

TABLE DES MATIERES

| | |
|--|----|
| INTRODUCTION GENERALE | 1 |
| CHAPITRE 1 : APERÇU BIBLIOGRAPHIQUE SUR LE COMPOR- TEMENT DES FONDATIONS SUPERFICIELLES | |
| 1.1 Introduction | 3 |
| 1.2 Définitions | 3 |
| 1.3 Différents types de fondations..... | 3 |
| 1.4 Choix du type de fondation | 4 |
| 1.5 Fondation superficielle | 5 |
| 1.6 Mode de rupture d'une fondation superficielle | 7 |
| 1.7 Philosophies de conception des fondations superficielles..... | 11 |
| 1.7.1 Méthode des contraintes admissibles..... | 11 |
| 1.7.2 Méthode d'états limites..... | 12 |
| 1.8 Conclusion | 13 |
| CHAPITRE 2: METHODES DE CALCUL DE LA CAPACITE PORTANTE | |
| 2.1 Introduction | 14 |
| 2.2 Bases conceptuelles de calcul de la capacité portante..... | 14 |
| 2.2.1 Analyse d'équilibre limite | 14 |
| 2.2.2 Analyse limite | 16 |
| 2.2.3 Calcul en déformation..... | 17 |
| 2.2.4 Méthodes dérivées des essais en places | 18 |
| 2.3 Méthodes de calcul de la capacité portante | 19 |
| 2.3.1 Méthodes classiques | 19 |
| 2.3.1.1 Théorie de Rankine | 19 |
| 2.3.1.2 Théorie de Prandtl | 22 |
| 2.3.1.3 Théorie de Terzaghi | 24 |
| 2.3.2 Expressions des facteurs de portance N_c , N_q , et N_γ | 35 |
| 2.3.2.1 Facteurs de portance d'après Meyerhof | 35 |
| 2.3.2.2 Facteurs de portance d'après Hansen Brinch..... | 36 |
| 2.3.2.3 Facteurs de portance d'après Vésić..... | 40 |

| | | |
|---|--|----|
| 2.3.2.4 | Facteurs de portance d'après Lancellotta..... | 42 |
| 2.3.2.5 | Facteurs de portance d'après Kezdi et Réthali..... | 43 |
| 2.3.3 | Cas d'une semelle sur la pente d'un talus..... | 44 |
| 2.3.4 | Cas d'une semelle au bord d'un talus..... | 46 |
| 2.3.4.1 | Solution de Meyerhof..... | 46 |
| 2.3.4.2 | Solution de Hansen et Vésić..... | 48 |
| 2.3.4.3 | Solution par l'équilibre limite et l'analyse limite..... | 50 |
| 2.3.4.4 | Solution par la méthode des contraintes caractéristiques..... | 51 |
| 2.3.5 | Interférence de plusieurs semelles sur un sol granulaire..... | 54 |
| 2.3.6 | Sources d'approximation dans la méthode classique..... | 58 |
| 2.4 | Méthodes numériques..... | 60 |
| 2.4.1 | Modélisation des fondations superficielles..... | 60 |
| 2.4.1.2 | Modélisation du sol et de la fondation sans les structures..... | 62 |
| 2.4.1.2.1 | Cas d'une fondation à la géométrie complexe..... | 62 |
| 2.4.1.2.2 | Cas d'une fondation rigide..... | 62 |
| 2.4.1.2.3 | Cas d'une fondation souple..... | 62 |
| 2.4.1.3 | modélisation du sol, de la fondation et des structures..... | 63 |
| 2.4.1.4 | Influence de l'état initial des contraintes..... | 63 |
| 2.4.1.5 | conseils pour la réalisation des maillages de fondations superficielles..... | 63 |
| 2.4.1.6 | Comportement des sols et modélisation des fondations superficielles..... | 65 |
| 2.4.2 | Solutions numériques existantes..... | 65 |
| 2.4.2.1 | Griffiths (1982)..... | 65 |
| 2.4.2.2 | Borst et Vermeer (1984)..... | 66 |
| 2.4.2.3 | Manoharan et Dasgupta (1995)..... | 66 |
| 2.4.2.4 | Frydman et Burd (1997)..... | 66 |
| 2.4.2.5 | Hans.L.Erickson et Andrew Drescher (2001)..... | 67 |
| 2.4.2.6 | R. S. Merifield, S. W. Sloan et H. S. Yu (1998)..... | 68 |
| 2.4.2.7 | J.S. Shiau, A.V. Lyamin, et S.W. Sloan (2003)..... | 69 |
| 2.5 | Conclusion..... | 69 |
| CHAPITRE 3: UTILISATION DES ELEMENTS FINIS EN GEOTECHNIQUE | | |
| 3.1 | Introduction..... | 71 |
| 3.2 | Modèles de comportement pour les sols..... | 71 |
| 3.2.1 | Élasticité..... | 72 |
| 3.2.1.1 | Elasticité linéaire isotrope..... | 72 |
| 3.2.1.2 | Elasticité non linéaire : cas de l'hypoélasticité..... | 73 |
| 3.2.2 | Elastoplasticité..... | 73 |

| | | |
|-----------|---|----|
| 3.2.2.1 | Partition des déformations | 74 |
| 3.2.2.2 | Surface de charge | 74 |
| 3.2.2.3 | Notion d'écroutissement..... | 77 |
| 3.2.2.4 | Surface de rupture | 78 |
| 3.2.2.5 | Règle d'écoulement plastique | 78 |
| 3.2.3 | Hypoplasticité..... | 78 |
| 3.2.3.1 | Classification des modèles de comportement | 79 |
| 3.2.3.2 | Modèles visant à simuler le comportement des sols granulaires | 80 |
| 3.2.3.2.1 | Modèle élastique parfaitement plastique | 81 |
| 3.2.3.2.2 | Modèle élastoplastique à un mécanisme en cisaillement | 81 |
| 3.2.3.2.3 | Modèles élastoplastiques à deux mécanismes | 82 |
| 3.2.3.2.4 | Modèles élastoplastiques à un mécanisme, fermés sur l'axe des compressions isotropes | 82 |
| 3.2.3.2.5 | Modèles hypoplastiques | 83 |
| 3.2.4 | Expressions de quelques critères | 83 |
| 3.2.4.1 | Critère de Tresca (1868) | 83 |
| 3.2.4.2 | Critère Von Mises (1913) | 83 |
| 3.2.4.3 | Critère de Mohr-Coulomb (ou de Coulomb-Navier) | 84 |
| 3.2.4.4 | Critère de Drucker-Prager (1950) | 86 |
| 3.3 | Le code PLAXIS version 8..... | 86 |
| 3.3.1 | Aperçu historique..... | 86 |
| 3.3.2 | Présentation de Plaxis | 87 |
| 3.3.2.1 | Formulation mathématique incluse dans PLAXIS | 87 |
| 3.3.2.2 | Types d'éléments utilisés par PLAXIS | 89 |
| 3.3.2.3 | Modélisation du comportement d'un sol..... | 92 |
| 3.3.2.4 | Paramètres de base du modèle en relation avec le comportement réel du sol..... | 93 |
| 3.3.2.5 | Paramètres fondamentaux | 93 |
| 3.3.2.5.1 | Module de Young (E) | 93 |
| 3.3.2.5.2 | Coefficient de poisson (ν) | 95 |
| 3.3.2.5.3 | Cohésion (c) | 95 |
| 3.3.2.5.4 | Angle de frottement interne (ϕ) | 95 |
| 3.3.2.5.5 | Angle de dilatance (ψ) | 97 |
| 3.3.2.6 | Génération du maillage..... | 97 |
| 3.3.2.7 | Recommandations pour la génération d'un maillage | 97 |
| 3.3.2.8 | Les modèles utilisés dans Plaxis..... | 98 |
| 3.4 | Conclusion..... | 99 |

**CHAPITRE 4: ANALYSE NUMERIQUE DE LA CAPACITE PORTANTE SOUS
L'INFLUENCE MUTUELLE DE DEUX SEMELLES FILANTES
REPOSANT SUR LA SURFACE LIBRE D'UN TALUS**

| | |
|---|-----|
| 4.1 Introduction | 100 |
| 4.2 Définition du problème..... | 101 |
| 4.2.1 Etude paramétrique | 102 |
| 4.2.2 Maillage et conditions aux limites..... | 103 |
| 4.2.3 Génération des contraintes initiales..... | 104 |
| 4.2.4 Phases de calcul | 106 |
| 4.2.5 Calcul du facteur de portance $N\gamma$ | 107 |
| 4.3 Teste de validation..... | 107 |
| 4.3.1 Définition du facteur d'influence $\xi\gamma$ | 107 |
| 4.3.2 calcul de $N\gamma$ pour une semelle filante isolée à base rugueuse | 108 |
| 4.3.3 facteur d'influence ($\xi\gamma$) pour le cas de surface horizontale..... | 108 |
| 4.3.4 Résultats et comparaisons..... | 109 |
| 4.3.5 Comparaison du coefficient d'influence avec quelques résultats | 111 |
| 4.4 Analyse facteur de $N\gamma$ en présence d'un talus | 111 |
| 4.4.1 Effet de l'angle de frottement φ sur $N\gamma$ | 111 |
| 4.4.2 Effet de l'espacement d sur $N\gamma$ | 115 |
| 4.4.3 Effet de l'inclinaison du talus θ sur $N\gamma$ | 123 |
| CONCLUSION GENERALE | 125 |
| Références bibliographiques | 127 |
| ANNEXE | 129 |

LISTE DES FIGURES

CHAPITRE 1 : APERÇU BIBLIOGRAPHIQUE SUR LE COMPORTEMENT DES FONDATIONS SUPERFICIELLES

| | |
|--|----|
| 1.1 types de fondations | 4 |
| 1.2 rapport B/D définissant le type de fondation..... | 6 |
| 1.3 Fondations superficielles | 6 |
| 1.4 rupture par cisaillement général | 7 |
| 1.5 rupture par cisaillement local | 8 |
| 1.6 rupture par poinçonnement..... | 9 |
| 1.7 nature de la rupture en fonction de la densité relative D_r et D_f/R | 11 |

CHAPITRE 2: METHODES DE CALCUL DE LA CAPACITE PORTANTE

| | |
|---|----|
| 2.1 particularités des calculs de stabilité dans l'approche cinématique de l'analyse limite ... | 17 |
| 2.2 Equilibre de Rankine | 20 |
| 2.3 Mécanisme de rupture d'une fondation de base lisse (Prandtl (1920))..... | 22 |
| 2.4 Mécanisme de rupture d'une fondation de base lisse (Prandtl (1920))..... | 23 |
| 2.5 modèle utilisé par Terzaghi pour la détermination des facteurs N_i | 25 |
| 2.6 courbe chargement tassement d'une semelle sur un sable dense C_1 et un sable lâche C_2 . | 25 |
| 2.7 facteurs de capacité portante d'après Terzaghi..... | 26 |
| 2.8 surface de rupture du sol sous une charge ultime d'une semelle filante rigide d'après Terzaghi | 26 |
| 2.9 force passive sur la face bc | 28 |
| 2.10 détermination de P_{pq} ($\varphi \neq 0, \gamma = 0, q \neq 0, c = 0$) | 29 |
| 2.11 détermination de P_{pc} ($\varphi \neq 0, \gamma = 0, q = 0, c \neq 0$)..... | 30 |
| 2.12 détermination de $P_{p\gamma}$ ($\varphi \neq 0, \gamma \neq 0, q = 0, c = 0$)..... | 31 |
| 2.13 mécanisme de rupture modifié pour une fondation superficielle sous une charge ultime | 34 |
| 2.14 Facteurs de capacité portante de Hansen..... | 37 |
| 2.15 nature de la zone plastique sous une semelle filante à base rugueuse implantée sur la face d'un talus..... | 44 |
| 2.16 variation des facteurs de portance N_{cq} de Meyerhof pour un sol purement cohérent (fondation sur la pente d'un talus)..... | 45 |
| 2.17 variation des facteurs de portance $N_{\gamma q}$ de Meyerhof pour un sol frottant (fondation sur la pente d'un talus | 46 |

| | | |
|------|---|----|
| 2.18 | semelle filante au bord d'un talus..... | 47 |
| 2.19 | facteurs de portance N_{cq} de Meyerhof pour un sol purement cohérent (fondation au bord d'un talus) | 47 |
| 2.20 | facteurs de portance N_{cq} de Meyerhof pour un sol frottant (fondation au bord d'un talus) | 48 |
| 2.21 | exemple de courbe typique chargement-tassement d'une semelle filante sur un talus | 49 |
| 2.22 | schémas de rupture pour une semelle filante (a) Ancrée à $D_f/B > 0$; (b) $b/B > 0$ | 51 |
| 2.23 | valeurs théoriques de Graham et al. de $N_{\gamma q}$ ($D_f/B = 0$) | 52 |
| 2.24 | valeurs théoriques de Graham et al. de $N_{\gamma q}$ ($D_f/B = 0.5$) | 52 |
| 2.25 | valeurs théoriques de Graham et al. de $N_{\gamma q}$ ($D_f/B = 1$) | 53 |
| 2.26 | semelle aux bords d'un talus | 53 |
| 2.27 | schéma de rupture de deux semelles filantes à bases rugueuses posées sur un sable (Nota : $\alpha_1 = \varphi$, $\alpha_2 = 45 - \varphi/2$, $\alpha_3 = 180 - \varphi$)..... | 55 |
| 2.28 | facteurs d'interférence ζ_q de Stuart | 56 |
| 2.29 | facteurs d'interférence ζ_γ de Stuart | 57 |
| 2.30 | comparaison entre valeurs théoriques et expérimentales de ζ_q | 57 |
| 2.31 | comparaison entre valeurs théoriques et expérimentales de ζ_γ | 58 |
| 2.32 | dimensions conseillées pour le maillage d'une fondation superficielle | 65 |

CHAPITRE 3: UTILISATION DES ELEMENTS FINIS EN GEOTECHNIQUE

| | | |
|------|--|----|
| 3.1 | Surface de charge. Cas de charge (a) et de décharge (b)..... | 75 |
| 3.2 | Surfaces de charge dans le plan (p,q), d'après le modèle de Chaffois et Monnet (1985). 76 | 76 |
| 3.3 | Ecrouissage isotrope (a) et cinématique (b) | 77 |
| 3.4 | Trace de la surface de rupture d'après Lade (1977) | 81 |
| 3.5 | cercle de Mohr | 84 |
| 3.6 | intersection du critère de Coulomb par un plan déviatoire..... | 85 |
| 3.7 | surface de charge de Mohr- Coulomb dans l'espace des contraintes principales | 85 |
| 3.8 | cercle de Mohr à la rupture..... | 85 |
| 3.9 | exemples de problèmes en déformations plane et axisymétrique..... | 90 |
| 3.10 | position des nœuds et points de contraintes dans les éléments de sol | 91 |
| 3.11 | distribution des nœuds et des points de contrainte dans les éléments d'interface et connexion avec les éléments de sol..... | 92 |
| 3.12 | résultats d'essais triaxiaux standards (a) et modèle élasto-plastique (b) | 93 |
| 3.13 | définition de E_0 et E_{50} | 94 |

| | |
|--|----|
| 3.14 cercles de contrainte à la rupture : l'un d'entre eux touche l'enveloppe de Coulomb | 96 |
| 3.15 surface de rupture dans l'espace des contraintes principales ($c=0$)..... | 96 |

CHAPITRE 4: ANALYSE NUMERIQUE DE LA CAPACITE PORTANTE SOUS L'INFLUENCE MUTUELLE DE DEUX SEMELLES FILANTE REPOSANT SUR LA SURFACE LIBRE D'UN TALUS

| | |
|---|-----|
| 4.1 représentation du modèle étudié | 101 |
| 4.2 conditions aux limites (a) et définition du problème (b) | 102 |
| 4.3 élément poutre utilisé | 103 |
| 4.4 maillage du modèle..... | 104 |
| 4.5 exemple de surfaces non horizontales et stratifications non horizontales..... | 104 |
| 4.6 application du chargement gravitaire | 105 |
| 4.7 génération des contraintes initiales avant l'application de la charge..... | 105 |
| 4.8 déformation du massif du sol après génération des contraintes initiales..... | 106 |
| 4.9 application du chargement proprement dit | 106 |
| 4.10 semelles juxtaposées sur une surface horizontale..... | 109 |
| 4.11 conditions aux limites utilisant un modèle symétrique | 109 |
| 4.12 variation du coefficient ξ_γ en fonction de d/B pour $\varphi=40^\circ$ | 110 |
| 4.13 variation du coefficient N_γ en fonction de d/B pour $\varphi=40^\circ$ | 110 |
| 4.14 comparaison du coefficient ξ_γ avec d'autres résultats expérimentaux ($\varphi=40^\circ$) | 111 |
| 4.15 variation de N_γ en fonction de φ , $d=0,0B$ ($\theta=15^\circ$) | 112 |
| 4.16 variation de N_γ en fonction de φ , $d=0,125B$ ($\theta=15^\circ$) | 112 |
| 4.17 variation de N_γ en fonction de φ , $d=0,25B$ ($\theta=15^\circ$) | 112 |
| 4.18 variation de N_γ en fonction de φ , $d=0,375B$ ($\theta=15^\circ$) | 112 |
| 4.19 variation de N_γ en fonction de φ , $d=0,5B$ ($\theta=15^\circ$) | 112 |
| 4.20 variation de N_γ en fonction de φ , $d=B$ ($\theta=15^\circ$) | 112 |
| 4.21 variation de N_γ en fonction de φ , $d=1,5B$ ($\theta=15^\circ$) | 113 |
| 4.22 variation de N_γ en fonction de φ , $d=2B$ ($\theta=15^\circ$) | 113 |
| 4.23 variation de N_γ en fonction de φ , $d=2,5B$ ($\theta=15^\circ$) | 113 |
| 4.24 variation de N_γ en fonction de φ , $d=3B$ ($\theta=15^\circ$) | 113 |
| 4.25 variation de N_γ en fonction de φ , $d=0,0B$ ($\theta=30^\circ$) | 113 |
| 4.26 variation de N_γ en fonction de φ , $d=0,125B$ ($\theta=30^\circ$) | 113 |
| 4.27 variation de N_γ en fonction de φ , $d=0,25B$ ($\theta=30^\circ$) | 114 |
| 4.28 variation de N_γ en fonction de φ , $d=0,375B$ ($\theta=30^\circ$) | 114 |
| 4.29 variation de N_γ en fonction de φ , $d=0,5B$ ($\theta=30^\circ$) | 114 |

| | | |
|------|---|-----|
| 4.30 | variation de N_γ en fonction de φ , $d=B$ ($\theta=30^\circ$) | 114 |
| 4.31 | variation de N_γ en fonction de φ , $d=1,5B$ ($\theta=30^\circ$) | 114 |
| 4.32 | variation de N_γ en fonction de φ , $d=2B$ ($\theta=30^\circ$) | 114 |
| 4.33 | variation de N_γ en fonction de φ , $d=2,5B$ ($\theta=30^\circ$) | 115 |
| 4.34 | variation de N_γ en fonction de φ , $d=3B$ ($\theta=30^\circ$) | 115 |
| 4.35 | variation de N_γ en fonction de d ($\theta=15^\circ$, $\varphi=30^\circ$) | 115 |
| 4.36 | variation de N_γ en fonction de d ($\theta=15^\circ$, $\varphi=35^\circ$) | 115 |
| 4.37 | variation de N_γ en fonction de d ($\theta=15^\circ$, $\varphi=40^\circ$) | 116 |
| 4.38 | variation de N_γ en fonction de d ($\theta=15^\circ$, $\varphi=45^\circ$) | 116 |
| 4.39 | variation de N_γ en fonction de d ($\theta=30^\circ$, $\varphi=30^\circ$) | 116 |
| 4.40 | variation de N_γ en fonction de d ($\theta=30^\circ$, $\varphi=35^\circ$) | 116 |
| 4.41 | variation de N_γ en fonction de d ($\theta=30^\circ$, $\varphi=40^\circ$) | 116 |
| 4.42 | variation de N_γ en fonction de d ($\theta=30^\circ$, $\varphi=45^\circ$) | 116 |
| 4.43 | zones plastique au moment de la rupture ($\varphi=35^\circ$ et $d=0.125B$) | 117 |
| 4.44 | zones plastique au moment de la rupture ($\varphi=35^\circ$ et $d=0.125B$) | 117 |
| 4.45 | incréments des déformations du sol à la rupture | 118 |
| 4.46 | lignes de glissement à la rupture ($\theta=15^\circ$, $\varphi=40^\circ$ et $d=0.125B$) | 119 |
| 4.47 | zones plastiques à la rupture ($\theta=15^\circ$, $\varphi=40^\circ$ et $d=0.125B$) | 119 |
| 4.48 | incréments de déformation du sol à la rupture ($\theta=15^\circ$, $\varphi=40^\circ$ et $d=0.125B$) | 119 |
| 4.49 | lignes de glissement des semelles ($\theta=30^\circ$, $\varphi=40^\circ$ et $d=0.125B$) | 120 |
| 4.50 | zones plastiques à la rupture ($\theta=15^\circ$, $\varphi=40^\circ$ et $d=0.125B$) | 120 |
| 4.51 | incréments de déformation du sol à la rupture ($\theta=15^\circ$, $\varphi=40^\circ$ et $d=0.125B$) | 120 |
| 4.52 | zones plastiques à la rupture ($\theta=30^\circ$, $\varphi=40^\circ$, $d=0.125B$, et $\alpha=0,6$) | 121 |
| 4.53 | lignes de glissement ($\theta=30^\circ$, $\varphi=40^\circ$, $d=0.125B$, et $\alpha=0,6$) | 121 |
| 4.54 | lignes de rupture ($d=0B$, $\varphi=40^\circ$, $\theta=30^\circ$, $\alpha=1$) | 122 |
| 4.55 | lignes de rupture ($d=0,125B$, $\varphi=40^\circ$, $\theta=30^\circ$, $\alpha=1$) | 122 |
| 4.56 | lignes de rupture ($d=0,5$, $\varphi=40^\circ$, $\theta=30^\circ$, $\alpha=1$) | 122 |
| 4.57 | lignes de rupture ($d=4B$, $\varphi=40^\circ$, $\theta=30^\circ$, $\alpha=1$) | 122 |
| 4.58 | lignes de rupture ($d=0B$, $\varphi=40^\circ$, $\theta=15^\circ$, $\alpha=1$) | 122 |
| 4.59 | lignes de rupture ($d=0,125B$, $\varphi=40^\circ$, $\theta=15^\circ$, $\alpha=1$) | 122 |
| 4.60 | lignes de rupture ($d=0,5B$, $\varphi=40^\circ$, $\theta=15^\circ$, $\alpha=1$) | 122 |
| 4.61 | lignes de rupture ($d=4B$, $\varphi=40^\circ$, $\theta=15^\circ$, $\alpha=1$) | 122 |
| 4.62 | variation de N_γ en fonction de d ($\alpha=1$, $\varphi=40^\circ$) | 123 |
| 4.63 | variation de N_γ en fonction de θ ($\alpha=1$, $\varphi=40^\circ$) | 123 |

LISTE DES TABLEAUX

CHAPITRE 1 : APERÇU BIBLIOGRAPHIQUE SUR LE COMPORTEMENT DES FONDATIONS SUPERFICIELLES

| | |
|---|----|
| 1.1 Valeurs estimées de la capacité portante ou pression admissible d'une fondation (d'après le BS 8004)..... | 12 |
|---|----|

CHAPITRE 2: METHODES DE CALCUL DE LA CAPACITE PORTANTE

| | |
|--|----|
| 2.1 facteurs de la capacité portante donnés par Terzaghi | 33 |
| 2.2 facteurs de la capacité portante modifiés donnés par Terzaghi | 34 |
| 2.3 Facteurs de capacité portante de Hansen..... | 38 |
| 2.4 facteurs de capacité portante d'après Saran, Seed et Handa..... | 50 |
| 2.5 comparaison des capacités portantes calculées d'une semelle filante en tête de talus (Bakir et al., 1994)..... | 54 |
| 2.6 Facteurs de capacité portante N_γ pour une fondation circulaire..... | 67 |
| 2.7 facteurs de capacité portante N_c' pour une fondation circulaire | 68 |

CHAPITRE 4: ANALYSE NUMERIQUE DE LA CAPACITE PORTANTE SOUS L'INFLUENCE MUTUELLE DE DEUX SEMELLES FILANTE REPOSANT SUR LA SURFACE LIBRE D'UN TALUS

| | |
|--|-----|
| 4.1 comparaison de N_γ pour une semelle isolée..... | 108 |
|--|-----|

INTRODUCTION GENERALE

Les fondations superficielles sont considérées comme des ouvrages simples et d'exécution facile. Néanmoins, de très grands travaux leurs ont été consacrés depuis près d'un siècle afin d'établir, valider et améliorer leurs méthodes de calcul, car les paramètres à prendre en compte sont variés et ces calculs mettent en jeu nombre de facettes du comportement mécanique des sols et des roches.

Un élément qui demeure susciter l'intérêt du géotechnicien réside dans la détermination de la force portante d'une fondation. Les méthodes de calcul correspondantes ont été développées progressivement depuis le vingtième siècle. Elles doivent beaucoup à quelques précurseurs (Terzagui, Meyerhof, Brinch Hansen, Caquot, de Beer...) qui ont établis un ensemble de règles validées par l'expérience et couvrant la plupart des situations courantes.

A partir des années 1950, l'évolution de la théorie de la plasticité a offert des outils d'analyse qui proposent un nouveau regard sur les méthodes de calcul classiques (Salençon, 1974 ; Chen, 1975), mais dont l'utilisation n'a pas modifié la pratique des études de fondations. L'analyse limite et sa généralisation, le calcul à la rupture, définissent les règles d'encadrement des charges limites par une approche dite statique ou par l'intérieur et une approche dite cinématique ou par l'extérieur. Sous certaines conditions, ces deux approches convergent vers une solution unique, qui est à la fois statiquement et cinématiquement admissible, c'est-à-dire vérifie toutes les conditions aux limites imposées vérifie toutes les deux les conditions aux limites imposées et respecte les critères de stabilité des matériaux.

Si les nouvelles méthodes de l'analyse limite, notamment l'approche cinématique, ne présentent pas d'avantages pour la résolution des problèmes courants, on peut en atteindre des possibilités accrues pour le traitement des problèmes complexes de la géotechnique moderne (problèmes tridimensionnels d'interaction entre structure et terrain) qui sortent du champ des méthodes classiques d'analyse. Toute fois, leur usage est conditionné par une validation sur tous les cas classiques de calcul de capacité portante.

Dans la majorité des cas, pour calculer la capacité portante d'une fondation, on est souvent ramené à isoler la semelle et procéder au calcul de sa portance en la considérant comme étant isolée. Cette façon de faire présente l'inconvénient que la fondation se trouve rarement isolée,

mais peut entrer en interférence avec les semelles des constructions avoisinantes dont on aura comme effet le changement dans le comportement et la capacité portantes de ces semelles.

Plusieurs chercheurs ont donc axé leurs recherches dans l'étude de l'effet d'interférence que pourra engendrer des semelles voisines. A ce titre, plusieurs études expérimentales et théoriques ont été conduites ces dernières années. Des tests en laboratoires sur modèles réduits de fondations ont été menés dont les résultats ont été comparés avec les résultats théoriques. En général, les résultats s'accordent mais le travail réalisé demanderait des recherches supplémentaires sur l'effet de la forme des fondations sur la capacité portante.

Toutes les recherches réalisées jusqu'à présent considèrent que la surface du sol est horizontale, on se propose dans ce travail, de se pencher sur l'effet d'interférence dans le cas où les semelles sont implantées à proximité d'un talus. A cet effet, on est intéressé à réaliser une étude numérique utilisant le code PLAXIS qui prend en charge quelques paramètres pouvant influencer la capacité portante en tenant compte, bien sûr, de l'effet d'interférence engendré.

Le présent mémoire est organisé en une introduction générale, quatre chapitres, et enfin une conclusion générale.

Le premier et le deuxième chapitre sont consacrés respectivement à une synthèse bibliographique en énumérant la définition des fondations et la présentation des différentes méthodes de leurs calculs.

Le troisième chapitre traitera une description générale des modèles de comportement des sols ainsi que de l'outil de calcul (code Plaxis) utilisés dans cette étude.

Enfin le quatrième chapitre, représentant le vif de ce mémoire, expose les résultats de l'analyse numérique, effectuée au titre de cette étude, du facteur de portance N_γ sous l'influence de deux semelles juxtaposées à la surface libre d'un talus.

Le mémoire est conclu de quelques conclusions.

CHAPITRE 1

APERÇU BIBLIOGRAPHIQUE SUR LE COMPORTEMENT DES FONDATIONS SUPERFICIELLES

1.1 Introduction :

A travers l'histoire, les constructeurs ont toujours exprimé leurs soucis de la nécessité de réaliser des fondations suffisamment stables afin d'assurer une sécurité suffisante à leurs constructions. A l'ère des grecques et romains, les projeteurs, ont tiré d'importantes leçons quant aux besoins d'utiliser des fondations adéquates pour lesquelles beaucoup de leurs structures ont résisté pendant des siècles. Les romains ont utilisé, à titre d'exemple, des blocks de pierres pour la réalisation des structures en arc s'élevant à plusieurs mètres de hauteur sans pour autant qu'ils aient de tassements notables.

Dès lors, beaucoup d'investigations ont été effectuées en vue d'améliorer le mode de réalisation des semelles et les méthodes de leurs calculs.

1.2 Définitions :

Le terme « fondations » désigne les parties d'une construction en contact avec le sol auquel elles transmettent, dans les conditions les plus favorables, leurs charges sans causer une rupture par cisaillement du sol ou un tassement excessif; ce sont donc des éléments de liaison dont la conception est fonction aussi bien des caractéristiques du terrain que celle de la construction.

Lorsque le terrain résistant se trouve à une faible profondeur et possède une capacité portante adéquate pour supporter les charges provenant de la superstructure, il est possible d'utiliser ce qui est appelé « fondation superficielle » telle que semelle isolée ou radier. Dans le cas où le sol se trouvant à proximité de la surface est incapable de reprendre les charges structurelles, on utilise alors des fondations profondes telles que les pieux.

1.3 Différents types de fondations

Selon la capacité du sol ou de la roche à supporter les structures telles que bâtiments, usines, barrages et ponts, on distingue deux (02) types de fondations suivant le mode de transmission des charges des constructions aux couches de sol sous-jacentes :

- Fondations superficielles
- Fondations profondes.

Les fondations superficielles sont, par définition, des fondations qui reposent sur le sol ou qui n'y sont que faiblement encastrées. Les charges qu'elles transmettent ne sollicitent que les

couches superficielles et peu profondes. Les fondations profondes (pieux et barrettes) reportent, quant à elles, les charges tant dans les couches profondes que dans les couches superficielles qu'elles traversent.

Entre les deux extrêmes, fondations superficielles et fondations profondes, on trouve un autre type de fondations appelé fondations semi-profondes telles que les puits et les pieux courts.

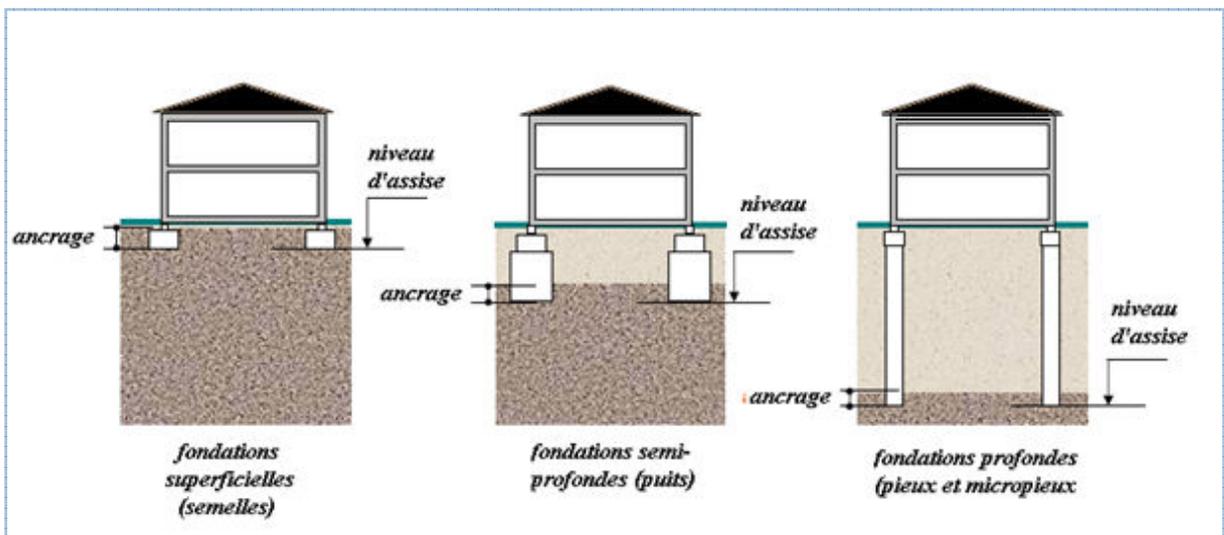


Figure 1.1: types de fondations

1.4 Choix du type de fondation

Le choix du type de fondation la plus appropriée est gouverné par certains facteurs importants tels que :

- La nature de la structure
- Les charges appliquées par la structure
- Les caractéristiques du sol sous la fondation
- Les coûts des fondations

Cependant, afin de décider sur le type de fondation à utiliser, on doit d'abord explorer les couches de sol concernées, évaluer minutieusement les caractéristiques du sol sous la construction, puis évaluer par la suite la charge admissible que peut supporter le terrain. C'est à ce moment là qu'on peut se prononcer sur le type de fondation, superficielle ou profonde, à utiliser.

1.5 Fondation superficielle

Les fondations superficielles sont, par définition, des fondations qui reposent sur le sol ou qui n'y sont que faiblement encastrées. Les charges qu'elles transmettent ne sollicitent que les couches superficielles et peu profondes. Les fondations superficielles sont bien adaptées pour des sols de surface ayant une résistance assez suffisante, et peuvent se présenter sous forme de semelles isolées, filantes ou radier (**figure 1.3**) et constituent la partie basse de l'ouvrage qui transmet directement l'ensemble des charges de la superstructure au sol. Réalisées autrefois en maçonnerie, les fondations sont aujourd'hui toutes construites en béton armé et enterrées pour réduire les effets du gel, du soulèvement de certains sols ou d'autres dommages provenant de la surface.

Les semelles isolées et les radiers sont de formes et de dimensions quelconques. Les éléments géométriques qui définissent une fondation superficielle sont :

- B, largeur de la fondation
- L, longueur de la fondation
- D, encastrement représentant la profondeur de sa base.

Une fondation est dite (**figure 1.1**) :

- superficielle si le rapport $D/B < 1.5$
- profonde si $D/B > 5$
- semi profonde (puits ou tranchée) pour un rapport compris entre 1.5 et 5.

Parmi les fondations superficielles, on distingue les semelles des radiers.

Les semelles sont de dimensions limitées et peuvent prendre l'aspect de dalles carrées, rectangulaires ou circulaires, situées sous des poteaux, ce sont les semelles isolées. Elles peuvent aussi avoir de grande longueur L si elles supportent un mur ou une paroi, toute en gardant une largeur B limitée. Dans la pratique, on peut considérer qu'une semelle rectangulaire est une semelle filante dès que le rapport L/B atteint ou dépasse la valeur 10 ; on peut même s'autoriser en première approximation à traiter comme une semelle filante, une semelle rectangulaire dont le rapport de la longueur à la largeur dépasse 5.

Cependant les radiers ont une largeur notable aussi bien en largeur qu'en longueur, et se présentent sous forme de dalles carrées ou rectangulaires de grandes surfaces. Leur utilisation s'impose:

- si l'on a une faible résistance du sol,

- si les ouvrages transmettent des charges importantes conduisant à des semelles dont la surface est voisine de la moitié de celles de la construction.

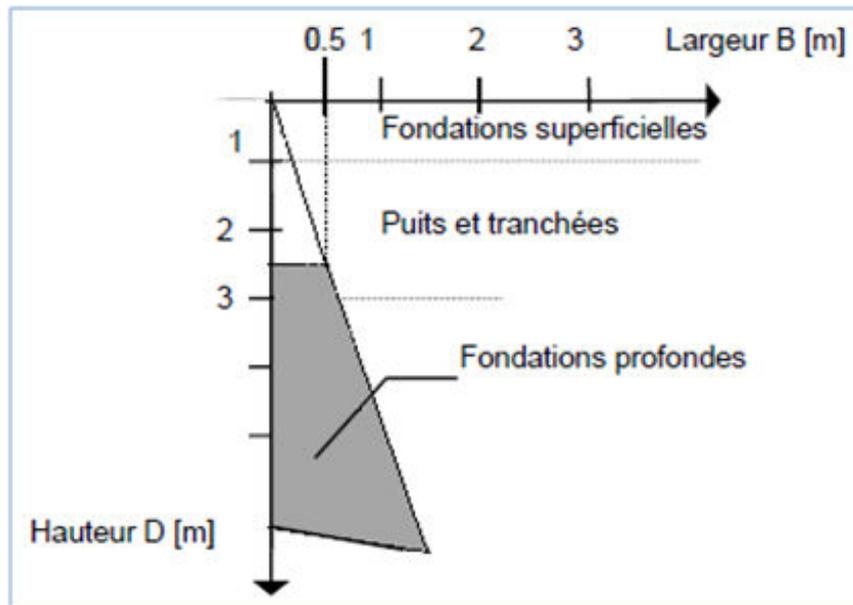


Figure 1.2: rapport B/D définissant le type de fondation

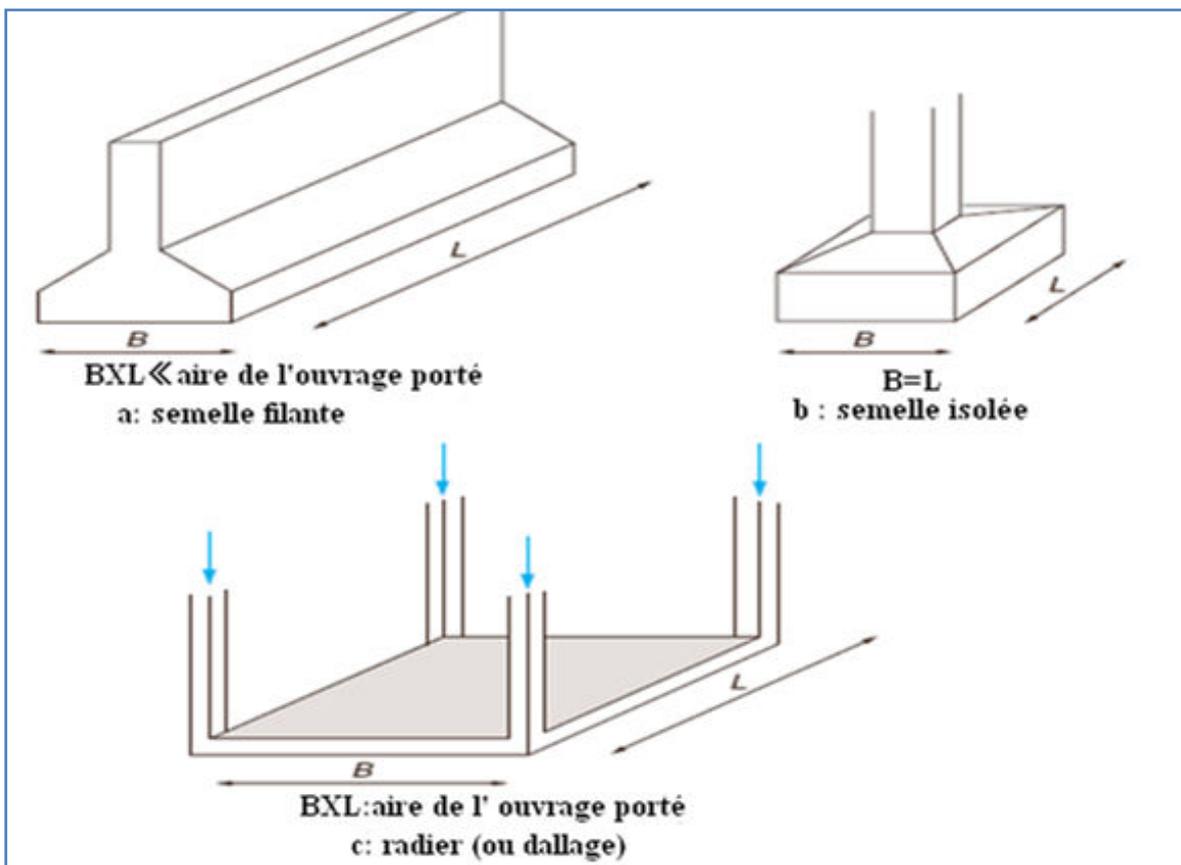


Figure 1.3: Fondations superficielles

1.6 Mode de rupture d'une fondation superficielle

Soit une fondation superficielle de largeur B dont la base se trouvant à une profondeur D_f au dessous de la surface du sol. Si on applique une charge $q = Q/A$, avec A l'aire de la semelle, d'une façon progressive sur cette semelle, on observe un tassement qui croît avec l'intensité de la charge. Au début du chargement, la déformation du sol sous la semelle augmente approximativement en fonction de la charge, il s'agit donc d'un équilibre pseudo élastique, puis la déformation prend des valeurs nettement plus grandes.

Si le sol sous la base de la fondation est formé d'un sol ferme, tel qu'un sable dense ou une argile raide, en appliquant la charge, il y a formation d'un coin sous la base de la fondation qui refoule le sol latéralement selon des surfaces de glissement qui débouchent à la surface du sol. L'enfoncement de la fondation provoque généralement un soulèvement du sol d'autant plus net que la structure est moins déformable.

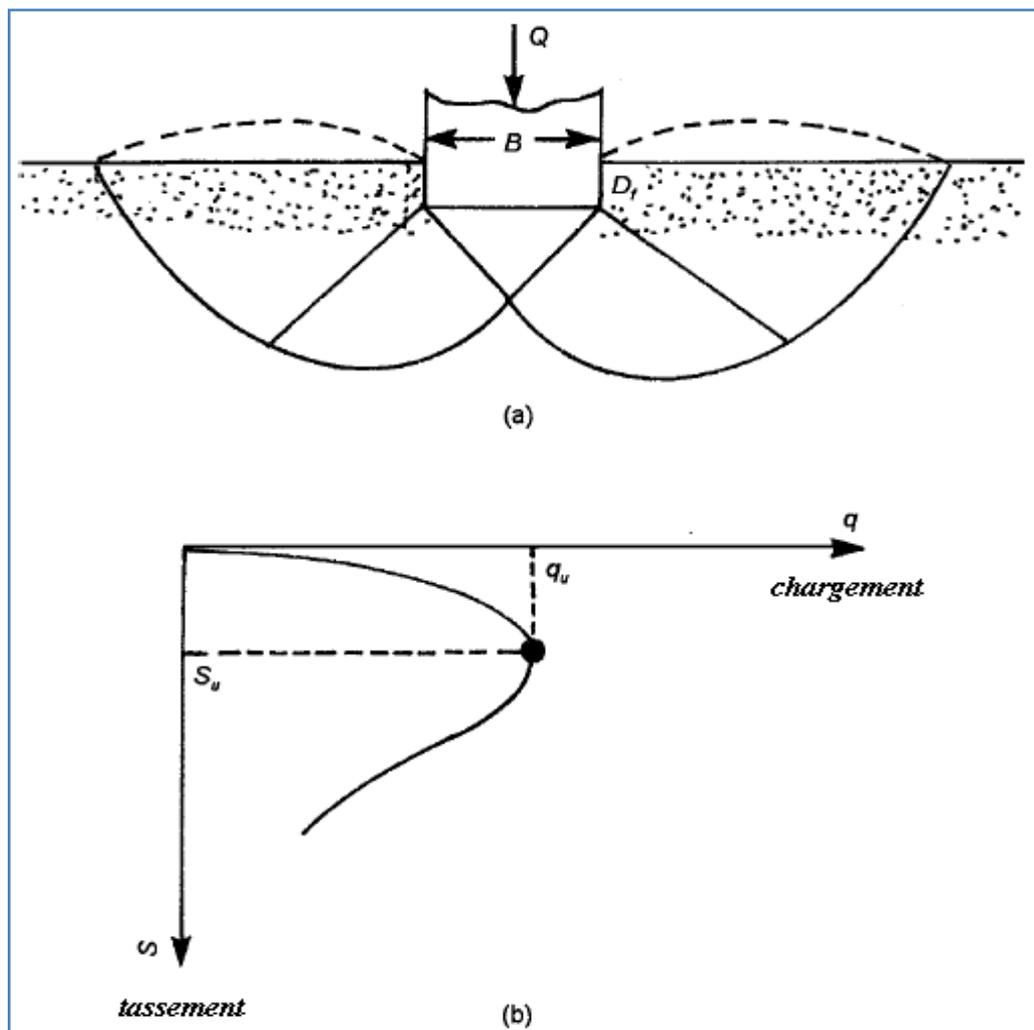


Figure 1.4: rupture par cisaillement général

Dans ce cas, on observe un tassement qui croît jusqu'à une valeur limite ($q = q_u$) à partir de laquelle le tassement continue sans qu'il y ait accroissement dans l'effort, le sol subit alors une rupture brusque par cisaillement.

La surface de rupture dans le sol est représentée dans la **figure 1.4a** et la courbe chargement-tassement est représentée dans la **figure 1.4b**. Ce type de rupture est appelée *rupture par cisaillement général* et q_u représente la capacité portante ultime. La valeur de la charge maximale $q = q_u$ est, dans ce cas, clairement représentée dans la **figure 1.4b** par la courbe chargement-tassement.

Si le sol supportant la fondation est constitué d'un sable moyennement dense ou d'une argile moyennement consistante (**figure 1.5a**), la courbe chargement-tassement prend la forme représentée dans la **figure 1.5b**.

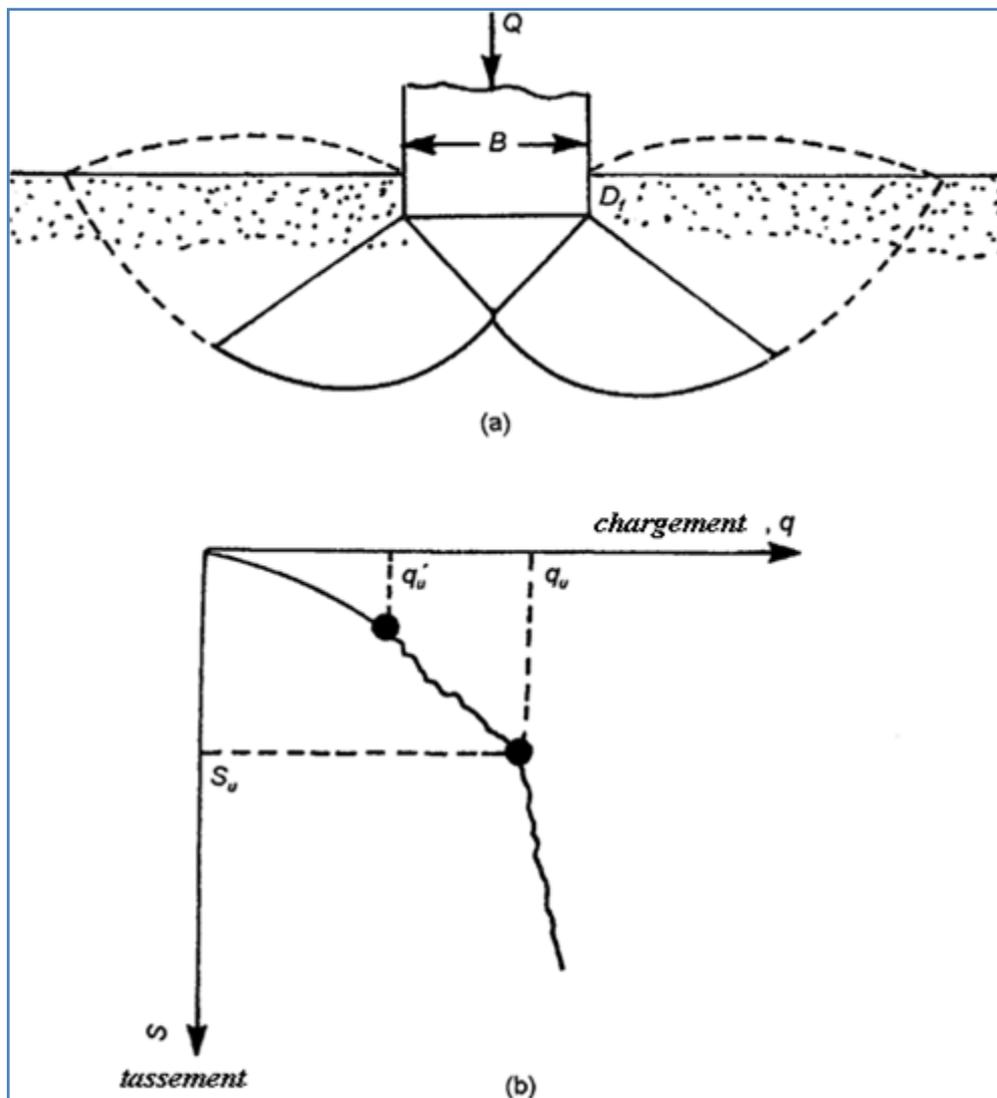


Figure 1.5: rupture par cisaillement local

La charge q_u croît avec le tassement jusqu'à la valeur $q = q'_u$ correspondant à la première charge de rupture. Dans ce cas la surface de rupture développée dans le sol serait celle représentée par la courbe continue dans la **figure 1.5a**.

Si on augmente encore la charge, la courbe chargement-tassement devient plus raide et plus irrégulière et la surface de rupture se prolonge suivant la courbe représentée en trait discontinu dans la **figure 1.5b**. Quand la valeur de q atteint q_u (capacité limite ultime), la surface de rupture atteint la surface du sol et à ce moment là, la courbe prend une forme linéaire dans laquelle aucun pic n'est observée. Ce type de rupture est appelé *rupture par cisaillement localisé*.

La **figure 1.6a** montre la même fondation posée sur un sable lâche ou une argile molle. Dans ce cas, la courbe chargement-tassement prend la forme représentée dans la **figure-1.6b**. La fondation pénètre verticalement dans le massif sans perturber le sol qui n'est pas directement sous la fondation et la surface de rupture n'atteint pas la surface du sol.

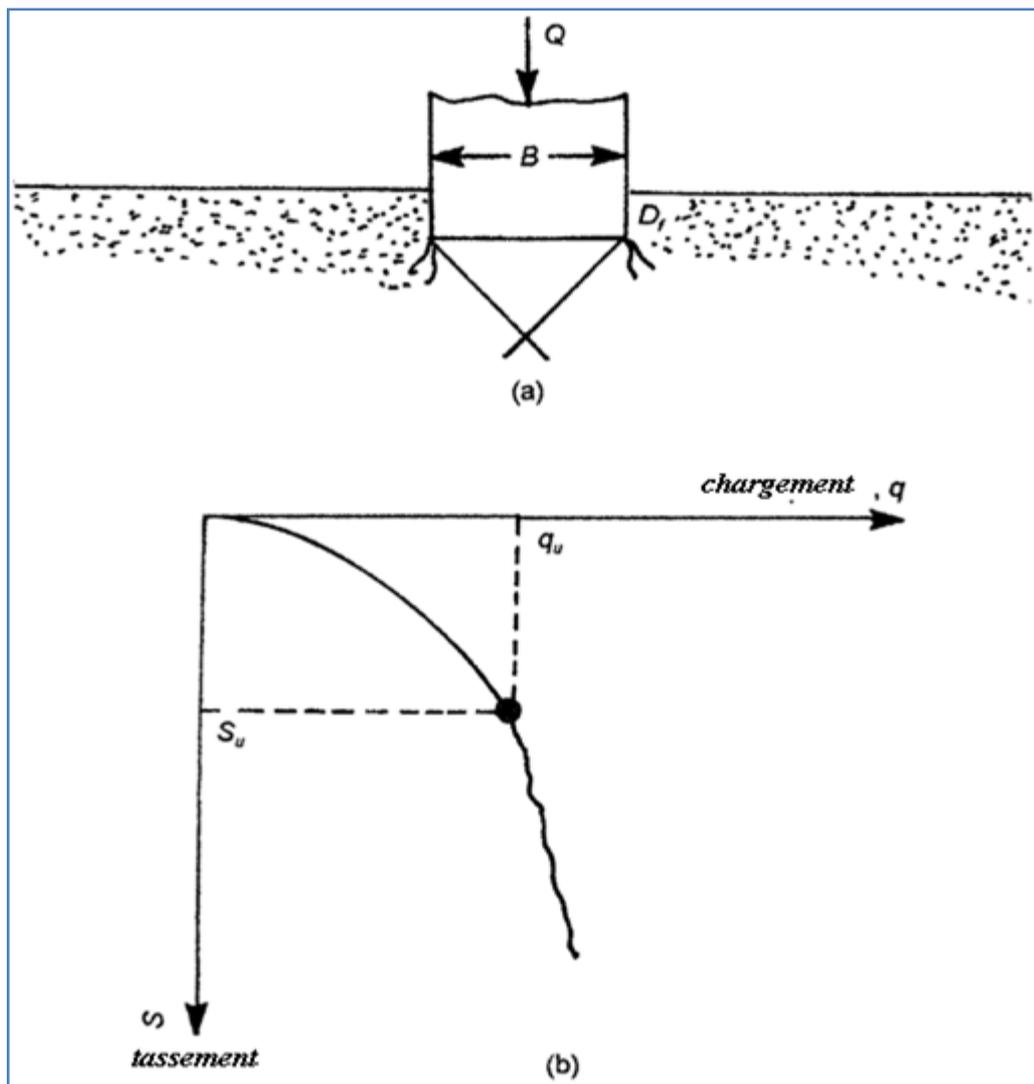


Figure 1.6: rupture par poinçonnement

Il s'agit d'une **rupture par poinçonnement**.

Pour les sols cohérents, l'application du chargement est accompagnée d'une augmentation de la pression interstitielle. Mais comme la vitesse de chargement est souvent supérieure à la vitesse nécessaire pour la dissipation de ces surpressions, il est raisonnable de supposer que l'enfoncement s'effectue à volume constant (en conditions non drainées). Pour les sols pulvérulents, l'application du chargement entraîne une variation de volume due à la réorganisation des grains (désenchevêtrement ou compaction des grains selon les niveaux de contraintes atteints). La charge de rupture (ou capacité portante) peut être estimée par des calculs relativement simples en supposant que les paramètres de résistance des sols au voisinage de la fondation sont connus. Cependant, de très nombreux facteurs peuvent affecter cette valeur comme :

- Des phénomènes se produisant au cours de la construction (soulèvement du fond de fouille après une excavation, gonflement ou ramollissement des argiles, effets du gel, etc.).
- Des interactions avec d'autres constructions à proximité (battage de pieux, vibrations, excavation de tranchée, creusement de galeries, rabattement de la nappe phréatique, etc.).

