TABLE DE MATIERES

Chapitre V : ANALYSE DE LA STABILITÈ D'UN TALUS EN SOL RENFORCÈ PAR FILS CONTINUS

NOTATIONS PRINCIPALES

L'espace est rapporté aux axes Ox , Oy et Oz de vecteurs unitaires respectifs e_x , e_y et e_z.
Les vecteurs sont représentés par une lettre soulignée d'un trait.
Les tenseurs sont représentés par une lettre soulignée d'un nombre de traits égal à leur ordre.
Sans que cela soit source d'ambiguïté nous confondons champ de tenseur (ou de vecteur) et valeur locale de celui-ci.
Les unités employées sont celles du système International.

Les contraintes de compression sont positives
Les déformation sont positives en extension.

ϕ : Angle de frottement interne

ω : vitesse angulaire

γ_* : Poids volumique de la terre armée

γ : poids volumique du sol

R_t : Résistance en traction des armatures par unité de longueur transversale à leur direction.

a: Cellule de base

σ_0 : Résistance en traction des armatures par unité de surface transversale à leur direction

$\xi\sigma_0$: Résistance en compression des armatures($0 \leq \xi \leq 1$)

μ : Coefficient de frottement sol-armature

β : Inclinaison des armatures par rapport à l'horizontale.

β_2^i : inclinaison de la pente supérieur de la zone i de l'ouvrage

$\beta_{11}^{i^i}$: inclinaison de la pente devant le mur

β : inclinaison d la pente devant le mur

δ =(<u>X</u>,<u>x</u>) inclinaison de la direction principale des fils sur l'horizontale

b : Largeur d'une armature

L : Longueur des armatures

L_a : Longueur d'ancrage des armatures

Δh : Espacement des deux lits d'armatures

Δh_1 , Δh_2 distance entre 2 couches de fils de direction 1 ou 2

H, h : hauteur du mur

i= ($-\underline{t}$, $\underline{x}$) angle entre le plan de cisaillement et le plan de dépôt principal des fils

K^0 : Domaine de stabilité asymptotique

K^ε :domaine de chargement potentiellement supportables de Ω

K^{hom} : domaine de chargements potentiellement supportable de Ω^{hom}

l :largeur en tête de mur

L :largeur à la base du mur

$\underline{n}$:Vecteur unitaire normal à une facette

$\Re^3$: Espace des contraintes bidimensionnelles

G_s : Domaine de sol non renforcé

G_a : Domaine de résistance des armatures

G_{int} : Domaine de résistance de l'interface sol-armatures dans l'espace $\Re^2$

g :Domaine de résistance de l'interface sol- armatures

G_{int}^{hom} :Domaine de résistance macroscopique bidimensionnel du sol renforcé

G^{iso} : Domaine de résistance d'un sol frottant isotrope de cohésion C_{iso}

$\underline{\underline{\Sigma}}$, $\underline{\underline{\sigma}}$: Champ de tenseur de contraintes

Σ_1 , Σ_2 , σ_1 , σ_2 : Contraintes principales

π : fonction d'appui de G

π^{hom}: fonction d'appui de G^{hom}

π^g : fonction d'appui de g

Π_{int}^s :fonction d'appui de G_{int}^s

Π_{int}^{hom} : fonction d'appui de G_{int}^{hom}

Π_i^{int} : fonction d'appui de G_i^{int}

σ , τ : Contraintes normale et tangentielle

σ_h , τ_v : Contraintes horizontale et verticale

$\underline{\underline{\sigma}}_s$:Champ de contraintes régnant dans le sol

$\sigma^0_{f1}, \sigma^0_{f2}$: Résistance à la traction de la couche de fils 1 (2) par unité de surface à sa direction tenseur des contraintes macroscopique.

Le plan déviateur de contrainte est rapporté aux axes (S,T) : $S=(\Sigma_{yy} - \Sigma_{xx})/\sqrt{2}$ et $T=\sqrt{2}\Sigma_{xy}$
$P=-\sqrt{2}/2(\Sigma_{xx}+\Sigma_{yy})$; $-P/\sqrt{2}$: contrainte moyenne du tenseur bidimensionnel $\underline{\underline{\Sigma}}$

$P_{ext}(\underline{V})$: Puissance des efforts extérieurs pour le champ de vitesse $\underline{v}$

$P(\underline{v})$:Puissance résistance maximale pour le champ de vitesse

T : Effort longitudinal dans une armature

T_{max} : Valeur maximale de T

$\underline{v}$: Champ de vitesse

$\underline{V}$: Discontinuité de vitesse

V_n , V_t : Composantes normale et tangentielle de $\underline{V}$

$\underline{x}$: Vecteur unitaire parallèle à la direction des fils (1 plan de dépôt principal des fils

$\underline{y}$: Vecteur unitaire parallèle à la direction des fils 2

$\underline{\underline{D}}$: Champ de tenseur de vitesse

D_1 , D_2 : Vitesse de déformations principales

$\underline{\underline{\Sigma}}:\underline{\underline{D}}$:Représente le produit doublement contracté des tenseurs $\underline{\underline{\Sigma}}$ et $\underline{\underline{D}}$

INTRODUCTION

Science appliquée à l'art de l'ingénieur par excellence, la mécanique des sols a toujours pu bénéficier, en dépit de cheminements parfois difficiles qui témoignent de ce qu'une science de cette nature progresse rarement d'une façon linéaire, des apports théoriques provenant d'autres disciplines de la mécanique ou de la physique. Tel est le cas de la plasticité, modèle de comportement établi à l'origine pour rendre compte d'expérience sur les métaux, et dont l'analyse limite appliquée au calcul de structures représente aujourd'hui des prolongements les plus féconds. Mais à l'inverse, comme par effet de réciprocité, c'est sous l'impulsion des mécaniciens des sols, confrontés à la préoccupation dominante d'assurer la bonne tenue des ouvrages qu'ils conçoivent, que s'est développée la théorie du calcul à la rupture, en particulier à travers la formulation qu'a donnée Salençon 1983.

Mode de raisonnement formellement identique à celui de l'analyse limite dont il constitue en quelque sorte la généralisation, il s'en distingue cependant par le fait de se fonder uniquement sur la prise en compte d'un critère de résistance du sol, notion jugée plus pertinente, eu égard au comportement réel de ce matériau et aux applications envisagées, que celle de critère de plasticité. On pourrait dire pour résumer cette distinction d'une phrase, que le calcul à la rupture ne retient du modèle de comportement plastique que l'idée de limitation portant sur les contraintes, excluant de son champ d'analyse toute considération relative à la déformabilité des matériaux, et en particulier à leur règle d'écoulement.

L'analyse de la stabilité des ouvrages définie à partir de la théorie du calcul à la rupture représente un mode de raisonnement typique des ingénieurs en génie civil basé sur la connaissance d'une part de la géométrie de l'ouvrage ainsi que du chargement auquel il est soumis, et d'autre part, des capacités de résistance du matériau constitutif de l'ouvrage. Ces dernières sont traduites par la donnée d'un domaine, généralement convexe, limitant les contraintes admissibles régnant en tout point de l'ouvrage.

L'amélioration et le renforcement des sols sont un sujet d'étude relativement récent. Les techniques de renforcement des sols par inclusion résistante au sein du sol ont donné naissance à des matériaux composites fortement hétérogènes. La terre armée est l'exemple le plus connue et le plus répandu de sols renforcés. Elle a connu depuis son invention par H.VIDAL (1966-1969) un succès considérable, tant elle a apporté des solutions acceptables à des problèmes géotechniques délicats. Cependant les méthodes de calcul utilisées habituellement pour le dimensionnement des ouvrages en sol renforcé conduisent à des résultats dont la signification dans le cadre de la théorie du calcul à la rupture n'est pas facile à dégager. Ceci est lié pour une grande part aux hypothèses simplificatrices qui sont nécessaire et justifiées par la nature composite du sol renforcé. Il en résulte, pour les problèmes pratiques, soit un surdimensionnement des ouvrages si nous adoptons un coefficient de sécurité fort élevé, soit une surestimation des capacités réelles de résistance du sol renforcé.

De Buhan (1986) a proposé une approche théorique par le calcul à la rupture pour le dimensionnement des ouvrages en sols renforcés. Il s'agit d'une approche utilisant une méthode d'homogénéisation qui tente d'appréhender le sol renforcé comme un matériau homogène dont le critère de résistance à l'échelle macroscopique est alors défini et calculé en fonction des données du problème initial. L'application de cette approche au cas du matériau multicouche bidimensionnel à constituants isotropes purement cohérents a permis de mener les calculs jusqu'à leur terme. Les résultats obtenus sont encourageants à plusieurs titres. La méthode d'homogénéisation est plus efficace que les méthodes classiques utilisant des surfaces de rupture directement sur l'ouvrage en sol renforcé (De Buhan 1985) de plus, seule cette approche rend compte de l'anisotropie manifeste du matériau multicouche.

Notre propos est d'étendre cette application par modélisation numérique en utilisant les résolutions par éléments finis au cas où les capacités de résistance du sol caractérisées par un critère de " type Coulomb" renforcé par des armatures métalliques pouvant supporter des efforts de traction élevés unidirectionnels,.et par méthode analytique caractérisée par le même critère mais renforcé par fils continus (cas de géogride) bidirectionnel.

Ce travail comporte cinq chapitres :

Le premier chapitre vise à faire le point sur les différentes méthodes de dimensionnement à la rupture employées à l'heure actuelle pour calculer les ouvrages en sols renforcés.

L'exposé proprement dit d'une telle méthode d'homogénéisation exprimée dans la formulation du calcul à la rupture, fait l'objet du second chapitre. Après avoir défini le critère de résistance macroscopique bidimensionnel des sols renforcés, en a étudié ses propriétés. Si l'interface sol-renforcement est à adhérence totale ou non, il en va de même pour l'anisotropie induite par la présence de ces derniers. Le critère de résistance macroscopique est ensuite comparé aux résultats des essais à l'appareil triaxial obtenus par Long et Ursat (1977). Le chapitre se termine par la prise en compte d'une condition de résistance de l'interface sol-renforcement avec frottement du "type Coulomb".

Disposant d'un critère de résistance bidimensionnel pour le matériau terre armée, nous pouvons alors analyser par le calcul à la rupture en déformation plane la stabilité des ouvrages en terre armée. L'étude par la méthode d'homogénéisation de la stabilité d'un mur de soutènement, de la capacité portante d'une semelle filante reposant sur un massif en terre armée ainsi que la stabilité d'un talus a été élaborée au chapitre trois en éléments finis en utilisant des éléments quadrilatéraux à huit nœuds

Dans le chapitre IV nous avons essayé d'étendre le problème des ouvrages renforcés a l'analyse par la méthode d'homogénéisation d'un talus par un renforcement bidirectionnel en fils continus nous modélisons le matériau hétérogène initial comme un sol renforcé par des couches de fils réparties de manière périodique. Pour déterminer le critère de résistance macroscopique, on a utilisé la théorie de l'homogénéisation des milieux périodiques en calcul à la rupture développée par De Buhan(1986). Enfin un exemple a été traité d'une manière analytique. Pour cela, nous explorons des mécanismes de rupture de l'ouvrage en considérant le mécanisme de type translation et du type rotationnel.

CHAPITR I

ANALYSE DES APPROCHES CLASSIQUES DE DIMENSIONNEMENT A LA RUPTURE DES OUVRAGES EN SOLS RENFORCES

1.1 Introduction

Ce premier chapitre, à vocation introductive, vise à établir une sorte d’ « état de l’art » relatif aux méthodes les plus couramment utilisées par les mécaniciens des sols pour étudier la stabilité des ouvrages en sols renforcés, et à en dresser un premier bilan critique.

Après une rapide présentation des grandes classes de renforcement des sols (terre armée, clouage, renforcement par colonnes de sol, et géotextiles), nous examinons la possibilité d’étendre l‘applicabilité des concepts clés du calcul à la rupture à l’analyse de stabilité de ce type d’ouvrages à travers la prise en compte du caractère composite du matériau ″sol renforcé″ qui les constitue, ainsi que les problèmes qui se posent alors selon que l’on adopte ou non une schématisation ″mixte″ du sol renforcé. Nous donnons en particulier une interprétation mécanique cohérente de la méthode classique de calcul par surfaces de rupture, en termes strictement équivalents d’approche statique par l’extérieure ou cinématique avec mécanisme par blocs.

En fonction de ces premières éléments d’appréciation, nous procédons ensuite à la description de quelques-unes des méthodes de calcul habituellement employées pour ces ouvrages, suivie à chaque fois de commentaires critiques permettant d’en dégager la signification à la lumière de la théorie de calcul à la rupture. Nous constatons ainsi que toutes ces méthodes reviennent à adapter, de façon plus ou moins pertinente selon le mode de renforcement auquel elles s'appliquent, la méthode d'analyse de stabilité par surface de rupture.

Dans une dernière partie enfin sont clairement mises en évidence les insuffisances de ces méthodes et donc la nécessité d'élargir l'approche à la prise en compte d'autres modes de ruine des ouvrages que de simple mécanismes par blocs. La grande complexité du problème qui en résulte incite alors à rechercher par d'autres voies les simplifications indispensables à sa résolution. Tel est l'objectif assigné à la méthode d'homogénéisation dont nous ébauchons le principe.

1.2 : Aperçu général des principes techniques de renforcement des sols

Au-delà de l'extrême diversité des techniques utilisées dans le renforcement des sols, qui tient autant à leurs mode d'exécution, qu'à la nature de l'ouvrage à renforcer (massif de fondation, mur de soutènement …), le principe de la méthode d'amélioration des sols par renforcement repose sur l'introduction dans le sol d'éléments de structures appelés *inclusions*, destinés à permettre à l'ouvrage de résister à des charges qu'il n'était pas en mesure de supporter auparavant. En ce sens, ce type de technique est à distinguer d'autres méthodes visant à l'amélioration des propriétés intrinsèques d'un sol, qu'il s'agisse du compactage, du drainage, ou bien encore des procédés de stabilisation chimique du sol ″ par grande masse ″.

On a coutume d'effectuer une classification des techniques de renforcement des sols à partir de considérations sur le type de sollicitations vis à vis desquelles les inclusions mises en place doivent résister : effort de traction ou de compression, sollicitation de cisaillement et de flexion. Nous avons donc choisi de décrire quatre procédés de renforcement qui, à des variantes possibles prés, nous paraissent de ce point de vue tout à fait représentatifs. Ce sont : la terre armée, le renforcement par clouage, par colonnes, et les géotextiles.

1.2.1 La terre armée.

Historiquement la terre armée représente la première technique de renforcement d'un sol qui ait connu un développement remarquable à l'échelle industrielle depuis son invention par H.Vidal au début des années soixante. Elle ouvrait en effet à l'époque la possibilité d'apporter des solutions techniquement viables à un certain nombre de problèmes difficiles auxquels étaient confrontés les ingénieurs (nécessité de construire des remblais autoroutes de grande hauteur et d'en assurer la stabilité).

Le principe de la terre armée rappelle celui du béton armé (d'ou son nom). Tout comme ce dernier, il s'agit d'un *matériau composite* résultant de l'association de terre et d'armatures, celles-ci étant le plus souvent des bandes métalliques susceptibles de reprendre des efforts de *traction* importants (figure 1-1). Ce procédé présente l'avantage de pouvoir améliorer de manière simple et donc économique les propriétés mécaniques du matériau de base (le sol) en ne le renforçant que dans les directions où il est le plus sollicité.

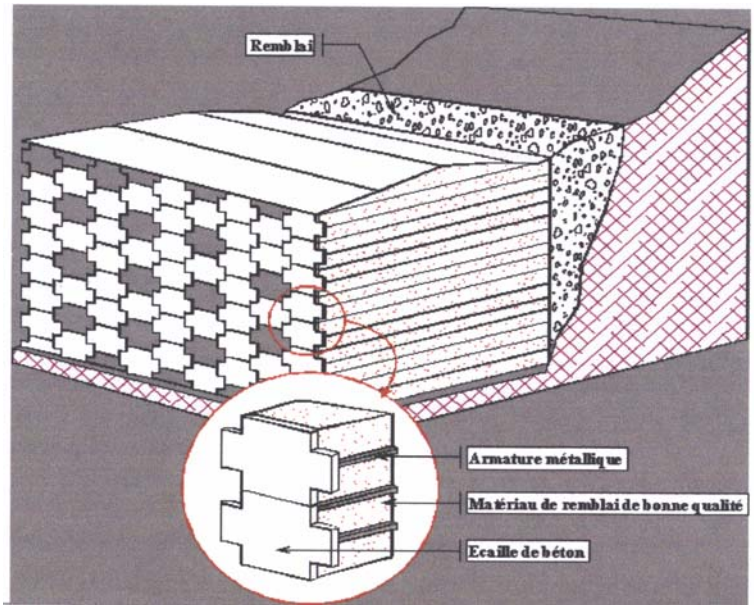


Figure 1-1 Principe de la terre armée
(d'après Schlosser 1983)

Les sols naturels présentent en effet généralement des résistances très faibles aux efforts de traction, voire nulles dans le cas de sols pulvérulents (sable sec). C'est la mobilisation du frottement entre la terre et les armatures qui intervient en tant que phénomène essentiel dans le " fonctionnement " de la terre armée. Le sol transmet ainsi aux armatures par le biais de l'*adhérence* les efforts qui se développent dans la masse de l'ouvrage sous l'action de son chargement. Les armatures sont alors mises en traction et tout se passe comme si la terre possédait dans les directions où sont placées les armatures par " *cohésion* " directement proportionnelle à leur résistance en traction. Ce résultat a été amplement mis en évidence à la fois d'un point de vue théorique et expérimental, notamment par de très nombreux essais effectués à l'appareil triaxial sur des éprouvettes de sable armé par des disque métalliques (Schlosser et Long, 1973, Long et col 1972). La condition de non glissement entre la terre et les armatures peut être facilement satisfaite en jouant sur l'état de surface des armatures (présence de fines cannelures transversales dans les armatures à ″haute adhérence ″), ou bien sur la granulométrie du matériau de remblai. On sait ainsi par exemple que la présence dans ce matériau d'une trop grande proportion de particules fines est en règle générale un facteur défavorable.

Si d'un point de vue théorique les seules armatures suffisent à assurer la tenue d'ensemble d'un ouvrage, il faut prévoir en pratique une *peau* dont le rôle est de retenir la terre au voisinage du parement, c'est à dire dans une région où l'effet de ″frettage ″ dû aux armatures ne se manifeste pas (effet de bord : figure 1-2). Cette peau est généralement assez souple, de type métallique, ou constituée par l'assemblage d'écailles en béton disposées périodiquement (figure 1-1). C'est d'ailleurs le caractère particulièrement esthétique de ces dernières qui a permis un développement important de la terre armée en site urbain.

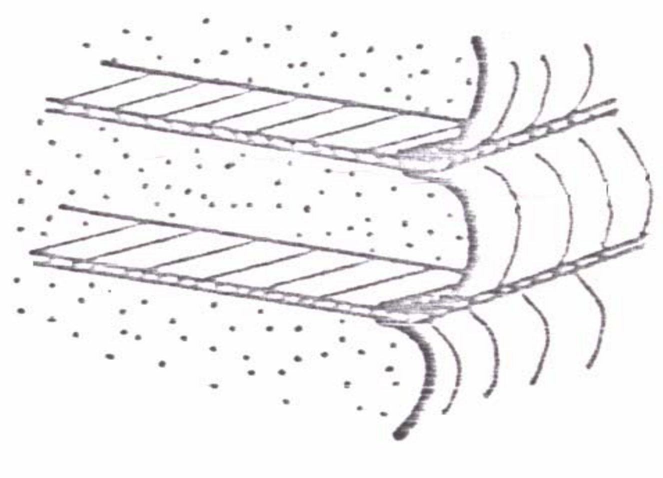


Figure 1-2 : rôle de la peau dans un ouvrage en terre armée

De nombreux ouvrages en terre armée ont été réalisés à ce jour à travers le monde. Ceci s'explique fondamentalement par la facilité et la rapidité de mise en œuvre de ce matériau. Dans le cas d’un mur de soutènement par exemple, la construction se fait par couches de remblai d’environ 20 à 30 cm d’épaisseur éventuellement compactées, après mise en place des éléments de peau et du lit d’armatures correspondants.

Signalons enfin que de multiples études à caractère théorique et expérimental sur le comportement des ouvrages en terre armée et les méthodes de dimensionnement qui découlent ont été entreprises.

1.2.2 Le renforcement des sols par ″clouage″

On désigne sous cette appellation une technique de renforcement des sols in-situ par des inclusion métalliques linéaires pouvant ″travailler″ aussi bien en *traction* qu’en *cisaillement* et en *flexion.* Ce procédé qui s’inspire de la technique de boulonnage des galeries en mécanique des roches, s’est principalement développé depuis une dizaine d’années environ dans deux domaines : le soutènement d’excavation (figure 1-3) et la stabilisation des pentes.

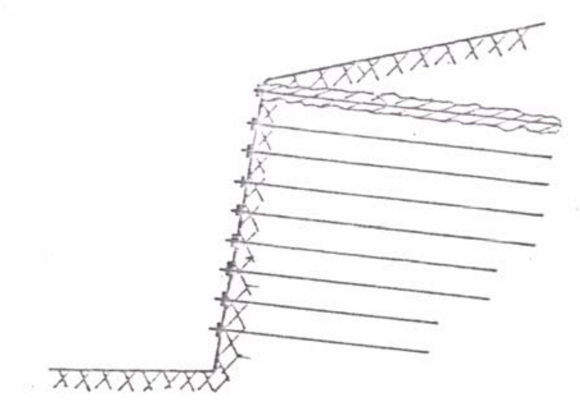


Figure 1-3 : Principe du renforcement par clouage d’un mur de soutènement

En dépit d’une analogie évidente avec la terre armée cette méthode de renforcement s’en distingue sur plusieurs points :

- Le clouage est un renforcement en *place* du sol, tandis que la terre armée est un renforcement de sol *rapporté* (remblai). Il en résulte un mode d'exécution très différent : les métalliques sont soit scellées dans des trous préalablement forés, soit introduites par battage ou vibrofonçage dans la masse de l'ouvrage.

- Alors que dans la terre armée, les armatures, en raison de leur souplesse, n'offrent qu'une résistance négligeable à la flexion, les ″clous″ métalliques sont précisément conçus pour reprendre des efforts de cisaillement et de flexion.

- Enfin la méthode de réalisation des ouvrages en sols cloués permet de jouer beaucoup plus facilement que dans la terre armée sur l'inclinaison des barres par rapport à l'horizontale, ce qui constitue ainsi un paramètre de dimensionnement supplémentaire à prendre en compte.

Ces différences, ainsi que leurs conséquences sur le comportement des ouvrages, ont été mises en évidence expérimentalement par un certain nombre d'études sur modèle réduits (Beech et col. ,1984), ou grâce à l'observation sur ouvrages réels (Stocker et col., 1979),(Cartier et Gigan, 1983).

L'un des problèmes difficiles à résoudre pour ce type d'ouvrages concerne les mécanismes d'interaction entre le sol et l'inclusion qui ne peuvent plus être abordés aussi simplement que dans le cas de la terre armée.

D'autre part en effet, la condition de frottement qui régit le glissement relatif entre le sol et l'inclusion, est donc la possibilité de rupture par arrachement, est délicate à évaluer en raison de l'hétérogénéité des propriétés du sol en place (nature, compacité, teneur en eau), ainsi que du type d'inclusion et surtout de son mode de mise en place. Ce paramètre doit par conséquence être déterminé par voie expérimentale (Guilloux et Schlosser,1984).

L'autre aspect déterminant de l'interaction entre les inclusions et le sol environnant a trait à ce qu'il est convenu d'appeler le comportement en cisaillement ″du sol cloué″. En effet l'objet du renforcement d'un ouvrage par clouage est d'empêcher la ruine de ce dernier qui, en l'absence de renforcement, se manifeste fréquemment par rupture localisée le long d'une surface (figure 1-4). L'introduction des clous vise à stabiliser l'ouvrage en le″ fixant ″en quelque sorte au reste du massif de sol délimité par cette surface de rupture. Il en résulte un mode de sollicitation en cisaillement des clous. Leur comportement a été étudié expérimentalement par des essais de cisaillement direct effectués à l'aide d'un dispositif spécial destiné à reproduire les conditions rencontrées in-situ (Juran et Col., 1981), (Marchal, 1984), (Dyer et Milligam, 1984), en s'appuyant sur une méthode d'observation photo élastique. On a pu ainsi constater lors de telles expérience que les clous, loin de se rompre selon un plan de rupture net, subissent des déformations en flexion au voisinage du plan moyen de cisaillement. Ce sont de telles observation qui sont à la base des hypothèses de la méthode de calcul TALERN des ouvrages en sols renforcés qu nous étudierons plus loin.

1.2..3 Les géotextiles

Le terme ″géotextile″ désigne textile synthétique perméable mis en place dans un ouvrage géotechnique en vue d'améliorer ses propriétés de stabilité. Par extension, il désigne également des matériaux à structure *bidimensionnelle* (bandes tissées, grillages, filets, membranes, etc.). La généralisation de leur application à la résolution d'une gamme très variée de problèmes géotechniques tient pour une part à leur facilité de mise en œuvre ainsi qu'à leur faible coût comparativement à des solutions plus conventionnelles. Nous nous bornons ici à leur utilisation en tant qu'éléments de renforcement des ouvrages.

La caractéristique dominante de ce mode de renforcement est l'*extrême déformation* des géotextiles qui n'atteignent leur limite de rupture que dans le domaine des grandes déformations. Ainsi la comparaison des courbes effort-déformation relatives à des essais à l'appareil triaxial sur des éprouvettes de sable armé respectivement par des disques d'aluminium et des disques géotextiles (Long et Ursat, 1977) (figure 1-4) montre que la rupture de l'échantillon de sable est bien plus importante que dans le cas du sable seul ou armé par disque métalliques.

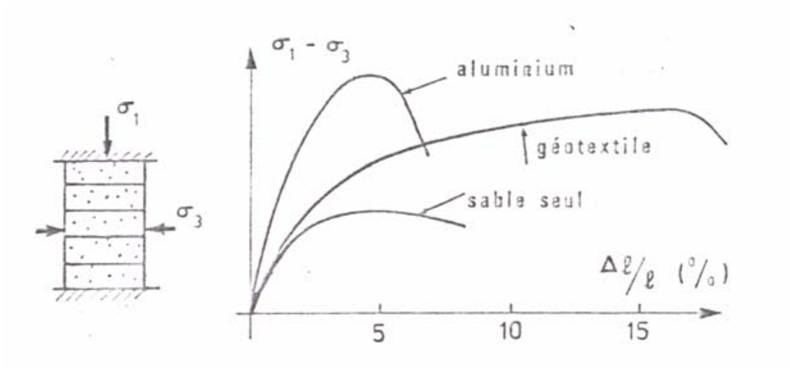


Figure 1- 4 : Essais à l'appareil triaxial allure de courbes efforts-déformations

Cette spécificité du renforcement par géotextile rend particulièrement délicat l'emploi des méthodes classiques de calcul de stabilité des ouvrages correspondants. Celles-ci reposent en effet sur des analyses ″à l'équilibre limite″ qui suppose implicitement que la rupture de l'ouvrage se produit en petits déplacements, c'est à dire dans une configuration que l'on peut confondre avec la géométrie initiale de l'ouvrage. Tel n'est pas le cas d'un ouvrage renforcé par géotextiles, où les grands déplacements qui apparaissent dans la phase précédant la rupture sont susceptibles de jouer un rôle stabilisateur.

Certaine tentatives ont été récemment faites pour prendre en compte, dans de tels calculs de dimensionnement, les changements de géométrie de l'ouvrage liés à la très grande souplesse des renforcements géotextiles (Delmas et Col., 1985) Most, et al 1985). Nous en examinerons le principe plus tard. Il convient toutefois de ne pas oublier que dans un tel contexte, ce sont les déformations de l'ouvrage qui peuvent cesser d'être admissibles avant même que la ruine de l'ouvrage ne se soit produite, et donc constituer le véritable critère de dimensionnement à prendre en compte par l'ingénieur.

1.3 L'analyse de stabilité des ouvrages en sol renforcé par le calcul à la rupture.

Dans leur principe, les méthodes permettant d'analyser les ouvrages en sols renforcés du point de vue de leur stabilité, ne se différencient pas fondamentalement de celles employées classiquement pour les ouvrages en sols homogènes. Toutes ces méthodes se rattachent en effet plus ou moins explicitement au raisonnement du calcul à la rupture bien connu des ingénieurs de Génie-civil et plus particulièrement des mécaniciens de sols. Il paraît donc tout à fait naturel de chercher à transposer les méthodes usuelles de dimensionnement des ouvrages homogènes à l'étude des ouvrages en sols renforcés.

La principale difficulté rencontrée dans l'application de cette démarche provient de ce que l'on est confronté dans le cas des sols renforcés, à des matériaux de nature *composite* et donc "fortement" *hétérogène* du point de vue de leurs propriétés de résistance mécanique. C'est pourquoi nous nous proposons de procéder à une analyse approfondie de cette question à partir de l'exemple du renforcement d'une pente ou d'un talus. Nous examinons plus particulièrement la possibilité d'étendre à ce type d'ouvrages les méthodes de calcul de stabilité fondées sur la notion de *ligne ou de surface de rupture.*

Il est clair qu'une telle analyse, pour pouvoir être menée à bien, doit s'appuyer sur des bases mécaniques cohérentes. Celles-ci nous sont fournies par la méthode du calcul à la rupture (Salençon, 1983). Nous y ferons donc largement appel, en nous référant plus particulièrement à l'application qui en a été faite par Coussy et Salençon, 1979) au problème de stabilité des pentes.

1.3.1 La stabilité d'un talus en sol renforcé de point de vue du calcul à la rupture, deux modélisation possibles du sol renforcé.

Considérons pour fixer les idées un talus de hauteur h et de pente β, constitué d'un sol homogène, pesant (poids volumique γ), renforcé par des éléments résistants par exemple de type linéaire. On a représenté sur la (figure 1-5) une configuration de renforcement par des clous ou des barres, mais on aurait tout aussi bien pu représenter un mode de renforcement par colonnes de sol verticales.

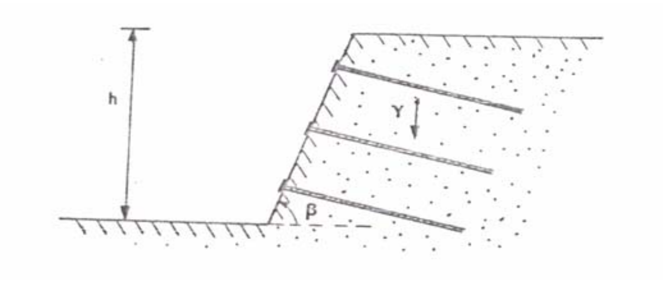


Figure1-5 : Stabilité d'un talus renforcé.

La théorie de calcul à la rupture indique alors que cette pente est *potentiellement stable* si, et seulement si, il est possible d'*équilibrer* son chargement (le poids propre) ici par un champ *d'efforts intérieurs* auxquels on impose de respecter les capacité de résistance des différents constituants : le sol, les inclusions de renforcement, mais aussi leurs interfaces de contact (figure 1-6) :

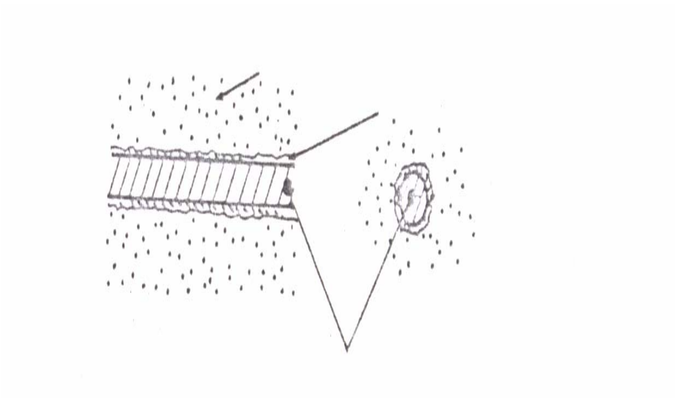


Figure 1-6 : Le sol renforcé : un matériau composite à trois constituants.

Le *sol,* modélisé comme un milieu continu tridimensionnel (ou bidimensionnel pour un problème plan), obéit généralement à un critère de résistance « de type Coulomb » défini par la condition

$$|\tau| \leq c_S - \sigma tg\varphi_S \qquad (1\text{-}1)$$

où c_S et φ_S représente respectivement la cohésion et l'angle de frottement interne du sol, et (σ ,τ) les contraintes normale et tangentielle qui s'exercent sur une facette de normale sortante $\underline{n}$ (*en traction*);

Aux *interfaces,* la condition de résistance peut par exemple s'écrire pour une interface "frottement sec":

$$|\tau| = -\sigma tg\varphi_{\text{int}} \qquad (1\text{-}2)$$

où là encore σ et τ désignent les composantes normale et tangentielle de la contrainte agissant sur cette interface.

En ce qui concerne la définition des *capacités de résistance des inclusions*, le problème est plus complexe. deux cas doivent être distingués:

a)Tout comme le sol, le matériau constitutif des inclusions peut être modélisé comme un *milieu continu tridimensionnel*. C'est manifestement le cas qui se présente pour les renforcements par colonnes ballastées ou stabilisées à la chaux, puisque celle-ci sont constituées d'un matériau d'apport dont on peut, au même titre que le sol en place, évaluer le critère de résistance, par exemple, (similairement à *(1-1)*)*:*

$$|\tau| \leq c_r - \sigma tg\varphi_r \qquad (1\text{-}3)$$

(S: pour "*sol*", r pour "*renforcement*").

La modélisation ainsi définie pour le sol renforcé est cohérente : celui-ci apparaît comme un milieu continu 3D constitué de deux " phases " homogènes séparées par des interfaces . c'est cette schématisation que nous adopterons dans les chapitres suivants.

b) par contre dans le cas de renforcement d'un sol par des armatures ou des clous métalliques, il apparaît plus naturel de modéliser les inclusions comme des *milieux continus à une dimension,* en définissant leurs capacités de résistance par le biais d'un critère qui porte directement sur les contraintes généralisées telles que: effort normal N et tranchant T, moment fléchissant M, etc….

$$f_r(N, T, M...) \leq 0 \qquad (1\text{-}.4)$$

(f_r est une fonction scalaire convexe).

On aboutit ainsi en quelque sorte à une *modélisation* "*mixte*" du sol renforcé qui apparaît comme résultante de l'introduction d'élément de structures au sein d'un milieu continu homogène 3D.

Compte tenu de ces deux modélisations possibles, la définition générale d la stabilité potentielle du talus renforcé, que nous avons rappelée plus haut, peut être explicitée de la manière suivante :

- *Modélisation* "*3D/3D*"

Pour que le talus soit potentiellement stable il faut et il suffit qu'il existe un champ de contrainte $\underline{\underline{\sigma}}$ satisfaisant les équations d'équilibre, avec pour force de masse le poids volumique $\gamma^{(*)}$, ainsi que les conditions aux limites (bords libres), tout en respectant les critères *(1-1), (1-2), et (1-3)* respectivement en tout point du sol, des interfaces et des inclusions.

On peut facilement montrer par raisonnement analogue à celui fait pour un talus homogène (Coussy et Salençon, 1979) que l'ensemble de ces conditions est vérifié tant que le rapport sans dimension $k = \gamma h / c_S$ qui gouverne la stabilité du talus, demeure inférieur à une certaine valeur limite k^* , elle-même fonction des paramètres sans dimension $\beta, \varphi_r, \varphi_S, \varphi_{\text{int}}, c_r / c_S$, ainsi que d'autres paramètres faisant intervenir les caractéristiques géométriques du renforcement (position, longueur, et orientation des inclusions.

$$\text{Talus potentiellement stable} \Leftrightarrow k \le k^* . \qquad (1\text{-}5)$$

(*) *On supposera ici pour simplifier que le sol et le matériau de renforcement des inclusion ont le même poids volumique γ.*

• Modélisation "mixte"

Dans ce cas, un système quelconque d'efforts intérieurs à l'ouvrage sera composé (figure 1-7):

- d'un champ de contraintes $\underline{\underline{\sigma}}$ défini en tout point du sol,

- ainsi que d'un champ de contraintes généralisées (N,M,T….) défini sur toute la longueur des inclusions unidimensionnelles.

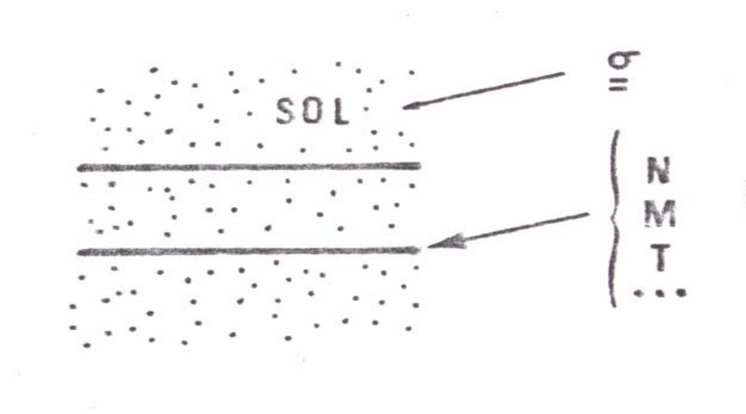


Figure 1-7 : Système "mixte"d'efforts intérieurs pour un sol renforcé.

Un tel système respectera bien entendu les capacités de résistance de l'ouvrage si le champ $\underline{\underline{\sigma}}$ vérifie les conditions *(1-1)* et *(1-2)* et le champ des efforts (M,N,T,…) la condition de résistance *(1-.4)* des inclusions.

En outre les champs $\underline{\underline{\sigma}}$ et (M, N, T, …) devront satisfaire les équations d'équilibre permettant d'assurer le caractère *statiquement admissible* du système général.

Pour le *sols* ces équations ont la mêmes forme classique générale (div$\underline{\underline{\sigma}}$ + γ = 0).

Pour les *inclusions* par contre, leur écriture est beaucoup plus délicate, car elle dépend largement du choix des variables statiques permettant de les modéliser. Supposant par exemple qu'en raison de leurs très faibles dimensions transversales, on puisse assimiler les inclusions à des *files* pour lesquels seul l'effort de traction est à prendre en compte. Désignant par N(S) sa valeur en un point quelconque d'abscisse S, l'équation d'équilibre du fil s'écrit alors :

$$\frac{dN(S)}{dS} + q(S) = 0 \quad , \qquad (1\text{-}6)$$

où q(S) représente la *densité linéique* des efforts exercés par le sol tangentiellement à l'inclusion. Cette densité est reliée à l'état de contrainte qui règne dans le sol sur le pourtour de l'inclusion par :

$$q(S) = \int_{\Gamma(S)} (\underline{\underline{\sigma}}\,\underline{n})\,\underline{t}\,d\Gamma \qquad (1\text{-}7)$$

où $\underline{t}$ désigne le vecteur unitaire parallèle à la direction de l'inclusion et $\underline{n}$ la normale extérieure au point courant de son contour extérieur Γ, à l'abscisse S (figure.1-8).

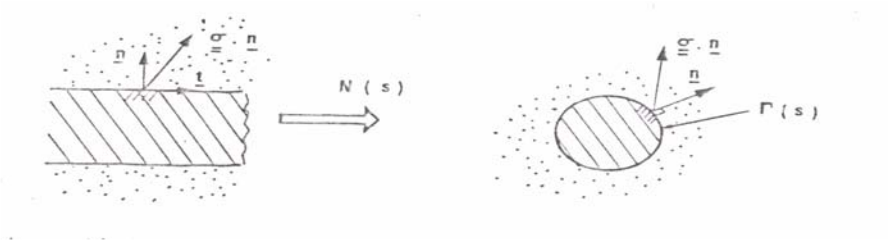


Figure1- 8: Actions exercées au contact entre le sol et l'inclusion.

On voit donc que dans le cadre d'une modélisation mixte du sol renforcé, *l'approche statique* du calcul à la rupture, fondée sur un raisonnement de compatibilité "équilibre/résistance", est fort complexe à mettre en œuvre. On notera en particulier que l'écriture des équations *(1-6) et (1-7)* qui permettent de relier entre eux les champs de contraintes dans le sol et les inclusions, exprimés selon des variables différentes, nécessite de réintroduire les caractéristiques géométriques transversales des inclusions (leurs contours $\Gamma(S)$), pourtant considérés au départ, en vertu de la modélisation adoptée, comme des milieux continus à une seule dimension.

Cependant, sous réserve que l'on soit parvenu à surmonter toutes ces difficultés, l'approche statique permet là encore, au moins en théorie, de déterminer une valeur extrême du rapport $k = \gamma h / c_S$, en deçà de laquelle le talus renforcé est considéré comme potentiellement stable.

Remarque générale : quelle que soit la modélisation retenue pour le sol renforcé, la théorie du calcul à la rupture n'établit en toute rigueur que des conditions permettant de *présumer* qu'il y a stabilité de l'ouvrage sous son chargement ; d'où la nécessité de qualifier celle-ci de "potentielle". On sait en fait qu'il s'agit là du meilleur résultat auquel on puisse espérer parvenir, compte tenu de l'information partielle dont on dispose en ce qui concerne le comportement des matériaux constitutifs: sol et inclusions (Selençon,1983).

1.3.2.Approche statique par l'extérieur de la stabilité du talus et méthode des "surfaces de rupture".

Considérant un bloc OAB délimité par un surface quelconque dont la trace est une courbe AB dans le plan de la (figure 1-9), on peut faire le raisonnement suivant directement inspiré de celui dit "du prisme de Coulomb" (1773) :

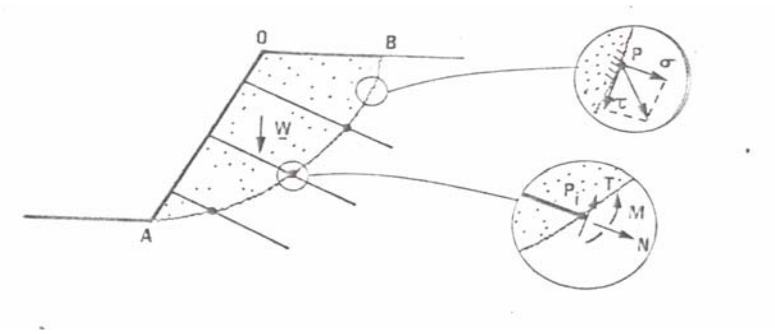


Figure 1-9 : Approche statique par l'extérieur de la stabilité du talus renforcé

L'équivalence *(1-5)* implique qu'une *condition nécessaire* pour que l'ouvrage soit stable est que *l'équilibre global du bloc* OAB (résultante et moment nuls) soit possible sous l'action :

- de son poids propre W d'une part

- de la répartition le long de AB des contraintes exercées par le reste du massif d'autre part, qui doit tenir compte des *capacités de résistance du sol renforcé.*

Il apparaît clairement qu'une telle approche conduit à la détermination d'un *majorant* (éventuellement infini) de la valeur extrême K^* du facteur de stabilité du talus. En effet, si K^M de ce facteur au delà de laquelle l'équilibre du bloc OAB sous les conditions énoncées précédemment n'est plus possible, on peut écrire :

$$K > K^M \Leftrightarrow \quad \text{"instabilité" du bloc OAB}$$

$$\Rightarrow \quad \text{"instabilité" du talus } \Leftrightarrow K > K^*,$$

mettant ainsi en évidence le caractère de majorant de K^M par rapport à K^* : $K^M \geq K^*$. L'approche de la stabilité du talus, fondée sur tel raisonnement, est appelée *approche statique par l'extérieur.*

1.3.3. Modélisation "3D" des inclusions.

Partant de la définition précédente de K^M, on obtient dans ce cas l'équivalence suivante :

$$K \leq K^M$$

$$\Updownarrow$$

$B(\sigma,\tau)$ vérifiant en tout point P de AB la condition de résistance *(1-.1) ou (1-.3)* selon que P appartienne au sol ou à l'inclusion (figure 1-10), tel que :

$$\begin{aligned} &\underline{R}\{\underline{W},(\sigma,\tau\}=0 \\ &M\{\underline{W},(\sigma,\tau)\}=0 \end{aligned} \qquad (1\text{-}9)$$

où $\underline{R}$ et M désignent respectivement la résultante et le moment, calculé par rapport à un point quelconque, des efforts indiqués entre crochets.

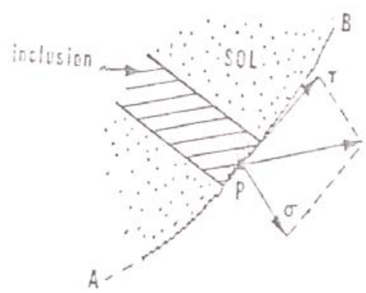


Figure 1-10. Répartition des contraintes (σ,τ) le long de AB.

On est ainsi amené à étudier le problème de stabilité d'un talus constitué d'un sol non homogène, dont les caractéristiques de résistance (c,φ) sont "constante par morceaux" le long de AB. En se restreignant au cas bidimensionnel (problème en "déformation plane" où les inclusions sont des couches), on peut alors montrer que la courbe AB *optimale,* c'est à dire celle pour laquelle l'équilibre du bloc OAB qu'elle délimite dans le massif est le plus "défavorable" (K^M minimal), est formée d'une succession d'*arcs de spirales logarithmiques* de même foyer, et d'angle φ_S ou φ_r selon que la courbe traverse le sol ou l'inclusion (Coussy et Salençon 1979).

Ce résultat classique peut être retrouvé très simplement par dualisation mathématique de l'approche statique précédente à l'aide du *principe des puissances virtuelles.* On considère pour ce faire un champ de vitesse virtuel $\underline{V}$, dans lequel le bloc OAB est animé d'un mouvement de rotation de centre Ω et de vitesse ω, tandis que le reste du massif demeure immobile :$\underline{V}$=0 (figure 1-11), si bien qu la déformation virtuelle du matériau est localisée le long de AB sous forme d'une *discontinuité de vitesse* $\underline{V}$ à son franchissement.

