

ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE
UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

MÉMOIRE PRÉSENTÉ À
L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

COMME EXIGENCE PARTIELLE
À L'OBTENTION DE LA
MAÎTRISE EN GÉNIE ÉLECTRIQUE
M.Ing.

PAR
DANIEL LAVOIE

SIMULATION ET VISUALISATION DES TRANSITOIRES DANS UN RÉSEAU
ÉLECTRIQUE DE GRANDE DIMENSION

MONTREAL, LE 11 AOÛT 2004

© droits réservés de Daniel Lavoie

CE MÉMOIRE A ÉTÉ ÉVALUÉ

PAR UN JURY COMPOSÉ DE :

M. Pierre Jean Lagacé, directeur de mémoire
Département de génie électrique à l'École de technologie supérieure

M. Ambrish Chandra, président du jury
Département de génie électrique à l'École de technologie supérieure

M. Jean Mahseredjian, représentant industriel
IREQ

IL A FAIT L'OBJET D'UNE SOUTENANCE DEVANT JURY ET PUBLIC

LE 9 AOÛT 2004

À L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

SIMULATION ET VISUALISATION DES TRANSITOIRES DANS UN RÉSEAU ÉLECTRIQUE DE GRANDE DIMENSION

Daniel Lavoie

RÉSUMÉ

Les logiciels de simulation numérique des lignes de transmission dans le domaine du temps en régime transitoire, tel que EMTP, mettent en œuvre des modèles sophistiqués qui fournissent des résultats précis. Une lacune de ces logiciels demeure l'absence d'une interface de visualisation graphique permettant l'observation spatiale des phénomènes étudiés.

Ce mémoire présente la réalisation d'un logiciel permettant de simuler numériquement des lignes de transmission et de visualiser les ondes en trois dimensions. Le logiciel est appliqué à la simulation des réseaux de transport d'énergie électrique. La résolution numérique des lignes est obtenue à l'aide du modèle « Z-Line ». Le logiciel est réalisé dans le langage de haut niveau Matlab, qui intègre toutes les fonctionnalités mathématiques et graphiques requises.

La possibilité de visualiser les phénomènes transitoires électromagnétiques dans les grands réseaux de transport d'énergie électrique tente d'offrir de nouvelles possibilités d'analyse de ces phénomènes.

SIMULATION ET VISUALISATION DES TRANSITOIRES DANS UN RÉSEAU ÉLECTRIQUE DE GRANDE DIMENSION

Daniel Lavoie

SOMMAIRE

Les logiciels permettant la simulation des lignes de transmission, tel que EMTP, sont forts de nombreuses années de recherches et mettent en œuvre des modèles sophistiqués, ce qui leur permet de fournir des résultats précis. Une lacune de ces logiciels demeure l'absence d'une interface de visualisation graphique permettant l'observation spatiale des phénomènes étudiés. Certains autres logiciels de simulation de réseaux électriques offrent une visualisation géographique mais ne sont conçus que pour le régime permanent.

Ce mémoire présente la réalisation d'un outil logiciel alliant à la fois les aspects de simulation numérique des phénomènes transitoires ainsi que leur visualisation spatio-temporelle en trois dimensions. Le logiciel est appliqué à la simulation des lignes de transmission qui forment les réseaux de transport d'énergie électrique. L'outil logiciel en question implémente les méthodes connues de simulation numérique basées sur la règle d'intégration trapézoïdale, ainsi que le récent modèle « Z-Line » qui fonctionne entièrement dans le domaine des phases. Le logiciel est réalisé dans le langage de haut niveau Matlab, qui intègre toutes les fonctionnalités mathématiques et graphiques requises.

La possibilité de visualiser et situer géographiquement les phénomènes transitoires électromagnétiques dans les grands réseaux de transport d'énergie électrique représente une contribution originale, et tente d'offrir de nouvelles possibilités d'analyse de ces phénomènes.

SIMULATION AND VISUALIZATION OF TRANSIENTS PHENOMENA IN LARGE POWER SYSTEM

Daniel Lavoie

ABSTRACT

Transients simulation software, such as EMTP, use highly reliable solution techniques. These software still lack an interface allowing spatial visualization of traveling waves. Some applications, e.g. network power flows simulators, offer a visualization interface but are designed for steady-state solutions only.

This work is the realization of a software program providing both a transients simulation engine and a three-dimensional visualization interface. The software is used for aerial transmission lines simulations which are part of power transmission grid. The simulation engine uses classical numerical simulation techniques (e.g. trapezoidal integration), plus the recent "Z-Line" model for lines calculations in order to obtain the voltage profile along transmission lines directly in the phase domain. The software is realized entirely in Matlab, which provides all the necessary mathematical constructs as well as three-dimensional graphics capabilities.

The contribution of this work aims at demonstrating how visualization of transients phenomena can offer new possibilities for analyzing such phenomena.

REMERCIEMENTS

J'exprime mes remerciements les plus sincères à mon épouse Khadija qui a su me soutenir et me motiver tout au long de ma maîtrise à l'ÉTS, et particulièrement lors de la préparation de ce mémoire.

J'exprime également ma gratitude la plus vive à mon directeur de recherche Pierre Jean Lagacé pour la confiance témoignée en me confiant ce travail. Sa disponibilité, ses observations rigoureuses ainsi que la pertinence de ses conseils m'ont permis d'appréhender cette recherche avec la rigueur et l'objectivité qui s'imposent.

Ce projet a reçu une subvention du Conseil de recherches en sciences naturelles et en génie du Canada (CRSNG).

TABLE DES MATIÈRES

	Page
SOMMAIRE	i
ABSTRACT	ii
REMERCIEMENTS	iii
TABLE DES MATIÈRES.....	iv
LISTE DES TABLEAUX.....	viii
LISTE DES FIGURES.....	ix
LISTE DES ABRÉVIATIONS ET DES SIGLES	xii
INTRODUCTION.....	1
CHAPITRE 1 REVUE DE LA LITTÉRATURE.....	12
1.1 Modélisation des lignes de transmission	12
1.1.1 Ligne monophasée.....	13
1.1.1.1 Formulation des équations.....	13
1.1.1.2 Modélisation avec des sections Π	15
1.1.1.3 Présentation du modèle à paramètres distribués.....	15
1.1.1.4 Modélisation d'une ligne à paramètres constants.....	16
1.1.1.5 Modélisation d'une ligne à paramètres variants en fréquence.....	19
1.1.2 Ligne polyphasée	23
1.1.2.1 Solution par transformation linéaire	24
1.1.2.2 Solution directe : modèle « Z-Line ».....	26
1.1.3 Obtention des tensions et courants aux emplacements intermédiaires	31
1.1.3.1 Modèles cp_line, JMARTI et LMARTI	31
1.1.3.2 Modèle « Z-Line ».....	32
1.2 Paramètres des lignes de transmission aériennes.....	32
1.2.1 Formulation des hypothèses.....	33
1.2.1.1 Fléchissement des câbles	33

1.2.1.2	Conductance parallèle.....	34
1.2.1.3	Modélisation des conducteurs.....	34
1.2.1.4	Caractéristiques du sol.....	35
1.2.1.5	Influence de la température.....	36
1.2.1.6	Influence de la fréquence.....	36
1.2.1.7	Effet de proximité.....	37
1.2.2	Faisceaux de conducteurs.....	38
1.2.3	Impédance série.....	38
1.2.3.1	Détermination de la matrice d'inductance externe.....	39
1.2.3.2	Matrice d'impédance interne.....	41
1.2.3.3	Termes de correction de Carson.....	42
1.2.4	Admittance parallèle.....	43
1.2.5	Réduction de l'ordre des matrices.....	45
1.2.5.1	Groupement des faisceaux de conducteurs.....	45
1.2.5.2	Élimination des fils de potentiel zéro.....	48
1.3	Modélisation des éléments linéaires.....	50
1.3.1	Inductance.....	51
1.3.2	Condensateur.....	52
1.3.3	Éléments polyphasés.....	53
CHAPITRE 2 DÉVELOPPEMENT DU LOGICIEL.....		55
2.1	Choix du modèle de ligne.....	55
2.2	Calcul des paramètres des lignes de transmission : module YZ_ligne....	56
2.2.1	Détails de fonctionnement.....	58
2.2.2	Expérimentation.....	59
2.2.2.1	Description des cas d'expérimentation.....	59
2.2.2.2	Résultats.....	61
2.3	Synthèse de l'impédance de pertes : module zligne.....	62
2.3.1	Étape de détermination coordonnée.....	63
2.3.1.1	Méthode mise au point.....	64

2.3.1.2	Formules de calcul des éléments G et B	67
2.3.2	Procédure d'optimisation.....	68
2.3.2.1	Calcul de l'erreur	69
2.3.3	Résultats d'expérimentation	69
2.4	Aspects mathématiques de simulation numérique.....	72
2.4.1	Système principal d'équations.....	72
2.4.2	Définition des matrices d'adjacence.....	73
2.4.3	Représentation des composantes électriques	74
2.4.3.1	Sources.....	74
2.4.3.2	Composantes passives.....	75
2.5	Conception du moteur de simulation.....	76
2.5.1	Structure de fonctionnement.....	77
2.5.2	Variables du circuit.....	78
2.5.3	Mise à jour des sources d'histoire des lignes à paramètres constants	79
2.5.4	Variables d'affichage.....	81
2.5.5	Numérotation des nœuds intermédiaires du modèle « Z-Line ».....	83
2.5.6	Traitement des discontinuités	83
2.6	Définition d'un circuit à simuler.....	85
2.6.1	Sources.....	87
2.6.2	Éléments linéaires passifs	88
2.6.3	Interrupteur	88
2.6.4	Ligne sans pertes à paramètres constants	89
2.6.5	Ligne « Z-Line ».....	89
2.7	Validation du programme	90
2.7.1	Cas de base.....	90
2.7.2	Cas avec ligne de transmission	91
2.8	Performance du moteur de simulation.....	94
2.9	Interface graphique de simulation.....	95

CHAPITRE 3	SIMULATION GRAPHIQUE DU RÉSEAU DE TRANSPORT	
	QUÉBÉCOIS.....	96
3.1	Présentation.....	96
3.2	Modélisation et représentation du réseau.....	98
3.2.1	Postes et centrales.....	98
3.2.2	Lignes.....	99
3.2.3	Carte du Québec.....	99
3.3	Expérimentation.....	100
3.3.1	Réseau initialement au repos.....	101
3.3.2	Réseau en régime permanent.....	103
3.4	Performance de l'animation.....	104
	DISCUSSION ET INTERPRÉTATION DES RÉSULTATS.....	105
	CONCLUSION.....	108
	RECOMMANDATIONS.....	110
	ANNEXES	
	1 : Équations des lignes de transmission.....	111
	2 : Impédance des conducteurs de forme cylindrique.....	114
	3 : Démonstration de l'équation (1.24).....	124
	BIBLIOGRAPHIE.....	128

LISTE DES TABLEAUX

	Page
Tableau I	Résistivité indicative de certains types de sols 36
Tableau II	Formules de modélisation d'éléments linéaires polyphasés 54
Tableau III	Données des conducteurs de la ligne à 735 kV 60
Tableau IV	Données des conducteurs du circuit à six phases 61
Tableau V	Erreurs maximales sur les paramètres de ligne en comparaison avec EMTP..... 61
Tableau VI	Composantes représentées et les variables affectées 76
Tableau VII	Variables d'affichage 81
Tableau VIII	Champs requis dans les structures de composantes 86

LISTE DES FIGURES

	Page
Figure 1	Ligne de transmission monophasée, détails d'une section Δx 13
Figure 2	Modèle de ligne monophasée dans le domaine fréquentiel 15
Figure 3	Modèle de ligne monophasée sans pertes à paramètres constants 18
Figure 4	Modèle à paramètres constants incluant les pertes résistives 19
Figure 5	Impédance caractéristique typique d'une ligne aérienne (amplitude) 20
Figure 6	Circuit de synthèse de l'impédance caractéristique 20
Figure 7	Modèle de ligne dépendant de la fréquence dans le domaine temporel 20
Figure 8	Forme de la fonction de propagation d'une ligne, domaine fréquentiel et temporel 21
Figure 9	Séparation des effets dans le modèle « Z-Line » (d'après [14]) 27
Figure 10	Modèle vectorisé de ligne sans pertes à paramètres constants 28
Figure 11	Approximation de l'impédance de pertes 30
Figure 12	Modélisation d'une ligne avec le modèle « Z-Line » 31
Figure 13	Coupe d'un conducteur ACSR (Cardinal 54/7) et modélisation 35
Figure 14	Effet pelliculaire 37
Figure 15	Disposition géométrique des conducteurs et leurs images 39
Figure 16	Circuit triphasé avec faisceaux de conducteurs 46
Figure 17	Première étape du groupement des faisceaux de conducteurs 47
Figure 18	Deuxième étape du groupement des faisceaux de conducteurs 47
Figure 19	Méthodes trapézoïdale et backward-Euler 50
Figure 20	Modèle de l'inductance 51
Figure 21	Modèle du condensateur 52
Figure 22	Capacité triphasée et la matrice correspondante 53
Figure 23	Spécification d'un faisceau régulier 56
Figure 24	Organigramme de fonctionnement du module YZ_ligne 58

Figure 25	Configuration géométrique de la ligne à 735 kV	59
Figure 26	Commande d'exécution du premier cas de calcul de paramètres de lignes .	60
Figure 27	Configuration du circuit à six phases (tiré de [14]).....	60
Figure 28	Circuit de synthèse de l'impédance de pertes.....	63
Figure 29	Approximation d'impédance avec un bloc situé à 100 Hz.....	65
Figure 30	Approximation d'impédance en procédant en sens inverse	66
Figure 31	Procédure de détermination coordonnée proposée.....	67
Figure 32	Synthèse avec trois blocs, terme diagonal Z_{22}	70
Figure 33	Synthèse avec trois blocs, terme mutuel Z_{31}	70
Figure 34	Synthèse avec huit blocs, terme diagonal Z_{22}	71
Figure 35	Synthèse avec huit blocs, terme mutuel Z_{31}	71
Figure 36	Exemple de branchement d'éléments du même type	74
Figure 37	Modèle d'un élément polyphasé couplé	75
Figure 38	Organigramme du moteur de simulation	78
Figure 39	Exemple de branchement d'une ligne à paramètres constants	80
Figure 40	Initialisation des variables de mise à jour.....	81
Figure 41	Mise à jour des sources d'histoire à chaque itération.....	81
Figure 42	Emplacements des points de tensions sur une ligne et dans le modèle	82
Figure 43	Code d'affectation des variables d'affichage	82
Figure 44	Numérotation des nœuds intermédiaires du modèle « Z-Line »	83
Figure 45	Procédure de traitement des discontinuités	84
Figure 46	Onde de choc « $1,2 \times 50$ ».....	87
Figure 47	Instant de commutation des interrupteurs.....	88
Figure 48	Circuit de cas avec éléments monophasés.....	90
Figure 49	Fichier de définition du cas de la Figure 48	90
Figure 50	Solutions superposées avec courbe d'erreur amplifiée	91
Figure 51	Circuit de cas formé de quatre phases couplées	92
Figure 52	Fichier de définition du cas de la Figure 51	92
Figure 53	Tension transitoire initiale, solutions superposées	93

Figure 54	Tension d'onde de choc, solutions superposées	93
Figure 55	Interface de simulation	95
Figure 56	Réseau québécois de transport d'énergie en 1995	97
Figure 57	Modélisation proposée du réseau	100
Figure 58	Fenêtre d'animation initiale.....	101
Figure 59	Ondes de choc initiales tracées dans le plan XY	102
Figure 60	Ondes de choc tracées en variant la coordonnée Z.....	103
Figure 61	Segment d'un conducteur cylindrique.....	118
Figure 62	Segment de conducteur rectangulaire.....	122

LISTE DES ABRÉVIATIONS ET DES SIGLES

B	Densité de flux magnétique, Wb/m^2
B	Inductance inverse par unité de longueur, H^{-1} , m/H
C	Capacité par unité de longueur, F/m
c	Vitesse de la lumière, 299 792 458 m/s
D	Densité de flux électrique, C/m^2
d	Distance entre conducteurs, m
E	Champ électrique, V/m
e	Base du logarithme naturel
G	Conductance par unité de longueur, S/m
H	Champ magnétique, A/m
h	Hauteur du conducteur, m
i	Densité de courant électrique, A/m^2
i, I	Intensité de courant électrique, A
j	Unité imaginaire
L	Inductance par unité de longueur, H/m
ℓ	Longueur, m
P	Coefficient de potentiel, m/F
p	Profondeur complexe du plan de retour
Q	Charge électrique, C
R	Résistance par unité de longueur, Ω/m
r, r_1 , r_2	Rayon, m
t	Temps, s
v, V	Tension, V
x	Position horizontale du conducteur, m
Y	Admittance par unité de longueur, S/m
Z	Impédance par unité de longueur, Ω/m
Z_c	Impédance caractéristique, Ω

α	Constante d'atténuation, nepers/m
β	Constante de phase, rad/m
γ	Constante de propagation
ϵ_0	Permittivité du vide, $8,854187818 \times 10^{-12}$ F/m
ϵ_r	Permittivité relative
μ_0	Perméabilité du vide, $4\pi \times 10^{-7}$ H/m
μ_r	Perméabilité relative
v	Vitesse de propagation, m/s
ρ	Résistivité, Ω m
σ	Conductivité, S/m
τ	Délai de propagation, s
Φ	Flux magnétique, Wb
ω	Vitesse angulaire, rad/s
φ	Angle de phase, rad

INTRODUCTION

Il est bien connu que des phénomènes transitoires électromagnétiques se produisent dans tout circuit électrique lorsqu'il se produit un changement d'état dans le circuit. Un changement d'état peut-être provoqué par une modification de l'état d'une variable d'excitation (source), ou bien une modification à la configuration du circuit par l'ouverture ou la fermeture d'un interrupteur. Un régime transitoire existe alors avant que le circuit ne retrouve un nouvel état d'équilibre (régime permanent). La durée du régime transitoire dépend du circuit considéré.

Le présent travail s'intéresse aux phénomènes transitoires se produisant dans les réseaux aériens de transport d'énergie électrique à haute tension. La raison qui amène à s'intéresser à ces phénomènes est qu'ils peuvent avoir des effets indésirables dans le fonctionnement d'un réseau de transport d'énergie électrique. En effet, les phénomènes transitoires consistent en des surtensions momentanées. La présence de surtensions qui dépassent la capacité d'isolement des lignes de transport peut provoquer un claquage des isolateurs et former un arc électrique, se traduisant par un court-circuit. La sécurité du personnel travaillant à proximité d'installations peut être menacée lorsqu'un profil de tension dangereux apparaît dans le sol suite à un court-circuit. Les surtensions peuvent également causer des bris à l'appareillage en abîmant l'isolation, ou provoquer le passage de courants supérieurs à la limite des appareils, risquant de les endommager.

Tel que mentionné plus haut, les changements d'état d'un circuit électrique conduisent à l'apparition d'un régime transitoire. Cette règle s'applique également dans le cas d'un réseau de transport d'énergie, qui forme en réalité un grand circuit électrique, obéissant aux mêmes lois fondamentales que les circuits électriques plus simples. Les origines d'un changement d'état dans un réseau de transport peuvent être multiples et se distinguent selon deux catégories principales : les manœuvres volontaires et les phénomènes imprévisibles. En ce qui concerne les manœuvres volontaires, toute opération d'alimentation ou de coupure d'un circuit (en actionnant un disjoncteur, par

exemple) entraîne l'apparition de voltages et courants transitoires dans les lignes, pouvant causer des surtensions. Il est intéressant de se demander comment une surtension peut apparaître sur une ligne de transport. La façon la plus simple de répondre à cette question est de reprendre un exemple classique de l'alimentation d'une ligne idéale (sans pertes) dont l'extrémité distante est laissée ouverte. Dès l'application d'une tension continue au début de la ligne, une onde se met à voyager et double d'amplitude rendue à l'extrémité par l'addition de l'onde incidente et de l'onde réfléchie, provoquant une tension dont la valeur est le double de la tension d'alimentation. L'analyse des lignes réelles est plus compliquée car elles sont polyphasées et comportent des pertes résistives, mais le principe reste le même : les surtensions sont provoquées par l'addition des ondes électromagnétiques en mouvement au sein des conducteurs électriques. Les endroits les plus susceptibles aux surtensions sont les extrémités des lignes où s'additionnent les ondes incidentes et réfléchies. Heureusement, certaines mesures peuvent être mises en place afin d'empêcher la formation de surtensions lors des manœuvres volontaires. L'opération peut être exécutée à un moment précis qui permettra de minimiser la formation de transitoires. Des résistances peuvent être installées en série avec les disjoncteurs dans le but de limiter la tension transitoire lors de l'alimentation. Une autre alternative est une calibration appropriée de l'isolation des lignes dans le but de résister aux surtensions, ou bien empêcher la formation de surtensions par l'installation de limiteurs de tension aux extrémités de la ligne (dans ce dernier cas, des études additionnelles doivent être faites pour assurer que les surtensions n'apparaissent pas à quelque autre endroit le long de la ligne). Cette catégorie de phénomènes transitoires peut donc, jusqu'à un certain point, être contrôlée et réduite à un risque minime.

Dans la catégorie des phénomènes imprévisibles, il y a les défauts (phase-terre ou phase-phase) qui peuvent générer des surtensions. Suite à un défaut, une onde transitoire commence à voyager sur la phase en défaut et également sur les autres phases du circuit en raison du couplage. Ces ondes réfléchissent aux extrémités des lignes et se

superposent aux tensions normales du circuit, pouvant provoquer des surtensions. Un autre phénomène imprévisible important est la foudre. Ce phénomène naturel peut s'abattre à proximité ou directement sur les conducteurs d'une ligne de transmission. La foudre est une onde de choc de plusieurs milliers d'ampères et lorsque celle-ci atteint un câble métallique, elle se propage de part et d'autre du point d'impact. Les effets de la foudre diffèrent selon qu'elle touche un fil de phase ou un fil neutre (majorité des cas), mais son effet le plus courant est de faire apparaître aux bornes des isolateurs des tensions supérieures à leurs limites, ce qui peut les faire claquer en créant un arc électrique. Ce scénario se traduit en temps normal par une panne passagère (ouverture et fermeture automatique d'un disjoncteur de protection). D'autre part, si les isolateurs tiennent le coup, l'onde continue à voyager sur les câbles tout en s'affaiblissant en raison des pertes résistives et de son absorption dans le sol via les pylônes mis à la terre, jusqu'à son évanouissement. Cependant, le grand risque que représente la foudre est lorsque l'onde de choc se rend jusqu'à un poste de transformation, où elle peut provoquer des dommages directs aux équipements; ces équipements doivent donc être protégés par des parafoudres. En raison de tous ces facteurs, la connaissance de la portée des phénomènes transitoires, tels que ceux provoqués par la foudre ou par les défauts, revêt une grande importance pour l'analyse des contingences sur un réseau électrique.

L'étude des phénomènes transitoires sur les lignes aériennes de transport d'énergie implique une compréhension approfondie de la science gouvernant les lignes de transport. Ces dernières sont constituées de conducteurs métalliques suspendus dans les airs et forment, du point de vue technique, une ligne de transmission, dont l'étude est reliée au domaine de la propagation des ondes. Les ondes électromagnétiques voyagent sur les lignes de transmission à des vitesses avoisinant celle de la lumière. Ainsi, les phénomènes transitoires sur les lignes à haute tension sont rapides, et doivent être étudiés avec une précision de l'ordre de la microseconde. Avec sa grande flexibilité et rapidité de calcul, l'ordinateur est de loin l'outil le plus employé pour étudier les phénomènes transitoires, en permettant d'effectuer des simulations numériques sur une

plage de temps déterminée. De nombreux logiciels existent à cette fin et la plupart, sinon tous, sont conçus pour simuler un circuit donné (spécifié par l'utilisateur) et fournir des résultats sous la forme de valeurs (tensions et courants) à différents points du circuits en fonction du temps. Il importe de mentionner que de part sa nature discrète, l'ordinateur n'est pas en mesure de fournir une solution continue, mais plutôt à des instants donnés ($0, \Delta t, 2\Delta t, 3\Delta t$, etc.). Le pas d'avancement Δt peut être choisi aussi petit que désiré pour être capable de bien déceler les phénomènes transitoires, ce qui dépend de l'étude envisagée. En temps normal, un pas d'avancement de l'ordre de quelques microsecondes permet de cerner avec une bonne précision les phénomènes transitoires susceptibles de se produire sur les lignes de transport d'énergie. Le principe utilisé pour la simulation numérique des circuits électriques consiste en une représentation du circuit réel par un circuit équivalent discrétisé dans le temps; ce circuit équivalent fournit un système d'équations linéaires qui est solutionné à chaque instant de la simulation. La règle d'intégration trapézoïdale est habituellement utilisée pour obtenir une solution numérique des équations différentielles des éléments linéaires présents dans le circuit; les éléments à paramètres distribués (lignes de transmission), quant à eux, sont solutionnés par les calculs de propagation d'ondes (méthode de Bergeron). Parmi les logiciels les plus connus, il y a « EMTP » (Electromagnetic Transients Program) et « ATP » (Alternative Transients Program), qui sont tous deux basés sur la règle d'intégration trapézoïdale. Les modèles de ligne de transmission ont évolués au cours des dernières décennies et ces logiciels ont été constamment adaptés pour prendre en charge les nouveaux modèles plus précis et plus performants. Ils incluent dorénavant des modèles de lignes de transmission qui procurent des résultats réalistes, même dans le cas de configurations fortement asymétriques de conducteurs (c'est-à-dire les lignes non transposées et les circuits multiples couplés). La simulation des très grands circuits que sont les réseaux de transport d'énergie est rendue possible grâce à l'utilisation des matrices creuses.

