [-]							
1	2	3	4	5	6	7	8
h [m]	β[-]	N [-]	B [m]	η[-]	Φ (η, N)	x'	x
1.500	1.294118	5.33	4.500	0.670	0.685	1639.557	0
1.536	1.294118	5.33	4.608	0.686	0.704	1706.276	66.719
1.5860	1.294118	5.33	4.758	0.709	0.731	1805.352	165.795
1.6360	1.294118	5.33	4.908	0.731	0.758	1913.425	273.868
1.6860	1.294118	5.33	5.058	0.753	0.786	2033.386	393.829
1.7360	1.294118	5.33	5.208	0.776	0.818	2169.762	530.205
1.7860	1.294118	5.33	5.358	0.798	0.848	2325.999	686.442
1.8360	1.294118	5.33	5.508	0.820	0.882	2511.737	872.180
1.8860	1.294118	5.33	5.658	0.843	0.920	2739.281	1099.724
1.9360	1.294118	5.33	5.808	0.865	0.959	3028.181	1388.624
1.9860	1.294118	5.33	5.958	0.887	1.004	3416.599	1777.042
2.0360	1.294118	5.33	6.108	0.910	1.058	3978.393	2338.836
2.0860	1.294118	5.33	6.258	0.932	1.123	4883.100	3243.543
2.1360	1.294118	5.33	6.408	0.954	1.210	6634.168	4994.611
2.1860	1.294118	5.33	6.558	0.977	1.355	11666.140	10026.583
2.2360	1.294118	5.33	6.708	0.999	1.947	264894.402	263254.845

Tableau 21 : calcul de la ligne d'eau avec la méthode de Chow pour une forme triangulaire du canal de faible rugosité :

Méthode par intégration directe : Méthode de Chow										
$b = 7 \text{ [m]}$, $m = 1.5$; $n = 0.012 \text{ [m}^{-1/3} \text{ S]}$; $J_f = 0.0022$; $Q = 28 \text{ [m}^3 \text{ / S]}$										
$h_n = 2.2380 \text{ [m]}$; $h_c = 2.3458 \text{ [m]}$; $h_c/h_n = 1.0482 \text{ [-]}$										
1	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$h \text{ [m]}$	B	$M[-]$	$N [-]$	$J[-]$	$\eta[-]$	$\zeta[-]$	$\Phi (\eta, N)$	$\Phi(\zeta, J)$	x'	x
1.5000	4.500	5.00	5.33	4.00	0.670	0.587	0.684	0.602	1212.391	0
1.5360	4.608	5.00	5.33	4.00	0.686	0.606	0.702	0.624	1275.331	62.940
1.5860	4.758	5.00	5.33	4.00	0.709	0.632	0.729	0.654	1366.461	154.070
1.6360	4.908	5.00	5.33	4.00	0.731	0.659	0.755	0.687	1470.511	258.119
1.6860	5.058	5.00	5.33	4.00	0.753	0.686	0.783	0.721	1585.013	372.621
1.7360	5.208	5.00	5.33	4.00	0.776	0.713	0.823	0.756	1703.326	490.935
1.7860	5.358	5.00	5.33	4.00	0.798	0.740	0.842	0.794	1866.057	653.666
1.8360	5.508	5.00	5.33	4.00	0.820	0.768	0.877	0.835	2043.222	830.831
1.8860	5.658	5.00	5.33	4.00	0.843	0.796	0.913	0.880	2263.058	1050.667
1.9360	5.808	5.00	5.33	4.00	0.865	0.824	0.952	0.929	2543.506	1331.115
1.9860	5.958	5.00	5.33	4.00	0.887	0.853	1.004	0.987	2915.056	1702.664
2.0360	6.108	5.00	5.33	4.00	0.910	0.882	1.058	1.054	3460.212	2247.821
2.0860	6.258	5.00	5.33	4.00	0.932	0.911	1.123	1.136	4340.765	3128.374
2.1360	6.408	5.00	5.33	4.00	0.954	0.940	1.210	1.246	6047.044	4834.653
2.1860	6.558	5.00	5.33	4.00	0.977	0.969	1.355	1.423	10949.673	9737.281
2.2360	6.708	5.00	5.33	4.00	0.999	0.999	1.947	2.293	258583.835	257371.444

Tableau 22 : calcul de la ligne d'eau avec la méthode des traçons pour une forme de section parabolique du canal de faible rugosité :