D'autres facteurs peuvent en outre influencer la nature de la rupture dans les sols sous une charge ultime tels que la résistance et la compressibilité relative du sol, la profondeur d'ancrage de la fondation (D_f) par rapport à sa largeur (B) et le rapport de la largeur sur la longueur (B/L) de la fondation. **La figure 1.7** résume les observations de Vésić dans laquelle, D_r représente la densité relative du sable, et R , le rayon hydraulique de la fondation défini comme étant :

$$R = \frac{A}{P}$$

où A : la surface de la fondation

P : périmètre de la fondation

De la **figure 1.7** on peut remarquer que, quand $D_f/R \geq 18$, la rupture par poinçonnement se présente pour tous les cas quelque soit la densité relative ou la compaction du sable.

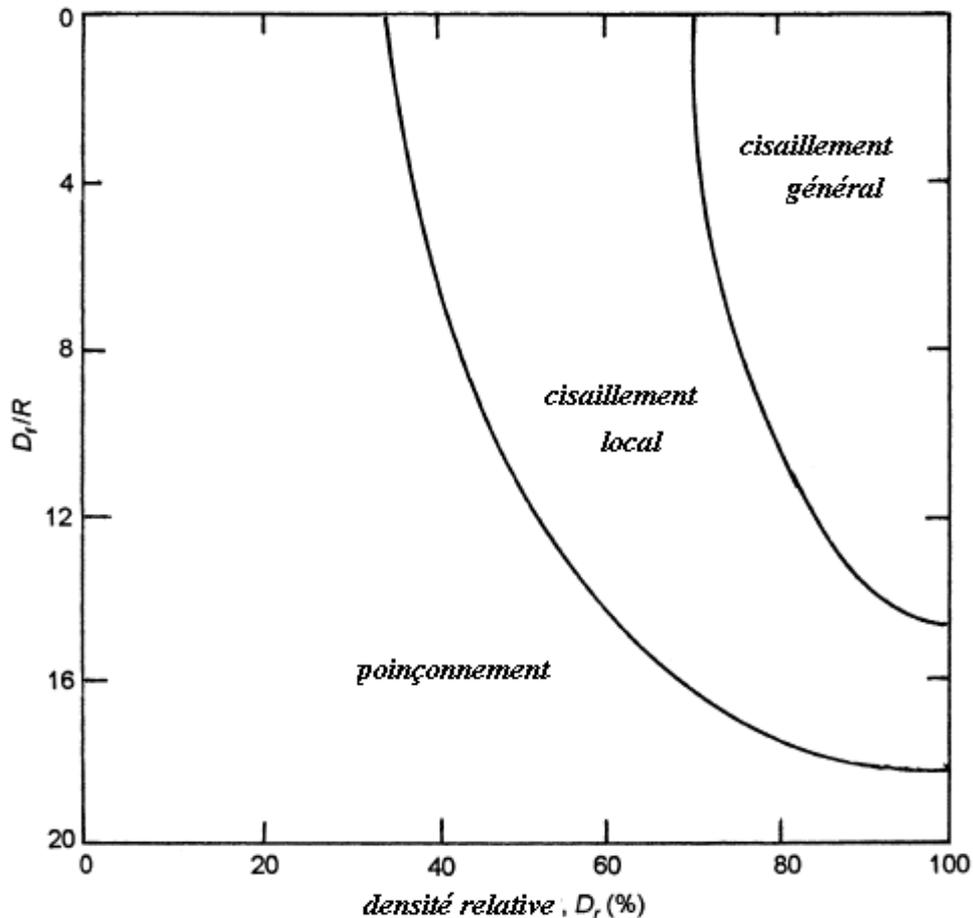


Figure 1.7: nature de la rupture en fonction de la densité relative D_r et D_f/R

1.7 Philosophies de conception des fondations

1.7.1 Méthode de contrainte admissible (utilisation de facteur de sécurité)

Le facteur de sécurité F_s est de l'ordre de 2 à 3 ou plus, il est employé pour s'assurer que les charges des fondations sont, de manière significative, moins que la résistance au cisaillement du sol de support et que les tassements ne sont pas excessifs.

La valeur relativement élevée du facteur singulier de la sécurité tient compte de :

- les incertitudes vis-à-vis des conditions de chargement et des variations défavorables des charges,
- les incertitudes vis-à-vis de l'état du sol ainsi que ses paramètres,
- les conséquences de rupture, incertitudes dans les méthodes d'analyse (mode rupture, etc.).

1.7.2 Méthode d'état limite (utilisation du facteur partiel de sécurité)

La méthode d'état limite vise à s'assurer que toutes les conditions d'exécution appropriées sont satisfaites dans toutes les circonstances imaginables:

État Limite ultimeConcerné par l'effondrement et l'endommagement majeur.

État Limite d'utilitéConcerné par l'utilité et l'endommagement mineur.

Les exemples des états de limites incluent:

- Rupture par cisaillement
- Rupture par glissement
- Rupture par renversement
- Tassement ou soulèvement excessif
- Rupture de la structure de l'élément de fondation

Il convient de noter que la portance admissible des fondations superficielles est presque toujours commandée par des critères de tassement et très rarement par des critères de rupture par cisaillement. Cependant, en ce qui concerne la sécurité contre la rupture de cisaillement, la charge structurale permise sur une fondation est calculée par la méthode contrainte admissible.

Lors d'une étude préliminaire ou du contrôle d'un calcul, il est utile de connaître les ordres de grandeur de la capacité portante admissible pour des roches ou des sols types. Il y a une gamme des méthodes empiriques basées sur des résultats d'essai in situ. Le **tableau 1.1** fournit de telles valeurs, naturellement, celles-ci doivent être prises avec prudence.

Tableau 1.1 - Valeurs estimées de la capacité portante ou pression admissible d'une fondation (d'après le BS 8004)

| Catégorie | Types des roches et des sols | Capacité portante admissible en kN/m ² |
|-------------------|--|---|
| Sols pulvérulents | Gravier dense ou sable et gravier dense | > 600 kN/m ² |
| | Gravier dense moyen, ou sable et gravier denses moyens | < 200 à 600 kN/m ² |

| | | |
|----------------|--|---|
| | Gravier lâche, ou sable et gravier lâches | < 200 kN/m ² |
| | Sable compact | > 300 kN/m ² |
| | Sable dense moyen | 100 à 300 kN/m ² |
| | Sable lâche | < 100 kN/m ² dépendent dessus degré de relâchement |
| Sols cohérents | Argiles plus "bold" très raides et argiles dures | 300 à 600 kN/m ² |
| | Argiles raides | 150 à 300 kN/m ² |
| | Argile ferme | 75 à 150 kN/m ² |
| | Argiles et vases mous | < 75 kN/m ² |
| | Argile très molle | Non applicable |
| Tourbe | | Non applicable |
| La terre faite | | Non applicable |

1.8 Conclusion

La fondation est la partie inférieure de la structure qui transmet au sol les charges qui résultent des actions appliquées à la structure qu'elle supporte. La fondation superficielle est donc, une fondation qui repose sur le sol ou qui n'y est que faiblement encastree. Les charges qu'elle transmet ne sollicitent que les couches superficielles et peu profondes.

Le mécanisme de rupture d'une fondation superficielle ainsi que la répartition des contraintes sous sa base est fortement liés à la nature et caractéristiques du sol sur lequel elle est fondée.

Pour que la fondation joue pleinement le rôle auquel elle est conçue, elle doit répondre aux deux critères suivants :

D'une part, elle doit exercer sur le sol des contraintes qui doivent être compatibles avec la résistance de celui-ci, c'est le problème de la capacité portante qui va être traité d'une façon détaillée dans le chapitre qui suivra.

D'autre part, le tassement de la fondation doit être limité pour éviter le basculement ou la ruine de l'ensemble afin d'empêcher l'apparition de fissures localisées qui cautionne l'utilisation adéquate de l'ouvrage.

CHAPITRE 2

METHODES DE CALCUL DE LA CAPACITE PORTANTE

2.1 Introduction :

L'un des sujets les plus importants dans le domaine de la géotechnique est l'estimation de la capacité portante des fondations superficielles. De nombreux auteurs ont résolu le problème de la capacité portante en faisant des hypothèses différentes sur la rugosité de la semelle et la forme de la zone en équilibre limite, c'est-à-dire sur l'allure des surfaces de glissement, bien que les valeurs numériques soient parfois assez différentes.

Dans ce chapitre on se limitera à citer les bases conceptuelles gouvernant le calcul de la capacité portante, puis on traitera en détail les principales méthodes de calcul de la capacité portante telles formulées par Rankine (1857), Prandtl (1920) et Terzaghi (1943), puis on citera quelques expressions des facteurs de portance qu'on trouve dans la littérature.

2.2 Bases conceptuelles de calcul de la capacité portante

On peut analyser la stabilité des fondations superficielles, mais aussi des autres ouvrages géotechniques, de quatre manières différentes qui peuvent être résumées comme suit :

- par analyse d'équilibre limite,
- par analyse limite,
- par des calculs en déformations et,
- par des corrélations avec des essais sur place.

Avant d'énumérer quelques méthodes de calcul proposées aux utilisateurs et ingénieurs qu'on peut trouver dans la littérature, on se voit utile de rappeler les bases conceptuelles et historiques de ces méthodes.

2.2.1 Analyse d'équilibre limite

L'analyse d'équilibre limite applique les principes de base de la mécanique des matériaux et des structures qui étaient utilisés en génie civil longtemps avant l'intervention de la plasticité et même de l'élasticité. Les équilibres des forces découlent des travaux de Galilée (1638) et Newton (1687) et ont vu leur première application géotechnique dans les travaux de Coulomb (1773) et de son prédécesseur Couplet (1727).

L'idée repose sur le fait que tout solide ou toute partie de solide en équilibre (comme l'est un ouvrage géotechnique avant la rupture) est soumis(e) à un système de forces et moments

en équilibre. La référence aux parties de solides en équilibre permet de raisonner aussi sur les forces internes, donc sur les contraintes et de définir deux principes :

- Les charges (forces et moment externes, forces internes) appliquées à un solide en équilibre doivent être équilibrées (forces et moments résultants égaux à zéro) ;
- Les forces internes ou contraintes doivent être inférieures ou égales à la résistance des sols et des autres matériaux existant dans le solide considéré.

Avec les concepts et les notations actuels, ces principes peuvent être exprimés par deux ensembles d'équations :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum F_i = 0 \quad (\text{forces}) \\ \sum M_j = 0 \quad (\text{moments}) \end{array} \right. \quad (2.1a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Charge} \leq \text{Résistance} \end{array} \right. \quad (2.1b)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{div} \sigma + f_i = 0 \\ \sigma \text{ satisfait les conditions aux} \\ \text{limites en forces et contraintes} \end{array} \right. \quad (2.2a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Contraintes } \sigma \leq \text{Résistance} \end{array} \right. \quad (2.2b)$$

Les équations (2.1a) et (2.1b) s'appliquent aux cas où les sols et les ouvrages sont traités comme des solides soumis à des forces F_i et des moments M_i ; les équations (2.2a) et (2.2b) s'appliquent aux cas où l'on utilise la mécanique des milieux continus (contraintes σ et les forces volumiques f_i). Dans les deux cas, l'analyse d'équilibre limite définit l'équilibre dans un contexte de stabilité. Les conditions aux limites imposées aux déplacements ne sont pas prises en compte explicitement, mais elles sont intégrées de fait dans la géométrie des blocs dont on analyse l'équilibre.

La formulation de l'analyse d'équilibre limite en termes de contraintes trouve ses précurseurs dans les travaux de Rankine (1856) et Levy (1867), Résal (1903, 1910), Massau (1905), Caquot (1934) et Frontard (1936).

La résolution des équations (2.2a) et (2.2b) a fait l'objet de nombreuses recherches et est facilitée notamment par la méthode dite des caractéristiques (Sokolovski, 1960b).

L'analyse d'équilibre limite est la méthode d'analyse de stabilité la plus couramment utilisée en géotechnique.

2.2.2 Analyse limite

C'est l'évolution des concepts de la mécanique depuis le 18^{ème} siècle qui a permis le développement d'une autre stratégie d'analyse de stabilité des fondations reconnue sous le nom de l'analyse limite. Cette dernière utilise les concepts de travaux virtuels et équilibre statique (Lagrange, 1788) et le principe du travail plastique local maximal (Kazinczy, 1914 ; Kist, 1917 ; Gvozdev, 1938, 1948 ; Markov, 1947 ; Hill, 1948, 1950 ; Drucker, 1951, 1962 ; Drucker et Prager, 1952). L'analyse cinématique régularisée s'appuie de plus sur les travaux de Moreau (1966) et Nayrolles (1970).

La différence entre l'analyse limite et l'analyse d'équilibre limite peut être illustrée dans la prise en compte de la cinématique des déformations dans l'analyse de la rupture. L'analyse des déformations permet d'une part de raisonner en termes de travail des forces internes et externes, et plus seulement en termes d'équilibres de forces, et d'autre part de tenir compte directement des conditions aux limites sur les déplacements.

L'analyse limite admet que les sols et autres matériaux ont un comportement élastique (ou rigide) parfaitement plastique, avec une loi d'écoulement plastique associée qui admet l'angle de frottement interne (φ) et pris égal à l'angle de dilatance (ψ). On note que cette loi d'écoulement plastique associée n'est en fait utilisée que pour calculer les puissances virtuelles de la déformation du matériau à l'état limite de contraintes, ce qui est aussi la base du calcul à la rupture (Salençon, 1996). Deux théorèmes limites ont été établis et qui définissent deux approches des charges limites par valeurs supérieures et par valeurs inférieures :

- Selon le théorème des bornes supérieures, si le travail d'une force externe associé à une cinématique de rupture est supérieur au travail des forces internes (bornées par la résistance des matériaux) pour la même cinématique de rupture, alors cette force est supérieure à la charge limite de rupture. Cette approche, dite cinématique, consiste donc à construire des cinématiques ou mécanismes de rupture respectant les conditions aux limites sur les déplacements, et à trouver pour chacun d'eux des forces ou combinaisons de forces trop grandes pour la résistance du sol.
- Selon le théorème des bornes inférieures, si l'on peut trouver dans les matériaux (sols et structures) un champ de contraintes qui équilibre la charge extérieure appliquée, tout en restant compatible avec les résistances des différents matériaux, alors cette charge ne peut être supérieure à la charge de rupture. Cette approche, dite statique, consiste donc à chercher des champs de contraintes qui vérifient les

conditions d'équilibre statique et les critères de résistance des matériaux et équilibre la plus grande charge extérieure possible.

La méthode cinématique semble-t-il a connu plus d'engouement quant à son utilisation que la méthode statique où de nombreuses bornes supérieures ont été proposées pour la portance des sols. Les mécanismes de rupture qui correspondent à ces bornes comportent des discontinuités dans lesquelles la vitesse de déplacement instantané fait un angle φ avec la surface de contact (**figure 2.1a**) et des zones de déformation plastique, où la loi d'écoulement plastique associée détermine la géométrie et l'extension de la rupture (**figure 2.1b**). L'angle entre la vitesse de déplacement et la surface de discontinuité explique la forme de spirale logarithmique des surfaces de rupture dans de nombreux modèles de calcul à base de blocs.

La comparaison directe entre l'analyse d'équilibre limite et l'analyse limite peut ne pas être rationnelle car, toutes les deux ne mènent pas à la résolution des mêmes équations et posent différemment le problème de l'équilibre limite. Même si l'analyse limite paraît plus proche des concepts modernes de la mécanique, elle comporte aussi des approximations fortes qui peuvent l'écarter de la réalité des sols, alors que la puissance de l'analyse d'équilibre limite se présente dans le choix de mécanismes de rupture inspirés des modes de rupture observés et la grande expérience acquise dans son utilisation.

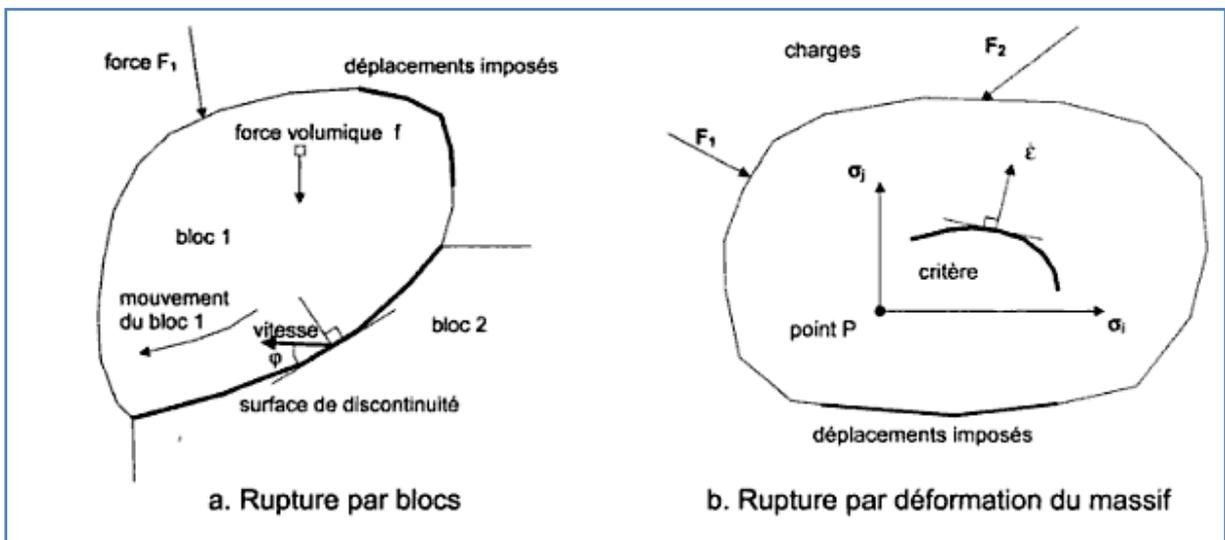


Figure 2.1 : particularités des calculs de stabilité dans l'approche cinématique de l'analyse limite

2.2.3 Calculs en déformations

Les déformations dans les sols et les roches précèdent toujours la rupture. Ces déformations sont d'autant plus importantes et visibles dans les sols, mais également

présentes dans les roches. On peut repérer la rupture lorsqu'on constate l'amorce de grands déplacements lors de la rupture des matériaux (rupture de remblais, mouvements de terrains, glissement de terrains, par exemple), mais aussi par une augmentation des mouvements de terrains, sans qu'il se présente une instabilité réelle (fondations superficielles et fondations profondes).

La rupture peut, par conséquent être définie en termes de déplacements, à condition de savoir calculer les déformations non linéaires et qui se concentrent si nécessaire sur des surfaces de rupture. Cette possibilité n'existait pas naturellement au début du 20^{ème} siècle et qu'elle n'est offerte que depuis l'avènement du calcul élastoplastique sur ordinateur, notamment par le calcul aux éléments finis.

Les calculs d'équilibre limite et d'analyse limite supposent que l'instabilité ne dépend pas de l'état initial du sol et de sa réponse aux faibles valeurs des charges, alors que dans les calcul en déplacement, la rupture est au contraire définie sur la courbe (les courbes) de variation des déplacements en fonction de la charge et/ou du temps.

L'approche en déformations des calculs de stabilité est à la fois la plus naturelle, car elle suit l'évolution des terrains et des ouvrages depuis leur état initial jusqu'à la rupture (ou ce qui est défini conventionnellement comme la rupture), et la plus exigeante car elle nécessite de connaître la déformabilité des matériaux en plus de leur résistance.

Le perfectionnement des outils de calcul de stabilité en déplacements est toutefois une voie d'avenir, notamment pour les ouvrages complexes.

2.2.4 Méthodes dérivées des essais en place

Les essais en place (pénétrömètre statique et dynamique, scissomètre, essais de pénétrömètre de carottier, SPT, pressiometre,...) complètent depuis plus d'une cinquantaine d'années les essais de laboratoires pour la caractérisation mécanique des sols, notamment pour les sols où l'on ne peut prélever d'échantillons représentatifs. Leurs résultats sont parfois utilisés pour obtenir par corrélations ou par transformation analytique des paramètres de résistance utiles pour l'analyse d'équilibre limite ou d'analyse limite (c_u , c' et ϕ). Mais ils sont souvent utilisés directement pour évaluer la charge limite du massif de sol par des formules simples du type de celle utilisée pour déduire la portance de la pression limite pressiométrique (Ménard) :

$$q_{max} = k(p_l - p_o) - q_o \quad (2.3)$$

Ces formules ne font plus référence à un quelconque équilibre de contraintes ou mécanisme de rupture et proviennent en général d'une étude de corrélation entre les résultats d'essais et la portance des massifs de sol. Elles sont souvent complétées par des coefficients correcteurs (d'inclinaisons, d'excentrement, d'encastrement, etc.) directement inspirés de l'analyse d'équilibre limite ou d'analyse limite.

Ces méthodes sont très souvent utilisées dans les calculs des ouvrages courants.

2.3 Méthodes de calcul de la capacité portante

Aucune solution mathématique rigoureuse ne permet encore d'analyser le phénomène de la rupture. Bien que des méthodes ont été proposées, mais toutes admettent quelques approximations simplificatrices quant aux propriétés du sol et aux déplacements qui se produisent, approximations non conformes aux phénomènes observés.

En dépit de ces insuffisances, les comparaisons entre les capacités portantes limites de modèles réduits et de fondations en vraie grandeur montrent que la marge d'erreur est un peu plus grande que pour les problèmes de stabilité avec les autres matériaux.

Les études de stabilité à la rupture (habituellement dénommée cisaillement total) repose sur l'hypothèse que le sol se comporte comme un matériau plastique idéal. Cette hypothèse fut avancée pour la première fois par Prandtl au sujet du poinçonnement des métaux, puis étendue à l'étude des sols par Terzaghi, Meyerhof, Buisman, Caquot & Kérisel et De Beer & Vesic,

Leur approche générale du problème est identique : une fondation de longueur infinie et de largeur B exerce une pression moyenne q_u sur un sol homogène dont le poids spécifique est γ .

La charge qui agit sur la fondation est verticale, constante, et s'exerce dans l'axe de la semelle. On se trouve donc en présence d'un problème à deux dimensions.

Pour tous les autres cas (charge inclinée, charge excentrée, fondation isolée, etc.), il a été proposé d'introduire des coefficients correcteurs. Ces coefficients correcteurs sont choisis de manière empirique à partir des résultats d'essais de laboratoire sur modèles réduits, d'essais en centrifugeuse ou d'essais en vraies grandeurs.

2.3.1 Méthodes classiques

2.3.1.1 Théorie de Rankine (1857)

Afin d'étudier l'équilibre qui règne sous la semelle, Rankine a considéré le cas le plus simple d'une semelle filante reposant sur un massif homogène de sol ayant une cohésion c et un angle de frottement φ donnés.

La fondation est de largeur B et encrée dans le massif à une profondeur D_f .

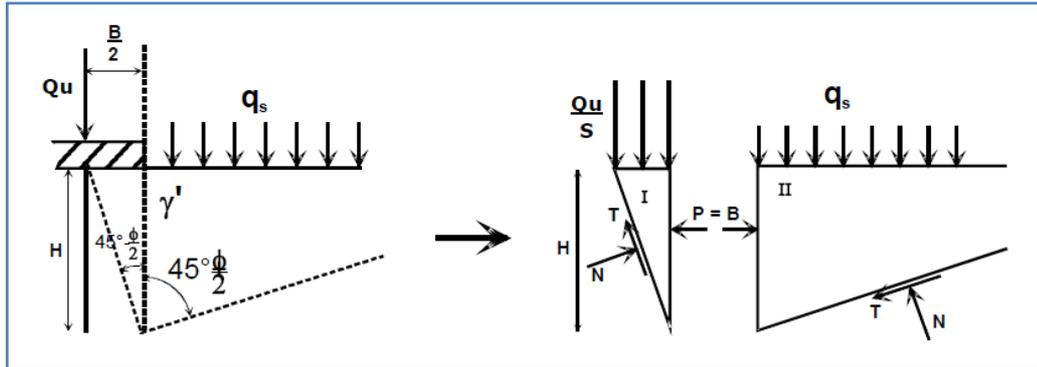


Figure 2.2: Equilibre de Rankine

Par symétrie par rapport à l'axe de la fondation, Rankine a formulé l'hypothèse d'existence sous la semelle de deux coins (I et II), le premier se trouvant directement sous la demi-semelle dans un état d'équilibre passif et le second se trouvant à l'extérieur dans un état d'équilibre actif. Le coin I agit donc en véritable écran de butée sur le coin II. Le principe de la méthode de Rankine consiste à calculer les forces de butée et de poussée à partir d'une approximation de l'état des contraintes dans le sol au contact d'un écran. Dans ces conditions la détermination de la force de butée le long de la ligne qui limite les deux blocs I et II est aisée ;

Si on désigne par \vec{f} le vecteur contrainte exercé par le sol sur l'écran, la force de butée ou poussée par unité de longueur sera égale à :

$$\vec{F} = \int \vec{f} dz$$

Cette méthode repose sur l'hypothèse simplificatrice fondamentale suivante :

La présence de discontinuités, provoquées par l'existence de l'écran à la surface d'un massif de sol, ne modifie pas la répartition des contraintes verticales dans le sol, et sur un plan parallèle à la surface du sol, la contrainte reste verticale et égale à :

$$\gamma z \cos \beta$$

avec β angle d'inclinaison de la surface du sol par rapport à l'horizontale.

- Pour le cas passif (coin II) nous avons :

$$P = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot K_p \cdot H^2 + 2 \cdot C \cdot H \cdot \sqrt{K_p} + q \cdot K_p \cdot H \quad (2.4)$$

$$\text{d'où,} \quad K_p = \tan^2 \left(45 + \frac{\phi}{2} \right) \quad (2.5)$$

- Pour le cas actif nous avons :

$$P = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot K_a \cdot H^2 - 2 \cdot C \cdot H \cdot \sqrt{K_a} + q_u \cdot K_a \cdot H \quad (2.6)$$

$$\text{d'où, } K_a = \tan^2\left(45 - \frac{\varphi}{2}\right) \quad (2.7)$$

Les deux résultantes sont supposées avoir une même valeur, alors on peut écrire :

$$\frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot K_p \cdot H^2 + 2 \cdot C \cdot H \cdot \sqrt{k_p} + q \cdot K_p \cdot H = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot K_a \cdot H^2 - 2 \cdot C \cdot H \cdot \sqrt{k_a} + q_u \cdot K_a \cdot H \quad (2.8)$$

L'expression qui donne la charge maximum que supportera la semelle :

$$q_u = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot H \cdot \left(\frac{1}{K_a}\right) \cdot (K_a - K_p) + \frac{2C}{K_a} \cdot (\sqrt{K_p} + \sqrt{K_a}) + q \cdot K_p^2 \quad (2.9)$$

mais, $K_p = \frac{1}{K_a}$ alors d'après la figure (2.2) :

$$H = \frac{B}{2 \cdot \tan\left(45 - \frac{\varphi}{2}\right)} = \frac{B}{2 \cdot \sqrt{K_a}} \quad (2.10)$$

alors, l'expression de q_u devient :

$$q_u = \frac{1}{4} \cdot \gamma \cdot B K_p^{3/2} \cdot (K_p - K_p^{-1}) + 2 \cdot C \cdot k_p \left(K_p^{1/2} + K_p^{-1/2}\right) + q \cdot K_p^2 \quad (2.11)$$

ou bien ;

$$q_u = \frac{1}{4} \cdot \gamma \cdot B \cdot \left(K_p^{5/2} - K_p^{1/2}\right) + 2 \cdot C \cdot \left(K_p^{3/2} + K_p^{1/2}\right) + q \cdot K_p^2 \quad (2.12)$$

Qui s'écrit sous la forme condensée :

$$q_u = C \cdot N_c + q \cdot N_q + \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot N_\gamma \quad (2.13)$$

Et qui représente la capacité portante avec;

$$N_\gamma = \frac{1}{2} \cdot \left(K_p^{5/2} - K_p^{1/2}\right) \quad (2.14)$$

$$N_c = 2 \cdot \left(K_p^{3/2} + K_p^{1/2}\right) \quad (2.15)$$

$$N_q = K_p^2 \quad (2.16)$$

où :

N_γ : est le facteur de surface.

N_q : est le facteur de profondeur.

N_c : est le facteur de cohésion.

Le schéma de Rankine n'est qu'une approximation très grossière du véritable comportement du sol. En réalité, les expérimentations sur modèles réduits montrent que sous

la fondation se forme un coin, limité par des faces planes inclinées qui s'enfoncent avec la semelle et se conduisent en corps solide. Il exerce une poussée sur le sol adjacent qui réagit en butée avec frottement sol- sur- sol.

2.3.1.2 Théorie de Prandtl (1920)

C'est Prandtl qui a pu, pour la première fois, résoudre le problème bidimensionnel d'un sol pulvérulent non pesant, d'angle de frottement interne φ et chargé à sa surface par l'action de deux surcharges réparties telles que : $p = q_u$ et $q = \gamma D$.

D'après Prandtl, le mécanisme de rupture sous la fondation, supposée à base lisse, présente un système de lignes de glissement répartis sur trois zones distinctes:

- La zone I en équilibre de poussée de Rankine.
- La zone II en équilibre de Prandtl, cette zone est appelée saut de Prandtl
- La zone III en équilibre de butée de Rankine.

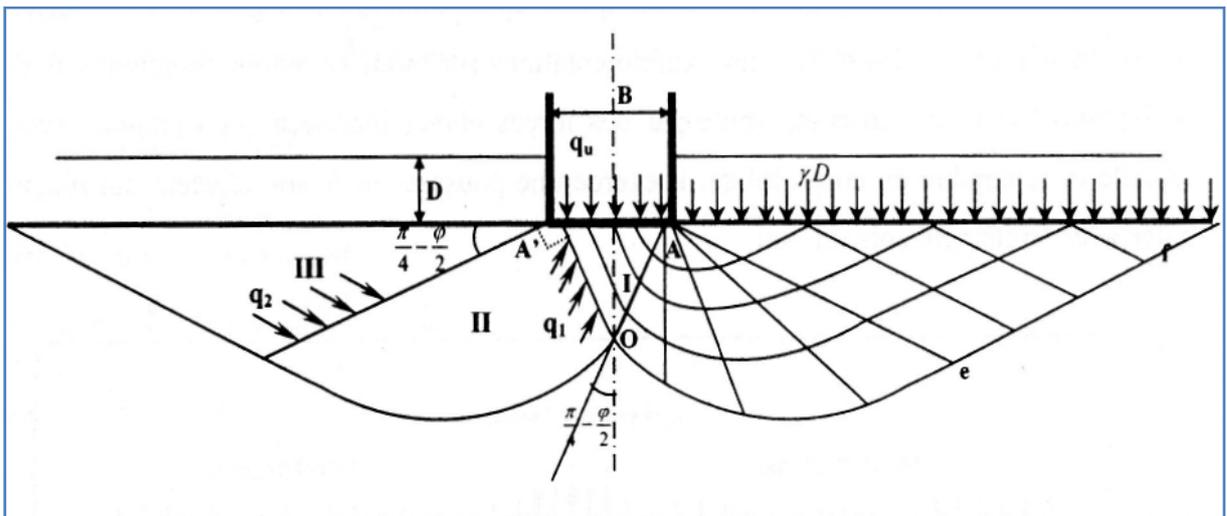


Figure 2.3 : Mécanisme de rupture d'une fondation de base lisse (Prandtl (1920)).

Dans la zone I et III, la famille de lignes de glissement est formée bien de droites.

Dans la zone II, une famille de lignes de glissement est constituée de courbes. Il s'agit de lignes de glissement appartenant à cette même famille et qui sont homothétiques entre elles et forment des spirales logarithmiques. L'autre famille des lignes de glissement est formée de droites, faisant un angle de φ avec la normale aux points d'intersection avec les spirales, et ayant toutes un point de rebroussement à l'intersection des deux surcharges.

Il est à noter que les spirales logarithmiques peuvent s'écrire sous la forme, en coordonnées polaires, de :

$$\rho = \rho_0 e^{\theta \tan \varphi}$$

Le problème se ramène donc à l'étude de l'équilibre du bloc (AOe) en écrivant que le moment en A de l'ensemble des forces est nul.

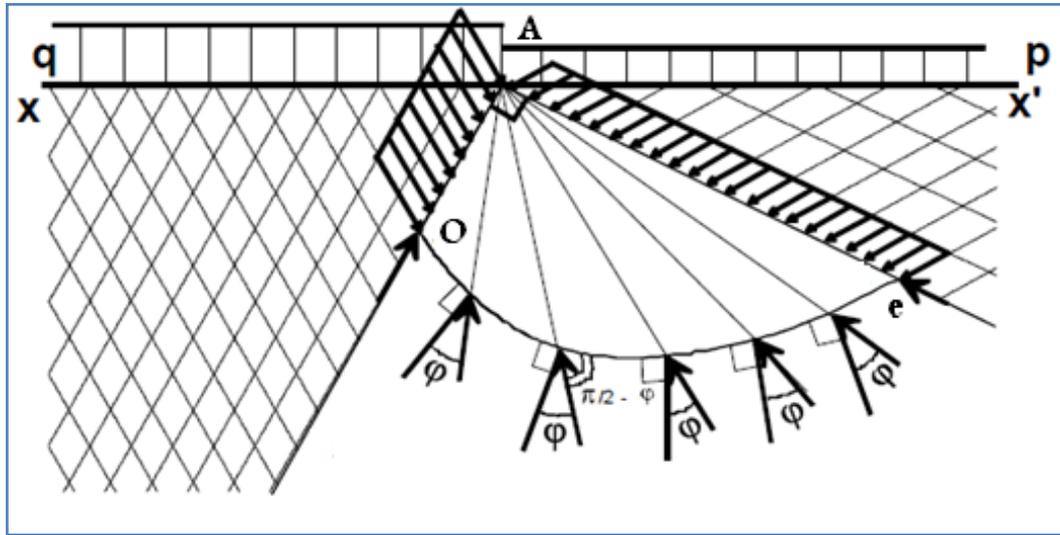


Figure 2.4 : Mécanisme de rupture d'une fondation de base lisse (Prandtl (1920)).

On notera q_1 et q_2 (figure 2.3) les intensités des contraintes critiques qui agissent respectivement sur les rayons polaires AO et Ae. L'équilibre de poussée et de butée de Rankine dans un milieu non pesant donne :

$$q_1 = q_u \cdot \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right) \quad \text{et} \quad q_2 = \gamma \cdot D \cdot \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right)$$

On peut traduire l'équilibre du bloc AOe en écrivant que le moment en A de l'ensemble des forces appliquées est nul.

$$\text{soit,} \quad \frac{AO}{2} \cdot AO \cdot q_1 \cdot \tan \varphi - \frac{Ae}{2} \cdot Ae \cdot q_2 \cdot \tan \varphi = 0$$

$$\text{on a alors} \quad \frac{AO}{Ae} = e^{-\varepsilon \operatorname{tg} \varphi}$$

donc, q_1 et q_2 sont liées par la relation suivante dans l'équilibre de Prandtl :

$$\frac{q_1}{q_2} = \left(\frac{AO}{Ae} \right)^2 = e^{-2 \cdot \varepsilon \cdot \operatorname{tg} \varphi} = e^{-\pi \cdot \operatorname{tg} \varphi}$$

puisque l'angle ε que fait AO et Ae est égale à $\frac{\pi}{2}$

On aboutit donc finalement à :

$$q_u = \gamma \cdot D \cdot \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) \cdot e^{\pi \cdot \operatorname{tg} \varphi} \quad \text{c'est-à-dire :} \quad N_q = \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) \cdot e^{\pi \cdot \operatorname{tg} \varphi} \quad (2.17)$$

Cette formule est quelque fois appelée formule de Prandtl Caquot, car ces deux auteurs l'on publiée, indépendamment l'un de l'autre vers [1920].

2.3.1.3 Théorie de Terzaghi (1943)

L'équation générale de la capacité portante développée par Terzaghi (1943) a été utilisée pendant une longue période et continue toujours à être utilisée par certains ingénieurs. Son développement est inspiré des études déjà établies par Rankine (1857), Prandtl (1920), et Reissner (1924). Le modèle bidimensionnel utilisé par Terzaghi (**figure 2.5**) se présentait en une semelle filante avec une largeur $2B$ (par la suite, les auteurs ont préféré d'utiliser B au lieu de $2B$ pour la largeur de la semelle) et une profondeur d'encrage de la base de la semelle par rapport à la surface du sol de D_f .

Terzaghi a également utilisé une semelle à base rugueuse et une semelle à base lisse, dont la courbe de chargement-tassement est représentée sur la **figure 2.6**. Le bloc abd se déplace verticalement vers le bas, le bloc ade caractérisé par la courbe spirale (de) est considéré en état de rupture par cisaillement le long de cette courbe, et le bloc aef est considéré être dans un état d'équilibre plastique de Rankine.

L'équation formulée par Terzaghi qui sert à la détermination de la capacité portante s'écrit donc :

$$Q_D = 2B(cN_c + \gamma D_f N_q + \gamma B N_\gamma) \quad (\text{rupture par cisaillement général}) \quad (2.18)$$

$$Q'_D = 2B(2/3cN'_c + \gamma D_f N'_q + \gamma B N'_\gamma) \quad (\text{rupture par cisaillement local}) \quad (2.19)$$

où :

Q_D = charge de rupture de la semelle filante

c = cohésion

γ = poids volumique du sol et

$N_c, N_q, N_\gamma, N'_c, N'_q$, et N'_γ = facteurs de la capacité portante représentés sur la **figure 2.7**

La seule différence qui existe entre les deux formes de rupture est que pour les sols mous ou lâches, le tassement est plus grand, à ce titre Terzaghi a proposé de réduire les valeurs des facteurs pour les sols lâches assujettis aux grands tassements.

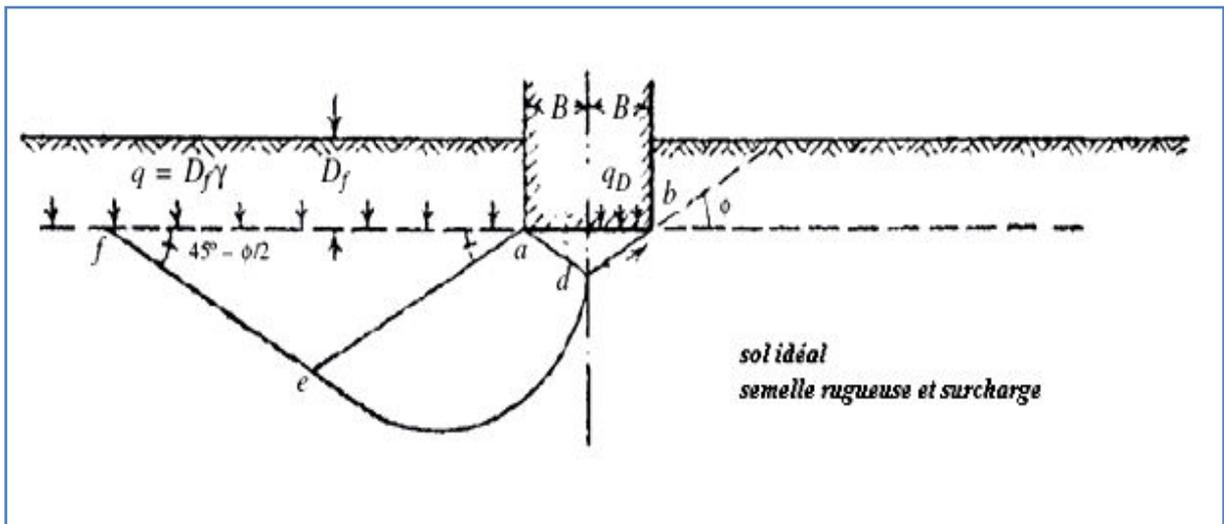


Figure 2.5 : modèle utilisé par Terzaghi pour la détermination des facteurs N_i

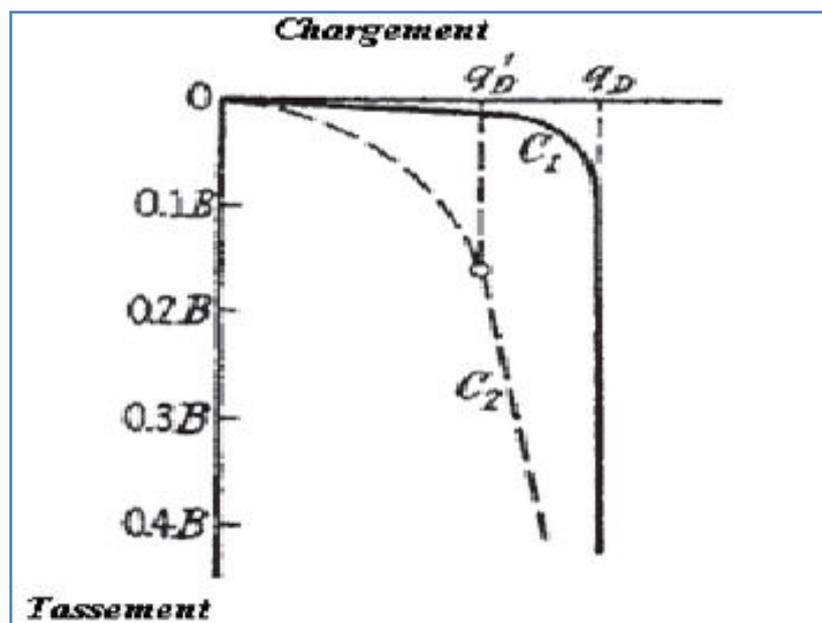


Figure 2. 6: courbe chargement tassement d'une semelle sur un sable dense C_1 et un sable lâche C_2

En 1948, Terzaghi a proposé une théorie assez élaborée pour la détermination de la capacité portante ultime d'une semelle filante rigide reposant sur un sol supposé homogène et qui s'étend sur une grande profondeur. La surface de rupture sous la charge ultime est représentée dans la **figure 2.8**. D'après cette figure, la zone de rupture sous la fondation peut être divisée en trois zones principales qui sont :

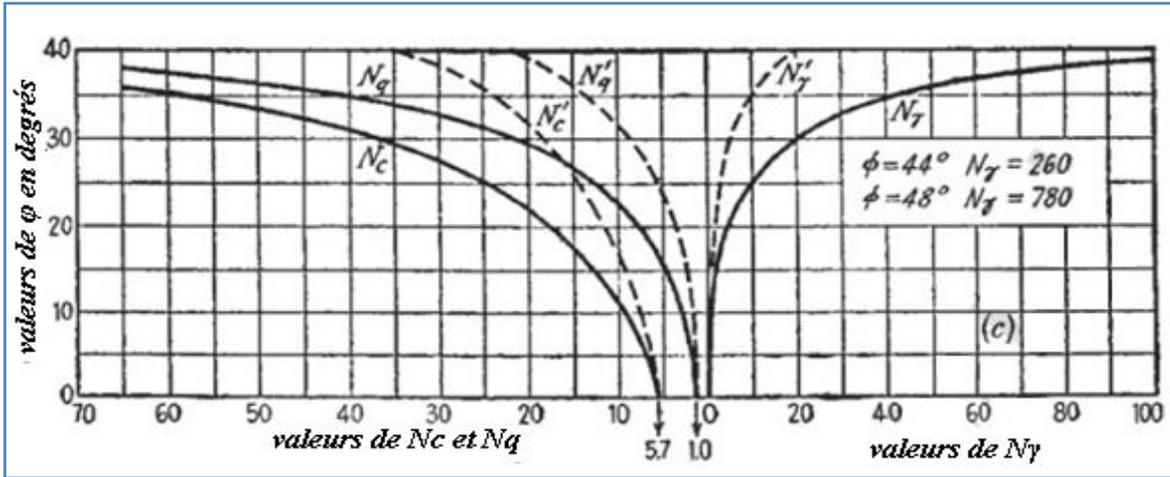


Figure 2.7: facteurs de capacité portante d’après Terzaghi

1. Zone *abc* : elle forme la partie triangulaire qui se trouve immédiatement sous la fondation. L’inclinaison des faces *ac* et *bc* est de ϕ (angle de frottement interne du sol).
2. Zone *bcf* : zone de cisaillement radiale (ou saut) de Prandtl.
3. Zone *bfg* : zone passive de Rankine, les lignes de glissement dans cette zone font un angle de $\pm (45-\phi/2)$ avec l’horizontale.

Il est à noter que la ligne *cf* est un arc spiral logarithmique défini par l’équation :

$$\rho = \rho_0 e^{\theta \tan \phi}$$

Les lignes *bf* et *fg* sont des lignes rectilignes. En principe, la droite *fg* continue jusqu’à la surface du sol, mais Terzaghi a supposé que le sol au dessus du niveau de la base de la semelle est remplacé par une surcharge $= \gamma D_f$.

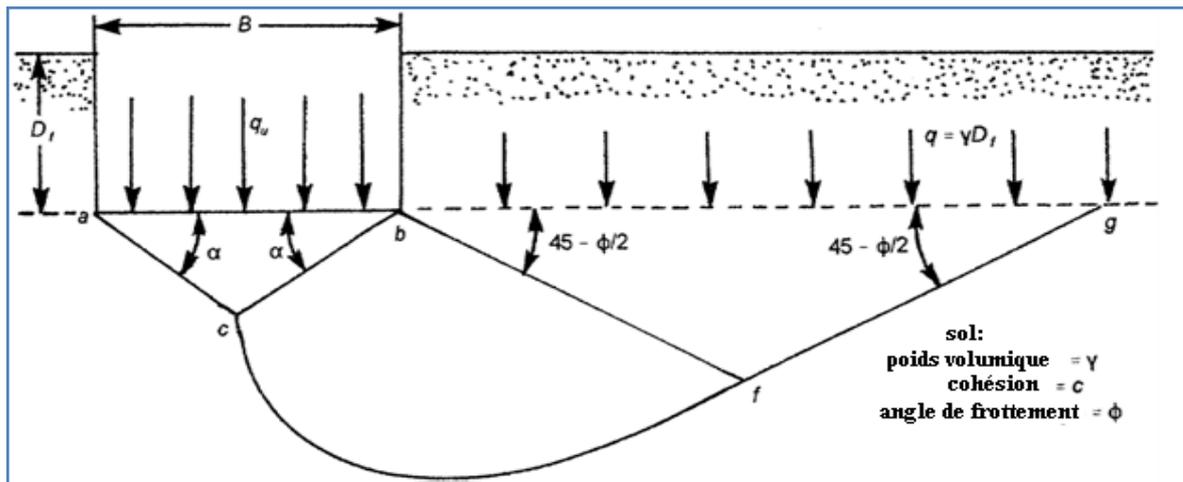


Figure 2.8 : surface de rupture du sol sous une charge ultime d’une semelle filante rigide d’après Terzaghi

La résistance au cisaillement, τ , du sol peut s’écrire donc:

$$\tau = \sigma' \tan \phi + c \tag{2.20}$$

Relation dans laquelle :

- σ' = contrainte normales effective
- c = cohésion

La capacité portante ultime q_u de la fondation peut être déterminée si l'on considère les faces ac et bc du bloc triangulaire abc et obtenir la force passive sur chaque face provoquant la rupture. Il est à noter que la force passive P_p est fonction de la surcharge $q = \gamma D_f$, la cohésion c , le poids volumique γ , et l'angle de frottement interne φ du sol.

D'après la **figure 2.9**, la force passive P_p sur la facette bc par unité de longueur de la fondation est :

$$P_p = P_{pq} + P_{pc} + P_{p\gamma} \quad (2.21)$$

Expression dans laquelle P_{pq} , P_{pc} , et $P_{p\gamma}$ = force passive avec la contribution de q , c , et γ respectivement.

Il est important de noter que les directions des forces P_{pq} , P_{pc} , et $P_{p\gamma}$ sont toutes verticales, puisque la face bc fait un angle φ avec l'horizontale, et P_{pq} , P_{pc} , et $P_{p\gamma}$ doivent faire un angle φ avec la normale de bc . Pour obtenir P_{pq} , P_{pc} , et $P_{p\gamma}$, on utilise la méthode de la superposition qui nous donne une approximation acceptable de la solution.

Relation pour P_{pq} ($\varphi \neq 0$, $\gamma = 0$, $q \neq 0$, $c = 0$)

Considérons le bloc $bcfj$ représenté sur la **figure 2.9**. Le centre des courbes spirales logarithmiques dans la zone bcf se trouve exactement au point b . Les forces par unité de longueur se trouvant au niveau du bloc $bcfj$ dues à la surcharge q seule sont représentées dans la **figure 2.10a**, et sont

1. P_{pq}
2. surcharge q
3. Force passive de Rankine $P_{p(1)}$
4. La force de frottement résistante (le long de l'arc cf) F

La force passive de Rankine peut être écrite comme suit :

$$P_{p(1)} = qK_p H_d = qH_d t g^2 \left(45 + \frac{\varphi}{2}\right) \quad (2.22)$$

où $H_d = \bar{f} \bar{j}$

$$K_p = \text{coefficient de pression passive du sol} = t g^2 \left(45 + \frac{\varphi}{2}\right)$$

Selon la propriété d'une courbe spirale logarithmique définie par une équation de la forme $\rho = \rho_o e^{\theta t g \varphi}$, la droite radiale à n'importe quel point fait un angle φ avec la normale. De

plus, la ligne d'action de la force de frottement F doit passer par b qui représente le centre de la courbe spirale logarithmique (comme montré à la **figure 2.10a**).