Bien que les logiciels de simulation de transitoires soient très puissants sur le plan technique, ils n'offrent pas à l'utilisateur la possibilité d'avoir une visualisation graphique et dynamique des résultats incluant une vue du circuit étudié. Ils se limitent habituellement à fournir des données numériques pouvant ensuite être analysées séparément et tracées sur un graphique en fonction du temps. En d'autres termes, aucun des outils de simulation transitoire ne permet encore la présentation des résultats dans les domaines à la fois spatiaux et temporels, où il serait possible de visualiser l'évolution des phénomènes superposée à une représentation à l'échelle du circuit dans l'espace. Il faut préciser que le concept de simulation et visualisation d'un réseau de transport d'énergie n'est pas une nouveauté en soi. Certains logiciels, tel que « PowerWorld Simulator », accomplissent cette tâche, mais ces logiciels sont conçus pour l'étude des réseaux électriques en régime permanent. Cette lacune est la raison d'être fondamentale du présent travail, dont l'objectif est de contribuer à combler ce manque par le développement d'un nouvel outil logiciel permettant de simuler et de visualiser les phénomènes transitoires dans l'espace et dans le temps. Des effets graphiques animés en trois dimensions doivent être utilisés afin de reconstituer la forme et le mouvement des ondes voyageant sur les lignes de transport; ces dernières étant tracées à l'échelle sur une carte du territoire étudié. L'interface doit également permettre le déplacement d'un point d'observation dans l'espace afin d'obtenir la vue désirée du réseau électrique. La présentation graphique de résultats permet aux utilisateurs de saisir l'information de manière plus intuitive par une vision d'ensemble du réseau étudié. Un tel logiciel offre donc la capacité de non seulement connaître les données quantitatives d'un phénomène transitoire, mais également les données géographiques qui l'accompagnent, ce qui représente une contribution originale à ce qui existe déjà par la combinaison de deux aspects importants : simulation de phénomènes transitoires et visualisation géographique tridimensionnelle - à l'échelle - des phénomènes en cause.

La démarche retenue pour le développement de ce logiciel repose sur une approche modulaire consistant à séparer les deux composantes principales, à savoir un moteur de

simulation numérique et une interface de présentation graphique. Le rôle du moteur de simulation est, comme son nom l'indique, d'effectuer tous les calculs qui se rapportent à la simulation numérique du réseau de transport. Deux possibilités se présentent pour la simulation numérique proprement dite : utiliser un moteur de simulation existant, ou bien écarter les moteurs de simulation existants et en proposer un nouveau afin d'être totalement indépendant de ce qui existe déjà. La première avenue semble être un choix naturel en raison de la disponibilité de logiciels de simulation spécialisés pour les circuits électriques, comme par exemple EMTP qui est un logiciel éprouvé, performant et comportant les modèles de ligne de transmission nécessaires. Ce choix nécessiterait le développement d'un module d'interfaçage effectuant le lien entre le moteur de simulation et le reste de l'application, ce qui représente un travail raisonnable. Par contre, l'utilisation d'un moteur de simulation existant aurait l'inconvénient de limiter grandement l'utilisation potentielle de l'outil qu'on propose de développer par des questions de droits d'auteur, achat de licences, etc. Cette option empêcherait également une adaptation sur mesure du moteur de simulation si le besoin de rencontrer un objectif particulier se présente. Cette avenue n'est donc pas vraiment satisfaisante pour un outil logiciel qui se veut être indépendant de ce qui existe déjà, et dont le développement peut comporter certaines particularités qu'il ne serait pas possible de rencontrer à moins de les programmer sur mesure.

La seconde avenue, c'est-à-dire le développement à partir de zéro d'un moteur de simulation, dépend du niveau de difficulté que représente une telle tâche. On peut remarquer à priori que la théorie mathématique de la simulation numérique de circuits électriques n'est pas trop compliquée. Il en va de même pour la théorie mathématique des lignes de transmission. Ces théories font intervenir abondamment le calcul matriciel et la résolution de systèmes linéaires. Bien que ces deux théories soient assez simples dans leurs expressions mathématiques, il appert que le développement d'un moteur de simulation à partir de zéro dans un langage de bas niveau, tel que C, C++ ou Fortran, demanderait un effort difficilement soutenable. Ces langages ne sont pas conçus pour

appliquer directement des concepts mathématiques et de nombreuses manipulations complexes de bas niveau sont nécessaires avant d'atteindre un niveau mathématique permettant l'application des concepts théoriques essentiellement simples. Une solution permettant de diminuer l'ampleur de la tâche serait d'utiliser une bibliothèque de fonctions matricielles existante, comme LAPACK (« Linear Algebra PACKage »). Bien que très puissante et flexible, une telle bibliothèque de fonctions matricielles n'est pas d'usage aisé et nécessite encore beaucoup de code de support permettant de l'exploiter convenablement, étant donné que le niveau des fonctions qu'elle procure reste très général. En considérant ces facteurs, on peut conclure que la possibilité de développer un moteur de simulation dans un langage de bas niveau doit être écartée. Le développement d'un moteur de simulation ne pourrait se faire qu'avec l'aide d'un véritable langage mathématique de haut niveau permettant l'application directe des concepts mathématiques. Le logiciel Matlab, largement disponible, est tout indiqué pour cette tâche. Tout d'abord, Matlab est un langage de haut niveau intégrant les fonctionnalités mathématiques requises au développement d'un moteur de simulation, à savoir les opérations matricielles et le support des matrices creuses. Ce langage est très près des concepts mathématiques originaux, ce qui permet à un programmeur d'effectuer des traitements élaborés en très peu de lignes de code, conservant la simplicité et la lisibilité du code de l'application. Le langage est extensible par le biais de boîtes à outils (« toolboxes ») optionnelles, et une interface aux langages de bas niveau (« MEX files »), pouvant satisfaire tous les besoins de développement sur mesure. C'est pourquoi la seconde option a été retenue dans le présent travail, c'est-à-dire développer à partir de zéro un moteur de simulation numérique à l'aide de Matlab.

En ce qui concerne les exigences de l'interface de présentation graphique, celle-ci doit être capable de représenter une scène animée en trois dimensions tout en permettant un déplacement libre du point de vue (mouvements de la caméra). Des animations en trois dimensions sont utilisées pour reproduire le mouvement et la forme des ondes de tension voyageant sur les lignes de transport. Il n'est évidemment pas envisageable de réaliser

un moteur de visualisation graphique tridimensionnelle à partir de zéro, et c'est pourquoi un produit existant doit être utilisé. Le logiciel Matlab comporte de nombreuses primitives graphiques offrant des capacités de visualisation en deux et trois dimensions, incluant l'animation et l'imagerie. Pour ces raisons, Matlab est tout indiqué pour la réalisation de l'interface de présentation graphique. Ainsi, tous les aspects de ce travail peuvent être comblés par l'utilisation de Matlab et le fait qu'il puisse satisfaire à la fois les besoins de développement et présentation graphique vient consolider ce choix. Ce choix permet de regrouper l'ensemble des aspects du logiciel (simulation et présentation) à un seul endroit, et en même temps simplifier son utilisation qui demande uniquement la présence de Matlab.

Les circuits électriques dont il est question dans ce travail (réseaux de transport d'énergie) comportent de nombreux types d'éléments : centrales, lignes de transmission aériennes et souterraines, transformateurs, disjoncteurs, parafoudres, charges, compensateurs, isolateurs, machines, etc. De plus, divers phénomènes peuvent s'y produire : alimentation de circuit, foudre, courts-circuits, etc. Chaque type d'élément et de phénomène à être simulé sur un ordinateur doit d'abord être modélisé. Idéalement, un modèle devrait comporter les caractéristiques suivantes : précision, rapidité de calcul et simplicité de mise en œuvre. Ces caractéristiques sont souvent conflictuelles et, comme dans tout processus décisionnel, le choix final des modèles à utiliser appelle à des compromis justifiés par les facteurs en présence. Il est clair que la programmation de modèles pour tous les éléments d'un réseau de transport d'énergie demanderait un effort qui sort du cadre du présent travail, c'est pourquoi un choix doit d'abord être fait à savoir ce qui doit être modélisé précisément, modélisé passablement et pas du tout modélisé (non disponible). Les modèles d'éléments passifs de base comme la résistance, l'inductance et le condensateur, sont inclus dans le logiciel étant donné qu'ils sont simples à modéliser et constituent la base de modèles plus complexes. Ces éléments de base sont aussi disponibles en version polyphasée, c'est-à-dire la possibilité de spécifier des valeurs mutuelles entre les phases. Les sources simples (continue et sinusoïdale, de

tension et de courant) sont également incluses, tout comme l'interrupteur idéal. Les lignes de transmission sont des éléments essentiels de tout réseau de transport aérien d'énergie électrique et c'est pourquoi leur modélisation fidèle est un aspect clé de ce travail. Le modèle doit fournir des résultats précis et convenir à l'obtention des tensions en tout point de la ligne. La programmation d'un modèle de ligne de transmission répondant à ces critères demande plus de travail mais l'effort doit être investi pour que l'outil logiciel réponde bien aux objectifs en reproduisant fidèlement le comportement réel des lignes de transmission polyphasées, incluant les configurations fortement asymétriques de conducteurs. Certains autres types d'éléments cités dont se compose un réseau électrique revêtent des importances secondaires dans la simulation des phénomènes transitoires sur les lignes de transport, mais sont quand même nécessaires pour effectuer la simulation d'un réseau électrique. Il s'agit des centrales électriques, des disjoncteurs, et des charges. Rien de particulier n'est prévu pour la modélisation précise de ces types d'éléments. Leur modélisation doit donc s'effectuer manuellement par des combinaisons d'éléments de base (sources, inductances, résistances, interrupteurs, etc.). Par exemple, la centrale électrique peut être modélisée par trois sources de tension alternatives (source triphasée) en série avec une inductance couplée triphasée et une résistance triphasée. Le disjoncteur, quant à lui, peut être modélisé par un simple interrupteur idéal, auquel on greffe d'autres éléments de base en série ou en parallèle, si désiré. Cette façon de faire permet de constituer des modèles passables pour ces types d'éléments. Passables parce qu'ils ne reproduisent pas réellement les comportements fondamentaux de ceux-ci, comme par exemple la caractéristique des disjoncteurs et des fusibles à interrompre automatiquement les courants trop forts. Finalement, aucun modèle n'est prévu pour les transformateurs, ainsi que pour tout ce qui fait partie de la catégorie des éléments non linéaires (diode, parafoudre, isolateur, transformateur saturable, etc.). Ces composantes ne sont donc pas supportées dans le logiciel développé pour ce travail. Cependant, des modèles existent dans la littérature pour toutes ces composantes et pourraient éventuellement être intégrés au logiciel.

Parmi les phénomènes à modéliser, il y a tout d'abord la foudre. Il est nécessaire de la modéliser convenablement étant donné son importance dans les analyses de contingences. Les nombreuses études portant sur ce phénomène naturel indiquent que la foudre peut être représentée convenablement par une source de courant. La fonction d'onde de la foudre est caractérisée par une montée abrupte suivi d'une descente plus douce, fonction qui est approximée assez fidèlement par une somme de deux exponentielles. Les commutations de circuits et les défauts, quant à eux, peuvent être modélisés manuellement grâce à l'utilisation d'un ou plusieurs interrupteurs idéaux combinés avec des éléments de base (résistances) si nécessaire. Cette méthodologie fournit des modèles passables pour ces phénomènes.

L'atteinte des objectifs de ce projet fait appel à une méthodologie rigoureuse car plusieurs aspects doivent être considérés. Tout d'abord, une recherche bibliographique exhaustive sur la modélisation des lignes de transmission s'impose pour permettre de bien saisir les particularités de chaque modèle et arrêter un choix sur celui à utiliser, à la lumière des exigences requises. La modélisation des lignes de transmission implique aussi la connaissance de leurs paramètres électriques : impédance et admittance par unité de longueur, prise en compte du retour à la terre, etc. Ces paramètres dépendent de la configuration physique des conducteurs et une recherche doit être effectuée afin de déterminer la façon de calculer ces paramètres électriques. Le logiciel EMTP renferme un module de calcul des paramètres des lignes de transmission aériennes pouvant servir à la validation des résultats. En second lieu, une bonne compréhension des techniques de simulation sur ordinateur est nécessaire avant d'entreprendre la programmation du moteur de simulation numérique. Il est à noter qu'un moteur de simulation numérique conçu entièrement avec Matlab a été réalisé sous le nom « MatEMTP ». Les idées maîtresses du développement de MatEMTP sont utilisées comme références pour le développement envisagé. De plus, le principe de résolution numérique à être employé par le moteur de simulation est le même que celui utilisé par EMTP et MatEMTP, c'est-à-dire qu'il est basé sur la règle d'intégration trapézoïdale. À cet effet, EMTP sert

comme outil de vérification et validation tout au long du processus de développement, permettant d'assurer l'exactitude des résultats obtenus. Cette vérification s'effectue par la simulation de divers cas simples et la comparaison des résultats avec ceux fournis par le logiciel EMTP, ou ceux retrouvés dans la littérature. La performance et la vitesse d'exécution sont des critères de premier plan dans l'élaboration du moteur de simulation numérique. Le réseau de transport d'énergie électrique Québécois est caractérisé par le transport d'énergie sur de longues distances et ce réseau est utilisé dans l'élaboration de cas à être simulés puis validés une fois que le logiciel est entièrement développé. L'outil logiciel final peut s'appliquer à la simulation de tout réseau électrique. Une carte du territoire couvrant le réseau de transport à être simulé est utilisée en arrière-plan pour rehausser le niveau des graphismes et permettre la localisation géographique des phénomènes. Une carte du Québec à moyenne définition est utilisée à cette fin, cette carte est obtenue auprès de la Photocartotheque québécoise.

CHAPITRE 1

REVUE DE LA LITTÉRATURE

1.1 Modélisation des lignes de transmission

Une ligne de transmission électrique est formée d'un conducteur et d'un retour (ligne monophasée) ou de plusieurs conducteurs avec un retour (ligne polyphasée) et son rôle est de transporter l'énergie d'un endroit à un autre. Le présent travail se concentre sur les lignes de transmission aériennes de transport d'énergie électrique. La modélisation des lignes de transmission est plus compliquée que la modélisation des éléments discrets du fait que les paramètres d'une ligne sont distribués, et dépendent généralement de la fréquence.

Tout comme les circuits électriques ordinaires, les lignes de transmission fonctionnent dans deux régimes, soit le régime sinusoïdal établi (régime permanent) et le régime transitoire. Le modèle d'une ligne en régime permanent est bien connu et très simple, c'est pourquoi il n'est pas étudié ici. Mentionnons simplement que ce modèle est approprié pour les études où la solution est désirée une fréquence à la fois, comme par exemple à la fréquence ordinaire des réseaux électriques nord-américains (60 Hz). La difficulté avec les lignes de transmission se présente quand on désire les modéliser pour les études en régime transitoire; en effet, il n'existe pas d'expression analytique qui représente le comportement d'une ligne de transmission en régime transitoire et leur étude doit être effectuée numériquement à l'aide d'un ordinateur.

La question est donc de modéliser une ligne de transmission afin de pouvoir la simuler sur un ordinateur. C'est un sujet de recherche qui a préoccupé nombre de chercheurs, surtout depuis les années 1960, et aujourd'hui encore des travaux sont consacrés à la mise au point de modèles précis et rapides (en termes de calculs). Notons par exemple les travaux de Semlyen & Dabuleanu [7], Martí [6], Martí [8].

La présente partie présente la théorie des différents modèles de lignes de transmission ayant été mis au point jusqu'à maintenant, leurs limitations, ainsi que leurs désignations dans le logiciel EMTP. Suite à cette étude, un seul modèle sera choisi pour être utilisé dans le présent travail. Même si tous les modèles présentés ici ne sont pas utilisés, leurs théories représentent la base des travaux dans cette branche et c'est pourquoi une présentation assez détaillée est faite pour tous les modèles.

1.1.1 Ligne monophasée

La ligne monophasée est d'abord introduite pour expliquer la théorie. Une complexité supplémentaire survient dans le cas des lignes polyphasées et c'est pourquoi leur étude est traitée en second lieu.

1.1.1.1 Formulation des équations

1.1.1.1.1 Domaine fréquentiel

La Figure 1 détaille une section Δx d'une ligne de transmission monophasée. En se basant sur la différence de potentiel et de courant sur une section $\Delta x \rightarrow 0$, on obtient les équations différentielles de la ligne dans le domaine fréquentiel (1.1) et (1.2) (voir l'annexe 1), où la tension V et le courant I sont des phaseurs.

$$\frac{dV}{dx} = -(R + j\omega L)I = -ZI \quad (1.1)$$

$$\frac{dI}{dx} = -(G + j\omega C)V = -YV \quad (1.2)$$

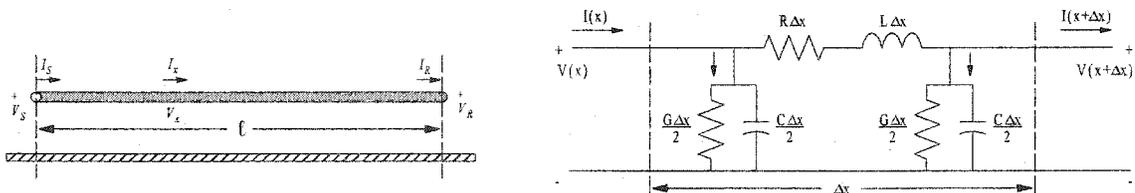


Figure 1 Ligne de transmission monophasée, détails d'une section Δx

Les paramètres de ligne Z et Y sont exprimés par unité de longueur, et dépendent généralement de la fréquence : $Z = R(\omega) + j\omega L(\omega)$ Ω/m et $Y = G(\omega) + j\omega C(\omega)$ S/m.

La solution aux équations différentielles (1.1) et (1.2) fournit la relation entre l'onde au point « S » (début) et l'onde à une position « x » quelconque le long de la ligne :

$$V_x + Z_c I_x = (V_S + Z_c I_S) e^{-\gamma x} \quad (1.3)$$

avec $Z_c = \sqrt{Z/Y}$ (impédance caractéristique) et $\gamma = \sqrt{ZY}$ (constante de propagation). En particulier, lorsque $x = \ell$ (longueur de la ligne), l'expression (1.3) devient

$$V_R + Z_c I_R = (V_S + Z_c I_S) e^{-\gamma \ell} \quad (1.4)$$

et établit la relation entre les ondes aux extrémités.

1.1.1.1.2 Domaine temporel

La représentation donnée par l'équation (1.4) est valable dans le domaine fréquentiel, où les paramètres de la ligne, les tensions et les courants sont calculés une fréquence à la fois. Cette représentation n'est pas directement utilisable pour les analyses transitoires dans le domaine temporel en raison de la dépendance fréquentielle des paramètres de ligne (Z_c et γ). Dans le domaine temporel, les équations de ligne deviennent des équations différentielles aux dérivées partielles en fonction de la position et du temps, (1.5) et (1.6), équations pour lesquelles il n'existe pas de solution analytique couvrant le cas général, même lorsque les paramètres R, L, G, C sont supposés constants.

$$\frac{\partial v(x,t)}{\partial x} = -Ri(x,t) - L \frac{\partial i(x,t)}{\partial t} \quad (1.5)$$

$$\frac{\partial i(x,t)}{\partial x} = -Gv(x,t) - C \frac{\partial v(x,t)}{\partial t} \quad (1.6)$$

La complexité augmente encore lorsque la dépendance fréquentielle des paramètres R, L, G, C est prise en compte. Une autre approche est donc nécessaire pour l'analyse des lignes dans le domaine temporel.

1.1.1.2 Modélisation avec des sections Π

La première approche consiste à placer de nombreuses sections Π (comme celle illustrée à la Figure 1) en série afin d'approximer la distribution des paramètres. Plus le nombre de sections est grand et meilleure est l'approximation. Cependant, cette méthode a l'inconvénient de nécessiter un grand nombre d'éléments tout en n'autorisant pas la prise en compte d'une variation fréquentielle des paramètres.

1.1.1.3 Présentation du modèle à paramètres distribués

L'approche utilisée par le logiciel EMTP [24,25] repose sur l'interprétation physique du phénomène de propagation d'onde qui stipule que lorsqu'une onde est injectée sur un médium de transport, elle se propage à une certaine vitesse et atteint l'autre extrémité après un certain délai. La méthode découlant de cette interprétation fut mise au point par Bergeron, théoricien français, et possède l'avantage important de respecter la nature distribuée des paramètres d'un milieu de transport tout en reproduisant fidèlement les phénomènes de réflexions aux extrémités. Elle fut d'abord appliquée en 1928 à des systèmes hydrauliques et ensuite aux systèmes électriques [24]. Selon la méthode de Bergeron, l'équation (1.4) peut être interprétée comme suit : la quantité $V_S + Z_c I_S$ (l'onde au début de la ligne) est propagée vers le point « R » selon une fonction de propagation $e^{-\gamma l}$ qui détermine sa vitesse et son atténuation. Le délai de propagation d'une extrémité à l'autre est noté par la variable τ .

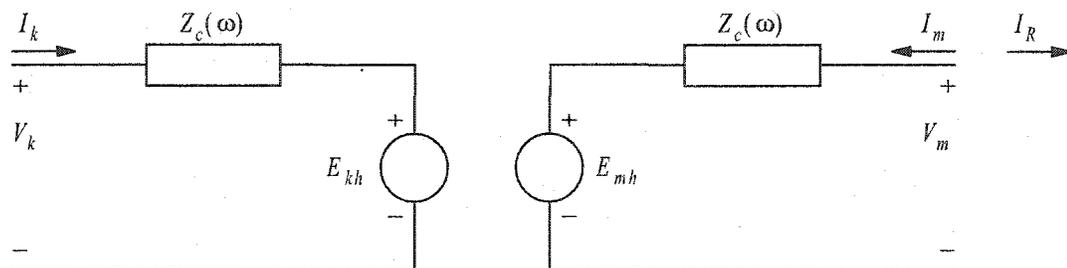


Figure 2 Modèle de ligne monophasée dans le domaine fréquentiel

Lorsque le pas de simulation Δt est choisi inférieur à τ , alors les deux extrémités de la ligne sont, en fait, déconnectées l'une de l'autre durant la simulation au temps t . Si on remplace chaque extrémité de la ligne par un équivalent Thévenin (Figure 2), on obtient un modèle de ligne dans le domaine fréquentiel utilisable pour la simulation des phénomènes transitoires, à condition que $\Delta t < \tau$. Il est à noter que le sens du courant I_m dans la Figure 2 est l'inverse de I_R afin de correspondre au sens de l'onde voyageant en sens inverse.

Le rôle des sources de tension E_{mh} et E_{kh} est la transmission des ondes d'une extrémité à l'autre. L'onde voyageant dans le sens positif (de k vers m) est transmise au point m par la source E_{mh} :

$$E_{mh} = (V_k + Z_c I_k) e^{-\gamma l} \quad (1.7)$$

Par symétrie, l'onde voyageant en sens inverse (de m vers k) est transmise au point k par la source E_{kh} :

$$E_{kh} = (V_m + Z_c I_m) e^{-\gamma l} \quad (1.8)$$

L'on trouve dans une référence telle que Hayt [22], que la constante de propagation γ est définie par

$$\gamma = \alpha + j\beta \quad (1.9)$$

où α est la constante d'atténuation (nepers/m) et β est la constante de phase (rad/m). La vitesse de propagation d'une onde de fréquence ω rad/sec est donnée par

$$v = \frac{\omega}{\beta} \quad (\text{m/sec}). \quad (1.10)$$

1.1.1.4 Modélisation d'une ligne à paramètres constants

La première catégorie de modèles basés sur la méthode de Bergeron est celle où les paramètres R, L, G, C sont supposés constants (indépendants de la fréquence). Ce type de

modèle existe dans le logiciel EMTP sous le nom « cp_line » (constants parameters line).

1.1.1.4.1 Pertes négligées

Le modèle de la Figure 2 est appliqué à une ligne supposée sans pertes ($R = G = 0$) à paramètres L et C constants, ce qui représente le cas le plus simple pour une ligne de transmission. Dans ce cas, la constante de propagation

$$\gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} = j\omega\sqrt{LC} \quad (1.11)$$

est purement imaginaire (aucune atténuation), d'où $\alpha = 0$ et $\beta = \omega\sqrt{LC}$ avec une vitesse de propagation

$$v = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (1.12)$$

qui ne dépend pas de la fréquence. Le délai de propagation est

$$\tau = \frac{\ell}{v} = \ell\sqrt{LC}. \quad (1.13)$$

En réécrivant l'équation (1.7) avec la variable complexe $s = j\omega$, on obtient

$$E_{mh}(s) = (V_k(s) + Z_c I_k(s)) e^{-s\tau} \quad (1.14)$$

où l'impédance caractéristique $Z_c = \sqrt{(R + j\omega L)/(G + j\omega C)} = \sqrt{L/C}$ est un nombre réel (une résistance).

Comme le modèle est spécifié dans le domaine fréquentiel, il doit être transféré au domaine temporel étant donné que la simulation des phénomènes transitoires a lieu dans le temps. Le passage au domaine temporel s'effectue en appliquant la transformée inverse de Laplace à l'équation (1.14), tout en se rappelant qu'un terme de la forme $e^{-s\tau}$ représente un délai dans le domaine temporel. Il s'ensuit que

$$e_{mh}(t) = v_k(t - \tau) + Z_c i_k(t - \tau). \quad (1.15)$$

L'équation (1.15) établit le modèle d'une ligne de transmission monophasée sans pertes à paramètres constants, représenté à la Figure 3.