Méthode par approximations successives : Méthode des tronçons										
B = 12.00 [m] ; n = 0.017 [m ^{-1/3} S] ; J _f = 0.0022 ; Q = 28 [m ³ / S]										
h _n = 1.3753 [m] ; h _c = 1.2326 [m] ; h _c /h _n = 0.896 [-]										
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
X [m]	Δx [m]	Z [m]	h [m]	n	B [m]	P [m]	S [m ²]	Rh [m]	Hcal [m]	ΔH [m]
0.00	0.00	0.00	1.5000	0.017	12.00	12.500	12.00	0.9600	1.5000	0.000
65.240	65.240	0.4973	1.4144	0.017	12.30	12.7337	11.5979	0.9108	1.4138	0.000
137.718	72.478	1.0974	1.3557	0.017	12.60	12.9890	11.3877	0.8767	1.3551	0.000
218.972	81.254	1.8380	1.3176	0.017	12.90	13.2589	11.3316	0.8546	1.3171	0.000
310.994	92.022	2.7718	1.2918	0.017	13.20	13.5371	11.3675	0.8397	1.2912	0.000
416.414	105.420	3.9962	1.2711	0.017	13.50	13.8192	11.4403	0.8279	1.2706	0.000
533.856	117.442	8.0097	1.2494	0.017	13.80	14.1016	11.4941	0.8151	1.2488	0.000
682.417	148.562	11.8656	1.2353	0.017	14.10	14.3886	11.6122	0.8070	1.2348	0.000
855.058	172.641	18.9963	1.2168	0.017	14.40	14.6742	11.6817	0.7961	1.2163	0.000
1066.391	211.333	36.7488	1.2028	0.017	14.70	14.9624	11.7872	0.7878	1.2022	0.000
1331.982	265.591	159.7908	1.1863	0.017	15.00	15.2502	11.8631	0.7779	1.1858	0.000
1677.334	345.352	867.9119	1.1735	0.017	15.30	15.5400	11.9699	0.7703	1.1731	0.000

Tableau 23 : calcul de la ligne d'eau avec la méthode de Bakhmeteff pour une forme parabolique du canal de faible rugosité :

Méthode par intégration directe : Méthode de Bakhmeteff							
B = 12.00 [m] , n = 0.017 [m ^{-1/3} S] ; J _f = 0.0022 ; Q = 28 [m ³ / S]							
h _n = 1.3753 [m] ; h _c = 1.2326 [m] ; h _c /h _n = 0.896 [-]							
1	2	3	4	5	6	7	8
h [m]	β[-]	N [-]	B [m]	η[-]	Φ (η, N)	x'	x
1.5000	0.70967742	4.00	12.00	1.091	0.413	-1324.377	0
1.4890	0.70967742	4.00	12.30	1.083	0.433	-1550.420	226.043
1.4780	0.70967742	4.00	12.60	1.075	0.456	-1823.184	498.807
1.4670	0.70967742	4.00	12.90	1.067	0.485	-2159.848	835.471
1.4560	0.70967742	4.00	13.20	1.059	0.51	-2584.298	1259.921
1.4450	0.70967742	4.00	13.50	1.051	0.544	-3140.818	1816.441
1.4230	0.70967742	4.00	13.80	1.035	0.634	-4965.160	3640.783
1.4120	0.70967742	4.00	14.10	1.027	0.697	-6717.832	5393.455
1.4010	0.70967742	4.00	14.40	1.019	0.78	-9959.061	8634.684
1.3900	0.70967742	4.00	14.70	1.011	0.916	-18028.386	16704.009
1.3790	0.70967742	4.00	15.00	1.003	1.408	-73956.569	72632.192
1.3760	0.70967742	4.00	15.30	1.001	1.508	-395829.807	394505.430

Tableau 24 : calcul de la ligne d'eau avec la méthode des traçons pour une forme de section parabolique du canal de faible rugosité :