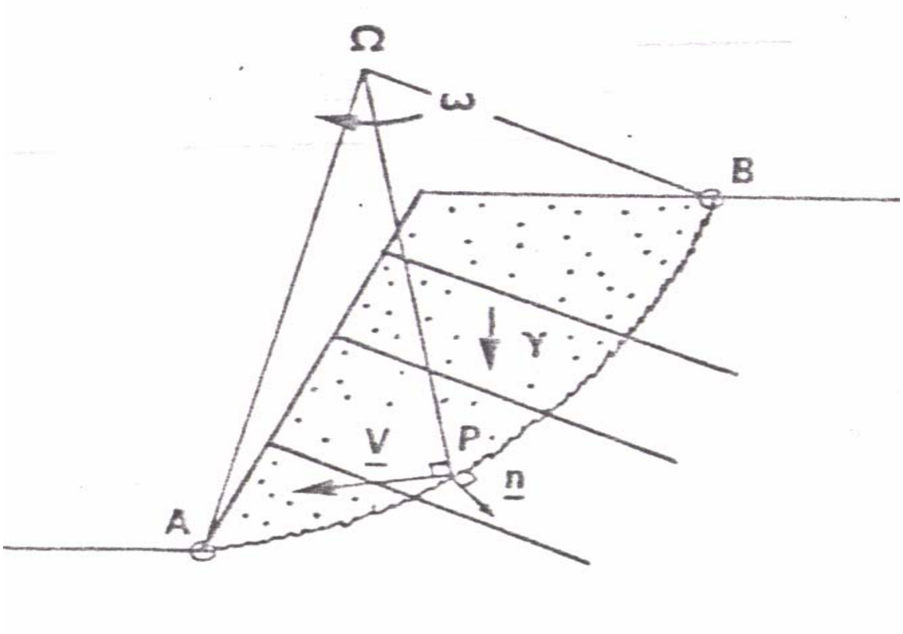


Figure 1- 11 : Approche cinématique avec mécanisme par bloc.

La méthode dite *cinématique* repose alors sur l'inégalité :

$$P(\gamma,\underline{V}) > P(\underline{V}) \qquad (1\text{-}10)$$

qui traduit l'instabilité certaine du bloc OAB et donc celle du talus. Dans cette inégalité, $P(\gamma,\underline{V})$ désigne la puissance virtuelle des forces de pesanteur dans le champ de vitesse $\underline{V}$ correspondant au mécanisme "par bloc" décrite ci-dessus, et $P(\underline{V})$ est une fonctionnelle à valeurs positives du champ de vitesse $\underline{V}$, dont l'expression est (problème bidimensionnel) :

$$P(\underline{V}) = \int_{AB} \pi(\underline{n},\underline{V})dS \qquad (1\text{-}11)$$

avec par définition (Salençon, 1983)

$$\pi(\underline{n},\underline{V}) = \underset{(\sigma,\tau)}{Sup}\left\{\sigma V_n + \tau V_t ; |\tau| \leq c_S - \sigma tg\varphi_S\right\}$$

en tout point du sol (V_n et V_t désignent les composantes normale et tangentielle de la continuité de vitesse $\underline{V}$) et

$$\pi(\underline{n},\underline{V}) = \underset{(\sigma,\tau)}{Sup}\left\{\sigma V_n + \tau V_t ; |\tau| \leq c_r - \sigma tg\varphi_r\right\}$$

en tout point de AB appartenant aux inclusions.

Soit en définitive :

$$\pi(\underline{n},\underline{V}) = \begin{cases} c_s V_n \cot g\varphi_s (resp. c_{r_n} V_n \cot g\varphi_r) si \\ \quad V_n \geq V_t tg\varphi_s (resp. \varphi_r \\ + \infty \sin on \end{cases}$$

Il est alors facile de montrer à partir de ces expressions des fonctions " π ", que , une fois fixés le centre de rotation Ω ainsi que la vitesse ω, la courbe AB qui permet d'obtenir, via l'inégalité *(1-10),* le meilleur majorant K^M de K^*, est telle que la discontinuité de vitesse $\underline{V}$ en un point quelconque est inclinée d'un angle φ_s (ou φ_r) par rapport à la tangente à la courbe en ce même point. Il s'agit donc bien d'une ligne " brisée " constituée à partir du raccordement d'arcs de spirales logarithmiques de foyer Ω et d'angle φ_s ou φ_r. on en conclut donc que, sauf dans le cas où le sol et inclusion sont des milieux purement cohérents ($\varphi_s = \varphi_r = 0$), la discontinuité de vitesse $\underline{V}$ n'est pas tangentielle : ce n'est que par abus de langage que l'on peut parler de " glissement " du bloc OAB le long de la ligne de rupture AB.

1.3.4 Modélisation mixte du sol renforcé.

Nous allons voir que dans ce cas, l'approche précédente est à la fois plus simple à mettre en œuvre et plus délicate à interpréter en raison de l'incertitude concernant le critère de résistance des inclusions à prendre en compte.

Reprenant le raisonnement statique par l'extérieur formulé plus haut, nous pouvons écrire :

$$K \leq K^M$$

$$\Updownarrow \qquad (1\text{-}12)$$

Il existe une répartition des contraintes (σ,τ) vérifiant tout au long de AB la seule condition de résistance du sol *(1-1)*, ainsi qu'un ensemble fini d'efforts généralisés (N_i ,M_i , T_i, …) aux point P_i (i=1 à m) d'intersection de la courbe AB avec les inclusions de renforcement (figure 1-11) tels que :

$$f_r(N_i, M_i, T_i, ...) \leq 0 \qquad \forall i \qquad (1\text{-}13)$$

et $$\underline{R}\left[\underline{W}, (\sigma,\tau), (N_i, M_i, T_i)\right]$$

$$M\lfloor \underline{W},(\sigma,\tau),(N_i,M_i,T_{i)}\rfloor = 0.$$

L'approche cinématique avec mécanisme par bloc est tout à fait analogue à celle décrite au paragraphe précédent dans l'hypothèse du modèle "3D/3D". Elle s'appuie en effet sur la même inégalité *(1-10)* , où seule l'expression de la fonctionnelle P(V) est modifiée comme suit :

$$P(V) = \int_{AB} \pi(\underline{n},\underline{V})ds + \sum_{i=1}^{m} \pi^i(\underline{n}_i,\underline{V}_i) \qquad (1\text{-}14)$$

Le premier terme représente la contribution due au sol, et le second celle relative aux inclusions de renforcement; soit:

$$\pi(\underline{n},\underline{V}) = \begin{cases} c_s V_n \cot g\varphi_s & si \quad V_n \geq V_t tg\varphi_s \\ +\infty \quad \sin on & \end{cases}$$

et $\forall$ i=1 à m,

$$\pi^i(\underline{n}_i,\underline{V}_i) = \sup\left\{ M_i\omega + N_i(\underline{V}_i.\underline{n}_i) + T_i(\underline{V}_i.\underline{t}_i)\overset{(*)}{;}\ f_r(N_i,M_i,T_i) \leq 0 \right\}$$

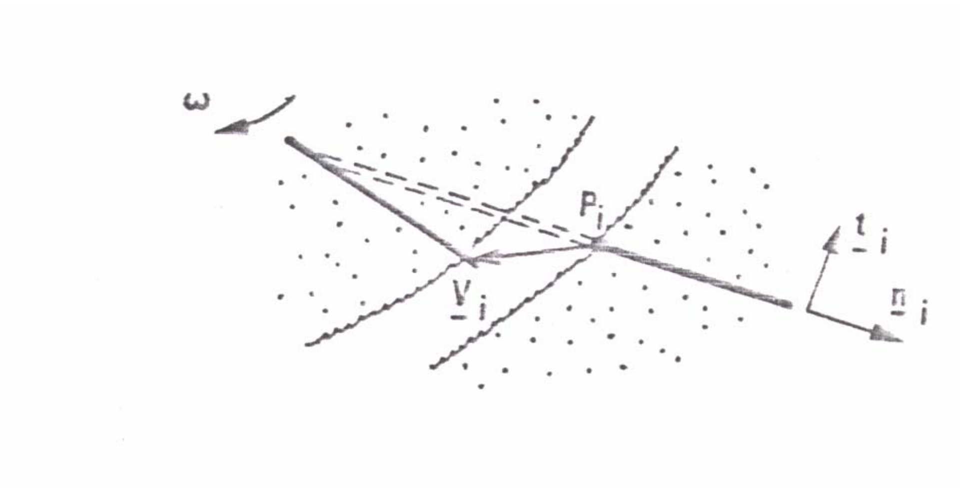


Figure 1-12 :Discontinuités de vitesse de translation ($\underline{V}_i$) et de rotation (ω) au point P_i.

Où $\underline{V}_i$ désigne la discontinuité de vitesse au point P_i et $\underline{n}_i$ le vecteur directeur unitaire de l'inclusion i (avec: ($\underline{n}_i$, $\underline{t}_i$)=+π/2). Le domaine de résistance des inclusions, défini dans le l'espace (N,M,T) par la condition *(1-4)*, est généralement borné. Par suite, les fonctions π^i prennent des valeurs (positives) *finies* quels soitent les valeurs $\underline{V}_i$ et $\underline{n}_i$, et *les mécanismes par bloc qui conduisent à une majoration non triviale de* K^* ($P(\underline{V})$ et donc K^M *bornés*) *sont par conséquent les mêmes que pour le talus non renforcé.*

Si l'on admet par ailleurs que l'augmentation de poids volumique du sol, consécutive au renforcement, est négligeable, la formule *(1-14)* donnant l'expression de $P(\underline{V})$, jointe à l'inégalité *(1-10)* montre, *qu'en se restreignant à des champs de vitesse par bloc, le majorant* K^M *relatif au talus renforcé est supérieur à celui du talus en sol homogène.* Rien n'indique cependant, à ce stade de notre analyse, qu'il en soit également ainsi pour la valeur de K^* elle-même.

En conclusion: l'analyse cinématique " par bloc " est relativement facile à mettre en œuvre dans le cas de la modélisation mixte du sol renforcé, puisque la forme géométrique des surfaces de rupture à considérer est la même que pour le sol homogène. En revanche, c'est là sans doute une contrepartie de ce qui précède, la détermination du critère de résistance des inclusions en contraintes généralisées reste un problème délicat.

(*) Dans le mécanisme " par bloc rigide " considéré, l'inclusion, assimilée à une poutre droite, ne se déforme qu'au point P_i *où elle subit une discontinuité de vitesse en translation* $\underline{V}_i$ *et* T_i *, mais également en rotation (de valeur ω) associée au moment fléchissant* M_i.

1.4 .Etude critique de quelques méthodes usuelles de dimensionnement

Après avoir rappelé les principaux concepts du calcul à la rupture et en avoir précisé la signification sur l'exemple du talus en sol renforcé (critères de résistance des matériaux constitutifs, approche statique par l'extérieur, mécanisme de rupture par blocs), nous allons maintenant effectuer, en nous appuyant sur un tel outil d'analyse, un examen critique des méthodes classiques de dimensionnement à la rupture des ouvrages en sols renforcés. Plutôt que d'entreprendre sur ce sujet une étude exhaustive, ce qui serait long, fastidieux, et tout compte fait de peu d'intérêt, nous avons préféré nous limiter à l'analyse de quatre d'entre elles, qui sont apparues particulièrement représentatives des différents modes de renforcement des sols évoqués dans la première parties de ce chapitre.

1.4.1 Une méthode de calcul des murs en terre armée (Juran et Schlosser, 1979).

1.4.1.1. Principe de la méthode.

elle se fonde sur l'observation des surfaces de rupture qui se produisent dans les ouvrages expérimentaux en vrais grandeur ou en modèles réduits. Celles-ci coïncident généralement avec le lieu des tractions maximales dans le lits d'armatures, qui sépare l'ouvrage en deux zones dites "active" (prés du parement) et " résistante" (figure 1-13). On s'intéresse alors à l'équilibre de la zone " active " soumise à son poids propre, aux tractions maximales N_{max} développés dans les armatures, ainsi qu'aux actions du sol (σ,τ) le long de la ligne de rupture.

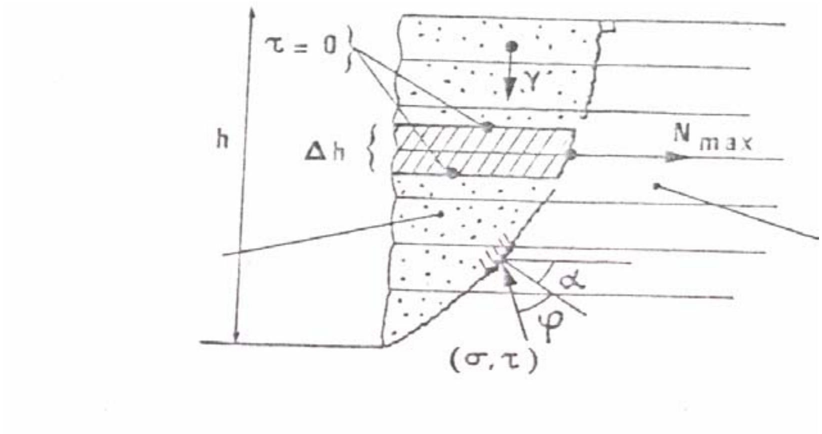


Figure 1-13 : Dimensionnement d'un mur en terre armée par la méthode de la spirale.

La résolution complète d'un tel problème repose sur un certain nombre d'hypothèses:

i) La ligne de rupture est un arc de *spirale logarithmique d'angle* φ (angle de frottement interne), passant par le pied du mur et débouchant perpendiculairement à la surface libre du massif (d'où le non de " méthode de la spirale ").

ii) Les équations d'équilibre (div $\underline{\underline{\sigma}}+\underline{\gamma}=0$) sont vérifiées tout au long de cette ligne, et les contraintes (σ,τ) agissant sur une facette tangente quelconque sont à la limite du critère de résistance du sol, soit $\tau = -\sigma tg\varphi$ (pour un sol purement frottant ;

iii) Enfin sur des plans horizontaux situés à l'équilibre de deux lits d'armatures la contrainte de cisaillement τ est supposée nulle.

De l'hypothèse ii) qui traduit le fait que le sol est en "équilibre limite" le long de la spirale, on tire l'équation de Kötter qui s'écrit:

$$d\sigma / ds + 2\sigma tg\varphi \frac{d\alpha}{ds} + \gamma \cos\varphi \cos(\alpha+\varphi) = 0. \qquad (1\text{-}15)$$

où σ est la contrainte normale, s l'abscisse curviligne et α l'angle fait par la tangente à la spirale avec la verticale. L'intégration de cette équation, compte tenu des conditions aux limites, donne alors la valeur de σ(α) en tout point de la spirale.

De plus l'équilibre d'une tranche horizontale de sol comprise entre deux plans de contrainte tangentielle nulle distants de Δh (hypothèse iii) permet alors de déterminer la valeur de la traction maximale dans chaque lit d'armature :

$$N_{max} = -\int_{s-\frac{\Delta h}{2\cos\alpha}}^{s+\frac{\Delta h}{2\cos\alpha}} \frac{\sigma(\alpha)}{\cos\varphi}(\cos(\alpha+\varphi)ds. \qquad (1\text{-}16)$$

le dimensionnement proprement dit de l'ouvrage s'effectue en considérant que les efforts de traction ainsi calculés doivent être repris par les armatures, et en prenant soin de vérifier les deux critères relatifs à la rupture:

- par cassure des armatures d'un part :

$$N_{max} \leq N_0 \qquad (1\text{-}17)$$

(N_0 : résistance à la traction d'un lit d'armatures par mètre linéaire) ;

- et par défaut d'adhérence entre le sol et les armatures d'autre part:

$$N_{max} \leq -2\int_0^L \sigma_v f dl \quad ; \qquad (1\text{-}18)$$

où L est la longueur d'ancrage du lit d'armatures considéré dans la zone "résistante", f le coefficient de frottement sol/armatures et σ_v la contrainte normale (verticale) appliquée par le sol aux armatures (on adopte généralement σ_v=-γz pour un lit d'armatures situé à la profondeur z dans le massif (figure 1-14).

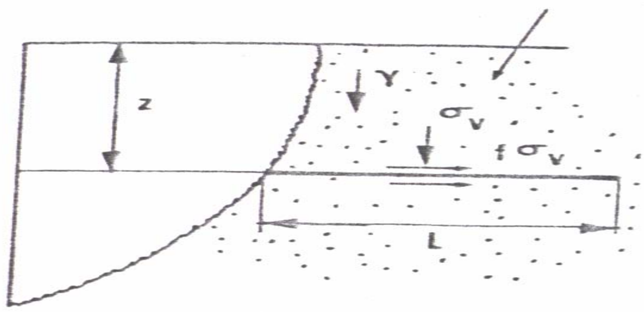


Figure 1-14 : Condition relative à la rupture d'une armature Par défaut d'adhérence.

La combinaison des conditions *(1-17)* et *(1-18)* permet alors de déterminer la *hauteur critique* h_c d'un mur renforcé par une densité donnée d'armature.

1.4.2 Analyse et commentaires.

Reprenons chacune des hypothèses précédentes afin de tenter d'en dégager la signification du point de vue de la théorie du calcul à la rupture :

* *hypothèse* i) : on peut considérer que la zone " active " délimitée dans le massif par la spirale en question constitue un bloc dont on étudie les conditions d'équilibre. Mais pourquoi se limiter alors à cette spirale particulièrement ?

* *hypothèse ii) :* cette hypothèse nous éloigne d'un raisonnement de calcul à la rupture. En effet, le fait de supposer que le sol est en "équilibre limite" tout au long de la spirale n'équivaut nullement à une *approche statique par l'extérieur* dont nous avons rappelé le principe en §1-3. Cette dernière reviendrait dans le cas d'espèce, à écrire l'équilibre *global* de la zone "active" sous l'action de son poids propre et de la répartition des contraintes (σ,τ) , dont rien ne prouve qu'elles doivent vérifier le critère de Coulomb sous forme d'*égalité*.

* *La troisième hypothèse iii)* rappelle d'une certaine manière la "méthode des tranches" bien connue des mécaniciens des sols qui traitent des problèmes de stabilité de pentes. La zone "active" est fictivement découpée en blocs horizontaux, incluant chacun un lit d'armatures, et l'on cherche à déterminer les efforts de traction que ces dernières doivent exercer afin d'assurer l'équilibre en projection horizontale de chacune des tranches. L'introduction de l'hypothèse de cisaillement nul sur les plans de séparation entre tranches, permet alors de poursuivre le calcul jusqu'à son terme. Ainsi que Coussy et Salençon (1979) l'on bien montré, ce genre d'hypothèse, fixant a priori la forme des distributions des contraintes (σ,τ) sur le bord des tranches, rend impossible l'interprétation des résultats obtenus du point de vue de calcul à la rupture.

Au-delà de ces interrogations, une question de fond demeure posée, qui touche à la logique même de la démarche suivie. En effet, tant le calcul de la répartition des contraintes normales $\sigma(\alpha)$ le long de la spirale, que celui des efforts de traction N_{max} à travers l'équation *(3.2)*, *font totalement abstraction de la présence des armatures au sein du massif de sol,*.l'équation différentielle de Kötter en particulier n'est valable qu'en supposant le sol en équilibre limite sur toute portion de la spirale comprise entre deux lits successifs d'armatures, mais son intégration tout au long de la spirale n'est possible qu'en admettant que la fonction $\sigma(\alpha)$ est partout continue, y compris *aux points d'intersection avec les armatures.* Cette condition, on le voit, n'a rien d'une évidence, sauf à supposer précisément qu'il n'y pas d'armature.

En conclusion, la conjonction des hypothèses faites dans le cadre de cette méthode de calcul, sans qu'il soit possible d'en restituer véritablement la cohérence d'ensemble, fait qu'il est assez difficile de situer a priori le résultat obtenu, c'est-à-dire la hauteur critique h_c du mur, par rapport à la hauteur limite théorique h^* que donne le calcul à la rupture. Cela tient en définitive au caractère *semi-empirique* de la méthode, mêlant à la fois des considérations d'ordre théorique et d'autres tirées de l'observation expérimentale.

1.4.3 Clouage des sols : La méthode de TALREN (Blondeau et Col, 1984)

1.4.3.1 Description de la méthode.

Le dimensionnement d'un mur cloué par cette méthode consiste à étudier la stabilité de l'ouvrage vis-à vis d'une surface de rupture potentielle (plan, circulaire ou non: figure 1-15), en prenant en compte le caractère *composite* des efforts résistants mobilisés respectivement dans le sol et les inclusions.

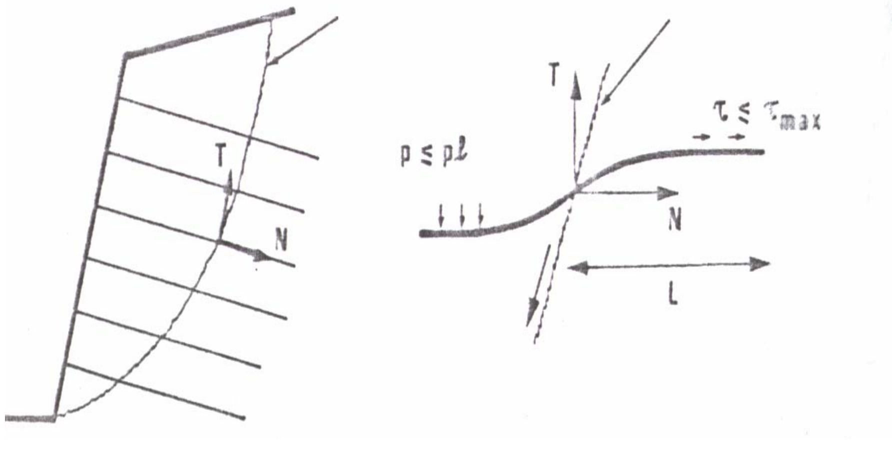


Figure 1-15 : Principe de la méthode de calcul TALREN.

Les critères de rupture à considérer sont au nombre de quatre :

- Critère de résistance du sol exprimé en terme de résistance au cisaillement le long de la surface de rupture :

$$|\tau| \leq c_s - \sigma tg\varphi_s$$

- Celui du matériau métallique qui constitue les inclusions, soit : $|\tau| \leq k$, où k et la contrainte limite de cisaillement (critère de Trésca) ;

- Critère Relatif à l*'interaction de frottement* sol/inclusion : $|\tau| \leq \tau_f$, où τ désigne la contrainte de cisaillement exercée par le sol sur la surface latérale de l'inclusion.

- Celui concernant l*'interaction normale sol/inclusion*. La pression p exercée latéralement par le sol sur l'inclusion ne peut excéder le pression limite du sol, mesurée au pressiomètre, sous peine de provoquer la rupture en butée du sol autour de l'inclusion : $p \leq pl$.

L'originalité de la méthode réside dans la formulation d'un critère *global* "sol-inclusion" qui combine les trois derniers critères précédemment cités, et que l'on exprime en fonction des variables généralisées: N: (effort normal), T(effort tranchant).

a) La prise en compte du 2ème *critère(* $|\tau| \leq k$ *)* conduit à la condition classique d'interaction :

$$(N / N_0)^2 + (T / T_0)^2 \leq 1 \qquad \textit{(1-19)}$$

où N_0 et T_0=N_0/2 désignent les résistances en traction et à l'effort tranchant des inclusions.

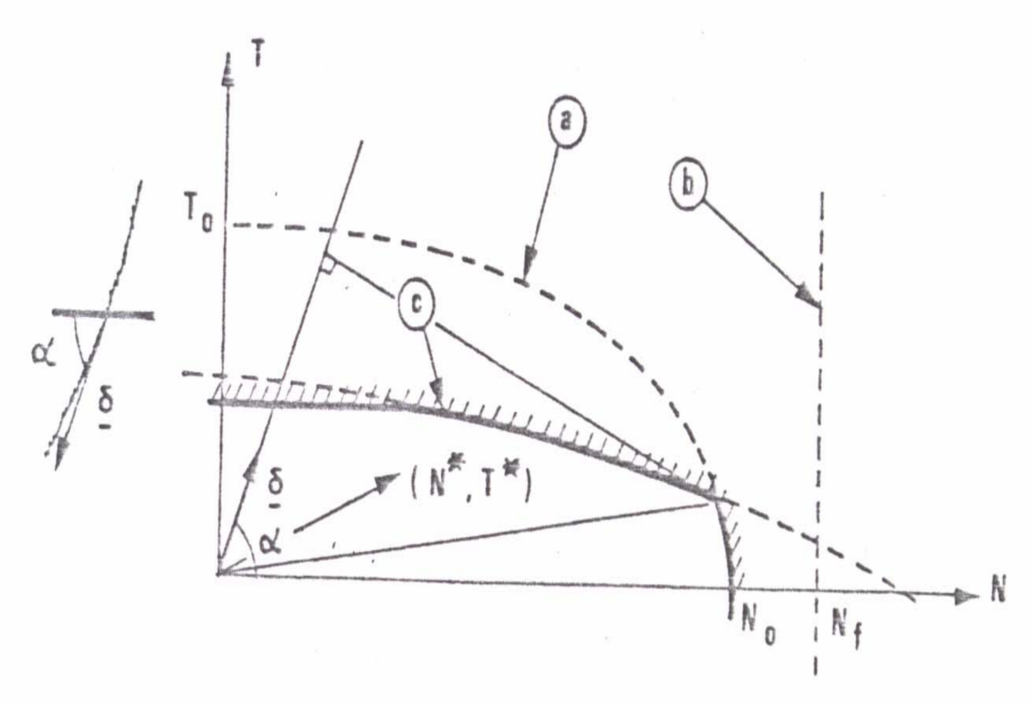
b) Le *critère* n°3 ($|\tau| \leq \tau_f$) induit une limitation portant sur la valeur de l'effort normal à l'endroit où la surface de rupture coupe l'inclusion :

$$N \leq N_f = \pi D L \tau_f \qquad \textit{(1-20)}$$

où D est le diamètre de l'inclusion, L sa longueur d'ancrage à l'arrière de la surface de rupture et N_f sa résistance à l'arrachement.

c) La dernière condition portant sur les efforts (N,T), relative à l'*interaction normale sol/inclusion* est plus complexe à écrire. Pour plus de détails nous renvoyons à (Blondeau et Col.,1984). Signalons simplement que l'analyse est faite en se référent au problème classique du pieu sollicité latéralement en tête, et en considérant que la rupture de l'ensemble sol-inclusion peut avoir lieu soit par "plastification" du sol ($p=pl$) soit plastification préalable en flexion de l'inclusion.

On obtient ainsi dans le plan (N,T) une courbe globale qui limite les efforts admissibles dans l'inclusion en tenant compte de ses interactions avec le sol ambiant (figure 1-16)



a) critère (3.5) ; b) interaction de frottement latérale ;
c) interaction normale
Figure 1-16 : Critère globale relatif à la rupture sol/inclusion.

Pour connaître alors les efforts (N,T) effectivement mobilisés dans chaque inclusion et qu'on doit prendre en compte dans l'équilibre de la zone délimitée par la surface de rupture, on applique le " principe du travail maximal " pour un déplacement du sol $\underline{\delta}$ tangent à la surface de rupture et incliné d'un angle α par rapport à la direction de l'inclusion. Ces efforts sont définis par la condition :

$$(N - N^*)\cos\alpha + (T - T^*)\sin\alpha \geq 0 \qquad \textit{(1-21)}$$

qui doit être vérifiée pour tout couple d'efforts (N^*, T^*) admissible du point de vue du critère global (figure 1-16).

1.4.4. Commentaires.

La démarche générale de la méthode de calcul que nous venons d'exposer ressortit très exactement à l'*approche statique par l'extérieur* du calcul à la rupture, dans l'hypothèse où les inclusions de renforcement sont modélisées selon la théorie des poutres (voir § 1-.3 modélisation mixte du sol renforcé). Mais au lieu que le critère de résistance de ces dernières soit donné à priori sous la forme *(1-13)* , il est déterminé grâce à un certain nombre de considération intuitives, en tenant compte non seulement des inclusions elles-mêmes (critère *(1-5)*) , mais également de la manière dont elles interagissent avec leur environnement. Deux points sont à noter en particulier :

- la condition d'adhérence sol/inclusion intervient très directement dans l'expression d'un tel critère sous la forme d'une limitation de l'effort normale (inégalité *(1-6)*). Il s'ensuit que le critère global des inclusions est fonction de la longueur d'ancrage de ces dernières. Ce n'est donc pas à proprement parler un critère de nature *locale.*

- pour pouvoir modéliser convenablement l'interaction normale sol/inclusion, il est nécessaire d'introduire la pression limite du sol, notion qui n'a pas de lien direct avec son critère de résistance proprement dit et qu'il est difficile d'interpréter dans le cadre de la théorie du calcul à la rupture.

En adoptant maintenant le point de vue cinématique, l'interprétation de la méthode est immédiate : on obtient un majorant du facteur de stabilité de l'ouvrage, en comparant, pour un mouvement virtuel de rotation donné du bloc délimité par la surface de rupture, la puissance des forces de pesanteur à la fonctionnelle P($\underline{v}$) définie par *(1-14)*. Afin que cette dernière quantité demeure bornée, et que donc la majoration correspondante ne soit pas triviale, nous avons vu qu'il fallait que la discontinuité de vitesse engendrée par le mouvement du bloc fasse avec la surface de rupture un angle au moins égale à φ, angle de frottement interne du sol. Exception faite pour un sol purement cohérent (φ=0), le " déplacement " (virtuel) $\underline{\delta}$ auquel la méthode fait allusion, ne peut donc, en règle générale être *tangentiel* à la surface de rupture. A cette réserve prés (qui n'en est pas moins capitale !), le « principe du travail maximal » évoqué n'est autre que la dualisation par la discontinuité de vitesse le long de la ligne de rupture, du critère global sol/inclusion représenté dans le plan (N,T).

En effet, en désigne par β(≥φ) l'angle que fait la discontinuité de vitesse $\underline{V}$ avec la tangente à la ligne de rupture (figure 1-19), on a par définition, pour chaque inclusion :

$$\pi(\underline{n},\underline{v})=\sup_{(N,T)}\left\{N\left|\underline{V}\right|\cos(\alpha-\beta)+T\left|\underline{V}\right|\sin(\alpha-\beta);(\mathrm{N,T})\ \mathrm{l}\right\}$$

Vérifiant le critère global

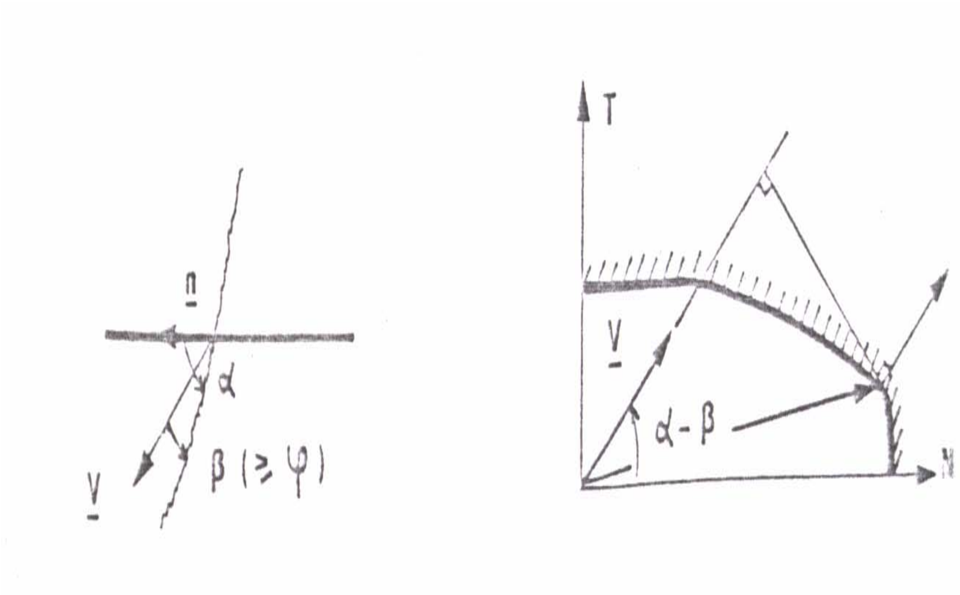


Figure 1-17: Dualisation du critère global par les vitesses.

d'où: $\forall(N^*, T^*)$ vérifiant le critère:

$$\pi(\underline{n},\underline{V}) = N^*|\underline{V}|\cos(\alpha-\beta) - T^*|\underline{V}|\sin(\alpha-\beta) \;;$$

et, si l'on pose :

$$\pi(\underline{n},\underline{V}) = N|\underline{V}\cos(\alpha-\beta) + T|\underline{V}||son(\alpha-\beta) \;,$$

alors :

$\forall(N^*, T^*)$ respectant le critère :

$$(N - N^*)\cos(\alpha-\beta) + (T \quad - T^*)\sin(\alpha-\beta) \geq 0.$$

- *Remarque :*Signalons au passage que le "principe du travail maximal" ne permet pas toujours de déterminer de façon unique les efforts (N,T) mobilisés. Il en est ainsi par exemple pour une discontinuité de vitesse normale à la direction de l'inclusion (α ou $\alpha-\beta=\pi/2$: figure 1-18)*

* *Cela correspond au fait que la frontière du critère à cet endroit, est un segment de droite parallèle à l'axe des N*

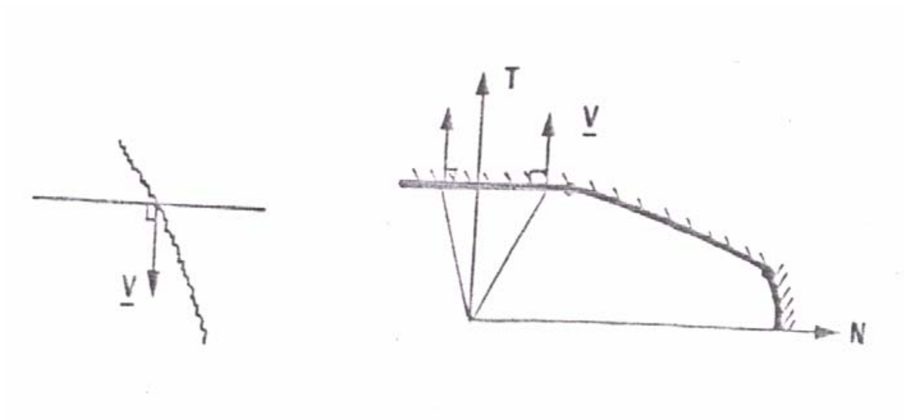


Figure 1-18: Non unicité du couple d'effort (N,T)mobilisés.

1.5 Analyse de stabilité d'ouvrage renforcé par géotextiles

On sait qu'une des particularités de ce type de renforcement est que , à la différence de la terre armée par exemple, les capacités de résistance des éléments géotextiles introduits dans le sol ne sont pleinement mobilisées qu'au terme d'une phase où ils ont subi des déformations importantes pouvant conduire à des changements de géométrie de l'ouvrage. Il semblerait donc que, pour dimensionner de tels ouvrages, l'on soit contraint d'abandonner l'idée même de calcul à la rupture qui consiste précisément à raisonner à *géométrie donnée* (c'est à dire qu'en pratique les matériaux constitutifs atteignent leurs limites de résistance dans le domaine des petites déformations). Nous allons voir que tel n'est pas tout à fait le cas.

Il ne saurait bien évidemment être question d'élaborer ici une quelconque "théorie du calcul à la rupture en grands déplacements " (à supposer même que cette notion ait un sens) , mais plus modestement d'examiner à propos de l'exemple d'une pente renforcée par géotextiles (Leshchinsky et Reinshmidet, 1985) et moyennant quelques considérations intuitives, la possibilité d'appliquer tout de même ce mode de raisonnement.

La pente en question est constituée d'un sol homogène pesant, renforcé par un certain nombre de nappes géotextiles disposées horizontalement (figure 1-19).

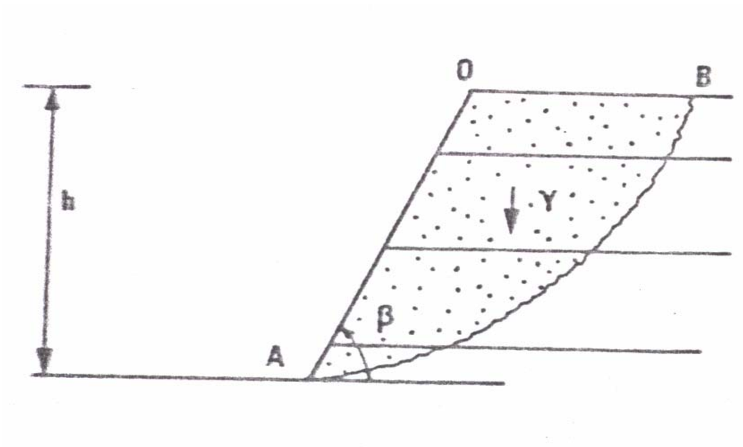


Figure 1-19: renforcement d'une pente par nappes géotextiles.

Leshchinsky et Reinshmidt procèdent à l'analyse de stabilité de cette pente en s'appuyant sur des arguments que nous pouvons expliciter comme suit.

- Les nappes de renforcement géotextiles ne peuvent reprendre que des efforts de type" membranaire" ; on désigne par N_0 leur résistance à la traction par unité de longueur dans leur plan. Cette hypothèse et d'ailleurs identique à celle couramment admise pour la terre armée.

- On suppose que la ruine de l'ouvrage se manifeste par l'apparition au sein du massif de sol des déformations localisées dans une zone de faible épaisseur. Cette zone peut à l'échelle de l'ouvrage être assimilée à une surface de rupture séparant le bloc en mouvement qu'elle délimite du reste du massif (figure 1-20). Le raisonnement est alors le suivant : les membranes géotextiles, en raison de leurs très grandes souplesse en flexion et de leur déformabilité importante en extension, tendent à "épouser" les mouvement du sol dans la zone et donc s'orienter parallèlement au déplacement du bloc à cet endroit jusqu'à mobilisation complète de leur résistance en traction. Ce genre de considération qui se fonde en partie sur l'observation expérimentale des mécanismes d'interaction sol/géotextiles, est d'ailleurs exprimé en des termes voisins par d'autre auteurs (Moust Jacobsen 1985), (Delmas et Col 1985).

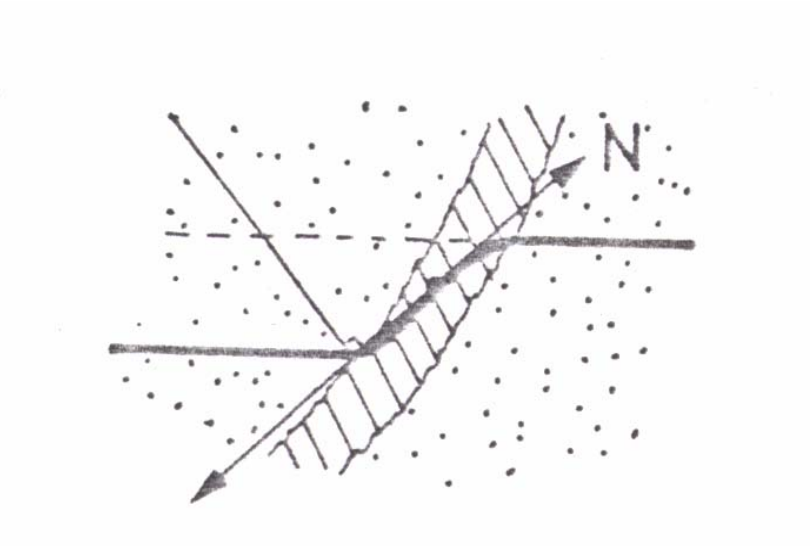


Figure 1-20 : Zone de localisation des déformations au sein de l'ouvrage.

L'approche statique par l'extérieur de la stabilité de l'ouvrage est ensuite mise en œuvre à partir de l'écriture des conditions d'équilibre du bloc dans sa configuration déformée, c'est à dire en tenant compte du "décrochement" des nappes au franchissement de la surface de rupture. Conformément à ce qui a été dit plus haut, cela revient alors à admettre que chacune des membranes exerce sur le bloc un effort de traction N de sens opposé au déplacement de ce dernier (figure 1-20).

L'approche cinématique par blocs correspondant (voir §1-3-2) doit être modifiée en conséquence. Il suffit d'adopter pour chacune des membranes une fonction π définie par (figure 1-21):

$$\pi(\underline{n},\underline{V}) = \sup\{N|\underline{V}|; o \leq N \leq N_0\} = N_0|\underline{V}|^{(*)}$$

alors que dans le cas de la terre armée, cette même fonction s'écrit :

$$\pi(\underline{n},\underline{V}) = N_0|\underline{V}.\underline{n}| \leq N_0|\underline{V}|$$

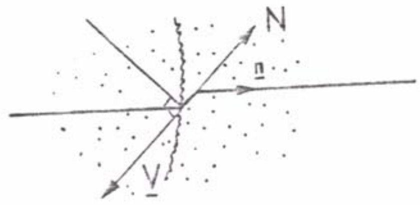


Figure 1-21 .

Cette dernière inégalité semblerait donc prouver que, toutes choses étant égales par ailleurs, notamment le paramètre de résistance N_0 , et en se restreignant à des mécanismes de rupture par blocs, le renforcement par géotextiles améliore plus la stabilité des ouvrages que la terre armée.

CHAPITRE II

METHODE D'HOMOGÈNÈSATION EN CALCUL A LA RUPTURE

2-1 Principe

Un problème de calcul à la rupture pour un matériau constitutif de l'ouvrage prenant une périodicité dans l'espace, est qualifié de périodique. Soient ε un paramètre réel positif quelconque et εA un volume cubique représentatif de la terre armée, de côté égal à l'espacement de deux lits de renforts figure (2-1). le sol renforcé constituant l'ouvrage considéré est un milieu périodique dans l'espace de période εA appelée cellule de base du milieu ; ε est le facteur d'échelle. L'analyse de la stabilité d'un ouvrage en sol renforcé par le calcul de la rupture est alors un problème périodique dont nous désignons par $K^{\in}$ le domaine des chargements potentiellement supportables par l'ouvrage.

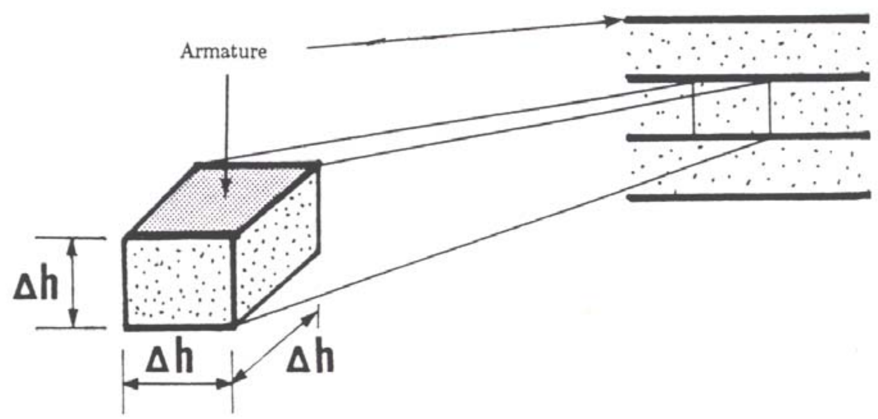


Figure 2-1 *Cellule de base du sol renforcé.*

Pour déterminer le domaine $K^{\in}$, on suppose que lorsque le facteur d'échelle ε tend vers zéro, ce qui correspond en pratique pour les sols renforcés à un espacement ΔH

des lits de renforcement petit devant les dimensions de l'ouvrage, on postule $K^{\in}$ tend ver le domaine asymptotique K^0 (postulat de convergence, de Buhan,1986) :

$$K^0 = \lim_{\varepsilon \to 0} K^{\in}$$

La détermination directe du domaine K^0 est complexe, aussi nous amoindrissons notablement les difficultés si par moyen à justifier nous pouvons substituer au milieu hétérogène périodique un milieu homogène équivalent, qui reste à définir. C'est l'objet de toute méthode d'homogénéisation. La théorie de l'homogénéisation des milieux périodiques connaît un certain succès en mécanique où elle permet de modéliser des lois de comportement macroscopiques pour les matériaux composites (léné 1984). Par ailleurs le calcul à la rupture s'appuie sur la notion de critère qui limite les états des contraintes. Dés lors, homogénéiser un problème de calcul à la rupture périodique devient relativement plus simple que d'approcher la loi de comportement macroscopique du milieu périodique. En effet, le but de la méthode d'homogénéisation sera de construire par voie théorique le critère de résistance macroscopique G^{hom}. A cette fin, on introduit les notions d'ouvrage homogène associé et de problème homogène associé (sous-entendu à l'ouvrage réel en matériau périodique et au problème de calcul à la rupture initial respectivement) et on désigne par K^{hom} le domaine de stabilité potentielle de l'ouvrage homogène associé.

Le domaine de résistance macroscopique G^{hom} caractérise en tout point de l'ouvrage homogène associé les capacités de résistance de son matériau constitutif en limitant les états de contraintes macroscopiques. Sa construction s'effectue par un processus de changement d'échelle consistant à résoudre un problème de calcul à la rupture posé sur la cellule de base considérée comme une structure. Il est intuitif que le critère de résistance macroscopique dépendra des capacités de résistance des différents matériaux composent le sol renforcé (sans omettre l'interface de contact) ainsi que leurs proportions volumiques relatives. La détermination du domaine de stabilité K^{hom} est alors un problème de calcul à la rupture.

2.2 Les limites de la méthode d'homogénéisation.

La validation théorique de la méthode d'homogénéisation découle d'un résultat énoncé par Suquet (1983) dans le cas où l'ouvrage est soumis à un seul paramètre de chargement et par Buhan (1986) dans le cas général. Ce résultat se traduit par la relation d'inclusion entre les deux domaines de stabilité K^0 et K^{hom} :

$$K^0 \subseteq K^{hom}$$

On établit ainsi une équivalence partielle entre le problème réel et le problème homogène associé. Toutefois, il y aurait équivalence entre les deux problèmes aux effets de bord prés (suquet 1987) . nous verrons la manifestation de ces effets de bord lors de l'étude de la stabilité par homogénéisation d'un mur de soutènement en sol renforcé.