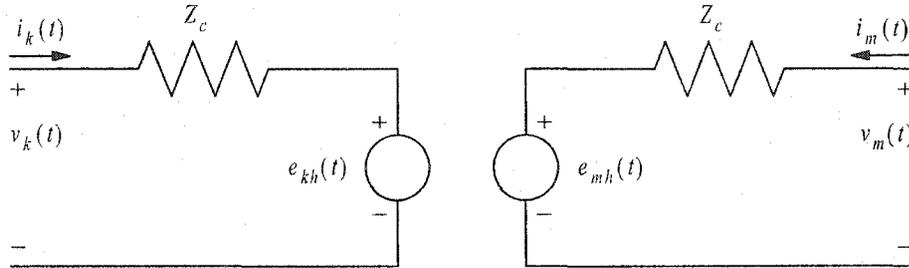


Figure 3 Modèle de ligne monophasée sans pertes à paramètres constants

Dans le circuit de la Figure 3, il est possible d'exprimer les sources d'histoire $e_{mh}(t)$ et $e_{kh}(t)$ uniquement en fonction des tensions du circuit en remarquant que

$$i_k(t) = \frac{v_k(t) - e_{kh}(t)}{Z_c} \text{ et } i_m(t) = \frac{v_m(t) - e_{mh}(t)}{Z_c}. \text{ On obtient alors}$$

$$e_{mh}(t) = 2v_k(t - \tau) - e_{kh}(t - \tau) \quad (1.16)$$

$$e_{kh}(t) = 2v_m(t - \tau) - e_{mh}(t - \tau). \quad (1.17)$$

Les valeurs des sources apparaissant dans les équations (1.16) et (1.17) sont simplement lues d'un tableau en mémoire dans lequel les valeurs précédentes ont été stockées. Le tableau de stockage contient le nombre d'éléments correspondant au délai de transmission τ , donné par $\tau \div \Delta t$ éléments pour chaque source d'histoire. Il est intéressant de constater que ce modèle ne dépend pas de la règle d'intégration utilisée et fournit donc une représentation exacte des équations de ligne.

1.1.1.4.2 Inclusion des pertes résistives

Les lignes de transmission réelles possèdent des pertes ($R \neq 0$, $G \neq 0$) mais en pratique la conductance est négligeable ($G \approx 0$) dans l'étude des lignes de transport d'énergie. Par contre, la résistance série R est importante et doit être considérée.

La simplicité du modèle de la Figure 3 provient du fait que les pertes sont négligées. Pour inclure les pertes résistives dans le modèle tout en conservant sa simplicité, la technique proposée par Dommel [24] est de scinder la résistance totale en trois parties, plaçant le quart à chaque extrémité et la moitié au milieu (Figure 4). Cette technique ne modélise pas la distribution uniforme de la résistance. Mais d'après Dommel [24], le fait de scinder la résistance en un plus grand nombre de parties ne change pratiquement rien aux résultats; les essais ont été effectués avec 3, 65 et 300 subdivisions sans observer de différence significative.

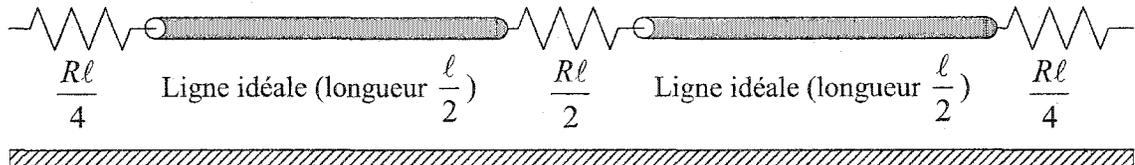


Figure 4 Modèle à paramètres constants incluant les pertes résistives

1.1.1.5 Modélisation d'une ligne à paramètres variants en fréquence

Le modèle à paramètres constants (indépendants de la fréquence) de la Figure 4 n'est normalement pas valable pour effectuer une analyse de transitoires sur une ligne de transport d'énergie, où les signaux présents sont constitués d'un ensemble de fréquences pouvant aller jusqu'à 1 Mhz. Les valeurs des paramètres de la ligne, principalement les paramètres série R et L , varient grandement sur cette plage de fréquences. Il est donc nécessaire de reprendre la démarche à partir du modèle de la Figure 2 en considérant cette fois la dépendance fréquentielle de tous les paramètres, incluant les pertes résistives. Le modèle de la Figure 2 est exact, mais c'est un modèle du domaine fréquentiel. La difficulté est de trouver une façon de transférer ce modèle au domaine temporel, ce qui peut être réalisé seulement à condition que le modèle temporel soit constitué d'éléments indépendants de la fréquence. Or, l'impédance caractéristique $Z_c(\omega)$ varie en fréquence (Figure 5); elle ne peut donc pas être transférée directement dans un circuit du domaine temporel.

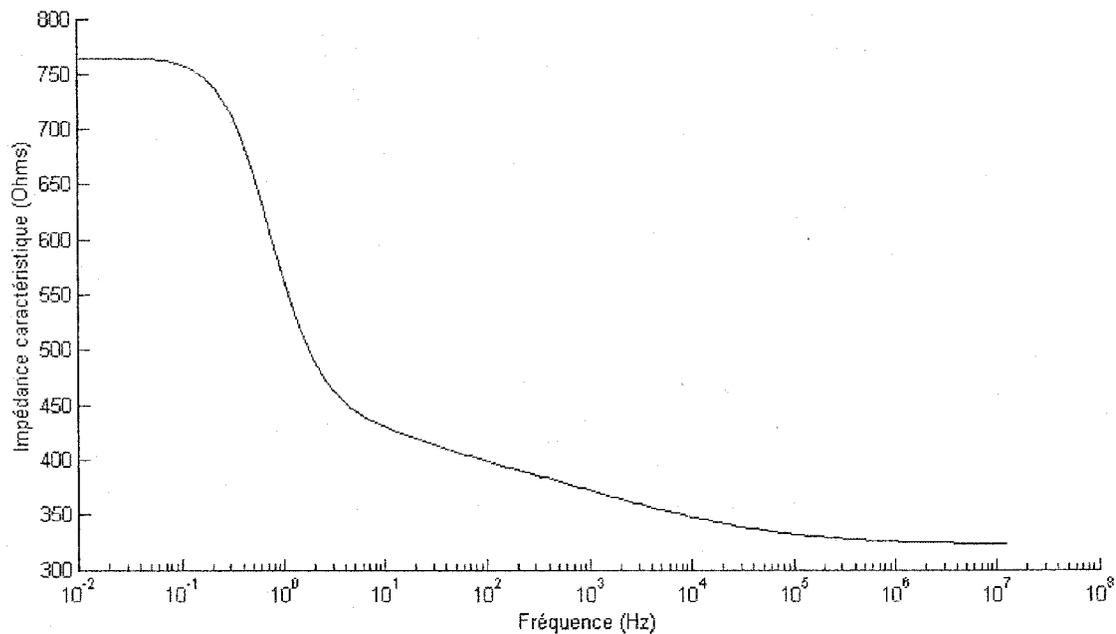


Figure 5 Impédance caractéristique typique d'une ligne aérienne (amplitude)

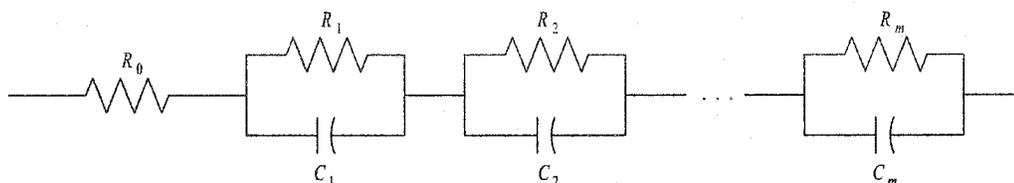


Figure 6 Circuit de synthèse de l'impédance caractéristique

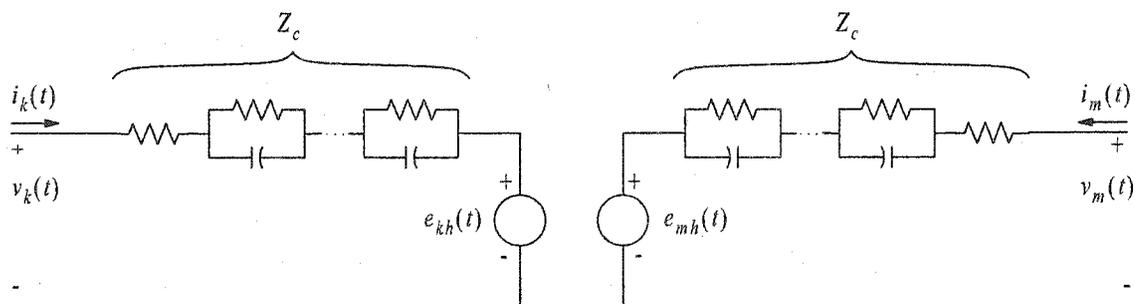


Figure 7 Modèle de ligne dépendant de la fréquence dans le domaine temporel

Une solution à ce problème, donnée par Martí [6], consiste à approximer l'impédance caractéristique $Z_c(\omega)$ par une série de blocs RC parallèle (réseau Foster I) comme illustré à la Figure 6. Le nombre de blocs RC ainsi que les valeurs des éléments R et C sont

déterminés de telle sorte que l'impédance de ce réseau approxime $Z_c(\omega)$ sur la plage de fréquences désirée. Le modèle peut alors être transféré au domaine temporel avec des éléments R_i et C_i constants, résultant au circuit illustré à la Figure 7.

La seconde étape est de déterminer les sources d'histoire $e_{mh}(t)$ et $e_{kh}(t)$. Seulement $e_{mh}(t)$ est déterminée, et $e_{kh}(t)$ peut être déduite par le principe de symétrie. En exprimant l'équation (1.14) uniquement en fonction des sources de tension, on obtient

$$\begin{aligned} E_{mh}(s) &= (2V_k(s) - E_{kh}(s))e^{-\gamma\ell} \\ &= F_k(s)e^{-\gamma\ell} \end{aligned} \quad (1.18)$$

La notation $F_k(s) = 2V_k(s) - E_{kh}(s)$ sert à alléger le texte. Le passage au domaine temporel s'effectue en appliquant la transformée inverse de Laplace à l'équation (1.18) :

$$\begin{aligned} e_{mh}(t) &= f_k(t) * a_p(t) \\ &= \int_{\tau}^{\infty} f_k(t-u)a_p(u)du \end{aligned} \quad (1.19)$$

La fonction $a_p(t) = \mathcal{F}^{-1}\{e^{-\gamma(\omega)\ell}\}$ est la fonction de propagation de ligne, qui a la forme illustrée à la Figure 8. On a également $f_k(t) = 2v_k(t) - e_{kh}(t)$.

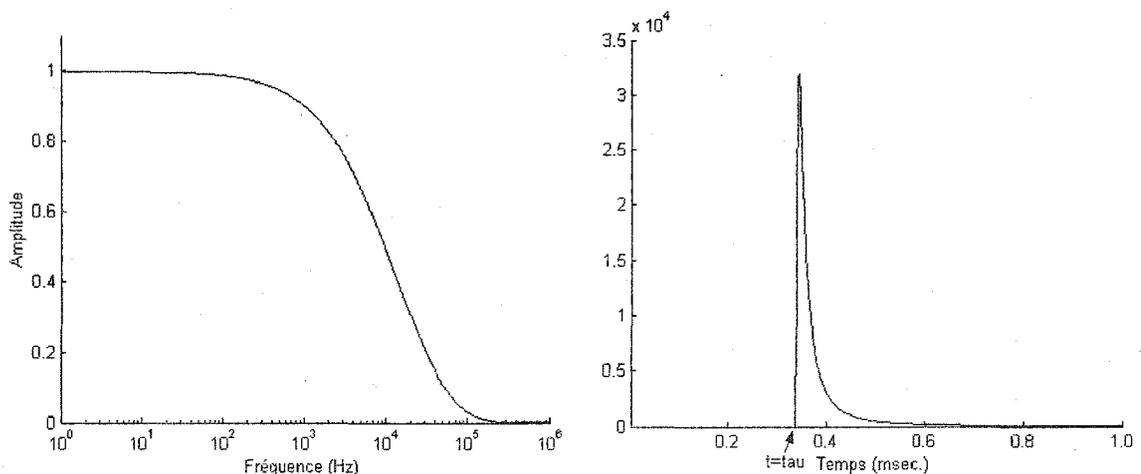


Figure 8 Forme de la fonction de propagation d'une ligne, domaine fréquentiel et temporel

La borne inférieure de l'intégrale de convolution dans (1.19) est τ , servant à prendre en compte le délai de propagation de l'onde, qui est celui de la fréquence voyageant à la plus haute vitesse parmi toutes les fréquences considérées.

Le problème avec l'intégrale de convolution de l'équation (1.19) est que son évaluation numérique à chaque itération prend beaucoup de temps. Dans le but de contourner le problème de performance inhérent au calcul des intégrales de convolution, Semlyen et Dabuleanu [7] ont présenté une méthode d'évaluation récurrente pour les intégrales de convolution. Martí [6] a ensuite repris cette méthode pour calculer les valeurs des sources d'histoires de la Figure 7, permettant ainsi le remplacement de l'intégrale de convolution (1.19) par une formule récurrente évaluée rapidement à chaque instant de simulation.

La stratégie consiste à écrire l'équation (1.19) sous une forme qu'il soit possible de solutionner directement à l'aide d'une formule d'intégration numérique. Pour ce faire, la fonction de propagation $e^{-\gamma \ell}$ doit d'abord être approximée par une somme de termes du premier ordre :

$$e^{-\gamma(\omega)\ell} = \left(\frac{k_1}{s+p_1} + \frac{k_2}{s+p_2} + \dots + \frac{k_n}{s+p_n} \right) e^{-s\tau} \quad (1.20)$$

où les termes p_i sont des nombres réels positifs. Puis en utilisant (1.20) dans (1.18), on a

$$E_{mh}(s) = F_k(s) \left(\frac{k_1}{s+p_1} + \frac{k_2}{s+p_2} + \dots + \frac{k_n}{s+p_n} \right) e^{-s\tau}. \quad (1.21)$$

La transformée inverse de Laplace est ensuite appliquée à l'équation (1.21), conduisant à

$$\begin{aligned} e_{mh}(t) &= f_k(t) * \left(k_1 e^{-p_1(t-\tau)} + \dots + k_n e^{-p_n(t-\tau)} \right) \\ &= \int_{\tau}^{\infty} f_k(t-u) \left(k_1 e^{-p_1(u-\tau)} + \dots + k_n e^{-p_n(u-\tau)} \right) du \end{aligned} \quad (1.22)$$

L'équation (1.22) fait apparaître que la source de tension $e_{mh}(t)$ est composée d'une somme de n sources de tension (sources connectées en série) :

$$e_{mh}(t) = \sum_{i=1}^n e_{mhi}(t). \quad (1.23)$$

L'équation (1.22) a une forme pouvant être solutionnée directement par une formule d'intégration numérique. Si la méthode trapézoïdale est choisie pour l'intégration, on obtient (voir annexe 3) :

$$e_{mhi}(t) = a_i e_{mhi}(t - \Delta t) + b_i f_k(t - \tau) + c_i f_k(t - \Delta t - \tau) \quad (1.24)$$

avec $a_i = \frac{2 - p_i \Delta t}{2 + p_i \Delta t}$ et $b_i = c_i = \frac{k_i \Delta t}{2 + p_i \Delta t}$.

Les processus de synthèse de Z_c (Figure 6) et de $e^{-\gamma \ell}$ (équation 1.20), sont abordés dans la référence [6].

Ce modèle existe dans EMTP sous le nom « fd_line » (frequency dependent line) ou « JMARTI », et utilise la technique de convolution récurrente. C'est un modèle rigoureux permettant la prise en compte de toutes les caractéristiques d'une ligne de transmission monophasée réelle, c'est-à-dire la distribution uniforme des paramètres ainsi que leur dépendance fréquentielle. À ce propos, Martí, Martí et Dommel [4] indiquent qu'en supposant exactes les synthèses de $Z_c(\omega)$ et $e^{-\gamma \ell}$, le modèle est exact pour les lignes monophasées.

1.1.2 Ligne polyphasée

La modélisation des lignes polyphasées est une tâche plus compliquée étant donné que :

- a. la ligne a une configuration possiblement asymétrique de conducteurs avec retour à la terre;
- b. il y a des interactions (couplage) entre les phases et entre les phases et la terre.

Il en résulte que les ondes voyageant dans chaque conducteur peuvent avoir des vitesses différentes, avec des degrés variables de couplage entre elles. Bien qu'il serait possible, en principe, d'approximer l'impédance caractéristique couplée [$Z_c(\omega)$] par un réseau

d'éléments couplés, un seul délai de propagation a été considéré dans (1.18). Pour cette raison, selon l'analyse de Martí, Martí & Dommel [4], le circuit du domaine temporel de la Figure 7 ne peut pas s'appliquer directement à une ligne polyphasée.

1.1.2.1 Solution par transformation linéaire

L'approche présentement utilisée dans EMTP repose sur la théorie de *décomposition modale* (ou diagonalisation), permettant de convertir le problème de n phases couplées en un ensemble de n circuits découplés (appelés *modes*). Chaque mode est résolu indépendamment comme un circuit monophasé possédant sa propre impédance caractéristique Z_c et son propre délai de propagation τ .

Avec l'approche de décomposition modale, le passage du domaine des modes vers le domaine des phases (et vice-versa) s'effectue dans le domaine fréquentiel à l'aide de matrices de transformation, tel que

$$\mathbf{V}_{\text{phase}} = [\mathbf{T}_v] \mathbf{V}_{\text{mode}} \quad (1.25)$$

$$\mathbf{I}_{\text{phase}} = [\mathbf{T}_i] \mathbf{I}_{\text{mode}} \quad (1.26)$$

où $\mathbf{V}_{\text{phase}} = [V_a V_b V_c \dots V_x]^T$ est le vecteur des tensions de phases, tandis que $\mathbf{V}_{\text{mode}} = [V_1 V_2 V_3 \dots V_n]^T$ est le vecteur des tensions modales. La même notation s'applique aux courants. Les matrices de transformation $[\mathbf{T}_v]$ (tensions) et $[\mathbf{T}_i]$ (courants) diagonalisent les produits $[\mathbf{Z}][\mathbf{Y}]$ et $[\mathbf{Y}][\mathbf{Z}]$, respectivement (elles sont liées l'une à l'autre). Ces matrices de transformation sont, en général, complexes et dépendantes de la fréquence étant donné que $[\mathbf{Y}]$ et $[\mathbf{Z}]$ dépendent aussi de la fréquence. Les références [8,10,25] fournissent des détails supplémentaires sur les matrices de transformation.

Une fois le circuit découplé, les modes sont solutionnés par le circuit de ligne monophasée de la Figure 7. Cependant, une difficulté survient lors du passage du domaine des modes vers le domaine des phases; en effet l'équation (1.26), dans le domaine fréquentiel

$$\mathbf{I}_{\text{phase}}(s) = [\mathbf{T}_i(s)] \cdot \mathbf{I}_{\text{mode}}(s) \quad (1.27)$$

devient, dans le domaine temporel,

$$\mathbf{i}_{\text{phase}}(t) = [\mathbf{t}_i(t)] * \mathbf{i}_{\text{mode}}(t). \quad (1.28)$$

Comme la matrice de transformation $[\mathbf{T}_i]$ dépend de la fréquence, une convolution matricielle est requise dans le domaine temporel (1.28) pour obtenir les valeurs des phases, ce qui est très compliqué. Deux approches sont envisageables afin de contourner cette difficulté :

- a. supposer la matrice de transformation réelle et constante sur toute la plage de fréquences;
- b. approximer $[\mathbf{T}_i(s)]$ par une somme de termes du premier ordre afin de remplacer l'équation (1.28) par une formule de convolution récurrente.

Ces deux approches sont discutées brièvement dans les sous-sections suivantes.

1.1.2.1.1 Matrice de transformation réelle et constante

L'utilisation d'une matrice de transformation $[\mathbf{T}_i]$ réelle et constante permet d'éviter la convolution de l'équation (1.28). Les modèles « cp_line » (Figure 4) et « fd_line » (Figure 7) du logiciel EMTP utilisent cette technique pour la simulation des lignes polyphasées. Dans ce cas, l'équation (1.28) devient

$$\mathbf{i}_{\text{phase}}(t) = [\mathbf{t}_i] \cdot \mathbf{i}_{\text{mode}}(t) \quad (1.29)$$

et la convolution n'est plus nécessaire. La matrice de transformation est calculée à une seule fréquence et seule sa partie réelle est utilisée.

La validité de supposer la matrice de transformation réelle et constante est traitée en profondeur dans la littérature (Martí, Martí & Dommel [4]). En général, cette supposition est acceptable dans le cas de lignes parfaitement transposées et lorsque les simulations ne font pas intervenir une trop large plage de fréquences. Les résultats sont

de moins en moins précis à mesure que le degré d'asymétrie de la ligne augmente, et également lorsque la résistivité du sol est très faible ou très élevée.

1.1.2.1.2 Matrice de transformation dépendante de la fréquence

Un modèle tenant compte de la dépendance fréquentielle de la matrice de transformation a été mis au point par Martí [8], et est implémenté dans EMTP (depuis la version DCG/EPRI 3.0) sous le nom « fdq_cable » ou « LMARTI ». Dans ce modèle, chaque élément de la matrice de transformation $[T_i]$ est exprimé par une somme de termes du premier ordre sur la plage de fréquences désirée (même principe que l'approximation de la fonction de propagation dans l'équation (1.20)). La convolution de l'équation (1.28) devient ainsi remplaçable par une formule récurrente semblable à l'équation (1.24). Le modèle « LMARTI » demande évidemment beaucoup plus de calculs, mais produit des résultats corrects dans le cas de configuration asymétriques. Ce modèle a été initialement conçu pour solutionner des câbles souterrains, et son extension aux lignes aériennes a par la suite été développée.

1.1.2.2 Solution directe : modèle « Z-Line »

Bien que la décomposition modale soit un concept qui a fait ses preuves dans la modélisation des lignes, son utilisation comporte certains inconvénients. Notamment la restriction de validité du modèle « JMARTI » aux lignes parfaitement transposées. Ou encore la difficulté d'assurer la stabilité numérique des approximations de matrices de transformation avec le modèle « LMARTI ». C'est pourquoi des recherches ont été consacrées à la mise au point de modèles fonctionnant directement dans le domaine des phases (voir par exemple Nguyen, Dommel & Marti [13]).

Dans cette optique, Castellanos & Martí [14] ont proposé en 1997 un nouveau modèle nommé « Z-Line » pour la modélisation des lignes de transmission aériennes. C'est un modèle qui fonctionne entièrement dans le domaine des phases et convenable pour toute

configuration (asymétrique ou non) de conducteurs. L'approche de ce modèle repose sur la séparation des deux effets fondamentaux d'une ligne de transmission : propagation idéale et pertes, en redéfinissant le concept de *pertes* pour inclure non seulement la résistance, mais également l'inductance interne. L'onde qui se propage subit les effets combinés de la *propagation idéale* se produisant « à l'extérieur » des conducteurs, ainsi que l'atténuation et la distorsion se produisant « à l'intérieur » des conducteurs non idéaux (Figure 9). La seule limitation du modèle « Z-Line » provient de la modélisation des pertes par des éléments discrets. C'est pourquoi la ligne doit être divisée en plusieurs sections afin de reproduire la nature distribuée des pertes, par une technique similaire à celle employée dans le modèle à paramètres constants de la Figure 4. Les auteurs font cependant remarquer que le nombre de sections requises est plus élevé avec le modèle « Z-Line » parce que les pertes englobent également l'inductance interne.

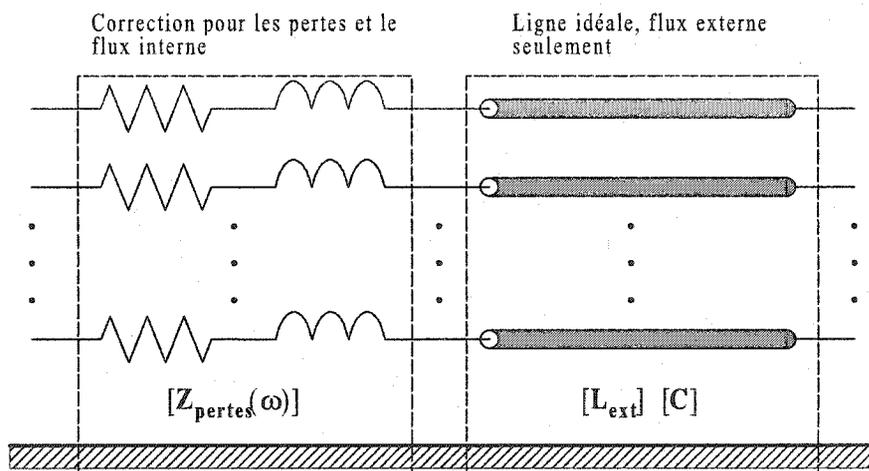


Figure 9 Séparation des effets dans le modèle « Z-Line » (d'après [14])

1.1.2.2.1 Section de propagation idéale

Les paramètres associés à la propagation idéale, $[L_{\text{ext}}]$ et $[C]$, dépendent uniquement de la configuration géométrique de la ligne de transmission et sont, de ce fait, constants et indépendants de la fréquence. Cette section permet alors une représentation exacte de toute configuration (asymétrique ou non) de conducteurs. La propagation idéale se

produit à la vitesse de la lumière *pour tous les modes*. Étant donné que le délai de propagation τ est le même pour tous les modes, la partie de propagation idéale est identique à une ligne sans pertes à paramètres constants (modèle « cp_line » vu au point 1.1.1.4.1) sauf que les courants et tensions sont remplacés par des vecteurs, et l'impédance caractéristique est remplacée par une matrice (Figure 10).