En exprimant le moment par rapport au point b et en considérant la stabilité du bloc abc sous la fondation représentée sur la **figure 2.9**.

$$q_q(BX1) = 2P_{pq}$$

Après quelques transformations mathématiques on aboutit à la relation :

$$q_q = \frac{2P_{pq}}{B} = q \underbrace{\left[\frac{e^{2\left(\frac{3\pi}{4} - \frac{\phi}{2}\right)\tan\phi}}{2\cos^2\left(45 + \frac{\phi}{2}\right)} \right]}_{N_q} = qN_q \quad (2.23)$$

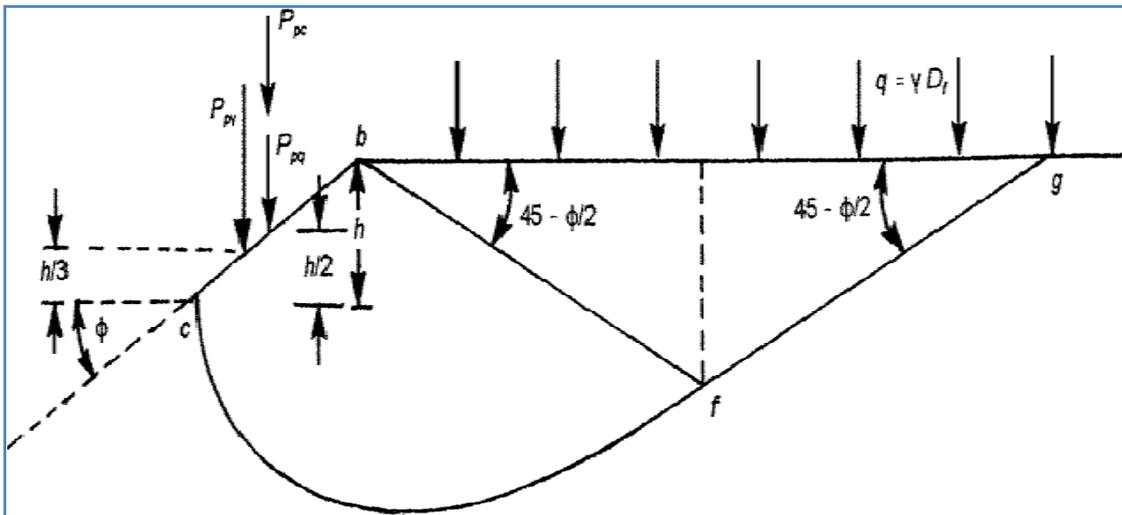


Figure 2.9 : force passive sur la face bc

Relation pour P_{pc} ($\phi \neq 0, \gamma = 0, q = 0, c \neq 0$)

La **figure 2.11** montre la forme du bloc $bcbf$, d'une façon similaire au cas de P_{pq} , le centre de l'arc spirale se trouve au point b . Les forces appliquées au bloc $bcbf$ sont dues à la cohésion et sont représentées également dans la **figure 2.11** qui se présentent en :

1. P_{pc} , la force passive
2. force de cohésion $C = c(\overline{bcx1})$
3. Force passive de Rankine due à la cohésion,

$$P_{p(2)} = 2c\sqrt{K_P}H_d = 2cH_d \tan\left(45 + \frac{\phi}{2}\right) \quad (2.24)$$

4. La force de cohésion par unité de surface le long de l'arc cf , c .

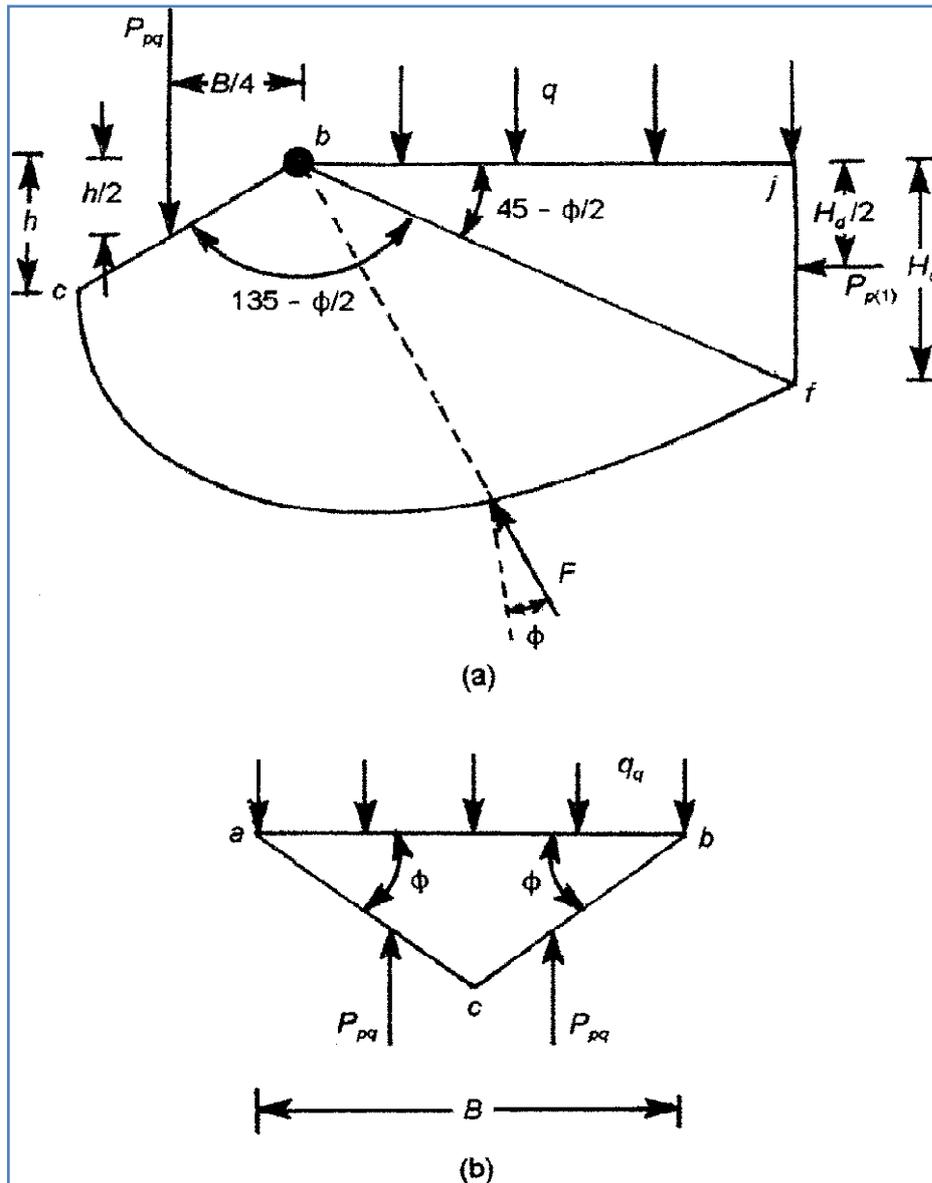


Figure 2.10 : détermination de P_{pq} ($\phi \neq 0, \gamma = 0, q \neq 0, c = 0$)

Si on considère les moments de toutes les forces par rapport au point b , on aura :

$$P_{pc} \left(\frac{B}{4} \right) = P_{P(2)} \left[\frac{\rho_1 \sin \left(45 - \frac{\phi}{2} \right)}{2} \right] + M_c$$

Expression dans laquelle M_c est le moment dû à la cohésion c le long de l'arc cf tel que :

$$M_c = \frac{c}{2 \tan \phi} (\rho_1^2 - \rho_0^2)$$

En considérant l'équilibre du bloc abc (figure 2.11b)

$$q_c(Bx1) = 2C \sin \phi + 2P_{pc} \quad \text{avec } q_c = \text{charge par unité de surface de la fondation}$$

Et après quelques transformations mathématiques, on aboutit à l'expression :

$$q_c = c \cot\varphi \underbrace{\left[\frac{e^{2\left(\frac{3\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)\tan\varphi}}{2\cos^2\left(45 + \frac{\varphi}{2}\right)} - 1 \right]}_{N_c} = cN_c = c \cot\varphi(N_q - 1) \quad (2.25)$$

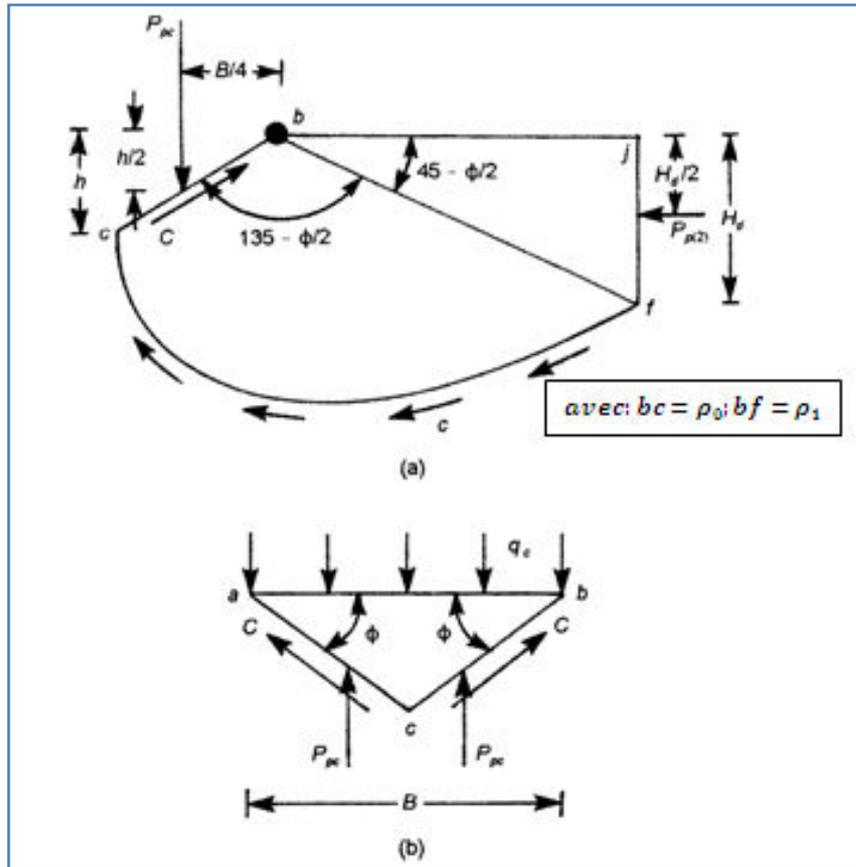


Figure 2.11 : détermination de P_{pc} ($\varphi \neq 0, \gamma = 0, q = 0, c \neq 0$)

Relation pour P_{py} ($\varphi \neq 0, \gamma \neq 0, q = 0, c = 0$)

Contrairement aux schémas de mécanismes de rupture des figures précédentes (**figures 2.10 et 2.11**), le centre de la spirale logarithmique se trouve au point O le long de la ligne bf et non au point b . Les forces par unité de longueur appliquées au bloc $bfcj$ sont :

1. P_{py} , force passive
2. W , poids du bloc $bfcj$
3. F , la résultante de la force résistante de frottement qui s'exerce le long de l'arc cf ,
4. $P_{p(3)}$, la force passive de Rankine

La force passive de Rankine peut être donnée par la relation :

$$P_{p(3)} = \frac{1}{2} \gamma H_d^2 \tan^2\left(45 + \frac{\varphi}{2}\right) \quad (2.26)$$

On peut remarquer que la ligne d'action de la force F passe par O . en considérant le moment par rapport à O :

$$P_{pY}l_p = Wl_w + P_{p(3)}l_R \tag{2.27}$$

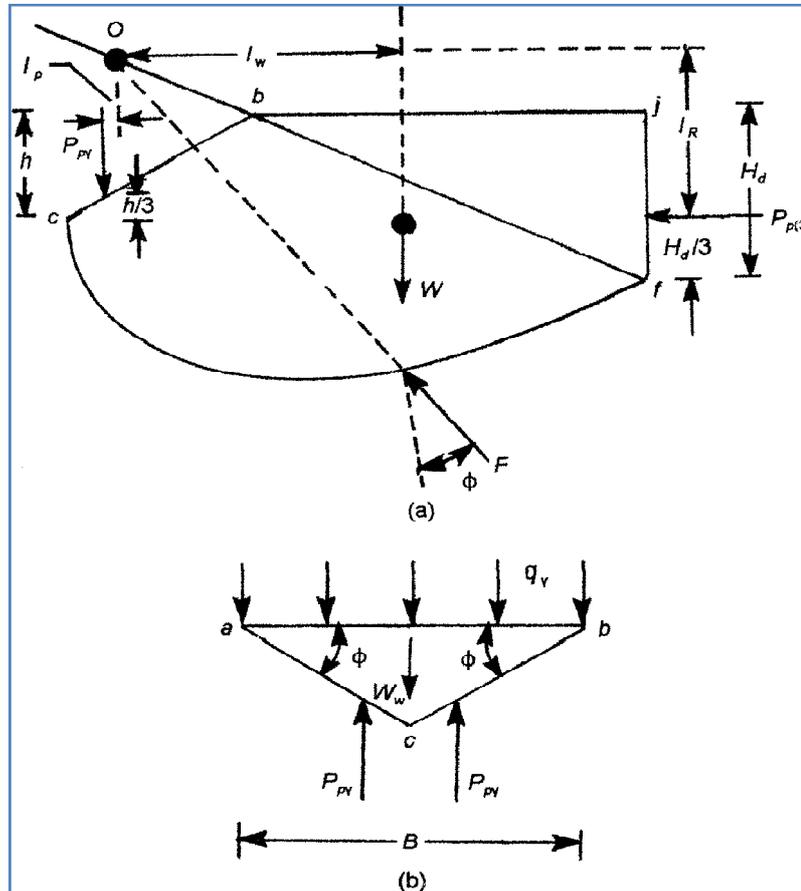


Figure 2.12 : détermination de P_{pY} ($\phi \neq 0, \gamma \neq 0, q = 0, c = 0$)

Alors que :

$$P_{pY} = \frac{1}{l_p} [Wl_w + P_{p(3)}l_R] \tag{2.28}$$

En considérant maintenant la stabilité du bloc abc représenté dans la **figure 2.12**, on peut écrire que :

$$q_y B = 2P_{pY} - W_w$$

expression dans laquelle :

q_y = force par unité de surface de la fondation

W_w = poids du bloc abc

cependant,

$$W_w = \frac{B^2}{4} \gamma \tan \phi$$

et aussi,

$$q_{\gamma} = \frac{1}{B} \left(2P_{p\gamma} - \frac{B^2}{4} \gamma \tan \varphi \right) \quad (2.29)$$

La force passive peut être donnée sous la forme de :

$$P_{p\gamma} = \frac{1}{2} \gamma h^2 K_{p\gamma} = \frac{1}{2} \gamma \left(\frac{B \tan \varphi}{2} \right)^2 K_{p\gamma} = \frac{1}{8} \gamma B^2 K_{p\gamma} \tan^2 \varphi \quad (2.30)$$

Où $K_{p\gamma}$ = coefficient de la pression passive des terres

En substituant l'Eq.(2.30) dans l'Eq.(2.29) on aura

$$\begin{aligned} q_{\gamma} &= \frac{1}{B} \left(\frac{1}{4} \gamma B^2 K_{p\gamma} \tan^2 \varphi - \frac{B^2}{4} \gamma \tan \varphi \right) \\ &= \frac{1}{2} \gamma B \underbrace{\left(\frac{1}{2} K_{p\gamma} \tan^2 \varphi - \frac{\tan \varphi}{2} \right)}_{N_{\gamma}} = \frac{1}{2} \gamma B N_{\gamma} \end{aligned} \quad (2.31)$$

Capacité portante ultime

La charge ultime par unité de surface de la fondation (capacité portante ultime q_u) d'un sol donné possédant une cohésion c et un poids spécifique γ peut s'écrire donc :

$$q_u = q_q + q_c + q_{\gamma} \quad (2.32)$$

En remplaçant q_q , q_c , q_{γ} par leurs expressions trouvées précédemment, on aura comme expression de la capacité portante :

$$q_u = c N_c + q N_q + \frac{1}{2} \gamma B N_{\gamma} \quad (2.33)$$

Où N_c , N_q , et N_{γ} représentent les facteurs de la capacité portante avec :

$$N_q = \frac{e^{2\left(\frac{3\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)\tan\varphi}}{2\cos^2\left(45 + \frac{\varphi}{2}\right)} \quad (2.34)$$

$$N_c = \cot \varphi (N_q - 1) \quad (2.35)$$

$$N_{\gamma} = \frac{1}{2} K_{p\gamma} \tan^2 \varphi - \frac{\tan \varphi}{2} \quad (2.36)$$

On trouve dans le **tableau 2.1** qui suit, la variation des facteurs de la capacité portante avec l'angle de frottement interne φ donnés par les expressions ci-dessus. Les valeurs de N_{γ} sont obtenues par Kumbhojkar (1993).

Tableau 2.1 : facteurs de la capacité portante donnés par Terzaghi

| ϕ | N_c | N_q | N_γ | ϕ | N_c | N_q | N_γ | ϕ | N_c | N_q | N_γ |
|--------|-------|-------|------------|--------|-------|-------|------------|--------|--------|--------|------------|
| 0 | 5.70 | 1.00 | 0.00 | 17 | 14.60 | 5.45 | 2.18 | 34 | 52.64 | 36.50 | 38.04 |
| 1 | 6.00 | 1.1 | 0.01 | 18 | 15.12 | 6.04 | 2.59 | 35 | 57.75 | 41.44 | 45.41 |
| 2 | 6.30 | 1.22 | 0.04 | 19 | 16.57 | 6.70 | 3.07 | 36 | 63.53 | 47.16 | 54.36 |
| 3 | 6.62 | 1.35 | 0.06 | 20 | 17.69 | 7.44 | 3.64 | 37 | 70.01 | 53.80 | 65.27 |
| 4 | 6.97 | 1.49 | 0.10 | 21 | 18.92 | 8.26 | 4.31 | 38 | 77.50 | 61.55 | 78.61 |
| 5 | 7.34 | 1.64 | 0.14 | 22 | 20.27 | 9.19 | 5.09 | 39 | 85.97 | 70.61 | 95.03 |
| 6 | 7.73 | 1.81 | 0.20 | 23 | 21.75 | 10.23 | 6.00 | 40 | 95.66 | 81.27 | 115.31 |
| 7 | 8.15 | 2.00 | 0.27 | 24 | 23.36 | 11.40 | 7.08 | 41 | 106.81 | 93.85 | 140.51 |
| 8 | 8.60 | 2.21 | 0.35 | 25 | 25.13 | 12.72 | 8.34 | 42 | 119.67 | 108.75 | 171.99 |
| 9 | 9.09 | 2.44 | 0.44 | 26 | 27.09 | 14.21 | 9.84 | 43 | 134.58 | 126.50 | 211.56 |
| 10 | 9.61 | 2.69 | 0.56 | 27 | 29.24 | 15.90 | 11.60 | 44 | 151.95 | 147.74 | 261.60 |
| 11 | 10.16 | 2.98 | 0.69 | 28 | 31.61 | 17.81 | 13.70 | 45 | 172.28 | 173.28 | 325.34 |
| 12 | 10.76 | 3.29 | 0.85 | 29 | 34.24 | 19.98 | 16.18 | 46 | 196.22 | 204.19 | 407.11 |
| 13 | 11.41 | 3.63 | 1.04 | 30 | 37.16 | 22.46 | 19.13 | 47 | 224.55 | 241.80 | 512.84 |
| 14 | 12.11 | 4.02 | 1.26 | 31 | 40.41 | 25.28 | 22.65 | 48 | 258.28 | 287.85 | 650.87 |
| 15 | 12.86 | 4.45 | 1.52 | 32 | 44.04 | 28.52 | 26.87 | 49 | 298.71 | 344.63 | 831.99 |
| 16 | 13.68 | 4.92 | 1.82 | 33 | 48.09 | 32.23 | 31.94 | 50 | 347.50 | 415.14 | 1072.80 |

Cependant, pour une fondation de forme rectangulaire ou carrée, l'état plan de contrainte n'existe pas. Dans ce cas, Terzaghi propose les relations qui suivent :

$$q_u = 1.3cN_c + qN_q + 0.4\gamma N_\gamma \quad (\text{semelle rectangulaire}) \quad (2.37)$$

et

$$q_u = 1.3cN_c + qN_q + 0.3\gamma N_\gamma \quad (\text{semelle circulaire}) \quad (2.38)$$

On attire l'attention sur le fait que plusieurs études expérimentales pour l'évaluation de la capacité portante des semelles superficielles ont été conduites depuis, et il en est conclu que les hypothèses formulées par Terzaghi sur la rupture du sol concordent bien. Néanmoins, l'angle α que font les faces ac et bc du bloc (**figure 2.8**) avec l'horizontale est plus proche à $45 + \frac{\phi}{2}$ que l'angle ϕ formulé par Terzaghi. Dans ce cas, la nature de la surface de rupture sera comme représentée dans la **figure 2.13**.

La méthode de superposition a été utilisée pour obtenir les facteurs de portance N_c , N_q , et N_γ . Pour le calcul de N_c et N_q , le centre de l'arc logarithmique spiral se trouve à l'extrémité de la fondation, et ce sera pas le cas pour le calcul de N_γ .

Cas d'un cisaillement partiel.

En ce qui concerne la rupture par cisaillement partiel, Terzaghi propose les relations suivantes :

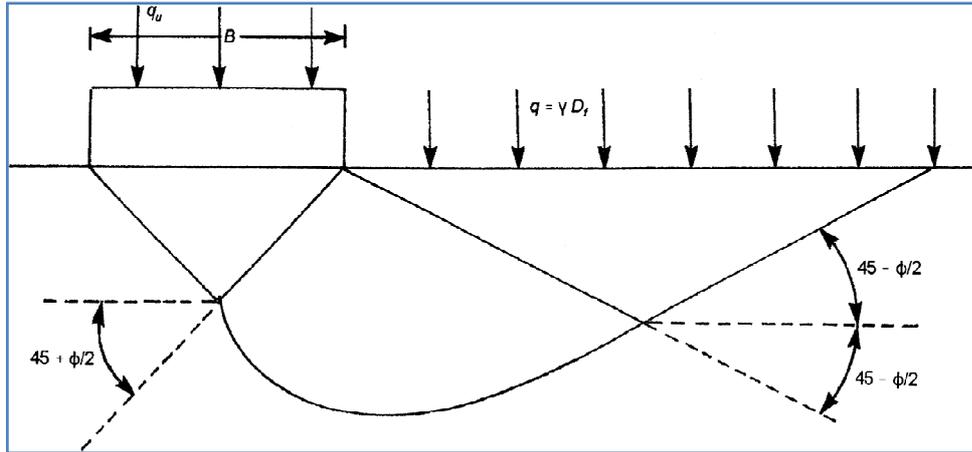


Figure 2.13 : mécanisme de rupture modifié pour une fondation superficielle sous une charge ultime

Semelle filante ($B/L=0$; L = longueur de la fondation)

$$q_u = c'N'_c + q'N'_q + \frac{1}{2}\gamma BN'_\gamma \quad (2.39)$$

Semelle carrée ($B=L$)

$$q_u = 1.3c'N'_c + q'N'_q + 0.4\gamma BN'_\gamma \quad (2.40)$$

Semelle circulaire (B =diametre)

$$q_u = 1.3c'N'_c + q'N'_q + 0.3\gamma BN'_\gamma \quad (2.41)$$

où N'_c , N'_q , et N'_γ représentent les facteurs de la capacité portante modifiés

$$c' = 2c/3$$

Les facteurs de la capacité portante modifiés peuvent être obtenus en substituant ϕ par $\phi' = \tan^{-1}(0.67\tan\phi)$ dans les équations (2.32), (2.33), et (2.34). les variations de N'_c , N'_q , et N'_γ avec l'angle de frottement ϕ sont données dans le **tableau 2.2**.

Tableau 2.2 : facteurs de la capacité portante modifiés donnés par Terzaghi

| ϕ | N'_c | N'_q | N'_γ | ϕ | N'_c | N'_q | N'_γ | ϕ | N'_c | N'_q | N'_γ |
|--------|--------|--------|-------------|--------|--------|--------|-------------|--------|--------|--------|-------------|
| 0 | 5.70 | 1.00 | 0.00 | 17 | 10.47 | 3.13 | 0.76 | 34 | 23.72 | 11.67 | 7.22 |
| 1 | 5.90 | 1.07 | 0.005 | 18 | 10.90 | 3.36 | 0.88 | 35 | 25.18 | 12.75 | 8.35 |
| 2 | 6.10 | 1.14 | 0.02 | 19 | 11.36 | 3.61 | 1.03 | 36 | 26.77 | 13.97 | 9.41 |
| 3 | 6.30 | 1.22 | 0.04 | 20 | 11.85 | 3.88 | 1.12 | 37 | 28.51 | 15.32 | 10.90 |
| 4 | 6.51 | 1.30 | 0.055 | 21 | 12.37 | 4.17 | 1.35 | 38 | 30.43 | 16.85 | 12.75 |
| 5 | 6.74 | 1.39 | 0.074 | 22 | 12.92 | 4.48 | 1.55 | 39 | 32.53 | 18.56 | 14.71 |
| 6 | 6.97 | 1.49 | 0.10 | 23 | 13.51 | 4.82 | 1.74 | 40 | 34.87 | 20.50 | 17.22 |
| 7 | 7.22 | 1.59 | 0.128 | 24 | 14.14 | 5.20 | 1.97 | 41 | 37.45 | 22.70 | 19.75 |
| 8 | 7.47 | 1.70 | 0.16 | 25 | 14.80 | 5.60 | 2.25 | 42 | 40.33 | 25.21 | 22.50 |
| 9 | 7.74 | 1.82 | 0.20 | 26 | 15.53 | 6.05 | 2.59 | 43 | 43.54 | 28.06 | 26.25 |
| 10 | 8.02 | 1.94 | 0.24 | 27 | 16.03 | 6.54 | 2.88 | 44 | 47.13 | 31.34 | 30.40 |
| 11 | 8.32 | 2.08 | 0.30 | 28 | 17.13 | 7.07 | 3.29 | 45 | 51.17 | 35.11 | 36.00 |
| 12 | 8.63 | 2.22 | 0.35 | 29 | 18.03 | 7.66 | 3.76 | 46 | 55.73 | 39.48 | 41.70 |
| 13 | 8.96 | 2.38 | 0.42 | 30 | 18.99 | 8.31 | 4.39 | 47 | 60.91 | 44.54 | 49.30 |
| 14 | 9.31 | 2.55 | 0.48 | 31 | 20.03 | 9.03 | 4.83 | 48 | 66.80 | 50.46 | 59.25 |
| 15 | 9.67 | 2.73 | 0.57 | 32 | 21.16 | 9.82 | 5.51 | 49 | 73.55 | 57.41 | 71.45 |
| 16 | 10.06 | 2.92 | 0.67 | 33 | 22.39 | 10.69 | 6.32 | 50 | 81.31 | 65.60 | 85.75 |

2.3.2 Expressions des facteurs de portance N_c , N_q , et N_γ

2.3.2.1 Facteurs de portance d'après Meyerhof (1963)

Meyerhof (1963) explique que la portance des semelles filantes est calculée en suivant la forme générale décrite par Terzaghi, avec des expressions établies par Prandtl (1920) pour N_c , par Reissner (1924) pour N_q et par lui-même (Meyerhof, 1961) pour une valeur approchée de N_γ , ces coefficients ne tenant pas compte de la résistance au cisaillement dans le sol situé au dessus de la base de la fondation.

Les expressions des facteurs de cohésion, profondeur, et de surface s'expriment par :

$$- N_c = (N_q - 1) \cot \varphi \quad (2.42)$$

$$- N_q = \exp(\pi \tan \varphi) \cdot \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) \quad (2.43)$$

$$- N_\gamma = (N_q - 1) \tan (1,4\varphi) \quad (2.44)$$

Pour les semelles circulaires et rectangulaires de cotés B et L , des facteurs partiels ont été proposés, à l'initiative de Skempton (1951) pour les argiles, par l'interpolation entre le cas des semelles filantes et celui des semelles circulaires ;

$$- s_c = 1 + 0,2 \frac{B}{L} \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right)$$

$$- s_q = s_\gamma = 1 \quad \text{si } \varphi = 0$$

$$- s_q = s_\gamma = 1 + 0,1 \frac{B}{L} \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) \quad \text{si } \varphi > 10 \text{ degrés}$$

En ce qui concerne les fondations rectangulaires, une interpolation est aussi proposée pour corriger la valeur de l'angle de frottement interne, plus forte de 10% dans les ruptures en déformations planes (φ_p) que dans les essais triaxiaux (φ_t) ;

$$- \varphi = \varphi_p = \left(1,1 - 0,1 \frac{B}{L} \right) \varphi_t$$

S'il y a l'eau dans le sol, ou si le sol n'est pas homogène, il est recommandé d'utiliser des valeurs moyennes du poids volumique déjaugé (sous l'eau) et non déjaugé (en l'absence d'eau), de la cohésion c et de l'angle de frottement interne φ :

- Jusqu'à deux fois B sous la base des semelles filantes,

- Jusqu'à une fois B sous la base des semelles circulaires et carrées.

Pour tenir compte de la résistance du sol au-dessus de la base de la fondation, on utilise d'autres facteurs partiels :

$$- d_c = 1 + 0,2 \frac{D}{B} \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right)$$

$$- d_q = d_\gamma = 1 \quad \text{si } \varphi = 0$$

$$- s_q = s_\gamma = 1 + 0.1 \frac{D}{B} \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) \quad \text{si } \varphi > 10 \text{ degrés}$$

Meyerhof indique aussi que, pour les charges excentrées, la pratique consistant à faire le calcul de portance sur une semelle filante de largeur B' réduite :

$$B' = B - 2e,$$

semble trop sévère par comparaison avec les résultats d'essais. Les observations sont intermédiaires entre ces valeurs et celles déduites d'une répartition triangulaire des pressions sous la semelle (Brinch Hansan, 1955). Toutefois, en cas de double excentrement, la réduction de la longueur et de la largeur de deux fois les excentrement correspondants est jugée suffisante.

Pour les charges inclinées, les travaux de Schultze (1952) et de Meyerhoff (1953) ont défini des coefficients réducteurs égaux à :

$$- i_c = i_q = \left(1 - \frac{\delta}{90} \right)^2$$

$$- i_\gamma = \left(1 - \frac{\delta}{\varphi} \right)^2$$

En fonction de l'angle d'inclinaison de la charge par rapport à la verticale (δ , exprimé en degrés), il est conseillé d'incliner la base de la fondation en cas de charge inclinée permanente (par exemple, pour reprendre les charges d'un pont en arc). La solution est alors semblable à celle d'une fondation sur pente.

Dans le cas général, la formule de calcul de la capacité portante du sol a donc la forme :

$$q_{max} = c s_c d_c i_c N_c + q s_q d_q i_q N_q + \frac{\gamma B}{2} s_\gamma d_\gamma i_\gamma N_\gamma \quad (2.45)$$

Meyerhof attire l'attention du lecteur sur la liaison entre la résistance et le déplacement : sous une charge inclinée et excentrée, une fondation superficielle peut se déplacer horizontalement de 5 à 20% de la largeur de la fondation, et tourner de 1 à 5 degrés, selon la densité ou rigidité du sol et la profondeur d'encastrement de la fondation. Ces déplacements sont nécessaires pour mobiliser la résistance du sol et peuvent avoir une influence importante sur les structures qu'il porte. Pour limiter les déplacements des fondations, il faut les élargir ou les encastrent plus profondément. D'autre part, si la rigidité de la fondation est faible par rapport à celle du sol, il faut utiliser une approche différente, par exemple avec des coefficients de réaction.

2.3.2.2 Facteurs de portance d'après Hansen Brinch (1970)

Pour le calcul de la force portante des fondations superficielles, Hansen Brinch a utilisé la même équation de base que celle de Terzaghi, excepté que la largeur de la fondation a été prise égale à B au lieu de $2B$.

$$q_u = cN_c + qN_q + \frac{1}{2}\gamma BN_\gamma$$

Les trois facteurs de portance ont pour expressions :

$$- N_c = (N_q - 1)\cot\varphi \quad (2.46)$$

$$- N_q = \exp(\pi\tan\varphi) \cdot \tan^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) \quad (2.47)$$

$$- N_\gamma = 1.5(N_q - 1)\tan\varphi \quad (2.48)$$

Dont le dernier est une borne inférieure calculée par Lundgren et Mortensen (1953), puis Odgaard et Christensen. En 1961, Brinch Hansen proposait une expression différente :

$$- N_\gamma = 1.8(N_q - 1)\tan\varphi \quad (2.49)$$

Intermédiaire entre la borne inférieure précédente et la solution de Meyerhof (1951). Le statut de cette expression n'est pas clair. Brinch Hansen (1961) indique que ce n'est qu'une borne inférieure parce qu'elle n'est que statiquement admissible.

Les facteurs de la capacité portante établis par Hansen pour une semelle filante sont présentés dans la **figure 2.14** et tabulés selon le **tableau 2.3**.

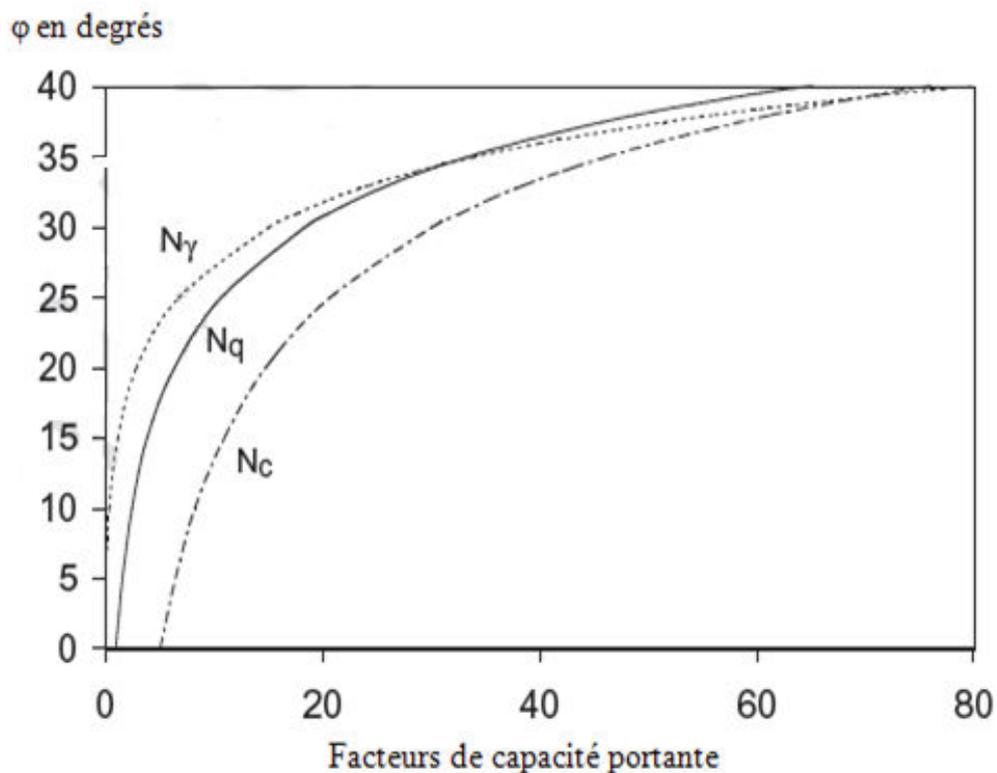


Figure 2.14 : Facteurs de capacité portante de Hansen

Tableau 2.3: Facteurs de capacité portante de Hansen

| ϕ (degrees) | N_q | N_c | N_γ |
|------------------|-------|-------|------------|
| 0 | 1.0 | 1.5 | 0.0 |
| 5 | 1.6 | 6.5 | 0.1 |
| 10 | 2.5 | 8.3 | 0.4 |
| 15 | 3.9 | 11.0 | 1.2 |
| 20 | 6.4 | 14.8 | 2.9 |
| 25 | 10.7 | 20.7 | 6.8 |
| 30 | 18.4 | 30.1 | 15.1 |
| 31 | 20.6 | 32.7 | 17.7 |
| 32 | 23.2 | 35.5 | 20.8 |
| 33 | 26.1 | 38.6 | 24.4 |
| 34 | 29.4 | 42.2 | 28.8 |
| 35 | 33.3 | 46.1 | 33.9 |
| 36 | 37.8 | 50.6 | 40.1 |
| 37 | 42.9 | 55.6 | 47.4 |
| 38 | 48.9 | 61.4 | 56.2 |
| 39 | 56.0 | 67.9 | 66.8 |
| 40 | 64.2 | 75.3 | 79.5 |
| 42 | 85.4 | 93.7 | 114.0 |
| 44 | 115.3 | 118.4 | 165.6 |
| 46 | 158.5 | 152.1 | 244.6 |
| 48 | 222.3 | 199.3 | 368.7 |
| 50 | 319.1 | 266.9 | 568.6 |

A part l'excentrement des charges, qui est pris en compte en calculant la portance sur la « surface effective de la fondation », tous les autres écarts par rapport au cas de la semelle filante sous charge verticale centrée sont décrits aux moyens de coefficients correcteurs établis séparément et dont l'usage simultané constitue naturellement une approximation.

La capacité portante d'une fondation inclinée de forme quelconque, encastrée dans un massif incliné et soumise à une charge inclinée, est égale à :

$$q_{max} = \frac{N}{A} = 0.5\gamma B N_\gamma s_\gamma d_\gamma i_\gamma b_\gamma g_\gamma + q N_q s_q d_q i_q b_q g_q + c N_c s_c d_c i_c b_c g_c \quad (2.50)$$

(notations : s =forme ; d =profondeur ; i =inclinaison de la charge ; b =inclinaison de la base de la fondation ; g =inclinaison de la surface du sol ; N =composante de la charge normale à la base de la fondation ; A =aire de la fondation).

Pour une fondation sur sol cohérent (où $\phi=0$, donc $N_\gamma=0$), Brinch Hansen indique qu'il vaut mieux écrire l'expression (2.50) sous la forme additive :

$$q_{max} = \frac{N}{A} = (\pi + 2)C_u[1 + s_c^a + d_c^a - i_c^a - b_c^a - g_c^a] \quad (2.51)$$

Pour l'inclinaison de la charge, il recommande les formules approchées suivantes :

$$\begin{aligned} - i_c^a &= 0.5 - 0.5 \sqrt{1 - \frac{H}{Ac_u}} \\ - i_q &= \left[1 - \frac{0.5H}{N+Ac \cot\varphi}\right]^5 \\ - i_\gamma &= \left[1 - \frac{0.7H}{N+Ac \cot\varphi}\right]^5 \end{aligned}$$

L'expression i_c n'est pas donnée. Dans son article de 1961, Brinch Hansen donnait l'expression

$$- i_c = i_q - \frac{1-i_q}{N_c \tan\varphi}$$

Pour l'inclinaison de la base de la fondation, les coefficients correcteurs de Brinch Hansen ont pour expression :

$$\begin{aligned} - b_c^a &= \frac{2\alpha}{\pi+2} \text{ (radians) ou } \frac{\alpha}{147} \text{ (degrés)} && \text{(solution exacte)} \\ - b_q &= \exp(-2\alpha \tan\varphi) && \text{(solution exacte)} \\ - b_\gamma &= \exp(-2.7\alpha \tan\varphi) && \text{(expression empirique)} \end{aligned}$$

L'expression de b_c n'est pas donnée.

En cas d'inclinaison de la base de la fondation, le coefficient i_γ est modifié pour assurer la continuité des solutions :

$$- i_\gamma = \left[1 - \frac{(0.7-\alpha/450)}{N+Ac \cot\varphi}\right]^5$$

Pour l'inclinaison de la surface du sol, Brinch Hansen suggère d'utiliser les formules approchées :

$$\begin{aligned} - g_q &= [1 - 0.5 \tan\beta]^5 \\ - g_\gamma &= g_q && \text{pour } \beta < \varphi \text{ et } \alpha - \beta : 90 \text{ degrés} \end{aligned} \quad (2.52)$$

L'expression de g_c n'est pas donnée

Les coefficients adoptés par Brinch Hansen pour décrire l'effet de la forme de la fondation, ont pour les fondations rectangulaires ($B < L$) et carrées (coté B) sous charge verticale :

$$s_c^a = 0.2 \frac{B}{L} \quad s_q = 1 + \frac{B}{L} \sin\varphi \quad s_\gamma = 1 - 0.4 \frac{B}{L}$$

Et pour les charges inclinées (dans le sens de B ou dans le sens de L)

$$\begin{aligned}
s_{cB}^a &= 0.2i_{cB}^a \frac{B}{L} & s_{qB} &= 1 + i_{qB} \frac{B}{L} \sin\varphi & s_{\gamma B} &= 1 - 0.4 \frac{Bi_{\gamma B}}{Li_{\gamma L}} \\
s_{cL}^a &= 0.2i_{cL}^a \frac{B}{L} & s_{qL} &= 1 + i_{qL} \frac{B}{L} \sin\varphi & s_{\gamma L} &= 1 - 0.4 \frac{Li_{\gamma L}}{Bi_{\gamma B}}
\end{aligned} \quad (2.53)$$

Expression dans lesquelles on utilise l'expression en B (première ligne) ou en L (seconde ligne) selon le sens de l'inclinaison de la charge. Pour $s_{\gamma B}$ ou $s_{\gamma L}$, Brinch Hansen indique qu'il faut prendre la valeur supérieure à 0.6.

Enfin, pour l'effet de la profondeur, Brinch Hansen suggère les formules approchées suivantes :

$$d_{\gamma} = 1 \quad d_c^a = 0.4 \frac{D}{B} \quad d_q = 1 + 2 \tan\varphi (1 - \sin\varphi)^2 \frac{D}{B} \quad \text{pour } D \leq B \quad (2.54)$$

et

$$d_{\gamma} = 1 \quad d_c^a = 0.4 \arctan \frac{D}{B} \quad d_q = 1 + 2 \tan\varphi (1 - \sin\varphi)^2 \arctan \frac{D}{B} \quad \text{pour } D \geq B \quad (2.55)$$

On note que l'angle de frottement interne à utiliser pour les problèmes de déformations planes est l'angle φ_p , déduit de l'angle de frottement interne φ_t déterminé à l'appareil triaxial par la formule :

$$\varphi_p = 1.1\varphi_t.$$

2.3.2.3 Facteurs de portance d'après Vesic (1973)

Vesic présente un panorama complémentaire du développement de l'analyse de la capacité portance des fondations superficielles. Il rappelle que l'histoire des premiers travaux sur le sujet, commençant à Rankine en 1857, a été décrite dans le premier traité de mécanique des sols de Terzaghi (1925, chapitre 24).

Les recherches modernes partent de l'article de Prandtl (1921) sur le poinçonnement des métaux, qui a été étendu aux matériaux non pesants à frottement interne par Reissner (1924) et aux problèmes axisymétriques par Hencky (1934) et à Buisman (1935), qui a inspiré les premières tentatives d'extension des calculs de plasticité aux sols pesants (Raes, 1941) et suggéré la superposition du terme en N_{γ} avec les deux autres termes de l'équation de la capacité portante. Cette approche a été adoptée à la même époque par Terzaghi (1943) et a exercé une influence durable sur tous les travaux ultérieurs. Vesic donne un tableau des références des principales contributions aux études théoriques de 1940 à 1970 :

- Pour les problèmes plans : Terzaghi (1943), Mizuno (1948), Meyerhof (1948, 1951, 1955), Caquot et Kérisel (1953, 1956), Lundgren et Mortensen (1953), Sokolovsky (1960), Gorbunov-Posadov (1965), Hansen (1969) ;
- Pour les problèmes axisymétriques : Ishlinsky (1944), Berianfsev (1952), Mizuno (1953), Shield (1955), Eason et Shield (1960), Cox et al. (1961) et Cox (1962)

Il donne aussi des références des états des connaissances publiés pendant la même période : Terzaghi (1943), Terzaghi et Peck (1967), de Beer (1949, 1965), Skempton (1951), Meyerhof (1951, 1963), Brinch Hansen (1957, 1961, 1970), de Beer et Vesić (1958), Neujoks (1963) Lambe (1965), de Mello (1969), Whitman (1970), Hvorslev (1970) et Weiss (1970).

Vesić décrit le mode de calcul par superposition de la capacité portante avec les facteurs N_c et N_q de Prandl et Reissner ; pour N_γ , il indique que la solution tabulée de Caquot et Kérisel (1963) peut être représentée avec moins de 10% d'erreur sur l'intervalle $15 < \varphi < 45$ degrés (moins de 5% d'erreur entre 20 et 40 degrés) par l'expression :

$$N_\gamma = 2(N_q - 1)\tan\varphi \quad (2.56)$$

La superposition des trois termes de capacité portante donne une estimation approchée par défaut (de 17 à 10% au plus pour $\varphi = 30$ à 40 degrés) mais exacte pour $\varphi = 0$ degré. L'auteur indique que le choix d'un angle de frottement en déformations planes n'est pas nécessairement la meilleure solution pour rapprocher les résultats des calculs des portances observées. La prise en compte de la rupture progressive du sol sous les niveaux de contraintes variés semble une voie plus prometteuse.

Pour les coefficients correcteurs appliqués à chacun des termes de la formule générale de Terzaghi, Vesić donne les expressions suivantes :

▪ Coefficients de forme

- $s_c = 1 + \frac{B N_q}{L N_c} = 1 + \frac{B}{L} \frac{N_q}{N_q - 1} \tan\varphi$
- $s_q = 1 + \frac{B}{L} \tan\varphi$
- $s_\gamma = 1 - 0.4 \frac{B}{L}$

▪ Coefficients de profondeur (pour $D/B \leq 1$, d'après Brinch Hansen, 1970)

- $d_q = 1 + 2 \tan\varphi (1 - \sin\varphi)^2 \frac{D}{B}$
- $d_\gamma = 1$

L'effet de la compressibilité du sol et de la dimension de la fondation est ensuite longuement discuté. La diminution de la résistance du sol lorsque la taille de la fondation augmente semble provenir de trois causes :

- L'enveloppe des cercles de Mohr n'est pas une droite,
- La rupture se développe progressivement sur la surface de rupture,
- Il existe des zones de plus faible résistance dans tous les sols naturels.

Cette diminution provient principalement du terme N_γ . Des équations sont proposées pour en tenir compte.

2.3.2.4 Facteurs de portance d'après Lancellotta

Lancellotta (1995) donne pour le facteur de surface N_γ l'expression proposée par Vesic pour la solution de Caquot et Kérisel (1953) :

$$N_\gamma = 2(N_q - 1) \tan \varphi$$

et utilise les coefficients de forme de Meyerhof (1953), indiqués ci-dessus, mais des coefficients d'effet d'encastrement dus à Brinch Hansen (1970), de Beer et Ladanyi (1961) et Vesic (1973) :

$$- d_q = 1 + 2 \tan \varphi (1 - \sin \varphi)^2 \frac{D}{B} \quad \text{si } D \leq B$$

$$- d_c = 1 + 2 \tan \varphi (1 - \sin \varphi)^2 \tan^{-1} \frac{D}{B} \quad \text{si } D > B$$

$$- d_c = d_q - \frac{1 - d_q}{N_c \tan \varphi}$$

Pour tenir compte de l'inclinaison α de la base de la fondation, il donne les formules suivantes :

$$- b_q = (1 - \alpha \tan \varphi) \quad (\text{solution exacte de Brinch Hansen, 1970})$$

$$- b_q = b_q - \frac{1 - b_q}{N_c \tan \varphi}$$

$$- b_\gamma = b_q$$

Pour l'inclinaison β de la fondation du sol, il donne une autre série de coefficients réducteurs, proposés par Brinch Hansen (1970) :

$$- g_q = (1 - \beta)^2 \quad (\text{solution exacte de Brinch Hansen, 1970})$$

$$- g_c = g_q - \frac{1 - g_q}{N_c \tan \varphi}$$

$$- g_\gamma = g_q$$

Pour les charges excentrées, il utilise la méthode de réduction de largeur de Meyerhof pour les semelles rectangulaires et donne une construction graphique pour traiter le cas des semelles circulaires.

Le cas d'une charge inclinée (force normale N , force horizontale H) mais centrée est traité au moyen de coefficients empiriques dus à Vesic (1975) :

$$\begin{aligned} - i_\gamma &= \left(1 - \frac{H}{N+BLc\cot\varphi}\right)^{m+1} \\ - i_q &= \left(1 - \frac{H}{N+BLc\cot\varphi}\right)^m \\ - i_c &= i_q - \frac{1-i_q}{N_c \tan\varphi} \\ - m &= \frac{2+B/L}{1+B/L} \end{aligned}$$

2.3.2.5 Facteurs de portance d'après Kézdi et Rétháti

Kézdi et Rétháti (1988) présentent un panorama détaillé des calculs de capacité portante qui part de la solution de base de Prandl (1920), ré-établie indépendamment par Caquot (1934), qui fut le premier à l'appliquer aux sols, et démontrée de façon plus simple par Raes (1941). Le terme de surface N_γ a été défini pour la première fois par Buisman (1940), par une construction graphique condensée sous forme analytique par Raes (1941) :

$$N_\gamma = \frac{1}{4} \left\{ 2K_p \exp\left(\frac{3\pi}{2} \tan\varphi\right) - 2\sqrt{K_p} + \frac{1+K_p}{1+9\tan^2\varphi} [(3\tan\varphi\sqrt{K_p} - 1) \exp\left(\frac{3\pi}{2} \tan\varphi\right) + 3\tan\varphi + \sqrt{K_p}] \right\} \quad (2.57)$$

avec

$$K_p = \tan^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) \quad (2.58)$$

Si la fondation est peu encastrée (D/B), on peut négliger la résistance du sol au dessus de la base de la semelle et développer des solutions approchées, comme celle de Terzaghi (1943). Les auteurs indiquent que la question de la validité de la méthode de superposition pour des comportements à seuil de plasticité a été étudié par Sokolovkij (1960), qui a conclu que le calcul exact donne une valeur supérieure de la capacité portante, écart évalué à +17% pour $\varphi = 30$ degrés par Lundgren et Mortensen (1953). Cordary (1994) développe les conditions très restrictives où la superposition est admissible. Les solutions de Muzino (1953) et Lundgren et Mortensen (1953) sont jugées moins réalistes que celle de Meyerhof (1951) et ses extensions successives. La solution de Balla (1962), qui s'appuie sur un mécanisme de rupture différent, conduit à des facteurs de capacité portante qui dépendent non seulement de

l'angle de frottement interne du sol mais aussi de son poids volumique et de sa cohésion. La solution de Balla donne des valeurs beaucoup plus fortes de N_γ , qui traduisent une influence beaucoup plus forte de la largeur de la fondation et une influence plus faible de la profondeur d'encastrement que dans la théorie de Meyerhof, mais qui correspondent mieux aux observations.

Pour les fondations de dimensions finies (carrées, circulaires et rectangulaires), plusieurs série de facteurs multiplicatifs, proposées par différents auteurs sur la base théorique ou sur une base expérimentale, sont présentées : celle de Terzaghi (1943), Schultze (1952), Brinch Hansen (1955 et 1961), Muhs (1969), de Beer (1970) et du code Hongrois de calcul des fondations. Les facteurs de Muhs, qui ont été établis sur des modèles de fondation relativement grands (0.5 à 2 m²), font diminuer N_γ plus que les autres solutions. Les facteurs de Scultze ont pour conséquence que la portance diminue avec l'allongement de la fondation, à surface égale, ce qui n'est pas le cas pour ceux de Brinch Hansen.

2.3.3 Cas d'une semelle sur la pente d'un talus

En 1957, Meyerhof a proposé une solution théorique pour déterminer la capacité portante d'une semelle sur la face d'un talus. La **figure 2.15** représente la nature de la zone plastique développée dans le sol sous une semelle filante rugueuse ($largeur=B$) implantée sur

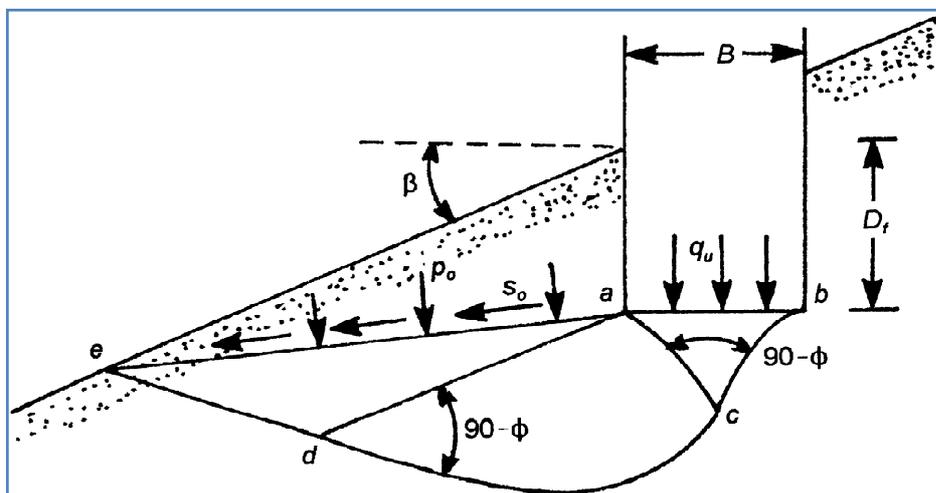


Figure 2.15 : nature de la zone plastique sous une semelle filante à base rugueuse implantée sur la face d'un talus

la face d'un talus. Dans la **figure 2.15**, abc représente la zone élastique, acd est la zone de cisaillement radial. Soient p_0 et s_0 les contraintes respectivement normales et tangentielles qui se trouvent sur le plan ae . La pente du talus fait un angle β avec l'horizontale. Le sol possède une cohésion c , un angle de frottement interne φ et un poids spécifique γ .

L'expression de la capacité portante peut se mettre sous la forme de :

$$q_u = cN_c + p_0N_c + \frac{1}{2}\gamma BN_\gamma \quad (2.59)$$

Cette relation peut être exprimée aussi par :

$$q_u = cN_{cq} + \frac{1}{2}\gamma BN_{\gamma q} \quad (2.60)$$

Où $N_{cq}, N_{\gamma q}$ = facteurs de capacité portante pour un sol purement cohérent ($\varphi=0$)

$$q_u = cN_{cq}$$

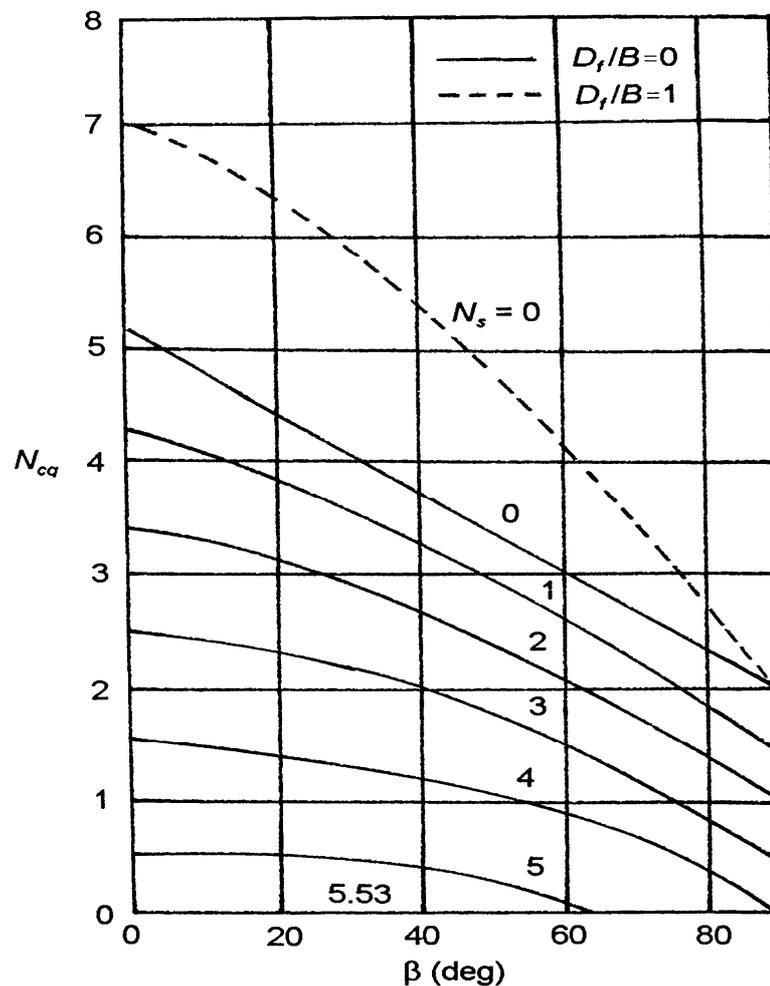


Figure 2.16 : variation des facteurs de portance N_{cq} de Meyerhof, pour un sol purement cohérent (fondation sur la pente d'un talus)

La **figure 2.16** représente la variation de N_{cq} avec l'angle d'inclinaison du talus β et le nombre de stabilité du talus N_s , avec :

$$N_s = \frac{\gamma H}{c} \quad (2.61)$$

où H = la hauteur du talus

De la même manière, on peut exprimer q_u pour un sol sans cohésion ($c=0$)

$$q_u = \frac{1}{2} \gamma B N_{\gamma q} \quad (2.62)$$

La variation de $N_{\gamma q}$ (pour $c=0$) applicable à l'Eq. (2.62) est représentée dans la **figure 2.17**

2.3.4 Cas d'une semelle au bord d'un talus

2.3.4.1 Solution de Meyerhof

La **figure 2.18** représente une fondation continue rugueuse d'une largeur B implantée à la tête d'un talus d'une hauteur H , distante de b du bord de la crête du talus. La capacité portante ultime de la fondation peut être exprimée par :

$$q_u = c N_{cq} + \frac{1}{2} \gamma B N_{\gamma q} \quad (2.63)$$

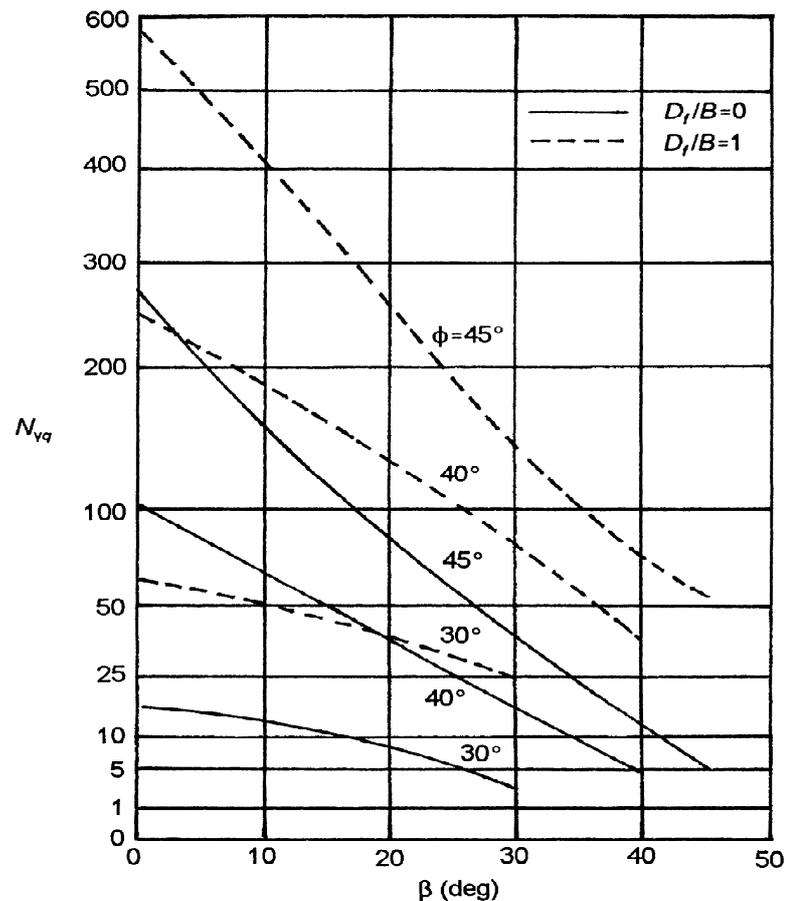


Figure 2.17 : variation des facteurs de portance $N_{\gamma q}$ de Meyerhof, pour un sol frottant (fondation sur la pente d'un talus)

Meyerhof a développé la variation théorique de N_{cq} pour un sol purement cohérent ($\phi=0$) et $N_{\gamma q}$ pour un sol granulaire ($c=0$), et ces variations sont représentées dans les **figures 2.19 et 2.20**. Il est à noter que pour un sol purement cohérent :

$$q_u = cN_{cq}$$

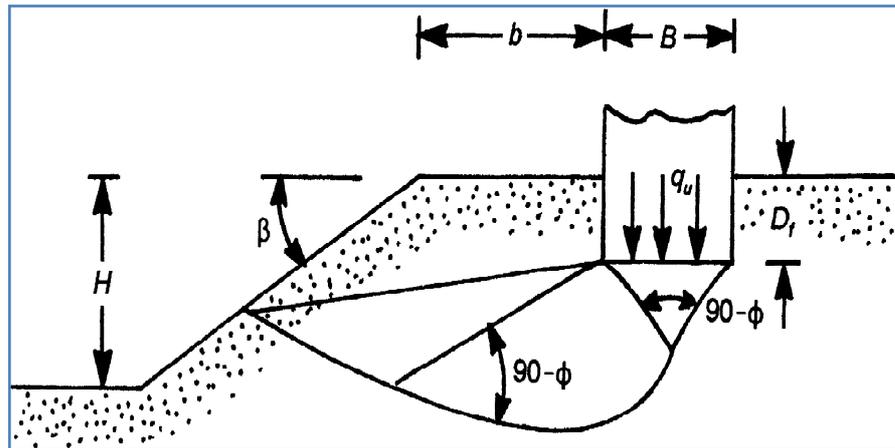
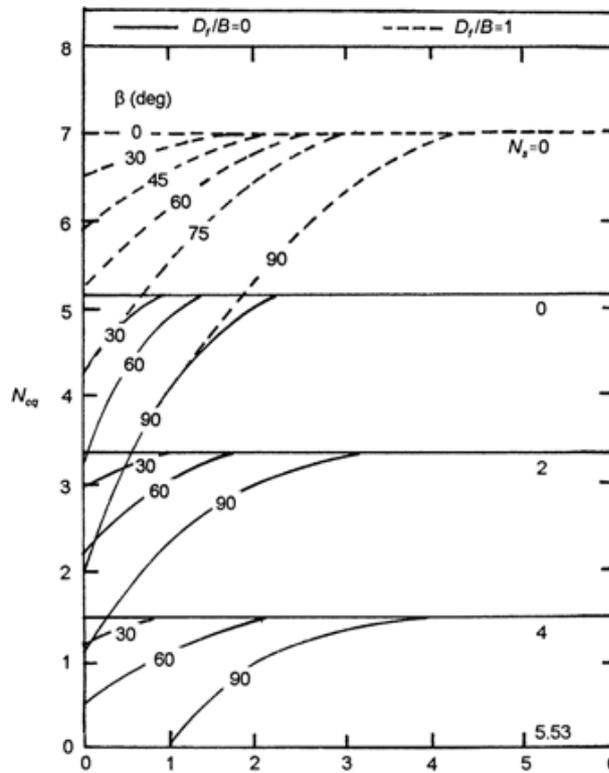


Figure 2.18 : semelle filante au bord d'un talus



Distance de la semelle du sommet de la pente b/B (pour $N_s = 0$) Ou b/H (pour $N_s > 0$)

Figure 2.19 : facteurs de portance N_{cq} de Meyerhof, pour un sol purement cohérent (fondation au bord d'un talus)

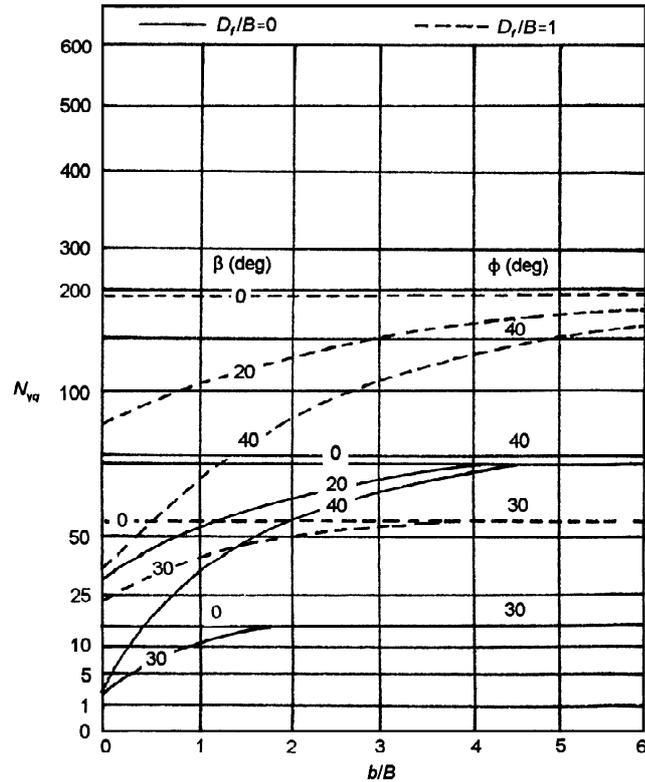


Figure 2.20 : facteurs de portance N_{cq} de Meyerhof, pour un sol frottant (fondation au bord d'un talus)

et pour un sol granulaire

$$q_u = \frac{1}{2} \gamma B N_{\gamma q} \quad (2.64)$$

Il est important de noter que, en utilisant la figure 2.19, le nombre de stabilité N_s doit être pris égal à zéro quand $B < H$. Si $B \geq H$ la courbe pour le nombre réel de stabilité doit être utilisée.