Pour le domaine de stabilité asymptotique K^0 par passage à la limite, le facteur d'échelle $\in$ tend vers zéro. Pour les problèmes pratiques ceci n'a pas lieu et on parle alors de l'effet d'échelle. La méthode d'homogénéisation, par principe, ne tient pas compte de cet effet d'échelle.

2.2.1 Cas du matériau multicouche.

Parmi les milieux périodiques figurent les matériaux multicouches pour lesquels les capacités de résistance présentent une périodicité le long d'une seule couche direction de l'espace (suivant la direction OY). Le modèle multicouche est tout à fait représentatif de la terre armée où le sol est renforcé par des lits parallèles de renforcements. Tous les développements qui vont suivre sont possibles grâce au modèle multicouche qui présente plusieurs avantages :

a) la théorie d'homogénéisation conduit alors à une définition fort simple du critère de résistance macroscopique du matériau multicouche,

b) les problèmes d'analyse de stabilité d'ouvrages sont posés, et sont étudiés dans le cadre du calcul à la rupture en " déformation plane", ce qui permet une construction géométrique simple dans l'espace des contraintes bidimensionnelles du domaine de résistance macroscopique G^{hom} ,

c) il est possible pour certains problèmes de calcul à la rupture d'accéder à une solution analytique et d'étudier l'incidence des conditions de rupture de l'interface de contact entre les constitutions sur le domaine de résistance macroscopique du matériau multicouche.

2.3 Homogénéisation du sol renforcé.

Le modèle du matériau renforcé (par armatures, par fils ou par géotextile….) correspond à la configuration d'un matériau multicouche pour lequel le matériau de renforcement, admet une épaisseur voisine de zéro tout en présentant des capacités de résistance infiniment plus grandes que celle du matériau non renforcé (le sol). En outre, elles peuvent supporter des efforts de traction importants alors que la résistance en traction du sol, qui est pulvérulent, est nulle.

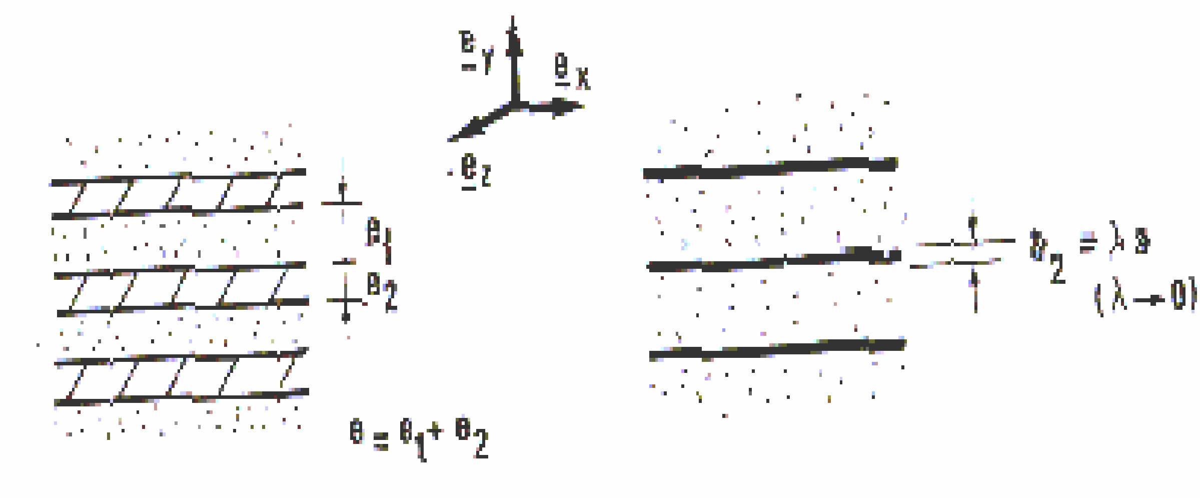


Figure 2-2 *Matériau multicouche.*

Avant de passer à la construction et à l'étude des propriétés du domaine de résistance macroscopique G^{hom} nous illustrons la démarche de la méthode d'homogénéisation sur l'exemple de la structure en sol renforcé représentée sur la figure(2-2). Cette structure est soumise à un mode de chargement $\underline{F}$ dépendant de n paramètres. Nous désignons par G_s , G_a , g respectivement les domaines de résistance du sol, du matériau constitutif de renforcement et de l'interface sol-renforcement. La méthode d'homogénéisation fait correspondre à la structure hétérogène la structure homogène associée ainsi définie :

a) sa géométrie et son mode de chargement sont identiques à ceux de la structure hétérogène initiale,

b) son matériau constitutif est homogène à l’échelle macroscopique de la structure : il s’agit d’un matériau de poids volumique γ proche de celui du sol en raison de la faible proportion volumique du matériau de renforcement, et dont les capacités de résistance sont définies en tout point de la structure par la donnée d’un domaine G^{hom} indépendant du point considéré.

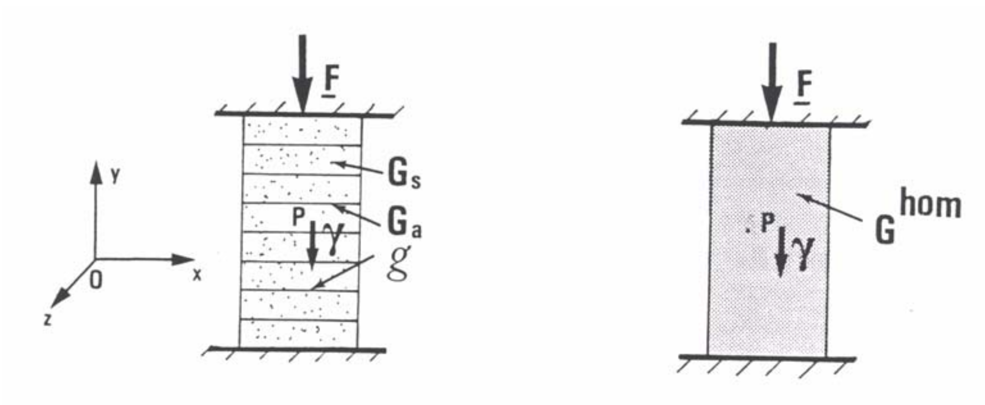


Figure 2-3 *Principe de la méthode d’homogénéisation*

La méthode d’homogénéisation substitue alors au problème de calcul à la rupture initial (le problème réel) le problème homogène associé suivant :

Déterminer l’ensemble K^{hom} des chargements potentiellement supportables par la structure homogène associée sous les conditions indiquées.

K^{hom} est alors défini par :

$$K^{hom} \left\{ \begin{array}{l} \underline{F} \;\; | \; \underline{\underline{\Sigma}} \;\; \text{statiquement admissible} \;\; \underline{F} \\ \\ \text{et} \;\; \underline{\underline{\Sigma}} \in G^{hom} \;\; \text{en tout point de la structure} \end{array} \right\} \qquad (2\text{-}1)$$

2.4 Critère de résistance macroscopique bidimensionnel

2.4.1 rappels et notation

De nombreux problèmes d'étude de stabilité d'ouvrage en mécanique des sols se ramènent, vu les particularités de la géométrie (ouvrages de grandes dimensions longitudinales), du chargement et des conditions aux limites, à des problèmes de calcul à la rupture en "déformation planes". Il en est ainsi des deux problèmes d'analyse de stabilité qui seront abordés par la suite, pour les problèmes de glissement de terrain ou de murs de soutènement..) qui sont caractérisés par un critère de rupture bidimensionnels. Dans ce qui suit nous nous plaçons dans un milieu continu bidimensionnel repéré dans les axes Ox et Oy dont les vecteurs unitaires sont respéctivement $\underline{e}_x$ et $\underline{e}_y$. l'espace $\Re^3$ des états de contraintes bidimensionnels est rapporté dans les systèmes d'axes (Σ_{xx} , Σ_{yy} , $\sqrt{2}\,\Sigma_{xy}$).

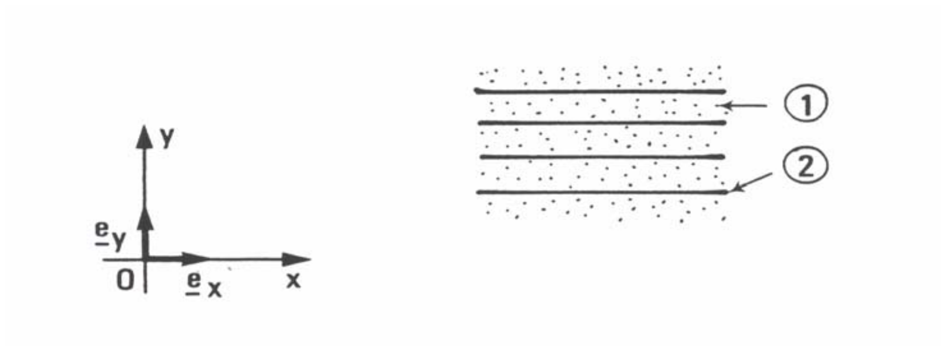


Figure2-4 *Modélisation bidimensionnelle des sols renforcés*

Le sol renforcé est composée :

a) d'un sol homogène frottant sans cohésion

b) de lits de renforcement disposés régulièrement et parallèlement à la direction Ox ; nous désignons par $-\sigma_0$ (resp.$\zeta\sigma_0$) sa résistance en traction (resp en compression) rapportée à l'unité d'épaisseur selon O_y. (σ_0 a la dimension d'une contrainte.)

c) du point de vue calcul à la rupture il convient de prendre en compte le troisième matériau qu'est l'interface de contact entre le sol et le renforcement.

- Critère de résistance des matériaux composant les sols renforcés :

* Le sol : les capacités de résistance du sol sont définies en tout point de celui-ci par la donnée dans l'espace $\Re^3$ des contraintes bidimensionnelles du domaine convexe G_s caractérisé par :

$$\underline{\underline{\sigma}} \in G_s \Leftrightarrow \sqrt{\frac{(\sigma_{yy}-\sigma_{xx})^2}{4}+\sigma_{xy}{}^2}-\frac{1}{2}(\sigma_{xx}+\sigma_{yy})\sin\phi \leq 0 \qquad (2\text{-}2)$$

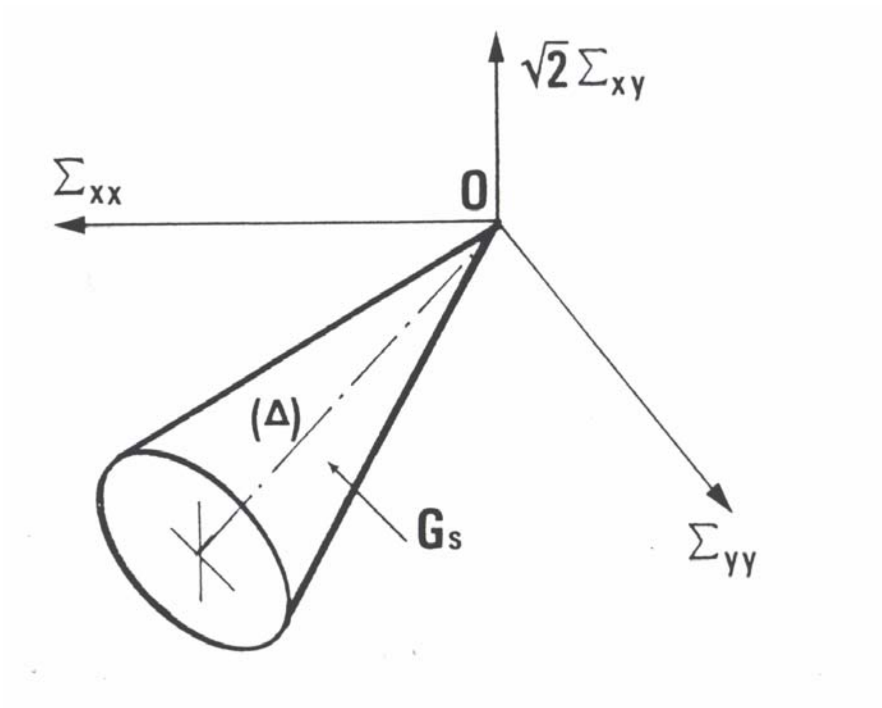


Figure 2-5 *Le domaine de résistance G_S du sol non renforcé*

* les renforcements : la condition de résistance s'écrit :

$$-\sigma_0 \leq \sigma \leq \zeta\sigma$$

où σ est la contrainte de traction subie par le renforcement.

* l'interface sol-renforcement : la condition de frottement régissant le comportement à la rupture de l'interface de contact sol-renforcement, porte sur le vecteur contrainte $\underline{T}$ ($\underline{\zeta}$, $\underline{e}_y$) agissant au point $\underline{\zeta}$ de l'interface figure (2-6). Nous supposons, pour simplifier, que l'interface est homogène et isotrope ; ce qui signifie que le domaine convexe g de l'espace $\Re^2$ définissant les capacités de résistance propres à l'interface est indépendant du point $\underline{\zeta}$ considéré. Cela signifie que dans le plan (σ,τ) où $\sigma = T_y$ est la contrainte normale qui s'exerce à l'interface et $\tau = T_x$ la contrainte tangentielle, le domaine g est symétrique par rapport à l'axe des σ figure(2-6b).

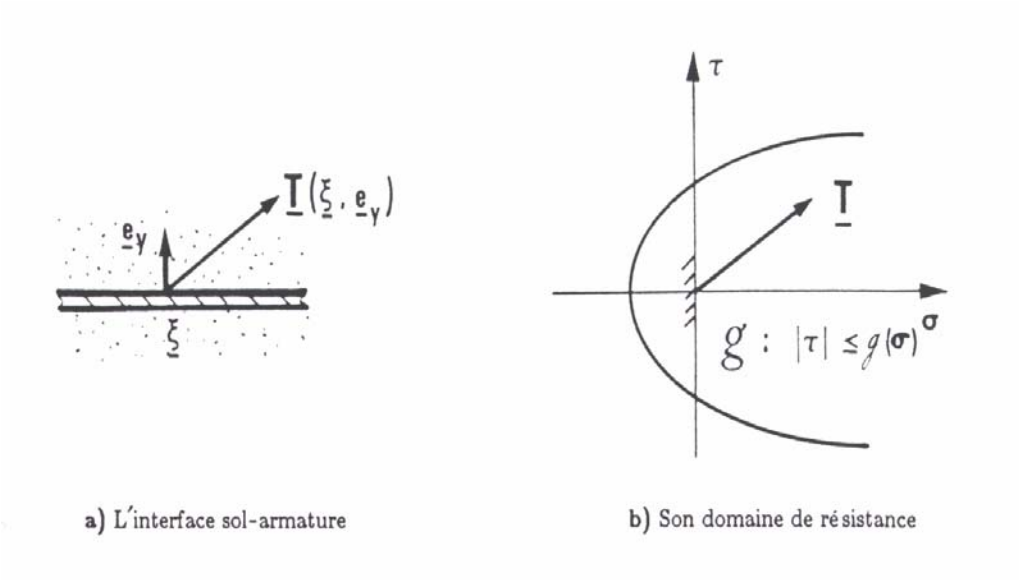


Figure 2-6 *Interface sol- renforcement et modélisation de ses capacités de résistance*

Si $\underline{\underline{\Sigma}}$ est le tenseur des contraintes régnant au point $\underline{\zeta}$ de l'interface, $\underline{T}$ ($\underline{\zeta}$, $\underline{e}_y$) est alors donné par :

$$\underline{T}(\underline{\zeta}\ ,\ \underline{e}_y)=\underline{\underline{\Sigma}}\ \underline{e}_y=\underline{\underline{\Sigma}}_{xy}\underline{e}_x+\underline{\underline{\Sigma}}_{yy}\underline{e}_y$$

Ainsi pour l'interface nous avons : $\sigma = \underline{\underline{\Sigma}}_{yy}$ *et* $\tau = -\Sigma_{xy}$

La convexité et l'isotropie du domaine g implique que la condition de résistance de l'interface peut se mettre sous la forme :

$$\underline{T}(\underline{\varsigma}, \underline{e}_y) \in g \Leftrightarrow |\Sigma_{xy}| \leq g(\Sigma_{yy})$$

2.4.2 Définition du critère de résistance macroscopique.

De Buhan (1986), partant du fait que les inclusions présentes dans un sol renforcé sont faibles en quantité tout en possédant certaines capacités de résistance mécanique beaucoup plus grandes que celles du sol environnant, a donné la définition générale du domaine de résistance macroscopique $G_{\text{int}}^{\text{hom}}$ du sol renforcé par inclusion. L'approche par homogénéisation conduit à la définition suivante du domaine de résistance $G_{\text{int}}^{\text{hom}}$:

$$\underline{\underline{\Sigma}} \in G_{\text{int}}^{\text{hom}} \Leftrightarrow \underline{\underline{\Sigma}} \in G^{\text{hom}} \cap G_{\text{int}}$$

$$\text{avec} \quad \underline{\underline{\Sigma}} \in G^{\text{hom}} \Leftrightarrow \begin{cases} \underline{\underline{\Sigma}} = \underline{\underline{\sigma}}_s + \sigma \underline{e}_x \oplus \underline{e}_y \\ \underline{\underline{\sigma}}_s \in G_s \\ -\sigma \leq \sigma \leq \varsigma\sigma \end{cases} \tag{2-4}$$

$$\text{et} \quad \underline{\underline{\Sigma}} \in G_{\text{int}} \Leftrightarrow |\Sigma_{xy}| \leq g\,(\Sigma_{yy})$$

L'interprétation de la définition précédente du point de vue de critère d'interface est immédiate : s'il ne peut y avoir de glissement à l'interface c'est à dire si celle-ci est infiniment résistante, auquel cas le domaine G_{int} est l'espace $\Re^3$ tout entier (ou encore de manière équivalente est l'espace $\Re^2$), alors le domaine G_{int}^{hom} s'identifie à G^{hom} .

La méthode d'homogénéisation définit G_{int}^{hom} comme un domaine qui s'exprime de manière relativement simple en fonction des capacités de résistance de chacun des matériaux composant le sol renforcé. En particulier, la prise en compte dans la formulation du critère de résistance macroscopique d'une condition de frottement à l'interface sol-inclusion est facile à partir de la connaissance du domaine G^{hom} qui correspond à l'adhérence parfaite.

2.4.3 Domaine de résistance macroscopique.

Un cas particulier du domaine de résistance macroscopique G_{int}^{hom} est celui où :

a) la résistance en compression des renforcements est nulle,

b) l'adhérence sol-renforcement est du type " adhérence maximale" ; la rupture de la terre armée par défaut d'adhérence est donc exclue.

2.4.3.1 Définition statique.

Le domaine de résistance macroscopique est alors défini par :

$$\text{avec} \quad \underline{\underline{\Sigma}} \in G^{hom} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \underline{\underline{\Sigma}} = \underline{\underline{\sigma}}_s + \sigma \underline{e}_x \oplus \underline{e}_y \\ \underline{\underline{\sigma}}_s \in G_s \quad \text{et} \quad -\sigma \leq \sigma \leq \varsigma\sigma \end{array} \right. \qquad (2\text{-}5)$$

Dégageons quelques propriétés du domaine G^{hom} avant de le représenter géométriquement dans l'espace $\Re^3$ des contraintes bidimensionnelles.

a) G^{hom} est un domaine convexe contenant l'origine de l'espace des contraintes.

b) le domaine de résistance G_s du sol non renforcé est contenu dans le domaine G^{hom}. En conséquence tout état de contrainte macroscopique $\underline{\underline{\Sigma}}$ supportable par le sol non renforcé l'est aussi par le sol renforcé. Autrement il y a " renforcement du sol" par les renforcements. Ces dernières apportent aux capacités de résistance du sol un plus quantifié par le terme additionnel $\sigma \underline{e}_x \oplus \underline{e}_y$. L'accroissement de résistance du sol ne dépend que de la résistance en traction des renforcements et non d'une éventuelle résistance à la flexion ou à l'effort tranchant (cas de la terre armée). Cette observation est à la base du raisonnement intuitif qui a permis à Sawicki (1983) de donner une définition très voisine du critère de rupture de la terre armée.

c) le domaine G^{hom} met bien en évidence le rôle privilégié de la direction de renforcement.

2.4.3.2 Définition cinématique.

La formulation duale de la définition (2.5) du domaine G^{hom} est facile à exprimer en raison du " découplage" entre les états de contrainte qui règnent dans le sol et dans les renforcements que cette définition introduit. En effet, les tenseurs $\underline{\underline{\sigma}}_s$ et $\sigma \underline{e}_x \oplus \underline{e}_y$ ne sont pas assujettis à vérifier la continuité du vecteur contrainte agissant à l'interface sol-renforcement. La fonction d'appui $\Pi^{hom}(.)$ du domaine convexe G^{hom} est par définition :

$$\Pi^{hom}(\underline{\underline{D}}) = Sup\left\{ -\underline{\underline{\Sigma}} : \underline{\underline{D}} \;\middle|\; \underline{\underline{\Sigma}} \in G^{hom} \right\} \forall \underline{\underline{D}} \in \Re^3$$

Soit d'après 2.5 $$\Pi^{hom}(\underline{\underline{D}}) = Sup\left\{ -\underline{\underline{\sigma}}_S : \underline{\underline{D}} - \sigma D_{xx} \;\middle|\; \underline{\underline{\sigma}}_s \in G_s \quad et \; -\sigma_0 \leq \sigma \leq 0 \right\} \qquad (2\text{-}6)$$

$$\Pi^{hom}(\underline{\underline{D}}) = Sup\left\{ -\underline{\underline{\sigma}}_s : \underline{\underline{D}} \;\middle|\; \underline{\underline{\sigma}}_s \in G_s \right\} + Sup\{\sigma_0 D_{xx}, 0\}$$

La fonction $\Pi^{hom}(.)$ s'exprime ainsi comme la somme de la fonction d'appui $\Pi_s(.)$ du domaine de résistance G_s du sol non renforcé et du terme $\sigma_0 < D_{xx} >$ dû à la présence des renforcements.

A travers cette définition cinématique du domaine G^{hom} nous retrouverons ses propriétés déjà énoncées mais d'une manière plus explicite encore : l'expression $\Pi^{hom}(.)$ traduit clairement le découplage des états de contrainte dont il a été question précédemment ; l'inégalité

$$\Pi^{hom}(\underline{\underline{D}}) \geq \Pi_s(\underline{\underline{D}}) \quad \forall \quad \underline{\underline{D}} \in \Re^3 \qquad (2\text{-}7)$$

Traduit l'amélioration des capacités de résistance du sol.

Pour une discontinuité de vitesse $\underline{V} = \underline{v}_2 - \underline{v}_1$ à la traversée d'une surface (S) de normale $\underline{n}$. du champ de vitesse $\underline{v}$, la fonction $\Pi^{hom}(\underline{n}, \underline{V})$ est donnée par la figure(2-7)

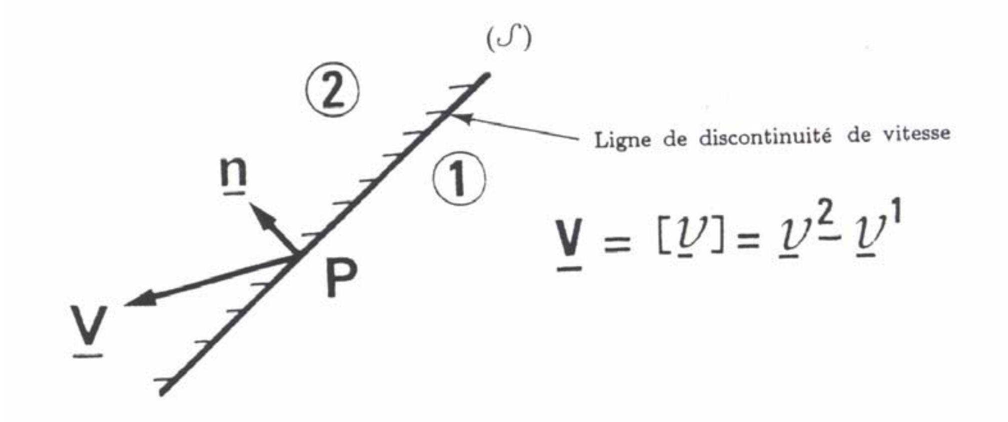


Figure2-7 *Surface de discontinuité de vitesse.*

$$\Pi^{hom}(\underline{n},\underline{V})=\Pi_s(\underline{n},\underline{V})+\sigma_0\langle V_x n_x\rangle$$

$$\text{avec } \begin{Bmatrix} 0 & si & \underline{V}.,\underline{n} & \geq |\underline{V}|\sin\phi \\ +\infty & & \sin on & \end{Bmatrix} \qquad (2\text{-}8)$$

Nous voyons que les champs de vitesse de déformation " *efficaces*», c'est à dire ceux pour lesquels les fonctions $\Pi^{hom}(.)$ sont finies sont les mêmes que dans le cas d'un sol frottant.

2.5 Représentation géométrique du domaine G^{hom} dans l'espace des contraintes

Géométriquement le domaine G^{hom} défini par (2.5) peut être caractérisé comme suite : G^{hom} est l'enveloppe convexe du cône de coulomb G$_s$ qui représente les capacités de résistance du sol non renforcé et du cône déduit de G$_s$ par translation dans l'espace $\Re^3$ des contraintes bidimensionnelles d'une quantité égale à $-\sigma_0$ le long de l'axe des Σ_{xx}.

La (figure 2-8) représente le domaine de résistance macroscopique G^{hom} du sol renforcé rapporté aux axes ($\Sigma_{xx},\Sigma_{yy},\sqrt{2}\ \Sigma_{xy}$). Nous reconnaissons à la partie gauche du domaine G^{hom} cône de coulomb G_s dont le complémentaire dans le domaine G^{hom} représente le renforcement du sol ; c'est la contribution à l'échelle macroscopique des renforcements aux capacités de résistance du sol renforcé. Bien entendu plus σ_0 est élevé, plus l'acroissement est important.

Introduisant un système d'axe déduit de $(\Sigma_{xx},\Sigma_{yy},\sqrt{2}\ \Sigma_{xy})$ par rotation d'anglee π/4 autour de l'axe $\sqrt{2}\Sigma_{xy}$. Les nouvelle coordonnées sont liées aux anciennes par les relation

$$p=\frac{1}{\sqrt{2}}(\Sigma_{xx}+\Sigma_{yy}),\quad S=\frac{1}{\sqrt{2}}(\Sigma_{yy}-\Sigma_{xx}),\quad T=\sqrt{2}\Sigma_{xy} \qquad (2\text{-}9)$$

le repère de coordonnée (P,S,T) permet de mieux représenter la trace du domaine G^{hom} dans chaque plan déviateur de contrainte qui n'est définie que pour les

figures (2-9 a-2-9b et 2-9c) indiquent respectivement les sections du domaine G^{hom} par un plan déviateur de contraint d'équation $\Sigma_{xx}+\Sigma_{yy}=cste$ et par le plan d'équation $\Sigma_{xy}=0$. Notons que les tangentes aux arcs de cercles limitant la section du domaine G^{hom} par un plan déviateur de contrainte tel que $\Sigma_{xx}+\Sigma_{yy}\geq-\sigma_0$ sont inclinés d'un angle ϕ par rapport à l'axe OS.

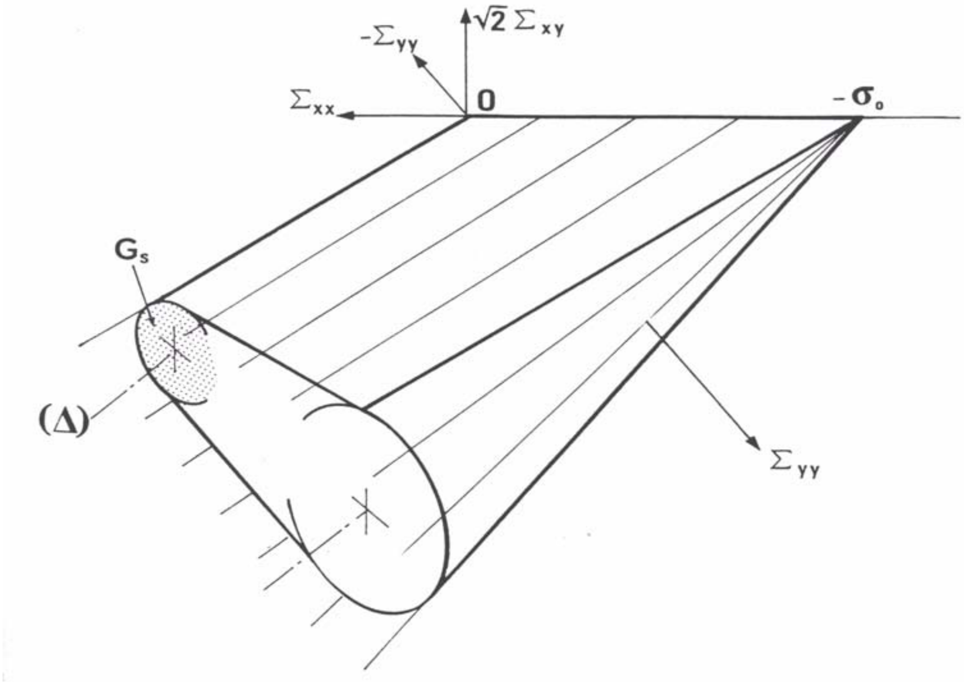


Figure 2-8 *Le domaine de résistance macroscopique G^{hom}*

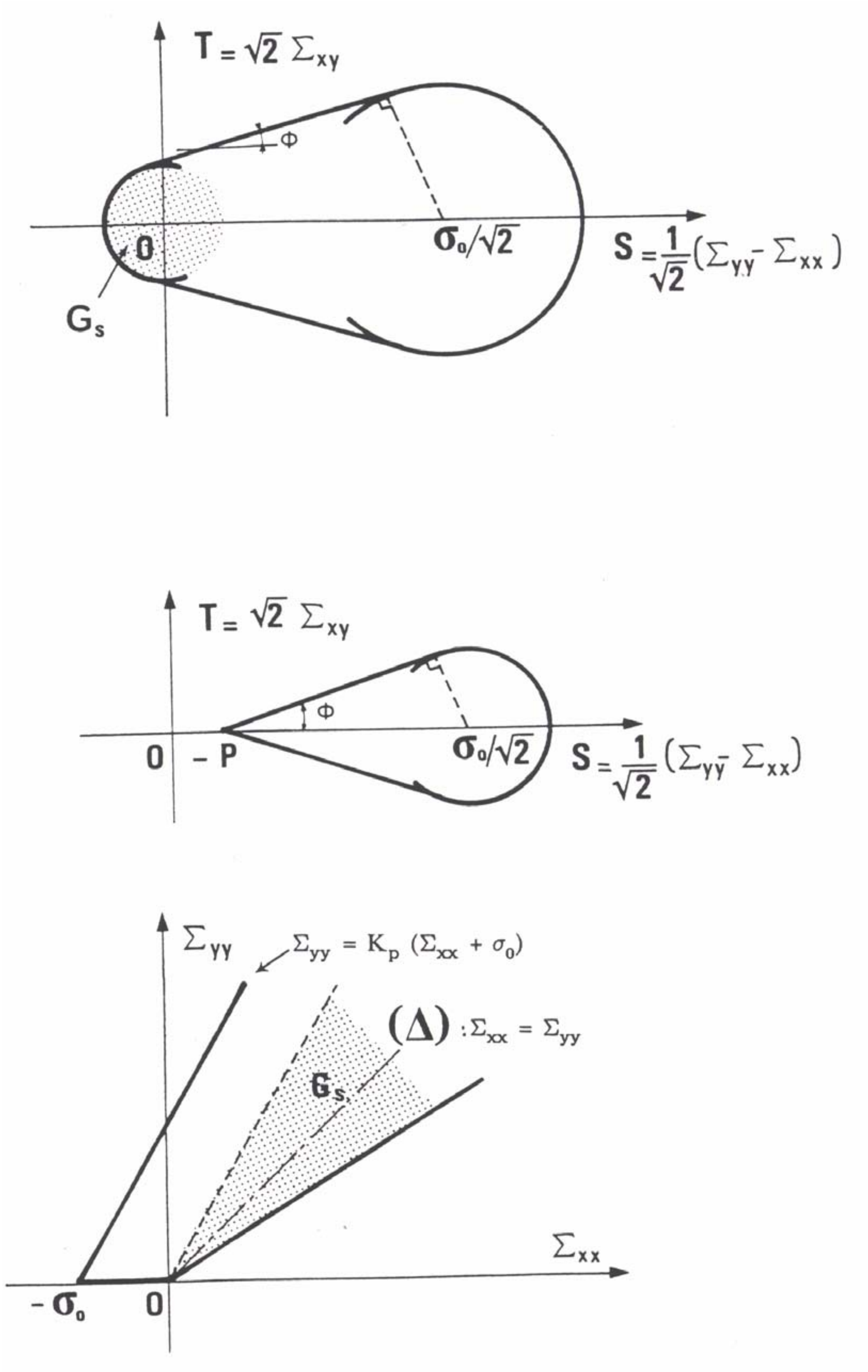


Figure 2-9 Différentes sections du domaine G^{hom}
a) et b) par un plan déviateur de contrainte c) par le plan Σ_{xy}

2-6 Domaine de résistance macroscopique G^{hom} tenant compte de la compression dans les renforcements

Si la résistance en compression d'un lit de renforcement est non nulle et vaut $\zeta\sigma_0$ $(0<\zeta<1)$ et l'interface de contact sol-renforcement infiniment résistant alors le domaine de résistance macroscopique du sol renforcé est défini par :

$$\underline{\underline{\Sigma}} \in G^{\mathrm{hom}} \Leftrightarrow \begin{cases} \underline{\underline{\Sigma}} = \underline{\underline{\sigma}}_s + \sigma \underline{e}_x \otimes \underline{e}_x \\ \underline{\underline{\sigma}}_s \in G_s \quad et \quad -\sigma_0 \leq \sigma \leq \varsigma\sigma_0 \end{cases} \qquad (2\text{-}10)$$

ou par les vitesses

$$\Pi^{\mathrm{hom}}(\underline{\underline{D}}) = Sup\left\{ -\underline{\underline{\Sigma}} : \underline{\underline{D}} \;\middle|\; \underline{\underline{\Sigma}} \in G^{\mathrm{hom}} \right\} \forall \underline{\underline{D}} \in \Re^3$$

$$\Pi_c^{\mathrm{hom}}(\underline{\underline{D}}) = \Pi_s(\underline{\underline{D}}) + \sigma_0 Sup\left\{ D_{xx}, -\varsigma D_{xx} \right\} \qquad (2\text{-}11)$$

où

$\Pi_s(\underline{\underline{D}})$ est donnée par 2.8

Lorsque la compression limite d'un lit de renforcement est σ_0 $(\zeta = 1)$ la fonction d'appui du domaine G^{hom} devient alors :

$$\Pi^{\mathrm{hom}}(\underline{\underline{D}}) = \Pi_s(\underline{\underline{D}}) + \sigma_0 \left| D_{xx} \right| \qquad (2\text{-}12)$$

Le domaine G^{hom} $(\zeta\neq0)$ est l'enveloppe convexe du domaine G^{hom} correspondant à $\zeta=0$ et du cône transformé du cône de Coulomb G_s par une translation parallèle à l'axe des Σ_{xx} d'une quantité égale $\zeta\sigma_0$. Entre les trois domaines de résistance G_s , G^{hom} $(\zeta=0)$et G^{hom} $(\zeta\neq0)$ nous avons les inclusions évidentes suivantes :

$$G_s \subset G^{\mathrm{hom}}(\zeta = 0) \subset G^{\mathrm{hom}}(\zeta > 0) \qquad (2\text{-}13)$$

Nous donnons à la figure (2-10) les sections du domaine G^{hom} par le plan déviateur de contrainte d'équation $\Sigma_{xx} + \Sigma_{yy}$ =cste $\geq -\sigma_0$.

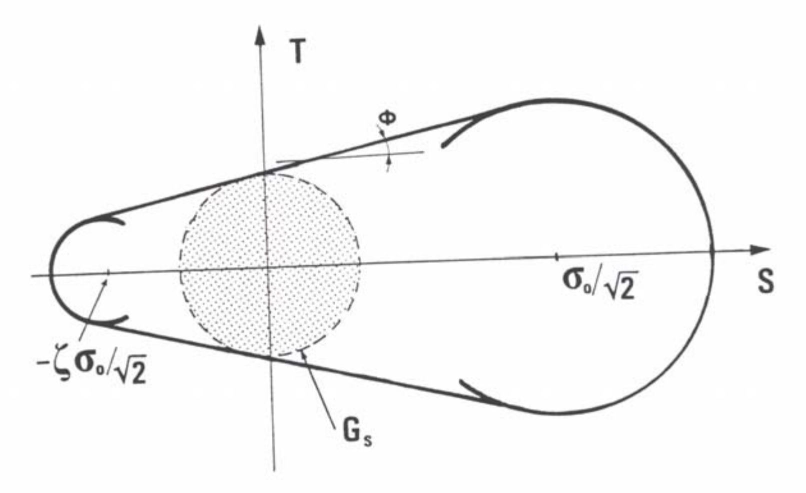


Figure 2-10 *Section du domaine G^{hom} ($\zeta > 0$)*
Par un plan déviateur de contrainte.

2.7 Mode de rupture des sols renforcés.

La représentation géométrique du domaine G^{hom} dans l'espace $\Re^3$ nous amène à distinguer sur sa frontière, c'est à dire parmi les états de contrainte limites pour le matériau homogène associé, trois parties complémentaires A, B, C. Aces trois sous-ensembles correspondent trois familles différentes où se manifeste la rupture du sol renforcé en tant que matériau homogénéisé. En se reportant pour le raisonnement à la figure(2-11) , nous appelons petit cercle le cercle de centre O et de rayon $(\Sigma_{xx}+\Sigma_{yy})=\sin\phi/\sqrt{2}$ et grand cercle le cercle de centre le point de l'axe OS d'abscisse $\sigma_0/\sqrt{2}$ et de rayon $\sigma_0+\Sigma_{xx}+\Sigma_{yy})\sin\phi/\sqrt{2}$. Les sections A, B et C par un plan déviateur d'équation $\Sigma_{xx} + \Sigma_{yy}$ =cste positive sont respectivement l'arc d'ouverture $2(\pi/2-\phi)$ du petit cercle et les segments de droites tangentes aux petit et grand cercle et l'arc d'ouverture $2(\pi/2-\phi)$ du grand cercle. A chacune des parties A,B et C de la frontière de G^{hom} sont associés les trois modes de rupture macroscopique des sols renforcé suivants.

a) Rupture du sol avec effort nul dans les renforcements.

La partie A est commune aux frontières des domaines G_s et G^{hom} , ce qui explique qu'elle n'est définie que pour $\Sigma_{xx} + \Sigma_{yy} \geq 0$. Pour les états de contraintes limites représentés par les section de A seule la résistance du sol est entièrement mobilisée. En fait, les renforcements sont aussi à la limite de leur résistances en compression ; l'effort y est évidemment nul puisqu'elles ne peuvent supporter aucun effort de compression. Les états de contrainte A sont caractérisés par :

$$\begin{cases} \sqrt{\dfrac{(\Sigma_{yy}-\Sigma_{xx})^2+\Sigma_{xy}^2}{4}}+\dfrac{1}{2}(\Sigma_{xx}+\Sigma_{yy})\sin\phi=0 \\ |\Sigma_{xy}|\leq\dfrac{1}{4}(\Sigma_{xx}+\Sigma_{yy})\sin 2\phi \end{cases} \tag{2-14}$$

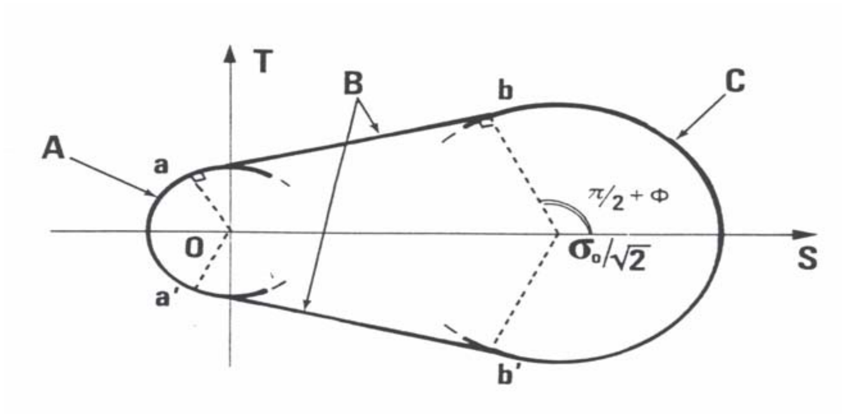


Figure 2-11 *Section des parties A,B et C par un plan déviateur de contraintes*

b) Rupture du sol avec traction non nulle dans les renforcements

Les points de B correspondent à des états de contraints macroscopiques limites où le sol est en état de rupture alors que l'effort de traction dans les renforcements quoique non nul est inférieur à la limite . La partie B est définie par :

Si $\Sigma_{xx} + \Sigma_{yy} \geq 0$
$$\begin{cases} |\Sigma_{xx}| = \frac{1}{2} tg\phi(\Sigma_{yy} - \Sigma_{xx}) \\ \frac{1}{4}(\Sigma_{xx} + \Sigma_{yy})\sin 2\phi \leq |\Sigma_{xy}| \leq \frac{1}{4}(\Sigma_{xx} + \Sigma_{yy} + \sigma_0)\sin 2\phi \end{cases}$$

Si $\sigma_0 \leq (\Sigma_{xx} + \Sigma_{yy}) \leq 0$
$$\begin{cases} |\Sigma_{xy}| = \frac{1}{2} tg\phi(\Sigma_{yy} - \Sigma_{xx}) \\ |\Sigma_{xy}| \leq \frac{1}{4}(\Sigma_{xx} + \Sigma_{yy} + \sigma_0)\sin 2\phi \end{cases} \qquad (2\text{-}15)$$

c) Rupture du sol et du renforcement

La rupture du sol renforcé intervenant par rupture du renforcement correspond aux états de contraintes limites situés sur la partie C de la frontière du domaine G^{hom} . ceux-ci sont caractérisées par

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{1}{4}(\Sigma_{yy} + \Sigma_{xx} - \sigma_0) + \Sigma_{xy}^2} + \frac{1}{2}(\Sigma_{xx} + \Sigma_{yy} + \sigma_0) + \sin\phi = 0 \\ \Sigma_{xx} \leq (1 + 2tg^2\phi)\Sigma_{yy} - \sigma_0 \end{cases} \qquad (2\text{-}16)$$

Nous pouvons dire que pour ce mode de rupture le sol renforcé est utilisé à sa capacité maximale car les deux constituants de base, sol et renforcement sont à la limite de leurs critère de résistance.

2.8 Condition de résistance du sol renforcé exprimée à l'aide des contraintes principales.

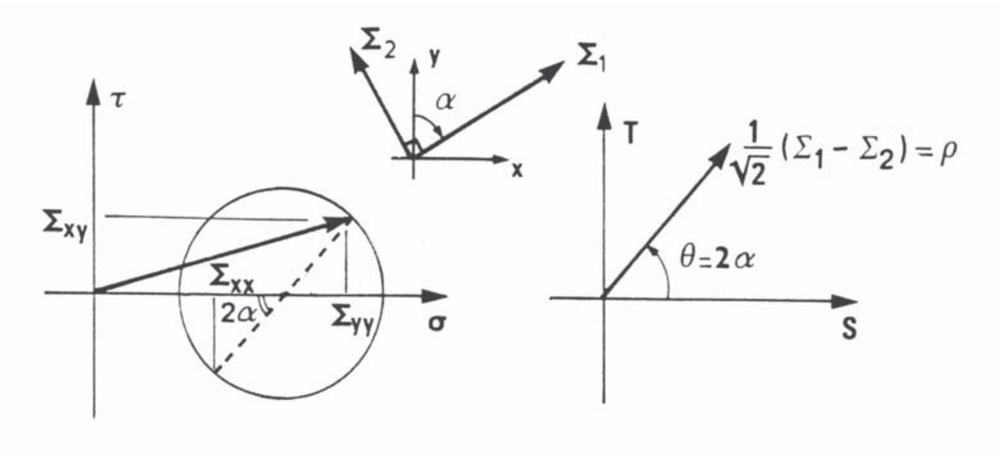
Nous désignons par Σ_1 et Σ_2 respectivement les contraintes principales majeure et mineur du tenseur $\underline{\underline{\Sigma}}$ comptées positivement en compression et par α l'angle de la contrainte principale majeure Σ_1 avec l'axe Oy. Dans le plan de Mohr (σ ,τ) le tenseur $\underline{\underline{\Sigma}}$ est représenté par le cercle dont le centre a pour coordonnée: $(\sigma = {}^1\!/_2(\Sigma_1+\Sigma_2) \;\; ,\tau=0)$ et de diamètre (Σ_1 -Σ_2). L'angle α est donc en fonction des composantes cartésiennes du tenseur $\underline{\underline{\Sigma}}$ donné par la relation :

$$tg2\alpha = \frac{2\Sigma_{xy}}{\Sigma_{yy}-\Sigma_{xx}} \qquad (2\text{-}17)$$

Dans ce paragraphe nous nous proposons d'établir les conditions portant sur (Σ_1,Σ_2,α) pour que le tenseur $\underline{\underline{\Sigma}}$ appartienne au domaine G^{hom} . La connaissance préalable de ces conditions est nécessaire, d'une part pour avoir la courbe de rupture du sol renforcé dans le plan des contraintes principales (Σ_1 , Σ_2), et d'autre part lors de l'application que nous ferons de l'approche statique de rupture.