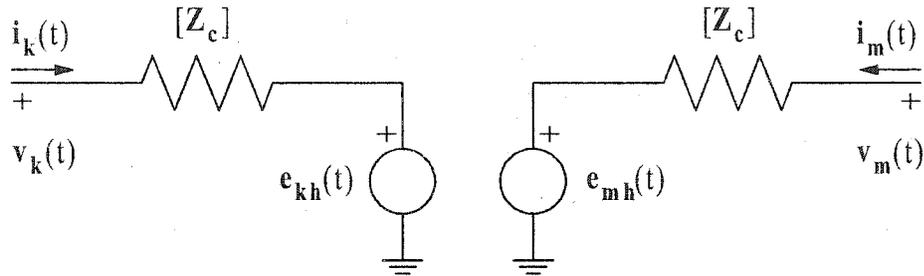


Figure 10 Modèle vectorisé de ligne sans pertes à paramètres constants

La mise à jour des sources d'histoire à chaque itération s'effectue par les équations suivantes (qui sont simplement les versions vectorisées de (1.16) et (1.17)) :

$$\mathbf{e}_{mh}(t) = 2\mathbf{v}_k(t-\tau) - \mathbf{e}_{kh}(t-\tau) \quad (1.30)$$

$$\mathbf{e}_{kh}(t) = 2\mathbf{v}_m(t-\tau) - \mathbf{e}_{mh}(t-\tau) \quad (1.31)$$

et l'impédance caractéristique est une matrice carrée donnée par (voir annexe 1) :

$$[\mathbf{Z}_c] = ([\mathbf{Z}_{ext}][\mathbf{Y}])^{-1/2} [\mathbf{Z}_{ext}] \quad (1.32)$$

où (en supposant $[\mathbf{G}] \approx \mathbf{0}$) : $[\mathbf{Y}] = j\omega[\mathbf{C}]$ et $[\mathbf{Z}_{ext}] = j\omega[\mathbf{L}_{ext}]$. Ainsi,

$$[\mathbf{Z}_c] = ([\mathbf{L}_{ext}][\mathbf{C}])^{-1/2} [\mathbf{L}_{ext}] = [\mathbf{P}] \div c. \quad (1.33)$$

1.1.2.2.2 Section pertes

L'impédance due aux pertes, $[\mathbf{Z}_{pertes}(\omega)]$, comprend l'impédance interne des conducteurs plus les termes de correction de Carson pour le retour à la terre :

$$\begin{aligned}
[\mathbf{Z}_{\text{pertes}}(\omega)] &= [\mathbf{Z}_{\text{int}}(\omega)] + j\omega \frac{\mu}{\pi} [\mathbf{J}(\omega)] \\
&= [\mathbf{R}_{\text{int}}(\omega)] + j\omega [\mathbf{L}_{\text{int}}(\omega)] + j\omega \frac{\mu}{\pi} [\mathbf{J}(\omega)]
\end{aligned}
\tag{1.34}$$

où $[\mathbf{R}_{\text{int}}(\omega)]$ et $[\mathbf{L}_{\text{int}}(\omega)]$ sont diagonales. $[\mathbf{J}(\omega)]$ est la matrice des termes de correction de Carson. L'ajout des termes de correction de Carson rend la matrice $[\mathbf{Z}_{\text{pertes}}]$ non diagonale, celle-ci représente donc un système couplé.

1.1.2.2.3 Modélisation des pertes

L'équation (1.34) fait apparaître que $[\mathbf{Z}_{\text{pertes}}]$ dépend de la fréquence, et pour cette raison, elle ne peut pas être transférée directement dans un circuit du domaine temporel. Le passage au domaine temporel peut s'effectuer à condition que l'impédance soit représentée par des éléments fixes, indépendants de la fréquence. Le problème qui se pose alors est de comment représenter l'impédance polyphasée couplée $[\mathbf{Z}_{\text{pertes}}(\omega)]$ par un réseau d'éléments fixes?

D'après la théorie des réseaux, la représentation de systèmes couplés par un réseau d'éléments fixes est plus délicate que la représentation de systèmes découplés, en raison de la préoccupation de stabilité de l'approximation résultante. La stabilité du réseau polyphasé couplé est obtenue si et seulement si la matrice d'impédance résultante est définie positive à toutes les fréquences. Les relations entre les pôles et les zéros doivent rencontrer un certain nombre de conditions afin d'assurer la stabilité du réseau d'approximation; conditions qui ne sont pas nécessairement rencontrées lorsque les éléments de la matrice sont approximés séparément les uns des autres [14]. Sans trop entrer dans les détails, mentionnons simplement que la méthode présentée par Castellanos & Martí [14] assure la stabilité en conférant les mêmes pôles à tous les éléments par l'approximation simultanée de tous les éléments de $[\mathbf{Z}_{\text{pertes}}(\omega)]$.

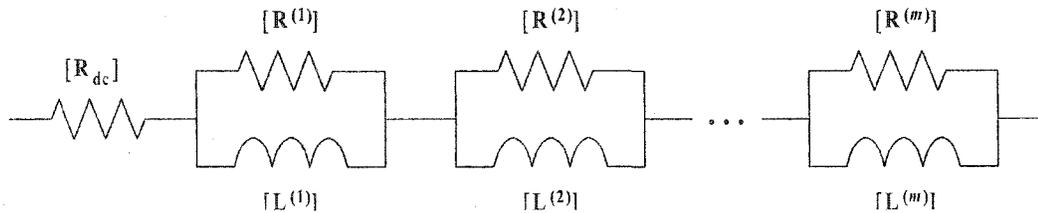


Figure 11 Approximation de l'impédance de pertes

Le modèle d'approximation de $[Z_{\text{pertes}}(\omega)]$ proposé par les auteurs consiste en une série de blocs RL parallèles couplés (Figure 11). La résistance $[R_{\text{dc}}]$ est la résistance en courant continu des conducteurs (matrice diagonale). Chaque paire d'éléments $[R^{(q)}]$ et $[L^{(q)}]$ ($1 \leq q \leq m$), branchés en parallèle, correspondent à la fonction de transfert $\frac{k_{ij}^{(q)}s}{s + p_{ij}^{(q)}}$, où $1 \leq i \leq n$ et $1 \leq j \leq n$, n étant le nombre de phases.

La procédure d'approximation coordonnée proposée dans [14] est la suivante :

- choisir la première fréquence ω_1 ;
- déterminer les $k_{ij}^{(1)}$, $p_{ij}^{(1)}$ de telle sorte que l'impédance résultante corresponde parfaitement à tous les éléments de $[Z_{\text{pertes}}(\omega_1)]$. Cela fournit un premier bloc RL;
- passer à la prochaine fréquence ω_2 et déterminer les $k_{ij}^{(2)}$, $p_{ij}^{(2)}$ de la même façon. Cela fournit un second bloc RL;
- répéter la procédure (c.) jusqu'à la dernière fréquence ω_m .

On obtient à la fin de cette procédure m blocs RL stables. Selon les auteurs, comme chaque bloc est stable et qu'ils sont branchés en série, le réseau polyphasé résultant est également stable. Une fois ce réseau obtenu, une phase d'optimisation par la technique des moindres carrés est appliquée afin de minimiser l'erreur.

Yu & Martí [26] décrivent une version améliorée de cette procédure, consistant à soustraire l'influence des blocs précédents pour le calcul du prochain bloc RL. La phase d'optimisation par les moindres carrés est remplacée par une procédure itérative similaire à la méthode de Gauss-Seidel.

Environ un bloc par décade est requis pour approximer précisément l'impédance de pertes, c'est-à-dire sept blocs sur la plage de fréquences 1 Hz à 1 MHz. Des approximations acceptables peuvent néanmoins être obtenues avec moins de blocs et une approximation minimale peut être obtenue avec un seul bloc.

1.1.2.2.4 Construction du modèle

Après que tous les paramètres du modèle ont été déterminés, la ligne est construite en plaçant plusieurs sections en série. Les sections aux extrémités contiennent la moitié de l'impédance de pertes (approximée) pour que la ligne soit symétrique. Dans la Figure 12, ℓ est la longueur d'une section et non pas la longueur de la ligne.



Figure 12 Modélisation d'une ligne avec le modèle « Z-Line »

1.1.3 Obtention des tensions et courants aux emplacements intermédiaires

Un des aspects de ce travail est la visualisation des ondes voyageant sur les lignes de transmission, ce qui implique la connaissance des tensions et courants à des points intermédiaires et non pas seulement aux extrémités. La façon d'obtenir ces valeurs intermédiaires est expliquée pour chaque modèle.

1.1.3.1 Modèles cp_line, JMARTI et LMARTI

Ces modèles représentent une ligne de transmission en une seule entité et donc seules les variables situées aux extrémités sont calculées à chaque instant de la simulation. L'obtention des valeurs intermédiaires est toutefois possible. Deux méthodes sont présentées.

1.1.3.1.1 Segmentation

Consiste à diviser la ligne en plusieurs sections dans le but de créer des nœuds intermédiaires où les tensions et courants peuvent être obtenus. Martí & Dommel [9] soulignent que cette méthode oblige une réduction du pas de simulation Δt en fonction du délai de propagation des petits segments de ligne, augmentant du même coup le temps de simulation ainsi que les besoins en mémoire pour la conservation des termes d'histoire.

1.1.3.1.2 Calcul secondaire

Un calcul a été proposé par Martí et Dommel [9], permettant d'obtenir les valeurs intermédiaires à partir des valeurs aux extrémités seulement, ce qui offre un avantage de performance en évitant de segmenter la ligne. Il peut être effectué soit à l'intérieur de la boucle de solution ou bien comme un post-traitement. Bien que les auteurs aient développé et testé cette méthode avec le modèle « JMARTI », elle serait possiblement utilisable avec le modèle « LMARTI » à condition d'évaluer les valeurs de phases en tout point à l'aide des convolutions récursives.

1.1.3.2 Modèle « Z-Line »

Les valeurs à chaque section de ligne sont disponibles d'emblée étant donné que la ligne est modélisée directement dans le domaine des phases.

1.2 Paramètres des lignes de transmission aériennes

On se concentre maintenant sur la détermination des paramètres des lignes qui apparaissent dans les équations vues à la partie 1.1. Les paramètres des lignes de transmission en sont les caractéristiques électriques, qui s'expriment toujours par unité de longueur. L'unité de longueur fréquemment utilisée est le kilomètre. L'impédance

série est formée de la résistance (R) et de l'inductance (L). L'admittance parallèle est formée de la conductance (G) et la capacité (C).

$$Z = R + j\omega L \quad (\Omega/\text{km}) \quad (1.35)$$

$$Y = G + j\omega C \quad (\text{S}/\text{km}) \quad (1.36)$$

Pour les lignes monophasées ces paramètres sont de simples scalaires, tandis que pour les lignes polyphasées ils sont des matrices carrées symétriques dont l'ordre correspond au nombre de phases. Le calcul des paramètres électriques est une étape initiale dans la modélisation d'une ligne de transmission définie uniquement à partir de données géométriques ainsi que par la résistivité du sol.

1.2.1 Formulation des hypothèses

Pour cette section, on considère une ligne de transmission aérienne polyphasée constituée de n phases (a, b, c, ...) et de m conducteurs neutres (n_1, n_2, n_3, \dots). La ligne est mise à la terre, ce qui fait qu'une partie du courant peut retourner par le sol.

1.2.1.1 Fléchissement des câbles

La méthode de calcul employée suppose que les câbles sont parfaitement parallèles au sol. Le fléchissement des câbles entre les pylônes est indirectement pris en compte en se servant de la hauteur moyenne du câble. D'après [25], la forme de flexion d'un écart de grandeur moyenne peut être approximée par une parabole. Soient h_p la hauteur au pylône et h_m la hauteur à mi-chemin entre deux pylônes, alors la hauteur moyenne du câble est donnée par :

$$\hat{h} = \frac{1}{3}h_p + \frac{2}{3}h_m \quad (1.37)$$

1.2.1.2 Conductance parallèle

Une conductance (G) existe entre les phases, ainsi qu'entre chaque phase et la terre, à cause de :

- a. l'effet couronne;
- b. les fuites aux isolateurs.

Cette conductance occasionne une perte réelle GV^2 . L'effet couronne est un phénomène non linéaire produit par l'air devenant conducteur, ionisé par le champ électrique au voisinage des fils. Il varie grandement en fonction des conditions météorologiques, particulièrement la présence d'humidité ou la pluie. Il provoque du bruit audible, de la lumière visible et des interférences radio. Les fuites aux isolateurs dépendent de leur niveau de contamination (poussières, polluants), ainsi que des conditions météorologiques. En raison de la variabilité de ces facteurs, la conductance G est difficile à évaluer, mais on a déterminé une valeur moyenne d'environ 3×10^{-8} S/km [6], ce qui contribue assez faiblement à l'admittance Y . Compte tenu que les pertes GV^2 sont faibles comparativement aux pertes RI^2 , la conductance est supposée négligeable.

1.2.1.3 Modélisation des conducteurs

L'impédance interne [Z_{int}] est propre à chaque forme de conducteur et dépend des matériaux. Les types de conducteurs employés diffèrent selon qu'ils sont utilisés pour les phases ou pour les neutres.

Les conducteurs de phase sont du type ACSR (Aluminum Conductor Steel Reinforced), c'est-à-dire constitués d'un cœur de fils d'acier et d'un nombre variable de couches concentriques de fils d'aluminium disposées en spirale (Figure 13). Les impédances de ces conducteurs aux fréquences régulières (0, 25, 50 et 60 Hz) sont répertoriées dans des tables. L'impédance de ces conducteurs à des fréquences quelconques comprises entre 0 et 1 MHz ne peut pas être trouvée dans les tables et il est nécessaire de recourir à une

formule analytique d'impédance qui tient compte de l'effet pelliculaire. Ces formules d'impédance sont connues pour les conducteurs cylindriques pleins et les conducteurs cylindriques creux (tubes). Bien que de forme cylindrique, les conducteurs ACSR ne correspondent à aucun de ces deux types, étant formés de plusieurs brins. Mais selon Martí [5], un conducteur ACSR peut être approximé par un conducteur tubulaire de section équivalente lorsque l'influence du noyau d'acier est négligeable. Comme la conductivité de l'acier est environ huit fois inférieure à celle de l'aluminium, le courant circulant dans l'acier est relativement faible et supposé négligeable.

Les conducteurs neutres, quant à eux, sont faits d'un même matériau et peuvent être représentés par un conducteur cylindrique plein de même diamètre extérieur et de même résistance en courant continu par unité de longueur.

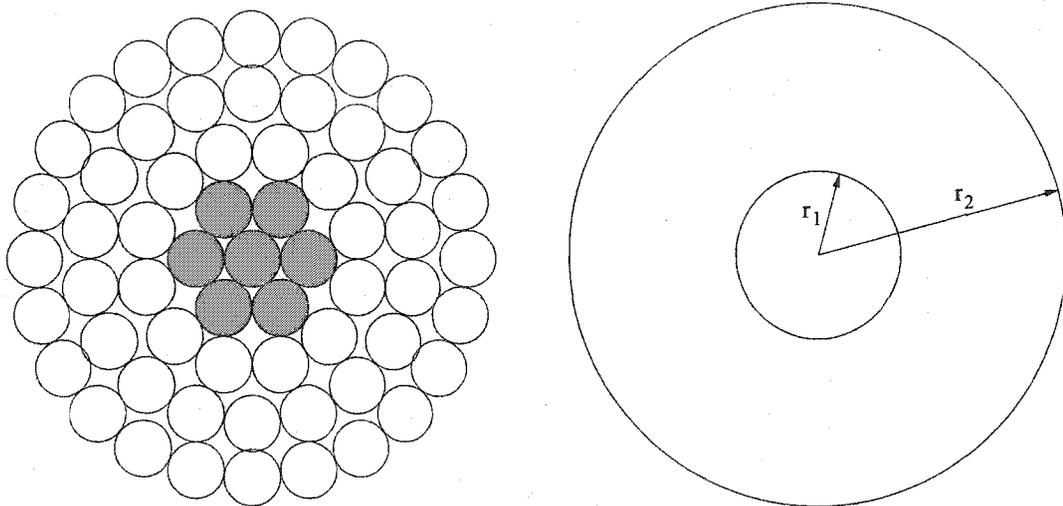


Figure 13 Coupe d'un conducteur ACSR (Cardinal 54/7) et modélisation

1.2.1.4 Caractéristiques du sol

Le tableau I liste la résistivité indicative d'un sol d'après sa composition. Le sol n'est généralement pas homogène, pouvant être constitué de plusieurs couches de résistivité différentes. Pour le calcul des paramètres, le sol est supposé avoir une résistivité

constante, être homogène et isotrope. Selon Glover & Sarma [1], une résistivité de 100 Ω m peut être employée lorsque les données du sol ne sont pas connues.

Tableau I

Résistivité indicative de certains types de sols

Type	Résistivité moyenne Ω m
Sol marécageux	10
Terre moyennement humide	100
Terre sèche	1 000
Sol rocailleux	10 000

1.2.1.5 Influence de la température

La conductivité d'un matériau varie linéairement en fonction de sa température. La variation de température des conducteurs durant une simulation de phénomènes transitoires est supposée négligeable. De ce fait, une conductivité constante est utilisée; son calcul est basé sur la résistance par unité de longueur en courant continu qui doit être fournie par l'utilisateur.

1.2.1.6 Influence de la fréquence

La fréquence modifie l'impédance interne d'un conducteur. En courant continu (fréquence zéro), le courant est distribué uniformément dans toute la section du conducteur. À mesure que la fréquence du courant augmente, celui-ci se concentre près de la périphérie tout en abandonnant le centre. Ce phénomène est appelé *effet pelliculaire* (ou effet de peau). La diminution du champ électrique à l'intérieur du conducteur réduit son inductance interne. La résistance, quant à elle, augmente en raison

de la diminution de section utile. La Figure 14 illustre ce phénomène pour un conducteur tubulaire, la variation d'impédance est importante et ne peut pas être négligée.

La fréquence influence également le terme de Carson pour le retour à la terre (J), ce qui est correctement pris en compte par les équations de Carson (section 1.2.3.3). En ce qui concerne les paramètres parallèles G et C, ils sont également influencés par la fréquence, mais cette influence est supposée négligeable. Comme la conductance G est déjà négligée, il ne reste que la capacité et celle-ci est supposée constante sur la plage de fréquences considérée.

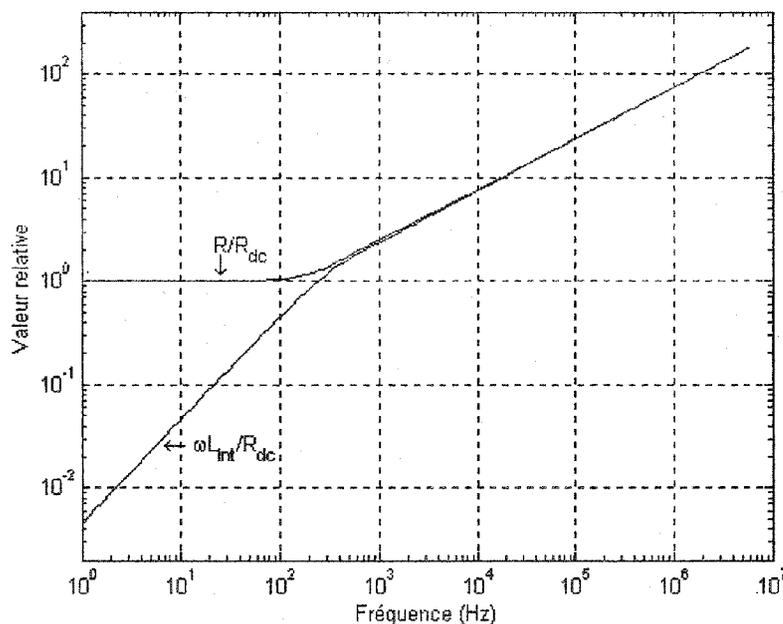


Figure 14 Effet pelliculaire

1.2.1.7 Effet de proximité

La distribution du champ électrique à la surface des conducteurs est affectée par la proximité des autres conducteurs. Cet effet est négligé en supposant que la distance entre les conducteurs est suffisamment grande comparativement à leurs rayons, et une distribution de champ uniforme est considérée.

1.2.2 Faisceaux de conducteurs

L'utilisation des faisceaux de conducteurs est largement répandue dans les lignes de transport d'énergie, surtout lorsque la tension de la ligne est élevée. Les faisceaux de conducteurs sont constitués de fils parallèles retenus par des attaches, ce qui les branche électriquement en parallèle. Ils offrent deux avantages :

- a. diminution de l'inductance série de la ligne;
- b. diminution du champ électrique autour du conducteur, réduisant l'effet couronne.

La diminution de l'inductance interne d'un conducteur lui permet de transporter plus de puissance, en comparaison avec un conducteur unique de section équivalente ayant une inductance interne plus élevée. Si un faisceau de conducteurs est composé d'un certain nombre de sous conducteurs situés à intervalles réguliers sur un cercle de rayon donné, on parle alors de faisceau régulier. Dans le cas contraire le faisceau est irrégulier. Un faisceau de conducteur (régulier ou non) peut être réduit à un seul conducteur équivalent, ce qui sera traité dans une section subséquente.

1.2.3 Impédance série

Dans le cas d'une configuration de conducteurs avec retour à la terre, Carson [22] a démontré que le sol peut être remplacé par les images des conducteurs réels. Les paramètres série de la ligne se calculent à partir de cet ensemble de conducteurs et leurs images, tout en ajoutant un terme de correction pour prendre en considération le retour à la terre (terme de correction de Carson). Trois facteurs contribuent alors à l'impédance série :

- a. l'inductance externe [L_{ext}];
- b. l'impédance interne [Z_{int}];
- c. le terme de correction de Carson [J].

Mettant ces facteurs en évidence, l'équation (1.35) est réécrite de la façon suivante pour une ligne polyphasée :

$$[Z(\omega)] = j\omega[L_{\text{ext}}] + [Z_{\text{int}}(\omega)] + j\omega\frac{\mu}{\pi}[J(\omega)]. \quad (1.38)$$

$[Z_{\text{int}}]$ est une matrice diagonale dont les termes représentent les paramètres internes de chaque conducteur, tandis que $[L_{\text{ext}}]$ dépend de la géométrie de la ligne.

1.2.3.1 Détermination de la matrice d'inductance externe

La démarche permettant de déterminer $[L_{\text{ext}}]$ est expliquée à l'aide d'un exemple (Figure 15), démarche qui s'applique de façon analogue pour un nombre quelconque de phases et de fils neutres. Dans cet exemple, il y a trois conducteurs de phases et deux conducteurs neutres.

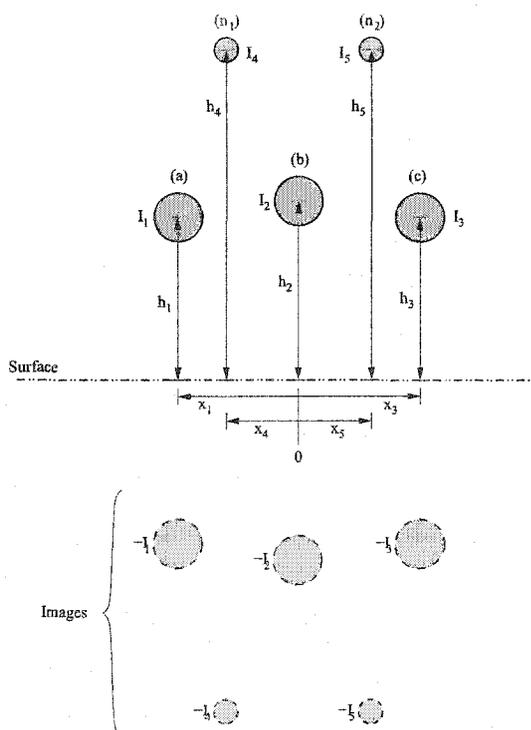


Figure 15 Disposition géométrique des conducteurs et leurs images

Les conducteurs sont numérotés en débutant par les conducteurs de phases, c'est-à-dire 1, 2 et 3 pour les phases et 4 et 5 pour les fils neutres. Le sol est remplacé par des conducteurs images, indiqués à l'aide d'un apostrophe ('), chacun transportant le même courant que le conducteur associé mais en sens inverse. La somme de tous les courants est nulle.

$$I_1 + I_2 + I_3 + I_4 + I_5 + I_{1'} + I_{2'} + I_{3'} + I_{4'} + I_{5'} = 0 \quad (1.39)$$

Dans ces conditions, le flux magnétique externe reliant chaque conducteur aérien, Φ_k ($k=1,2,\dots,5$), est donné par une formule qu'on peut retrouver dans un livre de référence tel que Glover & Sarma [1], et adaptée pour l'exemple :

$$\Phi_k = \frac{\mu_0}{2\pi} \sum_{\ell=1}^5 \left(I_\ell \ln \frac{1}{d_{k\ell}} + I_{\ell'} \ln \frac{1}{d_{k\ell'}} \right) \quad (1.40)$$

où :

$I_\ell, I_{\ell'}$: courant circulant dans le conducteur;

$d_{k\ell}, d_{k\ell'}$: distance séparant les conducteurs, ou rayon du conducteur (r_k) lorsque $k = \ell$.