2.3.4.2 Solution de Hansen (1970) et Vesić (1975)

Selon la figure 2.18, et pour le cas où $b=0$, Hansen (1970) a proposé l'expression qui suit pour définir la capacité portante ultime d'une semelle filante :

$$q_u = c N_c \lambda_{c\beta} + q N_q \lambda_{q\beta} + \frac{1}{2} \gamma B N_\gamma \lambda_{\gamma\beta} \quad (2.65)$$

expression dans laquelle :

N_c, N_q, N_γ = facteurs de capacité portante

$\lambda_{c\beta}, \lambda_{q\beta}, \lambda_{\gamma\beta}$ = facteurs de pente

$$q = \gamma D_f$$

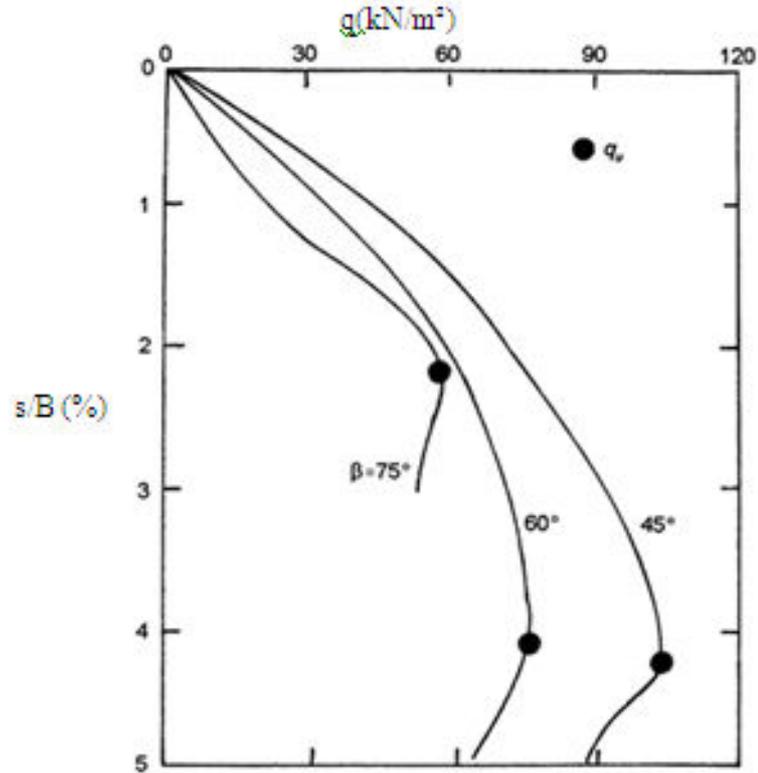


Figure 2.21 : exemple de courbe typique chargement-tassement d'une semelle filante sur un talus

Selon Hansen

$$\lambda_{q\beta} = \lambda_{\gamma\beta} = (1 - \tan\beta)^2 \quad (2.66)$$

$$\lambda_{c\beta} = \frac{N_q \lambda_{q\beta}^{-1}}{N_q^{-1}} \quad (\text{pour } \varphi > 0) \quad (2.67)$$

$$\lambda_{c\beta} = 1 - \frac{2\beta}{\pi+2} \quad (\text{pour } \varphi = 0) \quad (2.68)$$

Pour la condition $\varphi = 0$, Vesić (1975) a attiré l'attention sur le fait que, en l'absence du poids du au talus, le facteur de capacité portante a une valeur négative et peut être exprimé par :

$$N_\gamma = -2\sin\beta \quad (2.69)$$

ainsi pour $\varphi = 0$, avec $N_c = 5.14$ et $N_q = 1$, l'Eq.(4.82) prendra la forme suivante :

$$q_u = c(5.14) \left(1 - \frac{2\beta}{5.14}\right) + \gamma D_f (1 - \tan\beta)^2 - \gamma B \sin\beta (1 - \tan\beta)^2$$

ou

$$q_u = (5.14 - 2\beta)c + \gamma D_f (1 - \tan\beta)^2 - \gamma B \sin\beta (1 - \tan\beta)^2 \quad (2.70)$$

2.3.4.3 Solution par l'équilibre limite et l'analyse limite

Saran, Sud, et Handa (1989) ont donné une solution pour déterminer la capacité portante ultime d'une semelle filante superficielle sur un talus (**figure 2.18**) en utilisant l'approche d'équilibre limite et d'analyse limite. D'après cette théorie, pour une semelle filante, on a :

$$q_u = cN_c + qN_q + \frac{1}{2}\gamma BN_\gamma \tag{2.71}$$

avec N_c, N_q, N_γ = facteurs de capacité portante

$$q = \gamma D_f$$

Conformément aux notations utilisées dans la **figure 2.18**, les valeurs numériques de N_c , N_q , et N_γ sont données dans le **tableau 2.4**.

Tableau 2.4 : facteurs de capacité portante d'après Saran, Seed et Handa

| Factor | β (deg) | $\frac{D_f}{B}$ | $\frac{b}{B}$ | Soil friction angle, ϕ (deg) | | | | | | |
|------------|------------------|-----------------|---------------|-----------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|------|
| | | | | 40 | 35 | 30 | 25 | 20 | 15 | 10 |
| N_γ | 30 | 0 | 0 | 25.37 | 12.41 | 6.14 | 3.20 | 1.26 | 0.70 | 0.10 |
| | 20 | | | 53.48 | 24.54 | 11.62 | 5.61 | 4.27 | 1.79 | 0.45 |
| | 10 | | | 101.74 | 43.35 | 19.65 | 9.19 | 4.35 | 1.96 | 0.77 |
| | 0 | | | 165.39 | 66.59 | 28.98 | 13.12 | 6.05 | 2.74 | 1.14 |
| | 30 | 0 | 1111 | 60.06 | 34.03 | 18.95 | 10.33 | 5.45 | 0.00 | |
| | 20 | | | 85.98 | 42.49 | 21.93 | 11.42 | 5.89 | 1.35 | |
| | 10 | | | 125.32 | 55.15 | 25.86 | 12.26 | 6.05 | 2.74 | |
| | 0 | | | 165.39 | 66.59 | 28.89 | 13.12 | 6.05 | 2.74 | |
| | 30 | 1111 | 0 | 91.87 | 49.43 | 26.39 | | | | |
| | 25 | | | 115.65 | 59.12 | 28.80 | | | | |
| | 20 | | | 143.77 | 66.00 | 28.89 | | | | |
| | ≤ 15 | | | 165.39 | 66.59 | 28.89 | | | | |
| 30 | 111 | 111 | 131.34 | 64.37 | 28.89 | | | | | |
| 25 | | | 151.37 | 66.59 | 28.89 | | | | | |
| ≤ 20 | | | 166.39 | 66.59 | 28.89 | | | | | |
| N_q | 30 | 111 | 0 | 12.13 | 16.42 | 8.98 | 7.04 | 5.00 | 3.60 | |
| | 20 | | | 12.67 | 19.48 | 16.80 | 12.70 | 7.40 | 4.40 | |
| | ≤ 10 | | | 81.30 | 41.40 | 22.50 | 12.70 | 7.40 | 4.40 | |
| | 30 | 111 | 111 | 28.31 | 24.14 | 22.5 | | | | |
| | 20 | | | 42.25 | 41.4 | 22.5 | | | | |
| | ≤ 10 | | | 81.30 | 41.4 | 22.5 | | | | |
| N_c | 50 | 0 | 0 | 21.68 | 16.52 | 12.60 | 10.00 | 8.60 | 7.10 | 5.50 |
| | 40 | | | 31.80 | 22.44 | 16.64 | 12.80 | 10.04 | 8.00 | 6.25 |
| | 30 | | | 44.80 | 28.72 | 22.00 | 16.20 | 12.20 | 8.60 | 6.70 |
| | 20 | | | 63.20 | 41.20 | 28.32 | 20.60 | 15.00 | 11.30 | 8.76 |
| | ≤ 10 | | | 88.96 | 55.36 | 36.50 | 24.72 | 17.36 | 12.61 | 9.44 |
| | 50 | 0 | 11111 | 38.80 | 30.40 | 24.20 | 19.70 | 16.42 | | |
| | 40 | | | 48.00 | 35.40 | 27.42 | 21.52 | 17.28 | | |
| | 30 | | | 59.64 | 41.07 | 30.92 | 23.60 | 17.36 | | |
| | 20 | | | 75.12 | 50.00 | 35.16 | 27.72 | 17.36 | | |
| | ≤ 10 | | | 95.20 | 57.25 | 36.69 | 24.72 | 17.36 | | |
| | 50 | 11111 | 0 | 35.97 | 28.11 | 22.38 | 18.38 | 15.66 | 10.00 | |
| | 40 | | | 51.16 | 37.95 | 29.42 | 22.75 | 17.32 | 12.16 | |
| | 30 | | | 70.59 | 50.37 | 36.20 | 24.72 | 17.36 | 12.16 | |
| | 20 | | | 93.79 | 57.20 | 36.20 | 24.72 | 17.36 | 12.16 | |
| | ≤ 10 | | | 95.20 | 57.20 | 36.20 | 24.72 | 17.36 | 12.16 | |
| | 50 | 1111 | 1111 | 53.65 | 42.47 | 35.00 | 24.72 | | | |
| | 40 | | | 67.98 | 51.61 | 36.69 | 24.72 | | | |
| | 30 | | | 85.38 | 57.25 | 36.69 | 24.72 | | | |
| | 20 | | | 95.20 | 57.25 | 36.69 | 24.72 | | | |
| | ≤ 20 | | | 95.20 | 57.25 | 36.69 | 24.72 | | | |

2.3.4.4 Solution par les contraintes caractéristiques

D'après l'équation (2.63), les sols granulaires pour lesquels la cohésion est nulle (c.-à-d. $c=0$), on a :

$$q_u = \frac{1}{2} \gamma B N_{\gamma q} \quad (2.72)$$

Graham, Andrews, et Shields (1988) ont donné une solution pour le facteur de capacité portante $N_{\gamma q}$, pour la semelle filante posée sur un talus basée sur la méthode des contraintes caractéristiques. La **figure 2.22** montre les schémas des zones de rupture respectivement pour une semelle ancrée sur une profondeur de (D_f/B) et une semelle éloignée de (b/B) du sommet du talus traitées dans cette analyse. Les variations de du facteur $N_{\gamma q}$ sont représentées dans les **figures 2.23, 2.24, et 2.25**.

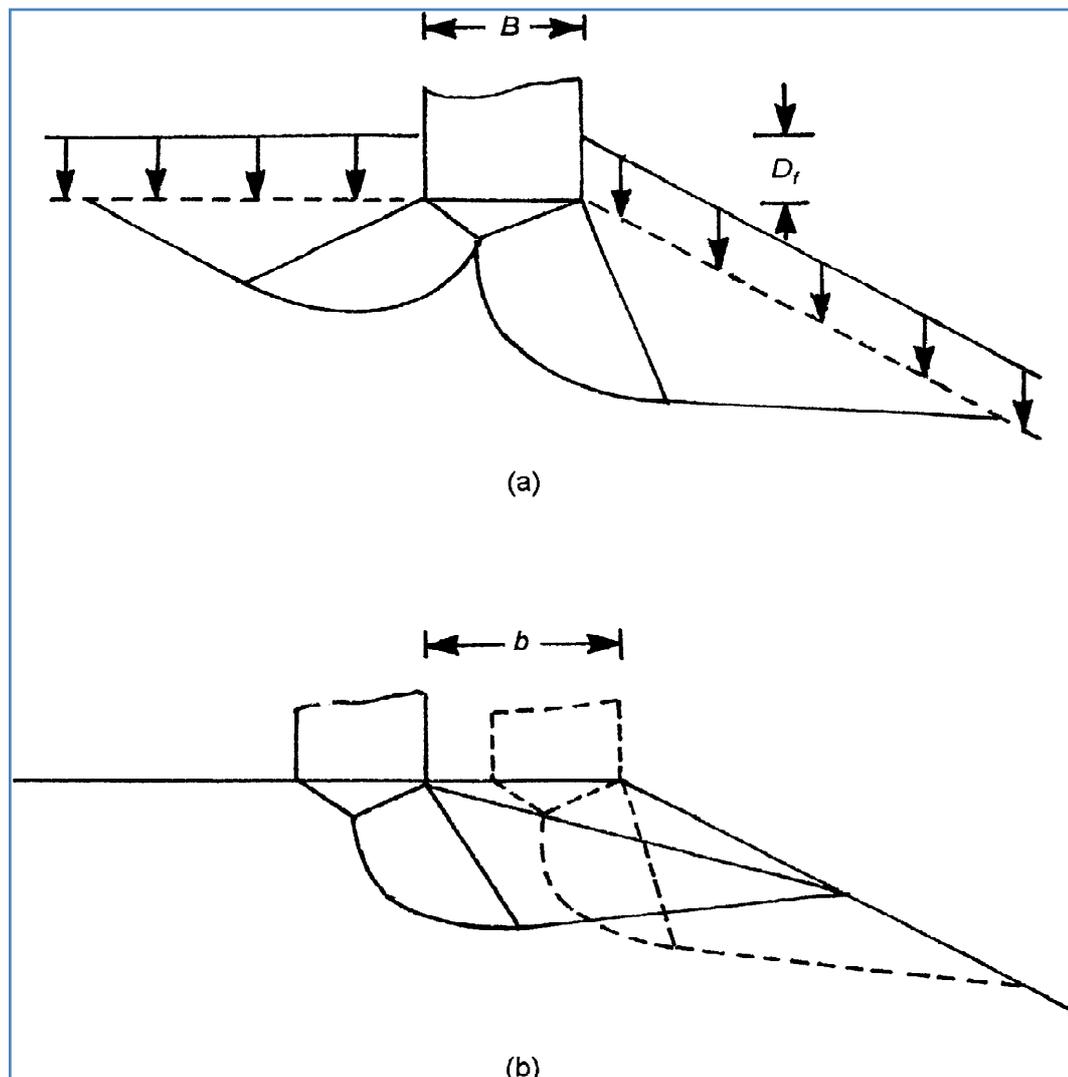


Figure 2.22 : schémas de rupture pour une semelle filante
(a) ancrée à $D_f/B > 0$; (b) $b/B > 0$

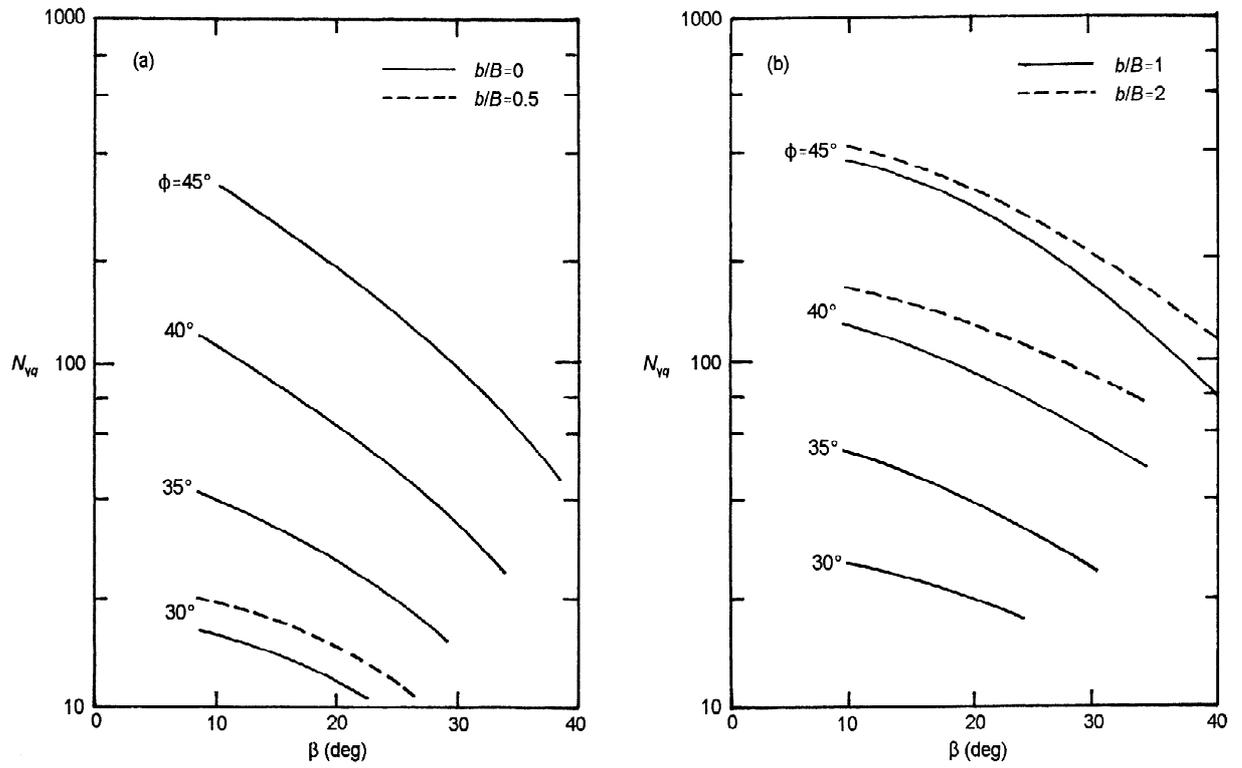


Figure 2.23: valeurs théoriques de Graham et al. de N_{gq} ($D_f/B = 0$)

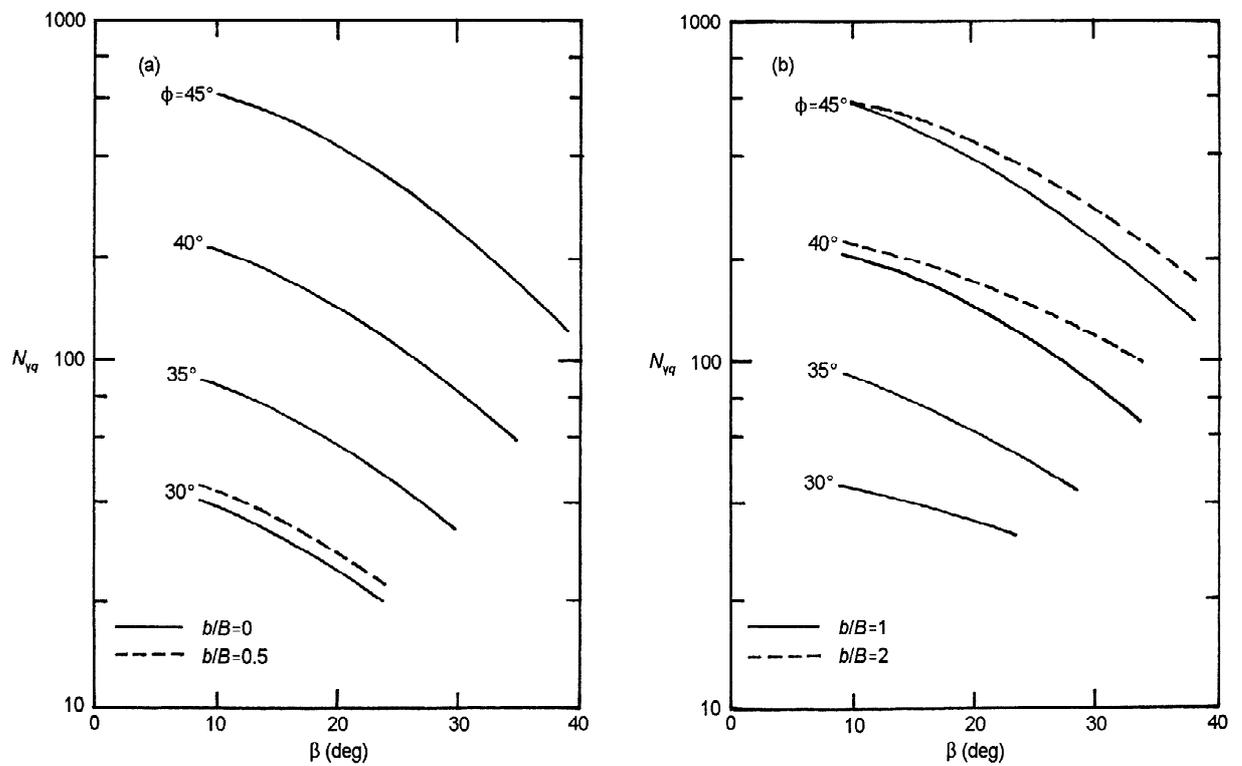


Figure 2.24: valeurs théoriques de Graham et al. de N_{gq} ($D_f/B = 0.5$)

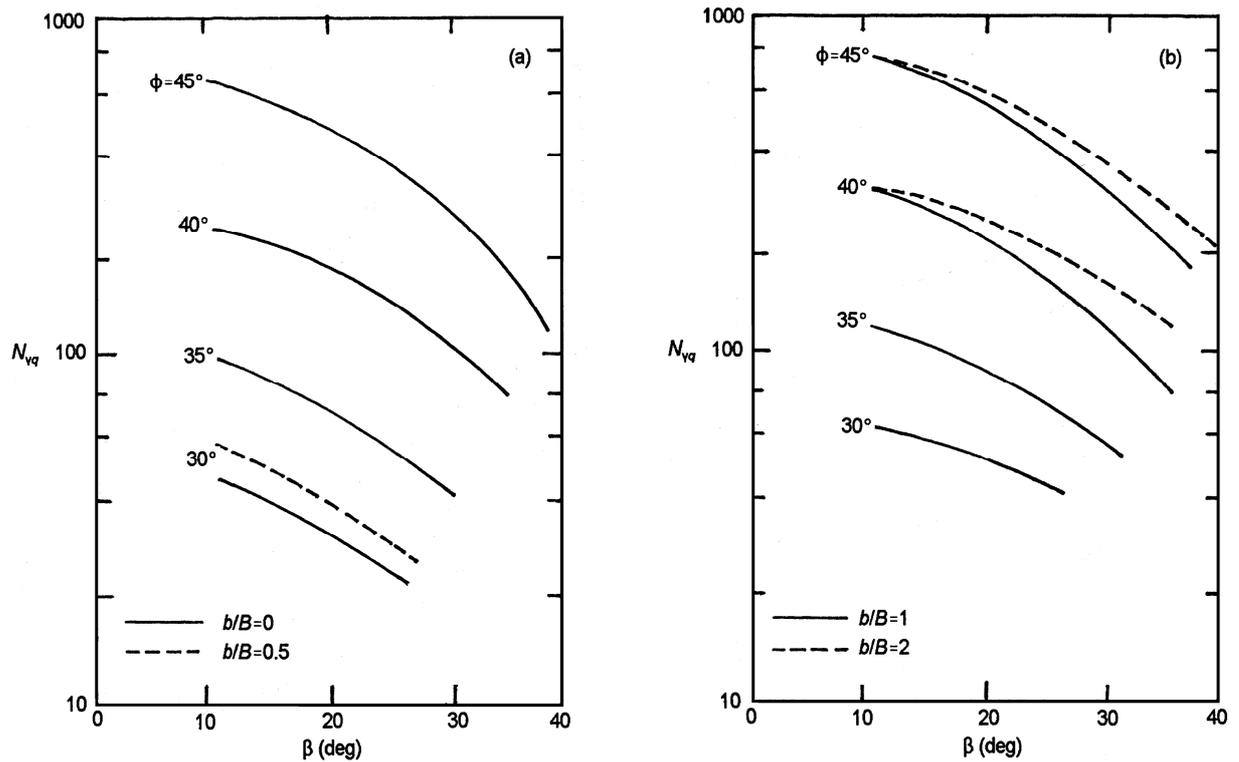


Figure 2.25: valeurs théoriques de Graham et al. de $N_{\gamma q}$ ($D_f/B = 1$)

Bakir et al. (1994) passent en revue les théories traitant du problème des fondations placées au bord d'une pente et leurs comparaisons avec des données expérimentales : Meyerhof, Brinch Hansen, Giroud et al. Graham et Hovan (analyse limite), Kusakabe et al. (calcul à la rupture), Salençon et Garnier (calcul à la rupture), Narite et Yamaguchi (équilibre limite). Les facteurs de capacité portante N_γ , obtenus par différentes méthodes pour la semelle filante en bordure de pente représentée sur la **figure 2.26**, sont comparés dans le **tableau 2.5**. La diversité des résultats est très grande.

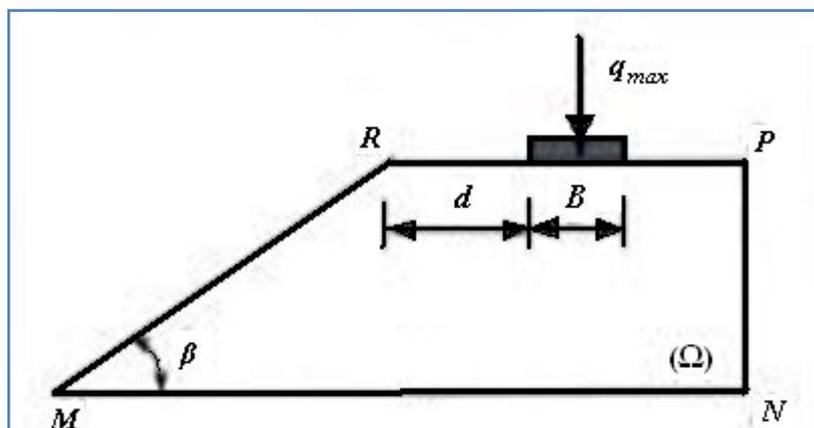


Figure 2.26 : semelle aux bords d'un talus

Tableau 2.5 : comparaison des capacité portante calculées d'une semelle filante en tête de talus (Bakir et al., 1994)

| Méthode d/B | $\varphi' = 35$ degrés | | | $\varphi' = 40$ degrés | | | $\varphi' = 45$ degrés | | |
|----------------|------------------------|----|----|------------------------|-----|-----|------------------------|-----|-----|
| | 0 | 2 | 4 | 0 | 2 | 4 | 0 | 2 | 4 |
| Meyerhof | 11 | 35 | 41 | 26 | 70 | 105 | 61 | 140 | 220 |
| Brinch Hansen | 10 | | | 24 | | | 78 | | |
| Giroud | 10 | 16 | 28 | 21 | 35 | 52 | 50 | 72 | 100 |
| Graham | 19 | 55 | 55 | 44 | 100 | 100 | 123 | 247 | 410 |
| Kusakabe | 13 | 33 | 55 | 29 | 66 | 105 | 69 | 138 | 213 |
| Salençon | 11 | 33 | 54 | 26 | 64 | 104 | 63 | 130 | 211 |
| Narita | 16 | 48 | 84 | 36 | 96 | 162 | 92 | 209 | 334 |

2.3.5 Interférence de plusieurs semelles sur un sol granulaire

Dans la pratique on trouve rarement des semelles totalement isolées mais se trouvent en interférence entre elles du fait de leurs situations les unes par rapport aux autres, et cet effet est rarement pris en considération. Plusieurs recherches ont mis l'accent sur l'existence de cette influence qu'on trouve d'ailleurs dans la littérature (Stuart 1962 ; West et Stuart 1965 ; Saran et Agarwal 1974 ; Das et Larbi-Cherif 1983 ; Kumar et Saran 2003 ; Kumar et Ghosh 2007a ; Kumar et Kouzer 2007). Cependant, à partir de ces investigations, il a été démontré que la capacité portante ultime d'un groupe de plusieurs semelles filantes posées sur un sable croît continuellement lorsque la distance entre les semelles décroît.

Stuart (1962) a supposé que le mécanisme de rupture dans la masse du sol est identique à celui proposé par Terzaghi (**figure 2.8**) en tenant compte des conditions suivantes :

1. **Cas 1 (figure 2.27a)** : si la distance entre axe des deux semelles est $x \geq x_1$, aucun effet d'interférence n'est observé, et chacune des semelles travaille d'une façon isolée. Dont la capacité portante ultime de chaque semelle est donnée par l'équation de terzaghi. Pour $c=0$

$$q_u = qN_q + \frac{1}{2}\gamma BN_\gamma \quad (2.73)$$

où N_q, N_γ = facteurs de capacité portante de Terzaghi (**tableau 2.1**)

2. **Cas 2 (figure 2.27b)** : si la distance entre axe des deux semelles ($x = x_2 < x_1$) est telle que juste les zones passives de Rankine s'interfèrent entre elles, la valeur de q_u sera donnée par l'Eq.(2.73). Par ailleurs, le tassement de la fondation prendra une valeur différente à celle d'une fondation prise isolée.

3. Cas 3 (figure 2.27c) : ça concerne le cas où la distance entre axe des deux semelles est égale à $x = x_3 < x_2$. Il est à noter que le bloc triangulaire du sol sous la fondation fait un angle de $180^\circ - 2\varphi$ aux d_1 et d_2 . Les surfaces des spirales logarithmiques $d_1 g_1$ et $d_1 e$ sont tangentes entre elles au point d_1 . D'une façon analogue, les surfaces des spirales logarithmiques $d_2 g_2$ et $d_2 e$ sont tangentes entre elles au point d_2 . Pour ce cas, la capacité portante ultime de chaque semelle peut être donnée par la relation ($c=0$):

$$q_{u} = q N_q \zeta_q + \frac{1}{2} \gamma B N_\gamma \zeta_\gamma \tag{2.74}$$

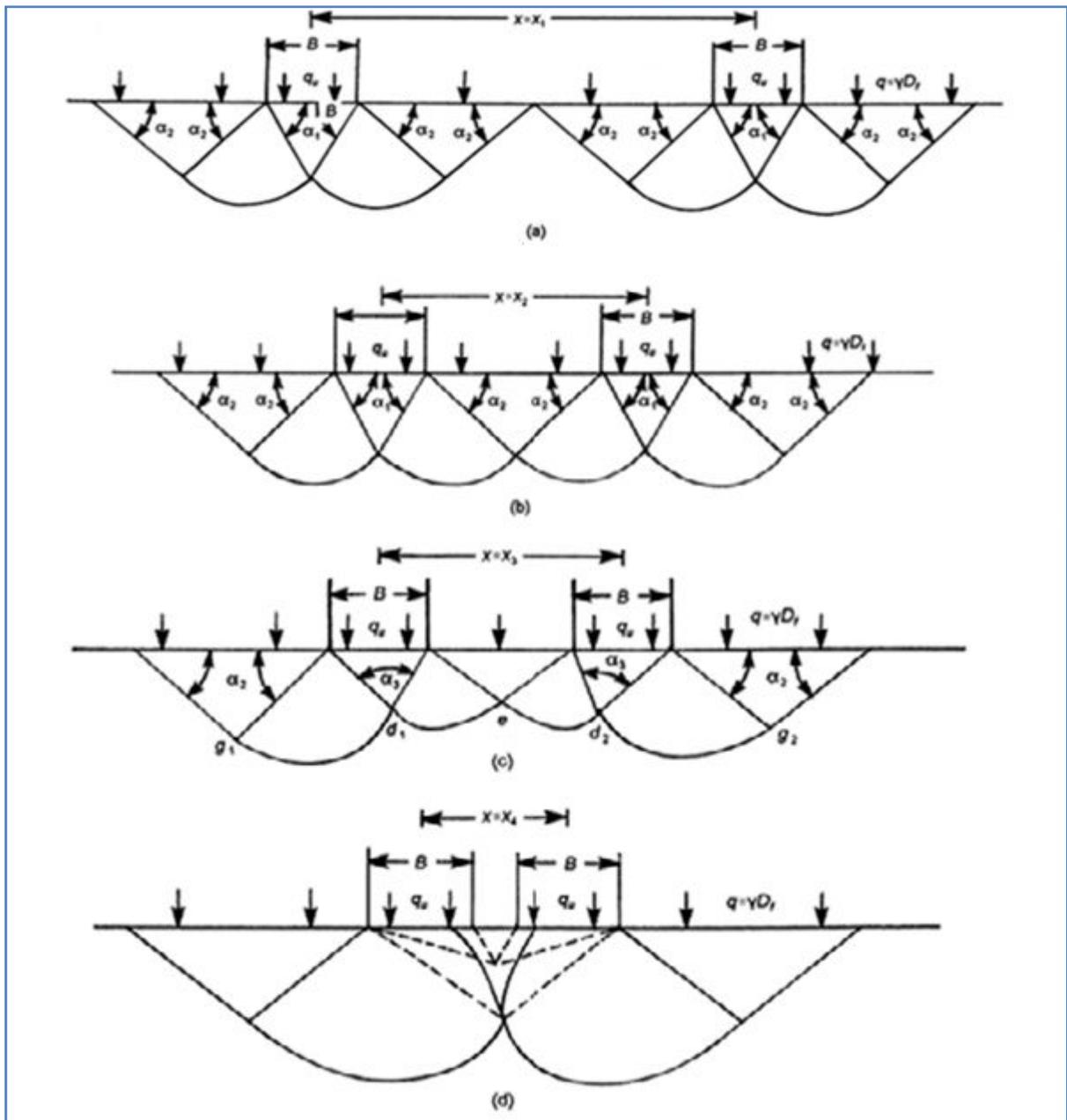


Figure 2.27 : schéma de rupture de deux semelles filantes à bases rugueuses posées sur un sable
 (Nota : $\alpha_1 = \varphi$, $\alpha_2 = 45 - \varphi/2$, $\alpha_3 = 180 - \varphi$)

Expression dans laquelle ζ_q et ζ_γ sont des coefficients en fonction de x/B et l'angle de frottement interne du sol ϕ . Les valeurs théoriques de ζ_q et ζ_γ sont représentées dans les **figures 2.27 et 2.28**.

4. **Cas 4 (figure 2.27d)** : si l'espacement entre les deux semelles est réduit davantage tel que $x = x_4 < x_3$, il y a formation d'un seul bloc sous les deux semelles qui vont se comporter comme une semelle unique. Lorsque les deux semelles se touchent, le système se comporte tout simplement si comme étant une semelle unique avec une largeur égale à $2B$. La capacité portante ultime dans ce cas peut être donnée par l'**Eq.(2.73)**, avec le remplacement de B par $2B$ dans le troisième termes.

Das et Larbi-Cherif ont conduit des essais sur modèles en laboratoire pour déterminer le coefficient d'interférence (ζ_q et ζ_γ) de deux semelles filantes à bases rugueuses reposant sur un sable étendu à une grande profondeur. Le sable utilisé dans l'expérience est à grand angle de frottement interne, et les essais sont conduits à densité relative de 60%. L'angle de frottement interne ϕ était de 39° . La courbe chargement-déplacement obtenue du model était du type cisaillement local. Les valeurs de ζ_q et ζ_γ obtenues lors de ces essais sont représentées sur les **figures 2.29 et 2.30**. On peut remarquer que, malgré que la tendance générale du coefficient obtenu expérimentalement concorde en quelque sorte avec celui obtenu théoriquement, il y a cependant une grande différence au niveau des résultats.

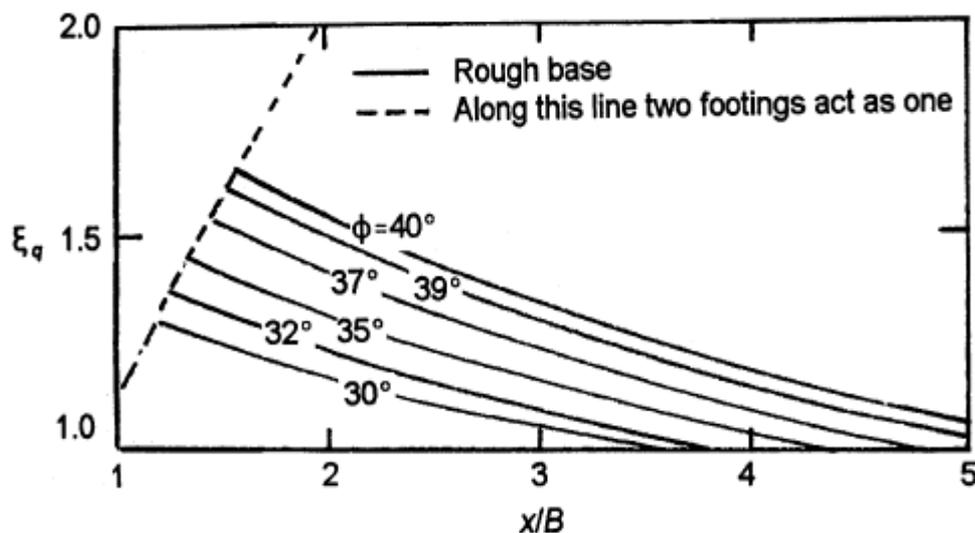


Figure 2.28 : facteurs d'interférence ζ_q de Stuart

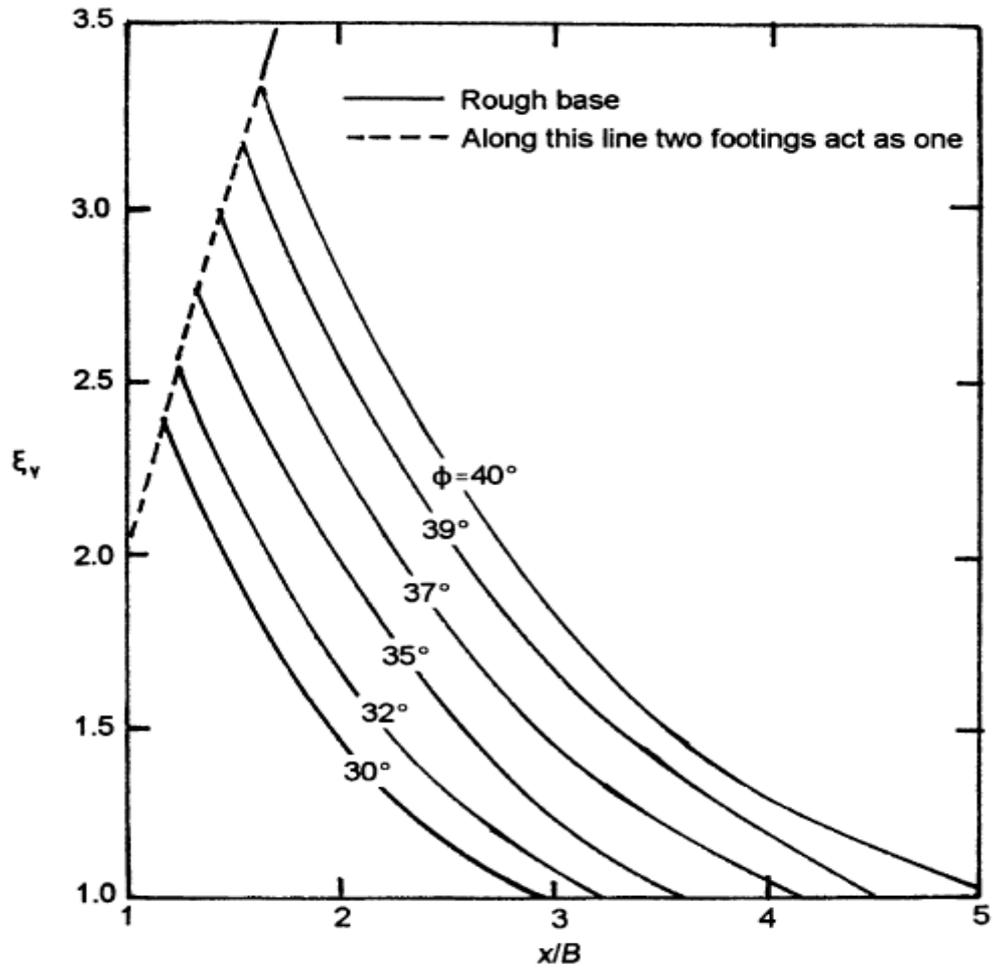


Figure 2.29 : facteurs d'interférence ζ_v de Stuart

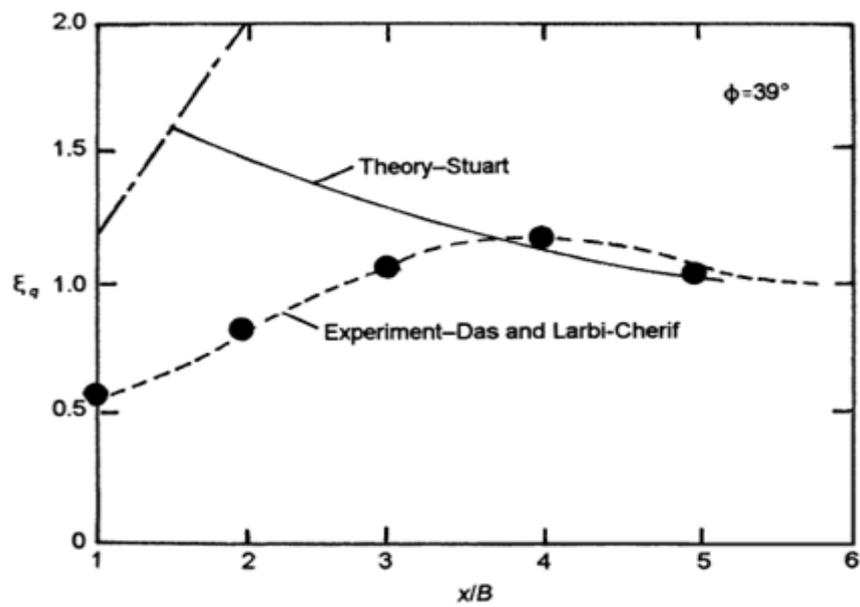


Figure 2.30 : comparaison entre valeurs théoriques et expérimentales de ζ_q

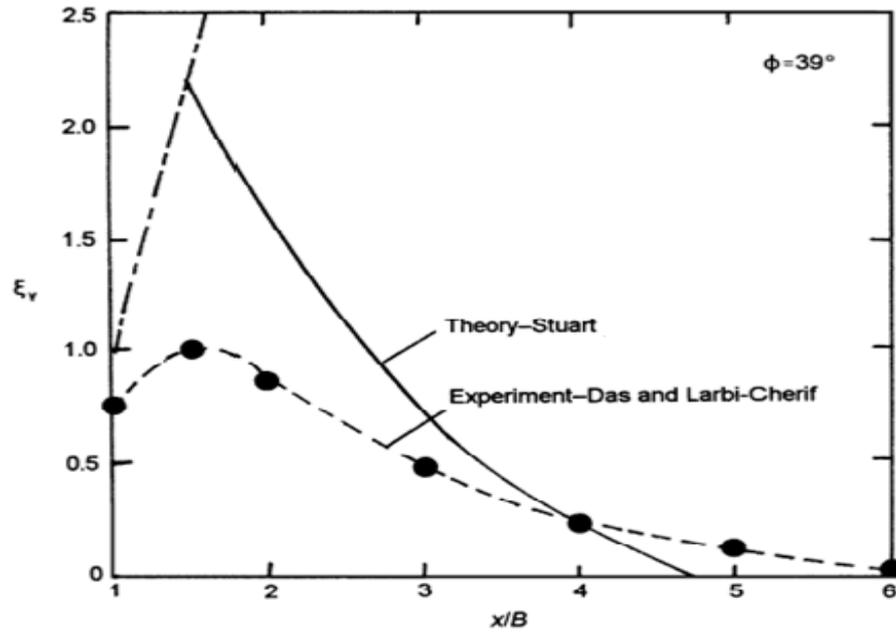


Figure 2.31 : comparaison entre valeurs théoriques et expérimentales de ζ_γ

2.3.6 Sources d'approximations dans l'approche classique

En utilisant le principe d'équilibre plastique, la capacité portante ultime, q_u , d'une semelle superficielle, ancrée à une profondeur D de la surface du sol et ayant une largeur B et une longueur L , est donnée par l'équation générale de Terzaghi (1967):

$$q_u = c N_c s_c + \gamma D N_q + 0.5 \gamma B N_\gamma s_\gamma \quad (2.75)$$

expression dans laquelle :

$$N_q = \exp(\pi \tan \varphi) \tan^2(45^\circ + \varphi/2)$$

$$N_c = (N_q - 1) \cot \varphi$$

$$N_\gamma = 1.8 (N_q - 1) \tan \varphi \quad \text{Hansen (1968)}$$

ou $N_\gamma = (N_q - 1) \tan(1.4 \varphi) \quad \text{Meyerhof (1956)}$

$$s_c = \text{facteur de forme}$$

Les approximations utilisées dans le calcul de la capacité portante ultime q_u peuvent être cernées comme suit :

- Le sol est assumé être purement homogène et isotrope, alors que le sol à l'état naturel est extrêmement hétérogène et anisotrope, en plus la théorie classique est développée seulement pour les problèmes plans alors que les semelles ont un comportement en réalité en trois dimensions.

- b) Le premier terme de l'équation générale de la capacité portante représente la résistance au cisaillement, le second terme est la contribution de la pression de surcharge due à la profondeur d'ancrage de la fondation, et le troisième terme n'est autre que la contribution du poids propre. La superposition des contributions des différents cas de chargements ne représente qu'une estimation dans un environnement de contrainte-déformation plastique non linéaire.
- c) La contribution du poids propre ne peut être déterminée que d'une façon approximative, par des moyens numériques ou graphiques, pour laquelle aucune formulation mathématique exacte n'est possible.
- d) La résistance au cisaillement du sol au dessus du niveau de la base de la fondation est négligée.
- e) En fonction du degré de la compressibilité du sol, il peut y avoir trois types de mode de rupture : (i) *cisaillement général*, (ii) *cisaillement local*, et (iii) *poinçonnement*. Les considérations théoriques pour l'équation de la capacité portante correspondent seulement au mode de cisaillement général, qui est typique pour les sols ayant une faible compressibilité, tels que les sables denses et les argiles raides. Pour le mode de rupture local, seulement un état partiel d'équilibre plastique est développé avec une compression significative sous la fondation. Pour le cas du poinçonnement, par contre, une rupture par cisaillement plan se forme sous la fondation le long de la direction verticale autour des extrémités de la fondation. Cependant, l'équation générale de la capacité portante ne peut être appliquée convenablement pour les sols fortement compressibles, tels que les sables lâches et les argiles molles, qui se rompent normalement selon les modes de rupture: (ii) *cisaillement local*, ou (iii) *poinçonnement*. Par conséquent, les résultats obtenus par l'équation de Terzaghi représentent juste une approximation pour de tels sols. En réalité, c'est le tassement excessif qui définit la stabilité de la fondation pour les sols très compressibles et non pas la rupture par cisaillement.
- f) Les calculs de la capacité portante ultime sont très dépendants des valeurs des paramètres de résistance c et ϕ , qui sont à déterminer aux laboratoires en utilisant des échantillons non remaniés, ces échantillons ne représentent pas nécessairement en toute rigueur les vraies conditions du sol sur place. En effet, les paramètres du sol qui comprennent les valeurs réelles de l'angle de frottement interne ϕ , indice des vides, pression de confinement, présence de cavité ne peuvent pas être identiques à ceux calculés d'après les échantillons du sol prélevés.

- g) Habituellement, après l'étude géotechnique, une seule valeur de la charge admissible, q_a , est assignée en pratique au même site d'une construction. Cette même charge admissible est retenue pour l'ensemble du site malgré les variations dans les dimensions, formes et profondeurs d'ancrage des différentes semelles de la construction.
- h) Un facteur de sécurité de 3 est normalement utilisé dans le but d'obtenir la charge portante admissible, q_a , qui contient beaucoup d'imprécisions et d'approximations. Ce facteur de sécurité représente le degré d'incertitude et l'ignorance dans la détermination des conditions réelles du sol.

2.4 Méthodes numériques:

L'évolution des outils de calcul des ouvrages est probablement l'événement majeur du génie civil de la fin du 20^{ème} siècle. Elle ouvre des perspectives infinies dans la mesure où la puissance des ordinateurs continue de croître dont l'emploi des éléments finis en génie civil offre à l'ingénierie un outil sans équivalent pour que l'analyse numérique des problèmes de génie civil se généralise dans les meilleures conditions dans le monde des projecteurs et ingénieurs d'études.

Contrairement aux méthodes classiques qui utilisaient des configurations géométriques assez simples pour lesquelles on pouvait obtenir des solutions analytiques limitées aux analyses élastiques et plastiques, la méthode des éléments finis fait disparaître les limitations d'ordre géométrique et permet de représenter plus finement les ouvrages réels. Elle permet aussi de compliquer les lois de comportement des matériaux naturels ou industriels de génie civil.

La modélisation des ouvrages de génie civil n'est pas réductible à la connaissance de données liées aux seuls aspects structuraux et rhéologiques des constructions. Il faut établir un modèle d'ouvrages à partir de composantes corrélées (qui peuvent être simplificatrices) de structure et de matière. Il faut mettre en œuvre l'interaction structure-matière qui crée la spécificité de l'ouvrage : caractériser un schéma mécanique, choisir des lois de comportement ou de fonctionnement, spécifier des conditions, construire un modèle discret, adopter des techniques de résolution, valider une démarche...

2.4.1 Modélisation des fondations superficielles

Bien que les méthodes de calcul traditionnelles, notamment la méthode pressiométrique, sont bien adaptées au dimensionnement des fondations courantes, il n'est pas usuelles de

les généraliser aux ouvrages importants tels une centrale nucléaire, réservoir de grande capacité, un barrage, une plate forme marine ou bien encore des bâtiments complexes, dont le calcul par les éléments finis s'impose. Pour ces ouvrages, l'étude de la déformabilité du massif de sol et l'analyse des tassements différentiels doivent être considérées, notamment lorsque le massif est hétérogène ou que les charges appliquées sont complexes.