Méthode par approximations successives : Méthode des tronçons										
B = 12.00 [m] ; n = 0.012 [m ^{-1/3} S] ; J _f = 0.0022 ; Q = 28 [m ³ / S]										
h _n = 1.1106 [m] ; h _c = 1.2326 [m] ; h _c /h _n = 1.110 [-]										
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
X [m]	Δx [m]	Z [m]	h [m]	n	B [m]	P [m]	S [m ²]	Rh [m]	Hcal [m]	ΔH [m]
0	0.00	0.00	1.5000	0.012	12.00	12.5000	12.000	0.9600	1.5000	0.000
65.240	65.240	0.1435	1.4265	0.012	12.30	12.7412	11.6971	0.9181	1.4259	0.000
137.718	72.478	0.3030	1.3642	0.012	12.60	12.9939	11.4592	0.8819	1.3636	0.000
218.972	81.254	0.4817	1.3105	0.012	12.90	13.2550	11.2700	0.8502	1.3099	0.000
310.994	92.022	0.6842	1.2634	0.012	13.20	13.5225	11.1181	0.8222	1.2629	0.000
416.414	105.420	0.9161	1.2217	0.012	13.50	13.7948	10.9955	0.7971	1.2212	0.000
533.856	117.442	1.1745	1.1845	0.012	13.80	14.0711	10.8971	0.7744	1.1839	0.000
682.417	148.562	1.5013	1.1506	0.012	14.10	14.3504	10.8160	0.7537	1.1501	0.000
855.058	172.641	1.8811	1.1199	0.012	14.40	14.6322	10.7506	0.7347	1.1193	0.000
1066.391	211.333	2.3461	1.0915	0.012	14.70	14.9161	10.6971	0.7172	1.0910	0.000
1331.982	265.591	2.9304	1.0653	0.012	15.00	15.2017	10.6528	0.7008	1.0648	0.000
1677.334	345.352	3.6901	1.0407	0.012	15.30	15.4888	10.6147	0.6853	1.0401	0.000
2061.275	383.941	4.5348	1.0291	0.012	15.60	15.7810	10.7027	0.6782	1.0291	0.000

Tableau 25 : calcul de la ligne d'eau avec la méthode de Bakhmeteff pour une forme parabolique du canal de faible rugosité :

Méthode par intégration directe : Méthode de Bakhmeteff							
B = 12.00 [m] , n = 0.017 [m-1/3 S] ; J _f = 0.0022 ; Q = 28 [m ³ / S]							
h _n = 5.285 [m] ; h _c = 3.106 [m] ; h _c /h _n = 1.0482 [-]							
1	2	3	4	5	6	7	8
h [m]	β[-]	N [-]	B [m]	η[-]	Φ (η, N)	x'	x
1.5000	1.37500000	4.00	12.00	1.351	0.157	44.307	0
1.4777	1.37500000	4.00	12.30	1.331	0.166	-20.933	65.240
1.4554	1.37500000	4.00	12.60	1.310	0.176	-93.411	137.718
1.4331	1.37500000	4.00	12.90	1.290	0.187	-174.665	218.972
1.4108	1.37500000	4.00	13.20	1.270	0.199	-266.687	310.994
1.3885	1.37500000	4.00	13.50	1.250	0.212	-372.107	416.414
1.3662	1.37500000	4.00	13.80	1.230	0.252	-489.549	533.856
1.3439	1.37500000	4.00	14.10	1.210	0.244	-638.110	682.417
1.3216	1.37500000	4.00	14.40	1.190	0.262	-810.751	855.058
1.2993	1.37500000	4.00	14.70	1.170	0.283	-1022.084	1066.391
1.2770	1.37500000	4.00	15.00	1.150	0.308	-1287.675	1331.982
1.2547	1.37500000	4.00	15.30	1.130	0.337	-1633.027	1677.334
1.2360	1.37500000	4.00	15.60	1.113	0.372	-2016.969	2061.275

Tableau 26 : calcul de la ligne d'eau avec la méthode des traçons pour une forme de section trapézoïdale du canal de faible rugosité :

Méthode par approximations successives : Méthode des tronçons										
B = 12 [m] , m = 1.5 ; n = 0.025 [m ^{-1/3} S] ; J _f = 0.001 ; Q = 14 [m ³ / S]										
h _n = 1.1351 [m] ; h _c = 0.5563 [m] ; h _c /h _n = 0.4901 [-]										
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
X [m]	Δx [m]	Z [m]	h [m]	n	B [m]	P [m]	S [m ²]	Rh [m]	Hcal [m]	ΔH [m]
0.000	0.000	0	5.2932	0.025	24.4796	27.6849	87.5485	3.1623	0	0.000
9.539	9.539	0.0095	1.5095	0.025	13.1284	14.0425	16.3993	1.1678	1.5093	0.000
19.578	10.039	0.0196	1.2285	0.025	12.5856	13.0295	12.8293	0.9846	1.2284	0.000
29.626	10.048	0.0296	1.0903	0.025	11.8710	12.5313	11.1602	0.8906	1.0903	0.000
39.683	10.057	0.0397	1.0042	0.025	11.6125	12.2206	10.1484	0.8304	1.0040	0.000
49.748	10.066	0.0497	0.9440	0.025	11.4320	12.0036	9.4550	0.7877	0.9441	0.000
59.823	10.075	0.0598	0.8991	0.025	11.2972	11.8417	8.9464	0.7553	0.8991	0.000
69.907	10.084	0.0699	0.8641	0.025	11.1921	11.7153	8.5506	0.7299	0.8643	0.000
80.00	10.093	0.0800	0.8359	0.025	11.1075	11.6137	8.2362	0.7092	0.8358	0.000