Dans un plan déviateur de contrainte rapporté aux axes (S,T) il est commode de représenter l'état de contrainte (Σ_1,Σ_2,α) par le point de coordonnées polaire :

$$\rho = \frac{1}{\sqrt{2}}(\Sigma_1 - \Sigma_2 = \sqrt{\frac{1}{2}(\Sigma_{yy}-\Sigma_{xx})^2 + 2\Sigma_{xy}^2} \qquad \text{et } \theta = 2\alpha \qquad (2\text{-}18)$$



a) Dans le plan de Mohr(σ -τ)

b) Dans un plan de déviateur de contrainte

Figure *2-12 Etat de contrainte* $\underline{\underline{\Sigma}}$

Posons $\frac{1}{\sqrt{2}}(\Sigma_{xx}+\Sigma_{yy}+\sigma_0)$ et désignons par α_1 l'angle tel que :

$$tg2\alpha_1=\frac{R\cos\phi}{\sigma_0/\sqrt{2}-R\sin\phi}=\frac{(\Sigma_{xx}+\Sigma_{yy}+\sigma_0)\sin2\phi}{(\Sigma_{xx}+\Sigma_{yy}+\sigma_0)\cos2\phi+(\sigma_0-\Sigma_{xx}-\Sigma_{yy})}$$

Notons que $2\alpha_1=\phi$ si $(\Sigma_{xx}+\Sigma_{yy})=0$ et $2\alpha_1$ tend vers $\pi/2+\phi$ lorsque $(\Sigma_{xx}+\Sigma_{yy})$ devient infinie. Figure(2-12).

Les conditions de résistance du matériau homogène associé exprimées à l'aide de $\underline{\underline{\Sigma}}$ et α s'écrivent :

a) $(\Sigma_1+\Sigma_2)\geq0$ figure (2-12a).

$$\Sigma_1-\Sigma_2-\sigma_0\cos2\alpha\leq\sqrt{2R^2-\sigma_0\sin^2 2\alpha} \quad \text{pour} \quad 0\leq \alpha \leq \alpha_1$$

$$(\Sigma_1-\Sigma_2)\sin(2\alpha-\phi)\leq(\Sigma_1+\Sigma_2)\sin\phi \qquad \text{pour} \quad \alpha_1\leq\alpha\leq\pi/4+\phi/2 \tag{2.19}$$

Si $\Sigma_1-\Sigma_2-\sigma_0\cos2\alpha\geq0$ il faut substituer à 2.19 l'inégalité suivante :

$$(\Sigma_1^2-\Sigma_2^2)-(\Sigma_1+\Sigma_2)^2\sin^2\phi-2\sigma_0(\Sigma_1-\Sigma_2)\cos2\alpha+(\Sigma_1+\Sigma_2)s\sin^2\phi+\sigma_0^2\cos^2\phi\geq0 \qquad (2\text{-}20)$$

Le sens de cette inégalité est à inverser si les contraintes Σ_1 et Σ_2 sont telles que

$$\Sigma_1-\Sigma_2-\sigma_0\cos2\alpha\leq0 \quad \text{et} \quad \sigma_0\cos2\alpha-\Sigma_1+\Sigma_2\geq\sqrt{2R^2-\sigma_0^2\sin^2 2\alpha} \qquad (2\text{-}21)$$

b) $-\sigma_0\leq(\Sigma_{xx}+\Sigma_{yy})\leq0$ figure (2-13)

α est nécessairement inférieure à α_0 défini par $tg2\alpha_0=\sqrt{\frac{1}{2}\frac{2R^2 2-\sigma}{\sigma_0^2-R^2}}$

nous avons :

$$\begin{cases}(\Sigma_1-\Sigma_2)\dfrac{\sin\phi}{\sin(2\alpha-\phi)}\leq\sigma_0\cos2\alpha+\sqrt{2R-\sigma_0^2\sin^2 2\alpha} \\ \text{pour } 0\leq\alpha\leq\alpha_1\end{cases} \qquad (2\text{-}22)$$

$$\begin{cases}\sigma_0\cos2\alpha-\sqrt{2R^2-\sigma_0^2\sin^2 2\alpha}\leq\Sigma_1-\Sigma_2\leq\sigma_0\cos2\alpha+\sqrt{2R^2-\sigma_0^2-\sin^2 2\alpha} \\ \text{pour } \alpha_1\leq\alpha\leq\alpha_0\end{cases} \qquad (2\text{-}23)$$

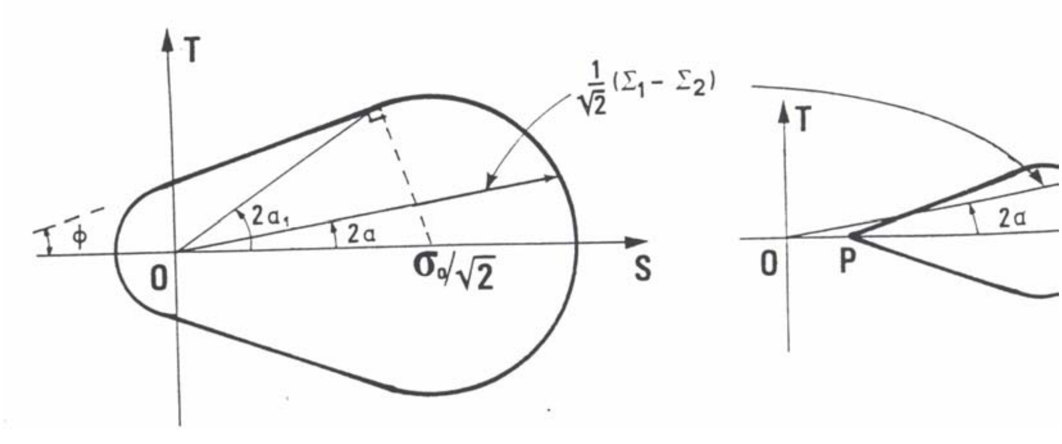


Figure 2-13 *Section du domaine G^{hom} par un plan déviateur de contrainte (Σ_{xx} , Σ_{yy}) et état de contrainte ((Σ_1, Σ_2 , α).*

En transformant l'inégalité nous obtenons l'équation dans le plan des contraintes principales ((Σ_1 , Σ_2) de la courbe de rupture du sol renforcé. Suivant l'inclinaison par rapport à la verticale de la contrainte principale majeur Σ_1 cette courbe de rupture est ainsi soit une branche d'hyperbole soit une demi-droite admettant l'origine des coordonnées (($\Sigma_{1=}$, Σ_2 =0) comme extrémité. Précisons ces conditions en nous intéressant au cas (($\Sigma_{xx} + \Sigma_{yy} \geq 0$ figure (2-13)

a) $0 \leq \alpha \leq \alpha_1$

L'équation de la courbe de rupture s'écrit

$$(p+\frac{1}{\sqrt{2}}\sigma_0)^2\sin^2\phi-(s-\frac{1}{\sqrt{2}}\sigma_0\cos 2\alpha)^2=\frac{1}{2}\sin^2 2\alpha \qquad (2\text{-}24)$$

avec $p=\frac{1}{\sqrt{2}}(\Sigma_1+\Sigma_2)$ et $s=1/\sqrt{2}(\Sigma_1-\Sigma_2)$

p et s sont astreints à vérifier $p\geq 0$ et $s \geq 0$. C'est l'équation des contraintes principales (Σ_1 , Σ_2) d'une hyperbole de centre O_1 $(\Sigma_1=-\sigma_0\sin^2\alpha,\quad \Sigma_2=-\sigma_0\cos^2\alpha)$, de sommet le point de coordonnées

$$(\Sigma_1=-\sigma_0\sin^2\alpha+\frac{\sigma_0}{2}\frac{\sin 2\alpha}{\sin\phi},\quad \Sigma_2=-\sigma_0\cos^2\alpha+\frac{\sigma_0}{2}\frac{\sin 2\alpha}{\sin\phi})$$

et d'asymptote la droite d'équation

$$\Sigma_1=K_p\Sigma_2+\frac{\cos 2\alpha+\sin\phi}{1-\sin\phi}\sigma_0 \qquad (2\text{-}25)$$

L'asymptote est parallèle à la droite de rupture du sol non renforcé ; c'est aussi la droite de rupture du sol renforcé dans le cas particulier α=0. Son équation serait alors :

$$\Sigma_1 = K_p(\Sigma_2 + \sigma_0) \qquad (2\text{-}26)$$

Ce qui rejoint le résultat donné par Schlosser et Long (1972) obtenu en écrivant l'équilibre limite d'une éprouvette en terre armée dans laquelle se développe un plan de rupture .

b) $\alpha_1 \leq \alpha \leq \pi/4 + \phi/2$

La courbe de rupture du sol renforcé est alors la droite d'équation

$$\Sigma_1 = \frac{\sin(2\alpha - \phi) + \sin\phi}{\sin(2\alpha - \phi) - \sin\phi}\Sigma_2 \qquad (2\text{-}27)$$

Nous retrouvons la droite de rupture du sol non renforcé pour $\alpha = \pi/4 + \phi/2$, soit $\Sigma_1 = K_p.\Sigma_2$. pour α fixe (cas des essais "triaxiaux") la courbe de rupture du sol renforcé est ainsi constituée d'une branche d'hyperbole raccordée tangentiellement à un segment de droite et d'une demi-droite issue de l'origine figure(2-14)

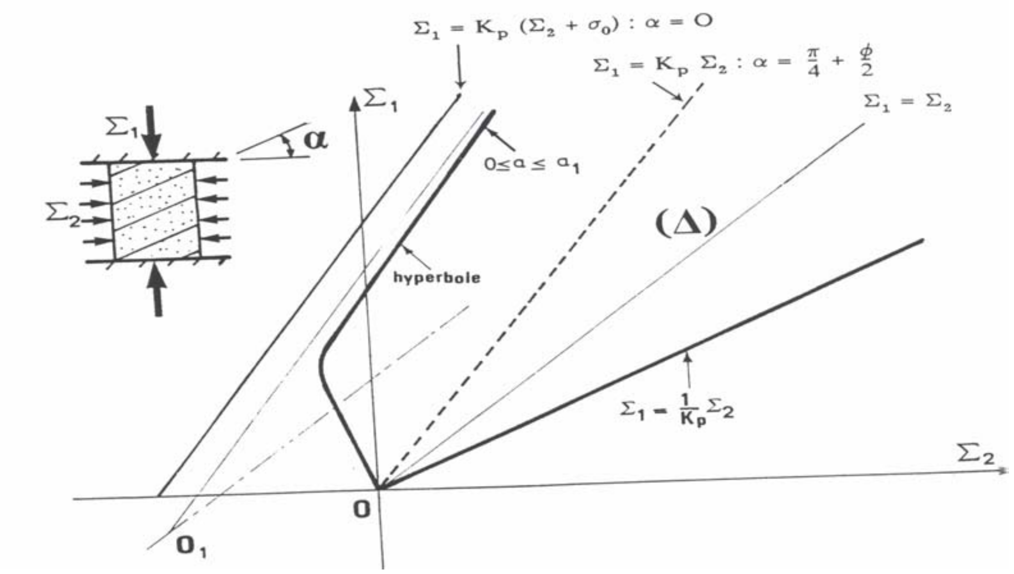


Figure 2-14 *Courbe de rupture du sol renforcé (cas de la terre armée)*

2.9 Anisotropie du sol renforcé

Dans l'espace $\Re^3$ des contraintes bidimensionnelles rapporté aux axes (Σ_{xx} ,Σ_{yy} ,$\sqrt{2}\Sigma_{xy}$) un domaine de résistance est isotrope s'il admet la droite (Δ) des contraintes isotropes d'équation ($\Sigma_{xx}=\Sigma_{yy}$,et $\Sigma_{xy}=0$ comme axe de révolution. Manifestement ce n'est pas le cas du domaine qui rend ainsi compte d'une anisotropie à l'échelle macroscopique du sol renforcé liée à la direction des renforcement dans le sol initialement isotrope. Cette anisotropie privilègie la direction des renforcements.

2.9.1 Comparaison avec les critères de résistance anisotropes proposés par Boehler et Saawczuk (1970)

Boehler et Sawczuk (1970) ont décrit différentes anisotropies de rupture des sols à l'aide du tenseur symétrique du 4ème ordre $\underline{\underline{\underline{A}}}$, sans dimension, appelé tenseur d'anisotropie plastique du tenseur $\underline{\underline{\underline{A}}}$ transformé linéairement par double contraction le tenseur $\underline{\underline{\Sigma}}$ en un tenseur du double ordre $\hat{\underline{\underline{\Sigma}}}$:

$$\hat{\underline{\underline{\Sigma}}}=\underline{\underline{\underline{A}}}:\underline{\underline{\Sigma}} \tag{2.28}$$

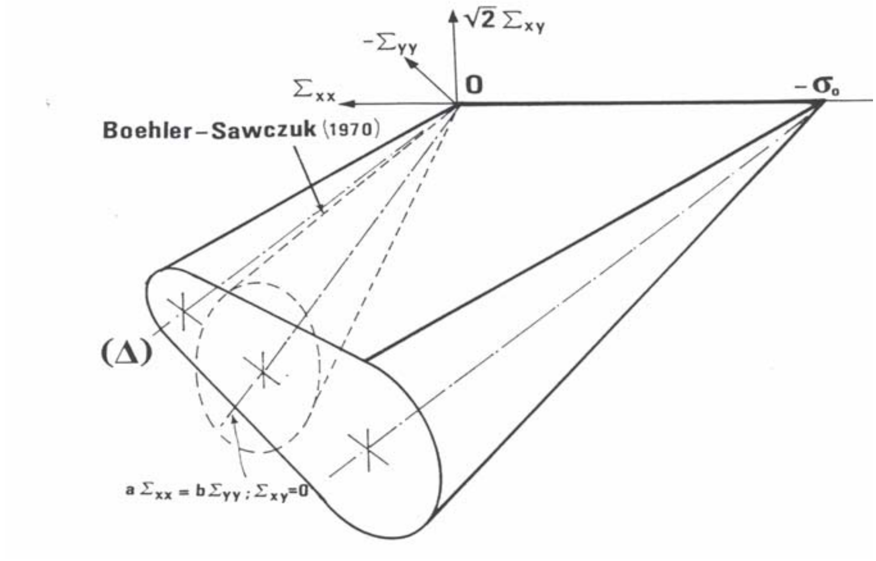


Figure 2-15 *Domaine de résistance G^{hom} et celui proposé par Bohler et Sawczuk (1970)*

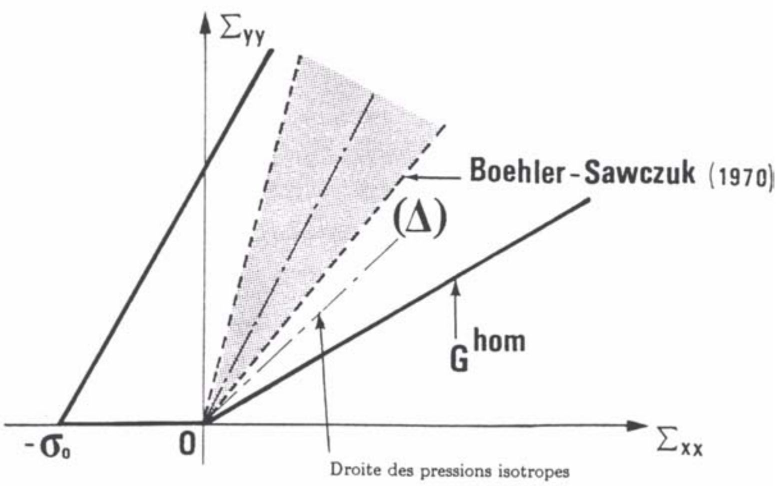


Figure 2-16 *Section du domaine de résistance G^{hom} et de celui proposé par Boehler et Sawczuk (1970) par le plan d'équation $\Sigma_{xy}=0$*

Le critère de résistance anisotrope est alors exprimé sous forme d'une fonction scalaire isotrope du tenseur transformé $\underline{\underline{\hat{\Sigma}}}$. Pour les sols frottants présentant une orthotropie de révolution le nombre de composantes indépendantes du tenseur $\underline{\underline{\underline{A}}}$ est réduit à trois en "déformation plane" ; elles sont notée a, b, et c dans la suite. Dans le plan Oxy le critère de résistance d'un sol pulvérulent présentant une isotropie transverse autour de Oxy s'exprime selon Boelher et Sawczuk (1970) par :

$$\sqrt{\frac{(a\Sigma_{xx}-b\Sigma_{yy})}{4}+c^2\Sigma_{xy}^2}+\frac{1}{2}(\Sigma_{xx}+\Sigma_{yy})\sin\phi\leq 0 \qquad (2\text{-}29)$$

Dans l'espace $\Re^3$ le domaine de résistance associé au critère de rupture par (2.29) est limité par le cône de sommet l'origine des contraintes, de section elliptique et d'axe la droite d'équation $a\Sigma_{xx}=b\Sigma_{yy}$ et $\Sigma_{xy}=0$. La figure(2-16) donne les représentations dans l'espace des contraintes bidimensionnelles des domaines G^{hom} (trait plein) et celui défini par 2.29) (trait discontinu). Nous représentons également sur la figure (2-16) les sections de ces deux domaines de résistance.La méthode d'homogénéisation aboutit à un "type d'anisotropie" de résistance qui ne se situe pas dans le cadre des différentes anisotropies étudiées par Boehler-Sawczuk (1970).

2.9.2 Approximation du sol renforcé comme un milieu frottant isotrope. Le domaine de résistance G^{iso}.

Pour les applications que nous aurons à traiter, il n'est pas inutile de comparer les résistances obtenus a celles que nous aurions en substituant au domaine G^{hom} le domaine G^{iso} défini comme le plus petit domaine de résistance

isotrope, de coulomb d'angle de frottement ϕ qui contienne le domaine G^{hom}. Le critère définissant le domaine G^{iso} s'écrit alors :

$$\Sigma_1(1-\sin\phi)-\Sigma_2(1+\sin\phi)-2C_{iso}\cos\phi\leq 0 \qquad (2\text{-}30)$$

où C_{iso} est donnée par $C_{iso}=0.5\sigma_0 tg(\pi/4+\phi/2)$; c'est la valeur maximale de la cohésion anisotrope du sol renforcé définie par Schlosser et Long (1973). La figure (2-17) indique les sections des domaines de résistance G^{hom} G^{iso} par un plan déviateur tel que $(\Sigma_{xx}+\Sigma_{yy}\geq 0$.

Remarque

Il est aisé d'établir que le domaine G^{iso} contient le domaine G^{hom} correspondent à une résistance en compression égale à $\zeta\sigma_0$ $(0<\zeta\leq 1)$.

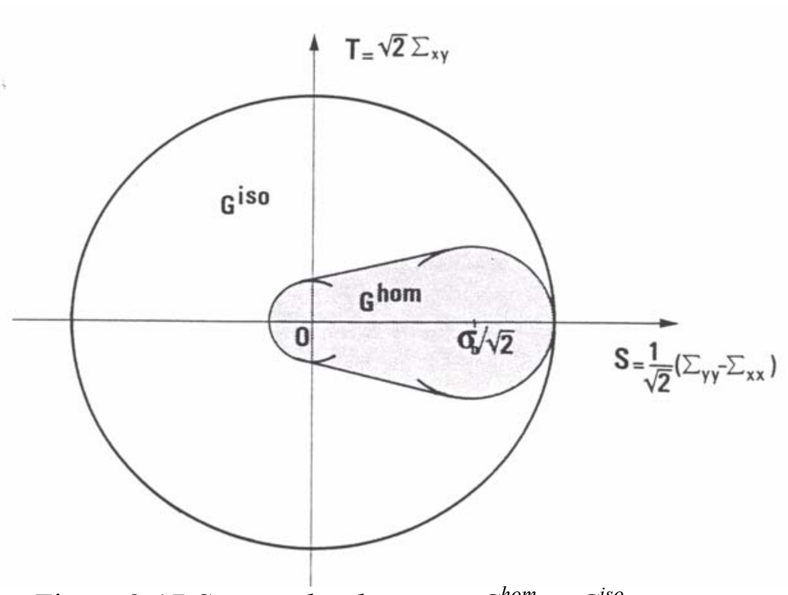


Figure 2-17 *Section des domaines G^{hom} et G^{iso} par un plan déviateur de contrainte.*

2-10 Confrontation avec quelque résultats expérimentaux

Le domaine de résistance macroscopique G^{hom} a été construit par une démarche théorique qui a consisté à substituer au sol renforcé un matériau homogène à l'échelle macroscopique dont les capacités de résistance sont définies précisément par le domaine G^{hom}. Celui-ci, nous l’avons vu, rend bien compte de certaine propriétés quantitatives du sol renforcé parmi lesquelles nous citons le renforcement effectif du sol, le rôle privilégié de la direction des renforcement et l’anisotropie macroscopique. Il existe dans le cas du sol renforcé deux manières de procéder à la validation expérimentale du domaine de résistance G^{hom} qui consistant à :

a) comparer la courbe de rupture du sol renforcé en tant que matériau homogène aux résultats expérimentaux obtenus lors des essais à l’appareil "triaxial" des éprouvettes en sable renforcé. Pour cela nous disposons des résultats d’une série d’expériences effectuées sur des éprouvettes de sable renforcé par des armatures en aluminium

inclinées (Ursat, Long,1977). Cette comparaison a été faite par (Mangiavacchi et Pelligrini 1985),

Signalons tout d’abord qu’il ressort notamment des essais "triaxiaux" du sol renforcé qu’à la rupture de l’éprouvette par cassure des armature toute la résistance au cisaillement du sol est mobilisée. Ce qui signifie pour le domaine G^{hom} que les états de contraintes limites associés à ce mode de rupture sont ceux de la partie C de la frontière du domaine G^{Hom} (§ 2.7).

La démarche de la méthode d’homogénéisation consiste pour le problème de l’essai "triaxial" d’une éprouvette en sol renforcé, à substituer à celui-ci une éprouvette géométrique identique, soumise au même chargement et constituée du matériau homogène associé défini précédemment. Lorsque les renforcement sont horizontaux l’état de contrainte $\underline{\underline{\Sigma}}$ qui est réalisé est tel que figure(2-18)

$$\alpha=(\underline{e}_y,\underline{\Sigma})=0 \qquad (2\text{-}31)$$

Sinon, il est facile de voir que l'angle α est égale à l'angle d'inclinaison β des renforcements par rapport à l'horizontale.

Les essais ont été effectués sur des éprouvettes (d=10cm et h=20 et 30cm) de sable (ϕ=30°, γ=16.9 kN/m^3) renforcé par des disques d'aluminium inclinés à différents angles par rapport à l'horizontale (β=0° , 10°, 20° , 30° , 35° , 40° , 45° , et 64°), le choix de l'espacement des disques (ΔH=2, 3, 4 et 10 cm) ainsi que le nombre de lits sont tels que (σ_0 = 2.87 bars pour la première série d'essai et σ_0=0.58 bar pour la seconde). La valeur maximale de l'inclinaison des armatures au delà de laquelle le renforcement ne se manifeste plus est alors (π/4+ϕ/2=64°).

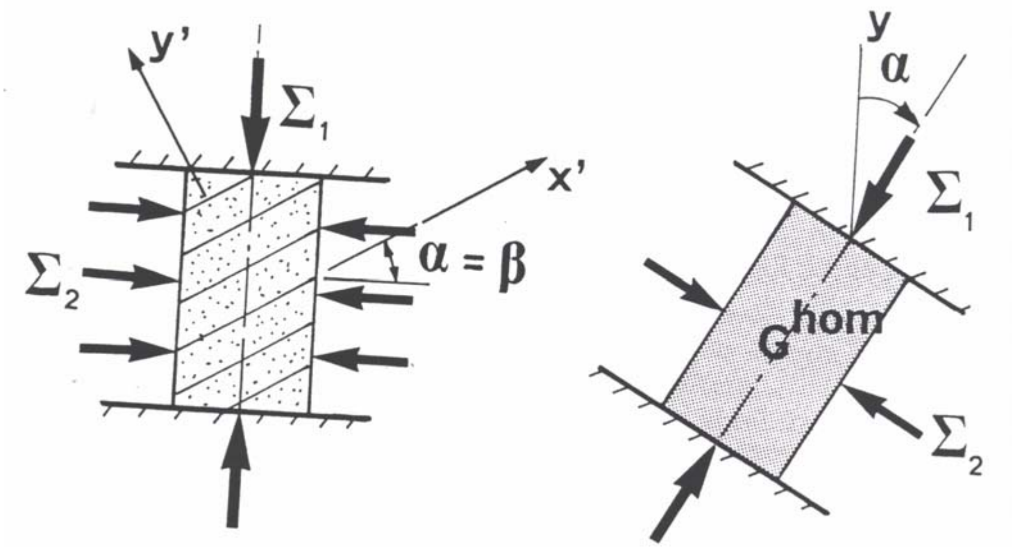


Figure 2-18 *Eprouvette en sol renforcé et en matériau homogène associé.*

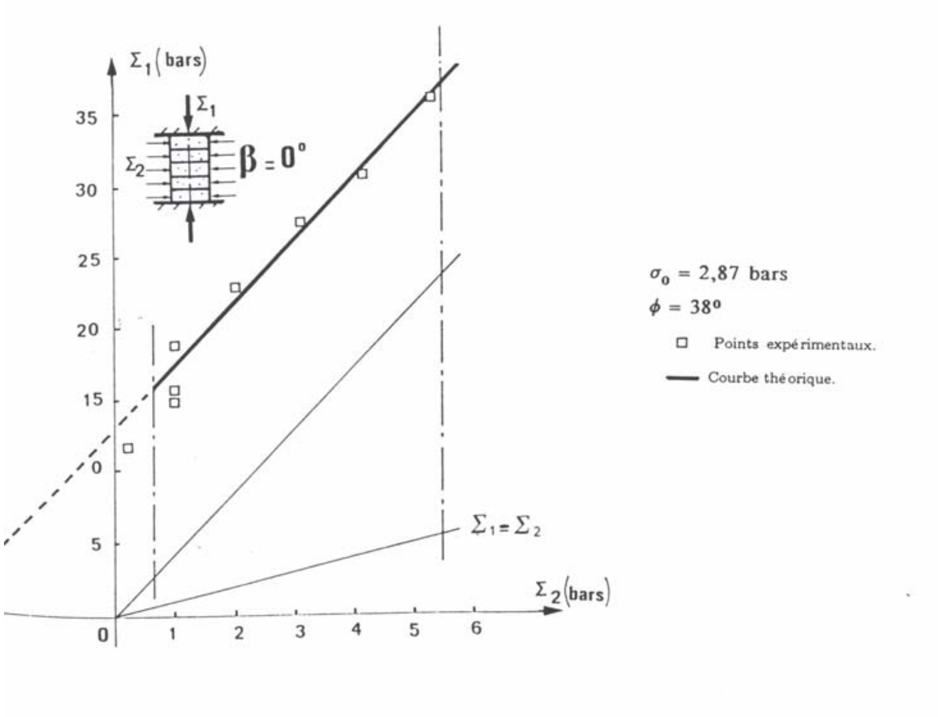
La courbe de rupture théorique dans le plan des contraintes principales (Σ_1 , Σ_2) du sol renforcé est, lorsque les renforcement sont horizontaux, la droite d'équation :

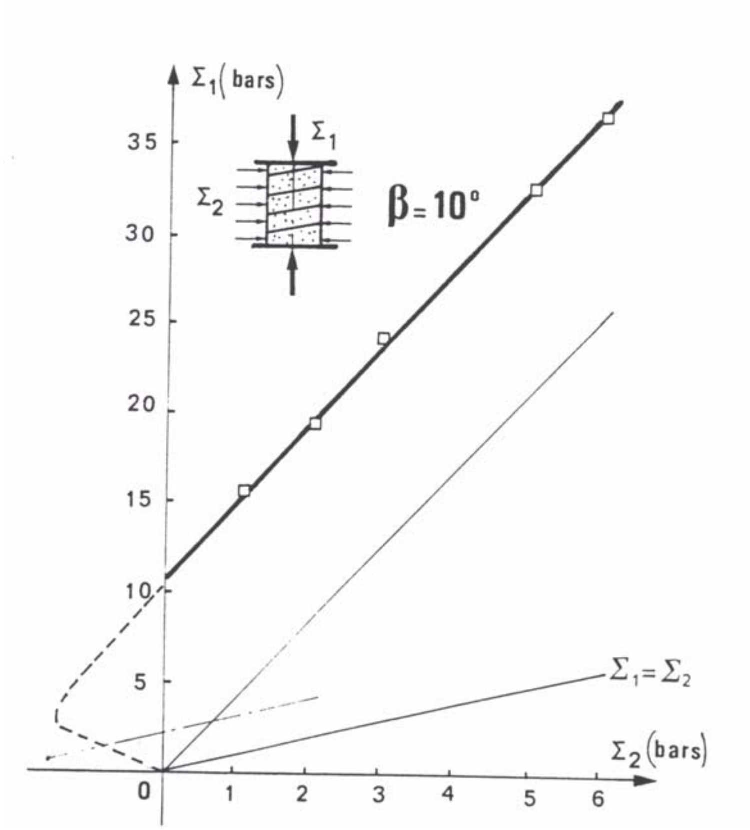
$$\Sigma_1 = Kp(\Sigma_2 + \sigma_0) \quad \text{avec, pour } \phi = 38° \text{ , } Kp = 4.20 \qquad (2\text{-}32)$$

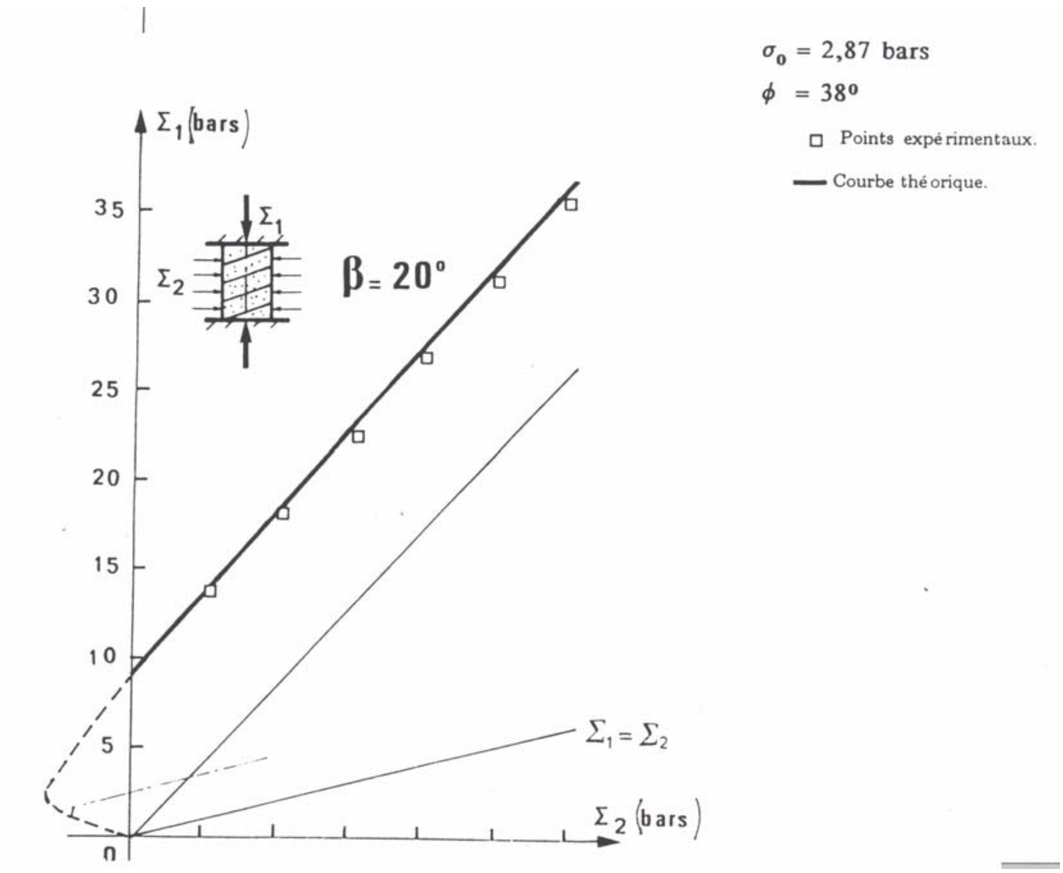
Cette équation met en évidence pour le sol renforcé une cohésion égale à C_{iso}. Ce résultat n'est valable que dans le cas particulier de la sollicitation où les contraintes principales sont l'une (majeure) normale au plan de renforcement et l'autre (mineure) dans ce plan.

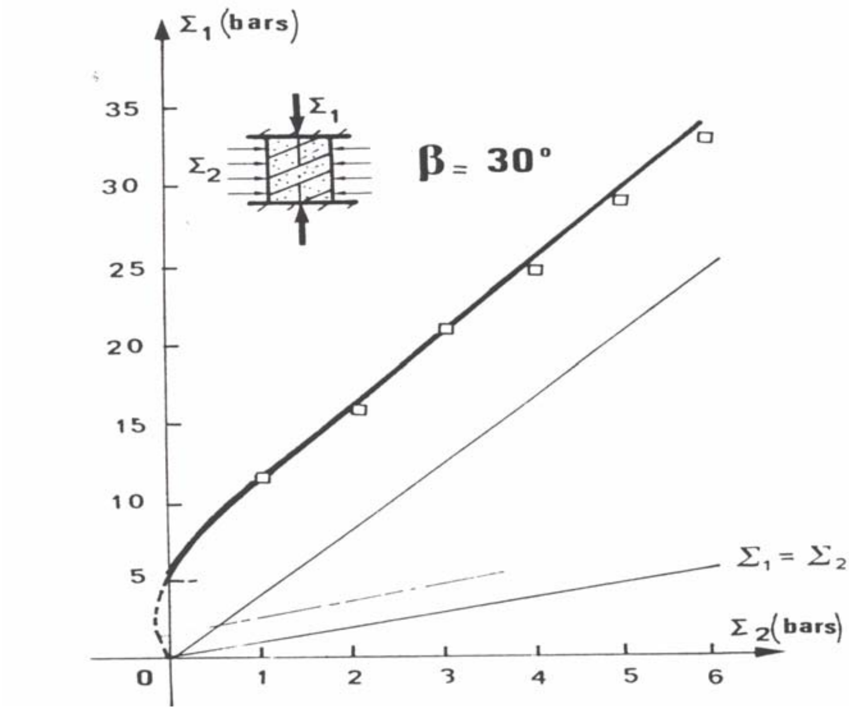
La rupture de l'éprouvette intervient par défaut d'adhérence pour les faibles valeurs de la contrainte latérale Σ_2 ($\Sigma_2 \leq 0.5$ bar). Comme le domaine de résistance G^{hom} ne peut rendre compte de ce mode de rupture, la courbe de rupture théorique n'est à considérer que pour $\Sigma_2 \geq 0.5$ bar.

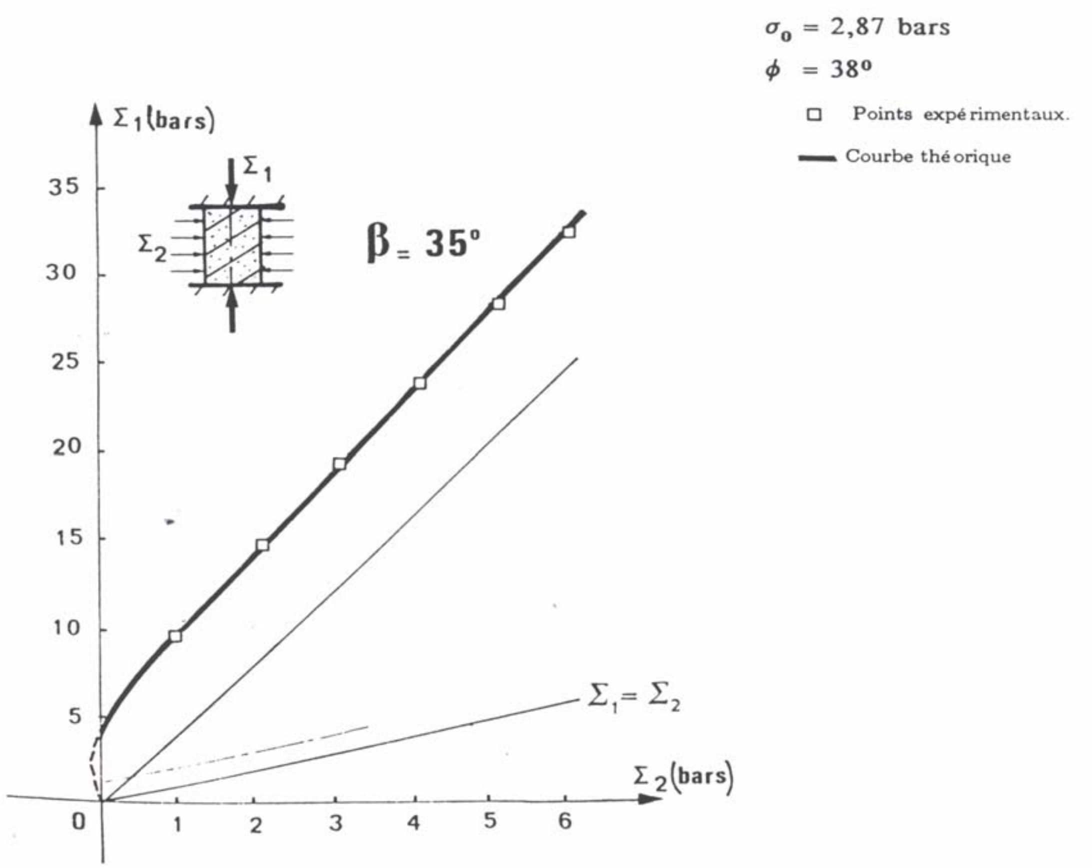
L'ensemble des résultats théorique et expérimentaux sont regroupés sur la figure(2.19) d'où nous relevons la bonne concordance entre la méthode d'homogénéisation et les résultats des essais de la terre armée obtenus à l'appareil-triaxial"

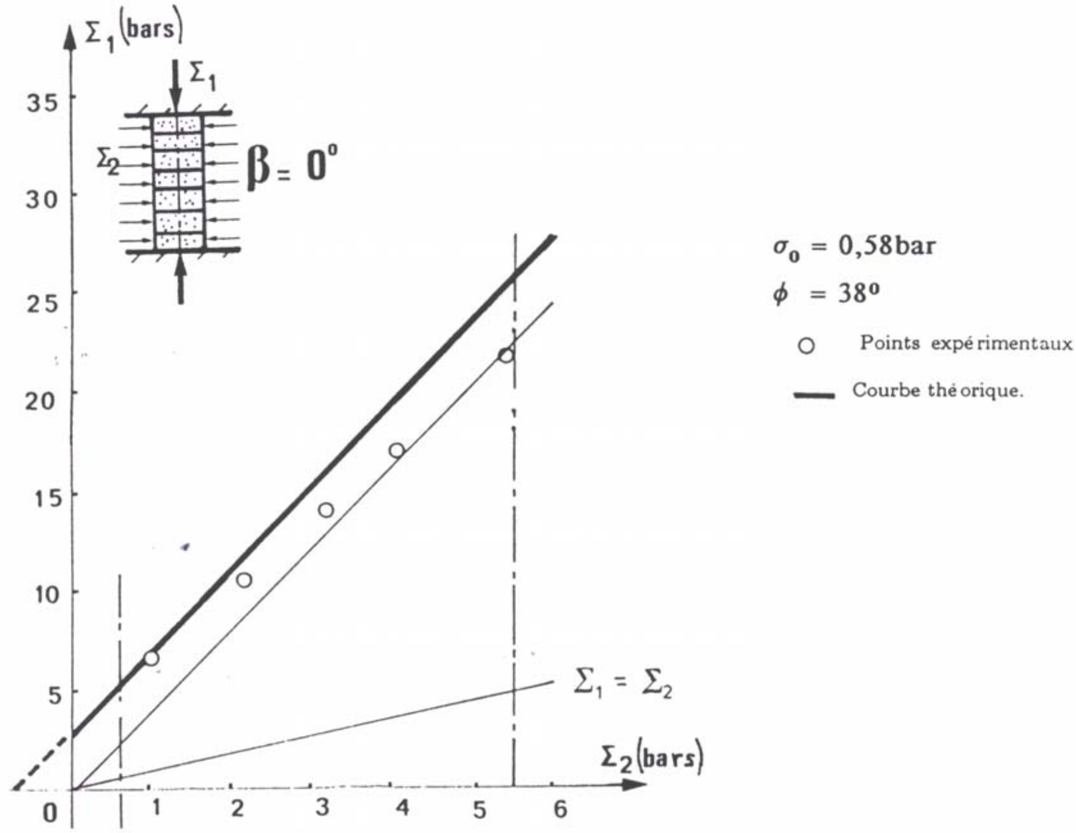

Σ1 (bars)
35
30
25
20
15
10
5
0
1
2
3
4
5
6
Σ1
Σ2
β = 0°
Σ1 = Σ2
Σ2 (bars)
σ0 = 2,87 bars
ϕ = 38°
Points expérimentaux.
Courbe théorique.


Σ1 (bars)
35
30
25
20
15
10
5
0
1
2
3
4
5
6
Σ1
Σ2
β = 10°
Σ1 = Σ2
Σ2 (bars)


σ_0 = 2,87 bars
ϕ = 38°
Points expérimentaux.
Courbe théorique.
Σ_1 (bars)
Σ_2 (bars)
β = 20°
$\Sigma_1 = \Sigma_2$
35
30
25
20
15
10
5
0


Σ_1 (bars)
Σ_2 (bars)
β = 30°
$\Sigma_1 = \Sigma_2$
35
30
25
20
15
10
5
0
1
2
3
4
5
6


σ0 = 2,87 bars
φ = 38°
Points expérimentaux.
Courbe théorique
Σ1(bars)
Σ1
Σ2
β = 35°
Σ1 = Σ2
Σ2(bars)
0
1
2
3
4
5
6
5
10
15
20
25
30
35


Σ1(bars)
Σ1
Σ2
β = 0°
σ0 = 0,58bar
φ = 38°
Points expérimentaux
Courbe théorique.
Σ1 = Σ2
Σ2(bars)
0
1
2
3
4
5
6
5
10
15
20
25
30
35

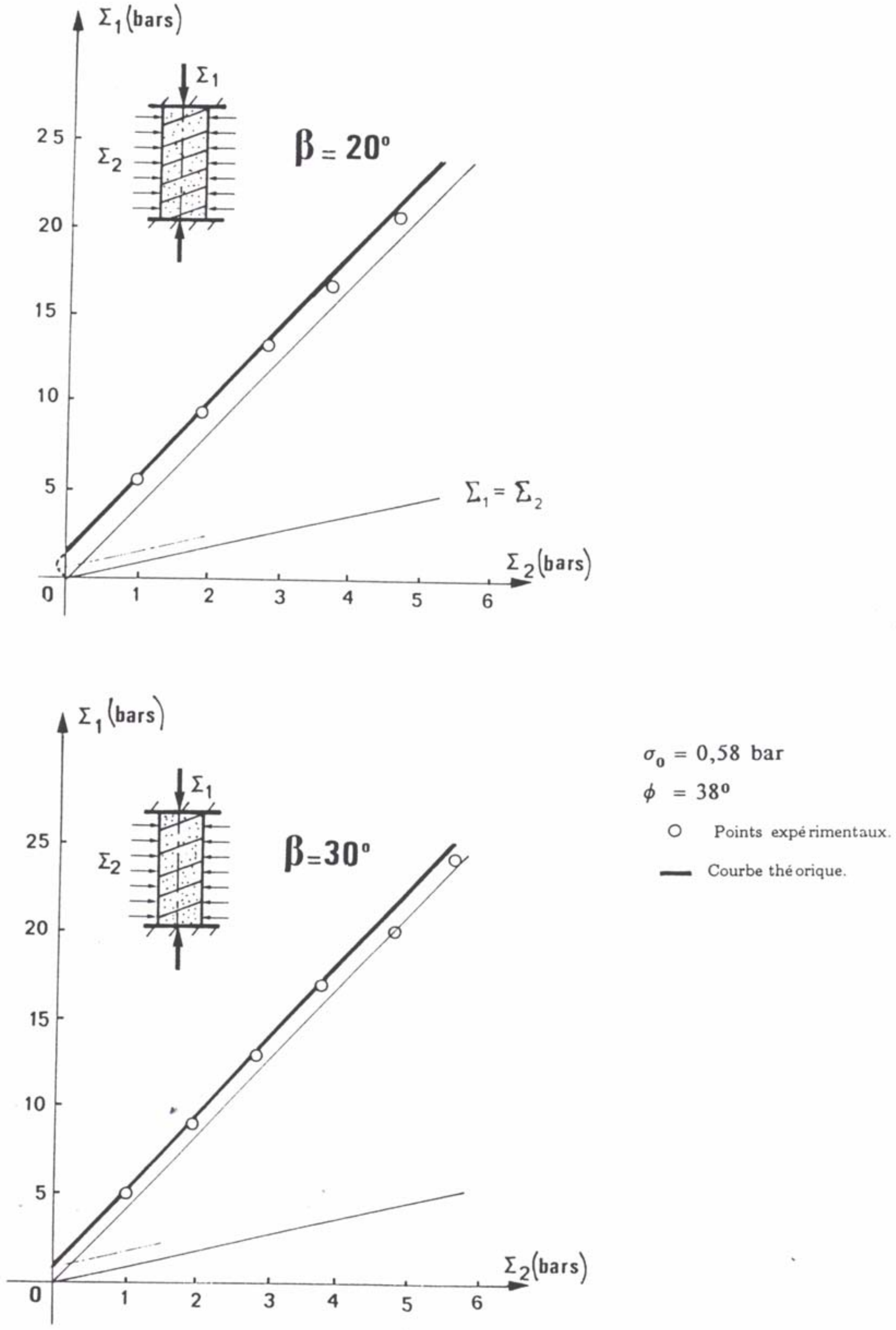


Figure 2-19 *Comparaison du critère macroscopique* G^{hom}
Aux résultats obtenus à l'appareil triaxial

2.11 Prise en compte d'un critère d'interface (avec frottement du "type COULOMB".)

Le frottement entre le sol et le renforcement est le phénomène essentiel qui permet au sol renforcé de fonctionner comme tel. Dans cette section nous abandonnons l'hypothèse selon laquelle l'interface sol- renforcement est infiniment résistante et nous adoptons pour elle un critère avec frottement de "type COULOMB". Le domaine de résistance macroscopique du sol renforcé est, dans ce cas, facilement obtenu à partir du domaine G^{hom} ; c'est là une souplesse d'application de la méthode d'homogénéisation.