Lorsque les problèmes d'interaction interviennent entre le sol et les structures ou lorsqu'une fondation doit être construite à proximité d'un ouvrage préexistant, une modélisation par éléments finis peut apporter des informations utiles sur le fonctionnement de l'ouvrage, sur les champs des déplacements et des contraintes et ainsi compléter une étude géotechnique classique. Ces études sont rendues possibles parce que, contrairement aux méthodes de dimensionnement classiques, la méthode des éléments finis permet de tenir compte de l'état des contraintes en place, des propriétés de l'interface, de géométrie parfois complexe et de chargement quelconque. Ainsi les modélisations de fondations superficielles peuvent être divisées en trois catégories :

- les modélisations en déformations planes (semelles filantes, radiers parallélépipédiques de grandes dimensions, etc.)
- les modélisations en symétrie de révolution ou axisymétriques (fondations circulaires, réservoirs cylindriques, etc.)
- les modélisations tridimensionnelles lorsqu'aucune simplification géométrique n'est possible (forte hétérogénéité des couches de sol, plates-formes pétrolières, fondations de centrale nucléaire, interaction tridimensionnelle avec d'autres ouvrages, etc.)

Selon le problème posé et l'étude choisie, il est possible en théorie de modéliser un problème de fondation de trois manières différentes en considérant : soit la fondation et les structures sans le sol, soit le sol et la fondation sans les structures, soit enfin l'ensemble constitué par le massif de sol, la structure et l'interface.

Dans ce type d'analyse, l'ingénieur étudie l'effet de la réaction du sol sur la fondation et éventuellement sur les structures. La réaction du sol est représentée par des ressorts linéaires ou non linéaires, dont le comportement est caractérisé par une proportionnalité entre le déplacement vertical et la contrainte verticale. Le coefficient de proportionnalité est appelé module de réaction ou coefficient de raideur (N/m³). Si ce coefficient est constant, la réaction du sol est linéaire. D'une manière générale, cette approche est critiquable, car elle ne considère qu'une interaction unidimensionnelle et ignore les interactions entre colonnes de sol et la nature de l'interface sol-fondation.

2.4.1.2 Modélisation du sol et de la fondation sans les structures.

Dans ce type d'analyse, l'ingénieur s'intéresse essentiellement aux déplacements verticaux et aux tassements différentiels à la surface du massif de sol. Une telle modélisation nécessite la connaissance des conditions de transmission des charges dues aux structures vers la fondation. Plusieurs cas peuvent être envisagés.

2.4.1.2.1 Cas d'une fondation à la géométrie complexe

Si la géométrie de la fondation est complexe, il est nécessaire de la représenter par des éléments finis de massif seuls ou par un assemblage de coques et de poutres composés avec des éléments de massif, auxquels sont affectés des propriétés mécaniques bien supérieures au sol. Des éléments d'interfaces peuvent également être pris en compte. L'exemple typique est une fondation tridimensionnelle ou une fondation ancrée dans le sol. La fondation a alors une rigidité finie ; elle n'est ni parfaitement rigide ni parfaitement souple. Les charges appliquées sont ainsi distribuées à l'interface sol-fondation par la loi de comportement du matériau (béton, bois, métal). Parfois la technique de construction elle-même est modélisée en plusieurs étapes.

2.4.1.2.2 Cas d'une fondation rigide

Si la fondation est supposée rigide (indéformable) à base plane et de forme simple (carré, rectangulaire ou circulaire), elle peut être représentée par une condition de déplacement vertical imposée aux nœuds situés à l'interface. De plus cette interface peut être représentée par une plage de rugosité allant du parfaitement rugueux au parfaitement lisse.

La pression mobilisée par un déplacement vertical imposé est alors obtenue par une moyenne sur les contraintes verticales de la première rangée des points d'intégration situés sous les nœuds de l'interface. Pour une semelle filante rigide, le début de la plasticité est localisé sous la fondation et aux bords de la fondation ; ensuite, celle-ci s'étend en profondeur plus que sur les cotés.

2.4.1.2.3 Cas d'une fondation souple

Si la fondation est supposée souple (très déformable) elle peut être représentée par une condition de pression uniforme appliquée directement à la surface du sol. Les déplacements horizontaux et verticaux à l'interface ne sont pas imposés. Pour une semelle filante souple, la plasticité commence au-dessous des bords de la fondation et se propage latéralement puis vers la profondeur. Toutefois, d'une manière générale, le type de fondation (rigide ou souple) a

relativement peu d'influence sur l'allure de la courbe charge-tassement et les valeurs de la charge limite sont proches. En revanche, la distribution des pressions de contact entre la fondation et le sol est très différente.

2.4.1.3 modélisation du sol, de la fondation, et des structures

Le véritable calcul d'interaction sol-structure réside dans la modélisation de l'ensemble des rigidités du sol, de la fondation et des structures, et de leur influence mutuelle par l'intermédiaire de véritables éléments d'interface entre les divers matériaux. Il peut s'agir des cas très complexes pour lesquels la raideur de la structure est importante ou pour lesquels les simplifications ne sont plus évidentes. L'interaction entre le sol, la fondation et les structures recouvre les modes suivants :

- interactions avec le sol environnant
- effet des mouvements du sol sur le comportement des structures
- effet du renforcement de la fondation ou massif de sol.

2.4.1.4 Influence de l'état initial des contraintes.

Un autre facteur important pour la modélisation reste souvent inconnu : il s'agit de l'état de contraintes initiales qui règne dans le sol avant la réalisation de la fondation. Cet état initial est important car il conditionne, comme les paramètres mécaniques, la réponse en déplacements du modèle d'éléments finis.

Pour mener une étude satisfaisante, il faut connaître l'état de contraintes dans le sol une fois la fondation construite et avant l'application des charges dues à la structure. Cet état peut être approché en simulant la construction (calcul par phase) mais le plus souvent, et notamment dans le cas des fondations superficielles peu encastrées, il est raisonnable de supposer que le sol a été peu perturbé par la construction, que l'état de contraintes dans le massif est toujours celui du sol au repos et que ce dernier possède encore des caractéristiques intactes (moyennant certaines précautions prises dans la méthode de construction).

2.4.1.5 conseils pour la réalisation des maillages de fondations superficielles.

L'utilisation de la méthode des éléments finis nécessite la réalisation d'un maillage et la prise en compte de conditions aux limites du domaine étudié. En particulier, des prises en compte de conditions concernant des déplacements ou des contraintes sont imposées aux frontières du maillage. Celles-ci peuvent se trouver à une distance « finie » (cas d'une liaison

rigide, d'un substratum rigide ou d'un obstacle quelconque empêchant un déplacement) ou « infinie » (déplacement nul à l'infini, état de contraintes imposé).

Dans le cas d'une fondation superficielle isolée placée dans un massif de sol homogène semi-infini, les frontières latérales et inférieures du modèle peuvent être représentées par des éléments finis ou des éléments infinis. Si des éléments finis sont utilisés, pour que les conditions aux limites n'aient pas d'influence sur le comportement du modèle, l'expérience montre qu'il convient de fixer :

- les limites latérales du maillage (condition $u=0$) à environ 10 fois la largeur B de la fondation ;
- la limite horizontale inférieure (condition $v=0$ ou $u=v=0$) à au moins 6 fois la valeur de B sous la base de la fondation.

Un maillage grossier conduit généralement à une réponse charge-tassement trop raide et à une charge de rupture limite trop élevée par rapport à la solution exacte ou par rapport au résultat fournis par un maillage raffiné. De façon plus quantitative, les recommandations suivantes peuvent être précisées :

- le maillage du massif de sol doit être resserré sans les zones où de forts gradients risquent d'apparaître, c'est-à-dire au voisinage des interfaces entre la fondation et le sol, dans les zones situées à une distance inférieure à $2B$ autour de la base de la fondation ;
- le rapport de forme (rapport de la plus petite dimension d'un élément fini à la plus grande) des éléments proches d'une fondation superficielle devrait être limité à $1/5$.
- La largeur B' (selon la direction horizontale) du premier élément de sol directement adjacent à la fondation doit être au moins telle que $B'=0.1B$, pour décrire de manière satisfaisante les variations du cisaillement aux bords de la fondation ;
- Lorsque la stratigraphie du sol, la géométrie de la fondation et celle de la structure, les charges et les diverses conditions de liaison possèdent des symétries remarquables, il faut en profiter pour simplifier le maillage ;
- L'étude pour des charges inclinées exige un maillage complet par rapport aux charges verticales, car une charge inclinée ne présente aucune symétrie particulière. De plus, l'inclinaison entraîne l'apparition de zones en traction dans le sol, d'où la nécessité de prendre en compte des éléments d'interface. La base de la fondation peut alors se décoller du massif de sol sur une certaine longueur.

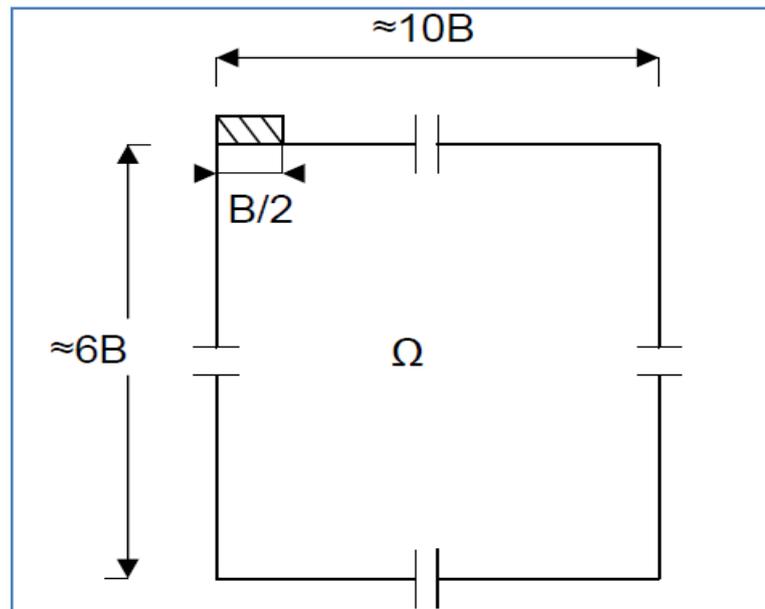


Figure 2.32 : dimensions conseillées pour le maillage d'une fondation superficielle

2.4.1.6 Comportement des sols et modélisation des fondations superficielles

Dans le cas de chargement monotone, de très nombreuses comparaisons ont été menées entre les résultats numériques et les mesures sur ouvrage. Elles permettent de constater aujourd'hui que les lois usuelles de comportement des sols (élastoplasticité parfaite) conduisent à des résultats satisfaisants sous réserve que les autres aspects de la modélisation soient correctement pris en compte (notamment, l'interaction entre le sol et la fondation) et que les paramètres de comportement sont bien estimés.

Dans le cas des chargements cycliques et dynamiques, les études sont moins nombreuses et restent encore délicates à réaliser en raison de la complexité des lois de comportement des sols lorsque les sollicitations ne sont plus monotones.

2.4.2 Solutions numériques existantes

Peu d'auteurs ont essayé de discuter l'application des méthodes numériques à l'analyse de la capacité portante des fondations peu profondes, en particulier sur un sol cohésif. Cela semblait être en grande partie dû aux difficultés dans les algorithmes de développement numériques qui sont capables de fournir des solutions précises. Une série de calculs de la capacité portante a été décrite par quelques auteurs.

2.4.2.1 Griffiths (1982)

Il a employé un algorithme viscoplastique pour obtenir des solutions pour chacun des trois facteurs de la capacité portante N_γ , N_q et N_c .

Griffiths(1982) a conclu de cette expérience que :

- Le calcul de N_γ avait généralement exigé un effort considérablement plus fort que les deux autres facteurs.
- La convergence est plus lente quand la valeur de φ augmente.
- Les solutions pour une fondation rugueuse sont plus lentes qu'une fondation lisse.
- L'algorithme viscoplastique employé pour ces calculs semble être peu convenable pour l'évaluation de N_γ pour le cas où l'angle de frottement du sol dépasserait 35° .

2.4.2.2 Borst et Vermeer (1984)

Ils ont décrit une tentative d'employer la méthode des éléments finis pour l'évaluation de la capacité portante pour un angle $\varphi = 40^\circ$. L'analyse était toute basée sur un sol cohésif, frottant et n'a pas rapporté les valeurs de N_γ directement.

Une particularité intéressante de ces résultats était que les solutions stables pouvaient être obtenues pour une fondation lisse pour le cas d'un matériau associé, mais l'introduction de l'angle de dilatance (matériau non associé) a tendance à causer des instabilités numériques, et la solution, ne pouvait pas être obtenue pour le cas où l'angle de dilatance égale à zéro ($\psi=0$).

2.4.2.3 Manoharan et Dasgupta (1995)

Ils ont utilisé des algorithmes numériques similaires à ceux de Griffiths pour obtenir des solutions des facteurs de la capacité portante. Ces analyses non plus ne sont pas étendues au sol avec des angles de frottement plus grands que 35° .

Les résultats ont montré qu'une dépendance intéressante des facteurs de la capacité portante sur l'angle de dilatance, où la capacité portante tend à augmenter avec l'accroissement de l'angle de dilatance.

2.4.2.4 Frydman et Burd (1997)

Ils ont étudié l'influence de l'angle de dilatance sur le facteur de capacité portante N_γ , pour le cas simple, celui d'une semelle filante.

Les études sont faites sur deux types de fondations ; une fondation lisse et une fondation rugueuse, en employant des algorithmes viscoplastiques ou élastoplastiques.

Deux techniques de simulation numérique ont été employées, à savoir : la technique des éléments finis (le code OXFEM) et la technique des différences finis (le code FLAC).

Cette étude indique clairement la réduction de la capacité portante avec le décroissement de la valeur de l'angle ψ , mais cette étude a mis en évidence quelques difficultés pour

l'analyse numérique surtout dans le cas d'une fondation rugueuse, et ces difficultés augmentent en augmentant l'angle de frottement φ .

2.4.2.5 Hans.L.Erickson et Andrew Drescher (2001)

Ils ont étudié l'influence de la non associativité et de la rugosité de la fondation sur les coefficients de capacité portante \dot{N}_γ et \dot{N}_c , pour une fondation superficielle de forme circulaire, en utilisant le logiciel (FLAC). Ces études sont faites en considérant deux types de fondations : parfaitement lisse et parfaitement rugueuse et trois valeurs de l'angle de dilatance : $\psi=0$, $\psi=\varphi/2$ et $\psi=\varphi$.

Les **tableaux 2.19** et **2.20** présentent la variation des coefficients \dot{N}_γ et \dot{N}_c en fonction de la rugosité de fondation et l'angle de dilatance ψ d'après Erikson et Andrew Drescher (2001) :

Ils ont conclu que ces facteurs dépendent énormément de l'angle de dilatance et de la rugosité de la base de fondation. Cette dépendance est significative pour les valeurs élevées de l'angle de frottement par exemple pour $\varphi=45^\circ$;

- \dot{N}_γ obtenu pour $\psi=\varphi$ est d'une valeur de 50% plus élevée que \dot{N}_γ calculé pour $\psi=0$
- \dot{N}_c obtenu pour $\psi=\varphi$ est d'une valeur de 80% plus élevée que \dot{N}_c calculé pour $\psi=0$
- Pour $\psi=\varphi$, \dot{N}_γ obtenu pour une fondation rugueuse est 145% plus élevé que \dot{N}_γ calculé pour une fondation lisse.

Tableau 2.6 Facteurs de capacité portante N_γ pour une fondation circulaire.

| Φ | | $\Psi=\varphi$ | $\Psi=\varphi/2$ | $\Psi=0$ |
|--------|---|----------------|------------------|----------|
| 20° | L | 1.7 | 1.6 | 1.5 |
| | R | 2.8 | 2.7 | 2.5 |
| 35° | L | 21 | 20 | 17 |
| | R | 45 | 42 | 33 |
| 40° | L | 58 | 52 | 43 |
| | R | 130 | 113 | 73 |
| 45° | L | 186 | 156 | 124 |
| | R | 456 | 387 | 198 |

Tableau 2.7 facteurs de capacité portante N_c' pour une fondation circulaire

| ϕ | | $\psi=\phi$ | $\psi=\phi/2$ | $\psi=0$ |
|--------|---|-------------|---------------|----------|
| 20° | L | 19.5 | 19.3 | 19.0 |
| | R | 22.3 | 22 | 21.6 |
| 35° | L | 84 | 81 | 77 |
| | R | 108 | 103 | 88 |
| 40° | L | 161 | 153 | 122 |
| | R | 186 | 165 | 135 |
| 45° | L | 320 | 283 | 178 |
| | R | 380 | 308 | 200 |

2.4.2.6 R. S. Merifield, S. W. Sloan et H. S. Yu (1998)

Ils ont utilisé des formulations numériques de l'analyse limite pour évaluer la capacité portante d'une semelle filante rigide, reposant sur un bicouche argileux purement cohérent.

Des solutions rigoureuses concernant la résistance ultime sont obtenues en employant la méthode des éléments finis en conjonction avec les théorèmes de l'analyse limite avec détermination des bornes supérieure et inférieure.

Les deux méthodes supposent un modèle de comportement du sol parfaitement plastique (critère de Tresca).

- La solution de la borne inférieure est déterminée en simulant un champ de contraintes statiquement admissible sans violer le critère de rupture, cette approche est effectuée dans le sens de la sécurité et conduit à estimer des bornes inférieures de la charge limite.

- La solution de la borne supérieure est déterminée en simulant un champ de vitesses cinématiquement admissible qui consiste à imaginer des mécanismes de rupture et à écrire que l'instabilité se traduit par une puissance des efforts extérieurs supérieure ou égale à la puissance résistante maximale correspondante.

Dans cette analyse il est plus utile d'écrire l'équation de la capacité portante sous la forme :

$$N_c' = q_u / C_u I ; \quad \text{où } N_c' \text{ est fonction des rapports } H/B \text{ et } C_u I / C_u 2.$$

2.4.2.7 J.S. Shiau, A.V. Lyamin, et S.W. Sloan (2003)

Ils ont utilisé des formulations d'éléments finis des théorèmes d'analyse limite pour obtenir des solutions rigoureuses en plasticité concernant la capacité portante d'une couche de sable compacté surmontant une couche d'argile molle (cas souvent rencontré dans les problèmes de fondations). Ils se sont basés sur les travaux de Merifield et al. (1999) qui a considéré le problème classique de la capacité portante de deux couches d'argile, pour utiliser les méthodes limites pour intercaler et limiter la solution réelle entre la limite supérieure et la limite inférieure. Les techniques elles même n'ont été développées que récemment et sont discutées en détail par Lyamin et Sloan. Les procédures remplacent les précédentes formulations proposées par Sloan (1988, 1989) et Sloan et Kleeman qui malgré le fait qu'elles donnent des résultats satisfaisants dans un large domaine d'applications pratiques, sont néanmoins moins efficaces.

Si on considère uniquement la capacité portante de la couche de sable, elle dépendra de φ' , γ et q , avec d'autres facteurs possibles tels que l'angle de dilatance ψ' et la rugosité de la semelle. La théorie classique par analyse limite suppose une règle d'écoulement associée, avec des déformations plastiques normales à la surface de charge et l'angle de dilatance est pris égal à l'angle de frottement. En prenant en considération la présence de la couche d'argile et en supposant un écoulement associé avec une semelle parfaitement rigide, la capacité portante ultime du problème de fondation sur deux couches peut être exprimée sous une forme sans dimension :

$$P/\gamma B = f(H/B, C_u/\gamma B, q/\gamma B, \varphi') \quad P : \text{pression limite moyenne.}$$

2.5 Conclusion

Pour le calcul de la stabilité des fondations, trois classes de méthodes ont été jusque là les plus utilisées : les méthodes basées sur l'addition des trois termes de portance (N_c , N_q , et N_γ) proposées par Terzaghi et qui laisse un libre choix pour les coefficients de portance, les méthodes de calcul partant des essais en place au pressiomètre, et la méthode des éléments finis.

La première classe de méthode de calcul représentant les méthodes classiques (équilibre limite et analyse limite) supposent que l'instabilité ne dépend pas de l'état initial du sol et de sa réponse aux faibles valeurs des charges, alors que dans les calcul en déplacements, la rupture est au contraire définie sur la courbe (les courbes) de variation des déplacements en fonction de la charge et/ou du temps.

L'approche en déformations des calculs de stabilité est à la fois la plus naturelle, car elle suit l'évolution des terrains et des ouvrages depuis leur état initial jusqu'à la rupture ou ce qui est défini conventionnellement comme la rupture, et la plus exigeante car elle nécessite de connaître la déformabilité des matériaux en plus de leur résistance.

CHAPITRE 3

UTILISATION DES ELEMENTS FINIS EN GEOTECHNIQUE

3.1 Introduction :

Dans toute étude géotechnique, la modélisation est une étape décisive qui conditionne la qualité des analyses de diagnostic ou de prévision du comportement des sols et des ouvrages. Un modèle n'est pas seulement une série d'équations représentant le comportement physique ou mécanique du sol, c'est aussi une représentation géométrique de l'espace, qui délimite les couches ou volumes occupés par chaque matériau (sol, roche, eau, béton, métal, géosynthétiques, etc.) et précise la place des conditions aux limites et des interfaces, avec leurs conditions de contact.

Les progrès des ordinateurs et des méthodes d'analyse numérique permettent de dépasser les limitations géométriques et rhéologiques des méthodes de calcul traditionnelles et d'aborder l'étude de problèmes aux géométries et lois de comportement complexes, combinant les concepts classiques de compressibilité, de consolidation primaire et de compression secondaire, de résistance au cisaillement, d'états limites de poussée-butée ou de portance. Cette approche globale passe par la définition d'une loi de comportement spécifique à chaque type de sol et par l'utilisation de techniques numériques appropriées.

Le développement de ces lois de comportement (ou modèles rhéologiques) s'appuie à la fois sur les schémas théoriques de la mécanique des milieux continus (élasticité, plasticité, viscosité et leurs combinaisons) et sur les résultats d'études expérimentales en laboratoire et en place. Suivant l'influence dominante, on peut ainsi obtenir soit des lois très complexes, qui cherchent à reproduire les moindres fluctuations des courbes expérimentales, soit des modèles plus simples qui se limitent à la représentation des aspects essentiels du comportement des sols réels.

3.2 Modèles de comportement pour les sols

La loi de comportement d'un matériau est la relation fonctionnelle qui permet d'exprimer les efforts intérieurs en fonction des grandeurs cinématiques qui décrivent la déformation du milieu. C'est une loi spécifique du matériau considéré (contrairement aux équations générales de conservation valables pour tous les matériaux). La forme générale de la relation fonctionnelle est donnée par l'équation suivante :

$$\sigma_{ij} = F(\varepsilon_{ij})$$

expression dans laquelle:

- ε_{ij} : le tenseur des déformations
- σ_{ij} : le tenseur des contraintes
- F : fonctionnelle

Les lois de comportement sont généralement exprimées sous forme incrémentale (Darve, 1974 ; Gudehus et Kolymbas, 1979), formulation dans laquelle les incréments de contraintes et de déformations sont liés par une fonction des contraintes, des déformations ou des deux. Pour un matériau non visqueux la formulation incrémentale se met sous la forme (Darve et al., 1988) :

$$\delta\varepsilon_{ij} = G(\delta\sigma_{ij})$$

où :

- $\delta\varepsilon_{ij}$: l'incrément de déformation
- $\delta\sigma_{ij}$: l'incrément de contrainte
- G : fonction tensorielle

3.2.1 Élasticité

L'élasticité correspond à la partie réversible des déformations. Dans cette partie on distingue l'élasticité linéaire isotrope et l'élasticité non-linéaire.

3.2.1.1 Elasticité linéaire isotrope

Dans le cas de l'élasticité linéaire isotrope le tenseur des déformations est relié au tenseur des contraintes, et l'expression la plus courante est donnée par la relation de Hooke :

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1+\nu}{E} \cdot \sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} \cdot \sigma_{kk} \cdot \delta_{ij}$$

$$\sigma_{ij} = \frac{E}{1+\nu} \cdot \varepsilon_{ij} - \frac{\nu \cdot E}{(1+\nu) \cdot (1-2\nu)} \cdot \varepsilon_{kk} \delta_{ij}$$

Avec :

- δ_{ij} : indice de Kronecker
- E : module d'Young
- ν : coefficient de Poisson

E et ν sont deux paramètres de l'élasticité, mais on peut les substituer par le module volumique K et le module de cisaillement G par les relations :

$$G = \frac{E}{2 \cdot (1+\nu)}$$

$$K = \frac{E}{3 \cdot (1-2\nu)}$$

Dans le cas de l'élasticité linéaire, les paramètres E , ν , G et K sont des constantes.

3.2.1.2 Elasticité non linéaire : cas de l'hypoélasticité

L'élasticité non linéaire permet la dépendance du comportement à l'état de contrainte ou de déformation. Le comportement est dit hypoélastique : l'incrément de contrainte dépend non seulement de l'incrément de déformation mais de la contrainte elle-même. La forme générale de ce type de comportement s'écrit :

$$\delta\sigma_{ij} = A_{ijkl}(\sigma_{rs}) \cdot \delta\varepsilon_{ij}$$

L'approche hypoélastique de Duncan et Chang (1970) est basée sur une représentation hyperbolique, proposée par Kondner (1963) pour décrire le comportement des sols. La relation hyperbolique s'exprime sous la forme :

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = \frac{\varepsilon_1}{\frac{1}{E_i} + \frac{\varepsilon_1}{(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}}}$$

où :

- E_i : le module de Young initial,
- ε_1 : la déformation axiale,
- $(\sigma_1 - \sigma_3)$: la contrainte déviatoire, σ_1 et σ_3 étant les contraintes principales majeure et mineure,
- $(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}$: la contrainte déviatoire ultime, relié à la contrainte déviatoire à la rupture par un ratio compris habituellement entre 0,6 et 0,9.

Duncan et Chang (1970) ont complété la loi hyperbolique en introduisant le module tangent initial proposé par Janbu (1963) qui dépend de la contrainte σ_3 .

3.2.2 Elastoplasticité

La théorie de l'élastoplasticité tente de décrire le comportement non linéaire et irréversible des matériaux. L'existence d'un palier d'écoulement sur la courbe contrainte-déformation et l'existence de déformations irréversibles suggère l'application du schéma de l'élastoplasticité aux sols. De plus, le schéma élastoplastique reste relativement simple et se prête bien à la programmation dans les logiciels de calcul (éléments finis ou différences finies).

Cette partie vise à présenter les notions fondamentales de la théorie de l'élastoplasticité qui sont, pour un modèle élastoplastique à un seul mécanisme :

- la partition des déformations, qui décompose le tenseur des déformations totales (ε_{ij}) en la somme du tenseur des déformations élastiques et du tenseur des déformations plastiques,
- la surface de charge, qui définit le seuil de contrainte au-delà duquel le comportement du matériau est irréversible,
- l'écrouissage, qui permet de faire évoluer la surface de charge dans l'espace de contraintes et donc le domaine d'élasticité,
- la règle d'écoulement plastique, qui décrit l'évolution des déformations plastiques.

3.2.2.1 Partition des déformations

La plasticité est caractérisée par la présence de déformations irréversibles en déchargement. Les déformations se décomposent en une partie élastique et une partie plastique. Sous forme incrémentale on a :

$$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^e + d\varepsilon_{ij}^p$$

avec :

- $d\varepsilon_{ij}^e$: incrément de déformation élastique
- ε_{ij}^p : incrément de déformation plastique

La déformation plastique est la déformation permanente associée à la configuration relâchée. Elle résulte de la déformation totale par « décharge élastique » conduisant à la partition des déformations.

3.2.2.2 Surface de charge

Au cours de la sollicitation, le sol subit des déformations plastiques (ou permanentes). Les observations expérimentales montrent cependant qu'il existe un domaine dans l'espace des contraintes à l'intérieur duquel le comportement des sols est élastique. Pour une sollicitation quelconque, ce domaine d'élasticité est délimité dans l'espace des contraintes par une surface $f(\sigma_{ij})$ appelée surface de charge. La condition $f(\sigma_{ij}) = 0$ est appelée critère de plasticité. Lorsqu'elle est vérifiée, le point représentatif de l'état de contrainte est situé sur la surface de charge et le comportement du matériau dépend de la direction de l'incrément de contrainte. La fonction de charge est donc une fonction scalaire du tenseur des contraintes telle que :

- lorsque $f(\sigma_{ij}) < 0$, on est à l'intérieur du domaine élastique, les déformations sont réversibles,
- lorsque $f(\sigma_{ij}) = 0$, on est à la frontière du domaine, et des déformations plastiques

peuvent alors avoir lieu, à condition que $\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} > 0$, on est alors dans le cas du chargement,

- $f(\sigma_{ij}) > 0$, est impossible à atteindre.

La **Figure 3.1** illustre la notion de surface de charge, de chargement et de déchargement dans le plan déviatorique.

La surface de charge peut dépendre de l'état de contrainte seul, on parlera alors de plasticité parfaite, ou alors dépendre également de l'état de déformation, et on parlera d'écrouissage.

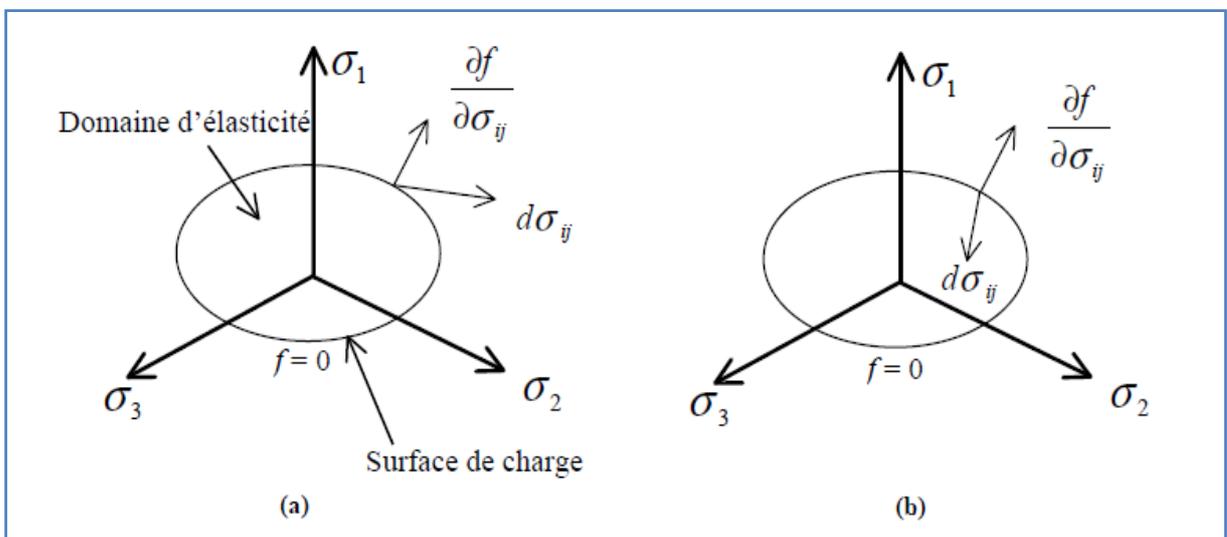


Figure 3.1 – Surface de charge. Cas de charge (a) et de décharge (b)

On peut distinguer la plastification au cisaillement, qui conduit à la rupture du sol et la plastification par compression, qui correspond à la compressibilité. En admettant ces deux phénomènes, on aura dans l'espace des contraintes un domaine fermé délimité par une courbe (modèle de Cam Clay de Burland et Roscoe, 1968) ou plusieurs courbes (Di Maggio et Sandler, 1971 ; Chaffois et Monnet, 1985 ; Vermeer, 1982 ; Lade, 1987). Si on admet seulement la plastification au cisaillement, le domaine élastique intérieur pour lequel le sol est en équilibre sera ouvert (Frydman et al., 1973 ; Monnet et Gielly, 1979). La **Figure 3.2** illustre le cas de deux surfaces de charges délimitant un espace fermé dans le plan des contraintes (p,q) , où p est la contrainte moyenne et q la contrainte déviatoire. La surface de charge en compression se referme sur l'axe des contraintes isotropes p , permettant une plastification par compression. On appelle ce type de surface « cap ».

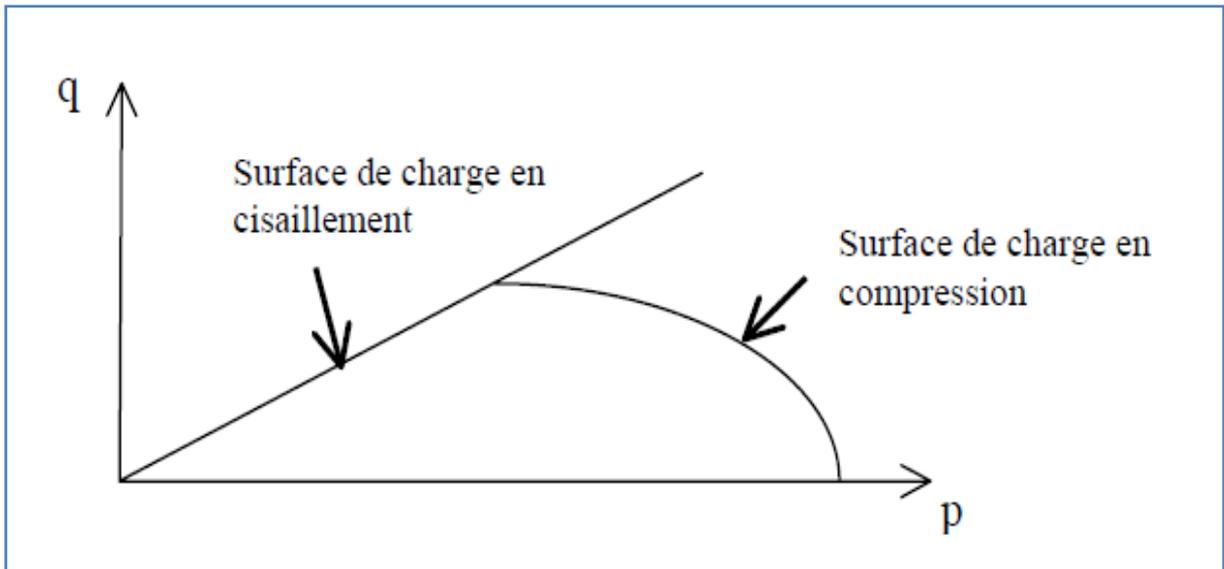


Figure 3.2 – Surfaces de charge dans le plan (p,q), d'après le modèle de Chaffois et Monnet (1985).

La règle d'écoulement ne semble pas adaptée à la description du comportement des sols pulvérulents. Cette règle implique que la direction de l'incrément de déformation plastique ne dépend que de l'état de contrainte actuel, or des expérimentations montrent que cette direction dépend également de l'incrément de contrainte (Loret, 1981 ; Poorooshab et al, 1966 ; Tan, 1990 ; Tatsuoka et Ishihara, 1974). L'unicité du potentiel n'est pas assurée (sauf près de la rupture) et la loi d'écoulement doit alors s'écrire sous la forme incrémentale :

$$d\varepsilon_{ij}^p = G_p(\sigma_{kl}, d\sigma_{mn})d\sigma_{rst}.$$

Une alternative consiste à considérer une loi à plusieurs mécanismes plastiques. L'introduction des sources multiples de plasticité a été proposée par Koiter (1960) et Mandel (1965). Le croisement de plusieurs surfaces de charges, attachées à des mécanismes plastiques différents, crée une singularité au point de contrainte actuel, où le nombre de mécanismes activés dépend de la direction de la sollicitation. Un modèle à deux mécanismes rend la relation entre les tenseurs $(d\sigma_{ij})$ et $(d\varepsilon_{ij}^p)$ quadrilinéaire. Il se pose ensuite le problème de la dépendance ou l'indépendance des mécanismes entre eux. On parle de dépendance des mécanismes lorsqu'il y a mise en commun dans deux ou plusieurs surfaces d'un même paramètre d'écrouissage.

Les modélisateurs considèrent souvent qu'une approche avec deux mécanismes (déviatorique et volumique) est suffisante pour modéliser le comportement d'un sol granulaire sous chargement monotone. Pour modéliser les sollicitations cycliques, trois mécanismes sont nécessaires.

3.2.2.3 Notion d'écrouissage

Un écrouissage correspond à une modification du seuil d'élasticité au cours de la sollicitation. Le domaine d'élasticité d'un matériau dépend de son état d'écrouissage. La loi d'écrouissage précise la modification de la surface de charge au cours de la déformation plastique. On distingue différents types d'écrouissage.

- Pour un écrouissage isotrope, la surface de charge subit une expansion ou une contraction au cours du processus de déformation.
- Pour un écrouissage cinématique, la surface de charge se déplace dans l'espace des contraintes.
- Pour un écrouissage anisotrope, la surface de charge peut subir, en plus d'une expansion/contraction et d'une translation, une rotation et une déformation.

La **Figure 3.3** illustre l'évolution de la surface de charge dans le cas de l'écrouissage isotrope (a) et de l'écrouissage cinématique (b). Lorsque l'on veut prendre en compte une apparaissant au cours d'une décharge, ou lorsque l'on veut traduire la réalité expérimentale d'un essai cyclique (phénomène de rochet), l'écrouissage cinématique s'avère nécessaire.

Dans la formulation d'un modèle de comportement, l'écrouissage est pris en compte par le biais d'un paramètre d'écrouissage introduit dans l'expression de la surface de charge. L'écrouissage isotrope nécessite un paramètre d'écrouissage scalaire alors que l'écrouissage nécessite un paramètre d'écrouissage de nature tensorielle.

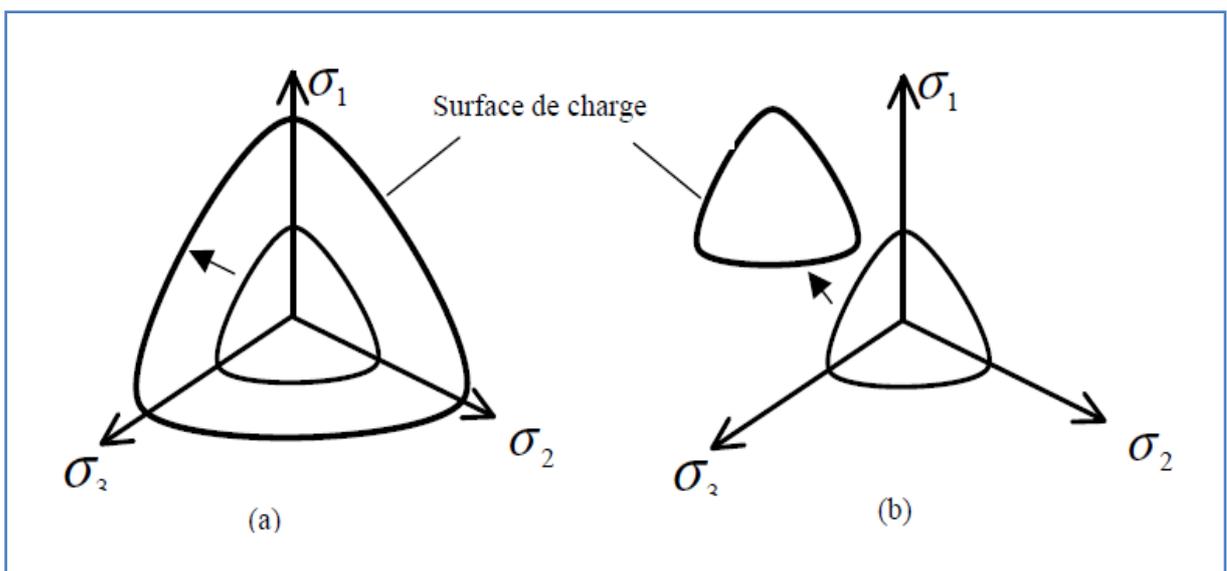


Figure 3.3 – Ecrouissage isotrope (a) et cinématique (b)

3.2.2.4 Surface de rupture

La surface de rupture correspond à l'enveloppe des points de rupture ou résistances maximales dans l'espace des contraintes.

3.2.2.5 Règle d'écoulement plastique

La règle d'écoulement plastique exprime l'accroissement de déformation plastique en fonction des états de contrainte (σ_{ij}) et ($d\sigma_{ij}$) et d'écrouissage (k) par l'intermédiaire d'un potentiel plastique g , qui peut être différent de la fonction de charge – on a alors un écoulement non associé :

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \cdot \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}}$$

$d\lambda$ est un scalaire strictement positif appelé multiplicateur plastique. On peut introduire la variable H , appelée module d'écrouissage et définie par :

$$H \cdot d\lambda = \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij}$$

La loi d'écoulement est fréquemment déduite de l'équation de contrainte - dilatance de Rowe (1962). Le cadre de la « plasticité non associée » (lorsque le potentiel plastique est différent de la fonction de charge) est quasiment indispensable en mécanique des sols (Vermeer et De Borst, 1984 ; Lemaitre et Chaboche, 1988).

Le multiplicateur plastique se détermine à l'aide de la condition de consistance qui stipule que l'état de contrainte doit rester sur la surface de charge (on doit vérifier $f = 0$). On a donc, au cours du pas de temps, $df = 0$. Le cas le plus simple est celui où un seul mécanisme est activé. Lorsqu'au moins deux mécanismes sont activés nous devons appliquer la théorie des multimécanismes (Koiter, 1960).

3.2.3 Hypoplasticité

L'hypoplasticité consiste à représenter le comportement du sol à l'aide d'une structure mathématique simple : elle ne nécessite qu'une seule équation tensorielle. L'hypoplasticité diffère de l'élastoplasticité dans le sens où il n'y a pas de partition des déformations en partie élastique et partie plastique. La structure mathématique de la modélisation n'utilise plus les concepts tels le potentiel plastique, la surface de charge, la règle d'écoulement et la condition de consistance (Dafalias, 1986).

3.2.3.1 Classification des modèles de comportement

Il existe un nombre considérable de modèles de comportement des sols. Certains sont basés sur les principes théoriques de la mécanique et d'autres sur des observations expérimentales (Lade, 2005a). Plusieurs auteurs proposent des revues bibliographiques et différentes classifications des modèles sont alors proposées.

Les modèles sont classés :

- selon le type de sol pour lequel ils conviennent (cohérent, non cohérent, granulaire). De Borst et Groen (2000) distinguent la modélisation élastoplastique des argiles de la modélisation élastoplastique des sables. Le comportement des argiles est généralement modélisé par un modèle de type Cam Clay alors que le comportement des sables sous chargement monotone est pris en compte par un modèle à double mécanisme tel que le modèle de Lade (1977). Cependant ces deux classes de modèles ont une surface de charge dépendant du niveau de contrainte et la partie élastique dépend également du niveau de contrainte.
- Selon la théorie sur laquelle ils sont basés. Monnet (1983) classe les modèles selon qu'ils font appel ou non à la plasticité, et dans ce cas suivant que le domaine d'élasticité soit fermé (modèles de Cam Clay ; Di Maggio et Sandler, 1971 ; Prevost et Hoeg, 1975) ou non (Monnet, 1977). Saada (1988) classe les modèles selon qu'ils sont basés sur la théorie incrémentale, la théorie de l'élastoplasticité avec un comportement isotrope ou anisotrope, la théorie de la viscoplasticité. Il distingue ensuite les différents critères de rupture, isotropes ou anisotropes.
- Selon le nombre d'espaces tensoriels, car cela caractérise la structure du modèle (Darve et al., 1988 ; Tamagnini et Viggiani, 2002 ; Darve, 2002). Darve et Labanieh (1982) définissent une zone tensorielle comme tout domaine de l'espace des contraintes incrémentales dans lequel la relation constitutive est linéaire.
 - Les modèles à une zone tensorielle sont les modèles élastiques.
 - Les modèles à deux zones tensorielles sont les modèles élastoplastiques à simple potentiel, les lois hypoélastiques à critère de charge-décharge unique et les lois avec endommagement.
 - Les modèles à quatre zones tensorielles sont les lois élastoplastiques à double potentiel plastique et les lois hypoélastiques à double critère de charge-décharge.

- Les modèles à une infinité de zones tensorielles sont des modèles incrémentaux non-linéaires (Darve et Lambert, 2005). On peut citer dans cette famille les modèles « hypoplastiques », à « bounding surface » (Dafalias, 1986).
- Les modèles à n zones tensorielles ($n = 8, 16$ ou plus) : Hujeux (1985) a construit un modèle élastoplastique de trois mécanismes déviatoires et un mécanisme isotrope, soit seize zones tensorielles.
- Les modèles à une infinité de zones tensorielles sont des modèles incrémentaux non-linéaires (Darve et Lambert, 2005). On peut citer dans cette famille les modèles « hypoplastiques », à « bounding surface » (Dafalias, 1986).

3.2.3.2 Modèles visant à simuler le comportement des sols granulaires

La plupart des modèles se basent sur les observations expérimentales du comportement des sols granulaires (généralement des sables) effectuées sur des essais triaxiaux. Les sols granulaires présentent un comportement complexe qui dépend de l'état de contrainte, de densité et de l'histoire du chargement. Les observations sont généralement les suivantes (Cambou et Jafari, 1988 ; Mestat, 2002) :

- Déformations irréversibles dès l'apparition de faibles déformations : le domaine élastique est très petit.
- Les sables denses présentent un pic de résistance, le cisaillement est accompagné successivement par de la contractance puis de la dilatance alors que les sables lâches ont un comportement asymptotique et diminuent de volume.
- L'enveloppe des points de rupture peut généralement être approximée par une droite passant par l'origine dans le plan de Mohr.
- les très grandes déformations, on n'observe plus de variation de volume, cet état est appelé « état critique ».
- Pour de fortes pressions, on observe une courbure de l'enveloppe de rupture vers l'axe des compressions.
- La trace de la surface de rupture dans le plan est proche d'un triangle curviligne sans point anguleux (Lade, 1977), comme illustré par la **Figure 3.4**.
- Les sables humides ou légèrement cimentés présentent de la cohésion : l'enveloppe de rupture ne passe plus par l'origine.

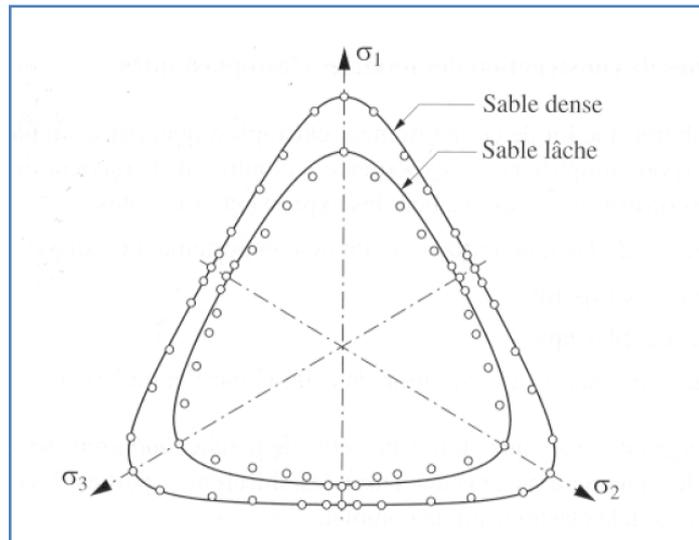


Figure 3.4 – Trace de la surface de rupture d'après Lade (1977)

3.2.3.2.1 Modèle élastique parfaitement plastique

Le modèle élastique parfaitement plastique avec le critère de rupture de Mohr-Coulomb permet de décrire de manière approchée le comportement des sols pulvérulent (sables) et des sols cohérents à court et long terme (argile et limon), Mestat (2002). Il s'agit d'un modèle élastique parfaitement plastique (pas d'écrouissage, la surface de charge est confondue avec la surface de rupture et est fixe dans l'espace des contraintes). Cette loi de comportement se caractérise par une élasticité linéaire isotrope de Hooke (E , ν), une surface de charge et un potentiel plastique. C'est un modèle à deux paramètres de rupture (la cohésion c et l'angle de frottement φ). Ce modèle permet de simuler la rupture du sol par cisaillement.

Pour simuler le comportement des sols avec ce modèle, cinq paramètres mécaniques sont nécessaires. Ces paramètres sont déterminés couramment à partir des résultats d'essais de laboratoire (œdomètre et appareil triaxial) (Mestat, 2002) :

- E : Module d'Young
- ν : Coefficient de Poisson
- c : Cohésion
- φ : Angle de frottement
- ψ : Angle de dilatance

3.2.3.2.2 Modèle élastoplastique à un mécanisme en cisaillement

Le modèle de Monnet et Gielly (1979) est un modèle élastoplastique à un seul mécanisme, ouvert sur l'axe de compression, développé à partir des travaux de Frydman et al. (1973). La

loi d'écoulement est non associée. Ce modèle ne prend en compte que la plastification par cisaillement.

3.2.3.2.3 Modèles élastoplastiques à deux mécanismes

Les modèles de Drücker et al. (1957), de Di Maggio et Sandler (1971), MCK (Chaffois et Monnet, 1985), Monot (Molenkamp, 1981 ; Hicks, 2003) de Lade (1987), de Vermeer (1982), CJS2 (Maleki, 2000), Hardening soil (Vermeer, 1978 ; Schanz et al. 1999) sont des modèles élastoplastiques à deux mécanismes, la plupart développés exclusivement pour les sols granulaires. Un mécanisme est activé pour des sollicitations déviatoires (cisaillement) alors que le second est activé pour des sollicitations isotropes (surface fermée sur l'axe des contraintes isotropes, voir **Figure 3.2**). Ces modèles mettent en œuvre de l'écroutissage isotrope, ce qui semble suffire à la représentation du chargement monotone des sols granulaires. Certains modèles (Wan et Guo, 1998) intègrent en plus une loi d'évolution de l'indice des vides avec l'état de contrainte, ce qui permet de modéliser le comportement d'un sol granulaire avec un même jeu de paramètre quelque soit son état initial.

3.2.3.2.4 Modèles élastoplastiques à un mécanisme, fermés sur l'axe des compressions isotropes

Les modèles de Desai (1980), de Lade et Kim (1995) et de Ehlers et Müllerschön (2000) sont des modèles élastoplastiques à un seul mécanisme, fermés sur l'axe de compression isotrope. Le principal avantage d'une surface unique est la décomposition possible en une partie sphérique et une partie déviatoire, ce qui facilite l'identification des paramètres. De plus, Lade (2005b) précise que les paramètres de son modèle sont aisément identifiables. Ces modèles ne sont pas exclusivement réservés à la simulation du comportement des sols pulvérulents, mais également à celui des matériaux frottants en général (sable, argile, béton et roche).

Des modèles ont été adaptés du modèle de Cam Clay pour la description du comportement des sables, tels que le modèle de Nova (1982), Nor-Sand (Jefferies, 1993), de Muir Wood et al. (1994), CASM (Yu, 1998), de Cubrinovsky et Ishihara (1998), de Asaoka et al. (2002). Ces modèles intègrent la notion d'état critique – décrite plus loin – et, pour certains, la notion de « paramètre d'état », introduite par Been et Jefferies (1985). Ce paramètre est une combinaison de la densité et de la pression de confinement et permet alors de décrire beaucoup d'aspects du comportement des sables sur une large gamme de contrainte et de densité. Le modèle de Gajo et Muir Wood (1999) se place dans le cadre de la théorie de

l'écroûissage cinématique car cela permet entre autre de prendre en compte l'existence d'un domaine d'élasticité initial.

3.2.3.2.5 Modèles hypoplastiques

Les modèles hypoplastiques permettent de représenter le comportement des sols granulaires par l'intermédiaire d'une unique équation tensorielle (Kolymbas et Herle, 2005). Dans cette famille de modèle nous pouvons citer les modèles de Dafalias et Herrmann (1986), de Wu et al. (1996), de Gudehus (1996) et de Von Wolffersdorff (1996).

3.2.4 Expressions de quelques critères

De manière formelle, un critère de plasticité se présente donc sous la forme

$$f(\sigma) \leq 0$$

où f désigne une certaine fonction du tenseur des contraintes. Le développement d'irréversibilités ne peut avoir lieu que lorsqu'il y a égalité.

Il est attiré l'attention sur le fait que pour se conformer à l'usage habituellement utilisé en géologie et en mécanique des sols, on adopte pour le signe de la contrainte normale la convention inverse de celle jusqu'ici utilisée. Une contrainte normale positive correspondra donc à une compression.

Les contraintes principales seront toujours ordonnées selon $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$

3.2.3.1 Critère de Tresca (1868)

C'est un critère qui limite l'intensité de la contrainte tangentielle : $|\tau| \leq \tau_0$

Comme la contrainte tangentielle maximale est égale au rayon du plus grand cercle de Mohr, ce critère s'exprime en fonction des contraintes principales par :

$$f(\sigma) = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) - \tau_0 \leq 0$$

τ_0 est une constante matérielle correspondant au seuil de contrainte lors d'un essai de cisaillement simple.

3.2.3.2 Critère Von Mises (1913)

Ce critère limite la densité d'énergie de distorsion, c'est à dire la quantité

$$w_d = \frac{1}{2} \sum_{i,j} s_{ij} e_{ij}$$

où :

les s_{ij} et e_{ij} sont les composantes des déviateurs des contraintes et des déformations, respectivement. Si l'on suppose un comportement élastique on a $s_{ij} = 2Ge_{ij}$ et ce critère peut s'écrire sous la forme

$$f(\sigma) = \frac{1}{2} \|dev\sigma\|^2 - k^2 \leq 0$$

où k est une constante matérielle. Ecrit sous cette forme, k correspond, là aussi, au seuil en cisaillement simple.

On peut aussi expliciter ce critère en contrainte principale

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_{21} - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 - 6k^2 \leq 0$$

3.2.3.3 Critère de Mohr-Coulomb (ou de Coulomb-Navier)

Les deux critères précédents ne dépendent pas de la pression ou de la contrainte normale ; aucune irréversibilité n'est donc possible sous un état de contrainte hydrostatique. De plus, les seuils en traction ou en compression sont les mêmes. Ils sont pour cette raison peu adaptés aux roches et aux sols. Un critère pouvant être vu comme la généralisation de celui de Tresca est le critère de Mohr-Coulomb qui limite l'étendue des demi-cercles de Mohr à une zone comprise entre l'axe $O\sigma_n$ et une droite de pente $\mu \tan \varphi$:

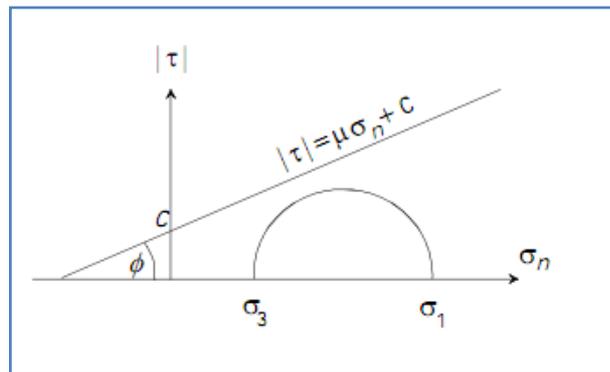


Figure 3.5 : cercle de Mohr

Ce critère s'écrit donc

$$f(\sigma) = |\tau| - \mu\sigma_n - c \leq 0$$

Lorsqu'il y a égalité le plus grand cercle de Mohr est tangent à la droite.