D'après (1.40), le flux magnétique reliant le conducteur 1 est (sachant que $I_{k'} = -I_k$) :

$$\Phi_1 = \frac{\mu_0}{2\pi} \left[I_1 \ln \frac{d_{11'}}{r_1} + I_2 \ln \frac{d_{12'}}{d_{12}} + I_3 \ln \frac{d_{13'}}{d_{13}} + I_4 \ln \frac{d_{14'}}{d_{14}} + I_5 \ln \frac{d_{15'}}{d_{15}} \right]. \quad (1.41)$$

Procédant de la même manière pour les autres conducteurs, il est possible d'écrire les équations sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \\ \vdots \\ \Phi_5 \end{bmatrix} = \frac{\mu_0}{2\pi} \begin{bmatrix} \ln(d_{11'}/r_1) & \ln(d_{12'}/d_{12}) & \cdots & \ln(d_{15'}/d_{15}) \\ \ln(d_{21'}/d_{21}) & \ln(d_{22'}/r_2) & \cdots & \ln(d_{25'}/d_{25}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \ln(d_{51'}/d_{51}) & \ln(d_{52'}/d_{52}) & \cdots & \ln(d_{55'}/r_5) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_5 \end{bmatrix}. \quad (1.42)$$

Il est préférable d'écrire l'équation (1.42) sous une forme conventionnelle en utilisant la matrice des coefficients de potentiels, $[P]$, définie par :

$$[\mathbf{P}] = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \begin{bmatrix} \ln(d_{11'}/r_1) & \ln(d_{12'}/d_{12}) & \cdots & \ln(d_{15'}/d_{15}) \\ \ln(d_{21'}/d_{21}) & \ln(d_{22'}/r_2) & \cdots & \ln(d_{25'}/d_{25}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \ln(d_{51'}/d_{51}) & \ln(d_{52'}/d_{52}) & \cdots & \ln(d_{55'}/r_5) \end{bmatrix}. \quad (1.43)$$

Alors, en utilisant (1.43) dans (1.42) l'expression du flux magnétique externe est :

$$\Phi = \mu_0 \epsilon_0 [\mathbf{P}] \mathbf{I}. \quad (1.44)$$

La relation $\Phi = [\mathbf{L}] \mathbf{I}$ permet d'obtenir l'inductance externe :

$$[\mathbf{L}_{\text{ext}}] = \mu_0 \epsilon_0 [\mathbf{P}] = [\mathbf{P}] \div c^2. \quad (1.45)$$

1.2.3.2 Matrice d'impédance interne

Cette matrice diagonale est formée de la résistance des conducteurs (partie réelle) et la réactance due à l'inductance interne des conducteurs (partie imaginaire) :

$$[\mathbf{Z}_{\text{int}}(\omega)] = [\mathbf{R}_{\text{int}}(\omega)] + j\omega [\mathbf{L}_{\text{int}}(\omega)]. \quad (1.46)$$

Tel que mentionné à la section 1.2.1.3, les conducteurs sont modélisés par un cylindre plein ou creux. La détermination des formules d'impédance pour ces formes de conducteurs a été traitée par Ramo, Whinnery & Van Duzer [23]. Une démonstration complète est présentée à l'annexe 2. Pour un conducteur cylindrique plein de rayon r , l'impédance interne par unité de longueur est :

$$Z_{\text{int}} = R + j\omega L_{\text{int}} = \frac{T}{2\pi r \sigma} \frac{I_0(Tr)}{I_1(Tr)} \quad (1.47)$$

et pour un conducteur cylindrique tubulaire de rayon interne r_1 et externe r_2 :

$$Z_{\text{int}} = R + j\omega L_{\text{int}} = \frac{T}{2\pi r_2 \sigma} \left[\frac{I_0(Tr_2)K_1(Tr_1) + I_1(Tr_1)K_0(Tr_2)}{I_1(Tr_2)K_1(Tr_1) - I_1(Tr_1)K_1(Tr_2)} \right] \quad (1.48)$$

où $T = e^{j\frac{\pi}{4}} \sqrt{\omega \mu \sigma}$; I_v et K_v : fonctions de Bessel modifiées de première et seconde espèces respectivement, d'ordre v ; r , r_1 , r_2 : rayons ; σ : conductivité ; $\mu = \mu_r \mu_0$

(perméabilité, $\mu_r = 1$ dans le cas d'un matériau non magnétique comme l'aluminium ou le cuivre), avec $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$.

Le conducteur de la Figure 13 a un diamètre extérieur d'environ 30,4 mm et se compose de 54 brins d'aluminium dont la section totalise 483 mm². Un conducteur tubulaire de rayons $r_1 = 8,8$ mm et $r_2 = 15,2$ mm donne le même diamètre extérieur et la même section. La Figure 14 illustre la variation d'impédance attribuable à l'effet pelliculaire pour ce conducteur.

1.2.3.3 Termes de correction de Carson.

Les termes diagonaux de $[J]$ sont la correction pour l'*impédance propre* tandis que les autres termes sont la correction pour l'*impédance mutuelle*. Tel qu'établi par Carson [22], les termes de correction d'impédance propre (J_s) et mutuelle (J_m) sont donnés par :

$$J_{s_k} = \int_0^{\infty} \frac{e^{-2h_k\lambda}}{\lambda + \sqrt{\lambda^2 + j\omega\mu/\rho}} d\lambda \quad (1.49)$$

$$J_{m_{kl}} = \int_0^{\infty} \frac{e^{-(h_k+h_l)\lambda}}{\lambda + \sqrt{\lambda^2 + j\omega\mu/\rho}} \cos(\lambda x_{kl}) d\lambda \quad (1.50)$$

où ρ est la résistivité du sol (Ω m); x_{kl} est la distance horizontale entre les conducteurs k et l ($x_{kl} = x_k - x_l$).

La validité des équations (1.49) et (1.50) a été vérifiée et elles sont reconnues comme étant les bonnes formules à utiliser [10]. Une difficulté réside cependant dans l'évaluation de ces intégrales complexes et des formules plus simples sont nécessaires. À cet effet, des séries algébriques convergentes sur la valeur de ces intégrales ont été développées et connues depuis plus de 70 ans, mais ces séries sont en elles-mêmes d'utilisation assez difficile (voir [25]). Ces séries sont utilisées par EMTP.

Plus tard, des expressions simples ont été publiées, dont la plus connue est certainement l'approximation de Dubanton [11,12] :

$$J_{s_k} \approx \frac{1}{2} \ln \left(\frac{p}{h_k} + 1 \right) \quad (1.51)$$

$$J_{m_{k\ell}} \approx \frac{1}{2} \ln \frac{\sqrt{(h_k + h_\ell + 2p)^2 + x_{k\ell}^2}}{\sqrt{(h_k + h_\ell)^2 + x_{k\ell}^2}} \quad (1.52)$$

où p est définie comme la profondeur complexe du plan de retour, donnée par :

$$p = \sqrt{\frac{\rho}{j\omega\mu}} \quad (1.53)$$

Les équations (1.51) et (1.52) fournissent une précision remarquable (erreur max. de quelque pourcent sur toute la plage de fréquences), compte tenu de leur simplicité. Alvarado & Betancourt [12] rapportent que l'erreur peut atteindre 15 % à certaines fréquences et que des approximations plus précises sont souhaitables. Toutefois, Wedepohl, Nguyen & Irwin [10] considèrent que la résistivité du sol n'étant déjà pas connue avec certitude, l'utilisation d'une formule plus précise est difficile à justifier sur le plan pratique. Pour cette raison, l'utilisation de ces deux équations a été retenue dans le présent travail. La matrice des termes de Carson est donc :

$$[\mathbf{J}(\omega)] = \begin{bmatrix} J_{s_1} & J_{m_{12}} & \cdots & J_{m_{15}} \\ J_{m_{21}} & J_{s_2} & \cdots & J_{m_{25}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ J_{m_{51}} & J_{m_{52}} & \cdots & J_{s_5} \end{bmatrix} \quad (1.54)$$

dont les termes sont évalués à l'aide de (1.51) et (1.52). La symétrie peut être exploitée en n'évaluant que la partie triangulaire inférieure ou supérieure.

1.2.4 Admittance parallèle

Négligeant la conductance selon l'hypothèse du point 1.2.1.2, la matrice d'admittance est, selon l'équation (1.36) :

$$[\mathbf{Y}] = j\omega[\mathbf{C}] \quad (1.55)$$

où $[\mathbf{C}]$ est la matrice de capacité.

Le calcul de $[\mathbf{C}]$ s'effectue à l'aide de la méthode des images où la terre est remplacée par les images des conducteurs portant des charges électriques opposées. La configuration conducteurs/images choisie pour la démonstration est la même que celle utilisée pour le calcul de l'inductance externe et est illustrée à la Figure 15. En appliquant l'hypothèse de la section 1.2.1.7, la différence de potentiel entre les conducteurs k et i est donnée par une équation qu'on trouve dans un livre de référence tel que Glover & Sarma [1] :

$$V_{ki} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \sum_{\ell=1}^N \left(q_{\ell} \ln \frac{d_{i\ell}}{d_{k\ell}} + q_{\ell'} \ln \frac{d_{i\ell'}}{d_{k\ell'}} \right) = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \sum_{\ell=1}^N q_{\ell} \ln \frac{d_{k\ell'} d_{i\ell}}{d_{k\ell} d_{i\ell'}} \quad (1.56)$$

où N est le nombre de conducteurs; q_{ℓ} est la charge du conducteur ℓ ; $d_{i\ell}$, $d_{i\ell'}$, $d_{k\ell}$, $d_{k\ell'}$ sont les distances séparant les conducteurs, ou le rayon du conducteur lorsque $i = \ell$ ou $k = \ell$.

D'après l'équation (1.56), la différence de potentiel entre un conducteur k et son image k' est :

$$V_{kk'} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \sum_{\ell=1}^N q_{\ell} \ln \frac{d_{k\ell'} d_{k'\ell}}{d_{k\ell} d_{k'\ell'}} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \sum_{\ell=1}^N q_{\ell} \ln \frac{d_{k\ell'}^2}{d_{k\ell}^2} = \frac{1}{\pi\epsilon_0} \sum_{\ell=1}^N q_{\ell} \ln \frac{d_{k\ell'}}{d_{k\ell}} \quad (1.57)$$

Utilisant l'équation (1.57), on a, entre la phase « a » et son image « a' », le potentiel :

$$V_{11'} = \frac{1}{\pi\epsilon_0} \left(q_1 \ln \frac{d_{11'}}{r_1} + q_2 \ln \frac{d_{12'}}{d_{12}} + q_3 \ln \frac{d_{13'}}{d_{13}} + q_4 \ln \frac{d_{14'}}{d_{14}} + q_5 \ln \frac{d_{15'}}{d_{15}} \right) \quad (1.58)$$

Par symétrie, la tension entre une phase et la terre égale la moitié de la tension entre la phase et son image : $V_{an} = 0,5V_{aa'}$. En mettant les équations sous forme matricielle, on obtient

$$\begin{bmatrix} V_{1n} \\ V_{2n} \\ V_{3n} \\ V_{4n} \\ V_{5n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{an} \\ V_{bn} \\ V_{cn} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \begin{bmatrix} \ln(d_{11'}/r_1) & \ln(d_{12'}/d_{12}) & \cdots & \ln(d_{15'}/d_{15}) \\ \ln(d_{21'}/d_{21}) & \ln(d_{22'}/r_2) & \cdots & \ln(d_{25'}/d_{25}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \ln(d_{51'}/d_{51}) & \ln(d_{52'}/d_{52}) & \cdots & \ln(d_{55'}/r_5) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_5 \end{bmatrix}. \quad (1.59)$$

Reconnaissant dans l'équation (1.59) la matrice des coefficients de potentiel définie par l'équation (1.43), on écrit

$$\mathbf{V} = [\mathbf{P}]\mathbf{Q}. \quad (1.60)$$

Puis, à l'aide de la relation $\mathbf{Q} = [\mathbf{C}]\mathbf{V}$ reliant la charge et la capacité, on obtient le résultat désiré :

$$[\mathbf{C}] = [\mathbf{P}]^{-1}. \quad (1.61)$$

1.2.5 Réduction de l'ordre des matrices

En temps normal, chaque conducteur physique (phase et neutre) occupe une rangée et une colonne dans les matrices $[\mathbf{Z}]$ et $[\mathbf{Y}]$. Il est toutefois possible de réduire l'ordre de ces matrices en deux étapes, désignées par la *réduction des matrices* :

- le groupement des faisceaux de conducteurs;
- l'élimination des conducteurs de potentiel zéro.

Par exemple, une ligne triphasée constituée de trois faisceaux de quatre conducteurs chacun, plus deux fils neutres, donnerait lieu à des matrices de 14×14 . La réduction permettrait de ramener le tout à des matrices de 3×3 .

1.2.5.1 Groupement des faisceaux de conducteurs

Étant donné que les potentiels des conducteurs d'un faisceau sont identiques, il est possible de réduire le faisceau à un seul conducteur équivalent en faisant apparaître des zéros dans le vecteur des potentiels. Les conducteurs superflus sont ensuite éliminés en

même temps que les conducteurs neutres lors de l'étape d'élimination décrite au prochain point. La Figure 16 illustre un exemple de circuit triphasé avec faisceaux de conducteurs. Cet exemple sert à démontrer la méthode générale qui peut s'appliquer à une configuration arbitraire de faisceaux de conducteurs, réguliers ou non.

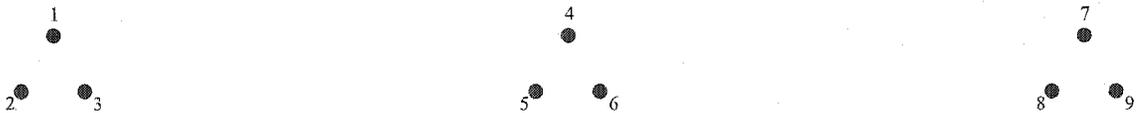


Figure 16 Circuit triphasé avec faisceaux de conducteurs

Pour cet exemple, l'équation (1.1) pour une ligne polyphasée

$$-\frac{d\mathbf{V}}{dx} = [\mathbf{Z}]\mathbf{I} \quad (1.62)$$

est, sous forme développée (avec V' signifiant la dérivée par rapport à x) :

$$-\begin{bmatrix} V_1' \\ V_2' \\ \vdots \\ V_9' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \cdots & Z_{19} \\ Z_{21} & Z_{22} & \cdots & Z_{29} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{91} & Z_{92} & \cdots & Z_{99} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_9 \end{bmatrix} \quad (1.63)$$

L'on sait que \mathbf{V}' doit contenir des zéros aux emplacements des conducteurs à éliminer, qui sont 2,3,5,6,8,9 (dans cet exemple). Le système matriciel (1.63) doit être réarrangé pour que $V_2', V_3', V_5', V_6', V_8', V_9'$ soient nuls, ce qui s'effectue en deux étapes.

Premièrement, prendre en compte les courants de phases (A, B et C). Ces derniers sont :

$$\begin{aligned} I_A &= I_1 + I_2 + I_3 \\ I_B &= I_4 + I_5 + I_6 \\ I_C &= I_7 + I_8 + I_9 \end{aligned} \quad (1.64)$$

Le jeu d'équations (1.64) est introduit dans \mathbf{I} et, pour que le système matriciel reste équilibré, $[\mathbf{Z}]$ doit être modifiée en retranchant aux colonnes des conducteurs à éliminer la colonne du conducteur à conserver, et ce pour chaque phase. On effectue ces opérations : $c_2 \leftarrow c_2 - c_1$, $c_3 \leftarrow c_3 - c_1$, $c_5 \leftarrow c_5 - c_4$, $c_6 \leftarrow c_6 - c_4$, $c_8 \leftarrow c_8 - c_7$, $c_9 \leftarrow c_9 - c_7$. Le résultat de cette étape est illustré à la Figure 17.

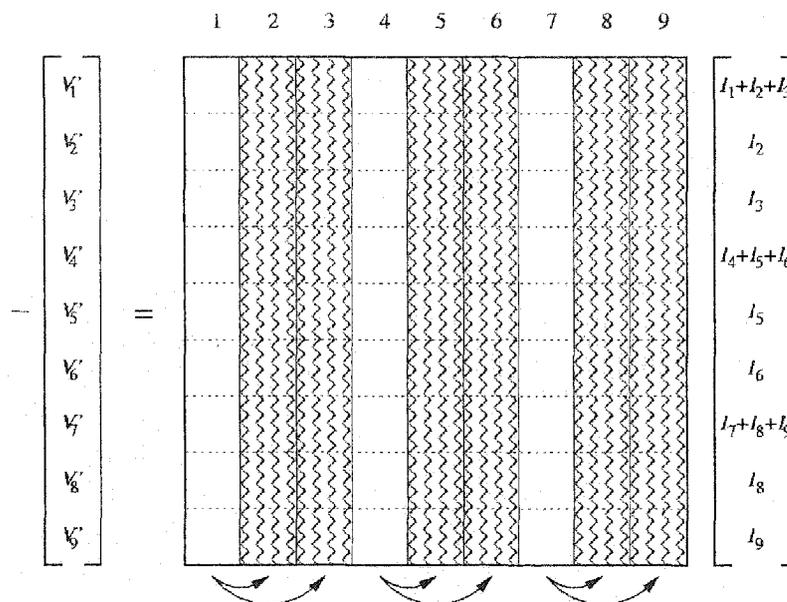


Figure 17 Première étape du groupement des faisceaux de conducteurs

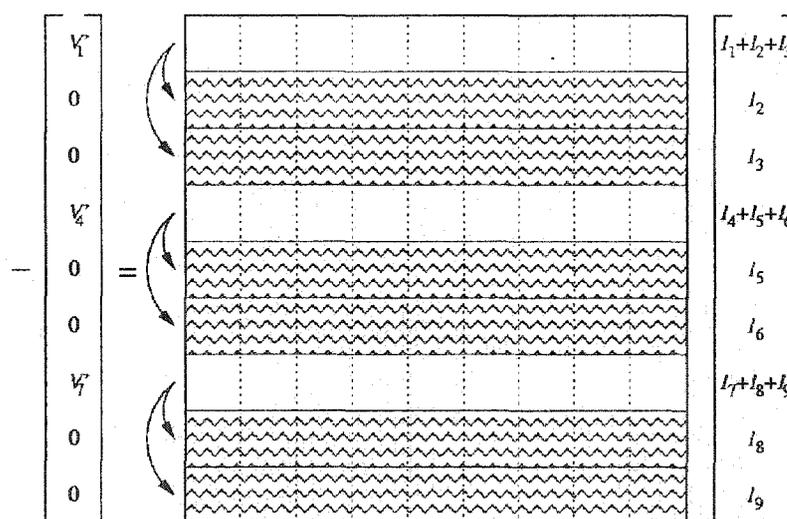


Figure 18 Deuxième étape du groupement des faisceaux de conducteurs

Deuxièmement, faire apparaître des zéros dans V aux emplacements des conducteurs à éliminer. Une simple soustraction d'équations du système permet d'obtenir des zéros aux positions 2, 3, 5, 6, 8 et 9. On effectue donc ces opérations : $l_2 \leftarrow l_2 - l_1$, $l_3 \leftarrow l_3 - l_1$, $l_5 \leftarrow l_5 - l_4$, $l_6 \leftarrow l_6 - l_4$, $l_8 \leftarrow l_8 - l_7$, $l_9 \leftarrow l_9 - l_7$. Le résultat final est illustré à la Figure 18. Cette procédure de groupement s'applique de façon identique à [P].

1.2.5.2 Élimination des fils de potentiel zéro

D'après [25], pour les fréquences ne dépassant pas 250 kHz, on peut supposer que les potentiels des fils neutres d'une ligne de transmission sont continuellement zéro sur toutes leurs longueurs. On peut donc les éliminer des matrices $[Z]$ et $[Y]$. De plus, les fils de potentiel zéro résultant de l'étape de groupement des faisceaux peuvent être éliminés du même coup. L'élimination est plus simple lorsque tous les conducteurs à éliminer sont positionnés à la fin de la matrice. Cet ordonnancement initial des conducteurs est réalisé en changeant l'ordre des équations (s'il y a des faisceaux), et en numérotant toujours les conducteurs neutres à la suite des conducteurs de phases.

1.2.5.2.1 Matrice d'impédance

Reprenant l'exemple de la Figure 15, le développement de l'équation (1.1) donne :

$$-\begin{bmatrix} V_1' \\ V_2' \\ V_3' \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} & Z_{14} & Z_{15} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} & Z_{24} & Z_{25} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} & Z_{34} & Z_{35} \\ Z_{41} & Z_{42} & Z_{43} & Z_{44} & Z_{45} \\ Z_{51} & Z_{52} & Z_{53} & Z_{54} & Z_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \end{bmatrix}. \quad (1.65)$$

L'équation (1.65) est réécrite en partitionnant les phases et les fils neutres tel qu'indiqué par les traits pointillés :

$$-\begin{bmatrix} \mathbf{V}_P' \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_A & \mathbf{Z}_B \\ \mathbf{Z}_C & \mathbf{Z}_D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_P \\ \mathbf{I}_N \end{bmatrix}. \quad (1.66)$$

L'impédance simplifiée, $[\mathbf{Z}_P]$, est l'impédance qui satisfait l'équation $-\mathbf{V}_P' = [\mathbf{Z}_P]\mathbf{I}_P$. Pour la trouver, on doit exprimer $-\mathbf{V}_P'$ en fonction de \mathbf{I}_P . La solution est $-\mathbf{V}_P' = ([\mathbf{Z}_A] - [\mathbf{Z}_B][\mathbf{Z}_D]^{-1}[\mathbf{Z}_C])\mathbf{I}_P$ et l'impédance simplifiée est donc :

$$[\mathbf{Z}_P] = [\mathbf{Z}_A] - [\mathbf{Z}_B][\mathbf{Z}_D]^{-1}[\mathbf{Z}_C]. \quad (1.67)$$

1.2.5.2.2 Matrice d'admittance

La réduction de $[Y]$ est possible, mais d'un point de vue économique il est plus avantageux de réduire la matrice des coefficients de potentiel $[P]$ et ensuite l'inverser, parce qu'une matrice est plus facile à réduire qu'à inverser [25]. L'admittance simplifiée s'obtient facilement ensuite.

Partant de l'exemple de la Figure 15, le développement de l'équation (1.60) donne :

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} & P_{14} & P_{15} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} & P_{24} & P_{25} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} & P_{34} & P_{35} \\ P_{41} & P_{42} & P_{43} & P_{44} & P_{45} \\ P_{51} & P_{52} & P_{53} & P_{54} & P_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ Q_4 \\ Q_5 \end{bmatrix} \quad (1.68)$$

L'équation (1.68) est réécrite en partitionnant les phases et les fils neutres tel qu'indiqué par les traits pointillés :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_P \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_A & \mathbf{P}_B \\ \mathbf{P}_C & \mathbf{P}_D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_P \\ \mathbf{Q}_N \end{bmatrix} \quad (1.69)$$

La matrice des coefficients de potentiel simplifiée $[\mathbf{P}_P]$ est la matrice qui satisfait la relation $\mathbf{V}_P = [\mathbf{P}_P]\mathbf{Q}_P$. On trouve donc :

$$[\mathbf{P}_P] = [\mathbf{P}_A] - [\mathbf{P}_B][\mathbf{P}_D]^{-1}[\mathbf{P}_C] \quad (1.70)$$

et comme $\mathbf{Q}_P = [\mathbf{C}_P]\mathbf{V}_P$, il s'ensuit que $\mathbf{V}_P = [\mathbf{P}_P][\mathbf{C}_P]\mathbf{V}_P$ et alors la capacité simplifiée est :

$$[\mathbf{C}_P] = [\mathbf{P}_P]^{-1} \quad (1.71)$$

1.3 Modélisation des éléments linéaires

Résistance, inductance et condensateur idéaux sont les éléments linéaires de base. Leurs modélisations sont révisées avec les éléments monophasés, puis les modèles sont étendus au cas des éléments polyphasés couplés. La matière de cette section est tirée en partie de Glover & Sarma [1].

Le modèle discret de la résistance est le plus simple car il demeure une résistance de même valeur. Les modèles discrets de l'inductance et du condensateur sont tous deux constitués d'une conductance de discrétisation en parallèle avec une source de courant; cette source est le terme d'histoire (Figure 20 et Figure 21). On pourrait aussi choisir de modéliser ces éléments par une résistance en série avec une source de tension.

Les valeurs de la conductance de discrétisation et de la source d'histoire dépendent de l'élément modélisé ainsi que de la règle d'intégration numérique employée, qui est ici soit la méthode trapézoïdale ou la méthode « backward-Euler » (Figure 19). La méthode trapézoïdale est privilégiée en raison de sa meilleure précision, bien que la méthode backward-Euler est également utile pour traverser les instants de discontinuité où la méthode trapézoïdale seule fait apparaître des oscillations numériques indésirables.