2.11.1 Domaine de résistance macroscopique G_{int}^{hom}

2.11.1.1 définition

Un avantage de la méthode d'homogénéisation est la construction quasi-immédiate à partir du domaine G^{hom} (interface à adhérence totale) du domaine de résistance macroscopique G_{int}^{hom} de sol renforcé avec prise en compte d'une condition de résistance de l'interface sol-renforcement autre que 'adhérence parfaite. En effet, nous avons vu que le domaine G_{int}^{hom} est défini, dans le cas où la compression limite des renforcement est nulle, autrement dit on a :

$$G_{int}^{hom} = G^{hom} \cap G_{int} \tag{2-33}$$

où G_{int} est le domaine convexe, défini ci-après, de l'espace $\Re^3$ des contraintes bidimensionnelle caractérisant les capacités de résistance de l'interface sol-renforcement.

2.11.1.2 Le domaine de résistance G_{int}

Afin d'étudier la rupture par défaut d'adhérence d'un ouvrage en sol renforcé, de nombreuses recherches théoriques et expérimentales ont été consacrées au frottement latéral qui se développe tout au long des renforcements. Le coefficient de frottement μ est défini comme le rapport entre la contrainte tangentielle maximale τ_{max} s'exerçant à l'interface, à la contrainte normale σ correspondante (figure 2-20). Le caractère tridimensionnel du frottement sol-renforcement ainsi que sa dépendance vis à vis d'un grand nombre de paramètres et particulièrement de la dilatance du sol rend complexe son analyse. Il est admis généralement que 0.5tgϕ pour la terre armée est une borne inférieure du coefficient de frottement μ (Schlosser, Guilloux, 1981).

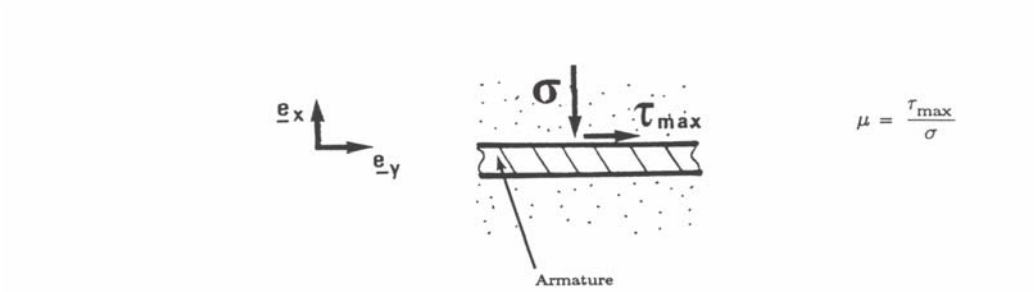


Figure 2-20 *Définition du coefficient de frottement sol-renforcement*

Le domaine de résistance G_{int} de l'interface avec frottement du "type COULOMB" de coefficient de frottement μ est alors défini par :

$$\underline{\underline{\Sigma}} \in G_{int} \quad \Leftrightarrow \quad |\Sigma_{xy}| - \mu \Sigma_{yy} \leq 0 \qquad (2\text{-}34)$$

La figure (2-21) en donne la représentation géométrique dans l'espace $\Re^3$.

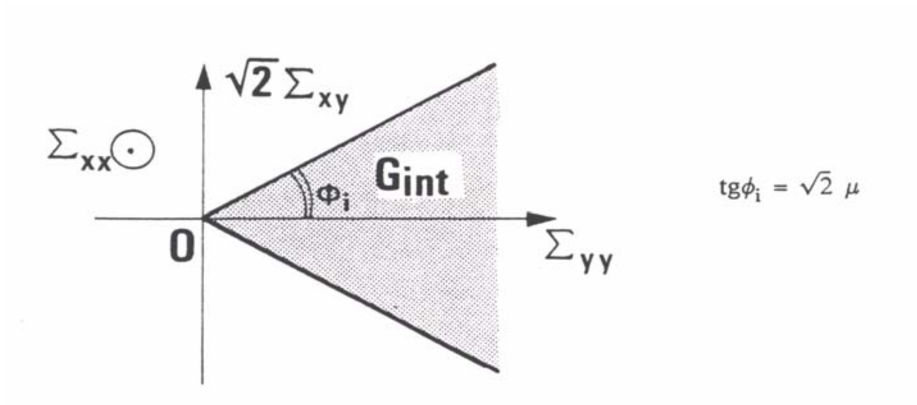


Figure2-21 *Le domaine de résistance de l'interface sol-renforcement dans le plan* $(\Sigma_{yy},\sqrt{2}\Sigma_{xy})$

Dans certaines circonstances la valeur du coefficient μ peut dépasser la tangente de l'angle de frottement interne du sol , auquel cas, tous les résultats établis avec l'hypothèse d'adhérence total entre le sol et le renforcement demeurent valables.

2.11.1.3 Représentation géométrique du domaine $G_{\text{int}}^{\text{hom}}$.

Nous représentons sur la figure (2-22) le domaine de résistance macroscopique $G_{\text{int}}^{\text{hom}}$ dans l'espace $\Re^3$ rapporté aux axes $(\Sigma_{xx}, \Sigma_{yy}, \sqrt{2}\Sigma_{xy})$. Il s'agit du domaine G^{hom} tronqué par deux plans symétriques par rapport au plan Σ_{xy} =0, passant par l'axe des Σ_{XX} , d'ouverture $2\phi_i$ tel que $tg\phi_i = \sqrt{2}\mu$ et qui caractérisent la condition de résistance avec frottement de "type COULOMB" de l'interface sol-renforcements. La section du domaine $G_{\text{int}}^{\text{hom}}$ par un plan déviateur de contrainte d'équation $\Sigma_{xx} + \Sigma_{yy} = cste \geq 0$ est représentée à la figure (2-22) . dans ce plan déviateur rapporté aux axes $S=(\Sigma_{yy}-\Sigma_{xx})/\sqrt{2}$ *et* $T=\sqrt{2}\Sigma_{xy}$ le domaine G_{int} est limité par les deux droites d'équation :

$$|T| = -\mu(S+P) = 0 \quad avec \quad P = \frac{1}{\sqrt{2}}(\Sigma_{xx}+\Sigma_{yy}) \qquad (2\text{-}35)$$

Ce sont les deux droites également inclinées d'un angle égal à arctgµ par rapport à l'axe S et passant par le point de coordonnées S=-P, T=0. les deux droites symétriques par rapport à l'axe S qui limitent dans ce plan déviateur le domaine G^{hom} passent aussi par ce point, mais sont inclinées d'un angle ϕ par rapport à l'axe S.

2.11.2 Modes de rupture du sol renforcé.

Sur la frontière du domaine de résistance macroscopique $G_{\text{int}}^{\text{hom}}$ nous distinguons comme pour le domaine G^{hom} trois "types"d'états de contraintes limites correspondant à trois modes de rupture du sol renforcé en tant que matériau homogène. Le fait nouveau par rapport au cas de l'adhérence totale entre le sol et le renforcement est la possibilité de rupture par défaut d'adhérence. Ce mode de rupture est associé aux états de contrainte limites appartenant à la frontière de $G_{\text{int}}^{\text{hom}}$ et situés sur le plan d'équation : $|\Sigma_{xx}| - \mu\Sigma_{xy} = 0$. Dans un plan déviateur de contrainte tel que $(\Sigma_{xx}+\Sigma_{yy}) \geq 0$, ces états de contrainte limites sont représentés par les segments de droite ab et a′b′ figure (2-23). Les deux autres modes de rupture sont les mêmes que ceux rencontrés avec l'hypothèse d'adhérence totale.

La prise en compte d'une condition de résistance à l'interface sol-renforcement autorisant la possibilité de glissement à cette interface affaiblit les capacités de résistance du sol renforcé entant que matériau homogène, puisque nous avons $G_{\text{int}}^{\text{hom}} \subset G^{\text{hom}}$. Le renforcement du sol n'est plus aussi évident car le domaine de résistance G_s du sol non renforcé n'est pas contenu dans le domaine $G_{\text{int}}^{\text{hom}}$.

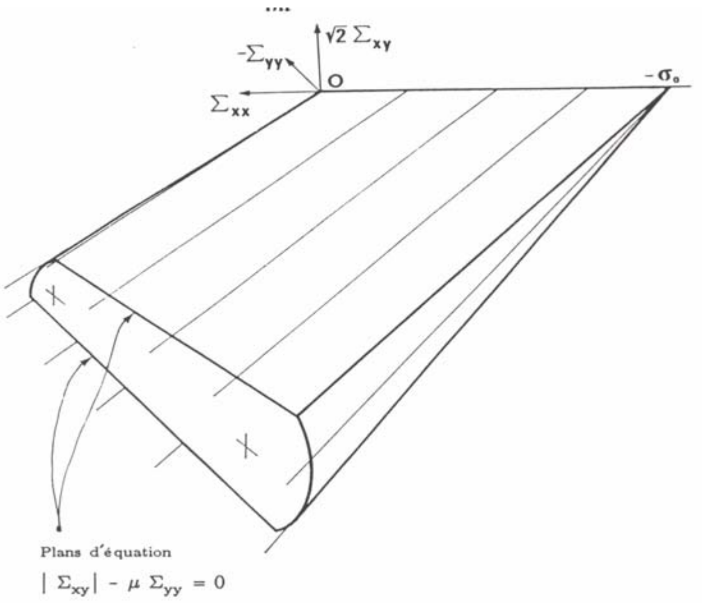


Figure 2-22 *Le domaine de résistance macroscopique* $G_{\mathrm{int}}^{\mathrm{hom}}$

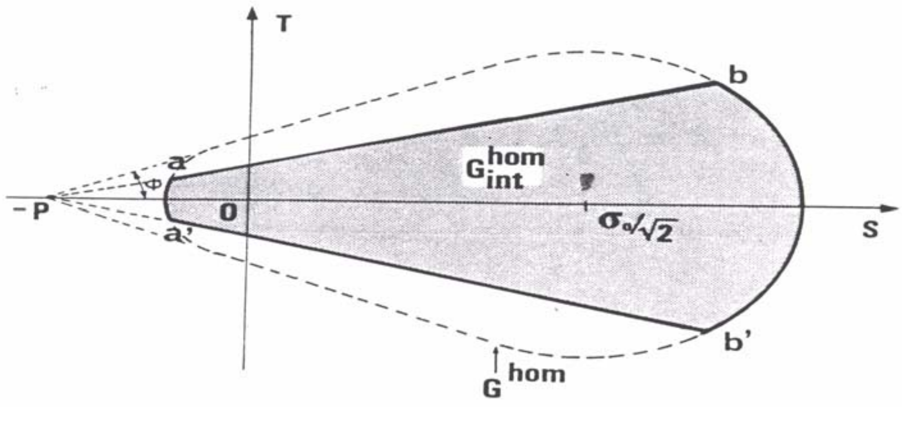


Figure 2-23 *Section du domaine* $G_{\mathrm{int}}^{\mathrm{hom}}$ *par un plan déviateur.*

Chapitre III

MODELISATION DES OUVRAGES RENFORCES (CAS UNIDIRECTIONNEL)

3.1-Introduction

De nombreux auteurs se sont intéressés à la mise en œuvre d'un modèle d'homogénéisation dans un code de calcul. L'application à des cas de murs en sol renforcé a été entreprise par Cardoso & Carreto (1989), et Sawicki (1990). Les études susmentionnées ont fait l'hypothèse de l'adhérence parfaite entre la matrice du milieu renforcé et les éléments de renforcement. Certains auteurs ont introduit la possibilité éventuelle de glissement entre ces deux matériaux, cette nouvelle hypothèse permettant de ne pas surestimer la résistance du milieu renforcé(De Buhan & Talierco (1991).

Hermann & Al Yassin (1978), sur la base d'un code de calcul aux éléments finis, ont pris en compte un déplacement relatif à l'interface dans la matrice de rigidité. Ils ont ensuite effectué une comparaison avec modèle ou les inclusions sont discrétisées, pour aboutir à des résultats identiques. La méthode d'homogénéisation permet un gain de temps considérable dans la résolution.

Sudret & De Buhan (1999) présentent un modèle multiphasique qui donne une description micro polaire du matériau renforcé. Leur modèle permet non seulement de prendre en compte le glissement relatif (de type élasto-plastique) entre le sol et les inclusions, mais également l'effet des forces de cisaillement et des moments de flexion. Des études paramétriques ont été entreprises sur des réseaux de pieux entrecroisés et sur des inclusions. L'intérêt principal de la mise en œuvre d'un modèle d'homogénéisation réside dans le fait que l'on puisse prendre en compte, dans une configuration axisymétrique, les renforcements longitudinal et radial (boulonnage dans les tunnels) ce qui permet d'éviter le recours au calcul tridimensionnel. Ceci rend les études paramétriques possibles vu le faible temps de résolution d'une telle approche. D'autre part la sophistication de ces modèles permet maintenant l'étudier d'un déplacement relatif à l'interface sol/renforcement et même la flexion dans les inclusions.

3.2- Approche prenant en compte la modélisation complète du terrain, des inclusions et de leur interaction.

Dans cette technique, les deux composantes (massif et renforcement) sont discrétisées puis assemblées par l'intermédiaire d'éléments 2D ou 3D (Chaoui 1992, Ho & Smith 1993) ou par des éléments barres. Les apports de ces approches sont multiples car elles permettent notamment la prise en compte du déplacement relatif sol/renforcement par l'intermédiaire d'éléments d'interface et le calcul des efforts mobilisés dans le renforcement. L'utilisation de ces méthodes contribue à une meilleure estimation de la contribution du renforcement à la limitation des déformations.

3.2.1 Modèles bidimensionnels.

Un calcul en déformation plane n'est à priori acceptable que pour les éléments de renforcement bidimensionnels (nappe géotextile, treillis métallique) qui sont continus dans leur plan à l'échelle de l'ouvrage. Deux grands types de méthodes en déformations planes existent pour modéliser les massifs renforcés par armatures discontinues. La première consiste à remplacer une nappe discontinue d'acier par une nappe continue, dont les propriétés macroscopiques sont équivalentes à celles de la nappe réelle en formulant quelques hypothèses rappelées par Chaoui (1992),et Unterreiner (1994) pour un massif renforcé. Le matériau composite ″sol + acier″ est remplacé par une plaque homogène de propriétés différentes de celles du sol et, de l'acier (Figure 3-1).

a) Structure réelle b) Structure équivalente

Figure 3-1 *Modélisation en 2D avec une plaque renforcé prise en compte*

La deuxième approche consiste à étudier une section où le sol n'est pas renforcé en modélisant l'influence des aciers sur cette section de sol. Deux méthodes sont proposées :

La première méthode « slipping strip analysis » présentée par Naylor (1978) est basée sur l'étude d'une section verticale à mi-distance entre deux rangées verticales de renforcement. L'interaction entre le sol et la rangée verticale d'acier est modélisée par une zone verticale d'interface. Cette méthode revient à placer les renforcements hors de la section de sol étudiée et à utiliser une sorte de fonction de transfert de charge pour modéliser l'interaction entre le sol et les aciers. Cette technique conserve la continuité verticale du sol.

La seconde méthode est proposée par Unterreiner (1994) qui considère qu'il n'est pas nécessaire d'introduire une zone verticale continue d'interface mais qu'il suffit de modéliser l'interaction entre la section de sol et chaque acier par une fonction de transfert de charge. Celle-ci doit être calculée de manière appropriée ou mesurée à partir d'essais d'arrachement sur massif.

3.3. Méthode d'homogénéisation

Dans le domaine du renforcement des sols, la technique de l'homogénéisation a été développée notamment par De Buhan & al (1989). Grueuell (1993), Bernaud (1995) et Wong (1997) ont présenté des approches spécifiques pour le renforcement des sols. Leurs modèles, développés dans des cas de configurations et de conditions aux limites très simples autorisent des solutions analytiques ou semi-analytiques. A partir de ces études, on propose plus loin un modèle de comportement homogénéisé de l'ensemble sol/armature dans notre code de calcul. La possibilité d'un glissement entre l'armature et le sol est également envisagée.

3.3.1 Domaine de validité de la méthode d'homogénéisation par la modélisation numérique des sols renforcés.

L'homogénéisation d'un massif de sol renforcé, consiste à remplacer les deux matériaux par un matériau homogène équivalent, représentatif du sol, des armatures et de leurs interactions (Figure 3-2). Cette approche suppose cependant que soient respectées diverses conditions, portant notamment sur la périodicité et la densité des inclusions.

- Représentativité de la cellule de base

On définit le concept de cellule de base (Romstad (1976), comme étant élémentaire du composite sol/armature c'est le plus petit volume contenant les deux matériaux constitutifs du sol renforcé. La (figure.3-2) illustre de manière explicite un cas de renforcement. La cellule de base se compose de deux matériaux.

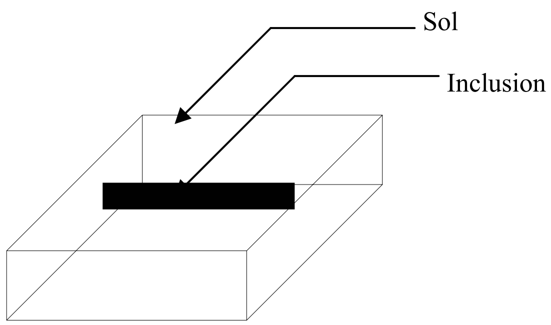


Figure 3-2*: Cellule de base représentative du sol renforcé.*

La représentativité de cette cellule de base définit l'aptitude de celle-ci à reproduire la réalité sur l'ensemble du massif renforcé. Tout en sachant par avance que cette condition ne peut être strictement remplie, il importe néanmoins que les inclusions soient réparties à peu prés de manière régulière afin que l'on puisse modéliser le sol renforcé comme un matériau à structure périodique. C'est une des conditions nécessaires à l'existence d'une cellule de base représentative du massif renforcé.

Néanmoins l'utilisation de techniques de discrétisation en éléments finis ou différences finies permet de faire varier dans une certaine mesure la densité de renforcement et son orientation dans chacun des éléments, ce qui est impossible dans les approches analytiques simplifiées basées sur l'homogénéisation.

3.4. Caractère global de la représentation

Contrairement à ce qui a été présenté dans le cas d'un calcul numérique avec la prise en compte d'inclusions modélisées individuellement permettant d'évaluer localement la contribution des aciers à l'intérieur d'un élément de sol, la technique d'homogénéisation ne permet de s'intéresser qu'aux valeurs globales à l'intérieur de la cellule. C'est-à-dire qu'elle ne permet d'obtenir à l'intérieur d'un élément de sol que la force moyenne reprise par l'acier situé à l'intérieur de l'élément puisque celui-ci est considéré comme également réparti dans le volume de sol. Cette méthode n'a donc de sens que si l'on s'intéresse aux grandeurs globales (ou moyennes) dans l'ouvrage.

- Effet d'échelle.

L'échelle est directement reliée à la densité d'acier, en d'autres termes le nombre d'inclusions par mètre carré de paroi, cette densité de renforcement doit d'être assez élevée afin que la méthode d'homogénéisation puisse être employée (la fraction surfacique de renforcement $d = \frac{Section_{renforcement}}{Section_{cellule}}$ doit être suffisamment faible d<<1) .

La constatation est basée sur une étude comparative entre les résultats expérimentaux obtenus par Siad (1987) sur la terre armée et l'approche théorique par homogénéisation menée par De Buhan (1989), qui a établi une bonne concordance entre leurs résultas. Précisons néanmoins que l'effet d'échelle est également lié à la taille du domaine étudié, il convient donc de ne pas considérer la valeur de L_b (longueur de l'inclusion) en absolu mais plutôt en relatif par rapport au volume de sol étudié, c'est-à-dire l'homogénéité relative du massif étudié. Ainsi comme le précise Jassionnesse (1998), il convient «d'envisager des notions plus objectives » que l'effet d'échelle comme celles que nous abordons dans les conditions suivantes.

- Finesse du maillage du modèle numérique.

La méthode des éléments finis ou des différences finies impose de diviser le milieu continu à étudier en un nombre plus ou moins grande d'éléments représentant le maillage du milieu à étudier. Cette quantité d'éléments choisie par l'utilisateur en fonction de la précision désirée définit la finesse du maillage. Cette notion spécialement dédiée au calcul numérique apporte l'idée de longueur minimale sur laquelle le modèle numérique fournit une information. Cette taille doit également « être relativisée » par rapport aux dimensions de l'ouvrage étudié : en maillant très finement. En clair il ne semble pas très utile de descendre en dessous de la taille de la cellule mais un maillage trop lâche peut conduire à une perte d'information. Bernaud & al (1995) proposent dans le cas d'un tunnel circulaire renforcé par boulonnage radial de garder la même finesse de maillage que dans le cas d'un tunnel non renforcé.

- Période de la cellule de base

La dernière des conditions à satisfaire pour homogénéiser le massif renforcé est que la période de renforcement (la dimension de la cellule de base) soit petite par rapport à l'échelle de l'ouvrage. Les dimensions de la cellule de base augmentent avec la réduction du nombre d'inclusions mises en place dans le massif jusqu'à un seuil où la validité de l'homogénéisation peut être remise en cause.

Si ces conditions sont satisfaites, on peut alors utiliser l'homogénéisation des milieux périodiques afin d'analyser le comportement d'un ouvrage de même géométrie, mêmes conditions aux limites et mêmes conditions de chargement mais avec à la place du sol renforcé un matériau composite homogène anisotrope.

3.5. Homogénéisation d'un milieu renforcé.

Nous allons maintenant nous intéresser au cas d'un milieu à homogénéiser dans une configuration axisymétrique. Du fait des conditions axisymétriques, nous ne nous sommes intéressés de la même façon que Bernaud & al (1995) qu'à deux directions de renforcement radial et axial (voir Figure4-1).

Toutes les configurations de renforcement sont néanmoins possibles et notamment l'association d'inclusions radiales et axiales (cas des tunnels) sur des volumes de sol distincts.

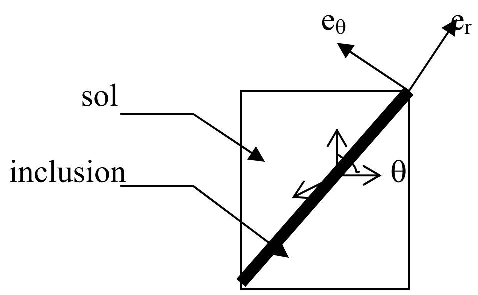


Figure 3-3: *Elément homogénéisé anisotrope*

Avec θ inclinaison du renforcement avec l'horizontale.

* Inclusion radiales : dispositions à $\theta = 90°$ de section S_{bs} et de densité en paroi D_{bs} variable en fonction du rayon :

$$D_{bs}(r) = D_{bs}\ (R/r)^2 \tag{3-1}$$

* Inclusion axiale : disposes à $\theta = 0°$, de section S_{bs} , et de densité en paroi D_{bs} constante quelque soit la distance à la paroi.

3.5.1. Loi de comportement homogénéisée

On définit le comportement d'une cellule de milieu homogénéisé à partir de relations valables pour chacun de ces constituants de base, à savoir le sol et l'inclusion. Nous avons limité notre étude au renforcement unidirectionnel par inclusions planes.

- Détermination des champs de contraintes et des déformations dans le milieu homogénéisé**.**

A l'échelle macroscopique de la structure, le sol renforcé peut être considéré en règle générale comme un milieu continu homogénéisé anisotrope, ceci malgré le fait que le sol et les inclusions soient des matériaux isotropes. On peut donc ainsi substituer le matériau hétérogène initial par un matériau homogénéisé à l'intérieur duquel les états de contraintes et de déformations sont définies respectivement par les tenseurs symétrique $\underline{\Sigma}_{hom}$ et, $\underline{\underline{\varepsilon}}_{hom}$.

Les composantes de ces tenseurs étant les suivantes :

$[\ \Sigma_{rr} \quad \Sigma_{\theta\theta} \quad \Sigma_{zz} \quad \sqrt{2}\,\Sigma_{r\theta} \quad \sqrt{2}\,\Sigma_{rz} \quad \sqrt{2}\,\Sigma_{\theta\rho}\ ]$ pour les contraintes (3-2)

$[\ \varepsilon_{rr} \quad \varepsilon_{\theta\theta} \quad \varepsilon_{zz} \quad \sqrt{2}\varepsilon_{r\theta} \quad \sqrt{2}\,\varepsilon_{rz} \quad \sqrt{2}\,\varepsilon_{\theta z}\ ]$ pour les déformations (3-3)

Afin de pouvoir simplifier l'écriture du tenseur des contraintes, il faut que simultanément la fraction surfacique de renforcement $d=\frac{S_b}{S_{CB}}$ (avec S_b section du renforcement et, S_{CB} section de base)soit très faible d<<1 et que la rigidité des aciers soit beaucoup plus grande que celle du sol (E_{acier}>>E_{sol}). Si ces deux condition sont réunies Gruell (1993) a montré que le matériau renforcé se comporte à l'échelle macroscopique comme un milieu élastique isotrope transverse autour de l'axe $\vec{e_r}$.

Cette démonstration établie en utilisant une approche variationnelle permet de formuler une relation entre les tenseurs $\underline{\Sigma}_{hom}$ et, $\underline{\underline{\varepsilon}}_{hom}$. Le tenseur des contraintes dans le matériau homogénéisé provient de la somme de la contribution de chacun des deux matériaux :

$$\underline{\Sigma}_{hom} = \underline{\underline{A}}\ \underline{\underline{\varepsilon}}_{hom} + K(\ r\ )\ \underline{\underline{\varepsilon}}_{hom} \qquad (3\text{-}4)$$

Où

$$K(r) = D_{bs}(r)\, S_b\, E_b \qquad (3\text{-}5)$$

Avec $D_{bs}(r)$ densité de renforcement (constant lorsque il est axial)

- S_b section du renforcement
- E_b Module de young de l'acier

- Domaine d'élasticité anisotrope

Définissons dans un premier temps, le comportement des deux matériaux constitutifs du matériau homogénéisé :

- Le sol élastique linéaire isotrope défini par le module de young E_s et par le coefficient de poisson ν_s.
- Les inclusions : élastiques linéaires unidirectionnelles (direction $\vec{e_r}$) définies par le module de young E_b.

Dans le domaine élastique, on obtient la relation suivante entre les contraintes et les déformations dans le milieu homogénéisé :

$$\begin{bmatrix} \Sigma_{xx} \\ \Sigma_{yy} \\ \Sigma_{zz} \\ \sqrt{2}\tau_{xy} \end{bmatrix} = \underline{\underline{A}}^{\text{hom}} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \sqrt{2}\varepsilon_{xy} \end{bmatrix}$$

$$H(r) = L_b(r)\frac{E_b}{E_S}(1-\nu_S)(1-2\nu_S)$$

Ou encore, en exprimant la relation dans le repère global (O,x,y) en conditions axisymétriques :

$$\begin{bmatrix} \Sigma_{xx} \\ \Sigma_{yy} \\ \Sigma_{zz} \\ \sqrt{2}\,\tau_{xy} \end{bmatrix} = \underline{\underline{A}}^{\hom} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \sqrt{2}\,\varepsilon_{xy} \end{bmatrix}$$

La matrice $\underline{\underline{A}}^{\mathbf{hom}}$ symétrique définissant le comportement élastique anisotrope du matériau homogénéisé

$$\underline{\underline{A}}^{\hom} = \frac{E_S}{(1+\nu_S)(1+2\nu_S)} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}$$

Avec

$$a_{11} = 1 - \nu_s + \cos^4(\theta) H(r)$$

$$a_{12} = \nu_s + \left[\cos^2(\theta) - 1\right] \cos^2(\theta) H(r)$$

$$a_{13} = \nu_s$$

$$a_{14} = \cos^3(\theta) \sin(\theta) \sqrt{2} H(r)$$

$$a_{22} = 1 - \nu_s + \left[\cos(\theta) - 1\right]^2 \left[\cos(\theta) + 1\right]^2 H(r)$$

$$a_{24} = \left[1 - \cos^2(\theta)\right] \cos(\theta) \sin(\theta) \sqrt{2} H(r)$$

$$a_{33} = 1 - \nu_s$$

$$a_{44} = 1 - 2\nu_s - \left[\cos^2(\theta) - 1\right] 2\cos^2(\theta) H(r)$$

3.5.2. Comportement élasto-plastique du milieu homogénéisé.

Comme critère de plasticité pour le sol, nous avons adopté celui de Mohr-Coulomb. Rappelons que ce critère élastique parfaitement plastique est bien adapté à l'étude des sols ou des roches tendres ayant un comportement cohérent/frottant.

$$f(\underline{\underline{\sigma_s}}) = (\sigma_1)_S - \frac{1+\sin\varphi}{1-\sin\varphi}(\sigma_3)_S - \frac{2C\cos\varphi}{1-\sin\varphi} \qquad (3\text{-}6)$$

Avec :

- $(\sigma_1)_s$ Contrainte principale majeure dans le sol
- $(\sigma_3)_s$ Contrainte principale mineure.

L'équation $\sigma_b=E_b\varepsilon_{xx}\geq R_b$ définit le domaine admissible dans l'inclusion.

$f(\underline{\underline{\Sigma}}_{\text{hom}} - K(x)\varepsilon_{xx}) \leq 0$ définit le domaine élastique G_s et

$f(\underline{\underline{\Sigma}}_{\text{hom}} - K(x)\varepsilon_{xx}) = 0$ la limite des contraintes admissible dans le sol

Lorsqu'une direction principale des contraintes coïncide avec la direction de renforcement, la frontière du domaine admissible pour le matériau homogénéisé est donc atteinte lorsque simultanément le critère de rupture du sol est obtenu $f(\underline{\underline{\sigma_s}})=0$ et la contrainte en traction dans les inclusions arrive à la valeur maximale R_b .

-Quatre cas de figure sont possibles :

1- La limite des contraintes admissibles n'est pas atteinte par le sol et la contrainte dans les inclusions est en dessous de la limite en traction, le comportement du matériau composite est élastique anisotrope.

2- le critère de plasticité dans le sol est vérifié $f(\underline{\underline{\sigma}}_s)=0$ et la traction dans l'inclusion n'atteint pas R_b, néanmoins comme l'a montré Jassionness (1998) le critère de plasticité du sol homogénéisé peut être atteint $f(\Sigma^{hom})=0$. Ceci démontre le fait que la rupture de l'inclusion est indépendante de la plastification.

3- la limite de résistance de l'inclusion est atteinte sans que le critère du sol ne soit vérifié. Cette configuration est peu probable, en effet d'après Wong (1997) la plastification du sol précède la plastification de l'armature, car le seuil de déformation plastique des inclusions et bien supérieur à celui du sol comme l'illustre la figure (3-3) , ceci étant dû aux propriétés mécaniques des inclusions.

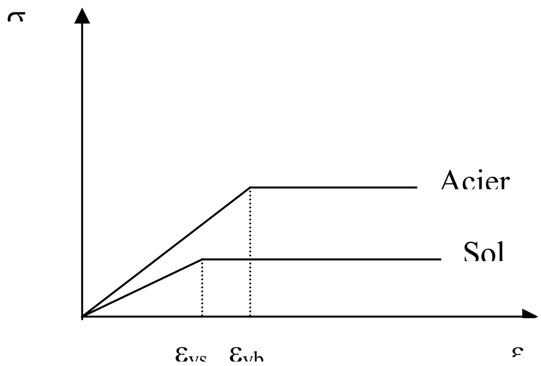


Figure 3-3: *Comportement unidimensionnel du sol et des aciers (Wong, 1995)*

4-- On assiste à une plastification simultanée des deux matériaux constitutifs dans ce cas de figure la critère de plastification du composite est atteint et la contrainte dans les inclusions est plafonnée à R_b. le modèle numérique homogénéisé développé permet la plastification indépendamment l'un de l'autre

Afin de déduire quelques considérations importantes sur les propriétés du critère de plasticité du sol seul, plaçons nous maintenant dans le cas ou une direction principale coïncide avec l'orientation du renforcement. La contrainte dans l'inclusion σ_b est reliée à la déformation ε_{rr}^{hom} par la relation suivante $\sigma_b = E_b \varepsilon_{rr}^{hom}$ tant que $\sigma_b \le R_b$ à la rupture.

Le modèle numérique homogénéisé développé par Bernaud sur la base des travaux de Greuell[1993] qui suppose la plastification simultanée des deux composants, tout se passe comme si les deux matériaux avaient la même déformation à la rupture. Le modèle étudié constitue donc une amélioration puisque les inclusions et le sol peuvent plastifier indépendamment l'un de l'autre.

Afin de déduire quelques considérations importantes sur les propriétés du critère de plasticité du sol seul, on se place maintenant dans le cas ou une direction principale coïncide avec l'orientation du renforcement. La contrainte dans l'inclusion σ_a est reliée à la déformation ε_{rr}^{hom} par la relation suivante :

$$\sigma_a = E_a \ \varepsilon_{rr}^{hom} \qquad \text{tant que } \sigma_a \leq R_a$$

le critère admet donc trois formes différentes comme le précise Jassionnesse **:**

Hypothèses de base	$f(\underline{\underline{\Sigma}}^{hom})$
$\Sigma_1^{hom}=\Sigma_{\theta,r}$ *et* $\Sigma_3^{hom}=\Sigma_r$	$\Sigma_1^{hom}-\frac{1+\sin\varphi}{1-\sin\varphi}(\Sigma_3^{hom}-d_b(r)E_b\varepsilon_{rr}^{hom})\frac{2C\cos\varphi}{1-\sin\varphi}=0$
$\Sigma_1^{hom}=\Sigma_r$ *et* $\Sigma_3^{hom}=\Sigma_{\theta,z}$	$\Sigma_1^{hom}-d_b(r)E_b\varepsilon_{rr}-\frac{1+\sin\varphi}{1-\sin\varphi}\Sigma_3^{hom}-\frac{2C\cos\varphi}{1-\sin\varphi}=0$
$\Sigma_1^{hom}=\Sigma_{\theta z}$ *et* $\Sigma_3^{hom}=\Sigma_{z,\theta}$	$\Sigma_1^{hom}-\frac{1+\sin\varphi}{1-\sin\varphi}\Sigma_3^{hom}-\frac{2C\cos\varphi}{1-\sin\varphi}=0$

Tableau.1 : *Formes adoptées par le critère*

En examinant ces trois formes, on se rend compte que si et seulement si la contribution du renforcement était constante $\sigma_b = R_b$ alors elle serait assimilable à une cohésion anisotrope (modèle de Greuell [1993]).

Dans notre cas et avec

$$\varepsilon_{rr} = \varepsilon^e_{rr} + \varepsilon^p_{rr}, \qquad (3.7)$$

ε^{p}_{rr} apparaît comme paramètre d'écrouissage du critère de plasticité.

Nous avons donc bien à ,faire que ce soit pour le sol seul ou pour le sol renforcé, à un critère de plasticité anisotrope avec écrouissage

La figure suivante présente une des évolutions de la surface de charge valable uniquement dans le cas ou les directions de renforcement coïncident avec les directions principales de contraintes.

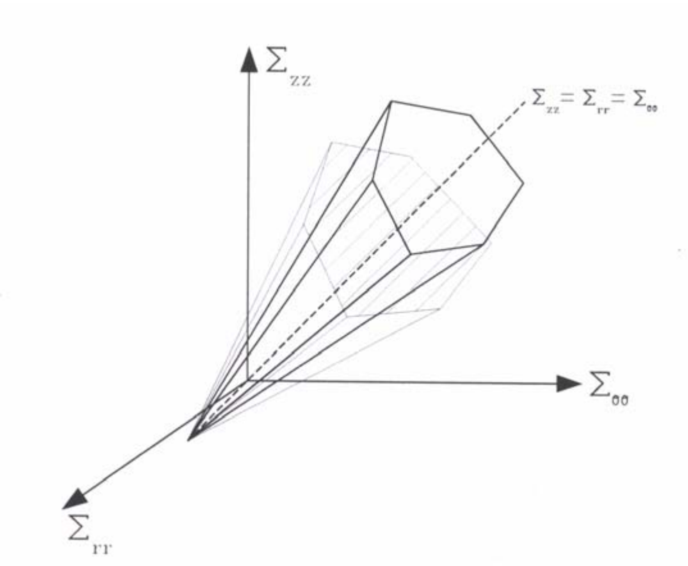


Figure3-5*: Évolution de la surface de charge.*

3.5.3. Règle d'écoulement du milieu homogénéisé.

Il est nécessaire de définir une règle d'écoulement qui va régir les déformations plastiques lorsque le critère de plasticité est atteint. Le matériau homogénéisé est modélisé par une loi élastique parfaitement plastique associée ou non associée.

En faisant l'hypothèse des petites déformations, on peut décomposer le tenseur des déformations totales $\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}$ en deux parties, l'une $\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}^{e}$ qui représente les déformations élastiques et l'autre $\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}^{p}$ qui représente les déformations plastiques. On peut écrire :

$$\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}=\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}^{e}+\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}^{p} \tag{3.8}$$

Pour le comportement élastique, nous avons:

$$\dot{\underline{\underline{\Sigma}}}=\underline{\underline{A}}^{\hom}\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}} \quad \text{d'où} \quad \dot{\underline{\underline{\Sigma}}}=\underline{\underline{\Sigma}}^{\hom}(\underline{\underline{\varepsilon}}-\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}^{p}) \tag{3.9}$$

Et pour le comportement plastique, l'hypothèse de normalité $\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}^{p}$ est dirigée suivant une normale extérieure à la surface $f(\underline{\underline{\Sigma}}^{\hom})$ n'est pas vérifiée ce qui induit que le potentiel plastique ne coïncide pas avec la fonction de ce qu'on amène à considérer une fonction différente (g). Les déformations plastiques découlent ainsi du potentiel plastique par la relation suivante :

$$\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}^{p}=\dot{\lambda}\frac{\partial g(\underline{\underline{\Sigma}})}{\partial(\underline{\underline{\Sigma}})} \qquad \text{avec} \qquad \dot{\lambda}\geq 0 \quad et\, g(\underline{\underline{\Sigma}})=\underline{\underline{\Sigma}}_{1}-\frac{1+\sin\psi}{1-\sin\psi}\underline{\underline{\Sigma}}_{3} \tag{3.10}$$

Avec $\dot{\lambda}$ multiplicateur plastique et (g) potentiel plastique. On a donc dans ce cas une loi d'écoulement non associée.

Par hypothèse, lorsque la fraction surfacique de renforcement est faible la déformation du matériau homogénéisé est très proche de la déformation moyenne du sol sur la cellule de base du milieu périodique. Il n'est donc pas surprenant que la loi d'écoulement du matériau homogénéisé ait la forme de celle du terrain en plasticité. Et notamment,

Si $(\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}^{p}_{v})_{terrain}=0$ (déformation volumique nulle), alors $(\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}^{p}_{v})_{\hom}=0$.

3.6. Fondement de la limite de transfert de charge.

La notion de limite de transfert de charge développée par Jassionnesse(1998) introduit une limitation à σ_b représentant en fait un glissement possible entre l'inclusion et le sol et donc un transfert de charge imparfait de l'acier au sol, ce qui limite la reprise des effort par les aciers.

La limite du transfert de charge correspond à l'introduction d'une loi de frottement/glissement rigide-plastique entre le sol et l'inclusion et, résulte de :

L'équilibre de l'inclusion :

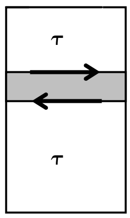


Figure 3.6 *Equilibre de l'inclusion*

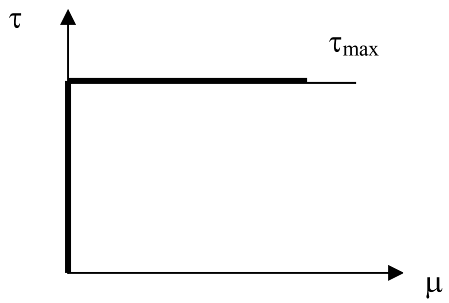
En posant τ le frottement à l'interface sol/inclusion, p_b le périmètre de l'inclusion, σ_b la contrainte dans l'armature et, S_b sa section nous obtenons les relations suivantes :

$$F(x)= p_b\tau(x) \text{ et, } \quad T(x)=S_b.\sigma_b(x) \qquad (3.12)$$

L'inclusion est mise en traction par le frottement τ à l'interface inclusion / sol, l'équilibre aboutit donc à :

$$T(x+dx)-T(x)=-F_s(x).dx \iff \frac{d\sigma_b}{dx}=-\frac{p}{S_b}\tau(x) \qquad (3.13)$$

Une loi de frottement/glissement rigide plastique :



$$\Longleftrightarrow \begin{cases} \tau<\tau_{\max} & \mu=0 \ (\textit{adhérence}) \\ \tau=\tau_{\max} & \mu\neq 0 \ (\textit{glissement}) \end{cases}$$

Figure(3-7) *: Loi de frottement/glissement adopté*

$$\frac{d\sigma_b}{dx}=-\frac{p}{S_b(\tau(x))}\geq -p\frac{\tau_{\max}}{S_b}=-\frac{F_s}{S_b} \tag{3.14}$$

F_s :effort unitaire dans l'armature

Les extrémités de l'armature étant libres, la fonction $\sigma_0=\frac{F_s}{S_b x}$ correspond à la contrainte limite de transfert de charge du terrain à l'armature à partir de la face inférieur et $\sigma_L=\frac{F_s}{S_b}(L-x)$ la face supérieure

3.7. Modélisation d'ouvrages en terre armée

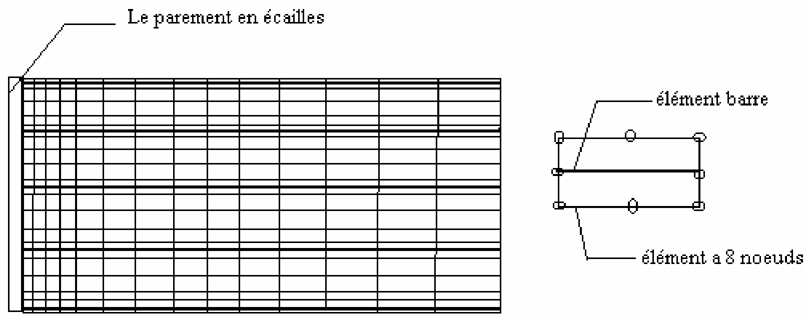
3.7.1. Cas d'un mur de soutènement

Dans cette section, nous allons comparer nos résultats théoriques avec ceux obtenus par PLAXIS. Ces résultats montrent des aspects généraux du comportement des ouvrages en terre armée. On traite successivement :

- l'évolution des tractions T_s dans les armatures (d'un ouvrage),
- le lieu de ces tractions maximales T_{max} dans le mur armé,
- la répartition des déplacements de la paroi (pour différentes hauteurs du mur armé).

L'ouvrage considéré est un mur armé de 5m de hauteur avec 5 lits d'armatures de 5.1m de longueur espacées verticalement et latéralement (ΔH et e) de 1m. Le parement est en écailles de béton de 0.1m d'épaisseur.

Sol (sans cohésion) :	Armatures en (acier) :	Parement:
E=10 MPa γ= 16 KN/m^3 ν=0.33 ϕ=30°	E_b=2.10^5 Mpa ν_b=0.25 (S ϕ 50mm)	E_p=2.10^{4}Mpa ν=0.25



Maillage de la structure

L'évolution des tractions dans les 5 armatures est présentée sur la (figure 3-8). Cette évolution, conforme aux observations expérimentales, sépare la zone active de la zone passive par une ligne de tractions maximales. Cette ligne verticale est située à une distance d du parement. Nos résultats sont comparés avec ceux de SHAFIEE. Notre modèle sous-estime légèrement les tractions calculées. Cette (légère) différence est due, à notre avis, à la nature du calcul (homogénéisation, elasto-parfaitement plastique avec un critère de Mohr-Coulomb avec prise en compte de l'effet d'interface). La distribution (adimensionnelle) des tractions maximales T_{max}*(nous normalisons toutes les T_{max} par la valeur maximale des T_{max} calculées) en fonction de la profondeur Z/H (Figure 3-9). Les valeurs déterminées par "RENFSOL" (logiciel élaboré en éléments finis conçu par nous même) sont très proches de celles obtenues par le Logiciel «PLAXIS». Nous notons qu'on vérifie le mode usuel de déplacements d'un mur en terre armée, cependant les valeurs déterminées par "RENFSOL" restent légèrement inférieures aux valeurs calculées par « PLAXIS» (la différence est de l'ordre de 15% dans le cas de prise en compte de l'effet d'interface et 10% pour une adhérence parfaite).