La pente de cette droite, $\mu \tan \varphi$, est appelé coefficient de frottement interne, φ est l'angle de frottement interne.

L'ordonnée à l'origine, c , représente la cohésion du matériau. En utilisant les expressions de σ_n et de τ en fonction des contraintes principales lorsque l'on se trouve sur le grand cercle de Mohr, on peut exprimer le critère de Mohr-Coulomb en fonction des contraintes principales :

$$\sigma_1(1 - \sin\phi) - \sigma_3(1 + \sin\phi) - 2c\cos\phi \leq 0$$

Remarquons que dans ce critère la contrainte intermédiaire, σ_2 , ne joue aucun rôle.

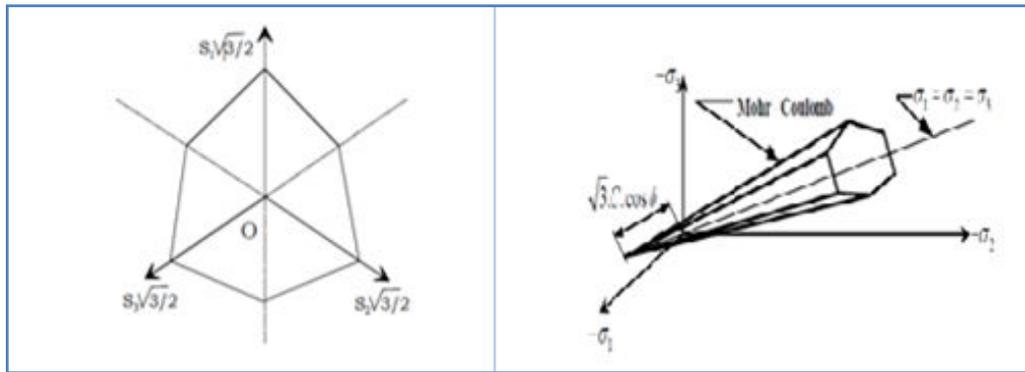


Figure 3.6 : intersection du critère de Coulomb par un plan déviatoire

Figure 3.7 : surface de charge de Mohr-Coulomb dans l'espace des contraintes principales

• Prédiction de l'inclinaison des failles selon le critère de Mohr - Coulomb

Au moment où la rupture se produit le plus grand cercle de Mohr est tangent à la droite $|\tau| = \mu\sigma_n + c$. La rupture se produit donc sur un plan (P) orthogonal au 2^{ème} plan principal ((P) contient donc l'axe du σ_2). Si l'on désigne par θ l'angle que fait la normale à (P) avec l'axe du σ_1 on a

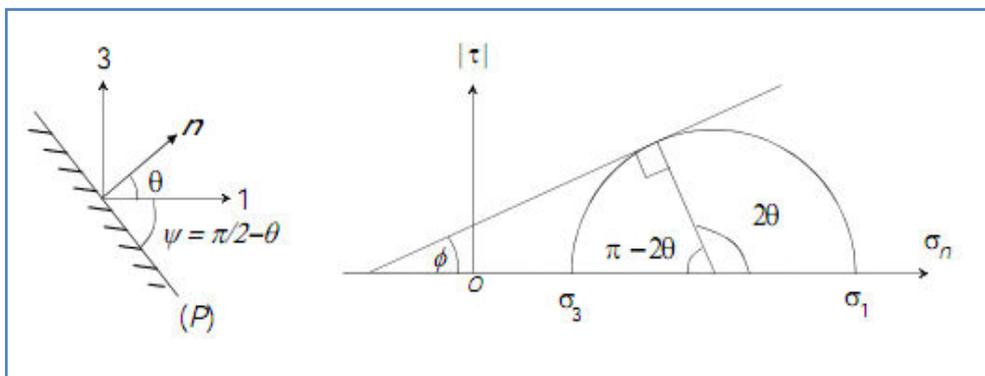


Figure 3.8 : cercle de Mohr à la rupture

L'angle θ au moment de la rupture est donc $\theta = \frac{\varphi}{2} + \frac{\pi}{4}$

3.2.3.4 Critère de Drucker-Prager (1950)

Ce critère constitue en réalité une approximation du critère de Mohr-Coulomb par une généralisation du critère de Von Mises ($\alpha = 0$), il prend en compte l'influence de la contrainte hydrostatique en introduisant le premier invariant du tenseur des contraintes. Il est défini par la relation :

$$F = \sqrt{J_2} - \alpha I_1 - k$$

Où, α et k sont des constantes.

Pour $\alpha = 0$, on trouve le critère de Von Mises et le cône devient un cylindre. La surface représentative du critère dans l'espace des contraintes principales est un cône d'axe de révolution l'axe méridien de l'espace des contraintes principales.

Ces critères sont anciens, les restent cependant largement utilisés car les méthodes d'identification des paramètres caractérisant le comportement élasto-plastique ont fait leurs preuves pour ces critères. Depuis, de nombreux travaux ont permis d'élaborer des critères modélisant mieux le comportement des matériaux. Cependant, il reste toujours la difficulté de définir des processus expérimentaux simples et fiables permettant d'identifier les paramètres du modèle que l'on veut utiliser.

3.3 Le code PLAXIS version 8

3.3.1 Aperçu historique

Le développement du logiciel PLAXIS a commencé en 1987 à l'université technique de Delft à l'initiative du département allemand des travaux publics et gestion des eaux. L'objectif initial était réservé à développer un code d'éléments finis en 2D facile à manier permettant l'analyse des talus en sols mous implantés aux bords des rivières situées dans les plaines Hollandaises. Quelques années plus tard, PLAXIS a été étendu pour couvrir d'autres domaines de la géotechnique. Avec l'extension des différentes activités géotechniques, une compagnie nommée PLAXIS b. v. a vu le jour en 1993. En 1998, la première version PLAXIS pour Windows a été lancée. En même temps le module kernel pour le calcul en 3D a commencé de connaître son développement. Plusieurs années de développement, il y a eu le lancement en 2001 du programme tunnel PLAXIS 3D.

Le but principal de PLAXIS est de pourvoir un outil adéquat pour une analyse pratique dans le domaine de la géotechnique pour des utilisateurs qui ne soient nécessairement des spécialistes en calcul numérique. Souvent, les ingénieurs considèrent les calculs non-linéaires par éléments finis sont laborieux et consomment beaucoup de temps. Le groupe de recherche et de développement de PLAXIS ont, à cet effet, recherché à mettre à la disposition des utilisateurs un logiciel facile à utiliser, basé sur des procédures théoriques robustes.

3.3.2 Présentation de Plaxis

PLAXIS est un programme en éléments finis conçu pour les applications géotechniques, dans lesquelles plusieurs lois de comportement des sols sont utilisées afin de simuler les comportements réels des sols. Le code PLAXIS et les lois de comportement qui y sont intégrées ont été développés avec la plus grande attention. En outre, plusieurs tests et travaux de validations ont été conduits pour ce code, sans pour autant garantir en toute rigueur une absence totale d'erreurs. En effet, la simulation des problèmes géotechniques aux moyens des méthodes utilisant les éléments finis comportent implicitement quelques inévitables erreurs soit lors de la modélisation soit d'ordres numériques. La précision avec laquelle le problème réel peut être approximé dépend fortement du savoir-faire de l'utilisateur quant à la modélisation du problème donné, la compréhension des lois de comportement utilisées et leurs limitations, le choix des paramètres du modèle choisi, et l'habilité à bien interpréter les résultats.

3.3.2.1 Formulation mathématique incluse dans PLAXIS

La méthode des éléments finis est une méthode mathématique d'intégration numérique des équations aux dérivées partielles mises sous forme variationnelle.

La résolution de tout problème de mécanique d'un milieu continu revient à résoudre l'équation d'équilibre suivante :

$$\underline{D}^T \underline{\sigma} + \underline{f} = 0 \quad (3.9)$$

avec la relation cinématique: $\underline{\varepsilon} = \underline{D}u$ (3.10)

La relation entre l'équation (3.9) et (3.10) est définie par la loi de comportement du matériau, autrement dit cette relation peut être exprimée par les taux de contrainte et les taux de déformation:

$$\underline{\dot{\sigma}} = \underline{M} \underline{\dot{\varepsilon}} \quad (3.11)$$

La combinaison des trois équations (3.9), (3.10) et (3.11) mène à l'équation différentielle du second ordre des déplacements u .

Cependant, la résolution de l'équation d'équilibre peut être reformulée en sa forme intégrale dite forme faible (Galerkine).

$$\int \delta \underline{u}^T (\underline{D}^T \underline{\sigma} + \underline{f}) dV = 0 \quad (3.12)$$

Dans cette relation $\delta \underline{u}^T$ représente une variation du déplacement cinématiquement admissible.

L'idée est de faire apparaître dans cette première forme intégrale les termes correspondant aux conditions aux limites sur la frontière en effectuant une intégration par partie, ce qui mène à l'équation des travaux virtuels :

$$\int \delta \underline{\varepsilon}^T \underline{\sigma} dV = \int \delta \underline{u}^T \underline{f} dV + \int \delta \underline{u}^T \underline{t} dS \quad (3.13)$$

Le développement de l'état de contraintes $\underline{\sigma}$ peut être représenté par l'introduction d'un processus incrémental soit :

$$\underline{\sigma}^i = \underline{\sigma}^{i-1} + \Delta \underline{\sigma} \quad (3.14)$$

$$\text{où } \Delta \underline{\sigma} = \int \dot{\underline{\sigma}} dt \quad (3.15)$$

Si l'équation (3.13) est considérée dans l'état actuel i , les contraintes $\underline{\sigma}^i$ inconnues peuvent être éliminées en utilisant l'équation (3.14) :

$$\int \delta \underline{\varepsilon}^T \Delta \underline{\sigma} dV = \int \delta \underline{u}^T \underline{f} dV + \int \delta \underline{u}^T \underline{t} dS - \int \delta \underline{\varepsilon}^T \underline{\sigma}^{i-1} dV \quad (3.16)$$

Pour les problèmes de plasticité, l'incrément de contrainte $\Delta \underline{\sigma}$ peut être formulé par:

$$\Delta \underline{\sigma} = \underline{D}^e (\Delta \underline{\varepsilon} - \Delta \underline{\varepsilon}^p) \quad (3.17)$$

Pour un comportement élastique, l'incrément de déformation plastique $\Delta \underline{\varepsilon}^p$ égale à zéro. Pour un comportement plastique l'incrément de déformation plastique peut être écrit en utilisant une intégration implicite :

$$\Delta \underline{\varepsilon}^p = \Delta \lambda \left(\frac{\partial g}{\partial \underline{\sigma}} \right)^i \quad (3.18)$$

En substituant l'équation (3.18) dans, respectivement, l'équation (3.17) et l'équation (3.14) on aboutit à la relation :

$$\underline{\sigma}^i = \underline{\sigma}^{Aux} - \Delta \lambda \underline{D}^e \left(\frac{\partial g}{\partial \underline{\sigma}} \right)^i \quad (3.19)$$

$$\text{avec } \underline{\underline{\sigma}}^{Aux} = \underline{\underline{\sigma}}^{i-1} + \underline{\underline{D}}^e \Delta \underline{\underline{\varepsilon}} \quad (3.20)$$

Dans cette relation $\underline{\underline{\sigma}}^{Aux}$ est un vecteur de contraintes auxiliaires correspondant aux contraintes élastiques qui représente un nouveau état de contraintes tout en considérant un comportement purement élastique linéaire.

L'incrément multiplicateur plastique $\Delta\lambda$ utilisé dans l'équation (3.18) peut être calculé lorsque le nouvel état de contraintes satisfait la condition de charge suivante :

$$f(\underline{\underline{\sigma}}^i) = 0 \quad (3.21)$$

Pour un modèle élastique parfaitement plastique, l'incrément multiplicateur plastique est donné par :

$$\Delta\lambda = \frac{f(\underline{\underline{\sigma}}^{Aux})}{d} \quad (3.22)$$

$$\text{où } d = \left(\frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \right)^{\underline{\underline{\sigma}}^{Aux}} \underline{\underline{D}}^e \left(\frac{\partial g}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \right)^i \quad (3.23)$$

ainsi le nouveau état de contraintes peut être donné par :

$$\underline{\underline{\sigma}}^i = \underline{\underline{\sigma}}^{Aux} - \frac{\langle f(\underline{\underline{\sigma}}^{Aux}) \rangle}{d} \underline{\underline{D}}^e \left(\frac{\partial g}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \right)^i \quad (3.24)$$

$$\text{où } \langle f(\underline{\underline{\sigma}}^{Aux}) \rangle = 0 \text{ pour } f(\underline{\underline{\sigma}}^{Aux}) \leq 0$$

$$\text{et } \langle f(\underline{\underline{\sigma}}^{Aux}) \rangle = f(\underline{\underline{\sigma}}^{Aux}) \text{ pour } f(\underline{\underline{\sigma}}^{Aux}) > 0$$

3.3.2.2 Types d'éléments utilisés par PLAXIS:

PLAXIS Version 8 peut être utilisé pour réaliser des analyses par éléments finis en deux dimensions. Les modèles d'éléments finis peuvent être soit plans (*Plane strain*), soit axisymétriques (*Axisymmetric*). Le réglage par défaut du paramètre *Model* est *plane strain*.

Les modèles en déformations planes (*plain strain*) sont utilisés pour des structures ayant une section plus ou moins uniforme, et avec un état de contraintes et un schéma de chargement uniformes sur une longueur suffisante perpendiculairement à la section (direction z). Les déplacements perpendiculaires à la section sont considérés comme nuls. Cependant, les contraintes normales dans la direction z sont intégralement prises en compte.

Les modèles axisymétriques (*axisymmetric*) sont utilisés pour des structures circulaires ayant une section radiale plus ou moins uniforme, avec un schéma de chargement réparti

autour de l'axe central et des états de contraintes et de déformations identiques selon les directions radiales. A noter que pour les problèmes axisymétriques, la coordonnée x représente le rayon et la coordonnée y correspond à l'axe de symétrie. Il ne faut pas utiliser dans ce cas de coordonnées négatives.

Pour un modèle d'éléments finis à deux dimensions, le choix de *plane strain* ou de *Axisymmetric* a pour conséquence de ne laisser que deux degrés de liberté en translation par nœud dans les directions x et y .

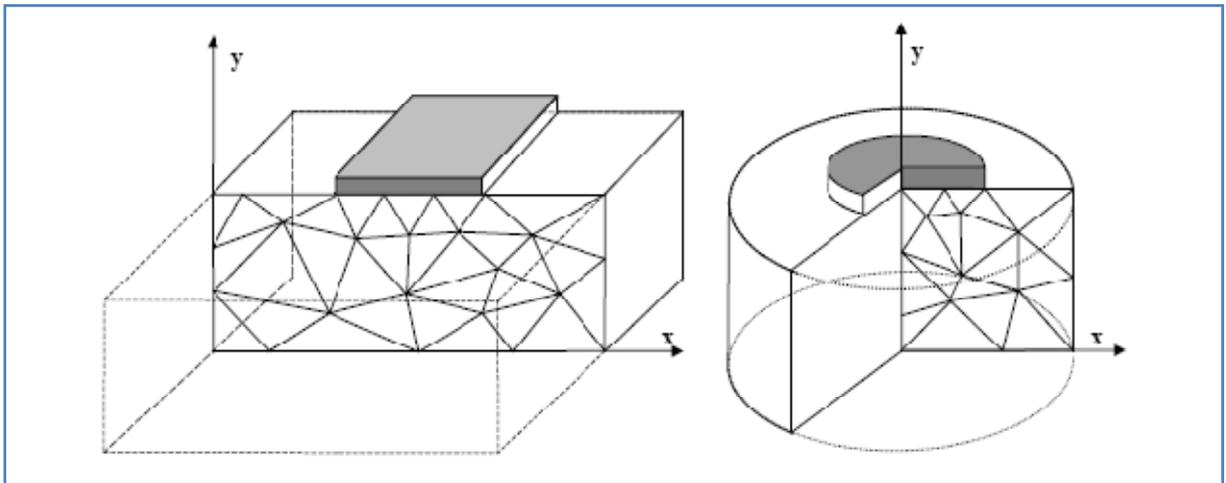


Figure 3.9: exemples de problèmes en déformations plane et axisymétrique

Eléments

Deux types d'éléments peuvent être utilisés dans PLAXIS ; élément triangulaire à 6 nœuds et élément triangulaire à 15 nœuds. Ces éléments servent à modéliser les couches de sol et autres éléments de volume.

L'élément de 15 nœuds fournit une interpolation du quatrième ordre pour les déplacements et l'intégration numérique se fait sur douze points de Gauss (points de contrainte). Pour le triangle à 6 nœuds, l'interpolation est de l'ordre de deux et l'intégration numérique se fait sur trois points de Gauss.

Le triangle à 15 nœuds est un élément très précis qui produit des résultats en contraintes de haute qualité sur différents problèmes (calcul de la rupture des sols incompressibles par exemple) alors que le triangle à 6 nœuds offre de bons résultats pour les analyses standards en déformations, à condition d'utiliser un nombre suffisant d'éléments. Cependant, il faut être très prudent dans le cas des modèles axisymétriques ou dans des situations où une rupture

(possible) est à prendre en compte, comme un calcul de capacité portante ou le calcul de coefficient de sécurité selon la méthode de *phi-c reduction*. Les charges à la rupture et les coefficients de sécurité sont généralement surévalués avec des éléments à 6 nœuds. Pour ces calculs, il convient donc d'utiliser plutôt des éléments à 15 nœuds.

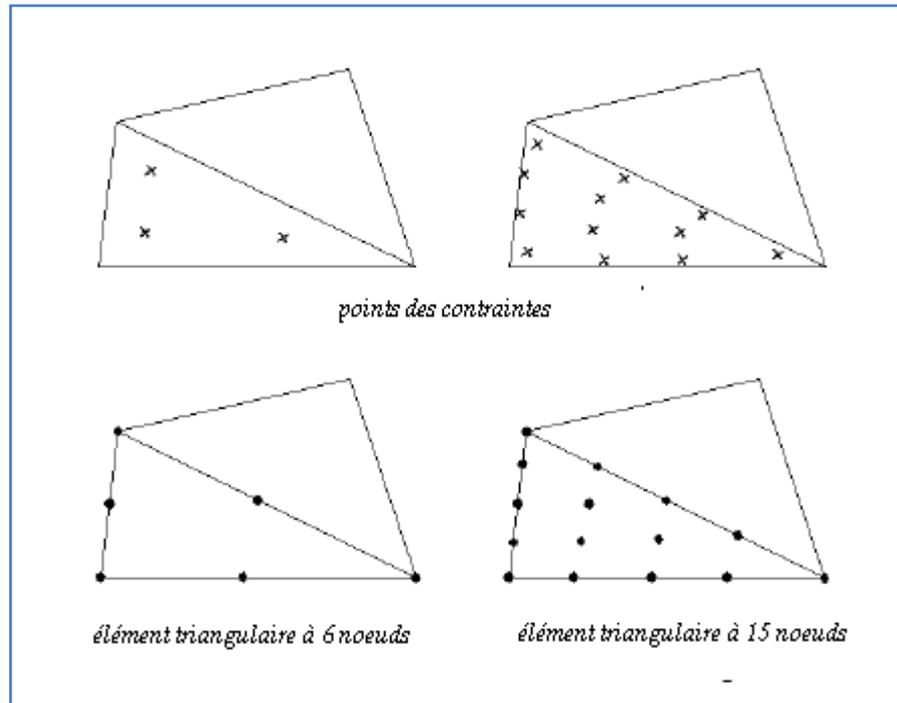


Figure 3.10: position des nœuds et points de contraintes dans les éléments de sol

En plus des éléments de sol, des éléments de plaque compatibles sont utilisés pour simuler le comportement de murs, plaques et coques et des éléments de géogrilles sont utilisés pour simuler le comportement des géogrilles et des treillis. De plus, des éléments d'interface compatibles sont utilisés pour simuler l'interaction sol-structure. Enfin, le mode de création de la géométrie permet l'implantation d'ancrages à tête fixe (butons) et d'ancrages nœud-à-nœud.

Élément d'interfaces

Les interfaces sont composées d'éléments d'interface. La figure 3.11 montre comment les éléments d'interface sont connectés aux éléments de sol. Dans le cas d'élément de sol à 15 nœuds, les éléments d'interface correspondants sont définis par cinq paires de nœuds, alors que pour les éléments d'interface de sol à 6 nœuds, les éléments d'interface sont définis par trois paires de nœuds. Sur la figure, les éléments d'interface sont représentés avec une

épaisseur finie, mais dans la formulation des éléments finis, les coordonnées de chaque paire de nœuds sont identiques, ce qui signifie que les éléments ont une épaisseur nulle.

Chaque interface a une épaisseur virtuelle, qui lui est assignée, et qui est définie comme le produit du facteur d'épaisseur virtuelle (*virtual thickness factor*) par la taille moyenne de l'élément.

La matrice de rigidité pour les éléments d'interface est obtenue au moyen de l'intégration de Newton-Cotes. La position des points de contrainte de Newton-Cotes coïncide avec les paires de nœuds. Par conséquent, cinq points de contrainte sont utilisés pour un élément d'interface à 10 nœuds alors que trois points de contrainte sont utilisés pour un élément d'interface à 6 nœuds.

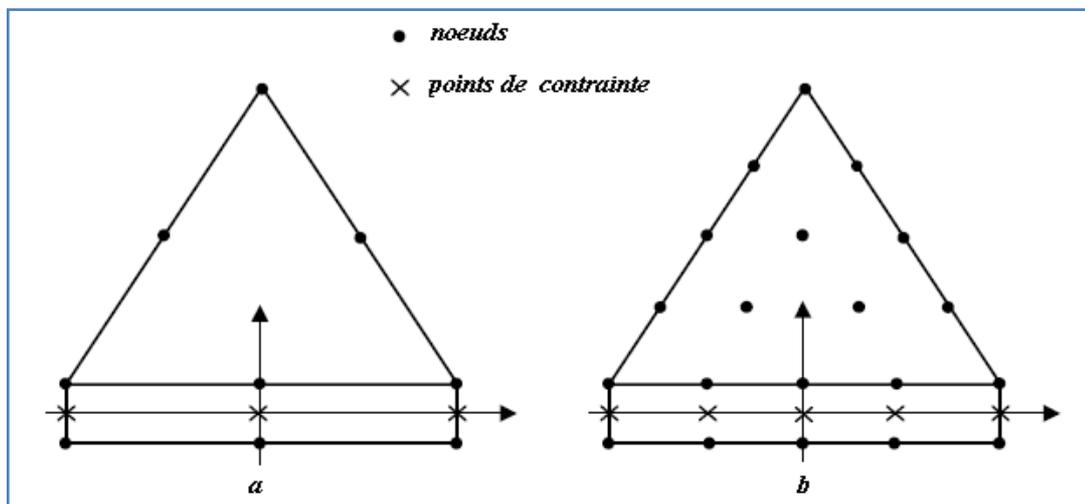


Figure 3.11: distribution des nœuds et des points de contrainte dans les éléments d'interface et connexion avec les éléments de sol

3.3.2.3 Modélisation du comportement d'un sol

Les sols et les roches tendent à se comporter d'une manière fortement non linéaire sous l'effet d'un chargement. Ce comportement non linéaire en contraintes-déformations peut être modélisé suivant différents niveaux de sophistication. Mais le nombre de paramètres à introduire dans les modèles augmente avec ce degré de sophistication.

Le modèle bien connu de Mohr-Coulomb peut être considéré comme une approximation au premier ordre du comportement réel du sol. Ce modèle, élastique parfaitement plastique, nécessite cinq paramètres fondamentaux qui sont : le module d'Young E , le coefficient de poisson ν , la cohésion c , l'angle de frottement interne ϕ , et l'angle de dilatance ψ . Comme les ingénieurs géotechniciens sont habitués à utiliser ces cinq paramètres, et qu'ils disposent rarement d'autres données, le modèle de Mohr-Coulomb représente le modèle le plus utilisé.

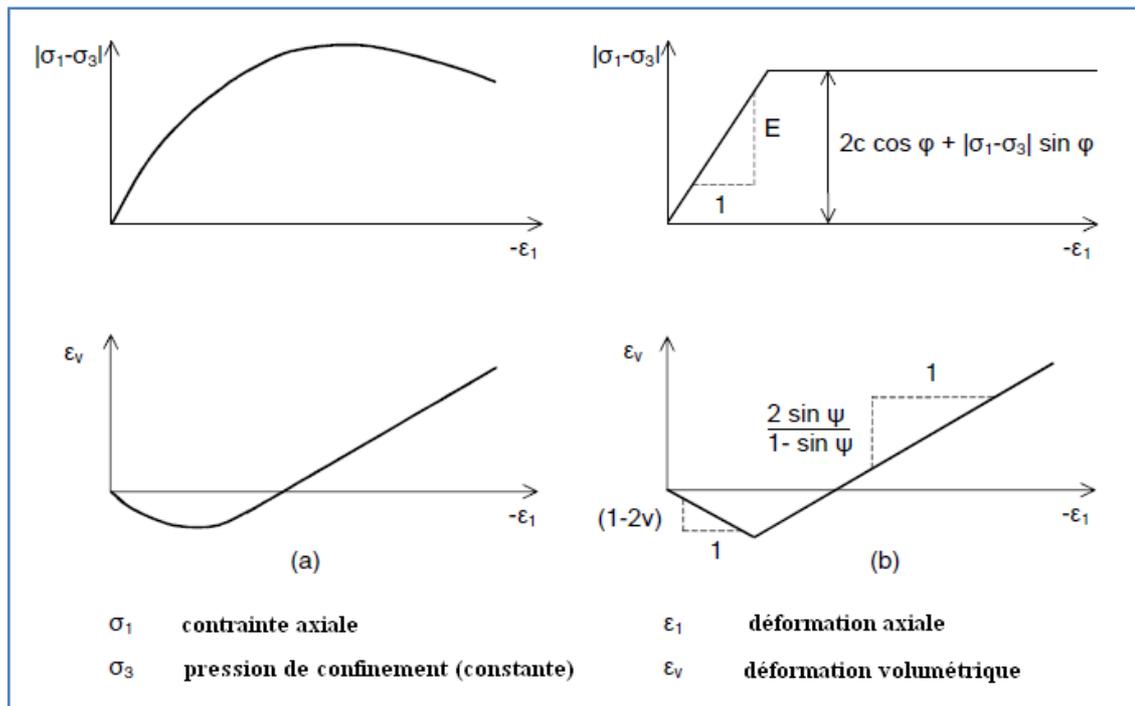


Figure 3.12 : résultats d'essais triaxiaux standards (a) et modèle élasto-plastique ((b)

3.3.2.4 Paramètres de base du modèle en relation avec le comportement réel du sol

Afin de comprendre la signification des cinq paramètres fondamentaux du modèle, considérons des courbes contraintes-déformations classiques comme celles obtenues à partir d'essais triaxiaux drainés (**figure 3.12**). Le matériau a subi une compression isotrope jusqu'à une contrainte de confinement σ_3 . Après quoi la contrainte axiale σ_1 est augmentée alors que la contrainte radiale reste constante. Au cours de cette deuxième étape de chargement, les géomatériaux tendent à donner des courbes comme celles de **la figure 3.12a**. L'accroissement du volume (ou déformation volumique) est courant pour les sables et est aussi fréquent observé pour les roches. **La figure 3.12b** montre ces mêmes résultats sous une forme idéalisée selon le modèle de Mohr-Coulomb. La figure donne une indication sur la signification et l'influence de cinq paramètres fondamentaux du modèle. On remarque que l'angle de dilatance ψ est nécessaire pour modéliser l'irréversibilité de l'accroissement volumique.

3.3.2.5 Paramètres fondamentaux

3.3.2.5.1 Module de Young (E)

PLAXIS utilise le module d'Young comme module de déformation de référence dans le modèle élastique et le modèle de Mohr-Coulomb, mais d'autres modules de déformation sont

également considérés. Un module de déformation a une dimension d'une contrainte (force par unité de surface). Les valeurs de raideurs adoptées dans un calcul demandent une attention particulière parce que la plupart des géomatériaux présentent un comportement non linéaire dès le début du chargement.

En mécanique des sols, la pente initiale est appelée E_0 et le module sécant à 50% de la résistance en compression est noté E_{50} (**figure 3.13**). Pour des argiles très consolidées et quelques roches avec un large domaine élastique, il est réaliste d'utiliser E_0 alors que pour les sables et les argiles normalement consolidées, il est préférable de prendre E_{50} .

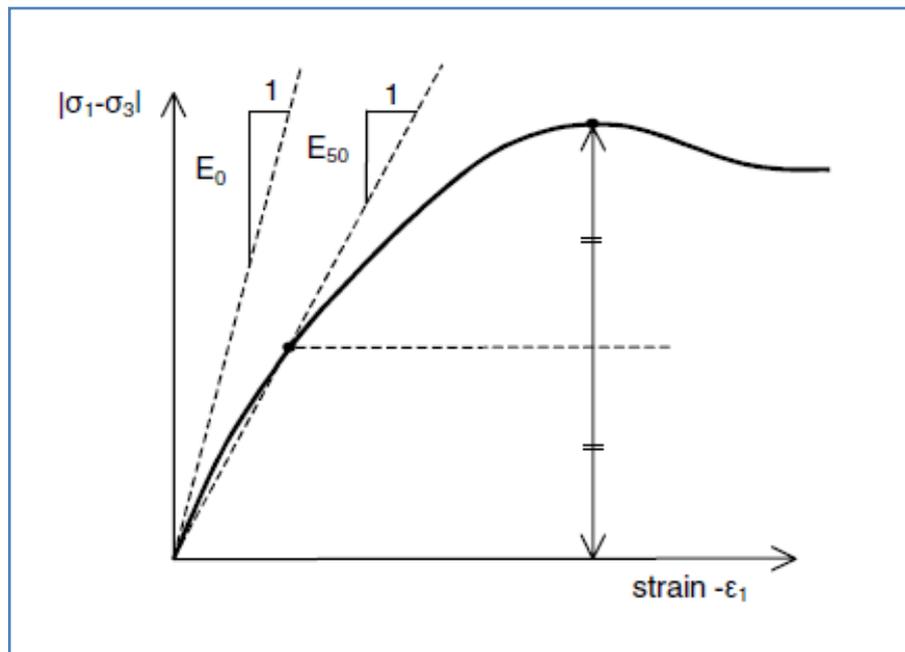


Figure 3.13 : définition de E_0 et E_{50}

Pour les sols, le module initial et le module sécant tendent à augmenter avec la pression de confinement. Par conséquent, les couches de sol en profondeur ont souvent une raideur plus élevée que les couches en surface. De plus, la raideur apparente dépend du chemin de contrainte suivi. La raideur durant les cycles charge-décharge est supérieure à celle durant un chargement primaire. En outre, la raideur observée pour un sol en terme de module d'Young est généralement plus petite que pour des compressions drainées que pour du cisaillement. Donc, en choisissant un module de déformation constant pour représenter le comportement du sol, l'utilisateur devra retenir une valeur qui prenne à la fois en compte le niveau de contrainte et le chemin de contrainte. Remarquons que des comportements de sols dépendant des contraintes sont pris en compte dans les modèles avancés de PLAXIS

3.3.2.5.2 Coefficient de poisson (ν)

Des essais triaxiaux standards drainés peuvent montrer une diminution significative du volume au tout début du chargement et révéler ainsi une faible valeur du coefficient de poisson (ν_0).

Dans certains cas, comme des problèmes de déchargement particuliers, il peut être réaliste d'employer une valeur initiale aussi faible, mais en général, pour le modèle de Mohr-Coulomb, l'utilisation d'une valeur plus élevée est recommandée.

Le choix d'une valeur pour le coefficient de Poisson est particulièrement simple dans le cas du modèle élastique ou du modèle de Mohr-Coulomb avec un chargement gravitaire (accroissement de $\Sigma Mweight$ de 0 à 1 au cours du calcul plastique). Dans ces types de chargement, PLAXIS devra fournir des valeurs réalistes pour le rapport $K_0 = \sigma_h/\sigma_v$. Comme les deux modèles donneront le rapport bien connu de $\sigma_h/\sigma_v = \nu/1 - \nu$ pour une compression unidimensionnelle, il est facile de choisir un coefficient de Poisson qui donne une valeur réaliste pour K_0 . Ainsi, ν est évalué par l'intermédiaire de K_0 . Dans la plupart des cas, les valeurs de ν seront comprises entre 0,3 et 0,4. En général, de telles valeurs peuvent être aussi utilisées pour des conditions de chargement autres que la compression unidimensionnelle.

Dans le cas d'un comportement non drainé, il est conseillé d'entrer une valeur effective pour le coefficient de Poisson et de sélectionner *Undrained* comme type de comportement. De cette façon, PLAXIS ajoutera automatiquement un module de compressibilité pour le fluide interstitiel, basé sur un coefficient de Poisson non drainé, implicite de 0,495. Dans ce cas, le coefficient de Poisson effectif devra être inférieur à 0,35. Utiliser des valeurs plus élevées du coefficient de Poisson impliquerait que l'eau ne soit pas suffisamment raide par rapport au squelette du sol pour simuler un comportement non drainé.

3.3.2.5.3 Cohésion (c)

La cohésion a la dimension d'une contrainte. PLAXIS peut manipuler des sables sans cohésion ($c=0$), mais certaines options ne fonctionneront pas bien. Pour éviter les complications, il est conseillé aux utilisateurs peu expérimentés d'entrer au moins une valeur faible (prendre $c > 0.02$ kPa). PLAXIS une option spéciale pour les couches dans lesquelles la cohésion croît avec la profondeur.

3.3.2.5.4 Angle de frottement interne (φ)

L'angle de frottement φ est entré en degrés. Des angles de frottement élevés, obtenus parfois pour des sables denses, augmenteront de manière substantielle la difficulté numérique

des calculs plastiques. Par conséquent, les angles de frottement élevés ($> 35^\circ$) devraient être évités lors des calculs préliminaires pour un projet.

L'angle de frottement conditionne la résistance au cisaillement comme le montre la **figure 3.14** le montre au moyen des cercles de contrainte de Mohr. Une représentation plus générale du critère de rupture est présentée sur la **figure 3.15**. Le critère de rupture de Mohr-Coulomb décrit mieux le comportement d'un sol que l'approximation de Drucker-Prager, dont la surface de charge tend surface de charge tend à devenir très imprécise pour des configurations axisymétriques.

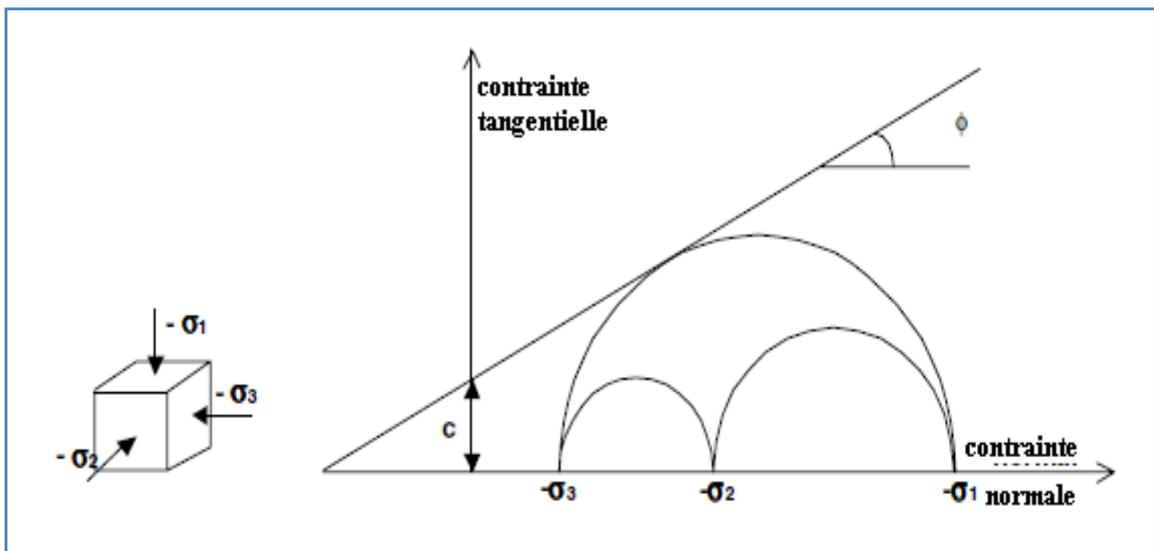


Figure 3.14 : cercles de contrainte à la rupture : l'un d'entre eux touche l'enveloppe de Coulomb

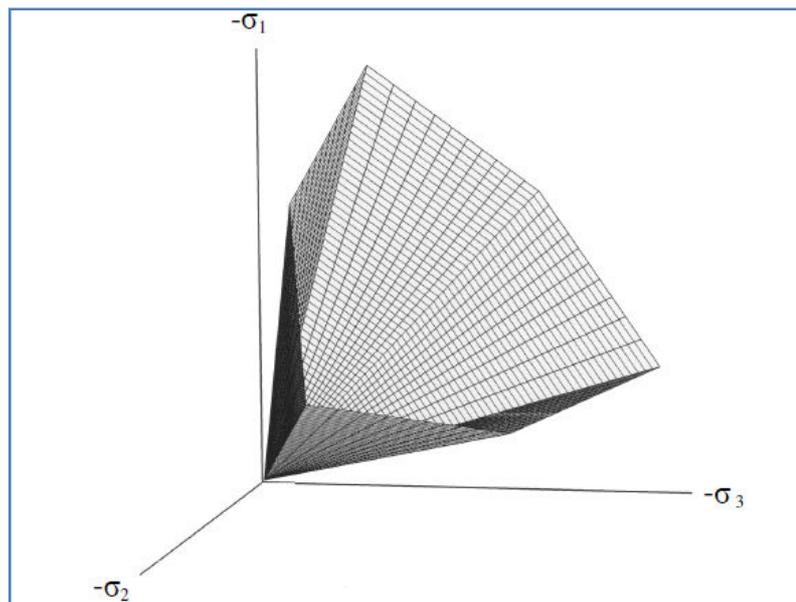


Figure 3.15: surface de rupture dans l'espace des contraintes principales ($c=0$)

3.3.2.5.5 Angle de dilatance (ψ)

L'angle de dilatance ψ , est donné en degré. Sauf pour les couches très surconsolidées, les sols argileux ne présentent aucune dilatance ($\psi=0$). La dilatance d'un sable dépend de sa densité et de son angle de frottement. Pour des sables siliceux, un ordre de grandeur est $\psi \approx \varphi - 30^\circ$. Dans la plupart des cas toutefois, l'angle de dilatance est nul pour des valeurs de φ inférieures à 30° . Une valeur négative faible pour ψ n'est réaliste que pour des sables extrêmement lâches.

3.3.2.6 Génération du maillage

Lorsqu'un modèle géométrique est entièrement défini et que les propriétés des matériaux sont assignées à toutes les couches et à tous les éléments de structure, la géométrie doit être divisée en éléments finis afin de réaliser le calcul par éléments finis. Une composition d'éléments finis s'appelle un maillage d'éléments finis. Les éléments fondamentaux sont des éléments triangulaires à 15 nœuds ou triangulaires à 6 nœuds. En plus de ces éléments, il y a des éléments particuliers pour le comportement des structures. PLAXIS permet une génération automatique des maillages d'éléments finis. Le générateur de maillage est une version spéciale du générateur de maillage triangle développé par *Sepra*¹. La génération du maillage est basée sur une procédure robuste de triangulation, ce qui se traduit par des maillages non structurés. Ces maillages peuvent paraître désordonnés, mais les performances numériques de tels maillages sont généralement meilleures que celles de maillages (structurés) réguliers.

La donnée nécessaire au générateur de maillage est le modèle géométrique composé de points, de lignes et de couches (surface délimitées par des lignes) ; ces dernières sont générées automatiquement pendant la création du modèle géométrique. Les lignes et les points de la géométrie peuvent permettre d'influencer la position et la distribution des éléments.

Dans des zones où des concentrations importantes de contraintes ou de gradients importants de déformations sont attendues, il est souhaitable d'avoir un maillage d'éléments finis plus précis donc plus fin, alors que les autres parties de la géométrie n'ont pas besoin d'un maillage fin. Une telle situation apparaît dès que le modèle géométrique inclut des arêtes et des coins d'éléments de structure. Pour ces cas, PLAXIS utilise des paramètres locaux de finesse en plus du paramètre global.

3.3.2.7 Recommandations pour la génération d'un maillage

Afin de réaliser des calculs efficaces avec les éléments finis, une analyse préliminaire doit être menée avec un maillage grossier. Cette analyse permet de vérifier si le modèle

géométrique est suffisamment grand et de voir où apparaissent les concentrations importantes de contraintes et les gradients élevés de déformations. Ces informations permettront de créer un modèle aux éléments finis raffiné.

Pour créer efficacement un maillage détaillé d'éléments finis, il est préférable de choisir la finesse globale adéquate (*Global coarseness*) depuis le menu (*Mesh*). Ensuite, si des raffinements locaux sont souhaités, il vaut mieux commencer par raffiner les couches, les lignes puis les points. Si nécessaire, des coefficients locaux de taille des éléments peuvent être définis directement pour des points.

3.3.2.8 Les modèles utilisés dans PLAXIS

PLAXIS propose différents modèles qui permettent de simuler le comportement d'un sol. Les modèles et leurs différents paramètres sont décrits en détail dans le manuel *Material Models*. Un commentaire rapide sur les modèles disponibles est donné ci-dessous:

Modèle élastique linéaire:

Ce modèle représente la loi de Hooke pour l'élasticité linéaire et isotrope. Le modèle comporte deux paramètres de rigidité élastique, le module d'Young, E , et le coefficient de Poisson ν .

Le modèle linéaire élastique est très limité pour simuler le comportement d'un sol. Il est utilisé principalement pour des structures rigides massives placées dans le sol.

Modèle de Mohr-Coulomb:

Ce modèle bien connu est utilisé généralement comme une première approximation du comportement d'un sol. Ce modèle comporte cinq paramètres : le module d'Young, E , le coefficient de Poisson, ν , la cohésion, c , l'angle de frottement, φ , et l'angle de dilatance ψ .

Modèle pour les roches fracturées (Jointed Rock model):

C'est un modèle élasto-plastique anisotrope, pour lequel le cisaillement plastique peut se produire seulement dans un nombre limité de directions de cisaillement. Ce modèle peut être utilisé pour simuler le comportement des roches stratifiées ou fracturées.

Modèle de sol avec écrouissage (Hardening Soil Model) :

C'est un modèle hyperbolique de type élasto-plastique formulé dans le cadre de la plasticité avec écrouissage en cisaillement. De plus, ce modèle prend en compte

l'écroutissage en compression pour simuler le compactage irréversible d'un sol sous son premier chargement en compression. Ce modèle du deuxième ordre permet de simuler le comportement des sables, des graves, mais aussi de sols plus mous comme les argiles et les limons.

Modèle pour les sols mous (Soft Soil model):

C'est un modèle de type Cam-Clay qui permet de simuler le comportement de sols mous comme des argiles normalement consolidées ou de Modèle pour les sols mous avec fluage (Soft Soil creep model):

C'est un modèle du deuxième ordre formulé dans le cadre de la viscoplasticité. Ce modèle permet de simuler le comportement des sols mous, comme les argiles ou les tourbes normalement consolidées, en fonction du temps. Ce modèle prend en compte la compression logarithmique.

Modèle défini par l'utilisateur

Cette option permet de définir et d'utiliser des lois de comportement autres que les modèles standard de PLAXIS. Pour une description plus détaillée de cette option, veuillez vous reporter au manuel des modèles de matériaux (Material Models Manual).

3.4 Conclusion

L'objectif de la modélisation « au sens large » en géotechnique est souvent la recherche d'une réponse, d'une solution à un problème particulier et complexe. La modélisation numérique est un outil puissant, elle est en constante progression depuis les années cinquante. Aujourd'hui, la modélisation intervient dans tous les domaines sans exception.

Les méthodes numériques en géotechnique ont pour but de décrire, d'expliquer ou de prédire le comportement d'une structure naturelle ou artificielle sur la base de lois physiques qui relient les variations des contraintes aux déformations et aux déplacements.

C'est dans ce contexte que le code PLAXIS offre la possibilité de prédire la rupture des fondations en utilisant des lois de comportement assez performant afin de simuler le comportement réel des sols.

CHAPITRE 4

ANALYSE NUMERIQUE DE LA CAPACITE
PORTANTE SOUS L'INFLUENCE MUTUELLE
DE DEUX SEMELLES FILANTES REPOSANT
SUR LA SURFACE LIBRE D'UN TALUS

4.1 Introduction :

Dans la pratique, on est parfois amené à réaliser des fondations à proximité d'autres fondations existantes. En fonction de la distance qui sépare les fondations, l'interférence des zones de rupture peut influencer d'une façon significative la capacité portante ainsi que le comportement chargement-tassement des semelles par rapport aux conditions auxquelles est soumise une semelle isolée. En effet, le problème d'interaction entre semelles adjacentes est d'une importance pratique significative du fait que souvent les semelles s'interfèrent entre elles et ne sont que rarement isolées. Cet effet d'interférence produit sur la capacité portante ultime des semelles adjacentes a été étudié théoriquement en premier temps par Stuart en utilisant la méthode d'équilibre limite.

Plusieurs théories ont été développées dans la littérature afin de déterminer la capacité portante ultime d'un groupe ou de deux semelles filantes posées chacune à proximité de l'autre. Les solutions existantes ont été obtenues en utilisant (i) la méthode de l'équilibre limite (Stuart), (ii) la méthode des contraintes caractéristiques (Kumar J et Ghosh P), et l'analyse limite supérieure. Par ailleurs, un certain nombre d'expériences sur modèles réduits ont été conduites par différents chercheurs afin de mettre la lumière sur l'effet d'interférence de deux semelles juxtaposées.

Dans le but d'étudier l'effet d'interférence, la zone qui existe sous les deux semelles, considérées à bases parfaitement rugueuses, a été supposée formée d'un petit bloc non plastique et d'une zone en état plastique. Dans cette approche, la forme de la surface de rupture a été représentée par une ligne spirale logarithmique et d'une ligne droite. Par la suite, l'utilisation du mécanisme de rupture, similaire à celui utilisé par Stuart, West et Stuart basé sur la méthode des caractéristiques a permis l'obtention de la solution définissant l'effet d'interférence de deux semelles. Les valeurs du coefficient d'interférence obtenues par Stuart et West utilisant la méthode des caractéristiques pour $\varphi = 35^\circ$, étaient plus petites que celles obtenues auparavant par Stuart en utilisant la méthode d'équilibre limite ; où φ est l'angle de frottement interne du sol et le coefficient d'influence est défini comme étant le rapport de la charge reprise par une semelle en présence de l'autre semelle sur la charge reprise par la même semelle étant isolée. Murthy a étudié l'effet d'interférence de semelles superficielles sur un sable, leurs chargements n'ont pas été appliqués simultanément ; autrement dit, une des deux semelles a été chargée en premier lieu jusqu'à sa charge limite, puis le chargement pour la seconde a été ensuite appliqué également jusqu'à la valeur limite. Plus tard, dans le but

d'étudier l'effet d'interférence de deux semelles adjacentes sur un sol non renforcé, plusieurs recherches ont été conduites. Par ailleurs, les différentes études théoriques et expérimentales ont montré que la valeur de la capacité portante ultime ainsi que le tassement d'une fondation augmente généralement en réduisant la distance entre les deux semelles.

Dans la présente analyse, on se propose d'étudier l'effet d'interférence de deux semelles adjacentes posées sur la surface libre d'un talus en utilisant le code PLAXIS basé sur la méthode des éléments finis.

4.2 Définition du problème

Comme on vient de le souligner plus haut, plusieurs travaux ont déjà porté sur les phénomènes d'interférence de deux ou plusieurs semelles filantes posées sur une surface horizontale, cette interférence est mise en évidence par un certain nombre de chercheurs. Cependant, dans la présente étude on se propose d'examiner le cas particulier où les deux semelles sont posées à proximité d'un talus.

L'angle θ que fait la pente du talus avec l'horizontale est fixé pour deux valeurs respectivement de 15 et 30 degrés. La première semelle (*semelle 1*) a une position fixe posée à une distance de B , égale à la largeur de la semelle, de la tête du talus, alors que la deuxième semelle (*semelle 2*) est posée à une distance d , variable, de la première semelle (**figure 4.1**).

L'analyse numérique a été conduite en utilisant le logiciel PLAXIS permettant la modélisation en déformations planes et décrivant l'interaction de deux semelles filantes avec le sol en pente. Le maillage utilisé dans le présent modèle est constitué d'éléments triangulaires à 15 nœuds.

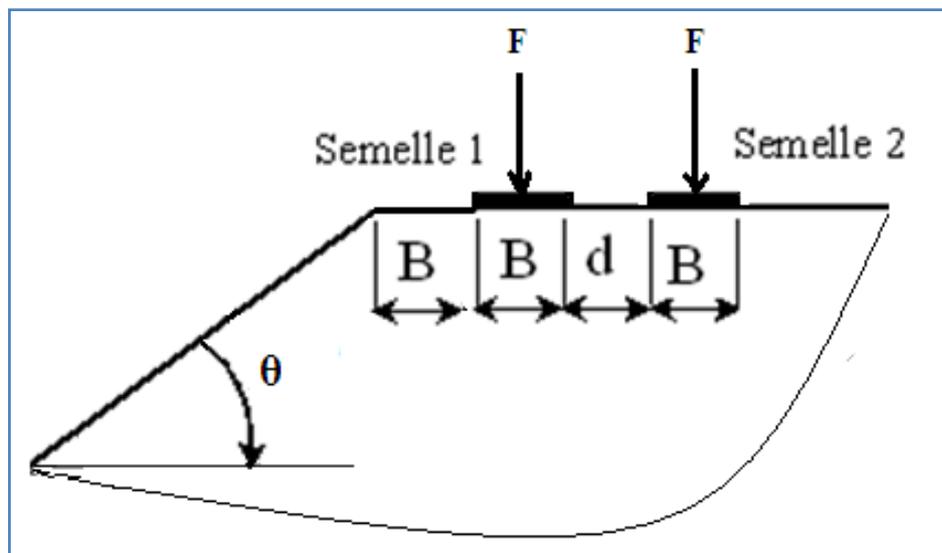


Figure 4.1 : représentation du modèle étudié

Le sol utilisé dans cette analyse est un sable dense sans cohésion ayant un poids volumique sec $\gamma = 17 \text{ KN/m}^3$, un module de déformation $E = 120000 \text{ KN/m}^2$, un coefficient de poisson $\nu = 0,3$, et obéissant au critère de Mohr-Coulomb régi par une loi de comportement non associée. L'attention est attirée sur le fait que PLAXIS recommande pour les problèmes qui ne présentent pas de chargement-déchargement d'introduire E_{50} à la place de E qui est réservé pour les matériaux ayant un grand domaine élastique.

Les fondations sont représentées par des semelles filantes posées à la surface ayant chacune une largeur de 60 cm et supposées infiniment rigides $E_b/E_{sol} = \infty$

4.2.1 Etude paramétrique

Les calculs dans cette étude portent notamment sur la variation des paramètres suivants :

- l'angle de frottement interne $\varphi = 30^\circ; 35^\circ; 40^\circ; 45^\circ$.
- l'angle d'inclinaison du talus $\theta = 15^\circ; 30^\circ$
- l'interface α représentant une plage d'états de rugosité, soit $\alpha = 1; 0,8; 0,6; 0,4; 0,2; 0,0$
- la variation de la distance entre nus des semelles : sur l'intervalle $0 \div 0,5B$ un espacement de $d = 0,125B$ a été fixé du fait que de grandes variations sont repérées au niveau de la charge ultime tandis qu'à partir de $0,5B$ un pas de $0,5B$ a été fixé.

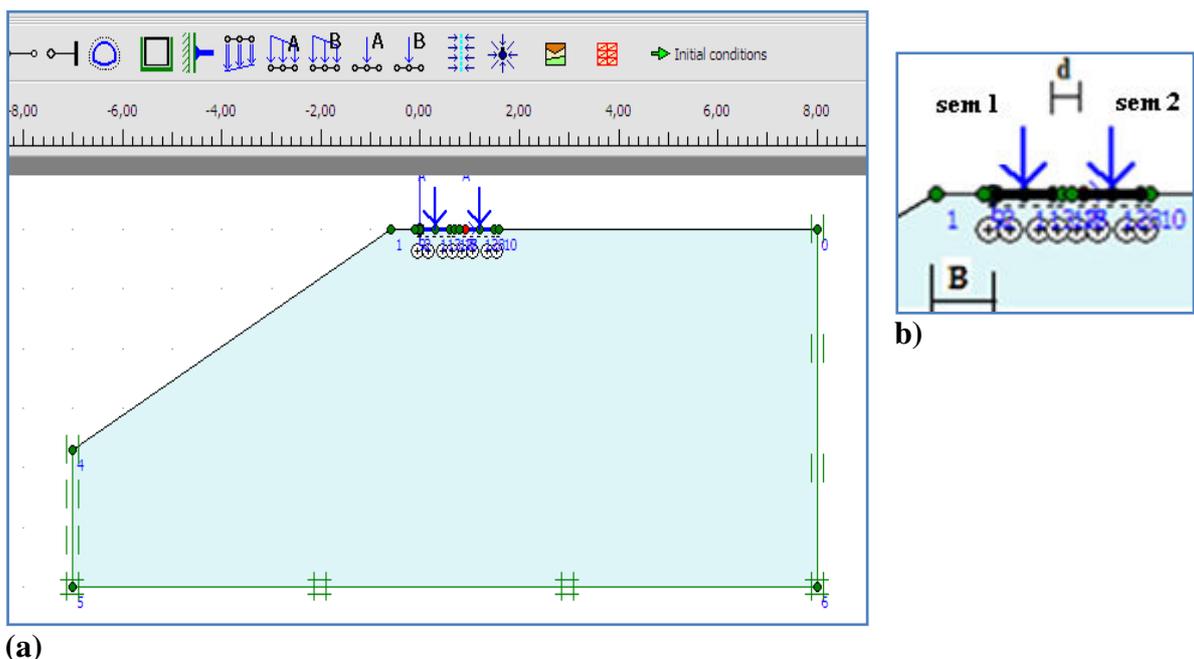


Figure 4.2 : conditions aux limites (a) et définition du problème (b)

La valeur maximale attribuée à d , distance entre les deux semelles, a été limitée volontairement à $3.5B$ où l'influence de la semelle 2 sur la semelle 1 devient négligeable.

Dans le but d'assurer la stabilité des fondations, un dimensionnement préalable a été mené afin de retenir les limites minimales du modèle.

Le chargement est appliqué pour les semelles sous forme d'une charge concentrée au milieu de la semelle dont la valeur est augmentée progressivement de zéro jusqu'à la rupture.

4.2.2 Maillage et conditions aux limites

La **figure 4.2** définit le modèle géométrique arrêté dans cette analyse. Les limites du domaine sont fixées en tenant compte des recommandations énumérées plus haut dans le chapitre 2 (**article 2.4.1.5**) pour que les conditions aux limites n'aient pas d'influence sur le comportement du modèle. La limite horizontale inférieure comporte des blocages horizontaux et verticaux, alors que les limites verticales comportent seulement des blocages horizontaux.