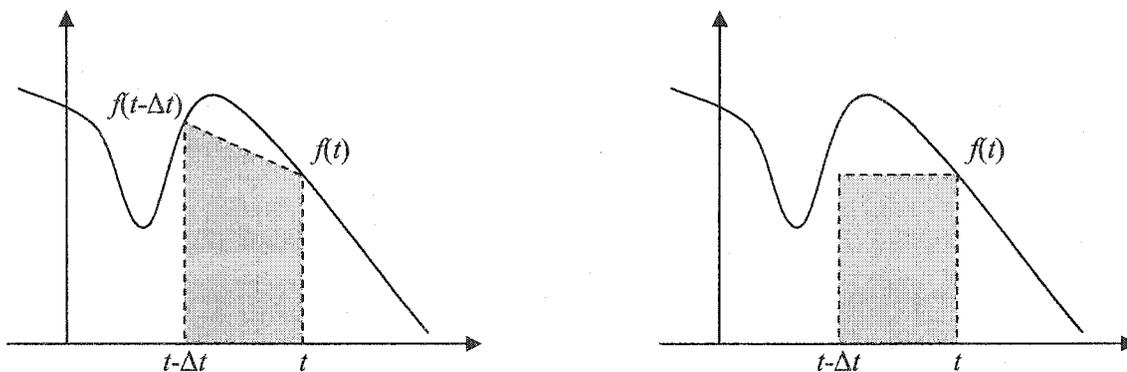


Figure 19 Méthodes trapézoïdale et backward-Euler

1.3.1 Inductance

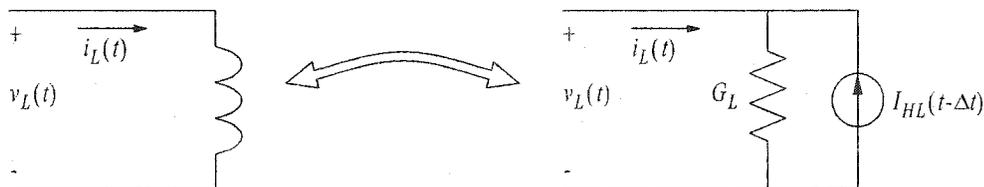


Figure 20 Modèle de l'inductance

L'inductance est définie par l'équation différentielle

$$i_L(t) = i_L(t - \Delta t) + \frac{1}{L} \int_{t-\Delta t}^t v_L(t) dt. \quad (1.72)$$

Si la règle d'intégration trapézoïdale est choisie, alors l'équation (1.72) est

$$i_L(t) \approx i_L(t - \Delta t) + \frac{v_L(t - \Delta t) + v_L(t)}{2L} \Delta t. \quad (1.73)$$

D'après la Figure 20, on a

$$I_{HL}(t - \Delta t) = G_L v_L(t) - i_L(t). \quad (1.74)$$

En posant $G_L = \frac{\Delta t}{2L}$ et combinant les équations (1.73) et (1.74), on obtient

$$\begin{aligned} I_{HL}(t - \Delta t) &= G_L v_L(t) - i_L(t - \Delta t) - G_L v_L(t - \Delta t) - G_L v_L(t) \\ &= I_{HL}(t - 2\Delta t) - 2G_L v_L(t - \Delta t) \end{aligned} \quad (1.75)$$

Si la règle d'intégration backward-Euler est choisie, alors l'équation (1.72) est

$$i_L(t) \approx i_L(t - \Delta t) + \frac{v_L(t)}{L} \Delta t. \quad (1.76)$$

Et en posant cette fois $G_L = \frac{\Delta t}{L}$ et combinant les équations (1.76) et (1.74), on obtient

$$\begin{aligned} I_{HL}(t - \Delta t) &= G_L v_L(t) - i_L(t - \Delta t) - G_L v_L(t) \\ &= I_{HL}(t - 2\Delta t) - G_L v_L(t - \Delta t) \end{aligned} \quad (1.77)$$

1.3.2 Condensateur

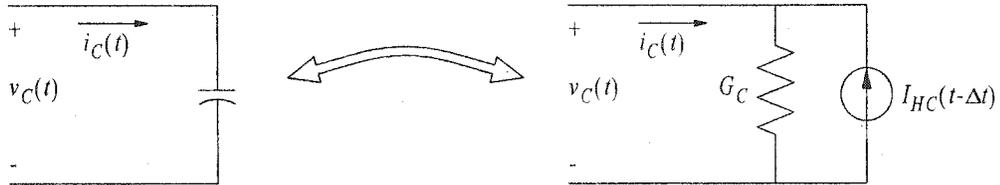


Figure 21 Modèle du condensateur

Le condensateur est défini par l'équation différentielle

$$v_C(t) = v_C(t - \Delta t) + \frac{1}{C} \int_{t-\Delta t}^t i_C(t) dt. \quad (1.78)$$

Si la règle d'intégration trapézoïdale est choisie, alors l'équation (1.78) est

$$v_C(t) \approx v_C(t - \Delta t) + \frac{i_C(t - \Delta t) + i_C(t)}{2C} \Delta t. \quad (1.79)$$

D'après la Figure 21, on a

$$I_{HC}(t - \Delta t) = G_C v_C(t) - i_C(t). \quad (1.80)$$

En posant $G_C = \frac{2C}{\Delta t}$ et combinant les équations (1.79) et (1.80), on obtient

$$\begin{aligned} I_{HC}(t - \Delta t) &= G_C v_C(t - \Delta t) + i_C(t - \Delta t) + i_C(t) - i_C(t) \\ &= 2G_C v_C(t - \Delta t) - I_{HC}(t - 2\Delta t) \end{aligned} \quad (1.81)$$

Si la règle d'intégration backward-Euler est choisie, alors l'équation (1.78) est

$$v_C(t) = v_C(t - \Delta t) + \frac{i_C(t)}{C} \Delta t. \quad (1.82)$$

Et en posant cette fois $G_C = \frac{C}{\Delta t}$ et combinant les équations (1.82) et (1.80), on obtient

$$\begin{aligned} I_{HC}(t - \Delta t) &= G_C v_C(t - \Delta t) + i_C(t) - i_C(t) \\ &= G_C v_C(t - \Delta t) \end{aligned} \quad (1.83)$$

1.3.3 Éléments polyphasés

Une inductance polyphasée est désignée par une matrice symétrique $n \times n$. Un terme diagonal L_{ii} est l'inductance propre de la phase i ; un terme non diagonal L_{ij} est l'impédance mutuelle entre la phase i et la phase j . C'est la même chose pour une résistance polyphasée. Une capacité polyphasée est désignée par une matrice symétrique $n \times n$. Un terme diagonal C_{ii} est la *somme* des capacités entre la phase i et toutes les autres phases incluant le neutre; un terme non diagonal C_{ij} est le *négatif* de la capacité entre la phase i et la phase j . Avec trois phases, par exemple, on obtient la matrice illustrée à la Figure 22. À noter qu'il n'est pas obligatoire que la capacité soit connectée entre les phases et le neutre bien que c'est le cas le plus fréquent.

Les tensions et courants des éléments polyphasés sont des vecteurs $n \times 1$. Les modèles développés plus haut sont valables avec les éléments polyphasés en remplaçant la source d'histoire par un vecteur $n \times 1$ et la conductance de discrétisation par une matrice $n \times n$. Le Tableau II résume les différentes valeurs des conductances de discrétisation ainsi que l'expression permettant la mise à jour de la source d'histoire dans le cas d'éléments polyphasés.

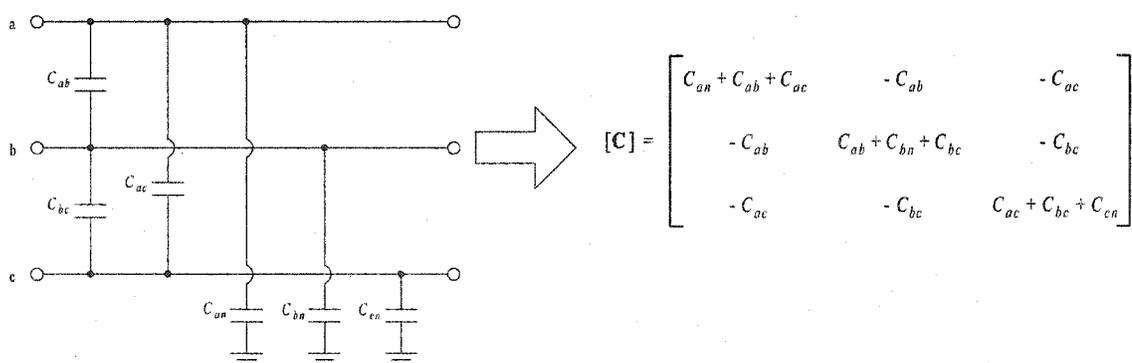


Figure 22 Capacité triphasée et la matrice correspondante

Tableau II

Formules de modélisation d'éléments linéaires polyphasés

Méthode	Inductance	Condensateur
Trapézoïdale	$[\mathbf{G}_L] = \frac{\Delta t}{2} [\mathbf{L}]^{-1}$ $\mathbf{I}_{HL}(t - \Delta t) = \mathbf{I}_{HL}(t - 2\Delta t) - 2[\mathbf{G}_L] \mathbf{v}_L(t - \Delta t)$	$[\mathbf{G}_C] = \frac{2}{\Delta t} [\mathbf{C}]$ $\mathbf{I}_{HC}(t - \Delta t) = 2[\mathbf{G}_C] \mathbf{v}_C(t - \Delta t) - \mathbf{I}_{HC}(t - 2\Delta t)$
Backward-Euler	$[\mathbf{G}_L] = \Delta t [\mathbf{L}]^{-1}$ $\mathbf{I}_{HL}(t - \Delta t) = \mathbf{I}_{HL}(t - 2\Delta t) - [\mathbf{G}_L] \mathbf{v}_L(t - \Delta t)$	$[\mathbf{G}_C] = \frac{1}{\Delta t} [\mathbf{C}]$ $\mathbf{I}_{HC}(t - \Delta t) = [\mathbf{G}_C] \mathbf{v}_C(t - \Delta t)$

CHAPITRE 2

DÉVELOPPEMENT DU LOGICIEL

2.1 Choix du modèle de ligne

Le choix du modèle est motivé d'abord par sa précision, ensuite sa facilité de programmation, puis finalement sa performance. Selon ces critères, le modèle « cp_line » doit être rejeté étant donné que l'utilisation de paramètres constants représente mal la réalité (manque de précision). Le modèle « JMARTI », quant à lui, est d'une précision qui laisse à désirer dans le cas d'une configuration asymétrique de conducteurs. Une telle configuration existe lors d'une analyse de transitoires sur une section de ligne non transposée, ou avec plusieurs circuits en parallèle. En raison de cette limitation, le modèle « JMARTI » est également rejeté.

Le modèle « LMARTI » fournit des résultats précis dans toutes les configurations de conducteurs. La difficulté avec ce modèle réside dans la synthèse des matrices de transformation. La stabilité numérique des approximations est une préoccupation, en particulier lorsque utilisé avec les lignes aériennes [10], et il est difficile d'assurer la stabilité sans recourir à des méthodes particulières plus difficiles à mettre en œuvre.

Le modèle « Z-Line » fonctionne directement dans le domaine des phases et est ainsi libre de tout calcul relié aux matrices de transformation ou convolutions récursives. Sa programmation est plus simple que le modèle « LMARTI » pour une précision équivalente. Le fait de segmenter la ligne introduit une baisse de performance mais les valeurs intermédiaires sont disponibles sans calcul additionnel, ce qui n'est pas le cas avec les autres modèles. Malgré tout, les essais de performance effectués par Castellanos & Martí [14] indiquent une vitesse comparable au modèle « LMARTI ». Il a donc été déterminé que le modèle « Z-Line » répond le mieux aux exigences de ce travail et celui-ci a été retenu.

2.2 Calcul des paramètres des lignes de transmission : module YZ_ligne

Le premier module développé est « YZ_ligne », qui est conçu pour fournir les paramètres d'impédance et d'admittance d'une ligne de transmission. L'obtention de ces paramètres est la première étape de modélisation d'une ligne de transmission. Ceux-ci sont obtenus à différentes fréquences, c'est-à-dire en tenant compte de l'effet pelliculaire et incluant les termes de correction de Carson. Les faisceaux de conducteurs sont pris en charge et les faisceaux réguliers peuvent être spécifiés d'une manière compacte par trois paramètres : le nombre de conducteurs du faisceau, l'angle entre l'axe des x et le premier conducteur (α) et la distance entre deux conducteurs adjacents du faisceau (d), illustrés à la Figure 23.

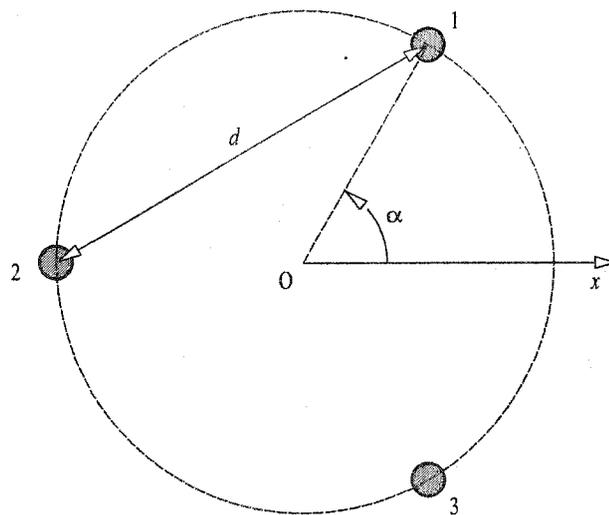


Figure 23 Spécification d'un faisceau régulier

Le module YZ_ligne est une fonction Matlab définie comme suit :

$$[P, Z_{\text{pertes}}, R_{\text{dc}}] = \text{YZ_ligne}(\text{phase}, x, h_p, h_m, r_1, r_2, r_{\text{dc}}, \text{ncf}, d, \alpha, \rho, \text{freq}).$$

Les dix premiers paramètres sont des vecteurs comportant une valeur pour chaque câble à l'exception des faisceaux réguliers spécifiés de manière compacte qui nécessitent une

seule valeur pour tout le faisceau. Les données de positionnement se mesurent à partir du centre d'un conducteur ou à partir du centre d'un cercle générateur de faisceau, selon le cas, tandis que les autres paramètres (rayons, résistance) se rapportent toujours aux conducteurs physiques. Explication des paramètres dans l'ordre :

- a. phase : numéro de phase (1, 2, 3, ...), 0 pour un fil neutre. Peut être répété, auquel cas les conducteurs correspondants sont considérés comme formant un faisceau (possiblement irrégulier).
- b. x : position horizontale à partir d'une position de référence qui doit être la même pour tous les conducteurs (m);
- c. h_p : hauteur du câble au pylône (m);
- d. h_m : hauteur du câble à mi-chemin entre deux pylônes (m);
- e. r_1 : rayon interne du conducteur tubulaire (zéro pour un conducteur plein) (mm);
- f. r_2 : rayon externe du conducteur (mm);
- g. r_{dc} : résistance du conducteur par kilomètre en courant continu (Ω/km);
- h. n_{cf} : nombre de conducteurs formant le faisceau régulier (1 si conducteur unique);
- i. d : distance d du faisceau régulier (zéro si conducteur unique) (m);
- j. α : angle α du faisceau régulier (zéro si conducteur unique) (deg.);
- k. ρ : résistivité du sol ($\Omega \cdot \text{m}$);
- l. freq : vecteur des fréquences auxquelles évaluer l'impédance interne (Hz).

Les variables de retour correspondent au système de conducteurs équivalent, après le groupement des faisceaux et l'élimination des fils neutres :

- a. P : matrice des coefficients de potentiel ($n \times n$) (km/F);
- b. Z_{pertes} : impédance de pertes à chaque fréquence (tableau $n \times n \times m$) (Ω/km);
- c. R_{dc} : résistance en courant continu ($n \times n$) (Ω/km).

Ici, n est le nombre de phases et m est le nombre de fréquences.

Il est possible d'empêcher l'élimination des fils neutres en leur assignant un numéro de phase non nul.

2.2.1 Détails de fonctionnement

Un calcul préliminaire permet d'obtenir les données des conducteurs physiques (positions horizontales, hauteurs, rayons, résistances) en développant tous les faisceaux réguliers pouvant être présents. Les conducteurs sont aussi ordonnés en commençant par les premiers conducteurs de chaque faisceau, suivis des conducteurs supplémentaires des faisceaux, puis les conducteurs neutres. L'objectif de cet ordonnancement est de faciliter l'élimination des fils de potentiel zéro en les plaçant à la fin de la matrice. Une fois cette étape accomplie, la matrice des coefficients de potentiel $[P]$ est calculée pour le système de conducteurs physiques. Celle-ci est ensuite réduite pour représenter le système équivalent des conducteurs par une étape de groupement des faisceaux et d'élimination des fils neutres. $[P]$ est calculée une seule fois car elle ne varie pas en fréquence. Le calcul de $[Z]$ est alors effectué à chaque fréquence en tenant compte de l'inductance externe, l'impédance interne et des termes de correction de Carson. $[Z]$ est réduite puis l'impédance externe en est soustraite pour ne conserver que l'impédance de pertes $[Z_{\text{pertes}}]$ du conducteur. L'organigramme de ce fonctionnement est illustré à la Figure 24.

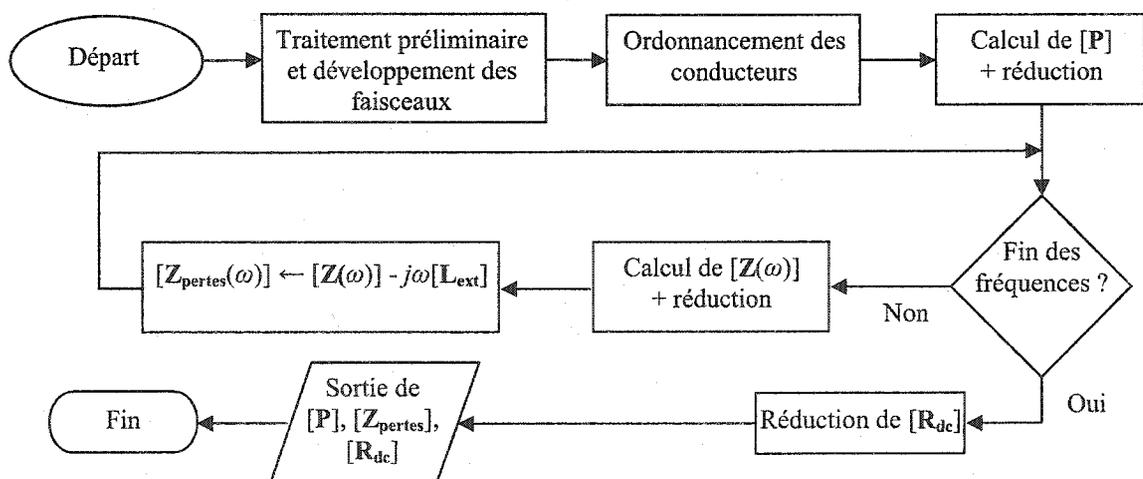


Figure 24 Organigramme de fonctionnement du module YZ_line

2.2.2 Expérimentation

La validation du module YZ_ligne s'est effectuée en comparant ses résultats avec ceux fournis par la routine LINE CONSTANTS de EMTP pour deux cas. Les paramètres ont été calculés aux fréquences 60 Hz et 10 kHz, avec et sans les termes de correction de Carson.

2.2.2.1 Description des cas d'expérimentation

Le premier cas concerne une ligne de transport de 735 kV utilisée au Québec, dont la configuration paraît à la Figure 25 et les données des conducteurs au Tableau III. La résistivité du sol est $100 \Omega \text{ m}$. Pour cet exemple, on suppose que la ligne n'est pas transposée.

L'utilisation de la fonction YZ_ligne est montrée à la Figure 26 (les commentaires ont été ajoutés pour améliorer la lisibilité). À noter que le conducteur neutre est traité comme un faisceau de deux conducteurs, bien que les deux conducteurs auraient pu être entrés séparément pour un résultat identique.

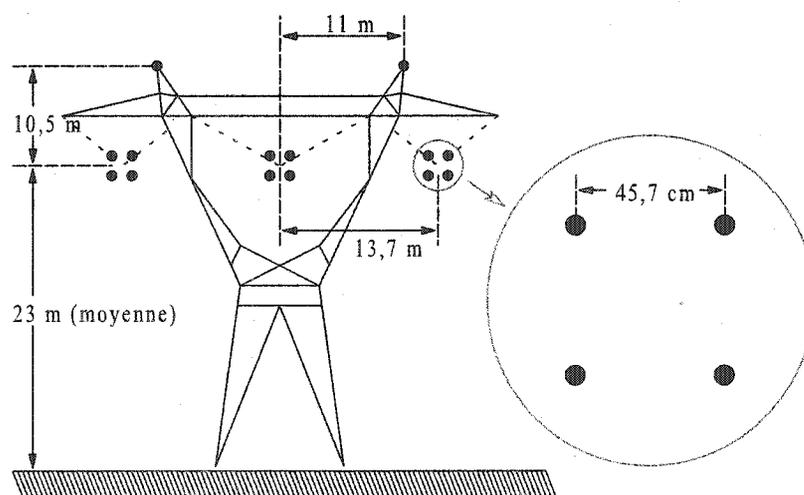


Figure 25 Configuration géométrique de la ligne à 735 kV

Tableau III

Données des conducteurs de la ligne à 735 kV

Phases	
Rayon interne	8,77 mm
Rayon externe	15,19 mm
Résistance en courant continu	0,0701 Ω /km
Neutres	
Rayon	4,89 mm
Résistance en courant continu	1,52 Ω /km

```
[P, Zpertes, Rdc] = YZ_ligne([0,1,2,3],... % numéros de phases
[0,-11,0,11],... % positions horizontales
[33.5,23,23,23], [33.5,23,23,23],... % hauteurs
[0,8.77,8.77,8.77],[4.89,15.19,15.19,15.19],... % rayons
[1.52,.0701,.0701,.0701],... % résistances en courant continu
[2,4,4,4],... % nombre de conducteurs par faisceau
[22,.457,.457,.457],... % séparations du faisceau
[0,45,45,45],... % angles du premier conducteur du faisceau
100,... % résistivité du sol
[60 10000]); % fréquences
```

Figure 26 Commande d'exécution du premier cas de calcul de paramètres de lignes

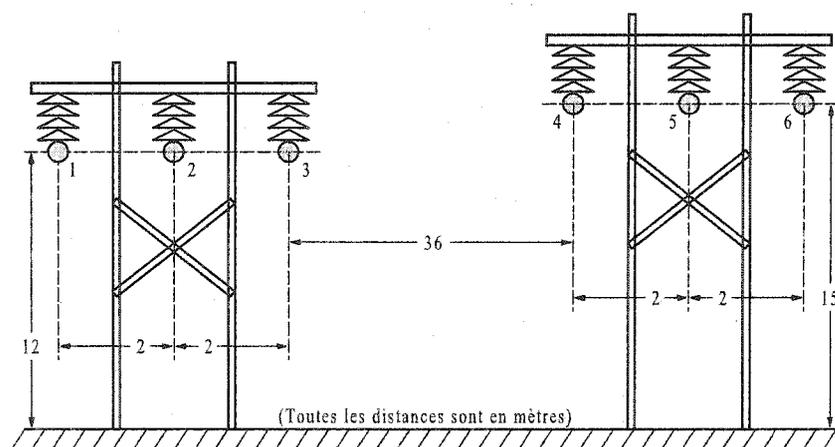


Figure 27 Configuration du circuit à six phases (tiré de [14])

Le second cas est tiré de [14], circuit à six phases formé de deux circuits triphasés parallèles non transposés (Figure 27 et Tableau IV). La résistivité du sol est $100 \Omega \cdot \text{m}$. Le schéma indique les hauteurs moyennes.

Tableau IV

Données des conducteurs du circuit à six phases

Nom	Valeur
Rayon interne	7,5 mm
Rayon externe	12,1 mm
Résistance en courant continu	0,175 Ω/km

2.2.2.2 Résultats

Tableau V

Erreurs maximales sur les paramètres de ligne en comparaison avec EMTP

Cas	Erreur sur [Z] omettant les termes de correction de Carson		Erreur sur [Z] incluant les termes de correction de Carson		Erreur sur [P]
	60 Hz	10 kHz	60 Hz	10 kHz	
1	0,00017 %	0,18 %	2,0 %	3,1 %	0,00017 %
	0,00049 %	0,40 %	3,1 %	3,6 %	0,00022 %
2	0,00035 %	0,0035 %	0,81 %	3,3 %	0,00019 %
	0,00023 %	0,00021 %	3,3 %	4,7 %	0,00019 %

Le premier pourcentage donné au Tableau V est l'erreur maximale sur les termes diagonaux, le second est l'erreur maximale sur les termes mutuels. L'erreur négligeable

sur la matrice des coefficients de potentiels indique que les deux programmes emploient une méthode de calcul identique. La même observation est faite pour les calculs d'impédance, bien que EMTP emploie un calcul basé sur les fonctions de Kelvin tandis que YZ_ligne évalue directement les fonctions de Bessel (équation 1.48). La disparité plus importante observée avec les termes de correction de Carson ajoutés s'explique par le fait que EMTP emploie les séries convergentes tandis que YZ_ligne utilise l'approximation de Dubanton. On observe une erreur maximale de l'ordre de 5 %, ce qui est suffisamment précis pour les besoins de ce travail.

2.3 Synthèse de l'impédance de pertes : module zligne

L'on sait d'après la Figure 9 que chaque segment du modèle « Z-Line » est constitué d'une partie de propagation idéale, ainsi que d'une partie $[Z_{\text{pertes}}]$ représentant les pertes engendrées par les conducteurs non idéaux ainsi que les termes de correction de Carson (équation 1.34). Cette impédance de pertes est une matrice pleine, fonction de la fréquence, qui doit être synthétisée par un circuit formé d'éléments invariants afin d'être transférée au domaine temporel. Le circuit d'approximation proposé par Castellanos & Martí [14] est illustré à la Figure 11, l'impédance de ce circuit est $[Z_{\text{approx}}]$, c'est-à-dire qu'il fournit une approximation de l'impédance analytique $[Z_{\text{pertes}}]$. Une notation utilisant l'inverse des éléments a été adoptée dans le présent travail, c'est-à-dire que la résistance est remplacée par une conductance $[G]$ ($= [R]^{-1}$) (sauf pour la résistance en courant continu) et l'inductance est remplacée par une inductance inverse $[B]$ ($= [L]^{-1}$). L'utilisation des inverses est plus naturelle dans la procédure de synthèse et évite d'avoir à inverser les matrices une seconde fois lors de la simulation. De plus, les matrices résultant de l'approximation ont tendance à être mal conditionnées alors on conserve le maximum de précision en évitant leur inversion. Avec cette nouvelle notation, le circuit de la Figure 9 est maintenant représenté par le circuit de la Figure 28; il s'agit du même circuit dans lequel les éléments sont changés pour respecter la notation employée.

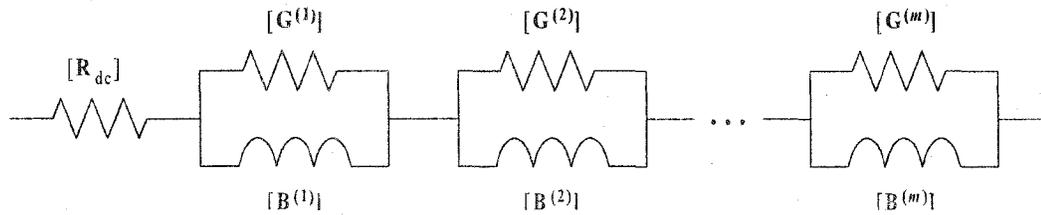


Figure 28 Circuit de synthèse de l'impédance de pertes

L'impédance de ce circuit est

$$[\mathbf{Z}_{\text{approx}}] = [\mathbf{R}_{\text{dc}}] + \left(\left[\mathbf{G}^{(1)} \right] - \frac{j}{\omega} \left[\mathbf{B}^{(1)} \right] \right)^{-1} + \dots + \left(\left[\mathbf{G}^{(m)} \right] - \frac{j}{\omega} \left[\mathbf{B}^{(m)} \right] \right)^{-1} \quad (2.1)$$

Le rôle du module « zligne » est de déterminer les valeurs des éléments polyphasés et couplés $[\mathbf{G}^{(q)}]$ et $[\mathbf{B}^{(q)}]$, $1 \leq q \leq m$, de telle sorte que $[\mathbf{Z}_{\text{approx}}]$ approxime $[\mathbf{Z}_{\text{pertes}}]$ sur la plage de fréquences désirée, avec la meilleure précision possible. De plus, la stabilité de l'approximation est essentielle, c'est-à-dire que $[\mathbf{Z}_{\text{approx}}]$ doit être définie positive à toutes les fréquences, sinon la simulation du circuit diverge. Le calcul des $[\mathbf{G}^{(q)}]$ et $[\mathbf{B}^{(q)}]$ s'effectue en deux étapes, tout d'abord une étape de détermination coordonnée dont le rôle est de fournir une valeur initiale stable, suivi par une phase d'optimisation pour diminuer l'erreur. Le module zligne est une fonction Matlab définie par :

$$[\mathbf{G}, \mathbf{B}] = \text{zligne}(\mathbf{Z}_{\text{pertes}}, \mathbf{R}_{\text{dc}}, \mathbf{f})$$

Les variables $\mathbf{Z}_{\text{pertes}}$ (Ω/km) et \mathbf{R}_{dc} (Ω/km) sont fournies par le module YZ_ligne; \mathbf{f} est le vecteur des m fréquences (Hz). En sortie, \mathbf{G} (S·km) et \mathbf{B} (km/H) sont des tableaux tridimensionnels $n \times n \times m$.