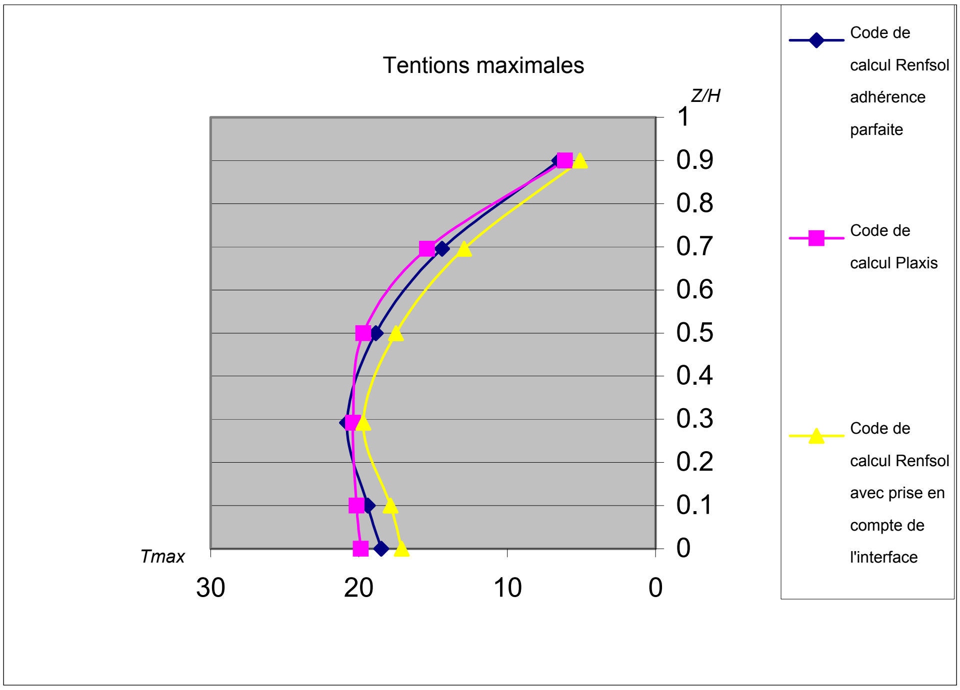


Figure 3-8 *Tractions maximales* T_{max}

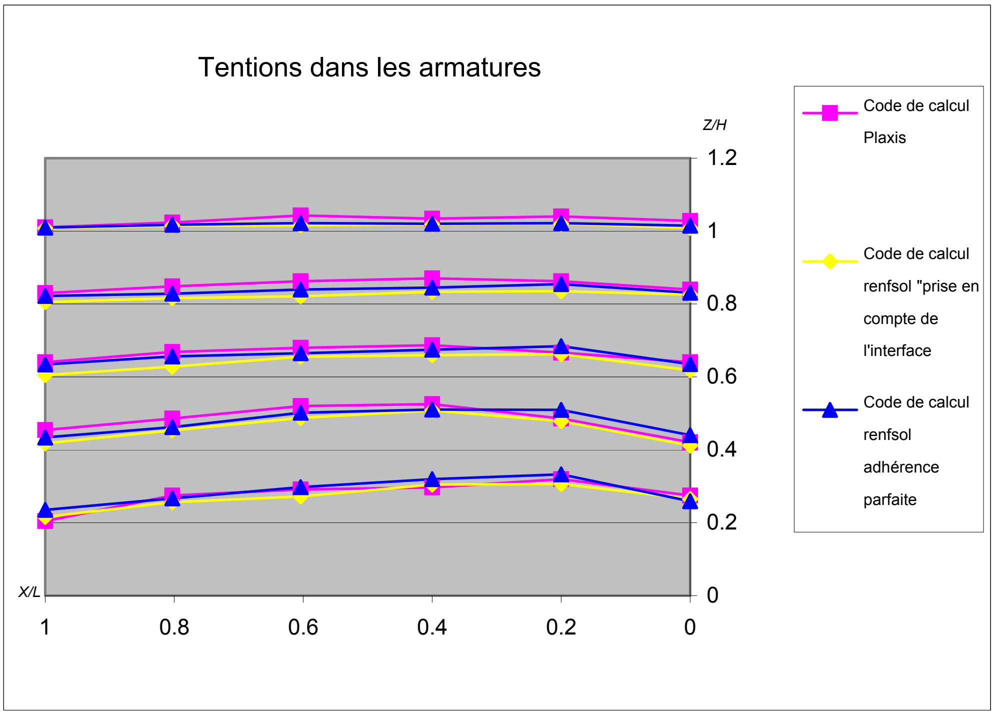


Figure 3-9 *Evolution des tractions T_s dans les armatures*

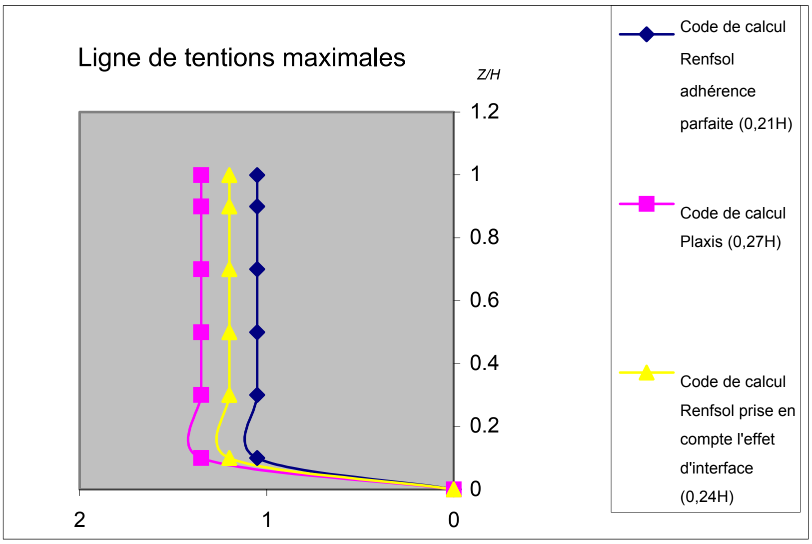


Figure 3-10 *Lieu des tentions maximales*

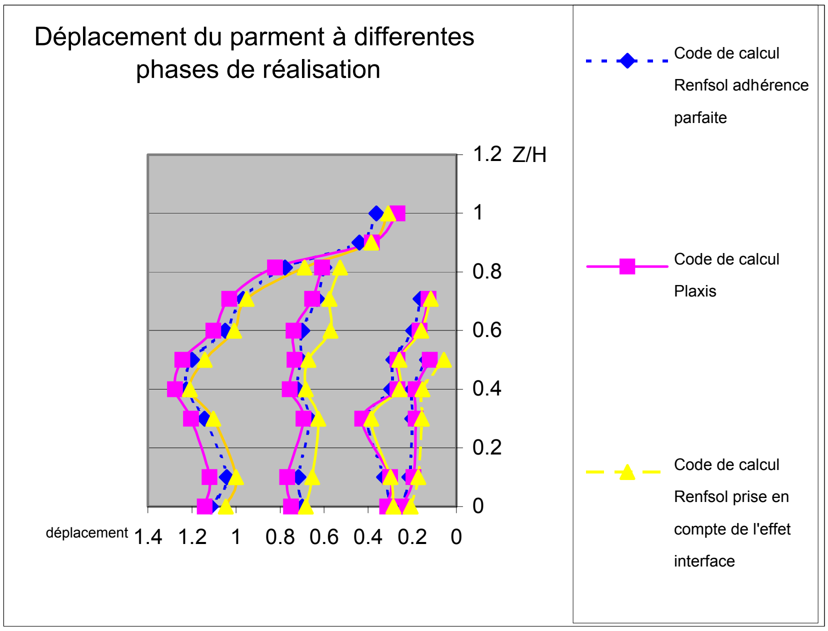


Figure 3-11 *Evolution des déplacements de la paroi*

- Conclusion

Le comportement des massifs renforcés par inclusions linéiques est complexe et nécessite la prise en compte des transferts d'efforts à l'interface sol/inclusions. Les approches de type calcul à la rupture visent a déterminer l'équilibre du massif, mais ne permettent pas d'évaluer l'état de déformations du massif. La modélisation en déformations permet quant à elle de prendre en compte les divers éléments : le sol, les inclusions et leurs liaison et conduit à deux types d'approches : analytiques et numériques. L'homogénéisation des milieux périodiques est une autre approche qui permet de considérer le composite terrain et renforcement au niveau macroscopique comme un matériau équivalent dont le comportement globale rend compte de celui du sol et des inclusions.

3.7.2. Cas de la capacité portante

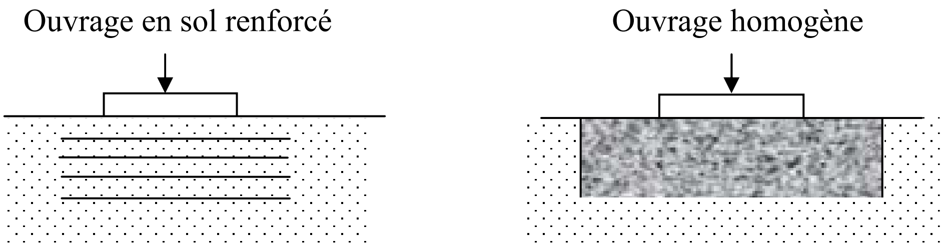


Figure3-12 *Semelle sur sol renforcé*

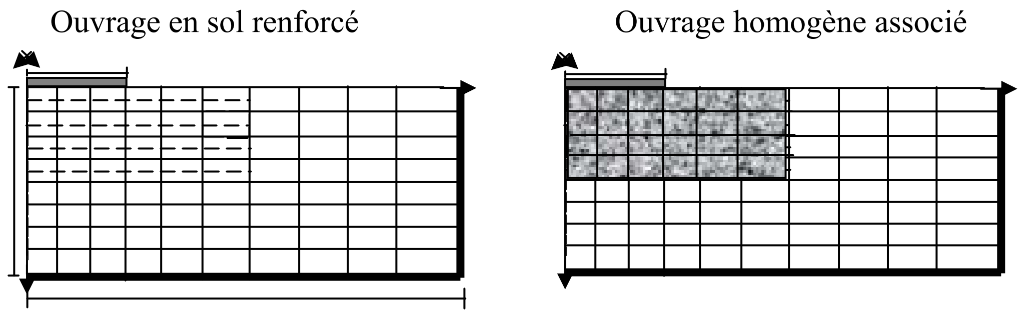


Figure 3-13 *modélisation du sol*

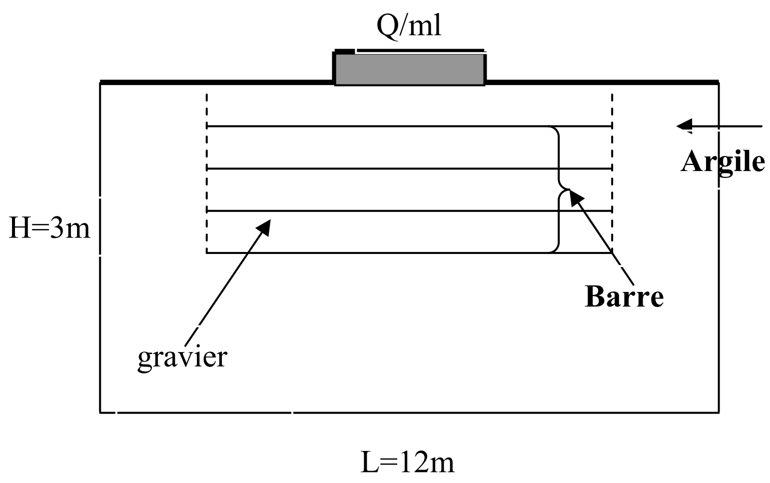


Figure3-14 *Semelle filante*

-Les données de la structure:

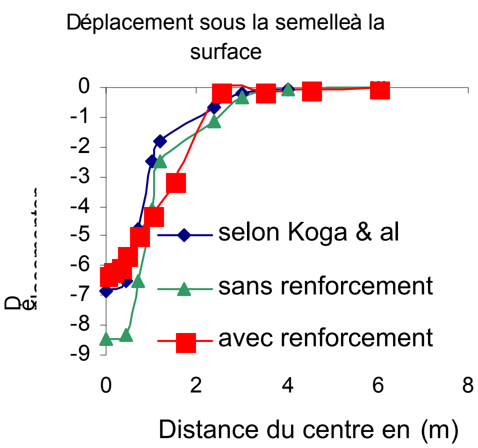
-Les caractéristiques des matériaux

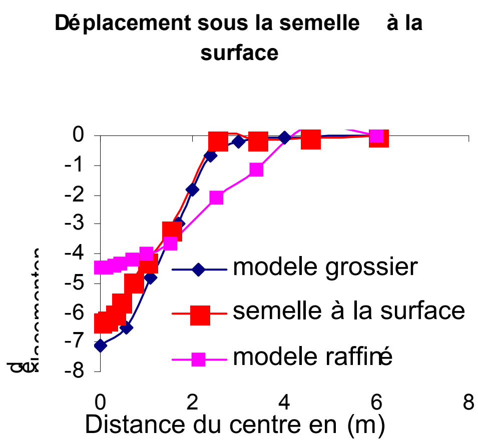
Argile: E = 35 000 Kn/m^2 ; υ = 0.3 , γ = 16.0 Kn/m^3

Gravier:: E = 150000 Kn/m^2 ; υ = 0.3 ; γ = 8.0 Kn/m^3

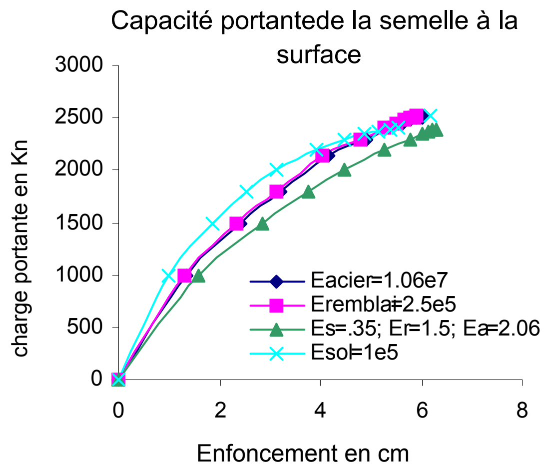
Barres : Es = 2060000 Kn/m^2 ; υs = 0.17 As = 13.10^{-4} m^2

Le premier graphe illustre les résultats obtenus par le programme et ceux donnés par K.Koga & al pour les déplacements du sol renforcé sous la semelle à la surface, on voie qu'il sont proche.



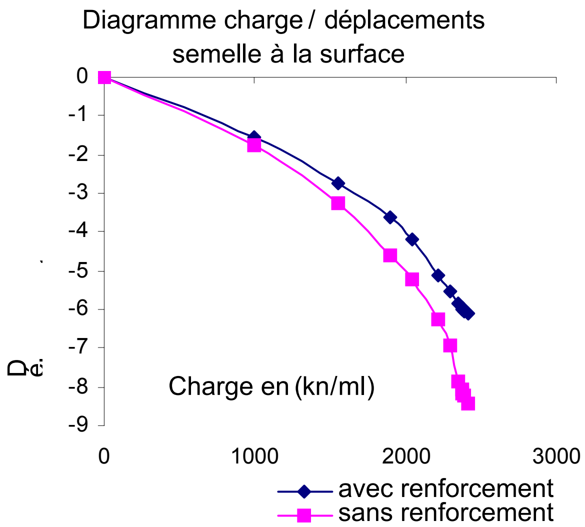


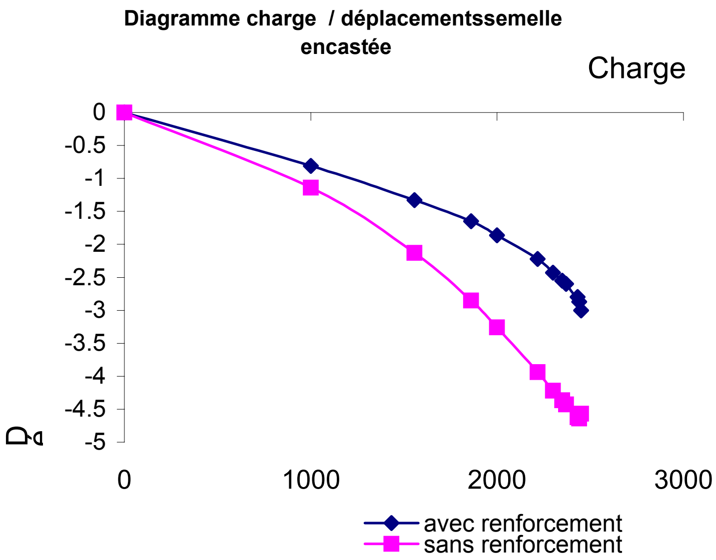
Par contre le deuxième graphique pour différents cas de modélisation, plus le maillage est raffiné, plus les déplacements diminuent.



- Effet de la variation des caractéristiques du sol (c, phi et E) sur les déplacements

En augmentant les propriétés du sol le déplacement diminueEffet de la variation des caractéristiques (E et A) des armatures. mais avec la diminution des caractéristiques des armatures le déplacement augmente.





On remarque que en présence du renforcement la capacité des sols augmente,

-Conclusion

- L'étude paramétrique pour les déplacements du sol renforcé sous la semelle à la surface ou encastrée en tenant compte des différentes variables a montré que :

- Le déplacement du sol homogénéisé sous la fondation diminue avec l'augmentation des propriétés du sol et des armatures, tel la cohésion, l'angle de frottement, la rigidité et la section des armatures.

- La charge portante du sol augmente avec l'augmentation de la rigidité du sol.

- La méthode d'homogénéisation permet de simplifier le problème toute en prenant en considération l'effet des inclusions,

- La méthode des éléments finis permet de traiter la quasi-totalité des problèmes complexes et aussi satisfaire à la fois le critère de rupture et les conditions d'équilibre statique, toute en donnant des informations sur le développement du processus de la rupture.

- Pour terminer, la terre armée permet de résoudre le problème des sols non cohésifs grâce à l'adhérence qu'elle peut apporter dans le cas des ouvrages fondés sur des sols de faibles portances et aussi à la grande souplesse du massif obtenu.

3.7.3. Cas d'un glissement de terrain.

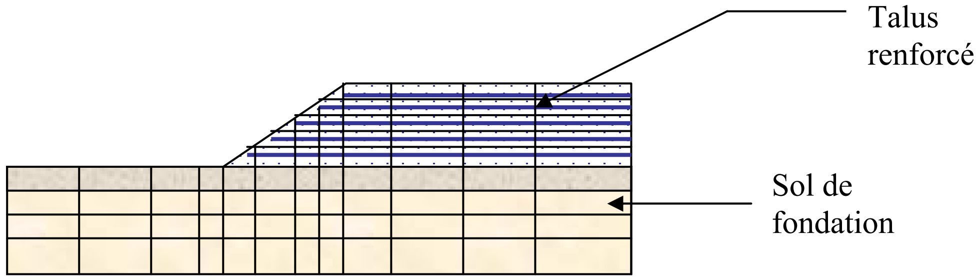
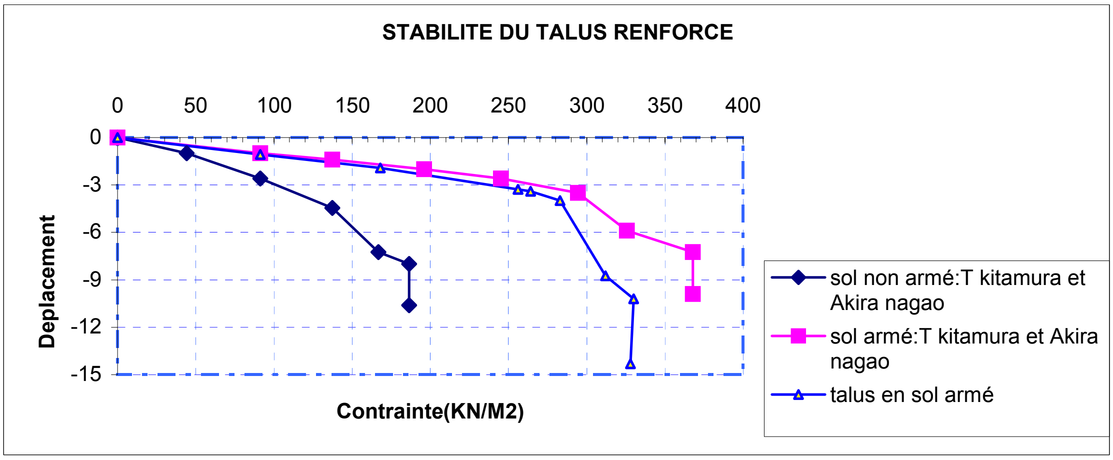
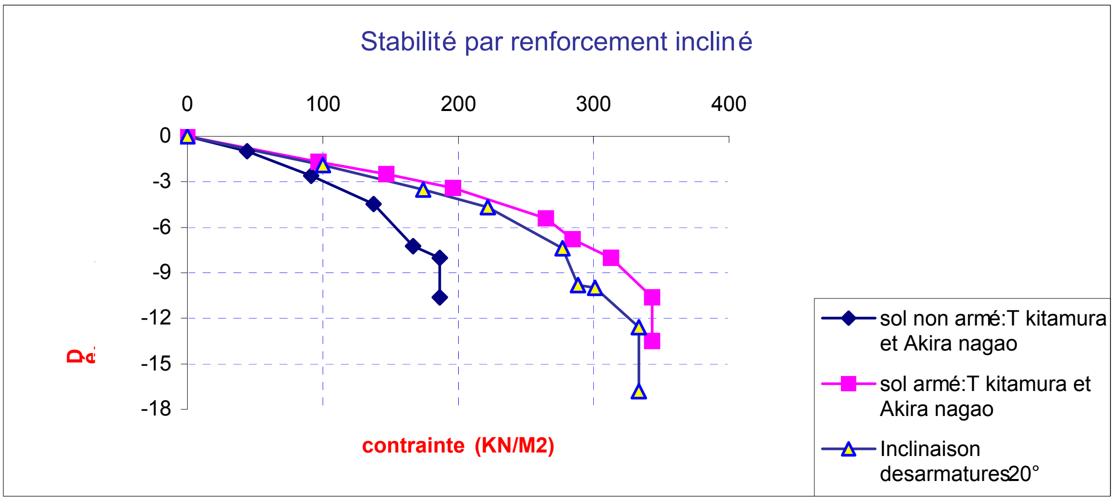
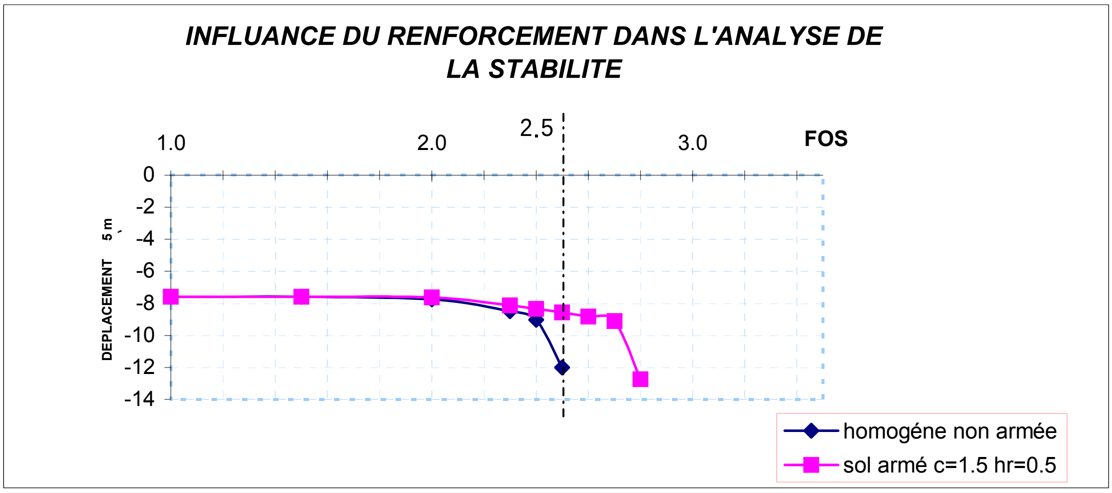
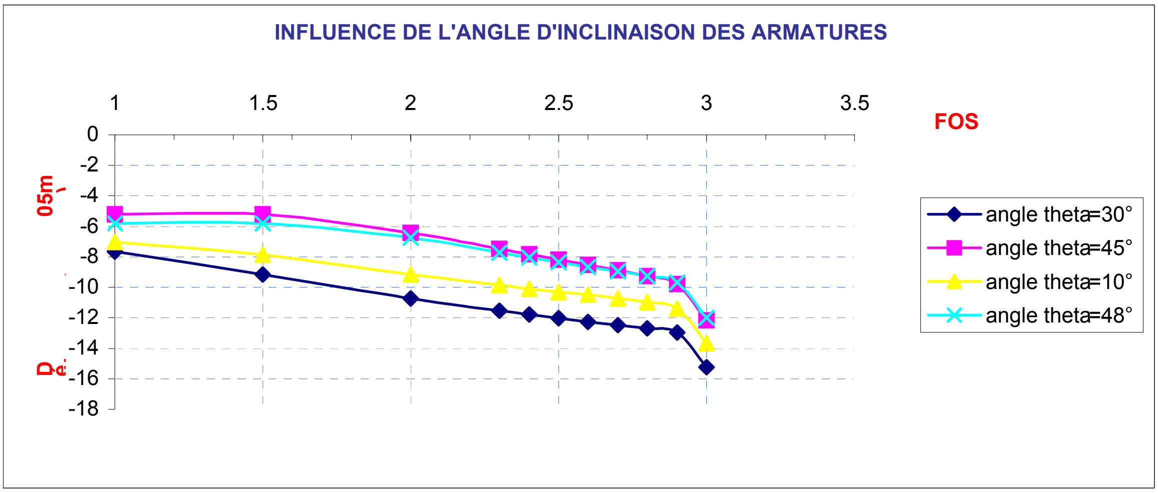


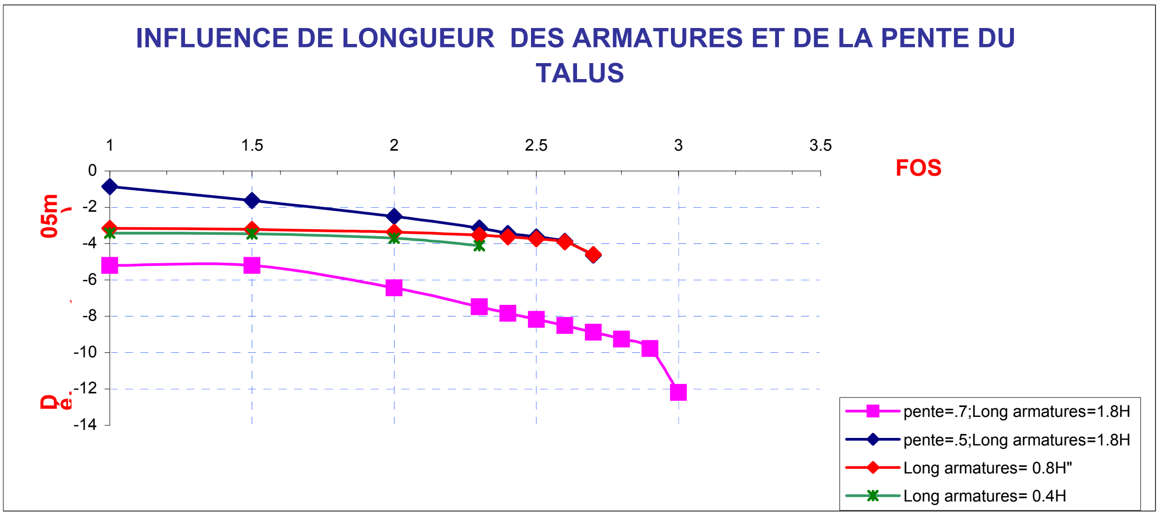
Figure 3-14 :*Modélisation du sol d'un talus en sol renforcé.*






INFLUANCE DU RENFORCEMENT DANS L'ANALYSE DE LA STABILITE
FOS
DEPLACEMENT
homogéne non armée
sol armé c=1.5 hr=0.5


INFLUENCE DE L'ANGLE D'INCLINAISON DES ARMATURES
FOS
angle theta=30°
angle theta=45°
angle theta=10°
angle theta=48°


INFLUENCE DE LONGUEUR DES ARMATURES ET DE LA PENTE DU TALUS
FOS
pente=.7;Long armatures=1.8H
pente=.5;Long armatures=1.8H
Long armatures= 0.8H"
Long armatures= 0.4H

-Conclusion

En traitant les deux cas du renforcement horizontal et du renforcement à angle incliné, les résultats obtenus par le premier programme concernant les déplacements montrent que :

L'analyse de la stabilité du talus donne des valeurs de déplacements proches de celles obtenues par T.Kitamura & al (1988). Après la phase d'écoulement et au début de la phase de rupture les valeurs des déplacements obtenus par le calcul sont très proches, ceci montre bien que le programme élaboré pour l'analyse de la stabilité d'un talus en terre armée est fiable.

L'analyse paramétrique sur les déplacements et le facteur de sécurité propre au talus vis-à-vis des différentes caractéristiques mécaniques ou géométriques (la cohésion, l'angle de frottement et les caractéristiques concernent les aciers) donne des résultats fiables.

Déterminer une valeur optimale de l'angle d'inclinaison des armatures pour laquelle on obtient la valeur minimale de déplacement en conservant le même raffinement de la discrétisation

CHAPITRE IV

ETUDE D'UN OUVRAGES RENFORCE PAR FILS CONTINUS (CAS BIDIRECTIONNEL)

4.1 Introduction

La construction du domaine macroscopique de résistance du sol renforcé dans deux directions passe par une modélisation de ce matériau. Pour ce faire, nous assimilons le sol renforcé à un milieu périodique, ce qui nous permet de définir une cellule de base. La prise en compte des capacités de résistance du sol, des couches de fils et des interface sol-renforcement dans la cellule de base permet d'écrire le critère de résistance macroscopique de ce modèle.

4.1 Modélisation de la structure

Avant de passer à la détermination proprement dite du critère de résistance, il nous faut avant tout modéliser une structure hétérogène périodique correspondant au sol renforcé.

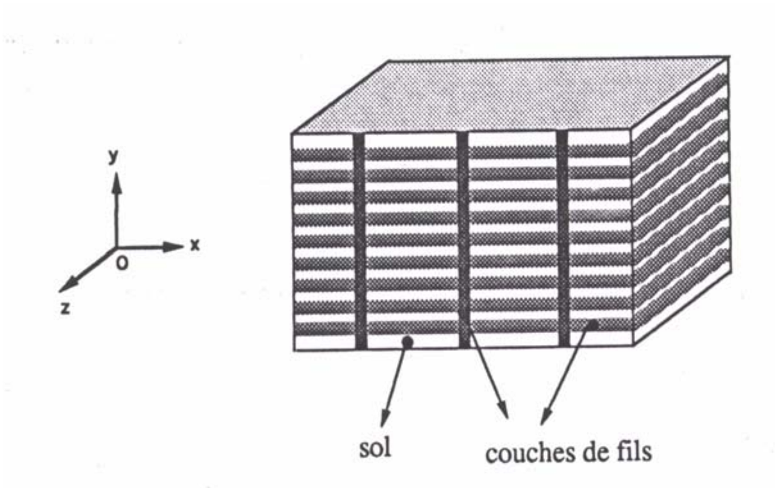
La plupart des problèmes de stabilité à la rupture pour les ouvrages tels que les murs de soutènement ou les fondations sont formulés comme des problèmes de calcul à la rupture en déformation plane (Salençon 1983), c'est à dire dans le formalisme du milieu continu bidimensionnel. On assimile donc le sol renforcé à un milieu bidimensionnel, ce qui permettra par la suite d'étudier la stabilité des murs de soutènement.

Pour présenter le matériau nous avons mis en évidence un plan privilégié de dépôt des fils pour les ouvrages tels que les soutènements. Notons $\underline{e}_y$ la normale à ce plan. En supposant que dans ce plan les fils sont répandus de manière isotrope, on peut alors se placer dans le formalisme du milieu continu bidimensionnel repéré par les axe Ox et Oy dont les vecteur unitaires sont respectivement $\underline{e}_x$ et $\underline{e}_y$. On dit alors que les fils continus dans le plan de normale $\underline{e}_y$ forment une couche de fils de direction $\underline{e}_x$. L'ensemble de ces couches parallèles et espacées régulièrement, forme un premier réseau de fils.

Toutefois, du fait de la fabrication du matériau, tous les fils ne sont pas strictement inclus dans ce plan. La modélisation proposée consiste alors à considérer l'existence d'un deuxième réseau de couches de fils, dit secondaire, perpendiculaire au premier, c'est à dire dans la direction $\underline{e}_y$ (figure4-1). Notons que ce deuxième réseau de fils n'a pas de réalité physique très précise, mais qu'il est destiné à prendre en compte le fait qu'il existe au sein du matériau d'autres orientations des fils.

Chaque réseau de fils, formé de couches de fils parallèles entre elles, est caractérisé par sa direction, par l'espacement entre deux couches de même direction et par les capacités de résistance d'une couche.

L'approche proposée consiste donc à modéliser le sol renforcé comme un milieu bidimensionnel composé de sol renforcé par des couches de files dans deux directions mutuellement orthogonales.



Figure(4-1) *Modélisation du sol renforcé par couches de fils dans 2 directions.*

4.3 Cellule de base et critères de résistance des constituants

Après avoir défini la cellule de base de notre modèle de sol renforcé par des couches de fils dans deux directions orthogonales entre elles, nous exposons les critères de résistance des constituants (sol, couches de fils, interface) nécessaires à la détermination du critères de résistance macroscopique.

-Cellule de base

La périodicité des couches de fils dans chaque direction permet d'isoler une cellule de base bidimensionnelle représentée à la figure (4-2) .

On note Δh_1 (resp Δh_2) la distance entre deux couches de direction 1 (resp 2) et e_1 (resp e_2) l'épaisseur des couches. Les rapports $\eta_i = e_i/\Delta h_i$ caractérisent alors les proportions volumiques des couches de fils.

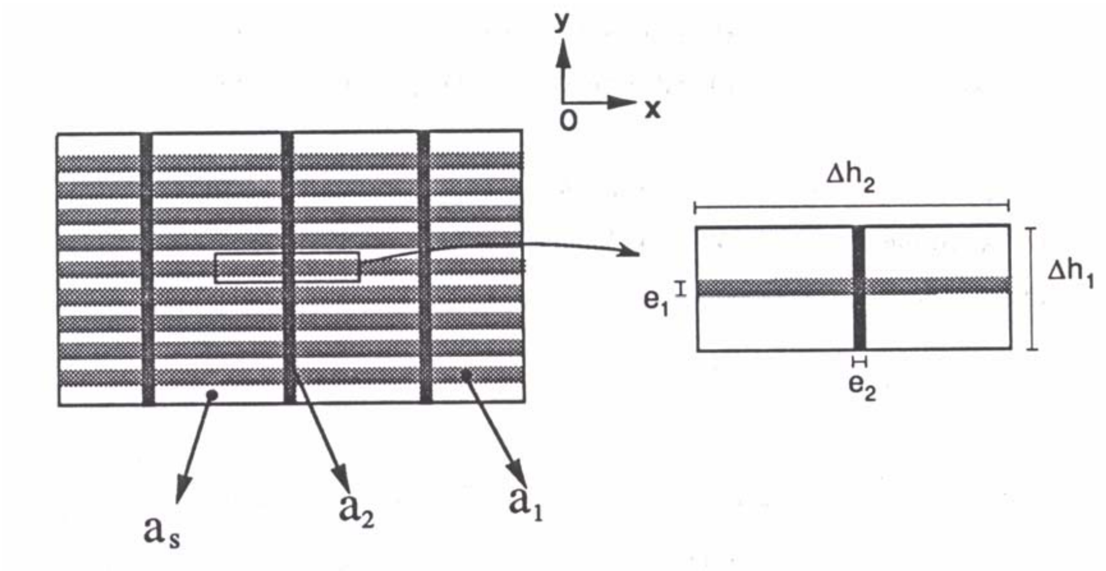


Figure (4-2) *Modélisation bidimensionnelle du sol renforcé et cellule de base*

- Position du problème

La construction du domaine de résistance macroscopique $G_{\text{int}}^{\text{hom}}$ du sol renforcé repose sur la résolution d’un problème de calcul à la rupture sur la cellule de base. Par définition $G_{\text{int}}^{\text{hom}}$ s’écrit :

$$
G_{\text{int}}^{\text{hom}} = \left\{ \underline{\underline{\Sigma}}\ ,\ \exists\ \underline{\underline{\sigma}} \ \middle|\ \begin{array}{l} \underline{\underline{\Sigma}} = \langle \underline{\underline{\sigma}} \rangle \quad , \operatorname{div} \underline{\underline{\sigma}} \quad \left([\![\underline{\underline{\sigma}}]\!] \underline{n} = 0 \right) \\ \underline{\underline{\sigma}}(\underline{\xi}) \in G^{s} \quad \underline{\xi} \in a_s \\ \underline{\underline{\sigma}}(\underline{\xi}) \in G^{i} \quad \underline{\xi} \in a_i \end{array} \right. \tag{4-1}
$$

$$
\underline{\underline{\sigma}}(\underline{\xi})\,\underline{n}_i \in G_i^{\text{int}} \qquad \underline{\xi} \in \partial a_i \cap \partial a_s \qquad i = 1,2 \Big\}
$$

Où G^S et G^i (i=1,2) sont les critères de résistance respectifs du sol de base a_s et des couches de renforcements a_1 et $_2$ et les G_i^{int} $i=1,2$ sont les critères de résistance des interfaces sol-renforcement a_i de normale <u>n</u>

- Critère de résistance des constituants

Nous allons définir, pour chaque constituant sol et renforcement et pour les interfaces sol-renforcement, dans la cellule de base, les critères de résistance qui sont les données de ce problème. L'espace $\Re^3$ des états de contraintes bidimensionnelles est rapporté au système d'axes Σ_{xx} ,Σ_{xy} ,$\sqrt{2}\Sigma_{xy}$

a) Sol de base

Le sol de base est un sol homogène frottant sans cohésion dont ϕ est l'angle de frottement. Les capacités de résistance du sol sont définies par la donnée en tout point du domaine de résistance G^S du critère de coulomb (figure 4-3)

$$\underline{\underline{\sigma}} \in G^S \Leftrightarrow \sqrt{\frac{(\sigma_{yy}-\sigma_{xx})^2}{4}+\sigma_{xy}^2}+\frac{1}{2}(\sigma_{xx}+\sigma_{yy})\sin\phi \le 0 \qquad (4\text{-}2)$$

Ce qui implique : $(\sigma_{xx}+\sigma_{yy}) \le 0$

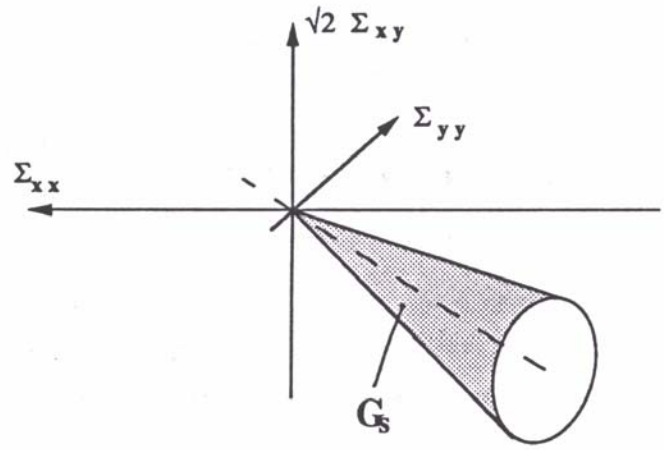


Figure (4-3) *Le domaine de résistance G^S du sol non renforcé*

b) Les couches de renforcement

Du fait de sa composition et de se faible épaisseur, une couche de fils ne résiste ni à la flexion, ni à la l'effort tranchant ni à la compression. Ses capacités de résistance sont uniquement déterminées par sa résistance à la traction qui est proportionnelle à sa largeur selon $\underline{e}_z$ d'une couche de fils de direction i exprimée en N/m.

c) Les interfaces sol-renforcement.

On note $\underline{T}_i = \underline{\underline{\sigma}} \,.\, \underline{n}_i$ le vecteur contrainte agissant sur une facette de normale $\underline{n}_i$ située sur l'interface i entre la couche de fils i et le sol (figure 4-4)

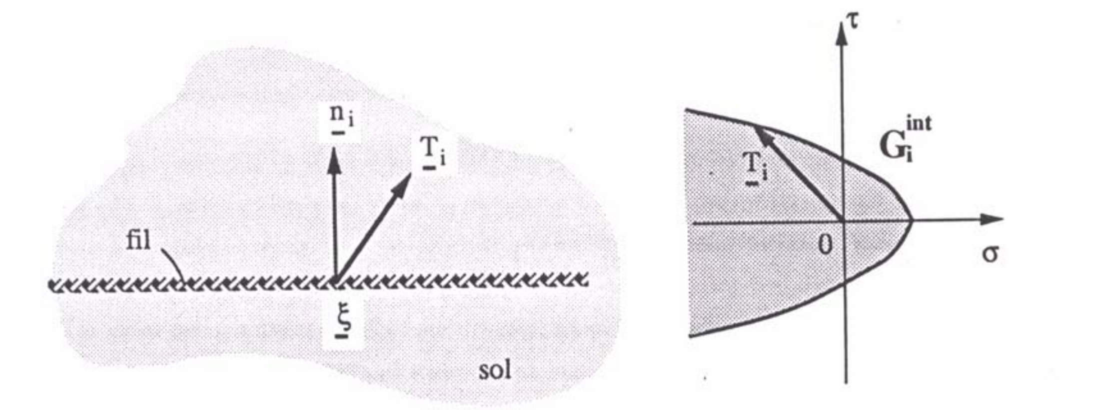


Figure (4-4) Interface Sol-Fil

Au niveau de l'interface sol-couche de fils i (1 resp 2), la condition de résistance peut s'exprimer de la manière suivante :

$$\underline{T}_i \in G_i^{\text{int}} \iff g_i^{\text{int}}(\underline{T}_i) \leq 0 \qquad (4\text{-}4)$$

où g_i^{int} est une fonction convexe du vecteur contrainte $\underline{T}_i(\sigma,\tau)$. Nous supposons que les interfaces sont homogènes et que leurs domaines G_i^{int} sont symétriques par rapport à l'axe σ.

L'approche la plus simple consiste à supposer un contact sol-fils à adhérence total. Il n'y a alors aucune limitation spécifique du vecteur contrainte $\underline{T}_i$ à l'interface, et le domaine G_i^{int} est alors l'espace $\Re^2$ tout entier. Dans ce cas, on notera G^{hom} le domaine de résistance du sol renforcé. G^{hom} est évidemment plus grand que dans $G_{\text{int}}^{\text{hom}}$, domaine de résistance dans de résistance macroscopique du sol renforcé dans le cas de la prise en compte d'interfaces.

Il peut paraître plus réaliste de prendre en compte des conditions d'interface entre le sol et les files. La "rupture" du matériau peut alors se produire par glissement entre les fils et le sol de base. Le critère correspondant est de type "frottant" (critère de Coulomb) ou de type "cohésion". Un exemple de ce type de rupture possible est donné lors de la fabrication du matériau : il est nécessaire de le compacter régulièrement au fur et à mesure de son élaboration. En effet pour les fils soient mobilisés en traction, il faut qu'il soient comprimés latéralement.

Dans le cas d'une interface de type "frottant", la condition s'écrit :

$$g_i^{\text{int}}(\underline{T}) = |\tau| + \sigma tg\phi_i^{\text{int}} \leq 0 \qquad (4\text{-}5)$$

où ϕ_i^{int} est l'angle de frottement de l'interface i.

Dans le cas d'une décohésion entre le sol et les fils, on limite en traction à une valeur σ_i^{int} la contrainte normale qui s'exerce en tout point de l'interface i de telle sorte que

$$g_i^{\text{int}}(\underline{T})=\sigma-\sigma_i^{\text{int}} \leq 0 \qquad (4\text{-}6)$$

Cependant, nous utilisons par la suite l'approche la plus simple qui considère une adhérence totale entre les fils et le sol car il est difficile d'obtenir les paramètres caractéristiques de l'interface

4.3.Définition du critère de résistance macroscopique bidirectionnel

Après avoir donné deux propriétés importantes du matériau, nous rappelons les résultats obtenus pour un renforcement par armatures dans une seule direction, et nous définissons ensuite le critère de résistance macroscopique du sol renforcé par couches dans deux directions

Le sol renforcé possède les propriétés suivantes :

- Propriété 1 : les proportions volumiques η_1 t η_2 sont faibles. (la proportion volumique de fils dans le sol renforcé est de quelque millièmes)
- Propriété 2 : les capacités de résistance des couches de fils sont beaucoup plus grandes que celles du sol environnant.

Cette configuration s'exprime en termes mathématiques en faisant tendre simultanément η_1 t η_2 vers zéro, tandis que les résistances à la traction par section transversale $Rt_1^0/\Delta h_1$ *et* $Rt_2^0/\Delta h_2$ restent constantes.

La direction principale de renforcement est alors caractérisée par le paramètre $\sigma_{f1}^{0}=(\sigma_{f1}^{0}=Rt_1^0/\Delta h_{11})$, tandis qu'à la direction secondaire de renforcement est associé $\sigma_{f2}^{0}=(\sigma_{f2}^{0}=Rt_2^0/\Delta h_{12})$. Chacun de ces paramètres représente la résistance à la traction de la couche de fils répartie sur toute la cellule de base et a la dimension d'une contrainte (N/m^2).

Du point de vue des capacités de résistance la couche de fils 1 est prépondérante par rapport à la couche 2 on a alors ($\sigma_{f1}^{0} \leq \sigma_{f2}^{0}$)

4.3.1 Définition statique

Disposant maintenant des caractéristiques géométriques et mécaniques des matériaux du modèle proposé, nous pouvons alors définir le domaine de résistance macroscopique de ce modèle. Nous rappelons également le critère macroscopique de résistance obtenu par de Buhan (1986) dans le cas d'un matériau renforcé dans une seule direction et possédant les propriétés 1 et 2. Le critère macroscopique bidirectionnel est une extension de ce modèle.