Tableau 27 : calcul de la ligne d'eau avec la méthode des traçons pour une forme de section rectangulaire du canal de faible rugosité :

Méthode par approximations successives : Méthode des tronçons										
B = 9 [m] ; n = 0.020 [m ^{-1/3} S] ; J _f = 0.0017 ; Q = 14 [m ³ / S]										
h _n = 0.909 [m] ; h _c = 0.6271 [m] ; h _c /h _n = 0.6899 [-]										
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
X [m]	Δx [m]	Z [m]	h [m]	n	B [m]	P [m]	S [m ²]	Rh [m]	Hcal [m]	ΔH [m]
80.00	-	0.0800	0.8359	0.020	11.1075	11.613 7	8.2362	0.7092	0.8358	0.000
91.457	11.457	0.0995	0.9458	0.020	1.8915	3.7831	1.7890	0.4729	0.9457	0.000
102.922	11.465	0.1990	1.0415	0.020	2.0831	4.1661	2.1696	0.5208	1.0414	0.000
114.395	11.473	0.1385	1.1245	0.020	2.2490	4.4981	2.5291	0.5623	1.1244	0.000
125.876	11.481	0.1580	1.1963	0.020	2.3925	4.7850	2.8621	0.5981	1.1961	0.000
137.365	11.489	0.1775	1.2584	0.020	2.5167	5.0335	3.1670	0.6292	1.2583	0.000
150	12.635	0.1990	1.3174	0.020	2.6348	5.2696	3.4711	0.6587	1.3173	0.000

Tableau 28 : calcul de la ligne d'eau avec la méthode des traçons pour une forme de section parabolique du canal de faible rugosité :

Méthode par approximations successives : Méthode des tronçons										
B = 7 [m] ; n = 0.017 [m ^{-1/3} S] ; J _f = 0.0017 ; Q = 14 [m ³ / S]										
h _n = 1.2444 [m] ; h _c = 1.1122 [m] ; h _c /h _n = 0.8938 [-]										
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
X [m]	Δx [m]	Z [m]	h [m]	n	B [m]	P [m]	S [m ²]	Rh [m]	Hcal [m]	ΔH [m]
150.00	-	0.1990	1.3174	0.017	2.6348	5.2696	3.4711	0.6587	1.3173	0.000
162.655	12.655	0.2205	1.3065	0.017	7.25	7.7878	6.3147	0.8016	1.3059	0.000
175.41	12.755	0.2422	1.2957	0.017	7.50	8.0969	6.4786	0.8001	1.2952	0.000
188.265	12.855	0.2641	1.2851	0.017	7.75	8.3182	6.6395	0.7982	1.2845	0.000
201.22	12.955	0.2861	1.2745	0.017	8.00	8.5414	6.7972	0.7958	1.2739	0.000
214.275	13.055	0.3083	1.2639	0.017	8.25	8.7664	6.9515	0.7930	1.2634	0.000
227.43	13.155	0.3306	1.2534	0.017	8.50	8.9928	7.1025	0.7889	1.2528	0.000
240.00	12.570	0.3520	1.2430	0.017	8.75	9.2209	7.2507	0.7863	1.2424	0.000