2.3.1 Étape de détermination coordonnée

Cette première étape permet d'avoir une valeur initiale des $[\mathbf{G}^{(q)}]$ et $[\mathbf{B}^{(q)}]$, éléments constitutifs des blocs d'approximation, fournissant une impédance $[\mathbf{Z}_{\text{approx}}]$ stable. La précision n'est pas recherchée à ce stade, seulement la stabilité est essentielle. Cette

dernière condition est respectée par l'allocation simultanée de tous les éléments de la matrice à une même fréquence afin de leur conférer des pôles identiques.

2.3.1.1 Méthode mise au point

La procédure de détermination originale telle que décrite dans la littérature [14] a été détaillée au point 1.1.2.2.3. Cette procédure telle que programmée n'a pas donné des résultats satisfaisants pour l'ensemble des essais effectués. Le problème observé se manifeste à l'étape d'optimisation, celle-ci conduisant à une approximation instable lorsque plusieurs blocs sont utilisés, ou encore étant incapable de converger vers une solution. La raison est due à l'erreur excessive sur $[Z_{approx}]$, qui forme alors une solution initiale trop imprécise pour permettre à l'optimisation de fonctionner.

Suite à l'échec rencontré avec la première méthode, des tentatives avec la version améliorée de la procédure détaillée dans [26] ont été effectuées. L'amélioration en question consiste à tenir compte de l'influence des blocs précédents lors du calcul d'un nouveau bloc. La somme des contributions de tous les blocs existants est simplement soustraite de l'impédance analytique avant l'allocation d'un nouveau bloc. On peut s'attendre à priori que cette méthode améliorée fournisse de meilleurs résultats. Cependant, dans sa forme telle que programmée, cette méthode améliorée conduit systématiquement à une impédance instable lorsque le rapprochement des blocs dépasse un certain seuil. Une recherche a révélé que ce problème est causé par la contribution des blocs précédents trop rapprochés, pouvant être démontré par un exemple d'approximation d'une impédance Z_{pertes} quelconque où les blocs sont choisis assez rapprochés, c'est-à-dire un bloc par décade.

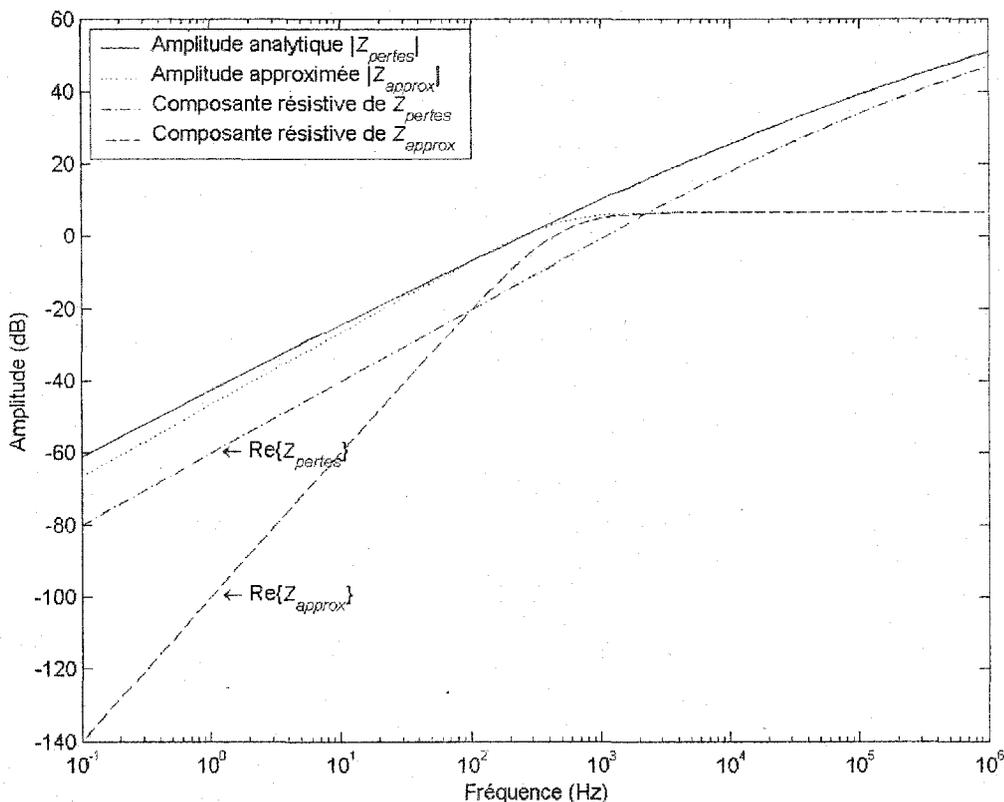


Figure 29 Approximation d'impédance avec un bloc situé à 100 Hz

La Figure 29 illustre l'allure de la courbe d'approximation après l'ajout d'un premier bloc calculé à $f_1 = 100$ Hz. Le prochain bloc doit être calculé à $f_2 = 1\ 000$ Hz. Les parties réelles de l'impédance analytique Z_{perles} et l'impédance approximée Z_{approx} sont aussi tracées afin de pouvoir les comparer. On voit que la composante résistive de Z_{approx} est supérieure à la composante résistive de Z_{perles} dans l'intervalle débutant à la fréquence f_1 et se terminant un peu plus loin. La fréquence $f_2 = 1\ 000$ Hz est située dans cet intervalle. Le problème est donc que la soustraction de la contribution de ce bloc à la fréquence f_2 donne une résistance négative, ce qui veut dire un circuit instable. Si, par exemple, le prochain bloc était ajouté à 10 000 Hz au lieu de 1 000 Hz, alors la résistance ne serait pas négative. La question est de comment régler ce problème sans être obligé de trop augmenter l'espacement des blocs. C'est possible en remarquant que si on procède en sens inverse, c'est-à-dire en calculant les blocs de la plus haute fréquence vers la plus

basse fréquence, alors la composante résistive de Z_{approx} est toujours inférieure à celle de Z_{pertes} .

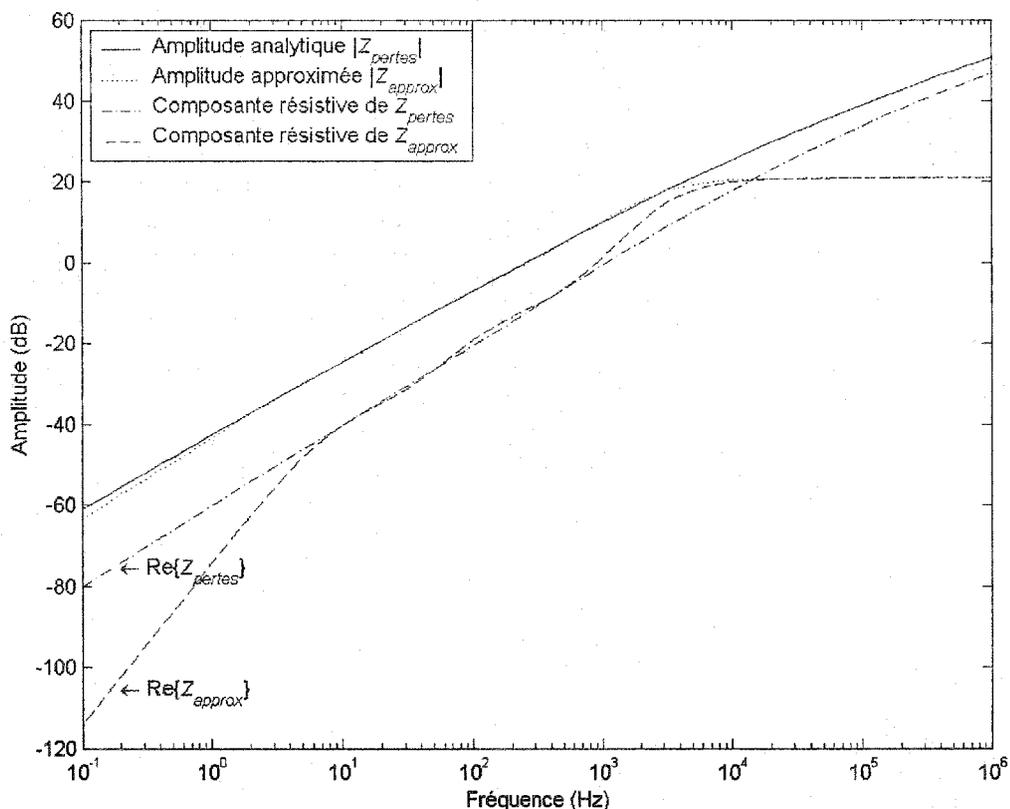


Figure 30 Approximation d'impédance en procédant en sens inverse

Le même exemple est repris en calculant cette fois trois blocs à 1 000 Hz, 100 Hz et 10 Hz (dans l'ordre). Le résultat est illustré à la Figure 30 où on peut remarquer que cette façon de procéder ne conduit jamais à une résistance négative. Cette façon de procéder en sens inverse est valable pour une approximation de matrices couplées, qui est justement la situation des lignes de transmission polyphasées lorsque les termes de correction de Carson sont ajoutés. Dans un tel cas le circuit est stable si les valeurs propres de l'approximation $[Z_{pertes}]$ sont à partie réelle positive à toutes les fréquences. La procédure de détermination coordonnée complète est illustrée à la Figure 31.

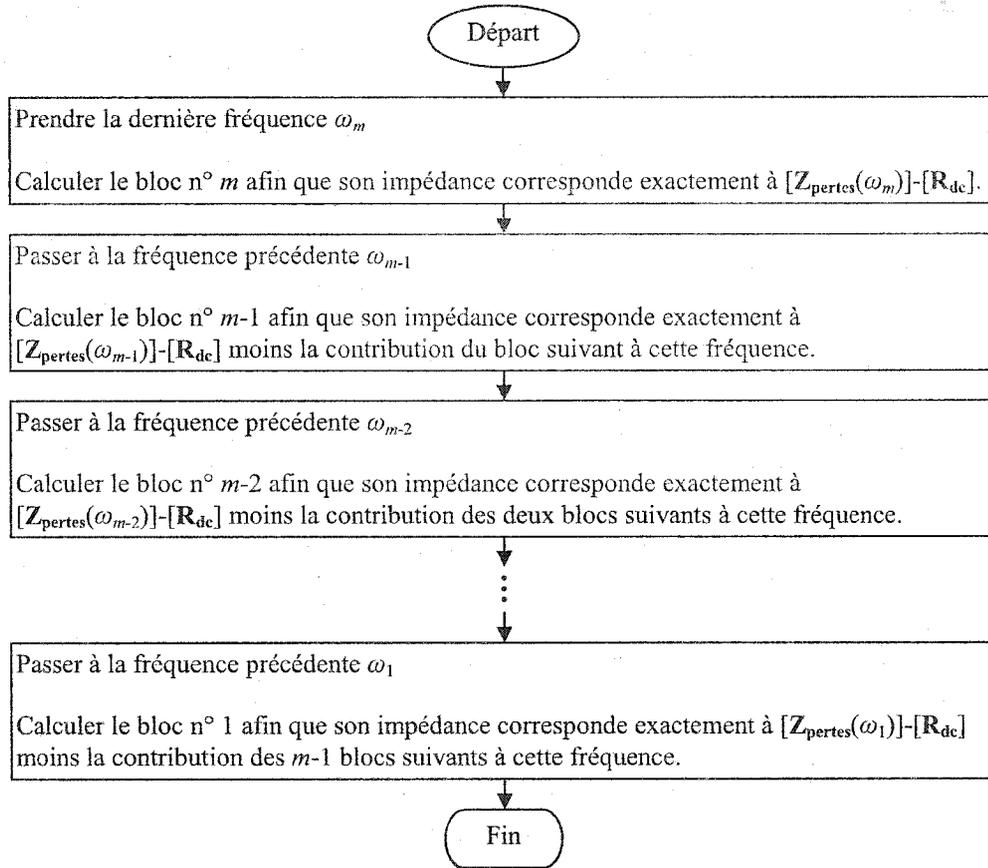


Figure 31 Procédure de détermination coordonnée proposée

2.3.1.2 Formules de calcul des éléments G et B

Cette section montre la formule utilisée par le module zligne permettant d'obtenir les éléments d'un bloc parallèle polyphasé. Soit une impédance connue $[Z_a] = [R_a] + j[X_a]$ à une fréquence ω , on cherche à déterminer $[G]$ et $[B]$ de telle sorte que l'impédance du bloc à cette fréquence corresponde à $[Z_a]$. L'algèbre matricielle doit être utilisée pour ces calculs et non pas une évaluation terme à terme étant donné qu'on travaille avec des éléments couplés. Alors on a

$$\left([G] - \frac{j}{\omega} [B] \right)^{-1} = [R_a] + j[X_a]. \quad (2.2)$$

C'est-à-dire

$$[\mathbf{G}] - \frac{j}{\omega} [\mathbf{B}] = ([\mathbf{R}_a] + j[\mathbf{X}_a])^{-1} = [\mathbf{Z}_a]^{-1}. \quad (2.3)$$

D'après l'équation (2.3) on obtient

$$[\mathbf{G}] = \text{Re}\{[\mathbf{Z}_a]^{-1}\} \quad (2.4)$$

$$[\mathbf{B}] = -\omega \text{Im}\{[\mathbf{Z}_a]^{-1}\}. \quad (2.5)$$

2.3.2 Procédure d'optimisation

Une erreur existe entre $[\mathbf{Z}_{\text{pertes}}]$ et $[\mathbf{Z}_{\text{approx}}]$ suite à l'étape de détermination coordonnée. Castellanos & Martí [14] proposent de minimiser cette erreur par une procédure d'optimisation basée sur les moindres carrés. L'expérimentation de cette approche telle que comprise a conduit dans certains cas à une impédance d'approximation instable, ce qui peut s'expliquer par le fait qu'une optimisation est conçue pour trouver un minimum (d'erreur) sans égard à la stabilité du résultat. Cette approche nécessite donc des recherches supplémentaires et l'avenue n'a pas été étudiée plus avant en raison de sa complexité apparente.

L'autre approche proposée par Yu & Martí [26] évite cette complexité en recourant à une procédure itérative plus sécuritaire similaire à la méthode de Gauss-Seidel. La méthode mise au point pour le présent travail se distingue par le fait que les fréquences sont parcourues en ordre inverse. La méthode est quasi-identique à la procédure de détermination coordonnée de la Figure 31 : les fréquences sont parcourues (dans l'ordre inverse) et chaque bloc est recalculé en soustrayant l'influence des $m-1$ autres blocs déjà existants. L'erreur d'amplitude est alors vérifiée, si celle-ci a diminué alors le jeu de nouveaux blocs est retenu. Plusieurs de ces itérations sont effectuées; ce nombre a été fixé à 40.

2.3.2.1 Calcul de l'erreur

L'erreur sur un jeu de blocs est calculée de la manière suivante : pour chaque fréquence, la matrice d'erreur sur l'amplitude en décibels est

$$[Z_{\text{erreur}}] = \left[[Z_{\text{pertes}}(\omega_q)] \right]_{\text{dB}} - \left[[Z_{\text{approx}}(\omega_q)] \right]_{\text{dB}}.$$

Cette matrice d'erreur est symétrique. Les termes de la partie triangulaire inférieure (incluant la diagonale) de $[Z_{\text{erreur}}]$ sont élevés au carré puis additionnés, ce qui fournit l'erreur pour la fréquence ω_q , disons ε_q . Suite aux calculs de tous les ε_q , ceux-ci sont additionnés, fournissant l'erreur pour le jeu de blocs, disons ε_{jeu} , donnée par :

$$\varepsilon_{\text{jeu}} = \sum_{q=1}^m \varepsilon_q.$$

2.3.3 Résultats d'expérimentation

La configuration utilisée pour les essais est la ligne à 735 kV détaillée à la Figure 25 et au Tableau III. Ici les conducteurs neutres ne sont pas éliminés, conduisant à des matrices d'ordre quatre où la première phase est assignée au neutre. Les courbes d'approximation sont tracées pour le terme diagonal Z_{22} ainsi que pour le terme mutuel Z_{31} .

La première approximation couvre la plage fréquentielle de 1 Hz à 100 kHz avec trois blocs seulement (Figure 32 et Figure 33) et donne une approximation passable entre 10^0 et 10^5 Hz, plage en dehors de laquelle l'erreur est plus apparente. La seconde approximation couvre la plage fréquentielle de 0,1 Hz et 1 MHz avec huit blocs (Figure 34 et Figure 35) et la précision supplémentaire est atteinte au prix de beaucoup de nœuds intermédiaires, d'où l'intérêt d'utiliser moins de blocs pour simuler un réseau entier comportant plusieurs lignes très longues afin de ne pas dépasser la capacité de l'ordinateur.

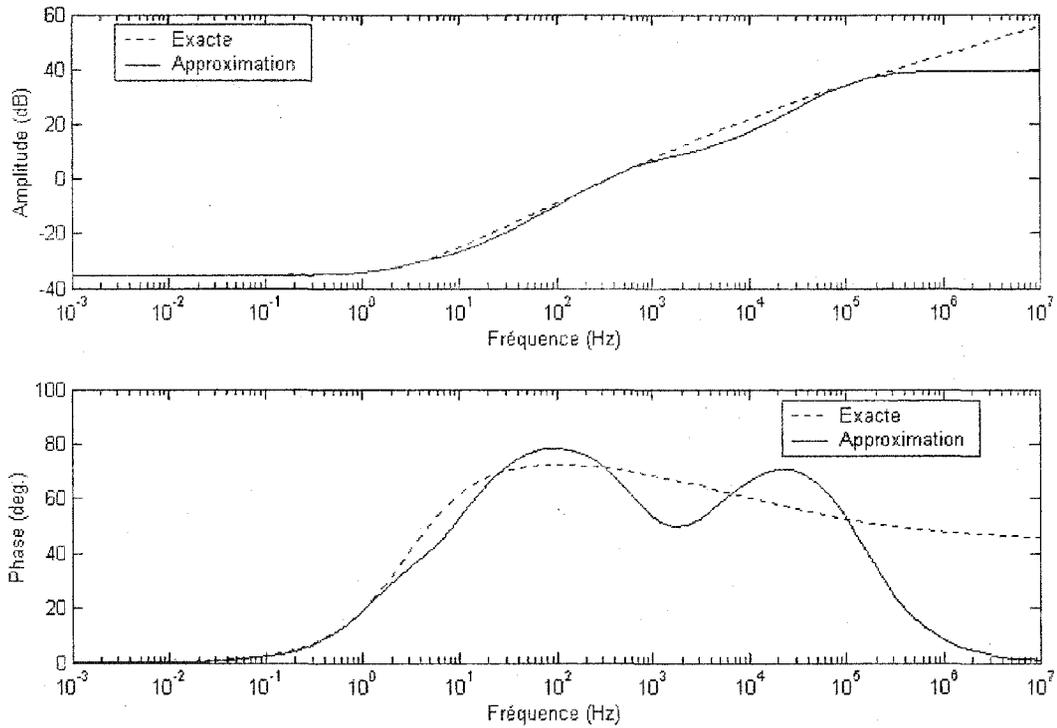


Figure 32 Synthèse avec trois blocs, terme diagonal Z_{22}

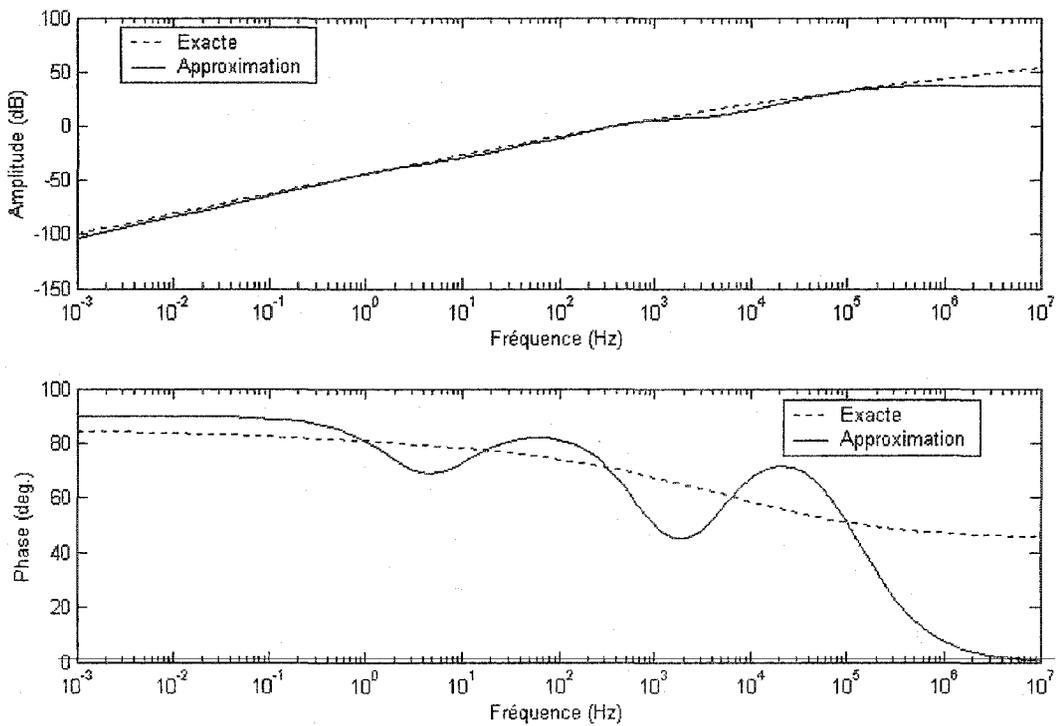


Figure 33 Synthèse avec trois blocs, terme mutuel Z_{31}

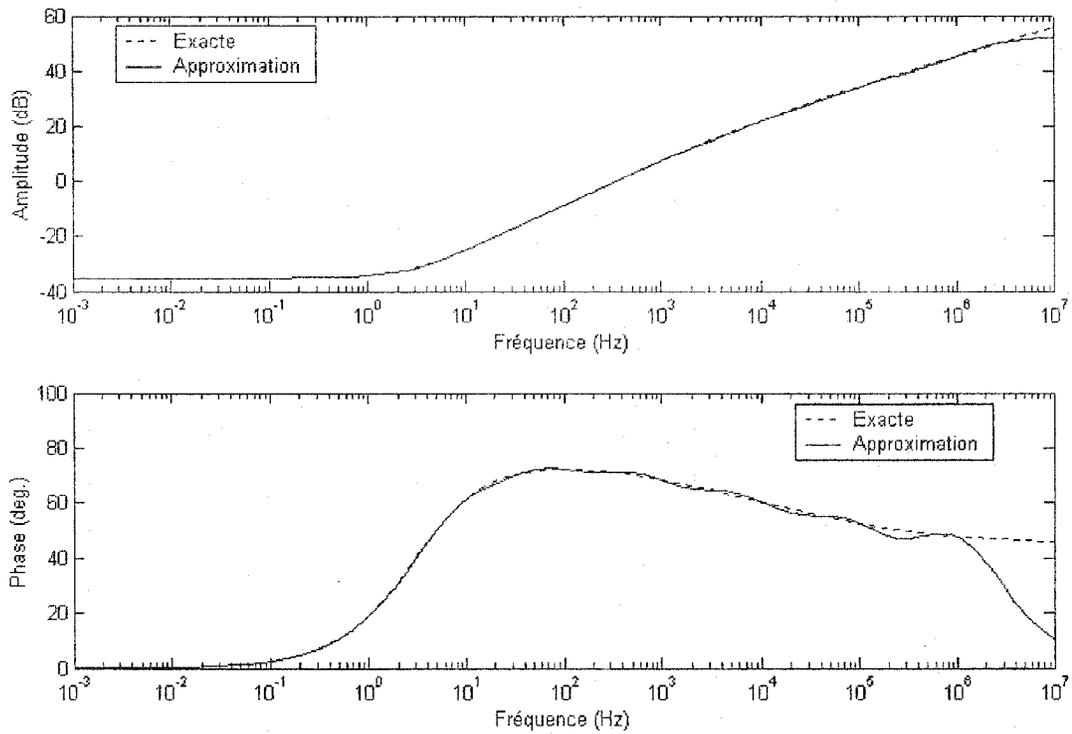


Figure 34 Synthèse avec huit blocs, terme diagonal Z_{22}

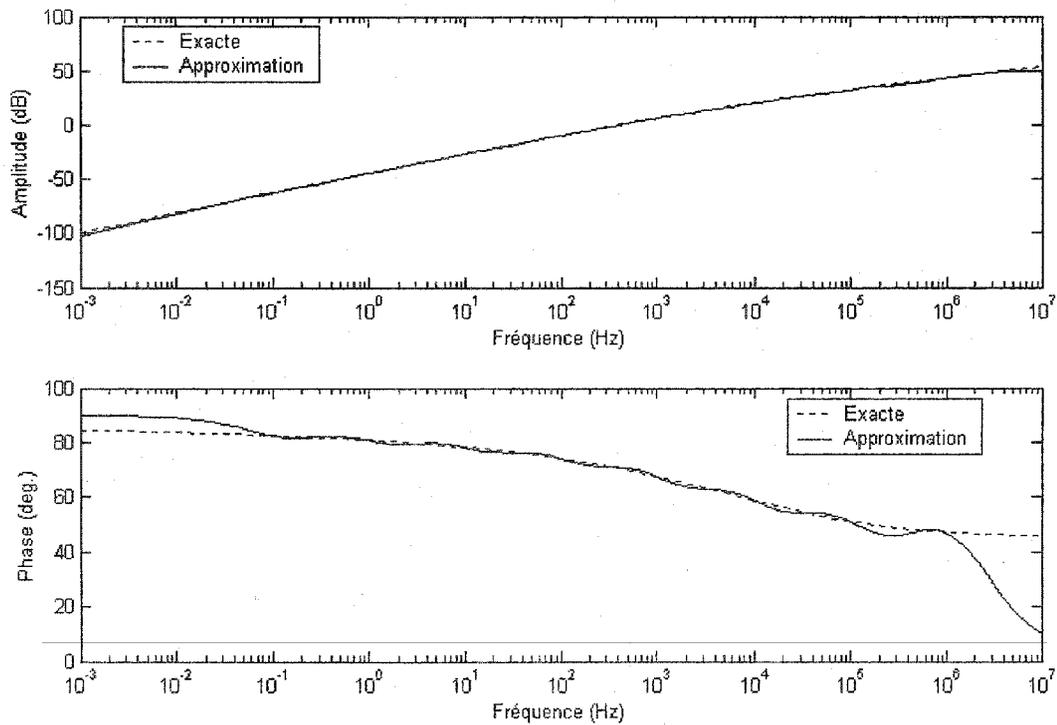


Figure 35 Synthèse avec huit blocs, terme mutuel Z_{31}

2.4 Aspects mathématiques de simulation numérique

Le principe de la simulation numérique est basé sur la discrétisation du jeu d'équations différentielles du circuit électrique, suivie de sa résolution sur un intervalle $[0, t_{max}]$. Plus précisément, l'instant exact de chaque solution est t , donc sur l'intervalle $[\Delta t, t_{max}]$. Le moteur de simulation utilise un pas de simulation Δt fixe et la méthode trapézoïdale est utilisée comme règle d'intégration numérique principale. La méthode backward-Euler sert également pour réinitialiser la solution après un instant de discontinuité, cet aspect sera vu ultérieurement.