- Définition de $G_{\text{int}}^{\text{hom}}$

En partant de la définition générale (2.4) dans laquelle on a introduit les différents critères de résistance et les propriétés 1 et 2, et en utilisant les résultats de de Buhan et Taliercio (1988 , 1991) (renforcement multidirectionnel avec adhérence parfaite), on écrit alors le domaine de résistance macroscopique $G_{\text{int}}^{\text{hom}}$ du sol renforcé par des couches de fils dans deux directions orthogonales sous la forme :

$$\underline{\underline{\Sigma}} \in G_{\text{int}}^{\text{hom}} \Leftrightarrow \begin{cases} \underline{\underline{\Sigma}} = \underline{\underline{\sigma}}_s + \sigma_{f1}\ \underline{e}_x \otimes \underline{e}_x + \sigma_{f2} \otimes \underline{e}_y \\ \underline{\underline{\sigma}}_s \in G_s \\ 0 \leq \sigma_{f1} \leq \sigma_{f1}^0 \quad ; \quad 0 \leq \sigma_{f2} \leq \sigma_{f2}^0 \\ \underline{\underline{\sigma}}_s \underline{e}_y \in G_1^{\text{int}} \\ \underline{\underline{\sigma}}_s \underline{e}_x \in G_2^{\text{int}} \end{cases} \tag{4-7}$$

Où

$\underline{\underline{\sigma}}_s \underline{e}_y$ ($resp. \underline{\underline{\sigma}}_s \underline{e}_x$) est le vecteur contrainte à l'interface entre le sol et la couche de fils de direction $\underline{e}_x (resp. \underline{e}_y)$ ..

Remarque :

Le domaine de résistance $G_{\text{int}}^{\text{hom}}$ du sol renforcé par armatures unidimensionnelles appliqué au cas d'un sol frottant renforcé est énoncé au chapitre II.

On considère que dans le cas d'un renforcement unidimensionnel ($\sigma_{f1}^0 = \sigma_a, \sigma_{f2}^0 = 0$), où $G_1^{\text{int}} = G_a^{\text{int}}$, la formulation sera identique à la formulation (4-7) car on alors :

$$\underline{\underline{\Sigma}}.\ \underline{e}_y = (\underline{\underline{\sigma}}_s + \sigma_a\ .\ \underline{e}_x \otimes \underline{e}_x) \underline{e}_y = \underline{\underline{\sigma}}_s\ \underline{e}_y$$

Les conditions aux interfaces, indépendantes de σ_{f1} et de σ_{f2}, permettent d'écrire le domaine $G_{\text{int}}^{\text{hom}}$ de la manière suivante :

.

$$\underline{\underline{\Sigma}} \in G_{\text{int}}^{\text{hom}} \Leftrightarrow \begin{cases} \underline{\underline{\Sigma}} = \underline{\underline{\sigma}}_s + \sigma_{f1}\ .\ \underline{e}_x \otimes \underline{e}_x + \sigma_{f2}\ \underline{e}_y \otimes \underline{e}_y \\ \underline{\underline{\sigma}}_s \in G_{\text{int}}^s \\ 0 \leq \sigma_{f1} \leq \sigma_{f1}^0 \quad ; \quad 0 \leq \sigma_{f2} \leq \sigma_{f2}^0 \end{cases} \tag{4-8}$$

Où $G^{s}_{\text{int}\,s}$ est le domaine de résistance du cône de Coulomb tronqué par les conditions d’interface.

On remarque que la présence des interfaces "affaiblit" la résistance du sol pour certains état de contrainte ; il y a alors renforcement partiel du sol dans l’autre direction (cas de renforcement par des fils).

- Décomposition du tenseur des contraintes "macroscopique"$\underline{\underline{\Sigma}}$

Le tenseur de contrainte $\underline{\underline{\Sigma}}$ du matériau homogénéisé figure(4-5) se décompose en la somme

- du tenseur des contraintes du sol naturel,
- et du tenseur de contraintes des couches de renforcement dans la direction 1 (resp 2) représentant la traction subie par une couche de renforcement de direction 1 (resp 2) répartie sur une distance égale à la distance entre 2 couches de cette direction.

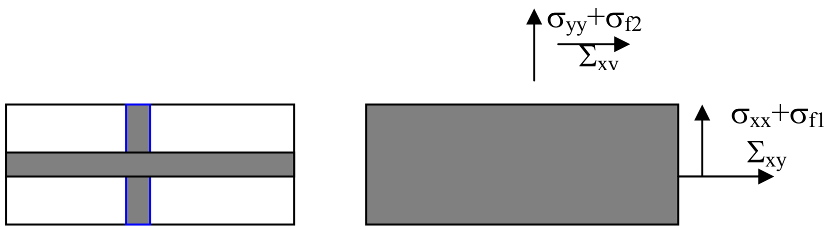


Figure (4-5) *Champ de contrainte sur la cellule de base*

4.3.2 Définition Cinématique

Après avoir défini $G^{\text{hom}}_{\text{int}}$ par les contraintes nous passons à sa définition cinématique.

Le domaine de résistance macroscopique bidirectionnel $G^{\text{hom}}_{\text{int}}$ étant convexe, par définition, sa fonction d’appui $\Pi_{\text{int}}^{\text{hom}}$ s’écrit :

$$\Pi_{\text{int}}^{\text{hom}}(\underline{\underline{D}})=\sup\left\{\underline{\underline{\Sigma}}:\underline{\underline{D}}\ ,\ \underline{\underline{\Sigma}}\in G_{\text{int}}^{\text{hom}}\right\} \tag{4-9}$$

où $\underline{\underline{D}}$ est le tenseur de vitesses de déformations.

En raison de la suppression des états de contraintes régnant dans le sol et dans les deux couches de fils, elle se décompose sous forme additive en :

$$\Pi_{\text{int}}^{\text{hom}}(\underline{\underline{D}})=\Pi_{\text{int}}^{S}(\underline{\underline{D}})+\sigma_{f1}^{0}\langle\langle D_{xx}\rangle\rangle+\sigma_{f2}^{0}\langle\langle D_{yy}\rangle\rangle \tag{4-10}$$

$$\Pi_{\text{int}}^{S}(\underline{\underline{D}})=\sup\left\{\underline{\underline{\sigma}}_S:\underline{\underline{D}}\ \middle|\ \underline{\underline{\sigma}}_S\in G^{S}\ ;\ \underline{\underline{\sigma}}_S\cdot\underline{e}_y\in G_1^{\text{int}}\ ;\underline{\underline{\sigma}}_S\cdot\underline{e}_x\in G_2^{\text{int}}\right\} \tag{4-11}$$

Π_{int}^{S} représente la fonction d’appui du convexe G_{int}^{S}, c’est à dire du critère de résistance du sol inclus l’effet de l’interface.

Dans l’hypothèse de l’adhérence parfaite entre les couches de fils et le sol, la fonction d’appui du domaine G^{hom} se simplifie et devient :

$$\Pi^{\text{hom}}(\underline{\underline{D}})=\Pi_{S}(\underline{\underline{D}})+\sigma_{f1}^{0}\langle\langle D_{xx}\rangle\rangle+\sigma_{f2}^{0}\langle\langle D_{yy}\rangle\rangle \tag{4-12}$$

Remarque :

On a évidemment l’inégalité :

$$\forall\underline{\underline{D}}\in\Re^{3}\qquad \Pi^{\text{hom}}(\underline{\underline{D}})\geq\Pi_{S}(\underline{\underline{D}}) \tag{4-13}$$

qui traduit le fait qu’il y a bien renforcement du sol par les couches de fils.

Dans le cas d’une discontinuité de vitesse $\underline{V}=[\underline{v}]$ du champ de vitesse $\underline{v}$ entre deux zones séparées par une ligne de discontinuité Σ de normal $\underline{n}$ la fonction d’appui s’écrit :

$$\prod_{\text{int}}^{\text{hom}}(\underline{n}\ ,\ \underline{V})=\sup\left\{(\underline{\underline{\Sigma}}\ .\ \underline{n}).\underline{V}\quad ,\quad \underline{\underline{\Sigma}}\in G_{\text{int}}^{\text{hom}}\right\} \tag{4-14}$$

d'où

$$\prod_{\text{int}}^{\text{hom}}(\underline{n}\ ,\ \underline{V})=\prod_{\text{int}}^{S}(\underline{n}\ ,\ \underline{V})+\sigma_{f1}^{0}\langle\langle V_x n_x\rangle\rangle+\sigma_{f2}^{0}\langle\langle V_y n_y\rangle\rangle \tag{4-15}$$

CHAPITRE V

ANALYSE DE LA STABILITÈ D’UN TALUS EN SOL RENFORCÈ PAR FILS CONTINUS

5.1. Introduction

Par analogie avec les talus homogènes, nous présentons ici une exemple de calcul d’un talus en utilisant des mécanismes constitués d’un bloc rigide en translation, ou d’un bloc animé d’un mouvement de rotation dont la ligne de discontinuité de vitesse est formée d’une succession d’arcs de spirale logarithmique. Nous présentons ensuite une étude paramétrique du facteur de sécurité obtenu dans le cas d’un ouvrage type.

Pour un talus homogène constitué de sol cohérent frottant isotrope, deux approches cinématiques sont classiquement utilisées. La première est le"prisme de Coulomb". Le mécanisme de rupture est alors constitué d’un seul bloc en translation. Dans la deuxième approche, plus générale, le bloc est animé d’un mouvement de rotation, et la ligne de discontinuité de vitesse est un arc de spirale logarithmique dont l’angle est l’angle de frottement du sol, et le foyer le centre de rotation. Le sol renforcé étant un matériau frottant, nous étendons ces types de mécanisme au cas de notre talus hétérogène constitué d’un mur et de remblai. Du fait de la prise en compte d’angles de frottement différents pour chaque matériau frottant, la ligne de discontinuité de vitesse entre le bloc en mouvement et le reste de l’ouvrage immobile est alors une ligne brisé formée de segments de droites ou d’arcs de spirales logarithmiques de même foyer.

5.2. Approche par des mécanismes de bloc en translation

-Présentation du mécanisme :

Le mécanisme étudié est constitué d'un bloc, situé au dessus du sol d'assise, en translation de vitesse $\underline{V}$. Le reste du massif demeure immobile (figure 5-1). Ce bloc a une frontière formée d'au plus N segments de droite inclinés d'un angle $\alpha_i \ i=1,N$ sur l'horizontale. On appelle que N est le nombre de zones de massif au dessus du sol d'assise. La vitesse $\underline{V}$ est inclinée d'un angle ϕ_i sur le segment $A_i A_{i+1}$. on alors :

$$\alpha_i - \phi_i = \alpha_1 - \phi_1 \qquad \text{I=2,N} \qquad (5\text{-}1)$$

α_1 et H_{mec} constituent alors les paramètres définissant complètement la géométrie du mécanisme.

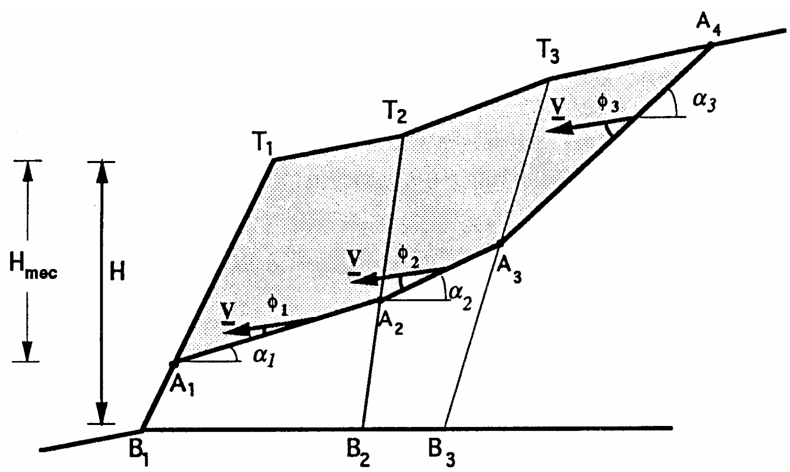


Figure 5-1 : Mécanisme de bloc en translation.

- Calcul du facteur de sécurité.

Pour un tel mécanisme de rupture, dans chaque sous-bloc d'un matériau i, les fonctions $\pi_i(\underline{n}\ ,\ \underline{V})$ s'écrivent :

- Pour un sol renforcé par fils (mur) :

$$\pi_1(\underline{n}\ ,\ \underline{V}) = VC^+(i = \alpha_1 + \delta)\cos\phi_1 \qquad (5\text{-}2)$$

avec :

$$C^+(\alpha_1+\delta) = \frac{1}{\cos\phi_1}[\sigma^0_{f1}\langle\langle\ (\alpha_1-\phi_1-\delta)\sin(\alpha_1-\delta)\ \rangle\rangle + \sigma^0_{f2}\langle\langle\sin(\alpha_1-\phi_1-\delta)\cos(\alpha_1-\delta)\rangle\rangle] \qquad (5\text{-}3)$$

et pour les sols naturels (remblai) :

$$\pi_i(\underline{n}\ ,\ \underline{V})C_i\cos\alpha_i \qquad i = 2, N \qquad (5\text{-}4)$$

On note N_d le nombre de segments de droite A_iA_{i+1}. N_d est compris entre 1 (le bloc en translation coupe uniquement le mur) et N (le bloc coupe toutes les zones).

La puissance résistante maximale s'écrit alors :

$$P(\underline{V}) = \sum_{i=1}^{N_d}\int_{A_iA_{i+1}}\pi_i(\underline{n},\underline{V})ds = V\sum_{i=1}^{N_d}(A_iA_{i+1})C_i\cos\phi_i \qquad (5\text{-}5)$$

La puissance des efforts extérieurs dans le champ de vitesse $\underline{V}$ se décompose en puissance du poids propre et puissance des surcharges réparties :

$$P_{ext}(\underline{V}) = \sum_{i=1}^{N_d}\left[\iint_{T_{i+1}T_iA_iA_{i+1}} -\underline{V}.\underline{Y}\ \gamma_i ds + \sum_j\int_{X_j^1}^{X_j^2} -P_j(X)\underline{V}.\underline{Y}dX\right] \qquad (5\text{-}6)$$

On détermine pour $P_{ext}(\underline{V})>0$ le facteur de sécurité en recherchant le minimum de $\Gamma(\underline{Q},\underline{V})$ par rapport aux paramètres α_1 , H_{mec} :

$$\Gamma_1 = \min_{\alpha_1, H_{mec}}\left[\frac{P(\underline{V})}{P_{ext}(\underline{V})} = \Gamma(\underline{Q},\underline{V}\right] \qquad \alpha_1\in\left]0,\beta_2^1\right[\quad et \quad H_{mec}\in\left]0,H\right] \qquad (5\text{-}7$$

5.3. Approche par des mécanismes de bloc en rotation

Nous considérons un mécanisme de rupture dans lequel un bloc rigide est animé d'un mouvement de rotation autour du centre Ω à la vitesse ω comptée positivement dans le sens rétrograde (figure 5-3). La ligne de discontinuité de vitesse est constituée d'arcs de spirale logarithmique de même foyer Ω et d'angles ϕ_i , i =1,N et ϕ_s. On note ϕ_{i_j} l'angle de frottement du matériau dans lequel passe l'arc j. L'équation d'un arc j de spirale, où θ désigne l'angle polaire compté positivement dans le sens rétrograde, est la suivante (figure 5-2).

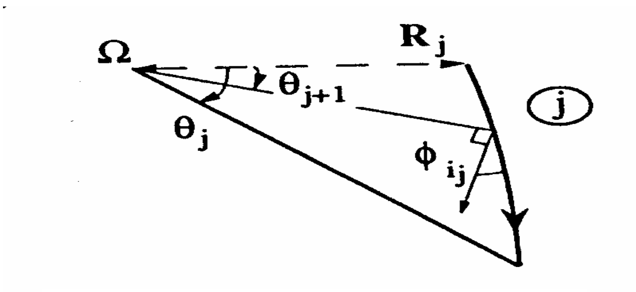


Figure 5-2 : Arc de spirale j

$$r(\theta) = R_j \exp[\theta \, tg\phi_{ij}] \qquad ; \theta \in [\theta_{j+1} \; , \; \theta_j] \qquad (5\text{-}8)$$

Lorsque la ligne de discontinuité de vitesse débouche au dessus du mur, le mécanisme est dit de **Type I**, lorsqu'elle passe au dessous du pied, le mécanisme est dit

de **Type II**. Dans le cas d'un sol d'assise rigide, on ne considère que des mécanismes de type **I**, car les mécanismes de type **II** conduiraient alors à une puissance maximale résistante infinie et donc à un facteur de sécurité infini.

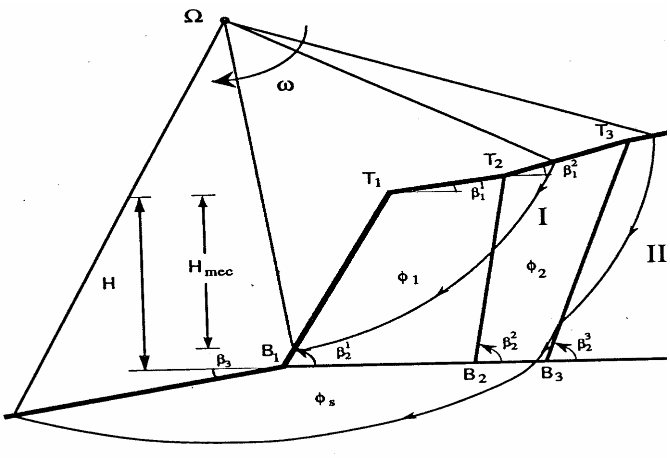


*Figure 5-3 : Mécanismes de bloc en rotation de type **I** et **II**.*

5.3.1 Construction de la ligne de discontinuité.

L'angle θ croissant, la ligne de discontinuité "entre" au dessus du talus et "sort" soit au niveau parement avant du mur (type **I**) soit au niveau du sol (type **II**). La construction de cette ligne s'effectue dans le sens contraire en partant du niveau où elle débouche (mur ou sol d'assise) et remontant vers le haut du talus. La méthode employée pour la construction consiste, en partant d'une spirale débouchant dans la zone initiale (parement avant du mur ou sol d'assise), à calculer l'intersection de cette spirale avec une des droites délimitant la zone initiale(point A_i). Ce point d'intersection est le point de "sortie" d'un deuxième arc de spirale. Ainsi, de proche en proche, en
"remontant" vers le haut du talus, on détermine l'ensemble des arcs. On note N_s le nombre d'arcs de spirale qui traversent la partie supérieure de l'ouvrage ($1 \leq N_s \leq N+1$).

Les arcs de spirale constituant la ligne de discontinuité de vitesse d'un mécanisme de type **I** sont complètement déterminés par la donnée d'une spirale initiale d'angle ϕ_l (angle de frottement du mur) paramétrée par H_{mec} , θ' et θ_l (figure 4-a).

Un mécanisme de type **II** (figure 5-4b) est déterminé par la méthode d'une spirale initiale d'angle θ_s. (angle de frottement du sol d'assise) paramétrée par les trois angles θ', θ'' et θ_s.

On peut alors calculer le centre Ω des arcs de spirale et leur "rayon" à l'horizontale successifs (c'est à dire pour $\theta=0$). Les figures 5-4a et 5-4b montrent les différentes étapes de construction des mécanismes ainsi que les notations utilisées.

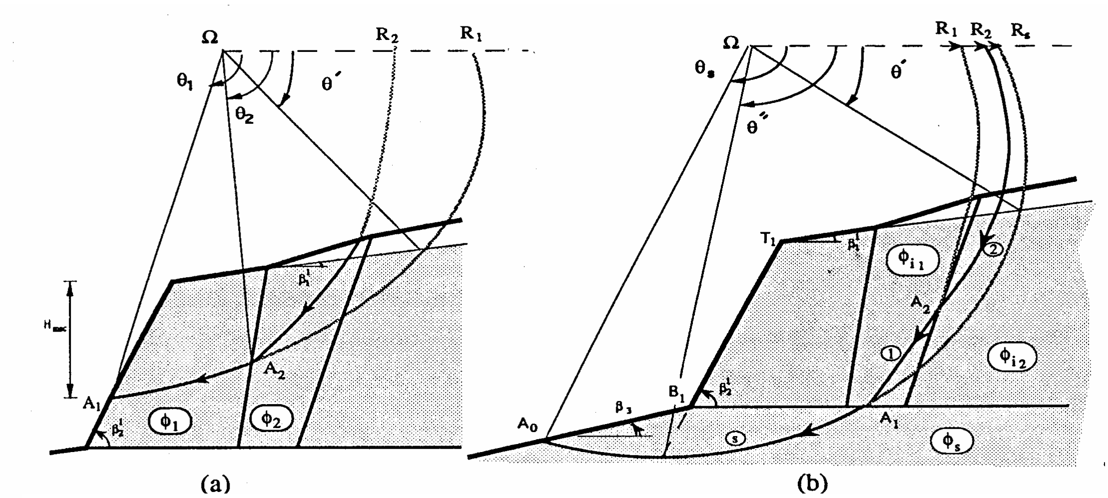


Figure 5-4 : Construction de la ligne de discontinuité pour le mécanisme de type I (a) et de type II (b)

5.3.2. Calcul du facteur de sécurité Γ .

a- puissance des efforts extérieurs.

La puissance des efforts extérieurs se décompose en puissance du poids propre et puissance des surcharges réparties.

$$P_{ext}(\underline{V}) = \iint_{massif} (-\underline{V}.\underline{Y})\gamma ds + \sum_{j=1}^{N_P} \int_{X_j^1}^{X_j^2} (-P_j(X)\underline{Y}).\underline{V}dX \qquad (5\text{-}9)$$

• Puissance du poids propre.

La puissance du poids propre (figure 5-5) est calculée sur la zone du sol d'assise (W_{assise}), les zones entièrement situées en avant de la zone i_1 de l'arc 1 (W_{avant}), et enfin sur les zones du talus constituées des matériaux i_j (d'angle de frottement ϕ_{i_j} et de poids volumique γ_{i_j}) traversées par N_s arcs de spirale j (W_*). On l'écrit alors :

$$P_{poids}(\underline{V}) = W_{assise} + W_{avant} + W_* \qquad (5\text{-}10)$$

Où :

$$W_{assise} = \gamma_S \iint_{BA_0A_1} (-\underline{V}.\underline{Y})ds; \qquad (5\text{-}11a)$$

$$W_{avant} = \sum_{i=1}^{i_1-1} \iint_{T_{i+1}TiB_1B_{i+1}} (-\underline{V}.\underline{Y})\gamma_i ds; \qquad (5\text{-}11b)$$

$$W_* = \gamma_{i_1} \iint_{T_{i_1}T_{i_1+1}A_2A_1B_{i_1}} (-\underline{V}.\underline{Y})ds + \sum_{j=2}^{N_s-1} \iint_{T_{i_j+1}T_{i_j}A_jA_{j+1}} (-\underline{V}.\underline{Y})\gamma_{i_j} ds \qquad (5\text{-}11c)$$

$$+ \iint_{T_{iN_s}A_{N_s}A_{N_s+1}} (-\underline{V}.\underline{Y})\gamma_{iN_s} ds$$

Dans le cas d'un mécanisme de type **I,** $W_{assisz}=0$, $W_{avant}=0$. P_{poids} calculée uniquement sur les $N_{s\ zones}$ constituées des matériaux i_j (d'angle de frottement ϕ_{i_j} et de

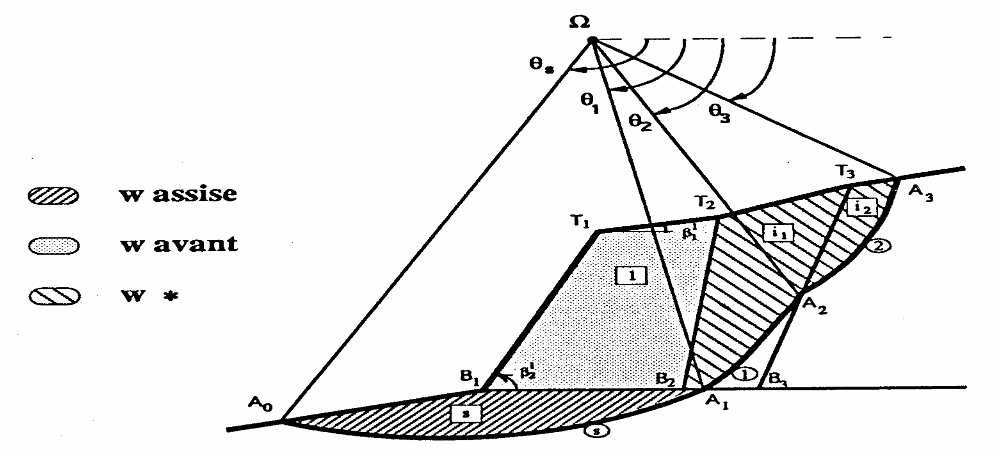


*Figure 5-5:Calcul du poids propre mécanisme du type **II**.*

poids volumique γ_{i_j}) traversés par les arcs de spirale j devient :

$$P_{poids}(\underline{V}) = \sum_{j=1}^{i_{N_S}} \iint_{T_{i_j+1}T_{i_j}A_jA_{j+1}} (-\underline{V}.\underline{Y})\gamma_{i_j}\, ds \qquad (5\text{-}12)$$

$$+ \iint_{T_{iN_s}A_{N_S}A_{N_S+1}} (-\underline{V}.\underline{Y})\gamma_{i_{N_S}}\, ds$$

- Puissance due aux surcharges P_j.

Les surcharges sont également calculées sur chaque sous-bloc supérieur en mouvement. Soit i_{N_S} le sous-bloc tel que la ligne de discontinuité débouche sur le plan supérieur. J_i est l'ensemble des surcharges d'intensité $P_j(X) \in [X_j^1 \ , \ X_j^2]$ qui sont appliquées sur le plan supérieur T_iT_{i+1}.

$$P_{charges} = \sum_{i=1}^{i_{N_S}} \sum_{j \in J_i} \int - P_j(X)(\underline{Y}.\underline{V})dX \qquad .(5\text{-}13)$$

b- Calcul de la puissance résistante maximale.

La puissance résistante maximale se calcule sur la ligne de discontinuité de vitesse constituée des N_s (type I) ou N_s+1 (type II)arcs de spirale. A chacun de ces arcs correspond une fonction π_{i_j} ou I_j le matériau traversé par l'arc J.

$$P(\underline{V}) = \sum_{j=1}^{N_S} \int_{A_{j+1}A_j} \pi_{i_j}(\underline{n},\underline{V})dS + \int_{A_1A_0} \pi_S(\underline{n},\underline{V})dS \,. \qquad \textit{(5-14)}$$

Dans le cas d'un mécanisme de type I, la puissance maximale résistante se réduit au seul premier terme. Le calcul de la puissance maximale résistante revient donc à calculer les puissances résistantes maximales sur chacun des arcs j passant par le matériau i_j. On note :

$$P(\underline{V})=\sum_{j=1}^{Ns} \int_{A_{j+1}A_j} \pi_{ij}(\underline{n},\underline{V})dS+ \int_{A_iA_0} \pi_S(\underline{n},\underline{V})dS \qquad \textit{(5-15)}$$

Dans le cas d'un mécanisme de type I, la puissance maximale résistante se réduit au seul premier terme. Le calcul de la puissance maximale résistante revient donc à calculer les puissances résistantes maximales sur chacun des arcs j passant par le matériau i_j . on note :

$$P(\underline{V})=\sum_{j=1}^{Ns} P_{ij}(\theta_{j+1},\theta_j)+P_S(\theta_1,\theta_S) \qquad \textit{(5-16)}$$

Nous calculons tout d'abord la puissance maximale résistante P_{ij} d'un arc j passant par une zone i_j constituée d'un matériau de Coulomb, puis la puissance maximale résistante P_1 d'un arc j passant par le mure (zone 1).

• Mur en sol renforcé par files :

L'arc j traverse la zone 1 (i_j =1). P_1 est calculée en utilisant la fonction d'appui π_1 avec :

$$\pi^{\text{hom}}\left(\underline{n}\ ,\ \underline{V}^{\pm} = V(\sin\phi\underline{n} \pm \cos\phi\underline{t})\right) = \pm V\cos\phi\ C^{\pm}(i) \qquad \textit{(5-17)}$$

Ce résultat nous permet de relier la cohésion $C^{\pm}(i)$ à la fonction d'appui du critère de résistance macroscopique dans le cas d'une discontinuité de vitesse inclinée d'un angle ϕ sur la ligne de discontinuité.

On obtient pour le mur en utilisant le critère G^{hom} :

$$P_1(\theta_{j+1},\theta_j) = \int_{\theta_j}^{\theta_{j+1}} \pi_1(\underline{n},\underline{V})ds = \int_{\theta_j}^{\theta_{j+1}} C^{+}(\theta - \delta - \pi/2 - \phi_1)\cos\phi_1 ds \qquad \textit{(5-18)}$$

$$P_1(\theta_{j+1},\theta_j) = \omega_1 R_2\,[\sigma^0_{f1}\ F_1^*(\theta_{j+1},\theta_j) + \sigma^0_{f1} F_2^*(\theta_{j+1},\theta_j)] \qquad \textit{(5-19)}$$

où $\quad F_l^*(\theta_{j+1},\theta_j) = \sum_{k\in K_l}\left\{F_l(\inf(\theta_j, b_k^l)) - F_l(\sup(\theta_{j+1}, a_k^l))\right\}\ l = 1{,}2$

et $\quad K_l = \left\{k \in Z\ tel\ que\ \theta_j \geq a_k^l\ et\ \theta_{j+1} \leq b_k^l\right\}$

c- Calcul du facteur de sécurité Γ

On détermine pour P_{ext} >0 les facteurs de sécurité respectifs Γ_I et Γ_{II} pour les deux types de mécanismes, en minimisant par rapport à θ' , θ_1 et H_{mc} pour les mécanismes de type **I**, et par rapport θ' , θ" et θ_s pour les mécanismes de type **II**.

$$\Gamma_I = \min_{\theta',\theta_1,H_{mec}} \frac{P(\underline{V})}{P_{ext}(\underline{V})}$$

$$\theta' + \beta_1^1 \in \left]\phi_1 - \frac{\pi}{2}, \phi_1 + \frac{\pi}{2}\right[, \theta_1 + \beta_2^1 \in \left]\phi_1 + \frac{\pi}{2} et \phi_1 + \frac{3\pi}{2}\right[et\ H_{mec} \in \left]0, H\right[\qquad \textit{(5-20)}$$

Remarque :

Le cas des mécanismes par bloc en translation est un cas particulier des mécanismes par bloc en rotation quand le centre de rotation est rejeté à l'infini. Numériquement, ces deux mécanismes sont traités séparément pour des problèmes de précision numérique.

5.4. Etude d'un exemple.

A l'aide du programme de calcul utilisant les mécanismes décrits précédemment, nous étudions l'influence des paramètres géométriques et des paramètres mécaniques sur la stabilité d'un ouvrage. Pour ce faire, nous avons étudié l'ouvrage de la (figure5-6). L'inclinaison du parement avant du mur est notée β_2^1 et la hauteur H. Il a la même largeur en tête et en pied.

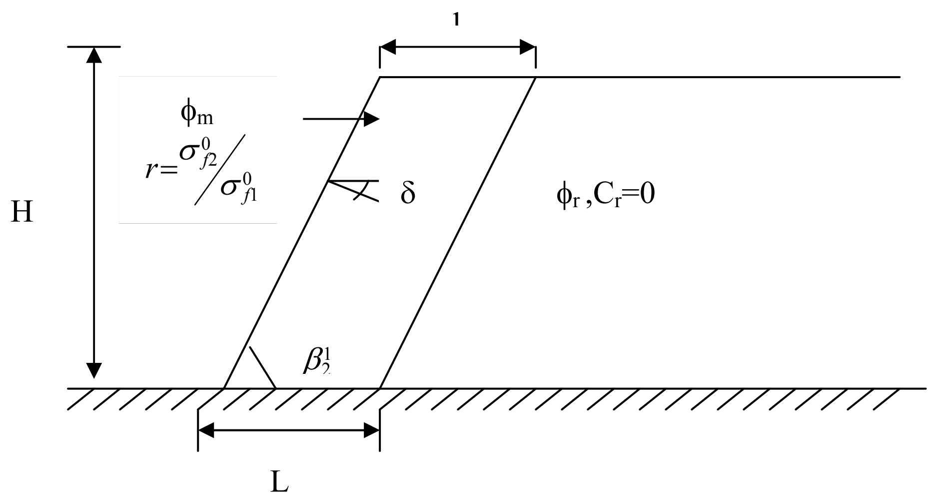


Figure 5-6: Exemple de calcul

Cette ouvrage repose sur un substratum considéré comme rigide et il est constitué de deux matériaux : du sol renforcé dans le mur et du sol frottant sans cohésion dans le remblai. On note par ϕ_m et ϕ_r respectivement l'angle de frottement des sols constituant le mur et le remblai ; σ_{f1}^{0} *et* σ_{f2}^{0} les résistances à la traction respectivement des files

de la direction principale 1 (inclinée de δ par rapport à l'horizontale) et de la direction perpendiculaire. Les poids volumiques des 2 matériaux sont identiques et notés γ. Cet ouvrage a les pentes supérieure et inférieure horizontales.

Les mécanismes testés ne passent pas par le substratum car celui-ci est rigide. Ce sont donc des mécanismes par blocs en translation (facteur de sécurité Γ_1) et des mécanismes par blocs en rotation de type **I** (Γ_1). On note Γ le facteur de sécurité obtenu pour le mécanisme optimal parmi tous les mécanismes précédents.

$$\Gamma = \min(\Gamma_1, \Gamma_2)$$

La cohésion du remblai étant nulle et les poids volumiques des 2 matériaux identiques, on peut mettre le facteur de sécurité sous la forme suivante :

$$\Gamma = \frac{\sigma_{f1}^{0}}{\gamma H}\overline{\Gamma}\left(\beta_2^1, \frac{l}{H}, \frac{L}{H}, \delta, \phi_m, \phi_r, r\right)$$

avec l = L et $r = \sigma_{f2}^{0} / \sigma_{f1}^{0}$.

Nous étudions les variations de Γ en fonction des différentes paramètres géométriques et mécaniques de l'ouvrage.

a) Variation des paramètres géométriques.

- Variation de L/H. On fixe arbitrairement δ = 0 et ϕ_r =30°.

Sur les (figures 5-6a et 5-6b) , nous avons représenté $\overline{\Gamma}$ en fonction de la largeur de la base adimensionnée L/H pour différentes combinaisons de pentes du mur

β_2^1=(60°,70° et 90°) et pour deux valeur du rapport $r = \sigma_{f2}^0 / \sigma_{f1}^0$ (0 et 1). De ces graphiques, il ressort que :

- $\overline{\Gamma}$ croit régulièrement avec la largeur de la base du mur jusqu'à une valeur limite. Il s'avère qu'à partir de la largeur de base limite pour laquelle $\overline{\Gamma}$ n'augmente plus, le mécanisme optimal de la famille explorée passe entièrement dans le mur. C'est la valeur que l'on obtiendrait pour un talus constitué uniquement de sol renforcé.

- Les courbes 1 et 4 (respect. (2 et 5) et (3 et 6)) sont peu différentes. La valeur de la résistance des files dans la deuxième direction influe donc peu sur la de résistance. $\overline{\Gamma}$. En effet, les files ne sont sollicités qu'en traction.

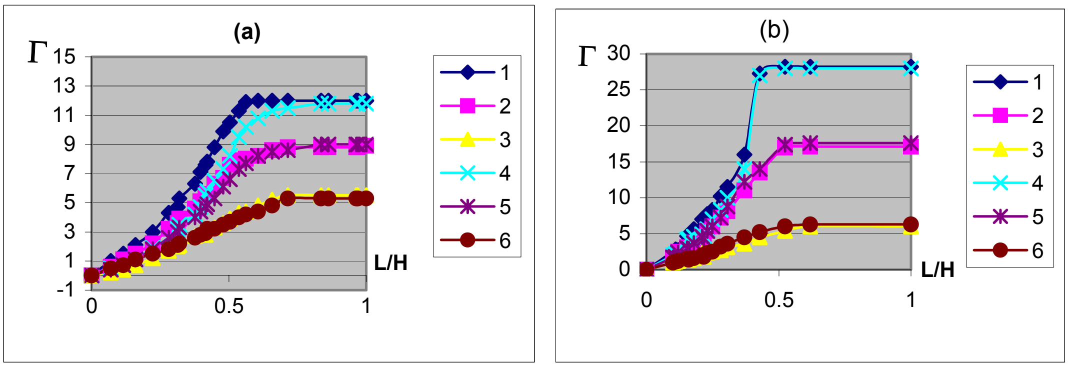


Figure 5-6: Γ function of the thickness of the wall (l=L)

• Variation de l'inclinaison des files.

On fixe L/H=0,2 et ϕ_r = 30°. Sur les figures 5-7.a (ϕ_m = 30°) et 5-7.b (ϕ_m =40°), nous avons représenté $\overline{\Gamma}$ en fonction de l'inclinaison des files δ pour différentes combinaisons de pentes du mur β_2^1=(60° , 70° et 90°) et de rapports r (0et1). De ces graphiques il ressort que :

- pour r=0 (courbes 1,2 et 3) et -45° ≤ δ ≤ 30°, $\overline{\Gamma}$ est nul, puis croît avec δ pour atteindre un maximum, puis décroît à nouveau. $\overline{\Gamma}$ est nul pour certaines valeurs de δ car on peut alors trouver au moins un mécanisme où les fils sont comprimés et donc de résistance nulle.

- Pour r =1(courbe 4,5 et 6) et -45° ≤ δ ≤ 30°, $\overline{\Gamma}$ est décroissant, atteint un palier, puis croit jusqu'à un maximum et décroît jusqu'à une valeur égale à la valeur en δ=-45°.

- $\overline{\Gamma}$ est alors périodique de périodicité 90°. $\overline{\Gamma}$ n'est jamais nul car on ne trouve jamais de mécanisme où les fils dans les deux direction soient simultanément comprimés.

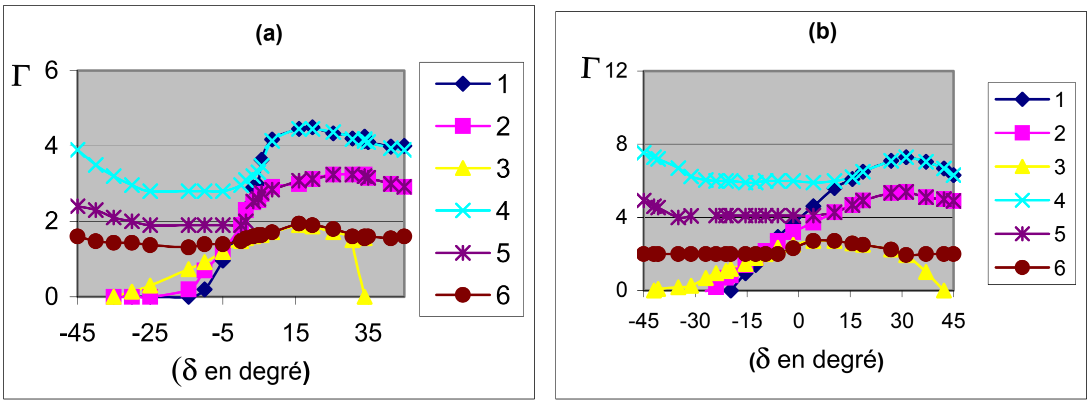


Figure 5-7: Γ function of δ (slope of the dominating direction of wires with respect to the horizontal)

b) Variation des paramètres mécaniques.

- Variation de l'angle de frottement du remblai ϕ_r.

On fixe L//H=0,2 et δ=0 et ϕ_m = 30°. Sur les (figures 5-8.a (r = 0) et 5-8.b (r = 1)), nous avons représenté $\overline{\Gamma}$ en fonction de l'angle de frottement du remblai ϕ_r pour trois pentes différentes du mur β_2^1=(60° , 70° et 90°). De ces graphiques, il ressort que pour la courbe 3 (β_2^1 = 90°, r = 0), $\overline{\Gamma}$ croit quasi-linéairement. Pour les courbes 1 et 2 (r = 0 ; β_2^1 = 60° , 70°) (figure 5-8.a) et les courbe 4,5 et 6 (r =41) (figure 5-8.b) $\overline{\Gamma}$ croit exponentiellement en fonction de ϕ_r.

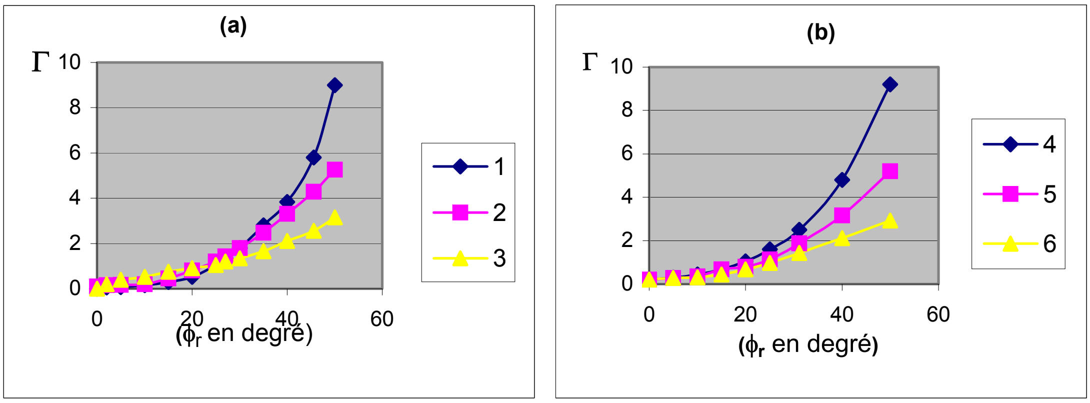
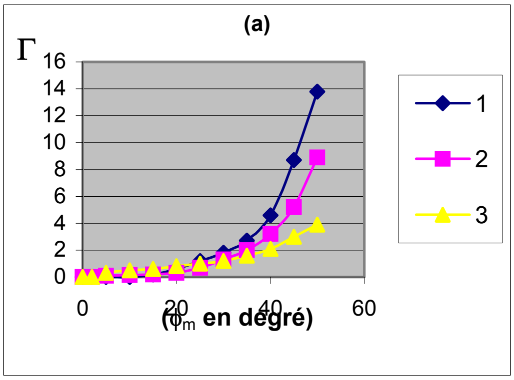


Figure 5-8: Γ function of ϕ_r

• Variation de l'angle de frottement du mur ϕ_m.

On fixe L//H=0,2 et δ=0 et ϕ_r = 30°. Sur la (figure 5-9.b) (r=1), nous avons représenté $\overline{\Gamma}$ en fonction de l'angle de frottement du mur ϕ_m pour trois pentes différentes du mur β_2^1=(60° , 70° et 90°). Nous retrouvons les mêmes constatations que dans le cas précédent (variation de l 'angle de frottement du remblai). Cependant, une augmentation de l'angle de frottement du mur induit une plus grande stabilité qu'une augmentation de l'angle de frottement du remblai.



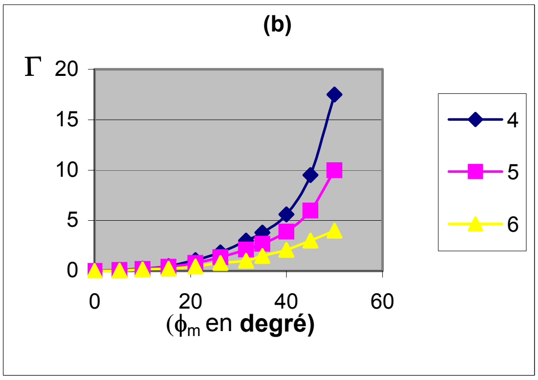


Figure 5-9 : Γ function of ϕ_m

-Conclusion.

Pour les mécanismes de type **I**, et pour l'ouvrage présenté dans cette étude l'influence des paramètres suivants a été mise en évidence :

-l'inclinaison δ de la direction principale des files : le facteur de sécurité est maximum quand la direction secondaire des fils n'intervient pas.

- La cohésion anisotrope du sol renforcé étant liée à l'angle de frottement du sol de base du matériau, le facteur de sécurité est très sensible aux variations de l'angle de frottement interne du mur. Il est alors souhaitable de déterminer au mieux celui-ci ainsi que le maximum et le minimum de la cohésion anisotrope.

- le facteur de sécurité croit avec l'angle de frottement du mur ou du remblai de manière exponentielle.

CONCLUSION GENERALE

L'objectif du travail de recherche présenté dans ce mémoire était de contribuer à l'étude du comportement des sols renforcés. Nous avons étudié pour la terre armée grâce à la méthode d'homogénéisation pour le calcul à la rupture un critère de résistance macroscopique qui s'exprime dans le cas bidimensionnel de manière fort simple en fonction des capacités de résistance des matériaux constitutifs. Si l'interface sol-renforcement est infiniment résistante le critère de résistance macroscopique rend compte au niveau du matériau homogène associé du renforcement du sol par les armatures, de l'anisotropie manifeste de la terre armée ainsi que de son comportement à la rupture par cassure des armatures observé à l'appareil triaxial. Bien qu'il ne s'agisse pas là d'expérience en "déformation plane "comparés aux résultats théoriques fournis par la méthode d'homogénéisation sont très encourageants , ceci permet de conclure une validation de ce critère. L'affaiblissement de certaines hypothèses ayant servi à la construction du domaine G^{hom} ne pose pas de difficultés. En effet, la prise en compte d'une condition de résistance avec frottement du "type Coulomb" d'une résistance en compression non nulle des armatures ainsi que du phénomène de flambement de celle-ci est immédiate à partir de la connaissance du critère de résistance macroscopique correspondant à une interface sol-renforcement du type "adhérence parfaite" ou du type "Coulomb" et à une résistance des renforcements nulle ; C'est là une souplesse d'application de la méthode d'homogénéisation.

Du point de vue de l'étude de stabilité des structures en sol renforcé, la méthode d'homogénéisation est d'une portée assez générale. Grâce à cette approche il est possible d'optimiser l'emploi du renforcement. La méthode d'homogénéisation s'adapte aisément à la géométrie du renforcement de l'ouvrage.

Tout au long de cette étude dans l'utilisation du critère macroscopique pour l'analyse de stabilité des ouvrages en sol renforcé, nous avons supposé que les hypothèses nécessaires à l'application de la méthode d'homogénéisation sont vérifiées, il s'agit en l'occurrence de la périodicité du renforcement, et de la "petitesse" du facteur d'échelle renforcement (c'est à dire ΔH petit devant les dimensions de l'ouvrage considéré). Le comportement des massifs renforcés par inclusion linéique est complexe et nécessite la prise en compte des transferts d'efforts à l'interface sol/inclusions. Les approches de type calcul à la rupture visent à déterminer l'équilibre du massif, mais ne permettent pas d'évaluer l'état de déformation du massif. La modélisation en déformation permet quant à elle de prendre en compte les divers éléments le sol, les renforcements et leur liaison et conduit à deux types d'approches analytique et numérique.