Une fois la géométrie est complètement définie, et que toutes les propriétés des matériaux ont été assignées au sol et éléments de structures (semelles) on a procédé au maillage proprement dit. L'élément de base utilisé dans la génération du maillage pour le sol est l'élément triangulaire à 15 nœuds (**figure 3.11**) qui fournit une interpolation du quatrième ordre pour les déplacements et l'intégration numérique se fait sur douze points de Gauss (points de contrainte), alors que pour l'élément représentant les semelles, l'élément poutre a cinq nœuds (**figure 4.3**).

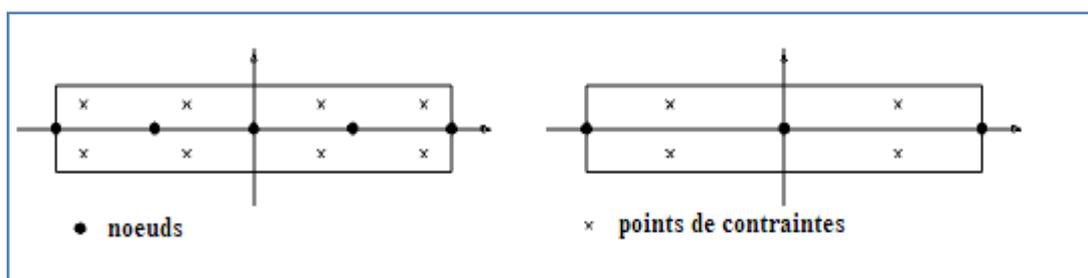


Figure 4.3 : élément poutre utilisé

Afin de procéder d'une façon efficace au calcul par éléments finis avec PLAXIS, une analyse préliminaire a été adoptée en utilisant un maillage relativement grossier. Cette analyse avait pour but de vérifier si le modèle était suffisamment large et de vérifier les points à forte concentration de contraintes et un grand gradient des déformations. Toutes ces informations ont pu permettre de procéder au raffinement adéquat et acceptable du modèle (**figure 4.4**).

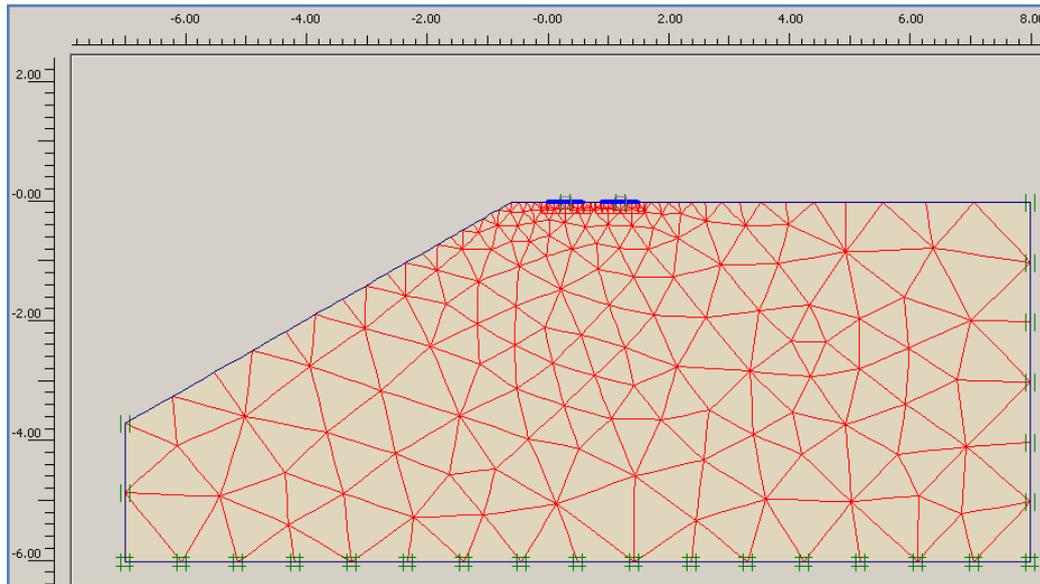


Figure 4.4 : maillage du modèle

4.2.3 Génération des contraintes initiales

Plusieurs problèmes d'analyse en ingénierie géotechnique nécessitent la spécification de l'état de contraintes initiales. Ces contraintes causées par le poids propre du massif de sol représentent l'état d'équilibre du sol en place.

Dans PLAXIS, il existe deux possibilités pour la spécification des contraintes initiales :

- **K_0 – procedure** : procédure réservée pour les cas des surfaces horizontales et avec les lignes des couches de sol et la nappe phréatique parallèle à la surface.
- **Gravity loading** : procédure fixée pour les autres cas.

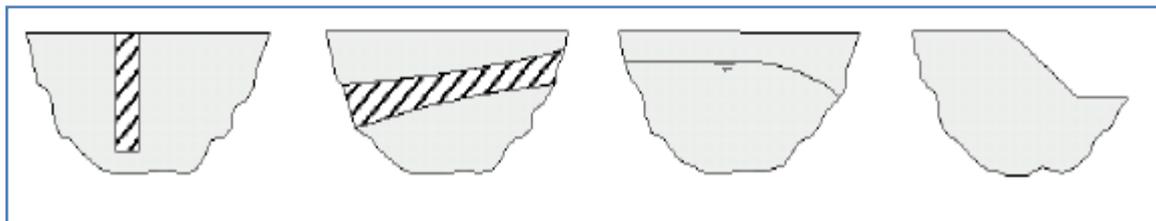


Figure 4.5 : exemple de surfaces non horizontales et stratifications non horizontales

Dans la présente analyse, la procédure qui a été naturellement adoptée est celle du chargement gravitaire (*gravity loading*) du fait de l'existence de la pente du talus et les contraintes initiales sont générées en appliquant le poids propre du sol dans la première phase de calcul.

Dans ce cas, le chargement gravitaire est appliqué en une seule phase de calcul en utilisant un calcul du type plastique pour lequel le paramètre *Loading input* est fixé sur *Total multipliers* et $\sum Mweight$ est fixé à 1.0 (figure 4.6).

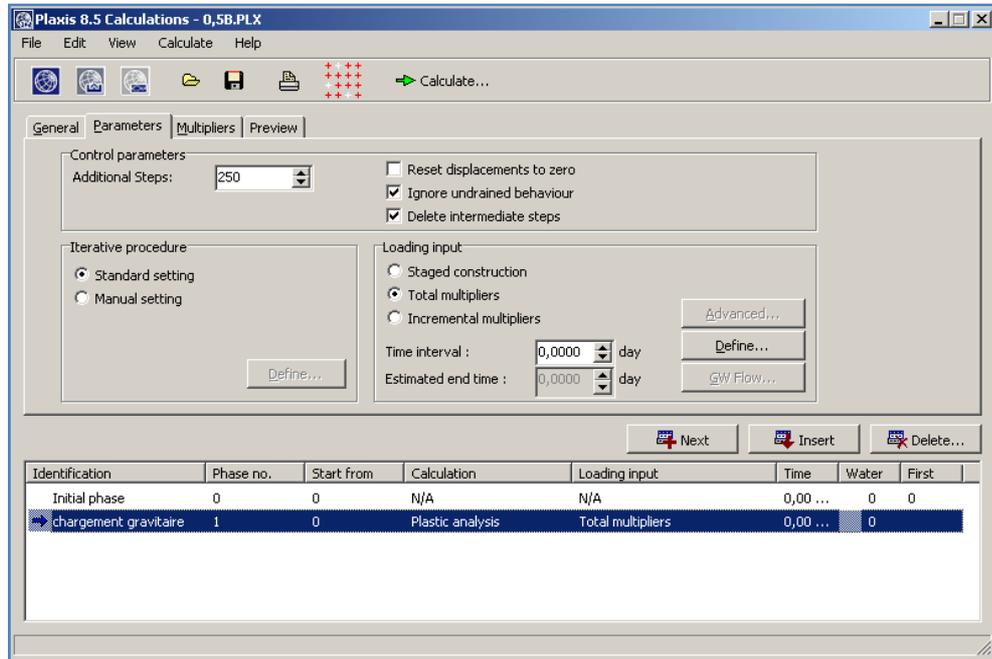


Figure 4.6 : application du chargement gravitaire

Une fois les contraintes initiales générées (figure 4.7), les déplacements sont remis à zéro pour les phases de calcul suivantes. Il n'y a donc pas d'effet du chargement gravitaire sur les déplacements engendrés par les autres phases de calcul.

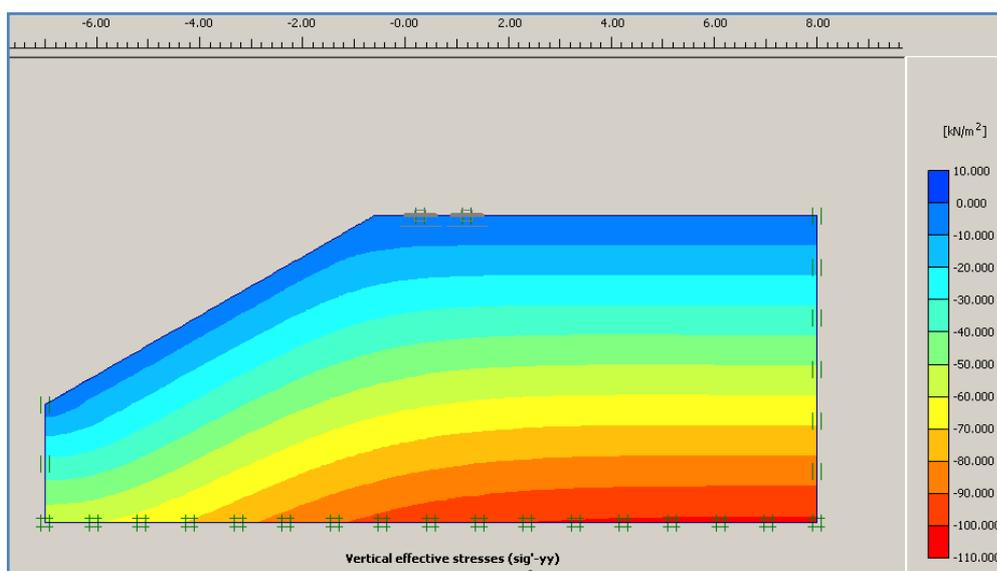


Figure 4.7 : génération des contraintes initiales avant l'application de la charge

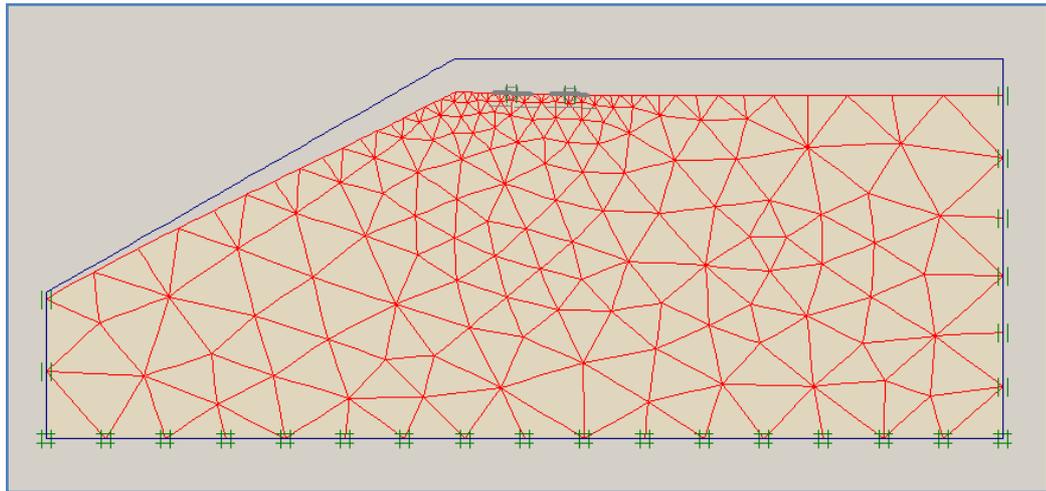


Figure 4.8 : déformation du massif du sol après génération des contraintes initiales

Sur la **figure 4.8** on constate que le sol a subi une déformation caractérisée par le déplacement vertical de sa surface libre vers le bas, c'est à ce stade que les déplacements doivent être remis à zéro avant d'entamer la seconde phase de calcul qui consiste à l'application du chargement des semelles proprement dite

4.2.4 Phases de calcul

Après avoir généré le modèle en éléments finis et appliquer le chargement gravitaire dans la première phase de calcul plastique, il vient ensuite l'étape de l'application du chargement proprement dit, ce chargement est appliqué sur les deux fondations sous forme d'une charge concentrée au milieu de chaque semelle (**figure 4.9**) et avec la même amplitude. La charge q_u pour laquelle il y a eu rupture s'appelle charge limite.

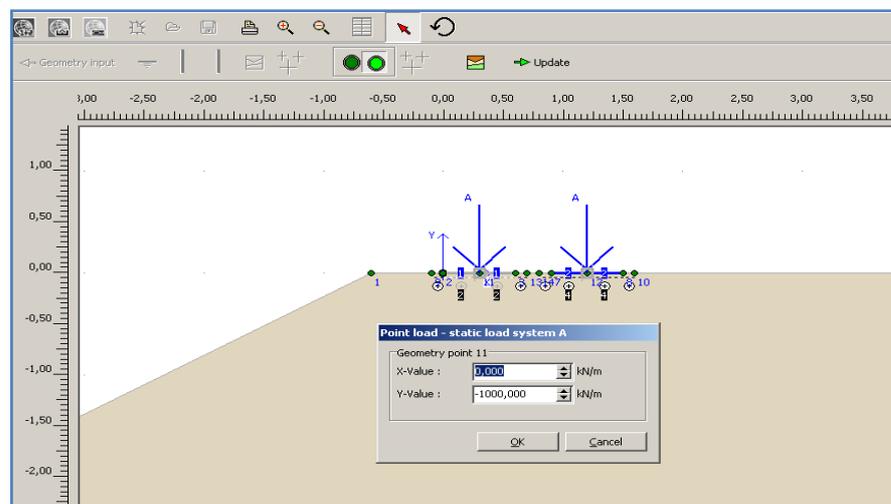


Figure 4.9 : application du chargement proprement dit

4.2.5 Calcul du facteur de portance N_γ

Une fois la charge limite q_u est calculée et en appliquant l'équation de la capacité portante donnée par Terzaghi à savoir:

$$q_u = \frac{1}{2}\gamma BN_\gamma + qN_q + cN_c \quad (4.1)$$

Puisque chacune des semelles se trouve à la surface du sol constitué d'un sable frottant (cohésion prise nulle), le deuxième terme et troisième terme de l'équation 4.1 par conséquence s'annulent et l'équation prend la forme suivante :

$$q_u = \frac{1}{2}\gamma BN_\gamma \quad (4.2)$$

Ce qui donne l'expression du facteur de portance :

$$N_\gamma = \frac{2q_u}{\gamma B} \quad (4.3)$$

4.3 Teste de validation

Avant d'envisager l'analyse de l'influence mutuelle proprement dite de deux semelles juxtaposées sur la surface libre d'un talus, on se propose en premier lieu d'étudier le cas usuel d'un sol à surface horizontale.

Cette étude nous permettra d'avoir une idée sur le comportement des deux semelles pour ce cas, et nous servira par la même occasion d'un test de validation pour notre procédure de simulation, et montrera, en outre, le degré de fiabilité du code PLAXIS pour le calcul de la charge limite ultime soit le facteur de portance N_γ objet de notre étude.

Pour ce faire, on introduira la notion du facteur d'influence ξ_γ que l'on va comparer avec les résultats obtenus par certains auteurs à savoir notamment, Stuart (1962), Kumar et Ghosh (2007), Saran et Agarwal (1974), Das et Larbi-Cherif (1983), et Kumar et Saran (2003).

Pour rappel, tous ces résultats sont basés sur l'utilisation de la méthode de la limite supérieure.

4.3.1 Définition du facteur d'influence ξ_γ

Le facteur d'influence ξ_γ est définie comme étant le rapport de la valeur de la charge de rupture d'une semelle filante, ayant une largeur B , en présence d'une seconde semelle, sur la valeur de la charge de rupture de la semelle prise isolée, et possédant la même largeur.

4.3.2 Calcul de N_γ pour une semelle filante isolée à base rugueuse

Selon les résultats théoriques et expérimentaux disponibles, on s'intéressera particulièrement dans cette partie au calcul du facteur de portance N_γ pour une semelle filante à base rugueuse d'une largeur $B = 0,6m$ posée sur un sable medium ayant un angle de frottement interne $\varphi = 40^\circ$.

Les résultats ayant pu être trouvés lors de la présente analyse nous ont permis de déterminer une valeur du facteur de portance $N_\gamma = 84,97$ que l'on peut comparer avec certaines valeurs résumées dans le **tableau 4.1** qui suit :

Tableau 4.1 : comparaison de N_γ pour une semelle isolée

| | | Méthode d'analyse limite supérieure | | |
|----------------|----------------|---|----------------------------|------------------------|
| Φ (degré) | Présente étude | Jyant Kumar et K.M. Kouzer (2008) | Ukritchon et al. (2003) | Hjiar et al. (2005) |
| 40° | 84,97 | 99,93 | 111,10 | 88,39 |

On peut remarquer que le facteur de portance N_γ , calculé au titre de la présente étude ($N_\gamma = 84,97$) est inférieur à ceux proposés, à titre d'exemple, par J. Kumar et K. M. Kouzer (2008) [$N_\gamma = 99,93$], Ukritchon et al. (2003) [$N_\gamma = 111,1$] et Hjiar et al. (2005) [$N_\gamma = 88,39$] qui constituent des limites supérieures du facteur de portance N_γ .

4.3.3 Facteur d'influence (ξ_γ) pour le cas d'une surface horizontale

La **figure 4.10** ci-dessous illustre deux semelles filantes superficielles ayant chacune une largeur B , placées sur un sol frottant (la cohésion est donc nulle) à domaine semi infini et à surface horizontale. Les deux semelles sont distantes l'une par rapport d'une valeur égale à d entre nus.

On se propose de déterminer la valeur de la charge limite F (par unité de longueur) que pourra supporter chacune des deux semelles (ou les deux en même temps). Il est à noter que les deux semelles sont chargées simultanément avec la même valeur de la charge de rupture jusqu'à la rupture.

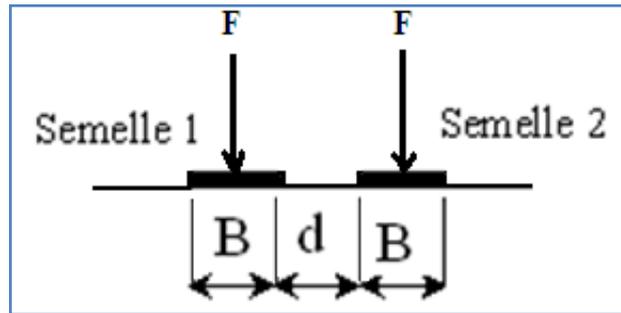


Figure 4.10 : Semelles juxtaposées sur une surface horizontale

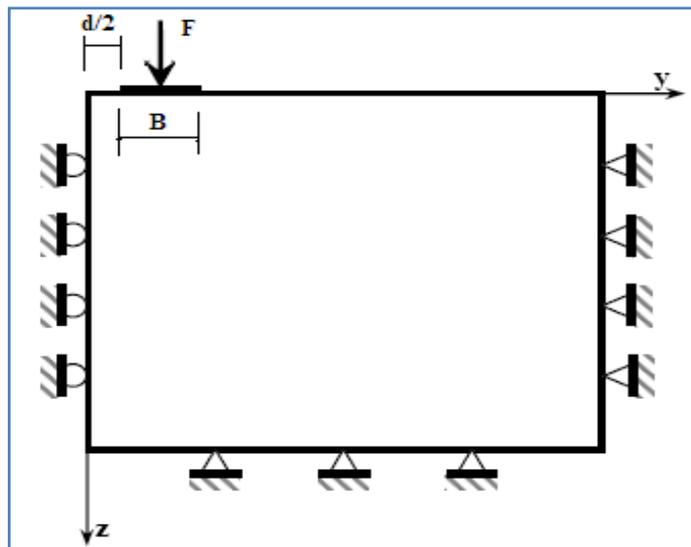


Figure 4.11 : conditions aux limites utilisant un modèle symétrique

Puisqu'on se retrouve dans un cas parfaitement symétrique (symétrie géométrique et symétrie du chargement), on peut alors représenter le modèle ci-dessus par un modèle symétrique par rapport à un axe vertical z situé sur la mi-distance ($d/2$) entre les deux semelles. La **figure 4.11** illustre les conditions aux limites et le chargement pour l'analyse de l'influence mutuelle de deux semelles juxtaposées distance de d chargées simultanément chacune d'une surcharge F .

4.3.4 Résultats et comparaisons

La **figure 4.12** représente la variation du facteur d'influence ξ_γ en fonction de d/B (rapport de la distance d séparant les deux semelles à la largeur de la semelle B). Quand les deux semelles se trouvent en contact ($d/B = 0$), le coefficient ξ_γ prend la valeur 1,65. Si on fait augmenter la valeur de d/B de zéro jusqu'à une certaine valeur d_{cr}/B , ξ_γ augmente continuellement jusqu'à atteindre un maximum correspondant à d_{cr}/B . En revanche,

pour $d/B > d_{cr}/B$, la valeur de ξ_γ décroît graduellement pour atteindre la valeur de 1 pour une limite correspondant à $d/B = d_{max}/B$. Dans ce cas, d_{max} représente la valeur de d au-delà de laquelle des deux semelles peuvent être considérées comme étant chacune travaillant indépendamment.

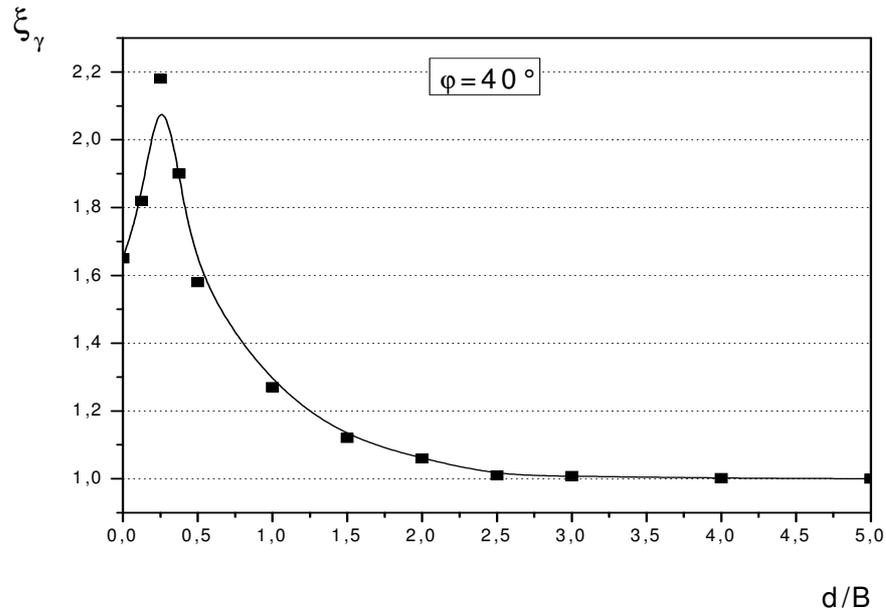


Figure 4.12 : variation du coefficient ξ_γ en fonction de d/B pour $\varphi=40^\circ$

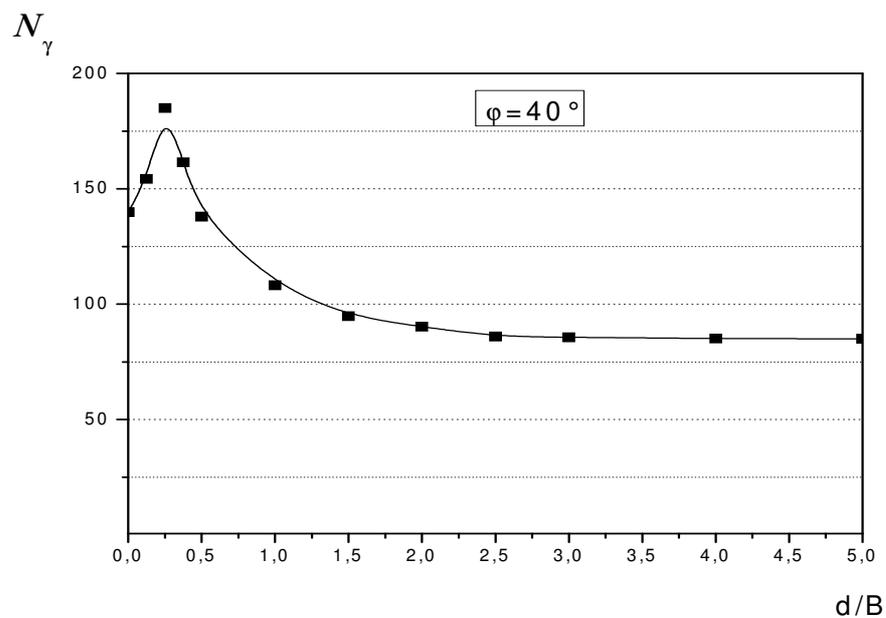


Figure 4.13 : variation du coefficient N_γ en fonction de d/B pour $\varphi=40^\circ$

La **figure 4.13** représente la variation du facteur de portance N_γ en fonction de d/B pour une semelle considérée rugueuse.

4.3.5 Comparaison du coefficient efficient avec quelques résultats

La figure 4.14 illustre une comparaison du facteur d'interférence avec des résultats expérimentaux donnés par Das et Larbi-Cherif (1983) pour un angle de frottement interne $\varphi=41^\circ$ et Kumar et Saran (2003) pour un angle de frottement interne $\varphi=37^\circ$.

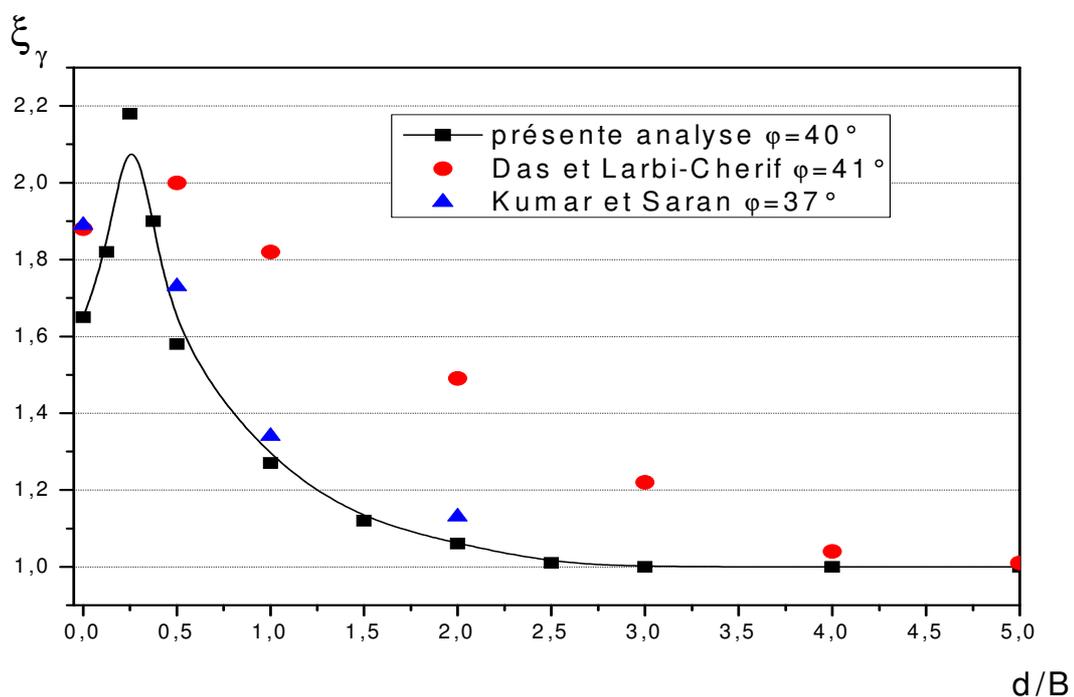


Figure 4.14 : comparaison du coefficient ξ_γ avec d'autres résultats expérimentaux ($\varphi=40^\circ$)

4.4 Analyse facteur de N_γ en présence d'un talus

4.4.1 Effet de l'angle de frottement φ sur N_γ

Les **figures 4.15 et 4.16** illustrent les variations du facteur de portance N_γ en fonction de l'angle de frottement interne du sol φ . Ainsi pour chaque espacement d et que pour les différents angles du talus θ , on observe une augmentation de N_γ proportionnellement avec celle de l'angle de frottement interne du sol φ .

Par ailleurs, le facteur de portance décroît avec la diminution de la rugosité α .

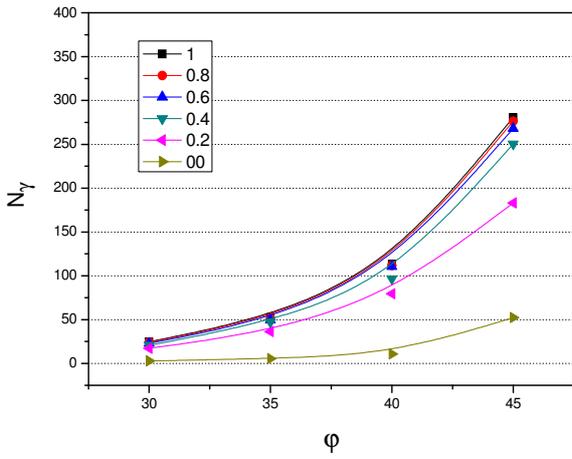


Figure 4.15: variation de N_y en fonction de ϕ
 $d=00B$ ($\theta=15^\circ$)

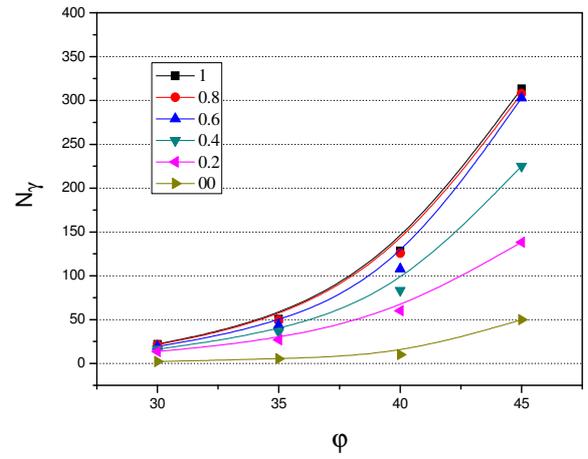


Figure 4.16: variation de N_y en fonction de ϕ
 $d=0,125B$ ($\theta=15^\circ$)

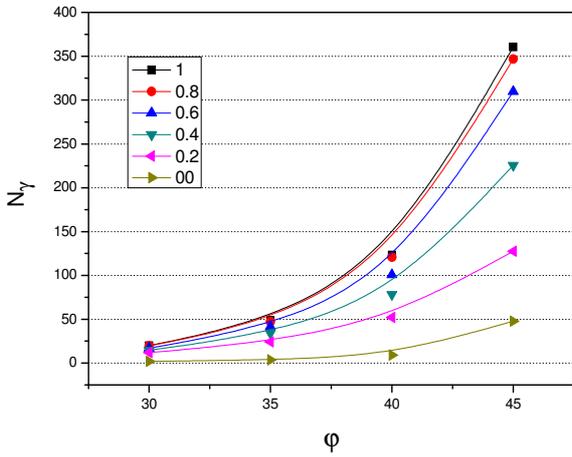


Figure 4.17: variation de N_y en fonction de ϕ
 $d=0,25B$ ($\theta=15^\circ$)

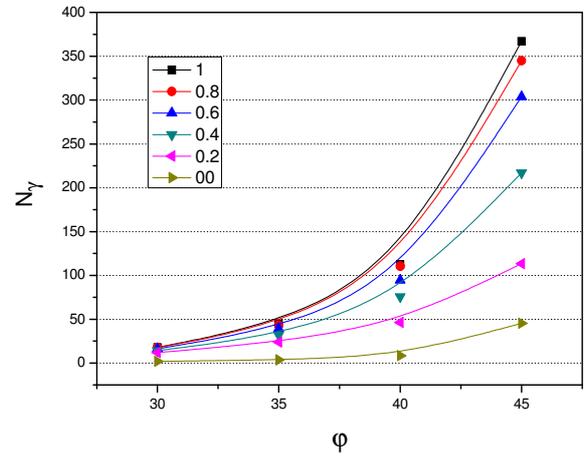


Figure 4.18: variation de N_y en fonction de ϕ
 $d=0,375B$ ($\theta=30^\circ$)

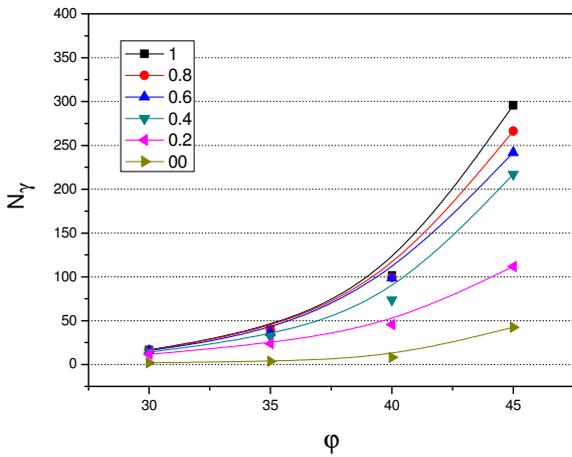


Figure 4.19: variation de N_y en fonction de ϕ
 $d=0,5B$ ($\theta=15^\circ$)

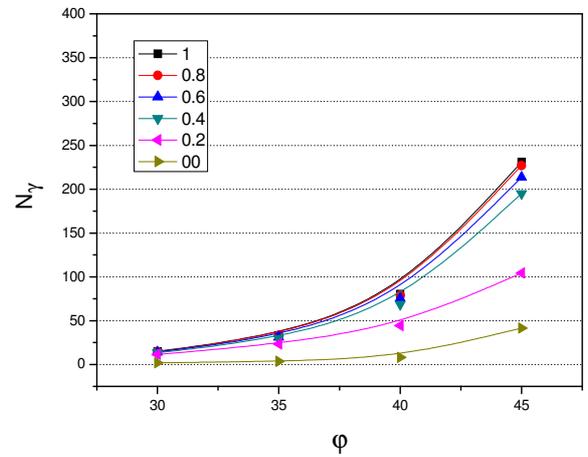


Figure 4.20: variation de N_y en fonction de ϕ
 $d=B$ ($\theta=15^\circ$)

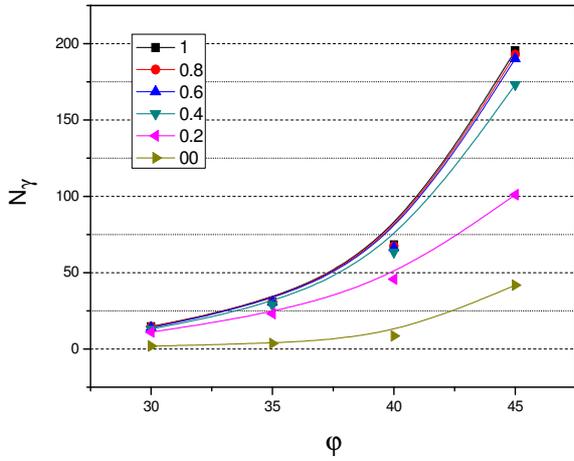


Figure 4.21: variation de N_y en fonction de ϕ
 $d=1,5B$ ($\theta=15^\circ$)

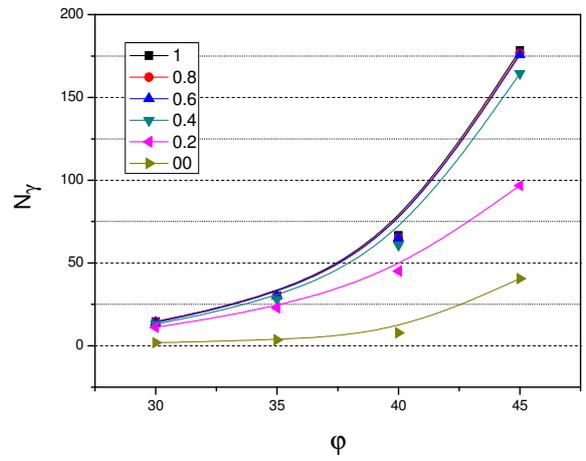


Figure 4.22: variation de N_y en fonction de ϕ
 $d=2B$ ($\theta=15^\circ$)

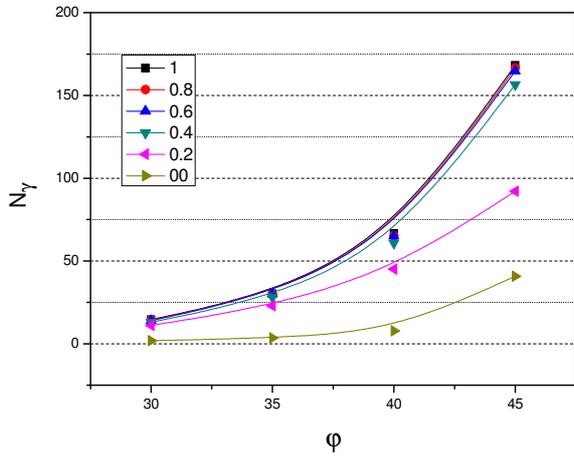


Figure 4.23: variation de N_y en fonction de ϕ
 $d=2,5B$ ($\theta=15^\circ$)

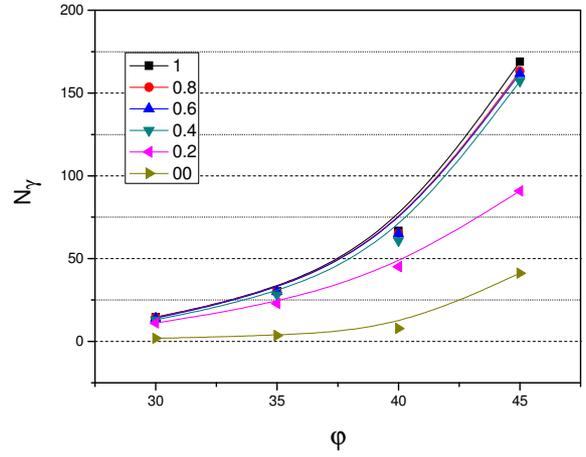


Figure 4.24: variation de N_y en fonction de ϕ
 $d=0,5B$ ($\theta=30^\circ$)

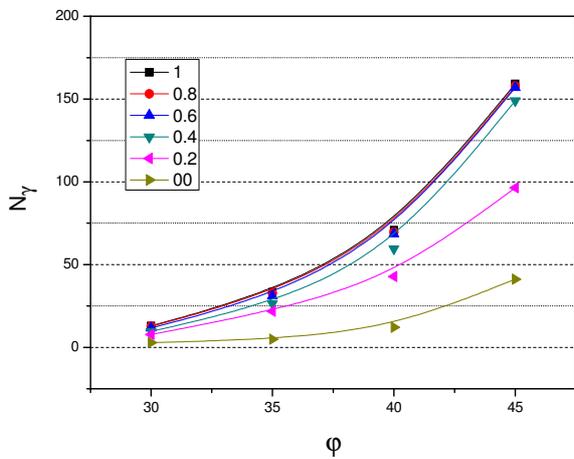


Figure 4.25: variation de N_y en fonction de ϕ
 $d=0,0B$ ($\theta=30^\circ$)

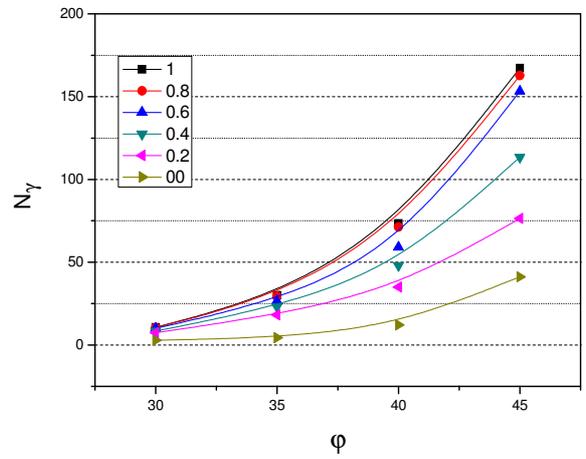


Figure 4.26: variation de N_y en fonction de ϕ
 $d=0,125B$ ($\theta=30^\circ$)

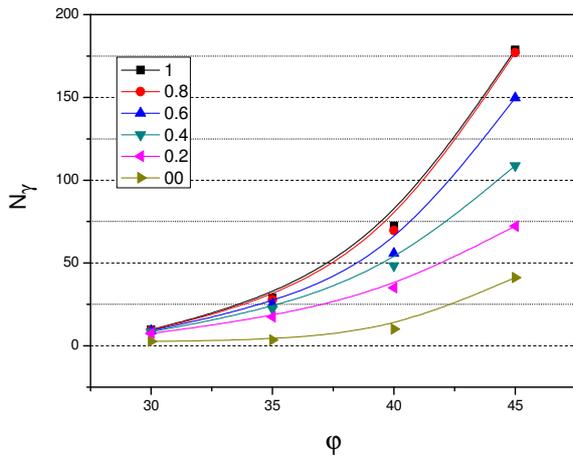


Figure 4.27: variation de N_γ en fonction de ϕ
 $d=0,25B$ ($\theta=30^\circ$)

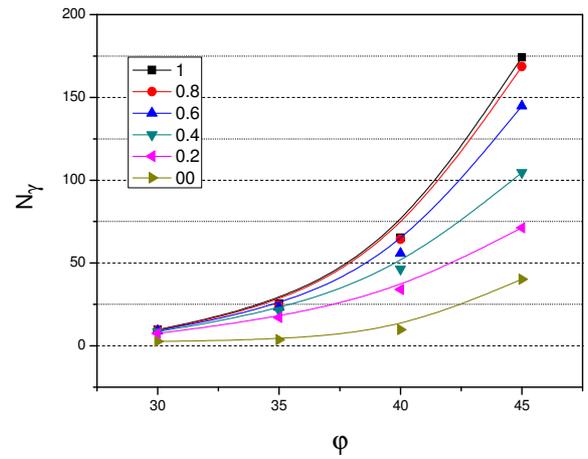


Figure 4.28: variation de N_γ en fonction de ϕ
 $d=0,375B$ ($\theta=30^\circ$)

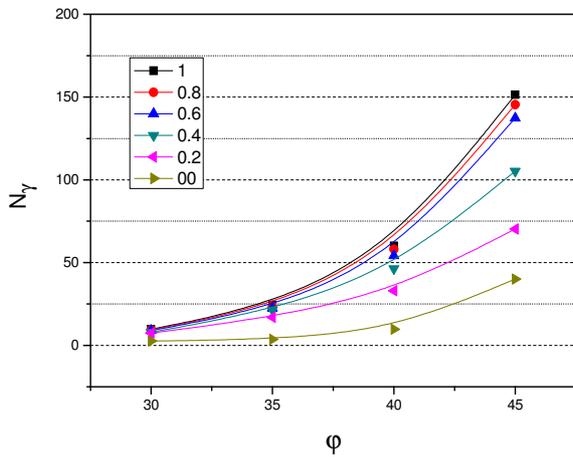


Figure 4.29: variation de N_γ en fonction de ϕ
 $d=0,5B$ ($\theta=30^\circ$)

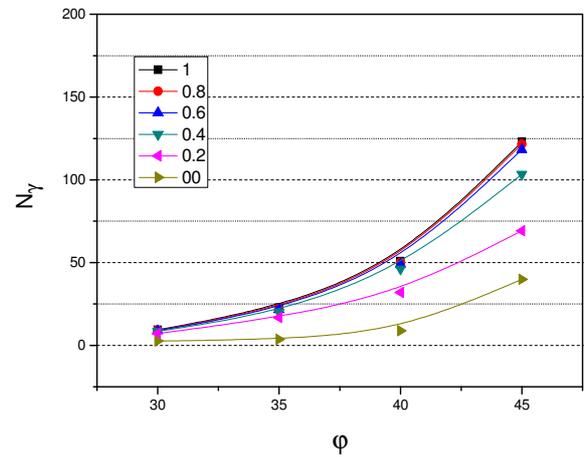


Figure 4.30: variation de N_γ en fonction de ϕ
 $d=B$ ($\theta=30^\circ$)

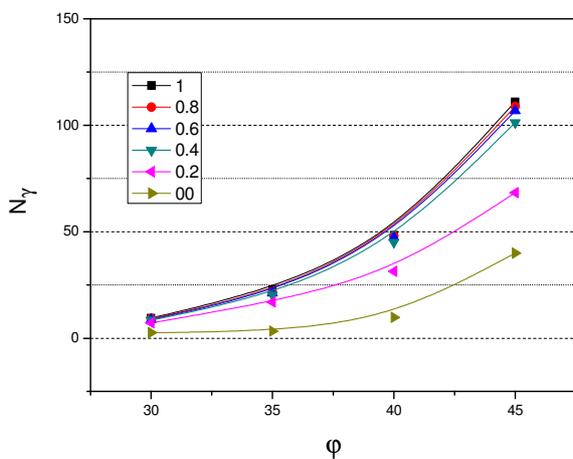


Figure 4.31: variation de N_γ en fonction de ϕ
 $d=1,5B$ ($\theta=30^\circ$)

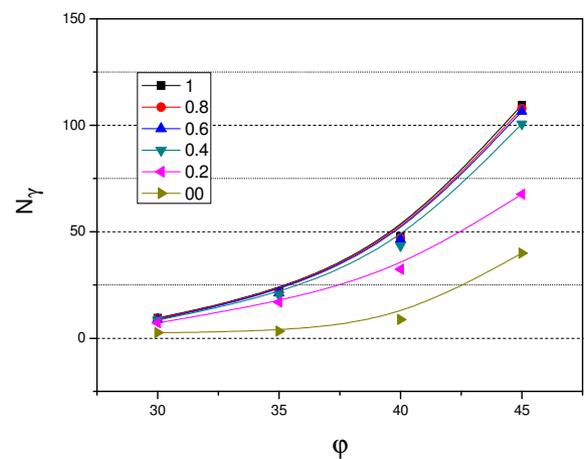


Figure 4.32: variation de N_γ en fonction de ϕ
 $d=2B$ ($\theta=30^\circ$)

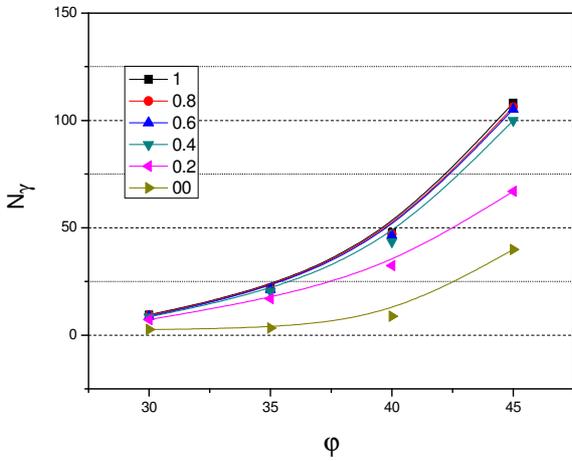


Figure 4.33: variation de N_γ en fonction de ϕ
 $d=2,5B$ ($\theta=30^\circ$)

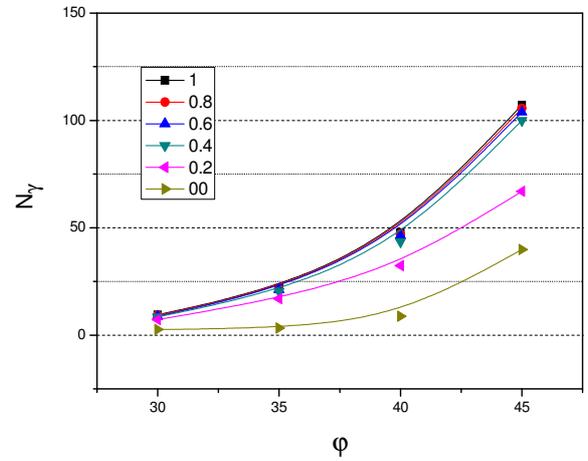


Figure 4.34: variation de N_γ en fonction de ϕ
 $d=3B$ ($\theta=30^\circ$)

4.3.2 Effet de l'espacement d sur N_γ

L'effet de l'espacement d entre les semelles sur le facteur de portance N_γ est représenté sur les figures 4.35 à 4.42. Les résultats du calcul numérique sont donnés pour chaque angle de frottement interne du sol ϕ associé à un angle de talus θ .

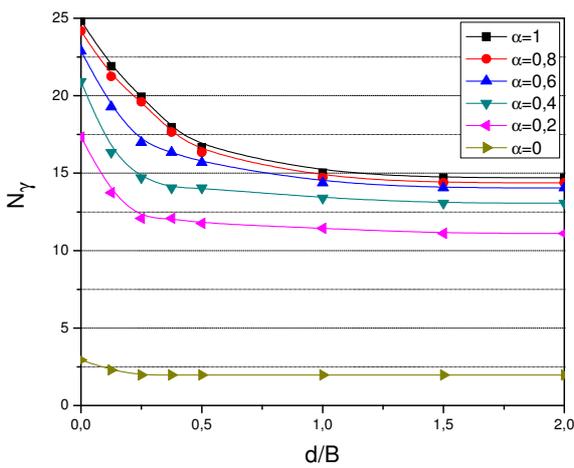


Figure 4.35: variation de N_γ en fonction de d
($\theta=15^\circ$, $\phi=30^\circ$)

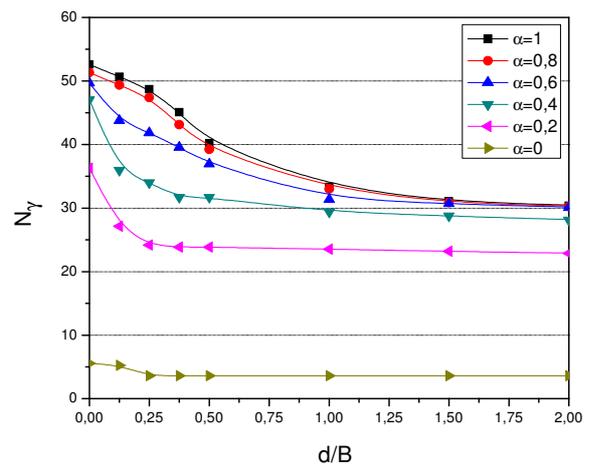


Figure 4.36: variation de N_γ en fonction de d
($\theta=15^\circ$, $\phi=35^\circ$)

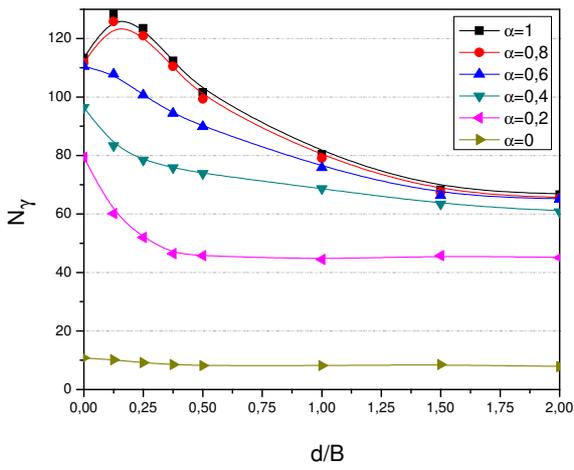


Figure 4.37: variation de N_γ en fonction de d
($\theta=15^\circ, \varphi=40^\circ$)

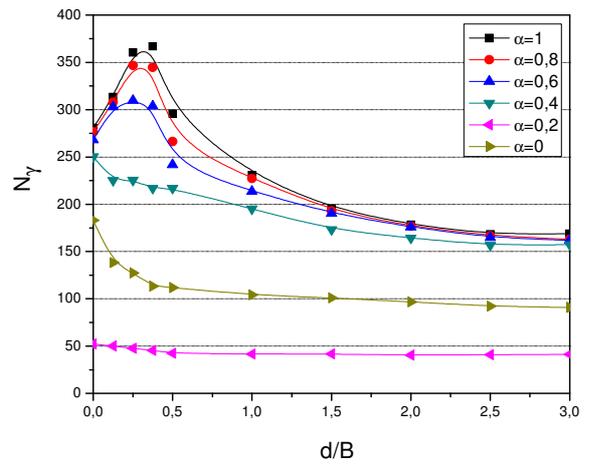


Figure 4.38: variation de N_γ en fonction de d
($\theta=15^\circ, \varphi=45^\circ$)

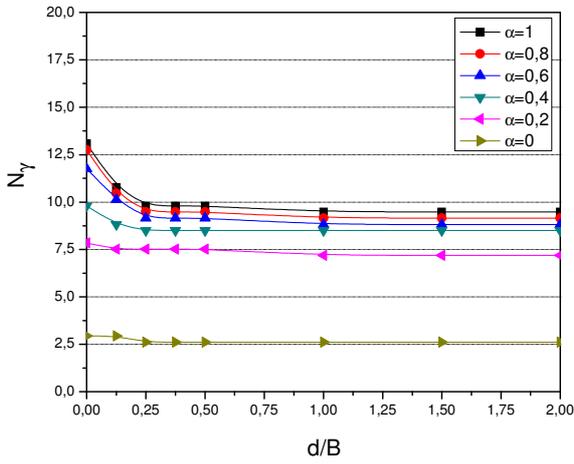


Figure 4.39: variation de N_γ en fonction de d
($\theta=30^\circ, \varphi=30^\circ$)

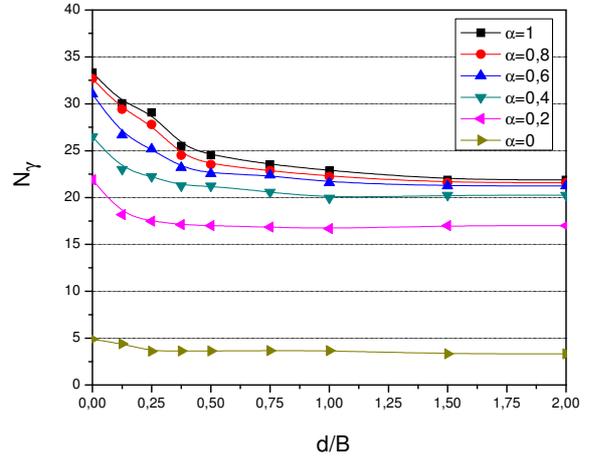


Figure 4.40: variation de N_γ en fonction de d
($\theta=30^\circ, \varphi=35^\circ$)

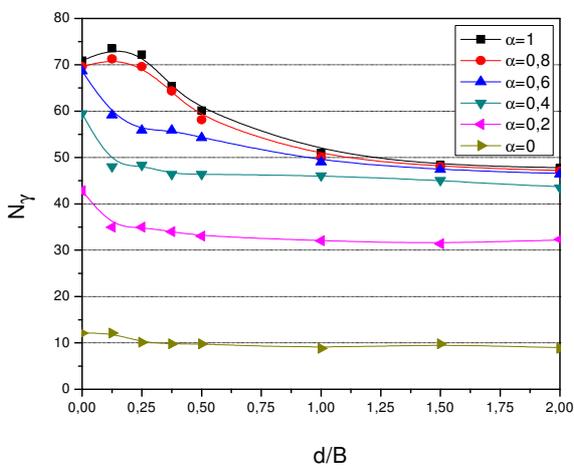


Figure 4.41: variation de N_γ en fonction de d
($\theta=30^\circ, \varphi=40^\circ$)

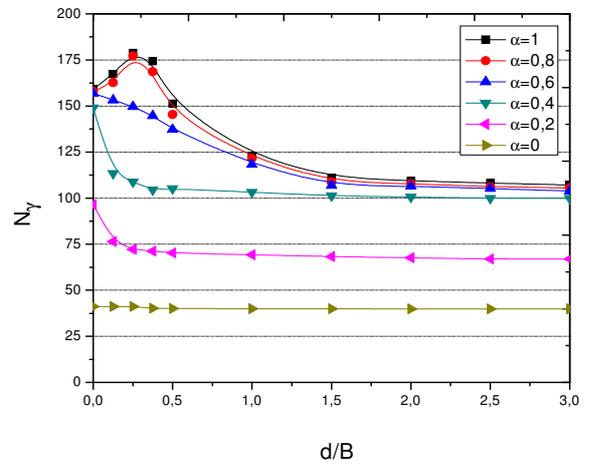


Figure 4.42: variation de N_γ en fonction de d
($\theta=30^\circ, \varphi=45^\circ$)

D'après les **figures 4.35, 4.36, 4.39, et 4.40**, pour lesquelles l'angle de frottement est relativement faible (≤ 35 degrés), N_γ décroît quand on augmente l'espacement d entre les semelles et ce quelque soit la rugosité. Cependant l'intervalle d'interférence des deux semelles augmente proportionnellement à l'angle de frottement interne du sol et inversement proportionnel à l'angle du talus.