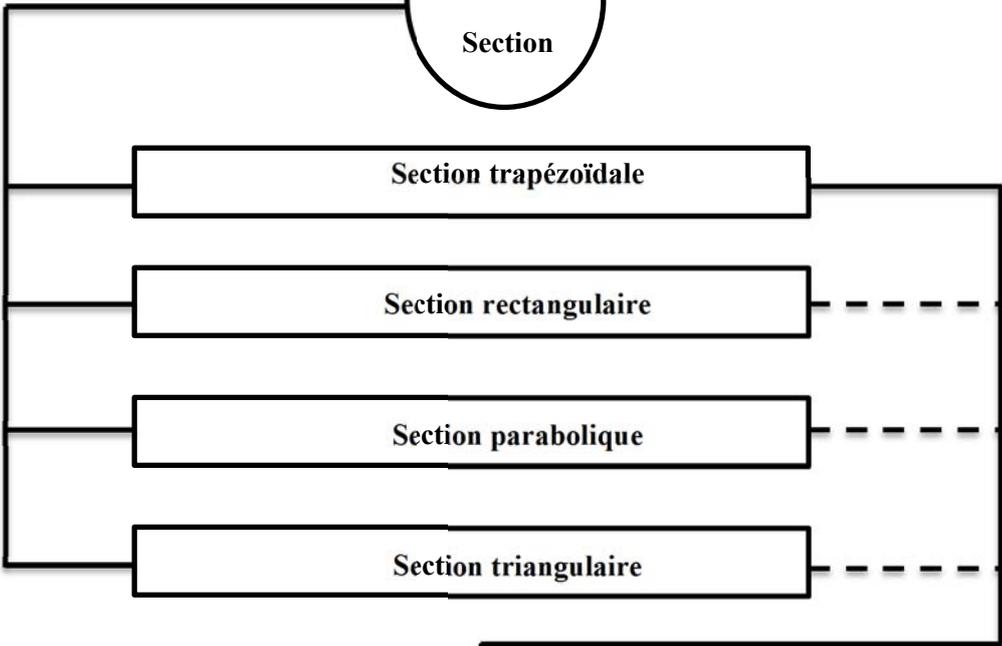
Tableau 29 : calcul de la ligne d'eau avec la méthode des traçons pour une forme de section triangulaire du canal de faible rugosité :

Méthode par approximations successives : Méthode des tronçons										
B = 4 [m] ; m = 1.5 , n = 0.012 [m ^{-1/3} S] ; J _f = 0.0030 ; Q = 14 [m ³ / S]										
h _n = 1.6282 [m] ; h _c = 1.6945 [m] ; h _c /h _n = 1.0407 [-]										
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
X [m]	Δx [m]	Z [m]	h [m]	n	B [m]	P [m]	S [m ²]	Rh [m]	Hcal [m]	ΔH [m]
240.00	-	0.3520	1.2430	0.012	8.75	9.2209	7.2507	0.7863	1.2424	0.000
253.548	13.548	0.3926	1.2548	0.012	3.7643	4.5241	2.6317	0.5220	1.2549	0.000
267.148	13.6	0.4334	1.2664	0.012	3.7992	4.5661	2.4057	0.5269	1.2665	0.000
280.8	13.652	0.4744	1.2779	0.012	3.8337	4.6076	2.4496	0.5316	1.2780	0.000
294.504	13.704	0.5155	1.2893	0.012	3.8678	4.6485	2.4933	0.5346	1.2894	0.000
308.26	13.756	0.5568	1.3005	0.012	3.9014	4.6889	2.5369	0.5410	1.3006	0.000
322.068	13.808	0.5982	1.3116	0.012	3.9346	4.7288	2.5802	0.5456	1.3116	0.000
335.928	13.86	0.6398	1.3225	0.012	3.9673	4.7681	2.6233	0.5502	1.3225	0.000
350.00	14.072	0.6820	1.3333	0.012	3.9999	4.8073	2.6665	0.5547	1.3334	0.000