Dans ce travail nous avons aussi abordé le problème de renforcement des sols bidirectionnel en l'occurrence les sols renforcés par des fils continus, où nous avons appliqué le même critère de résistance par la technique d'homogénéisation. Cela repose sur une modélisation bidimensionnelle simple du matériau dans laquelle le renforcement a été schématisé par deux réseaux de couches de fils, le réseau principal correspond au plan principal de dépôt de fils, le réseau secondaire, perpendiculaire au premier prend en compte les autres directions des fils.

Pour résoudre le problème nous avons utilisé les méthodes de mécanisme de rupture d'un talus, cas d'un mécanisme en translation dont la ligne de rupture est formée d'au plus N segments de droite inclinée d'un angle α_i sur l'horizontale, définissant la géométrie de ce mécanisme pour lequel nous avons déterminé son coefficient de sécurité.

Pour le mécanisme animé d'un mouvement de rotation autour d'un centre (Ω) la ligne de rupture est constituée d'arcs de spirale logarithmique de même foyer. Ainsi avec les hypothèses simplificatrices nécessaires (adhérence parfaite entre sol et fils, problème bidimensionnel, modélisation périodique orthogonale du réseau des fils.) suivant ces modèles de mécanisme nous avons procédé à l'application de la théorie de rupture qui a permet de procéder à l'analyse de la stabilité du talus.

ANNEXE A

Dans cette annexe, nous donnons les détails de calcul des mécanismes **I** (en translation) et **II** (en rotation).

MECANISME N°1:

Le mécanisme étudié est représenté figureA1 . il est constitué d'un bloc, situé au dessus du sol d'assise, en translation de vitesse $\underline{V}$. Le reste du massif demeure immobile. Ce bloc a une frontière formée d'au plus N segments de droite inclinés d'un angle α_i i=1,N sur l(horizontale. La vitesse $\underline{V}$ est inclinée d'un angle ϕ_i sur le segment i. α_1 et H_{mec} constituent les paramètres définissant la géométrie de ce mécanisme.

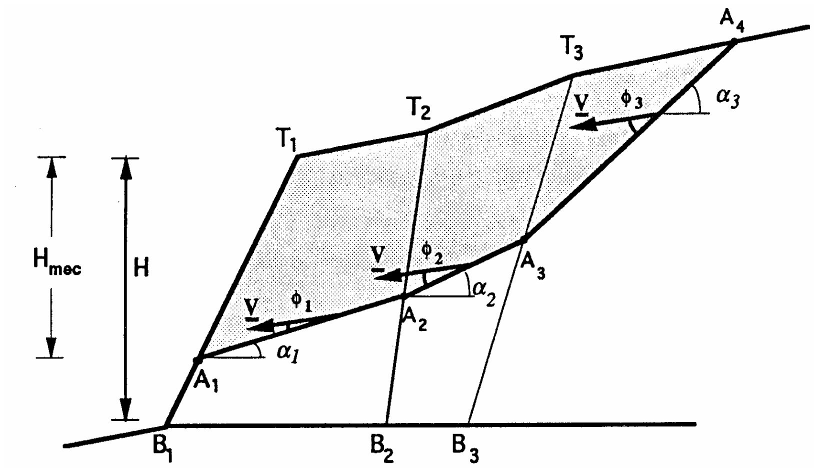


Figure A1 :Mécanisme N°1

- Détermination du nombre N_d de segment de droite A_iA_{i+1}

On détermine en fonction de h_1 =H_{mec} et α_1 (en calculant l'angle α_i^0(h_i) si le segment de droite A_1A_{1+1} coupe la pente supérieure T_1T_{1+1}. Si c'est le cas

($\alpha_i^0 \geq \alpha_1$), le mécanisme est entièrement déterminé et N_d=1. dans le cas contraire ($\alpha_i^0 < \alpha_1$), on passe à la zone, suivante et on calcule α_2 et h_2. Si le nouveau segment coupe la pente supérieure de cette zone, N_2=2. Sinon, on recommence jusqu'à ce qu'on obtienne un segment A_iA_{i+1} coupe la pente supérieurs T_iT_{i+1}. on alors N_d=i .

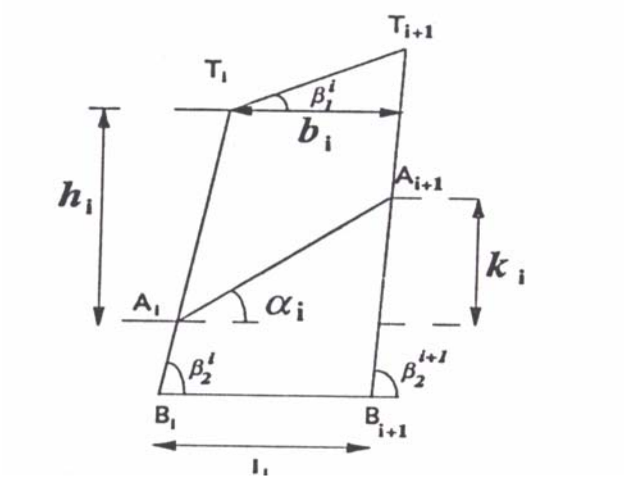


Figure A2 :Notation utilisées dans un sous-bloc i.

- b_i : la largeur du sous bloc i au niveau de la tête,

- k_i : la hauteur de chaque segment de droite A_iA_{i+1},

- h_i : hauteur du segment A_iT_i

- la Puissance résistance maximale est :

$$P(\underline{V}) = \sum_{i=1}^{N_d} \frac{k_i}{\sin\alpha_i} \pi_i(\underline{n}\ ,\ \delta)$$

avec : $\pi_1(\underline{n}\ ,\ \underline{V}) = V\left[\sigma_{f1}^0 \cos(\alpha_1 - \phi_1 - \delta)\sin(\alpha_1 - \delta) + \sigma_{f2}^0 \sin(\alpha_1 - \phi_1 - \delta)\cos(\alpha_1 - \delta)\right]$

et $\pi_i(\underline{n}\ ,\ \underline{V}) = VC_i \cos\phi_i \quad i = 2\ ,\ N$

- Puissance des effort extérieurs et puissance résistante maximale.

$$P_{ext}(\underline{V}) = V\sum_{i=1}^{N_d}\left[\gamma_i S_i + \sum_{j \in j_i} S_1^i\right]\sin(\alpha_i - \phi_1)$$

S_i : surface du bloc ($T_{i+1}T_iA_iA_{i+1}$)

S_1^j : correspond au poids de la surcharge s'exerçant sur le sous-bloc i

* Calcul de α_i , S_i , k_i

pour i=1 : on se donne $\alpha_1 \in \left]0\ ,\ \beta_2^1\right[$ et $h_1 = H_{mec} \in \left]0\ ,\ H\right[$

si i<N on calcule $\cot g\alpha_i = \dfrac{b_i + h_i \cot g\beta_2^i(1 - tg\beta_1^i \cot g\beta_2^{i+1})}{h_i(1 - tg\beta_1^i \cot g\beta_2^{i+1}) + b_i tg\beta_1^i}$

si $\alpha_i \geq \alpha_1$ ou si i=N , on a alors $i=N_d$ et :

$S_i = 1/2\ h_i k_i(\cot g\alpha_i - \cot g\,\beta_2^i)$

$k_i = h_i \dfrac{1 - tg\beta_1^i \cot g\beta_2^i}{1 - tg\beta_1^i \cot g\alpha_i}$

- Calcul du coefficient de sécurité

$$\Gamma_1 = \min_{\alpha_1, H_{mec}} \frac{P(\underline{V})}{P_{ext(\underline{V})}}$$

MECANISME N° II (bloc en rotation)

La ligne de discontinuité de vitesse est constituée d'arcs de spirtale logarithmique de même foyer Ω (X_Ω , Y_Ω) et d'angle ϕ_i (i=1,N) et ϕ_s . On note ϕ_{ij} l'angle de frottement du matériau par lequel passe l'arc j. l'équation d'un arc j de spirale est donnée par : $r(\theta)=R_j\exp(\theta tg(\phi_{ij})$ avec $\theta \in \left]\theta_{j+1}\ ,\ \theta_j\right[$ (voir figure) où θ désigne l'angle polaire compté positivement dans le sens rétrograde.

- Construction de la ligne de discontinuité

-Mécanisme de type I :

Les arcs de spirale constituant la ligne de discontinuité de vitesse sont complètement déterminés par la donnée d'une spirale initiale d'angle ϕ_1 (angle de frottement du mur) Paramétrée par $H_{méc}$, θ' et θ_1 (figure). Pour que la spirale initiale soit bien définie, les paramètres doivent vérifier :

$$\theta' + \beta_1^1 \in \left]\phi_1 - \frac{\pi}{2}\ ,\ \phi_1 + \frac{\pi}{2}\right[\ , \qquad \theta_1 + \beta_2^1 \in \left]\phi_1 + \frac{\pi}{2}\ ,\ \phi_1 + \frac{3\pi}{2}\right[\ , \qquad H_{méc} \in \left]0, H\right[$$

On déduit le rayon R_1 tel que :

$$R_1 = \frac{H_{méc} \sin(\beta_2^1 - \beta_1^1)}{\sin\beta_2^1 \left[\sin(\theta_1 + \beta_1^1) e^{\theta_1 tg\phi_s} - \sin(\theta' + \beta_1^1) e^{\theta' tg\phi_s}\right]}$$

$$X_\Omega = R_1 \left[\sin\beta_1^1 \frac{\sin(\theta' + \beta_2^1) e^{\theta' tg\phi_s} - \sin(\theta_1 + \beta_2^1) e^{\theta_1 tg\phi_s}}{\sin(\beta_2^1 - \beta_1^1)} - \cos\theta' e^{\theta' tg\phi_s}\right]$$

$$Y_\Omega = R_1 \left[\sin\beta_1^1 \frac{\sin(\theta' + \beta_2^1) e^{\theta' tg\phi_s} - \sin(\theta_1 + \beta_2^1) e^{\theta_1 tg\phi_s}}{\sin(\beta_2^1 - \beta_1^1)} + \sin\theta' e^{\theta' tg\phi_s}\right]$$

Deux cas peuvent alors se présenter:

- La spirale initiale coupe le haut du mur. On note θ_2=θ'. La ligne de discontinuité de vitesse est formée d'un seul arc de centre Ω et d'équation :

  $R(\theta)=R_1\exp(\theta tg\phi_1)$, $\theta \in \left[\theta_2\ ,\ \theta_1\right]$

- La spirale initiale coupe l'arrière du mur et passe par le matériau d'angle ϕ_2. soit $\theta_2 \in \left[\theta'\ ,\ \theta_1\right[$ l'angle qui définit cette intersection au point A_2. le premier arc d'angle ϕ_1, de rayon R_1 est compris entre θ_2 et θ_1 on a alors :

$R_2 = R_1 \exp[\theta_2 (tg\phi_1 - tg\phi_2)]$

- Cas possibles d'arcs dans une zone i_j.

On note i_j (respectivement i_{j-1}) la zone traversée par la spirale j (resp j-1) d'angle ϕ_{ij} (resp ϕ_{ij-1}) délimitée par les point A_jA_{j+1} (resp $A_{j-1}A_j$).

La construction des arcs de spirale se fait de manière récursive en commençant par le point situé sur le parement avant du mur et en remontant jusqu'en haut du talus. D'une manière générale, on envisage, pour un arc de spirale j d'angle ϕ_{ij} sortant en A_j de la zone i_j , les possibilités suivantes d'entrée en A_{j+1} ($\theta_{j+1} < \theta_j$) :

Si la sortie de la zone i_j se fait sur la pente avant, alors l'entrée en A_{j+1} peut se faire

- sur la pente supérieure (point I) , noté (a) en figure (A4),
- sur la pente arrière (point N, noté (b) en figure (A4)
- sur la pente avant (point P), noté (c) en figure (A4)

  et on a alors $i_j=i_{j-1}+1$,
- si la sortie de la zone (noté (d) en figureA4) et on a $i_j=i_{j+1}-1$.

Mécanisme type II.

Les différents arcs de spirale sont déterminés à partir d'une spirale initiale d'angle de frottement ϕ_s passant au dessous du pied du mur. Cette spirale initiale est paramètrée par $\phi^{'}$, $\phi^{''}$ et ϕ_s (figure)

$$\theta' + \beta_1^1 \in \left]\inf_i(\phi_1) - \frac{\pi}{2}\ ,\ \sup_i(\phi_1) + \frac{\pi}{2}\right[\ ,\ \theta'' + \beta_2^1 \in \left]\phi_s + \frac{\pi}{2}\ ,\ \phi_s + \frac{3\pi}{2}\right[\ ,$$

$$\theta_s + \beta_3 \in \left]\phi_s + \frac{\pi}{2}\ ,\ \phi_s + \frac{3\pi}{2}\right[$$

On déduit alors le rayon : $R_s = r(\theta_s)e^{-\theta_s tg\phi_s}$

$$R_s = \frac{H\sin(\beta_2^1 - \beta_1^1)\sin(\beta_2^1 - \beta_3)}{\sin\beta_2^1\left[\sin(\beta_3 - \beta_2^1)\sin(\theta' + \beta_1^1)e^{\theta' tg\phi_s} + \sin(\beta_1^1 - \beta_3)\sin(\theta'' + \beta_2^1)e^{\theta' tg\phi_s}\ \sin(\beta_3 - \beta_1^1)\sin(\theta_s + \beta_3)e^{\theta' tg\phi_s}\right]}$$

et les coordonnées du centre Ω :

$$X_\Omega = R_s\left[\cos\beta_1^1 \frac{\sin(\theta' + \beta_2^1)e^{\theta' tg\phi s} - \sin(\theta'' - \beta_2^1)e^{\theta' tg\phi s}}{\sin(\beta_2^1 - \beta_1^1)} - \cos\theta' e^{\theta' tg\phi s}\right]$$

$$Y_\Omega = R_s\left[\sin\beta_1^1 \frac{\sin(\theta' + \beta_2^1)e^{\theta' tg\phi s} - \sin(\theta'' - \beta_2^1)e^{\theta' tg\phi s}}{\sin(\beta_2^1 - \beta_1^1)} - \sin\theta' e^{\theta' tg\phi s}\right]$$

On détermine ensuite le point A_1 d'intersection avec la droite séparant le sol d'assise du reste de l'ouvrage. Le point A_1 est le point de sortie de l'arc noté 1 qui passe au dessus du sol d'assise dans la zone notée $1 \le i_1 \le N$.

La distance B_1A_1 détermine la zone i_1 d'angle de frottement ϕ_1. on en déduit R_1 :

$$R_1 = R_s \exp[\theta_1 tg\phi_s - tg\phi_{i1}]$$

ANNEXE B

Résolution des systèmes non linéaires.

-Les paramètres physiques supposés indépendants de [U] dans le modèle linéaire deviennent dépendants tel que le module de Young par exemple dans la plasticité.

-Des termes non linéaires par rapport aux inconnues du problème apparaissent dans les équations aux dérivées partielles.(En grand déplacement la non linéarité est due aux termes d'ordre supérieurs des déformations) :

$$\varepsilon_x = \partial U/\partial x + ½ (\partial V/\partial x)^2$$

La méthode des éléments finis conduit à une formulation discrétisée des problèmes non linéaires sous la forme :

$$[K(U)]\ \{U\} = \{F\} \quad \text{ou} \quad \{R(U)\} = \{F\} - [K(U)]\ \{U\} = 0$$

Dans certain cas (plasticité), il existe seulement une forme incrémentale de résolution du système

$$[K(U)]\ \{\Delta U\} = \{\Delta F\}$$

Résoudre le système, c'est chercher un vecteur {U} qui rende le résidu {R (U)} aussi proche que possible de zéro. La solution exacte rend {R (U)} nul.

Les méthodes de résolution qu'on présente dans ce qui suit, sont basées sur des processus incrémentaux. Elles consistent à appliquer par incréments successifs le niveau de charge totale et de trouver à chaque incrément la réponse de la structure. Cette dernière est obtenue après avoir linéarisé sur chaque incrément les équations d'équilibre.

Ces méthodes incrémentales se divisent en deux types:

- Méthode incrémentale pure.

- Méthode incrémentale itérative.

Méthode incrémentale pure

Dans la méthode incrémentale pure, un incrément de charge est imposé pour chaque incrément les résultats sont obtenus à partir de la résolution du système :

$$[K(U)]\ \{U\}=\{F\}$$

La matrice de rigidité tangente permet d'avoir les accroissements du déplacement correspondant.

En effet, l'équilibre n'est pas corrigé dans ce cas; entraînant souvent une divergence de la solution recherchée, voir Figure (B-1). Ce problème peut être évité en utilisant des incréments très petits, ce qui rend cette méthode faiblement utilisée.

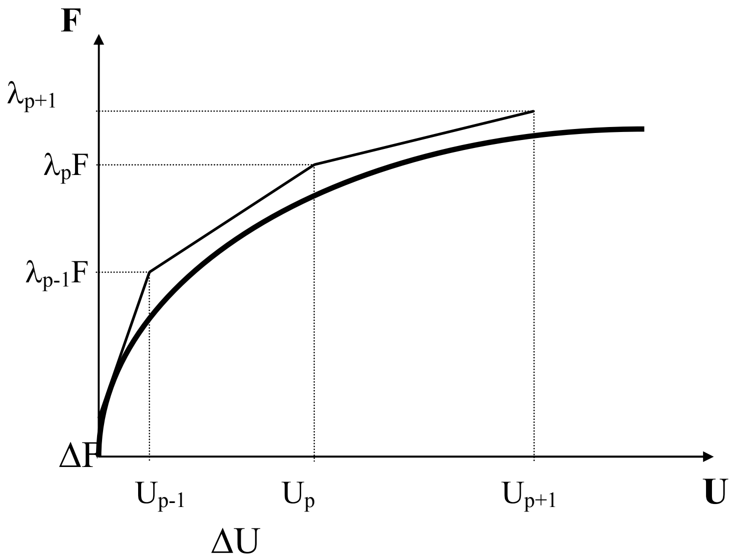


Figure B-1 Méthode incrémentale pure

Méthode incrémentale itérative.

La méthode incrémentale itérative utilise le même processus incrémental que la méthode précéde seulements, une correction de l'équilibre est introduite sur chaque incrément en utilisant un processus itératif. Cette correction peut se faire de plusieurs manières suivant le type de matrice de rigidité utilisée définissant ainsi plusieurs méthodes incrémentales itératives dont la plus connue est celle de Newton-Raphson.

a) Méthode de Newton-Raphson.

Cette méthode utilise la matrice de rigidité tangente recalculée à chaque itération pour la correction de l'équilibre, voir Figure (B-2). Elle a une convergence très rapide avec des résultats surs, mais son inconvénient principal réside dans le temps de calcul de l'actualisation de la matrice de rigidité tangente à chaque itération.

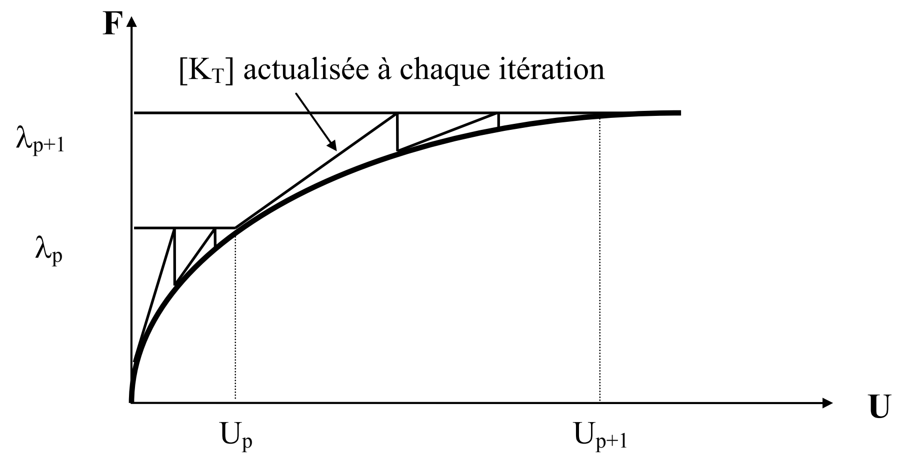


Figure B-2**:** Méthode de Newton-Raphson

Supposant qu’a l’itération (i-I) on a obtenu une approximation $U^{(i-1)}$ de la solution telle que le résidu ne soit pas nul.

$$\{R(Ui-1)\} = \{F\} - [K(U(i-1))]\ \{U(i)\} \neq 0$$

A l'itération (i) on cherche une approximation U(i) de la solution telle que :

$$\{R(U^{i})\} = K\{(U^{(i-1)}+\Delta U^{(i)})\} \approx 0$$

L'algorithme est obtenu en développant ce résidu, en série de Taylor au voisinage de $U^{(i-1)}$

$$\{R(U^{i-1} + \Delta U^{i})\} = \{R(U^{i-1})\} + \left\lfloor \frac{\partial RU}{\partial U} \right\rfloor = U^{(i-1)}\ \{\Delta U^{i}\} + \ldots = 0$$

d'où, en négligeant les termes d'ordre supérieur à 1 :

$$\left[\frac{\partial R\{\Delta U\}}{\partial U} \right] = \{R(U^{i-1})\}$$

Ou.

$$[K_t(U^{i-1})]\{\ \Delta U^{i}\ \} = \{R(U^{i-1})\}$$

$$\{U^{i}\} = \{U^{i-1}\} + \{\Delta U^{i}\ \}$$

L'expression de la matrice tangente $[K_t(U^{i-1})]$ s'obtient en dérivant L'équation du résidu :

$$[K_t\,(U)] = \left\lfloor \frac{\partial R}{\partial U} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{\partial F}{\partial U} \right\rfloor + [K(U)] + \left[\frac{\partial K(U)}{\partial U} \right] * \{U\}$$

Dans le cas où F est indépendant de U :

$$[K_t\,(U)] = [K(U)] + \left[\frac{\partial K(U)}{\partial U} \right]\ \partial\ [K(U)]*\{U\}$$

Et si $(K_t)_{ij}$ et K_{ij} les composantes des matrices $[K_1]$ et $[K]$ $[K_T]_{ij}$ et $[K]_{ij}$ On aura :

$$[K_t]_{ij} = K_{ij} + \sum \frac{\partial K_{il}}{\partial U} * U_l$$

b) Méthode de Newton-Raphson modifiée.

Cette méthode modifiée est identique à la précédente mais, elle utilise la matrice de rigidité tangente recalculée au début de chaque incrément et la garde constante à

toutes les itérations pour la correction de l'équilibre d'ou le non de la méthode de rigidité initiale, Figure (B-4).

Son algorithme se résume-en :

Résidu : $R\{U^{i-1}\} = F - F^{i-1}_1$

La résolution de : $K^0 \Delta U^i = \Delta F^{i-1}$ pour déduire ΔU^i

Cumul : $U^i = U^{i-1} + \Delta U^i$ pour déduire F^i_1

Et tenant compte des conditions initiales : U^0, F^0, K^0 et $F^0_1 = F$

Cette méthode a une convergence moins rapide que la précédente, parce qu'elle évite les actualisations répétées de la matrice [K], et la rigidité utilisée reste relative à la configuration ce qui permet d'avoir un gain sensible dans le temps de calcul.

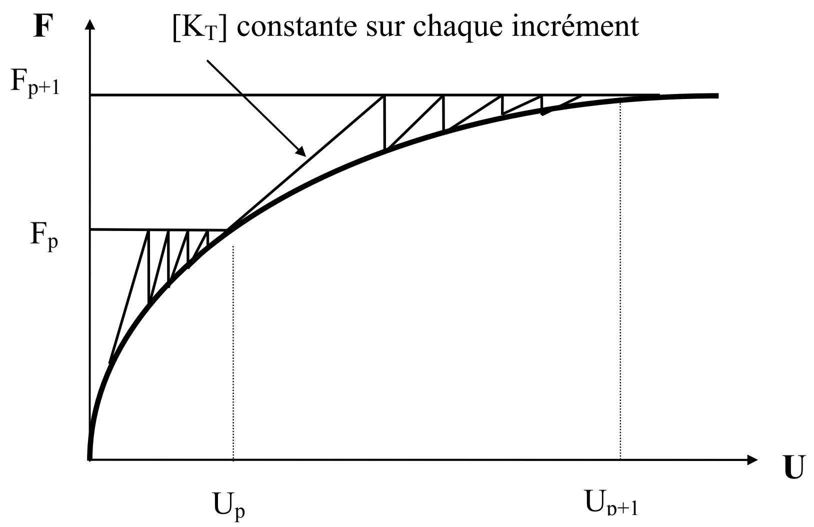


Figure B-4: Méthode de Newton-Raphson modifiée

- Critère de convergence.

Pour vérifier si la convergence est atteinte, il suffit de comparer la solution obtenue avec la tolérance prescrite à la fin de chaque itération.

Il existe trois critères de convergence de base :

- Critère de force.

$$\frac{|\Delta F|}{|F|} \leq T_F$$

- Critère en déplacement.

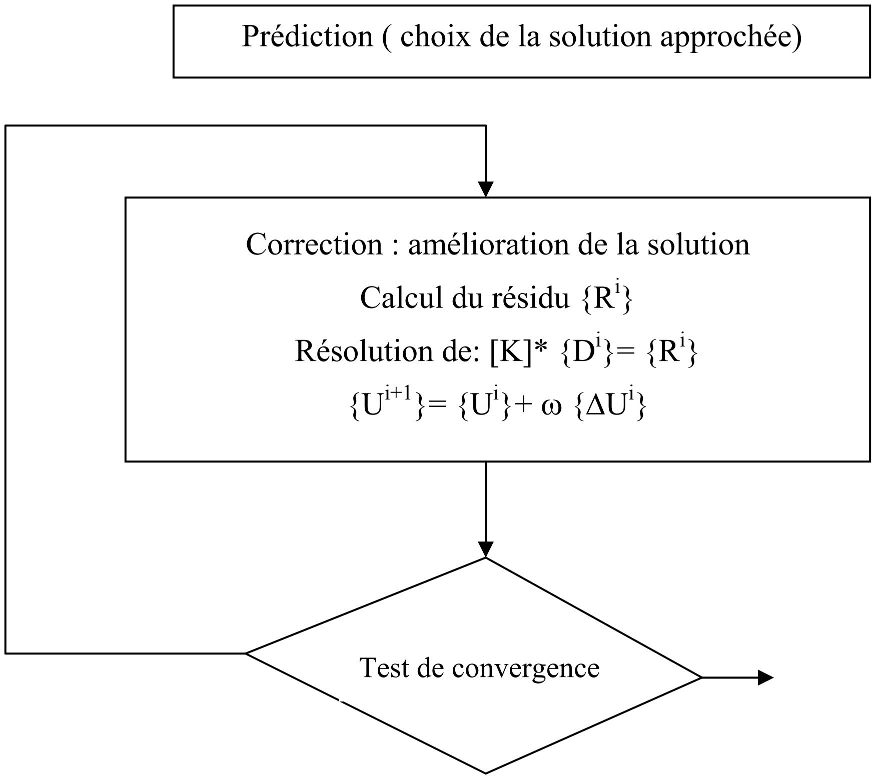
$$\frac{|\Delta U|}{|U|} \leq T_D$$

- Critère en énergie (force-déplacement).

$$\frac{\Delta U \times \Delta F}{U \times F} \leq T_E$$

Stratégie de résolution.

Toute les méthodes peuvent se ramener à un seul algorithme, qui à un niveau de sollicitation donnée se schématise ainsi :



Solution

ω: Facteur de relaxation.

L'expression du résidu R reste la même quelle que soit la méthode utilisée, puisque c'est la caractéristique de l'équation à résoudre, alors que l'expression de la matrice de rigidité [K] varie d'une méthode à une autre.

ANNEXE C :Organigramme

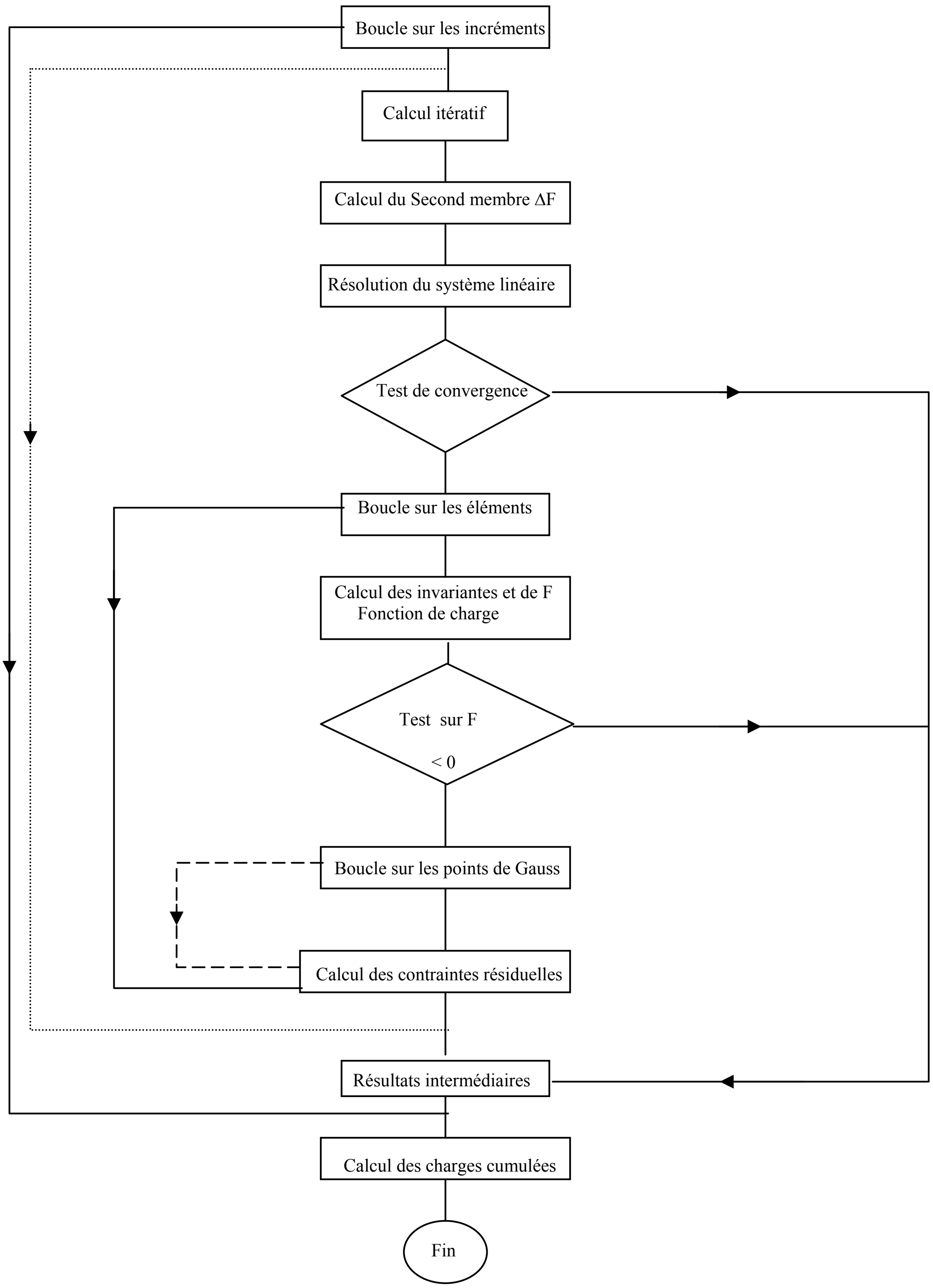


Figure C-1 Structure générale du module de calcul éasto-plastique

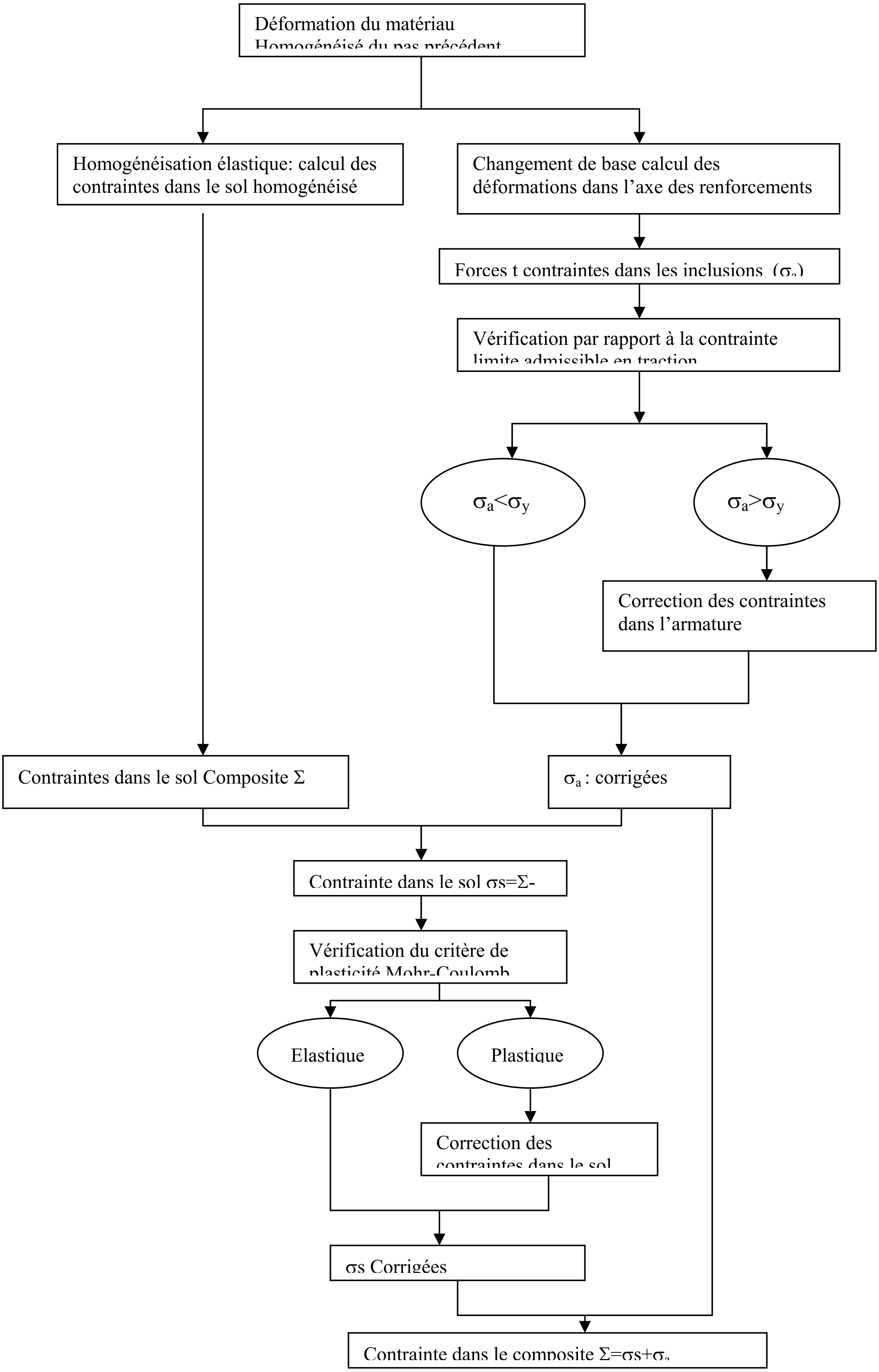


Figure C-2 Organigramme du modèle de Comportement Homogénéisation

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

Alimi I., Bacot J., Lareal P., et al (1977) Etude de l'adhérence sol-armature, Proc. 9th Cong. Of the Int. Soc. Of soil mechanics and foundation engineering, Tokyo, Vol.1, pp. 11-14

Beech j. , Delaure E. , Juran I. (1984) Etude expérimentale sur modèles réduits du comportement d'un soutènement en sol cloué. Coll. Int. Renf.des sols en place, Paris, pp. 309-314.

Bernaud, D., De Buhan, P. and Maghous S., Numerical simulation of the convergence of a bolt-supported tunnel through a homogenization method, Tnt. J. Num. Anal. Methods in Geomech.,1995, vol. 19, pp. 267-288.

Blondeau F. , et col (1984) Talren méthode de calcul des ouvrages en terre renforcée. Coll. Int. Renf. Des Sols en place, Paris, pp. 219-224

Boulon M., Garnica P., Vermeer P.A. (1995) Soil – structure interaction : FEM computations. Mechanics of Geomaterial Interfaces, Selvaduraiet Boulon (eds). Elsevier.

De Buhan P. (1999) Renforcement des sols et des roches par inclusions : de la modélisation mécanique au calcul d'ouvrage. Mécanique & Géotechnique, Luong (ed.) 1998 LMS polytechnique

De Buhan P. (1999) Reinforcement of the grounds and rocks by inclusions: mechanical modeling with the calculation of work. Mechanics & Geotechnics, Luong (ED.) 1998 polytechnic LMS

De Buhan, P., **(1986)** macroscopic Criterion of rupture of a material reinforced by reinforcements, C.R. of the Academy of Science, 1986, Paris, volume 301, series II, N ^{0} 9, pp. 557-560.

De Buhan, P., Critère de rupture macroscopique d'un matériau renforcé par armatures, C.R. de l'académie des sciences, 1986, Paris, tome 301, série II, n^{0}9, pp. 557-560.

Bolt M., Bourdeau Y., Delage P. and Edil T.B. (1991) Friction ground-inclusion in sands; aspect experimental and interpretation. Report/ratio GRECO Géomatériaux pp 343-355.

Boulon.M ., (1991). Le comportement d'interface sol-structure aspect expérimentaux et numérique, revue Française de géotechnique , vol 54, pp25-38

Broms;B.B and Bennermark.H., **(1967).** Stability of clay at vertical openings journal of Soil of Mechanics and Foundation Division ACSE Vol 93 SMI , pp71-94.

Broere.W., **(1998).** Face stability calculation for a slurry shield in heterogeneous soft soils, proc, of the world tunnel congress '98' on tunnels and metropolises, Sao Paulo 1998, Rotterdam, , Vol.1 pp 215-218

Chaoui, F., (1992). Etude tridimensionnelle du comportement des pieux dans les pentes instables, Thèse de doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 355 p.

Cardoso, A.S. and Carreto, A.P., Performance and analysis of a nailed excavation, l2ème Cong.

Cartier. G., Gigan J.P. , (1983). Experiments and observations on soil nailing structures. C.R. 3ème Cong. Europ. Méc. Solss Trav. Fond., Helsinki, pp. 473-476

COULTERRE , (1991). Recommandations pour la conception, le calcul, l'exécution et le contrôle des soutènements réalisés par clouage des sols, Paris : Presse de l'ENPC,

Coussy O., Salençon J. (1979). , Analyse de stabilité des ouvrage en terre par le calcul à la rupture Annales des ponts et chaussés, n° 12, pp. 7-35

Coulomb C A (1773). , sur une application des règles de maximis et de minimis et quelques problèmes de statique, relatifs à l'architecture. Mémoires présentés à l'Académies des sciences

Delmas ph. , Berche J C. , Cartier G. , Abdelhadi A (1985). Une nouvelle méthode de dimensionnement du clouage des pentes, Bull. liaison Labo. P et Ch. , 141, pp . 57-66

Ducan,J.M., and Chang .C.Y., (1970). Non linear analysis of stress and strain in soils, Journal of the soil mechanics and foundation divisions ASCE, , Vol.96 n° SM5,pp1629-1653.

Duncan.J.M, Seed.R.B, Wong.K.S, and al, (1984): a computer program for finite element analysis of dams. Departement of civil engineering , Stanford University, Report n° SU/GT/84-03,43p

Dyer M.R. , Miligan G.N.E (1984). , A photoélastique investigation of the interaction soils with reinforced placed at different orientations. Coll.Int. Renf. Des sols en plac, Paris , pp257-262.

Greuell N.E. , (1993)., Etude du soutènement des tunnels par boulons passifs dans les sols et les roches tendres par une méthode d'homogénéisation, Thèse de doctorat de I'Ecole Polytechnique, Palaiseau, , 199

Herman LR., Al Yasin Z., (1978) Numerical analyses of reinforced soil systems, Proc. Symp. Earth Reinforced, Pttesburgh, pp. 428-570

Hongjie.Y., Jianhua.W., Yanqing.L., (2002) A new approach for the slope stability

Hoteil N. (1990) Contribution à l'étude du comportement d'interface sable-inclusion et application au frottement apparent. Thèse de doctorat, INPG Grenoble.

Juran I. , Schlosser F. (1984) Etude théorique des efforts de traction dans les armatures des ouvrages en terre armée . Coll. Int Renf des sols, Paris, pp 77-82.

Lemonier P., Soubra.A.H., Kastner.R. (1998) Variation displacement method for geosynthetcaly reinforced slope stability analysis Geotextile and geomenbranes 16 (1-25)

Long N.T. , Ursat P. (1977). Comportement du sol renforcé Rapport de recherche des LPC.

Jassonnesse C., (1998) Contrôle de la déformation du massif renforcé par boulonnage au front de taile d'un tunnel, Thèse de doctorat, INSA de Lyon, 234p

Juranet Col (1981) . Le renforcement des sols par barre passives. C.R 10ème . Int Mec des sols . Trav Fond. , San Francissco.

Juran et Col (1985) . Les soutènements par clouage. Etude sur modèle numérique. C.R 11ème . Int Mec des sols . Trav Fond. , Stockolm.

Katmura.T,Nagao.A,Uehara.S.(1988)., Model loading tests of rienforced slope with stel bars. The international geotechnical symposium on theory and practice of earth reinforcement. Japon Sangyo University.

Kishida H., Uesugi M. (1987) Test of interface between sand and steel in simple shear apparatus.

Koga. K. , Valliappan. S. , Shimazu.T. (1988). , Finite element analysis of grid reinforced. The international geotechnical symposium on theory and practice of earth reinforcement. Japon Sangyo University.
Kondner .R.L (1963), Hyperbolic stress-strain response Cohesive soils, Journal of the soil mechanics and foundation division,ASCE, Vol 89 SM1 pp 115-143.
Mangiaavacchi R. , Pellegrini G. (1985) . Analisis teorica del comportemento della terre armata mediante una procedura di homogeneizzation. Tesi di Laurea, Politecnico do Milano.
Marchal J. , (1984). Renforcement des sols par clouage. Etude expérimentale en laboratoire. Coll. Int. Renf. Des sols en places, Paris, pp 275-278
Pastor.J, and Abdi.R. (1989), Analyse limite homogénéisation t sols renforcé, journées Franco-Tunisinn de Géotechnique, pp1-14.
Plumelle.C t Bel hadj.A (1989), Ruptures provoquées de murs en sol cloués , C.R. Journées Fronco-Tunisinnes de mécanique des sols, Paris ,252p
Unterreiner, Ph. (1994), Contribution à l'étude et à la modélisation numérique des sols clones : application au calcul en deformation des ouvrages de soutènement, thèse de doctorat, ENPC, vol. 2, , 499 p.
Schlosser F., Guillox A (1979) Le frottement sol-armature dans les ouvrages en terre armée. Colloque international sur le renforcement des sols, Paris.
Sawicki, A. (1990), Developpement of failure in reinforced soil structures, Performance of reinforced soil structures, , Glasgow, pp. 3 1-40. Thesis E.N.P.C
Sudret, B. and de Buhan, P. (1999),. Modélisation multiphasique de matériaux renforcés par inclusions linéaires, C. R. Acad. Sci., Paris, t. 327, Serie Hb, pp 7-12.
Srbulov.M., (2001) Analysis of stability of geogrid reinforced step slopes and retaining walls Computers and geotechnics (255-268)
Sawiki A. , (1983) Plastic limit behavior of reinforced earth . JI of Geotechnical Eng . Div. , ASCE, Vol . 109, n° 7 , pp 1000-1005.
Sawicki.P and Lesniewska. (1989) Limit analysis of cohesive slopes reinforced with geotextils. Comput. Gotechnics 7,53-66
Shafiee S. (1986) Simulation numérique du comportement des sols cloués interaction sol-renforcement et comportement de l'ouvrage , Thèse DDI, ENPC
Salonçon, J. (1983) Calcul à la rupture et analyse limite , Paris , Presse de l'ENPC, , 172p
Schlosser ,F and Unterreiner .Ph. (1997) le clouage dans les sols et les roches tendres Int Conf On geotechnical engineering of hard soils- Soft rocks, Rotterdam Balkema 19997 pp 1791-1799
Scholsser.F (1979) Analogie et différence dans le comportement et le calcul des ouvrages en terre armée et par le clouage des sols Annales de l'ITBTP 1983 n°473 pp58-89
Schlosser.F Guilloux.A and Long.N.T, (1973), Etude du frottement sable armature en laboratoire , coll Int sur le renforcement de sols Paris pp59-69
Schlossr F., Long N.T (1973). , Etude du comportement du matériau terre armée. Annales de l'ITBTP. , n° 45
Smith G.N., (1983). , Element of soil mechanics for Civil and Mining Engineers". Granada Publishing,.

Smith J.M. ,.Griffiths D.V. , (1998). Programming the finite element method, Second edition University of Manchester. U.k.
Suquet P. (1987) Approach by homogenisation of a some linear and no linear problemes in solid mechanics coll. Int. du CNRS, n° 319, comportement plastique des solides anisotropies Grenoble.
Tejchmann J. (1995), Experimental and numerical study of sand-steel interfaces. International journal for numerical and analytical methods in geomechanics, vol 19.
Yoshimi Y., Kishida T. (1981) ,Friction between sand and metal surface. Proceedings of the international conference on soils mechanics and foundation engineering, Stockholm 15-19 June 1981
[1] K. Therzaghi et R.B peck : "Soil Mechanics in Engineering Pratice" John Wiley and Sons, 1948.
Wilson G.(1941) The calculation of the Bearing of footing on clay. Institution of Civil Engineers.