Les **figures 4.43 et 4.44** illustrent les lignes de glissement ainsi que les zones plastiques formées au moment de la rupture.

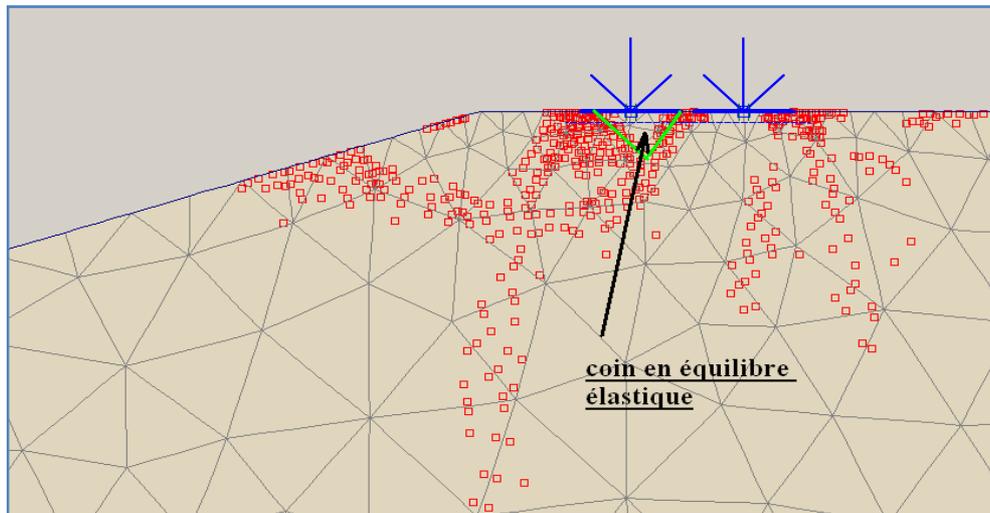


Figure 4.43 : zones plastique au moment de la rupture ($\phi=35^\circ$ et $d=0.125B$)

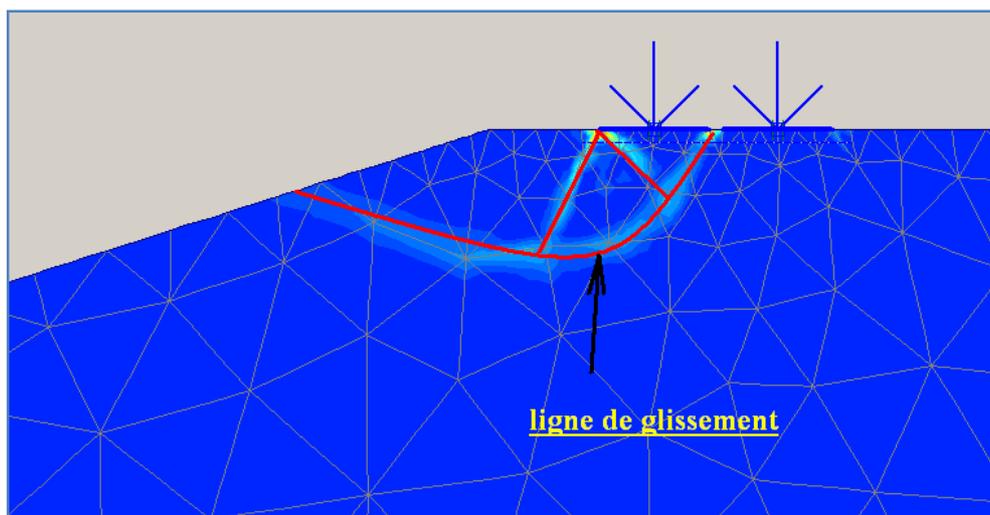


Figure 4.44 : lignes de glissement de la semelle 1 ($\phi=35^\circ$ et $d=0.125B$)

On peut constater clairement que c'est la *semelle 1*, juste à proximité du talus, qui atteint la rupture en premier alors que le sol sous la *semelle 2* est toujours à l'état d'équilibre élastique.

La **figure 4.45** montre par ailleurs, la présence, lors de la rupture, des incréments de déformation du sol sous la *semelle 1* qui sont beaucoup plus importants que ceux sous la *semelle 2*.

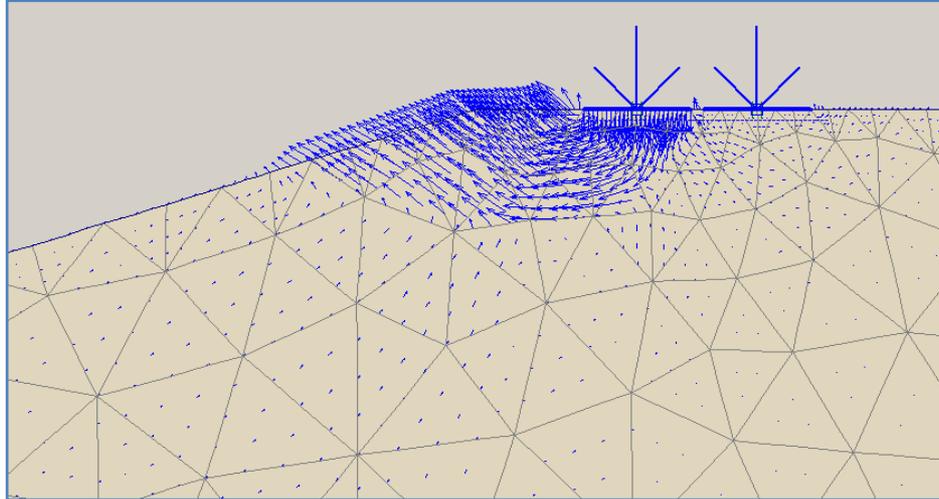


Figure 4.45 : incréments des déformations du sol à la rupture

Par contre, pour des angles de frottement internes relativement élevés ($\geq 40^\circ$) deux cas de figure peuvent se présenter :

1^{er} cas : Pour des interfaces relativement rugueuses ($\alpha = 0,8$ et $\alpha = 1$), si l'on fait augmenter l'espacement d de zéro jusqu'à une distance critique d_{cr} le facteur de portance N_γ augmente, d_{cr} représente la distance à laquelle l'effet d'interférence est maximal, cette distance coïncide avec les pics des courbes représentés sur les **figures 4.37, 4.38, 4.41, et 4.42**. En outre, si l'on fait augmenter encore l'espacement entre les semelles de telle sorte que $d > d_{cr}$, la valeur du facteur de portance N_γ diminue graduellement jusqu'à une certaine distance d_{max} où N_γ prend une valeur pour laquelle on peut considérer qu'il n'y a plus effet d'interférence, et que chaque semelle travaille d'une façon isolée.

Les **figure 4.46-4.48** (pour $\theta = 15^\circ$) et les **figures 4.49-4.51** (pour $\theta = 30^\circ$) représentent respectivement le mécanisme de rupture, les zones plastiques dans le sol, ainsi que les incréments de déformation du massif dans l'intervalle de l'espacement d compris entre 0 et d_{cr} . Dans ces figures, on voit clairement que les deux semelles travaillent en un bloc comme étant une seule fondation de largeur égale à la somme des largeurs des deux semelles augmentée de la distance qui les sépare. C'est pourquoi il y a eu la formation d'un seul coin en un état d'équilibre élastique sous les deux semelles (**figure 4.47 et 4.50**). Au-delà de d_{cr} , chaque semelle agit séparément dont l'effet d'interférence existe toujours, mais diminue au fur et à mesure que les deux semelles s'éloignent.

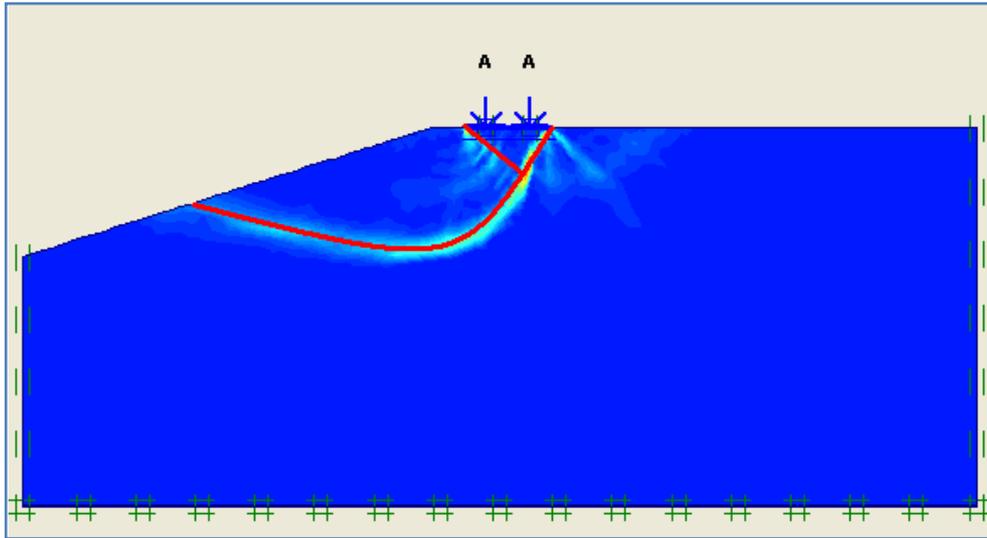


Figure 4.46 : lignes de glissement à la rupture ($\theta=15^\circ$, $\varphi=40^\circ$ et $d=0.125B$)

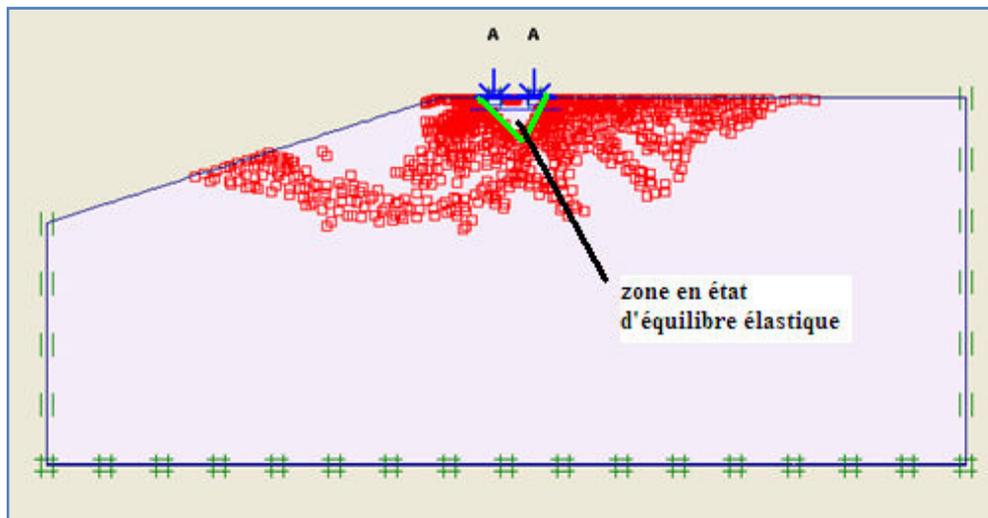


Figure 4.47 : zones plastiques à la rupture ($\theta=15^\circ$, $\varphi=40^\circ$ et $d=0.125B$)

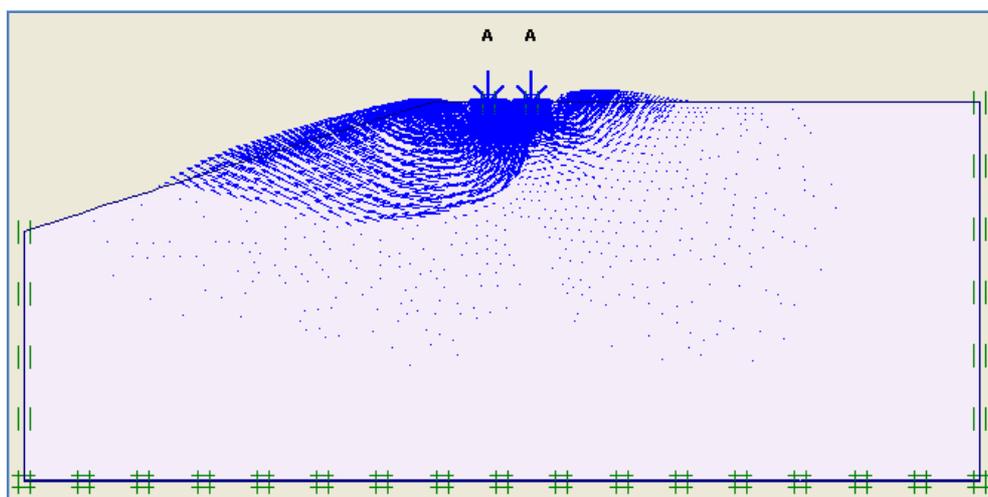


Figure 4.48 : incréments de déformation du sol à la rupture ($\theta=15^\circ$, $\varphi=40^\circ$ et $d=0.125B$)

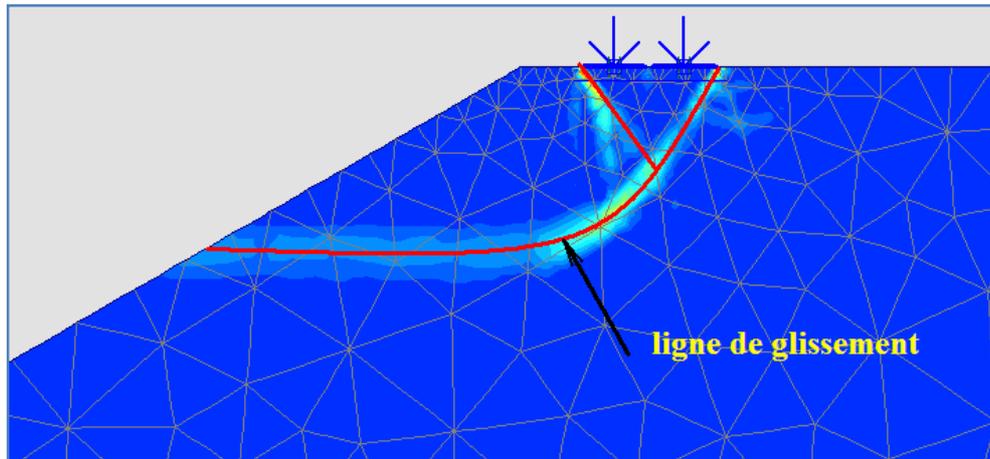


Figure 4.49 : lignes de glissement des semelles ($\theta=30^\circ$, $\varphi=40^\circ$ et $d=0.125B$)

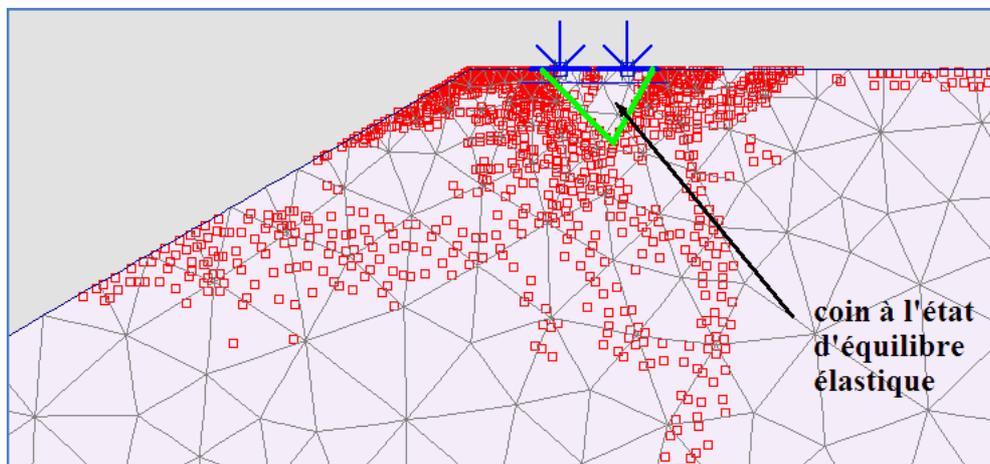


Figure 4.50 : zones plastiques à la rupture ($\theta=15^\circ$, $\varphi=40^\circ$ et $d=0.125B$)

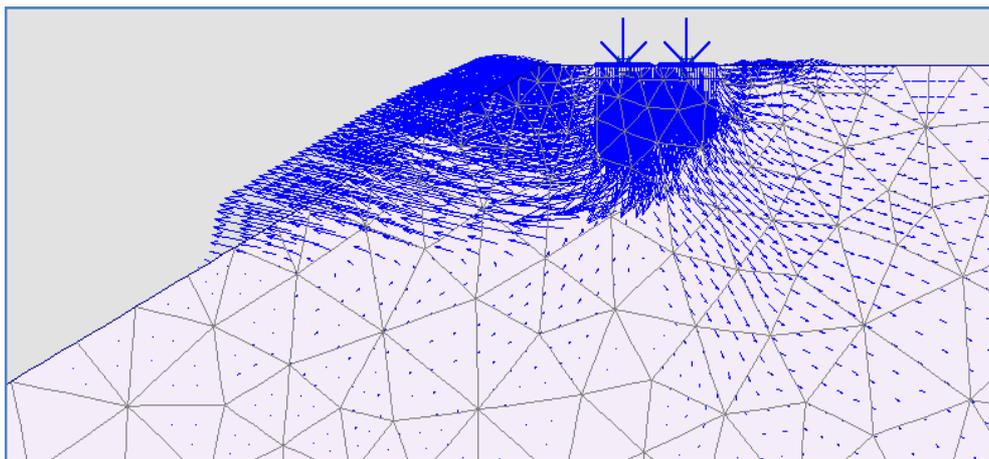


Figure 4.51 : incréments de déformation du sol à la rupture ($\theta=15^\circ$, $\varphi=40^\circ$ et $d=0.125B$)

2^{ème} cas : En ce qui concerne les interfaces relativement lisses ($\alpha < 0.8$), si l'on fait augmenter l'espacement d à partir de zéro, on observe que le facteur de portance N_γ diminue graduellement jusqu'à la distance d_{max} pour laquelle l'effet d'interférence disparaît, et

l'étendue de la distance d'interférence est fortement liée à l'angle de frottement interne du sol φ et l'état d'interface α . En effet, plus l'angle de frottement est grand et/ou plus l'interface est rugueuse plus la zone d'interférence est relativement large.

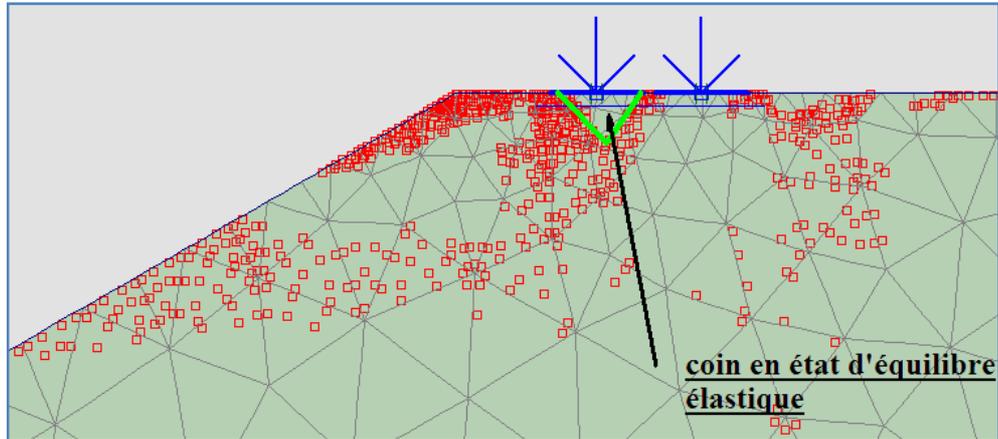


Figure 4.52 : zones plastiques à la rupture ($\theta=30^\circ$, $\varphi=40^\circ$, $d=0.125B$, et $\alpha=0,6$)

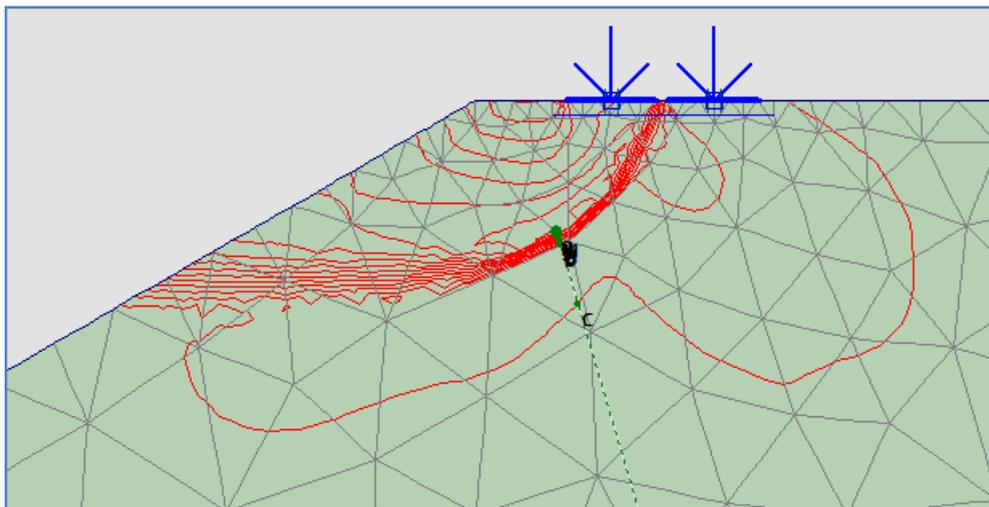


Figure 4.53 : lignes de glissement ($\theta=30^\circ$, $\varphi=40^\circ$, $d=0.125B$, et $\alpha=0,6$)

Pour dresser un état comparatif quant aux lignes de rupture des semelles par rapport à l'angle d'inclinaison du talus, on se propose de représenter sur les **figures 4.54-4.59** les quatre positions que peut avoir la *semelle 2* par rapport à la *semelle 1* ; autrement dit quand :

- $d = 0$ (figures 4.54 et 4.58)
- $0 < d < d_{cr}$ (figures 4.55 et 4.59)
- $d_{cr} < d < d_{max}$ (figures 4.56 et 4.60)
- $d > d_{max}$ (figures 4.57 et 4.61)

On rappellera que d_{cr} correspond à la valeur à laquelle N_y est maximum et d_{max} est la distance à laquelle l'effet d'interférence disparaît.

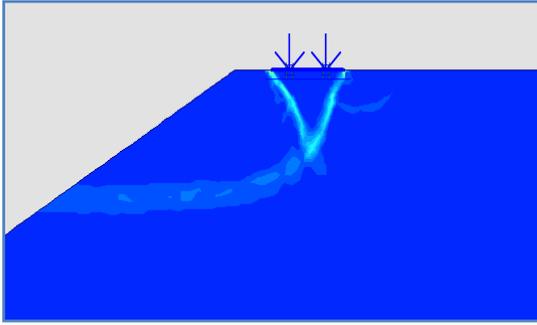


Figure 4.54 : lignes de rupture
($d=0,0B$, $\varphi=40^\circ$, $\theta=30^\circ$, $\alpha=1$)

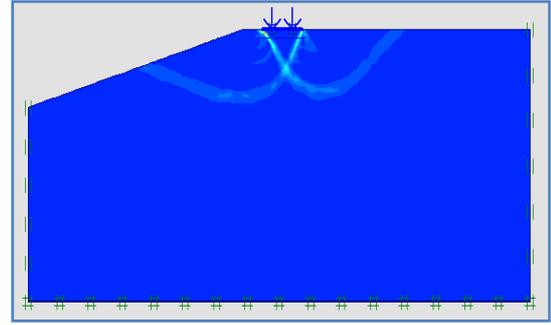


Figure 4.58 : lignes de rupture
($d=0,0B$, $\varphi=40^\circ$, $\theta=15^\circ$, $\alpha=1$)

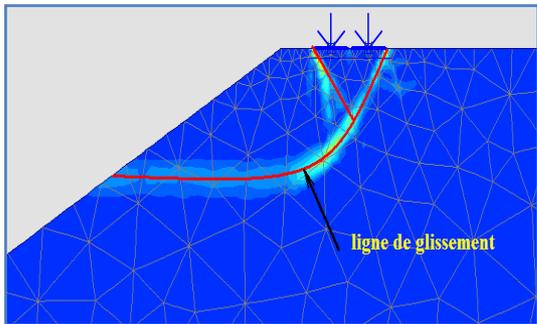


Figure 4.55 : lignes de rupture
($d=0,125B$, $\varphi=40^\circ$, $\theta=30^\circ$, $\alpha=1$)

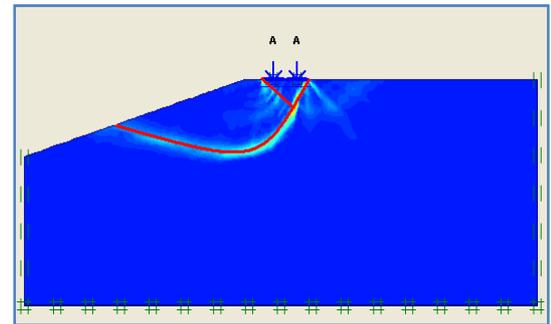


Figure 4.59 : lignes de rupture
($d=0,125B$, $\varphi=40^\circ$, $\theta=15^\circ$, $\alpha=1$)

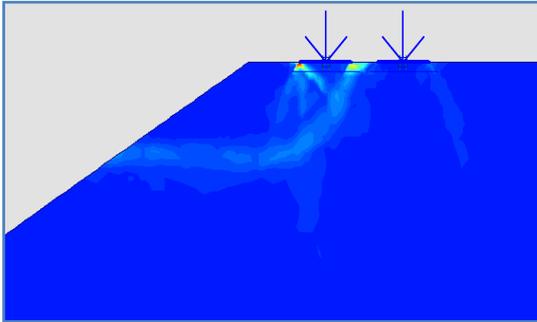


Figure 4.56 : lignes de rupture
($d=0,5$, $\varphi=40^\circ$, $\theta=30^\circ$, $\alpha=1$)

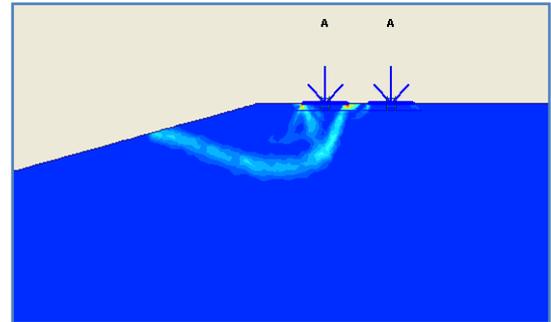


Figure 4.60 : lignes de rupture
($d=0,5B$, $\varphi=40^\circ$, $\theta=15^\circ$, $\alpha=1$)

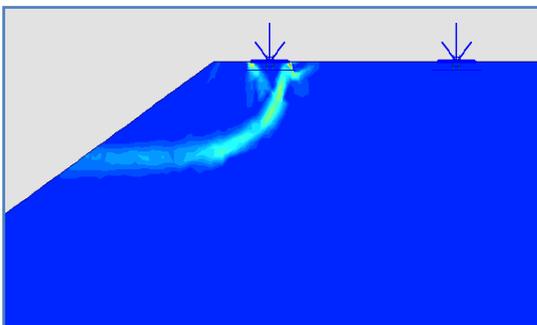


Figure 4.57 : lignes de rupture
($d=4B$, $\varphi=40^\circ$, $\theta=30^\circ$, $\alpha=1$)

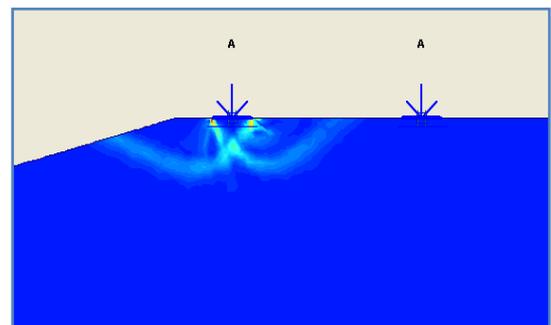


Figure 4.61 : lignes de rupture
($d=4B$, $\varphi=40^\circ$, $\theta=15^\circ$, $\alpha=1$)

4.3.3 Effet de l'inclinaison du talus θ sur N_γ

Afin de donner une indication sur l'influence de l'angle d'inclinaison de la pente du talus sur le facteur de portance N_γ , on se propose de représenter sur la **figure 4.62** la variation de N_γ en fonction de d/B pour chacun des angles de pentes du talus soit : $\theta=0^\circ$, 15° , et 30° .

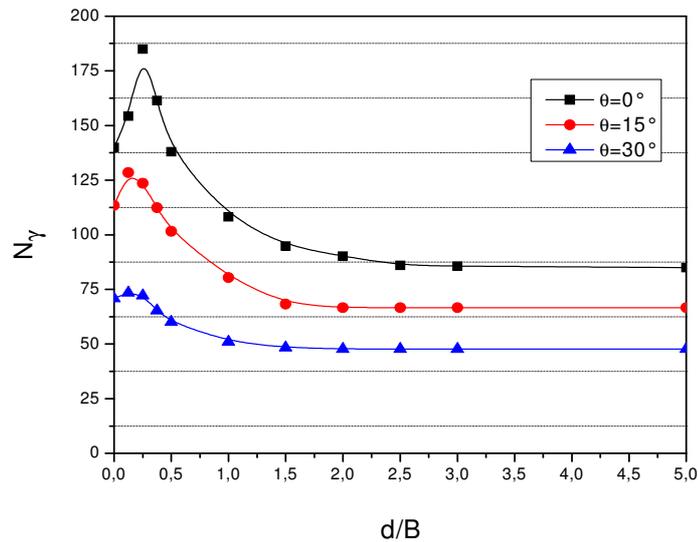


Figure 4.62: variation de N_γ en fonction de d
($\alpha=1, \varphi=40^\circ$)

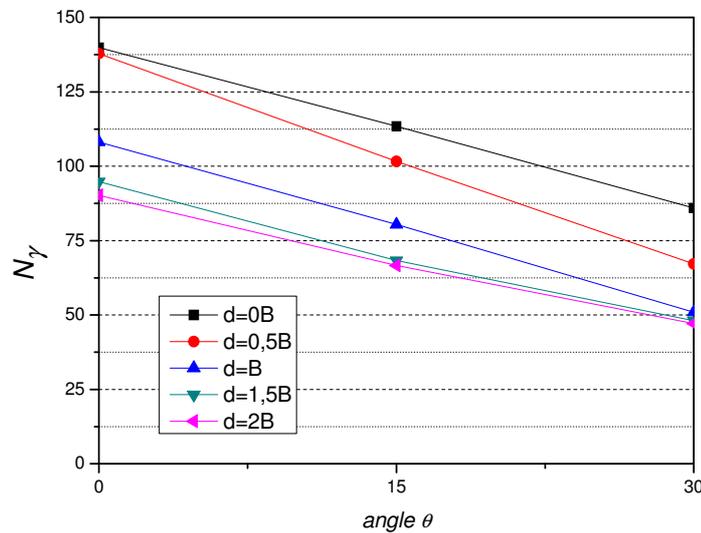


Figure 4.63: variation de N_γ en fonction de θ
($\alpha=1, \varphi=40^\circ$)

La **figure 4.62**, montre clairement que la pente du talus, réduit d'un coté la valeur du facteur de portance N_γ , ce qui réduit par la même occasion la capacité portante de la semelle à

proximité du talus d'une façon considérable, et d'autre part, on remarque que le degré d'influence de la *semelle 2* sur la *semelle 1* diminue au fur et à mesure que la pente est prononcée, ce qui justifie que le pic qui caractérise cette influence est beaucoup moins important.

La **figure 4.63** explique quant à elle le rapport direct entre l'angle d'inclinaison du talus et le facteur de portance, elle enseigne que la réduction de la capacité portante est pratiquement proportionnelle à l'angle θ .

CONCLUSION GENERALE

L'analyse numérique du facteur de portance de deux semelles filantes juxtaposées à proximité d'un talus a été conduite en utilisant le code de calcul en éléments finis PLAXISv8. L'utilisation de ce programme a permis l'examen de l'effet d'interférence des semelles sur leurs capacités portantes en analysant le facteur de portance N_γ . A l'issue de cette étude, quelques conclusions peuvent être formulées de la manière suivante:

- En fonction de la pente du talus, l'effet d'interférence de deux semelles voisines sur le facteur de portance N_γ peut avoir des proportions variées. Ainsi, pour les talus à faibles pentes, l'effet d'interférence est dans ce cas très net. On peut distinguer dans ce cas trois zones dans lesquelles l'interférence progresse ; pour un espacement allant de zéro jusqu'à une distance critique d_{cr} (zone 1) le facteur de portance augmente quand l'espacement augmente. Par contre, quand l'espacement est supérieur à la distance critique (zone 2), la valeur du facteur de portance décroît au fur et à mesure que l'espacement augmente jusqu'à ce que l'effet d'interférence disparaisse; c'est le point au-delà duquel (zone 3) les semelles peuvent être considérées comme étant chacune isolée. Par contre pour les talus à fortes pentes, l'effet d'interférence est beaucoup moins important.
- L'effet d'interférence est fortement lié à l'angle de frottement interne du sol et la pente du talus. Autrement dit, si pour une pente donnée, la valeur de l'angle de frottement du sol est très proche de l'angle du talus, l'effet d'interférence disparaît.
- La rugosité de la fondation a son tour une importance notable sur l'étendue de l'effet d'interférence des semelles. Dans le cas où l'état de l'interface sol-semelle est lisse, le facteur de portance diminue rapidement quand la distance entre les semelles augmente, alors que pour des interfaces plus rugueuses, la capacité portante prend des valeurs extrêmes pour la distance critique.
- L'étendue de la zone d'interférence est proportionnelle à l'angle de frottement interne du sol. Il est clair que si on fait augmenter l'angle de frottement interne du sol, la zone d'interférence des semelles devient plus large.

Travaux futures

Il serait intéressant de compléter la présente étude par l'analyse de l'effet interférence des deux semelles :

- Par l'étude du comportement des semelles vis-à-vis des déplacements (tassements et rotations)
- Par l'étude du comportement des semelles par l'introduction d'un système de renforcement du sol (pieux, palplanches, géogrilles...etc.)
- Une étude tridimensionnelle à l'aide du code PLAXIS pour le cas d'une semelle carrée ou rectangulaire.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- Braja M. Das : Shallow foundation(Bearing Capacity and Settlement). Sacramento, California 1999 by CRC Press LLC.
- Costet J. et Sanglerat G. Cours pratique de mécanique des sols. Tome 1. Plasticité et calcul des tassements. Troisième édition, Dunod, Paris, 1943.
- Das BM. Larbi-Cherif S. Bearing capacity of two closely-spaced shallow foundations on sand. *Soil and Foundations* 1983; **23**(1):1-7.
- David M. Potts and Lidija Zdravkovic: Finite element analysis in geotechnical engineering. Edition Thomas Telford, 1999.
- Graham, J., Andrews, M., and Shields, D. H., Stress characteristics for shallow footings in cohesionless slopes, *Canadian Geotech. J.*, 25(2), 238, 1988.
- Hansen, J. B., *A revised and extended formula for bearing capacity*, Bulletin 28, Danish Geotechnical Institute, Copenhagen, 1970.
- Hijiaj M, Lyamine AV, Sloan SW. Numerical limit analysis solutions for the bearing capacity factor N_γ . *International Journal of Solids and Structures* 2005; **42**(5):1681-1704.
- K. Kouzer and J. Kumar, Ultimate bearing capacity of equally spaced multiple strip footings on cohesionless soils without surcharge. *Geomech.* 2008; 32:1417-1426.
- Kumbhojkar, A. S., Numerical evaluation of Terzaghi's N_γ , *J. Geotech. Eng.*, ASCE, 119(3), 598, 1993.
- Kumar J, Ghosh P, Ultimate bearing capacity of two interfering rough strip footings. *International Journal of Geomechanics* (ASCE) 2007; **7**(1):53-62.
- Kumar J, K. Kouzer KM. bearing capacity of two interfering footings. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics* 2008; 32:251-264.
- Kumar J, Ghosh P, Upper bound limit analysis for finding interference effet of two nearby strip footing on sand. *Geotechnical and Geological Engineering* 2007; 25:499-507.
- Kumar A, Saran S. Upper Closely spaced footings on geogrid-reinforced sand. *Geoenvironmet Engineering* (ASCE) 2003; **129**(7):660-664.
- Kumar J. - Manas Kumar Bhoi, Interference of Multiple Strip Footings on Sand Using Small Scale Model Tests, *Geotechnical and Geological Engineering* 2008, 26:469-477.
- Kumar J. - Manas Kumar Bhoi, Bearing capacity of two interfering footings, *Geomech.* 2008, 32:251-264.

- Lymon C. Reese, William M. Isenhower, Shin-Tower Wang; “Analysis and design of shallow and deep foundations”. Edition John Wiley & Sons, Inc. 2006.
- Mesta P. et Prat M. « Ouvrages en interaction ». Hermes science publications, Paris, 1999.
- JP Magnan, N Droniuc, Yves Canepa, Les methodes de calcul de la capacité portante des fondations, FONDSUP 2003.
- Michalowski R .L. : Estimation de la basse limite supérieure des semelles carrées et rectangulaires Géotechnique 51, No. 9, 787-798, 2001.
- Meyerhof, G. G., The ultimate bearing capacity of foundations on slopes, in *Proc., IV Int. Conf. Soil Mech. Found. Eng.*, London England, 1, 1957, 384.
- Philipponat G. Hubert B. : Fondations et ouvrages en terre. Editions Eyrolles 2000.
- PLAXIS 2D version 8 reference manual, 2006. PLAXIS 2D version 8 material models manual, 2006.
- Saran, S., Sud, V. K., and Handa, S. C., Bearing capacity of footings adjacent to slopes, *J. Geotech. Eng.*, ASCE, 115(4), 553, 1989.
- Saran S, Agarwal VC. Interference of surface footing on sand, *Indian Geotechnical Journal* 1974; **4**(2):129-139.
- Stuart, J. G., Interference between foundations with special reference to surface footing on sand, *Geotechnique* 1962; **12**(1):15-22.
- Ukritchon B, Whittle AW, Klangvijit C. Calculation of bearing capacity factor N_γ using numerical limit analysis. *Journal of Geotechnical and Geoenvironment Engineering (ASCE)* 2003; **129**(7):468-747.
- Vesic, A. S., Bearing capacity of shallow foundations, in *Foundation Engineering Handbook*, Winterkorn, H. F., and Fang, H. Y., Eds., Van Nostrand Reinhold Co., 1975, 121.

ANNEXE

Effet de la pente sur N_γ d'une fondation superficielle au bord d'un talus

Avant d'entamer l'analyse proprement dite de l'effet d'interférence de deux semelles filantes à proximité d'un talus, On se voyait utile d'examiner tout d'abord le comportement d'une seule semelle filante et l'effet déstabilisateur du talus sur sa capacité portante, cela revient à analyser donc le facteur de portance N_γ .

Les calculs ont été conduits en faisant varier l'angle de frottement interne du sol, soit $\varphi = 30^\circ, 35^\circ, 40^\circ$, et 45° , et l'angle d'inclinaison du talus θ pour deux valeurs à savoir 15° et 30° . La position de la fondation était également variée à partir du sommet du talus ($d = 0$) jusqu'à la position limite dans laquelle l'effet du talus sur le facteur de portance N_γ disparaissait, soit $d = d_{lim}$.

On retrouve sur la **figure A1** le modèle étudié avec la signification de chaque grandeur géométrique d , B , et θ .

Rappelant que les mêmes caractéristiques du sol et des semelles ont été gardés pour le reste de l'étude, c'est-à-dire la même semelle ayant été prise pour une largeur de $B=60$ cm, et ayant une rigidité supposée infinie.

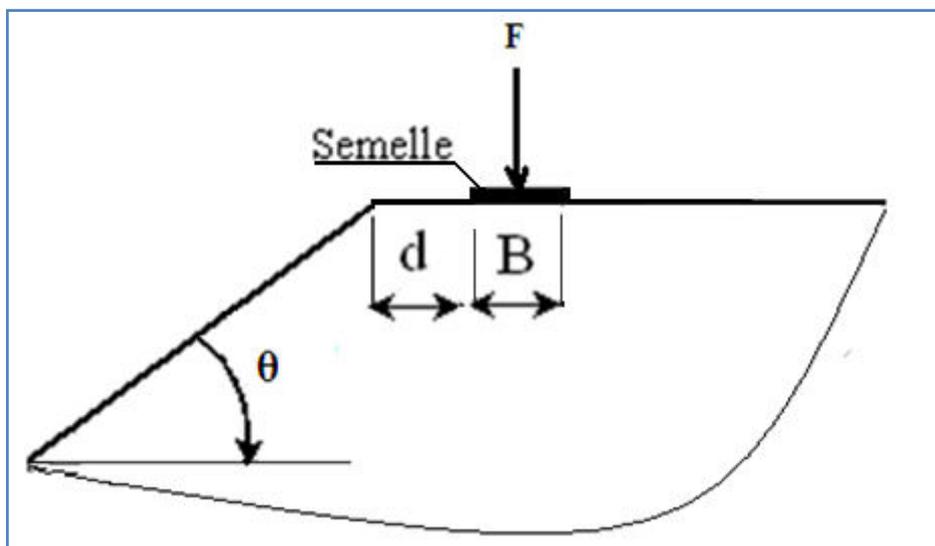


Figure A1 : représentation du modèle avec une seule semelle

Résultats et interprétations

Les **figures A2-A5** illustrent la variation du facteur de portance N_γ en fonction de la distance d , chaque figure représente cette variation selon un certain angle de frottement

interne φ et un angle de talus θ . Si on examine ces figures on remarque qu'au-delà d'une certaine distance limite (d_{lim}) on retrouve la capacité portante d'un sol horizontal. L'étendue de la zone d'influence du talus est, par ailleurs, fonction de l'angle de frottement interne du sol φ et de l'angle d'inclinaison du talus θ ; d'une part, plus l'angle de frottement est grand, plus la zone d'influence est grande, d'autre part, plus l'inclinaison du talus est importante plus est élargie cette même zone.

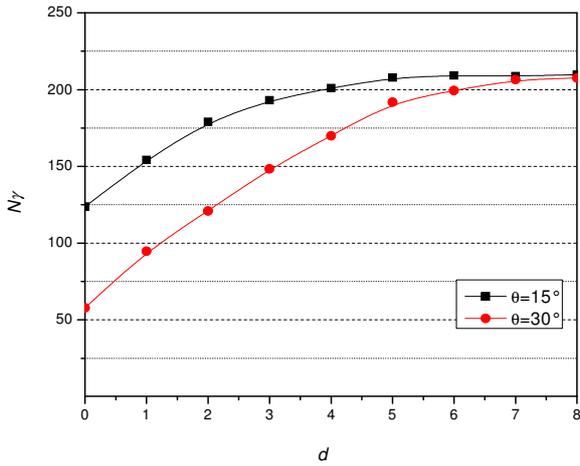


Figure A2: variation de N_γ en fonction de d ($\varphi=45^\circ$)

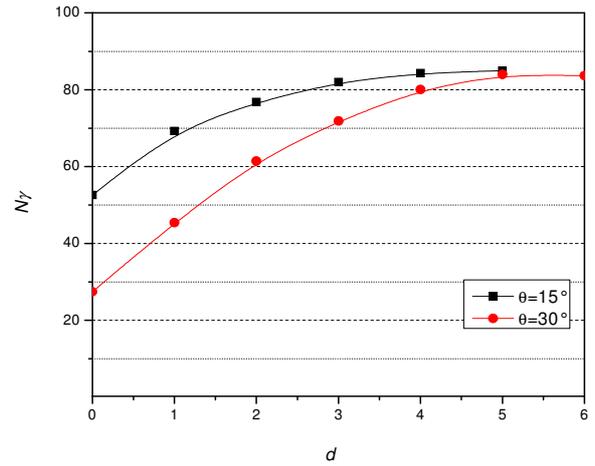


Figure A3: variation de N_γ en fonction de d ($\varphi=40^\circ$)

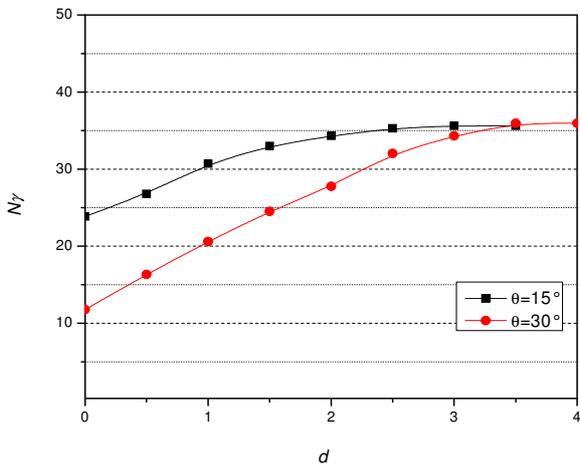


Figure A4: variation de N_γ en fonction de d ($\varphi=35^\circ$)

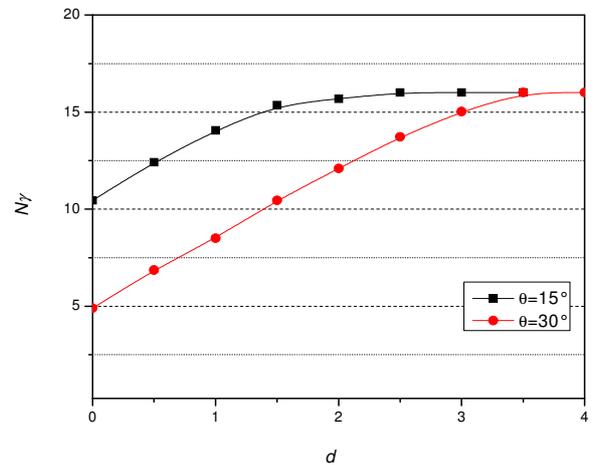


Figure A5: variation de N_γ en fonction de d ($\varphi=30^\circ$)

La **figure A6** comprend une superposition des courbes chargement-tassement pour les différentes valeurs de d . La valeur attribuée à la force de chargement F est de 1000 KN (par bande de un ml).

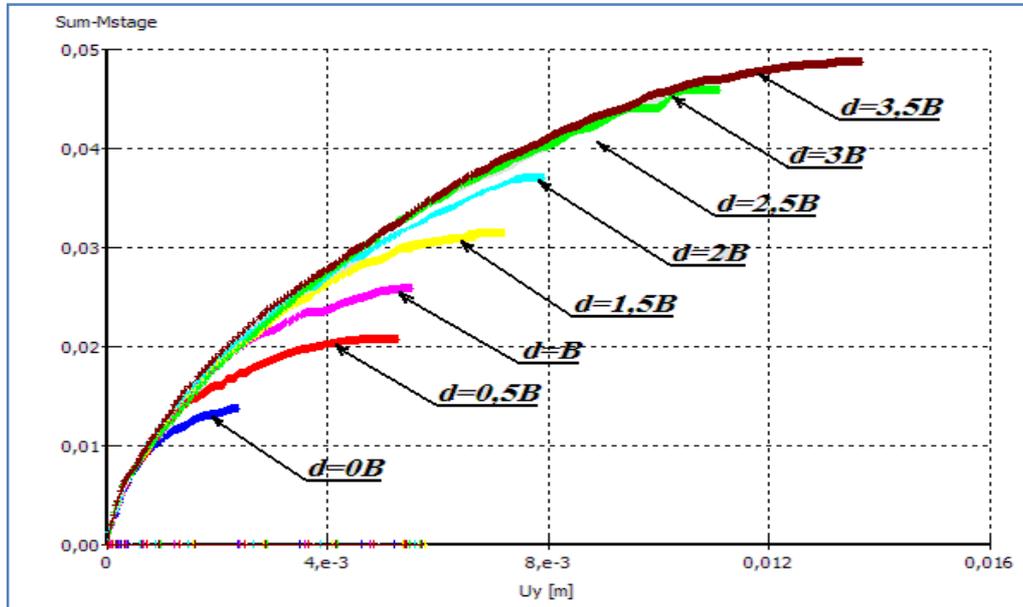


Figure A6: courbes types chargement-tassement tassement d'une semelle isolée à proximité d'un talus ($\varphi=30^\circ$, $\theta=30^\circ$)

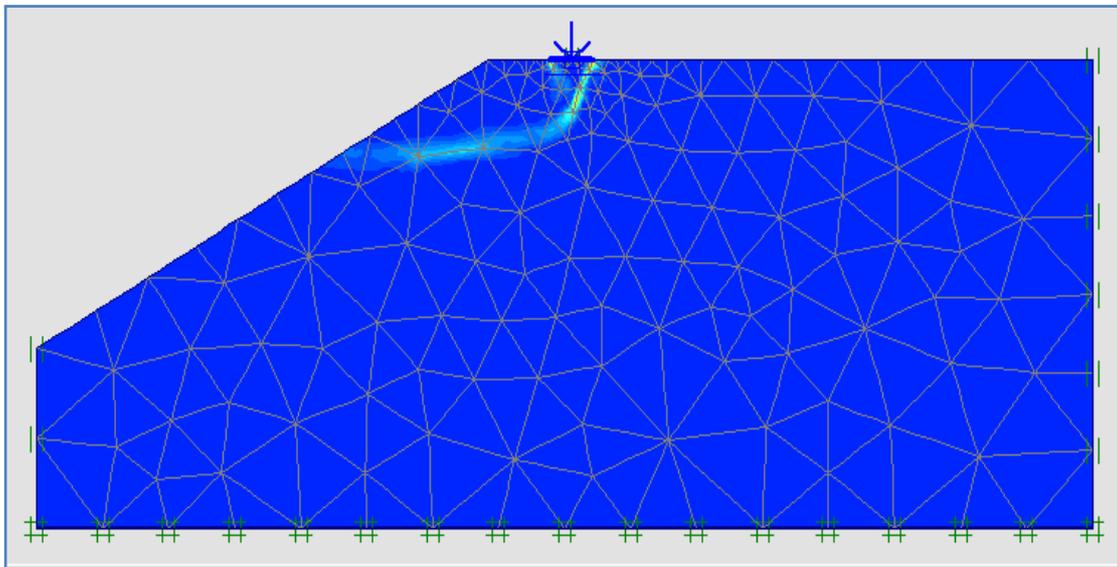


Figure A7: courbes types chargement-tassement d'une semelle isolée à proximité d'un talus ($d=1,5B$, $\varphi=30^\circ$, $\theta=30^\circ$)

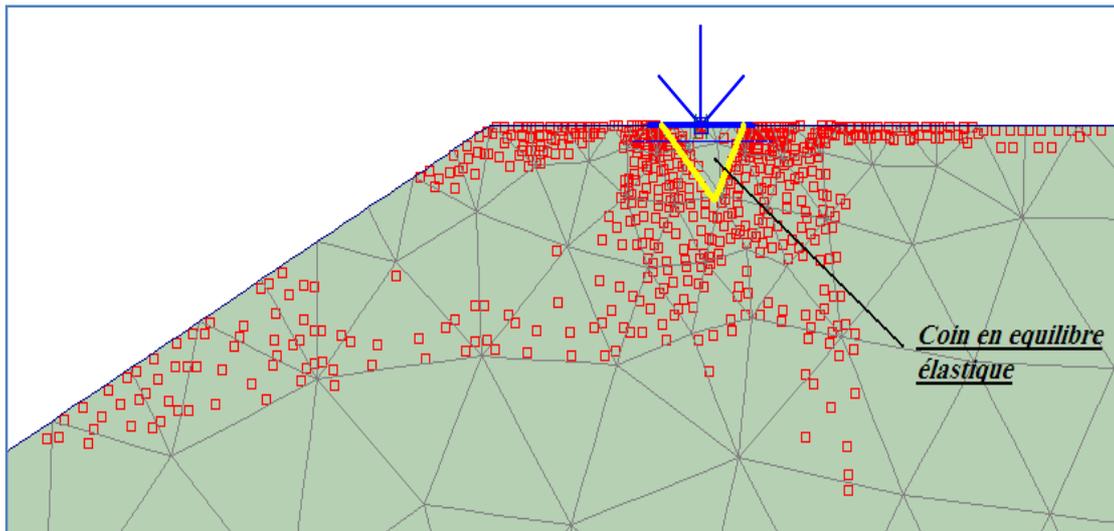


Figure A8: zones plastiques lors de la rupture tassement d'une semelle isolée à proximité d'un talus ($d=1,5B$, $\phi=30^\circ$, $\theta= 30^\circ$)

Les **figures A7** et **A8** illustrent respectivement les lignes de rupture et les zones plastiques lors de la rupture, on remarque aussi la formation d'un coin en équilibre élastique sous la semelle qui lui est solidaire en s'enfonçant ensemble lors du chargement.