Données générales

$n, m, j_f, Q_c, H_n, H_c, b_1, B, g, x(1), z(1), h(1), s(1), p(1), Rh(1), \xi$

Choix de
Section



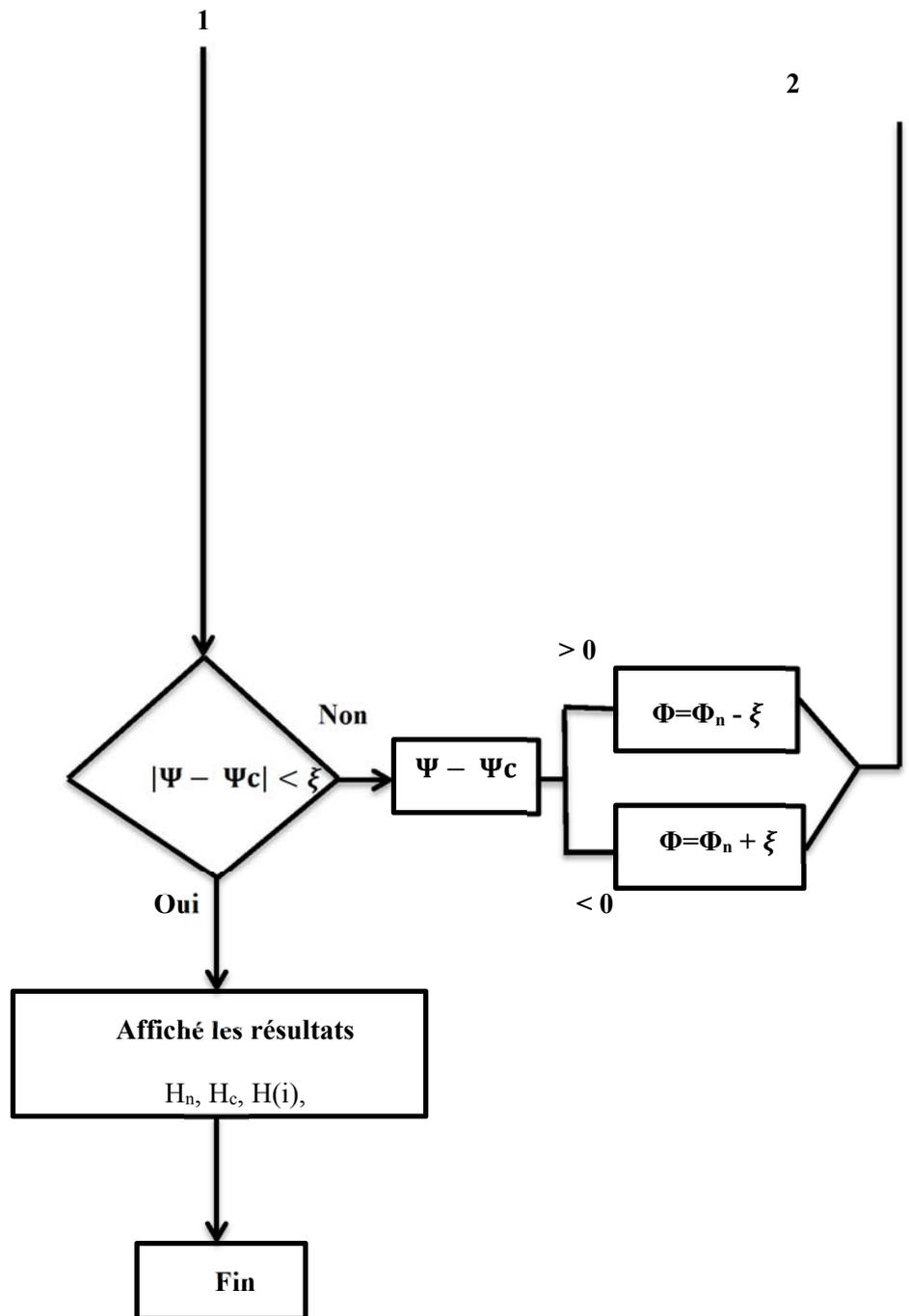
```

Hm(i)=(h(i)+h(i-1))/2;
B(i)=b+2*m*h(i);
Bm(i)=b+2*m*Hm(i);
S(i)=(B(i)-m*h(i))*h(i);
Sm(i)=(B(i)-m*Hm(i))*Hm(i);
SS1(i)=(B(i-1)-m*h(i-1))*h(i-1);
SS2(i)=(B(i)-m*h(i))*h(i);
P(i)= b+2*h(i)*realsqrt(1+m^2);
Pm(i)= b+2*Hm(i)*realsqrt(1+m^2);
Rh(i)=S(i)/P(i);
Rhm(i)=Sm(i)/Pm(i);
C(i)=(Rhm(i)^(1/6))/n;
F(i)=(j_f-Q^2/(C(i)^2*Sm(i)^2*Rhm(i)))*(x(i)-x(i-1));
FF(i)=Q^2*((SS2(i)-(SS1(i)))/Sm(i)^3*g);
FFF(i)=1-(Q^2*B(i)/(Sm(i)^3*g));
Hcl(i)=(-F(i)-FF(i))/(FFF(i))-h(i-1);

```

1

2



Pour calculer la hauteur normale, on pose :

$$\Psi = Q, \Psi_c = Q_c, \Phi = H, \Phi_n = H_n$$

Pour calculer la hauteur Critique, on pose :

$$\Psi = Q, \Psi_c = Q_g, \Phi = H, \Phi_n = H_n$$

Pour calculer la hauteur d'eau, on pose :

$$\Psi = H_{cl}, \Psi_c = h(i), \Phi = h(i), \Phi_n = h(i)$$