Le style de programmation préconisé dans Matlab est d'utiliser le plus possible du code vectorisé afin d'en tirer la meilleure performance, ce qui implique de recourir aux opérations matricielles et vectorielles. La vectorisation offre l'avantage additionnel de lisibilité et de compréhension du code. La notation matricielle se prête bien à la représentation et simulation des circuits électriques, dont la solution est donnée par la résolution d'un système d'équations.

2.4.1 Système principal d'équations

Le système principal d'équations choisi pour le moteur de simulation est le même que celui de MatEMTP [17]. C'est un système augmenté qui permet le placement de tous les éléments sans restriction sur leurs nœuds de branchement. Le nœud zéro est le nœud de référence et n'est pas inclus dans le système. Ce système est défini ainsi :

$$[\mathbf{Y}_{aug}] \mathbf{V}_{aug} = \mathbf{I}_{aug} \quad (2.6)$$

Sous forme développée :

$$\begin{bmatrix} [\mathbf{Y}_n] & [\mathbf{A}_{st}] & [\mathbf{A}_{int}] \\ [\mathbf{A}_{st}]^T & [\mathbf{0}] & [\mathbf{0}] \\ [\mathbf{A}_{int}]^T & [\mathbf{0}] & [\mathbf{B}_{int}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_n \\ \mathbf{I}_{st} \\ \mathbf{I}_{int} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_n \\ \mathbf{V}_{st} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Avec :

- a. $[\mathbf{Y}_n]$: matrice $N \times N$ d'admittance nodale excluant les interrupteurs;
- b. $[\mathbf{A}_{st}]$: matrice $N \times n_{st}$ d'adjacence des sources de tension;
- c. $[\mathbf{A}_{int}]$: matrice $N \times n_{int}$ d'adjacence des interrupteurs fermés;
- d. $[\mathbf{B}_{int}]$: matrice $n_{int} \times n_{int}$ diagonale binaire des interrupteurs ouverts servant à annuler leurs courants;
- e. \mathbf{V}_n : vecteur $N \times 1$ des tensions nodales inconnues;
- f. \mathbf{I}_{st} : vecteur $n_{st} \times 1$ des courants inconnus circulant dans les sources de tension;
- g. \mathbf{I}_{int} : vecteur $n_{int} \times 1$ des courants circulant dans les interrupteurs;
- h. \mathbf{I}_n : vecteur $N \times 1$ des injections de courants nodales connues;
- i. \mathbf{V}_{st} : vecteur $n_{st} \times 1$ des tensions connues des sources de tension.

Ce système peut servir aussi bien pour la solution en régime permanent que pour la solution temporelle discrète. Dans le premier cas les valeurs sont des phaseurs, dans le second ce sont des nombres réels. Seulement la solution temporelle discrète est utilisée ici.

2.4.2 Définition des matrices d'adjacence

À chaque type de composante (k) est associé une matrice d'adjacence $[\mathbf{A}_k]$ qui renferme les informations sur les nœuds de branchement des composantes. Dans ce travail, chaque matrice d'adjacence est une matrice creuse de N rangées et d'un nombre de colonnes égal au nombre d'éléments, sachant qu'une composante à n phases occupe n colonnes dans la matrice d'adjacence. Soit la colonne x référant à l'une des composantes, alors A_{ix} ($1 \leq i \leq N$) est 1 si i est le nœud côté positif, -1 si i est le nœud côté négatif, 0 autrement. Par exemple, la matrice d'adjacence du circuit de la Figure 36 est :

$$[\mathbf{A}] = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

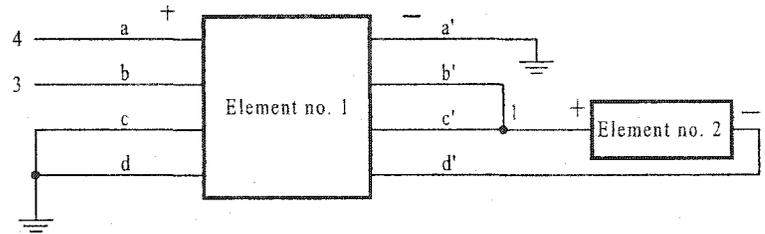


Figure 36 Exemple de branchement d'éléments du même type

2.4.3 Représentation des composantes électriques

Les composantes électriques sont énumérées dans le Tableau VI. Les sous-sections suivantes expliquent comment chaque type de composante est traité en se référant aux données de ce tableau.

2.4.3.1 Sources

À chaque type de source (k) correspond un vecteur colonne \mathbf{I}_k (source de courant) ou \mathbf{V}_k (source de tension) renfermant les valeurs des sources de ce type au temps t . Le vecteur \mathbf{I}_n de l'équation (2.7) est déterminé d'après toutes les sources de courant :

$$\mathbf{I}_n(t) = \sum_{k=cc,ac, choc, hl, hc} [\mathbf{A}_{I_k}] \mathbf{I}_k(t). \quad (2.9)$$

Le vecteur \mathbf{V}_{st} de l'équation (2.7), quant à lui, est formé par la concaténation verticale de tous les vecteurs des sources de tension :

$$\mathbf{V}_{st}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{cc} \\ \mathbf{V}_{ac}(t) \\ \mathbf{E}_{kchmh}(t) \end{bmatrix}. \quad (2.10)$$

La matrice d'adjacence des sources de tension $[\mathbf{A}_{st}]$ de l'équation (2.7) est formée par la concaténation horizontale de toutes les matrices d'adjacences des sources de tension :

$$[\mathbf{A}_{st}] = \left[\left[\mathbf{A}_{V_{cc}} \right] \left[\mathbf{A}_{V_{ac}} \right] \left[\mathbf{A}_{E_{kchmh}} \right] \right]. \quad (2.11)$$

Un vecteur nul (0×1) avec une matrice d'adjacence nulle ($N \times 0$) sont utilisés en cas d'absence de composante d'un certain type.

2.4.3.2 Composantes passives

À chaque type de composante passive (k) correspond une matrice d'admittance $[\mathbf{Y}_k]$ qui est une matrice creuse bloc diagonale renfermant les matrices d'admittance individuelles $[\mathbf{Y}_k^{(i)}]$ (Figure 37). Cette matrice est donnée par :

$$[\mathbf{Y}_k] = \begin{bmatrix} [\mathbf{Y}_k^{(1)}] & & & \\ & [\mathbf{Y}_k^{(2)}] & & \\ & & \dots & \\ & & & [\mathbf{Y}_k^{(n_k)}] \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

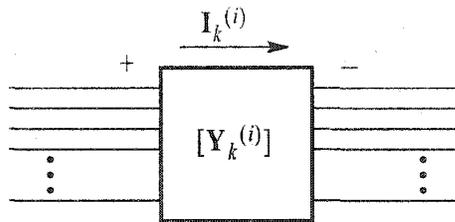


Figure 37 Modèle d'un élément polyphasé couplé

La résistance et l'inductance ne sont pas mentionnées au Tableau VI étant donné que ces composantes sont préalablement transformées en conductance ($[\mathbf{G}] = [\mathbf{R}]^{-1}$) et en inductance inverse ($[\mathbf{B}] = [\mathbf{L}]^{-1}$), respectivement. La contribution d'une matrice d'admittance $[\mathbf{Y}_k]$ à la matrice d'admittance nodale $[\mathbf{Y}_n]$ de l'équation (2.7) est donnée par la formule $[\mathbf{A}_k][\mathbf{Y}_k][\mathbf{A}_k]^T$. La matrice d'admittance nodale complète est donc donnée par :

$$[\mathbf{Y}_n] = \sum_{k=G,B,C} [\mathbf{A}_k][\mathbf{Y}_k][\mathbf{A}_k]^T \quad (2.13)$$

Tableau VI

Composantes représentées et les variables affectées

Catégorie	Équation de base	Variables affectées
Source de tension continue	$V_{cc}(t) = A$	elemVcc, adjVcc
Source de tension sinusoïdale	$V_{ac}(t) = A \cos(\omega t + \phi)$	elemVac, adjVac
Source de courant continu	$I_{cc}(t) = A$	elemIcc, adjIcc
Source de courant sinusoïdal	$I_{ac}(t) = A \cos(\omega t + \phi)$	elemIac, adjIac
Source d'onde de choc	$I_{choc}(t) = A(e^{-at} - e^{-bt})$	elemIchoc, adjIchoc
Source d'histoire, modèle d'inductance	$I_{HL}(t) = I_{HL}(t - \Delta t) - 2G_L v_L(t)$	elemIhl ¹
Source d'histoire, modèle de condensateur	$I_{HC}(t) = 2G_C v_C(t) - I_{HC}(t - \Delta t)$	elemIhc ¹
Source d'histoire, ligne à paramètres constants	$e_{kh}(t) = 2v_m(t - \tau) - e_{mh}(t - \tau)$ $e_{mh}(t) = 2v_k(t - \tau) - e_{kh}(t - \tau)$	elemEkhmkh, adjEkhmkh, adjEmhkh, adjVmk, ntau_cp
Conductance	$[Y_G^{(i)}] = [G]$	elemG, adjG
Inductance inverse	$[Y_B^{(i)}] = (\Delta t/2)[B]$	elemB, adjB, init_IL
Condensateur	$[Y_C^{(i)}] = (2/\Delta t)[C]$	elemC, adjC, init_VC
Interrupteur	—	elemINT, adjINT

2.5 Conception du moteur de simulation

Cette section présente la façon dont le moteur de simulation est programmé dans le langage Matlab, tout en passant en revue les points principaux de son fonctionnement interne.

¹ Variable déclarée dans la fonction « solution »

2.5.1 Structure de fonctionnement

Le moteur de simulation se constitue de deux fonctions Matlab, la première étant « prepare_circuit » qui parcourt la définition du circuit en créant toutes les matrices d'adjacences et matrices d'éléments. La seconde, « solution », renferme le code de la boucle de solution. Les deux fonctions sont définies de la façon suivante :

```
[variables du circuit, variables d'affichage] = prepare_circuit(circuit, dt)
[ts, Vout, Vaff] = solution(variables du circuit, tmax, dt, v_garde)
```

Description des variables :

- circuit : description du circuit à simuler fourni par l'utilisateur;
- dt : pas de simulation fourni par l'utilisateur;
- t_s : vecteur $1 \times n_{ts}$ des instants de simulation en seconde;
- V_{out} : matrice $n_{garde} \times n_{ts}$ conservant les tensions spécifiées par le vecteur v_garde;
- V_{aff} : matrice $(n_{aff} + n_{cables}) \times n_{ts}$ conservant les tensions des nœuds d'affichage;
- t_{max} : dernier instant de simulation fourni par l'utilisateur;
- variables du circuit : ensemble des variables contenant les matrices d'éléments et d'adjacence;
- variables d'affichage : ensemble des variables en relation avec l'animation graphique.

L'enregistrement des résultats concerne l'enregistrement des variables suivantes dans un fichier Matlab (extension .mat) :

- circuit : description du circuit;
- t_s : vecteur des instants de simulation;
- V_{out} : tensions demandées par l'utilisateur dans le vecteur v_garde;
- V_{aff} : tensions d'affichage;
- tr_x, tr_y, tr_z : coordonnées des tracés;
- tr_vnx, tr_vny : vecteurs perpendiculaires aux segments de lignes dans le plan XY.

additionnelles, et les opérateurs Matlab d'opérations terme à terme sont utilisés pour calculer ces fonctions au temps t , par exemple, pour une source de tension sinusoïdale on a l'opération suivante : $V_{ac}(t) = \text{elemVac}(:,1) .* \cos(\text{elemVac}(:,2)*t + \text{elemVac}(:,3))$.

Un interrupteur peut contenir plusieurs temps de commutation, chacun d'eux provoquant un changement d'état de l'interrupteur. Le nombre de colonnes de la variable `elemINT` est égal au plus grand nombre de commutations parmi tous les interrupteurs, plus un, la première colonne contenant l'état courant de l'interrupteur; les temps de commutation inutilisés ont la valeur « Inf ». Les instants de commutation sont stockés sous forme de numéro d'itération et non pas sous forme de temps.

2.5.3 Mise à jour des sources d'histoire des lignes à paramètres constants

La mise à jour des sources d'histoires d'une ligne à paramètres constants polyphasée (Figure 10) s'effectue à chaque itération par les équations (1.30) et (1.31). On peut réunir ces deux équations en une seule par la concaténation verticale des vecteurs :

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{k_h m_h}(t) &= 2\mathbf{v}_{m_k}(t-\tau) - \mathbf{E}_{m_h k_h}(t-\tau) \\ &= 2[\mathbf{A}_{m_k}]^T \mathbf{V}_n(t-\tau) - [\mathbf{A}_{m_h k_h}]^T \mathbf{V}_n(t-\tau) \end{aligned} \quad (2.14)$$

où $\mathbf{E}_{k_h m_h} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{k_h} \\ \mathbf{E}_{m_h} \end{bmatrix}$, $\mathbf{E}_{m_h k_h} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{m_h} \\ \mathbf{E}_{k_h} \end{bmatrix}$ et $\mathbf{v}_{m_k} = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_m \\ \mathbf{v}_k \end{bmatrix}$, pour chaque ligne.

Les deux matrices d'adjacence spéciales de l'équation (2.14) servent à obtenir les valeurs nécessaires des tensions. La première, $[\mathbf{A}_{m_k}]$, réfère aux tensions aux extrémités des lignes dans l'ordre indiqué (m,k). La seconde, $[\mathbf{A}_{m_h k_h}]$, réfère aux tensions des sources d'histoire dans l'ordre indiqué (m,k). Le vecteur des sources d'histoire $\mathbf{E}_{k_h m_h}$ est mis à jour dans l'ordre k,m, qui est l'ordre inverse par rapport aux matrices d'adjacences. Un exemple permet d'illustrer la teneur de ces matrices : la ligne biphasée de la Figure 39 est branchée aux nœuds 1,2 (côté « k ») et 3,4 (côté « m ») (les nœuds

internes 5,6,7 et 8 sont alloués automatiquement). Les matrices d'adjacences pour cet exemple sont :

$$[A_{mk}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad [A_{mbkh}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

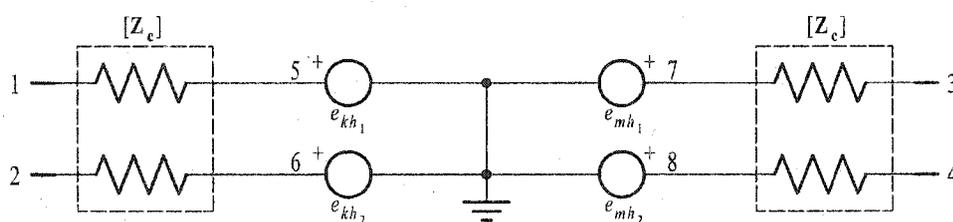


Figure 39 Exemple de branchement d'une ligne à paramètres constants

La variable `elemEkhmh` est une matrice ayant $\tau/\Delta t$ colonnes, où τ est le plus grand délai de propagation parmi toutes les lignes à paramètres constants présentes dans le circuit à simuler. En présence de lignes avec des délais de propagation différents, l'espace mémoire de certaines colonnes est « gaspillé » mais la simplicité obtenue justifie cet inconvénient. Une variable « `ntau_cp` » renferme le nombre de termes d'histoire de chaque ligne à paramètres constants; la mise à jour des termes d'histoire est un décalage des colonnes vers la gauche et un placement de la nouvelle valeur à la bonne colonne de chaque source d'histoire qui est donnée par « `ntau_cp` ». À la fin du délai de propagation, la valeur de la tension $E_{mbkh}(t-\tau)$ se retrouve dans la première colonne qui est la colonne utilisée pour l'insertion des tensions dans V_{st} de l'équation (2.7). La Figure 40 montre le code d'initialisation des variables; à noter que la variable « `indices_cp` » référence les données d'une matrice par un adressage linéaire. La Figure 41 illustre la simplicité du code devant être exécuté à chaque itération. Les essais ont

démontré que cette façon de procéder est légèrement plus performante que l'utilisation d'une matrice creuse de décalage.

```
tmp = size(elemEkmmh);
decalage = uint32([2:tmp(2) 1]); % vecteur de décalage
indices_cp = uint32((ntau_cp-1)*tmp(1)+(1:tmp(1))); % indices de placement
adjmaj_cp = (2*adjVmk - adjEmkhk).';
```

Figure 40 Initialisation des variables de mise à jour

```
elemEkmmh = elemEkmmh(:,decalage); % Décalage vers la gauche
elemEkmmh(indices_cp) = adjmaj_cp*V; % Nouvelle valeur de F
```

Figure 41 Mise à jour des sources d'histoire à chaque itération

2.5.4 Variables d'affichage

Tableau VII

Variables d'affichage

Nom de la variable	Description
adjaff	Matrice d'adjacence des tensions d'affichage avec colonnes NaN ($N \times (n_{\text{aff}} + n_{\text{câbles}})$)
V _{aff}	Matrice des tensions d'affichage de chaque câble suivies de NaN (en simple précision) ($(n_{\text{aff}} + n_{\text{câbles}}) \times n_{\text{ts}}$)
tr_x, tr_y, tr_z	Coordonnées x, y, z des points d'affichage pour chaque câble suivies de NaN ($1 \times (n_{\text{aff}} + n_{\text{câbles}})$)
tr_vnx, tr_vny	Composantes x et y des vecteurs unitaires perpendiculaires aux segments de ligne, suivies de NaN ($1 \times (n_{\text{aff}} + n_{\text{câbles}})$)

Les variables d'affichage listées au le Tableau VII sont utilisées avec les lignes « Z-Line » seulement. Les valeurs « NaN » mentionnées servent à rompre le segment lorsque les lignes sont tracées à l'écran avec la fonction « line » de Matlab. De cette façon, toutes les lignes sont en fait représentées dans Matalb par une seule ligne. Les vecteurs formés par tr_vnx et tr_vny sont utilisés pour représenter les formes d'ondes

dans le plan XY (vue de dessus). Les tensions d'affichage (variable V_{aff}) sont converties dans le format à simple précision qui demande moins de mémoire.

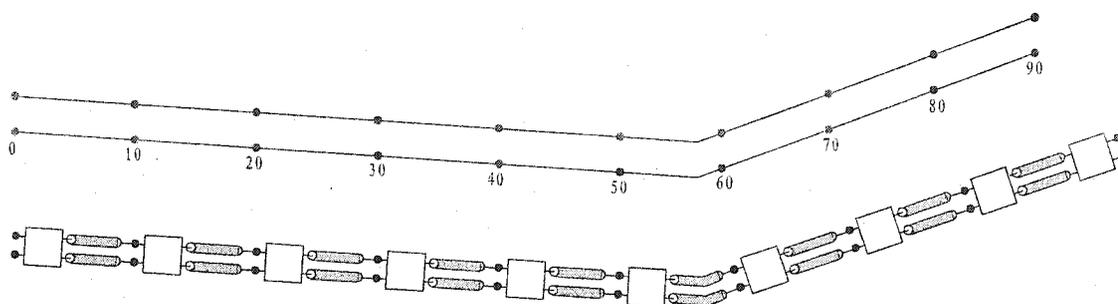


Figure 42 Emplacements des points de tensions sur une ligne et dans le modèle

Une ligne modélisée par n_s sections comporte $m(n_s+1)$ points de tension connus sur chaque câble. La ligne biphasée de l'exemple montré à la Figure 42 est modélisée par $n_s = 9$ sections et indique les endroits où ces tensions sont prises en référence avec le modèle « Z-Line ». Dans cet exemple on a $n_{aff} = 20$, c'est-à-dire dix points, multiplié par deux phases. Toujours en référence avec le Tableau VII, les variables tr_x , tr_y , tr_z , tr_vnx et tr_vny pour cet exemple sont de dimensions 1×22 .

```
% 9. ajout des tracés
for i=1:n
    [x,y,z,vnx,vny]=calc_traces(s.geox(i,:), s.geoy(i,:), s.geoz(i,:),
    s.nsections);
    tr_x=[tr_x x NaN];
    tr_y=[tr_y y NaN];
    tr_z=[tr_z z NaN];
    tr_vnx=[tr_vnx vnx NaN];
    tr_vny=[tr_vny vny NaN];
end
```

Figure 43 Code d'affectation des variables d'affichage

Dans le code de la Figure 43, les câbles sont ajoutés un à un à partir des données sur le parcours physique de la ligne de transmission qui est fourni par l'utilisateur dans les variables « geox », « geoy » et « geoz ». Ces variables spécifient les portions de ligne en fournissant le point de départ et le point d'arrivée de chacune d'elles. La fonction

« calc_traces » détermine les coordonnées des points ainsi que les vecteur perpendiculaires en utilisant le vecteur directeur de chaque portion de ligne.

2.5.5 Numérotation des nœuds intermédiaires du modèle « Z-Line »

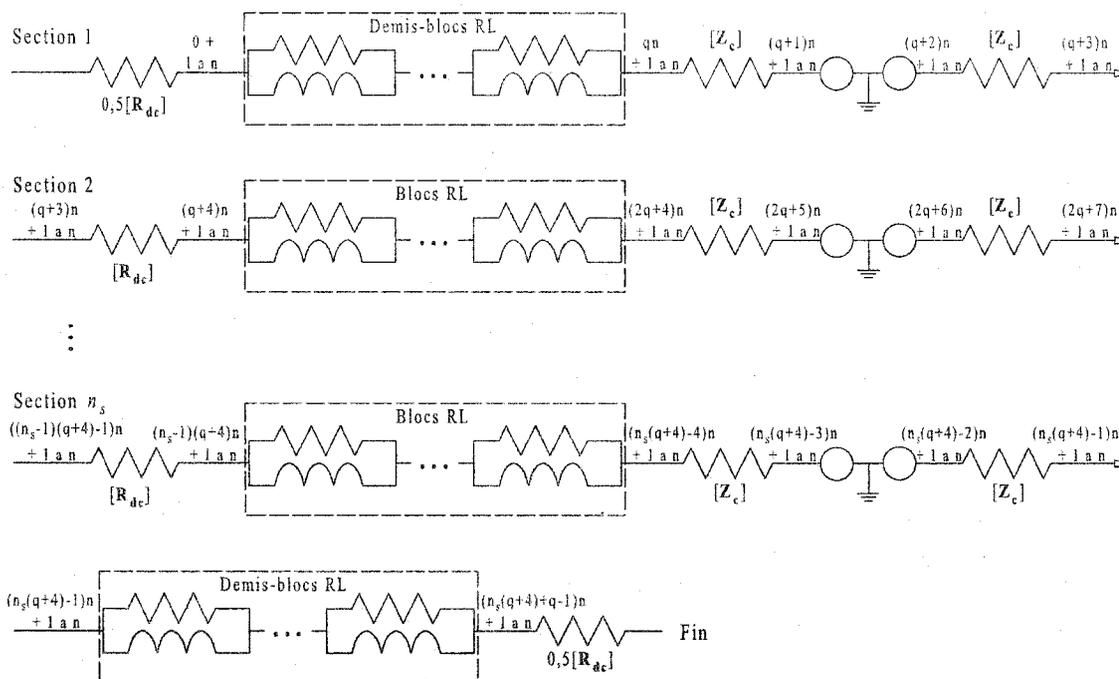


Figure 44 Numérotation des nœuds intermédiaires du modèle « Z-Line »

Les nœuds intermédiaires sont numérotés tel qu'indiqué à la Figure 44 où n_s est le nombre de sections du modèle, n est le nombre de phases et q est le nombre de blocs RL servant à la synthèse de l'impédance de pertes. Les nœuds d'extrémités sont fournis par l'utilisateur. D'après cette figure, chaque ligne modélisée avec « Z-Line » ajoute $(n_s(q+4)+q)n$ nœuds au circuit.

2.5.6 Traitement des discontinuités

Une discontinuité dans la solution numérique peut exister suite à un changement brusque de l'état d'une variable du circuit, provoquée par la commutation d'un interrupteur. La

méthode trapézoïdale fait apparaître des oscillations numériques indésirables dans la réponse après une discontinuité, ou suite au commencement d'une simulation à partir de certaines conditions initiales. Ces oscillations peuvent être atténuées si la réponse est lissée et les termes d'historie réinitialisés avec cette nouvelle réponse lissée.

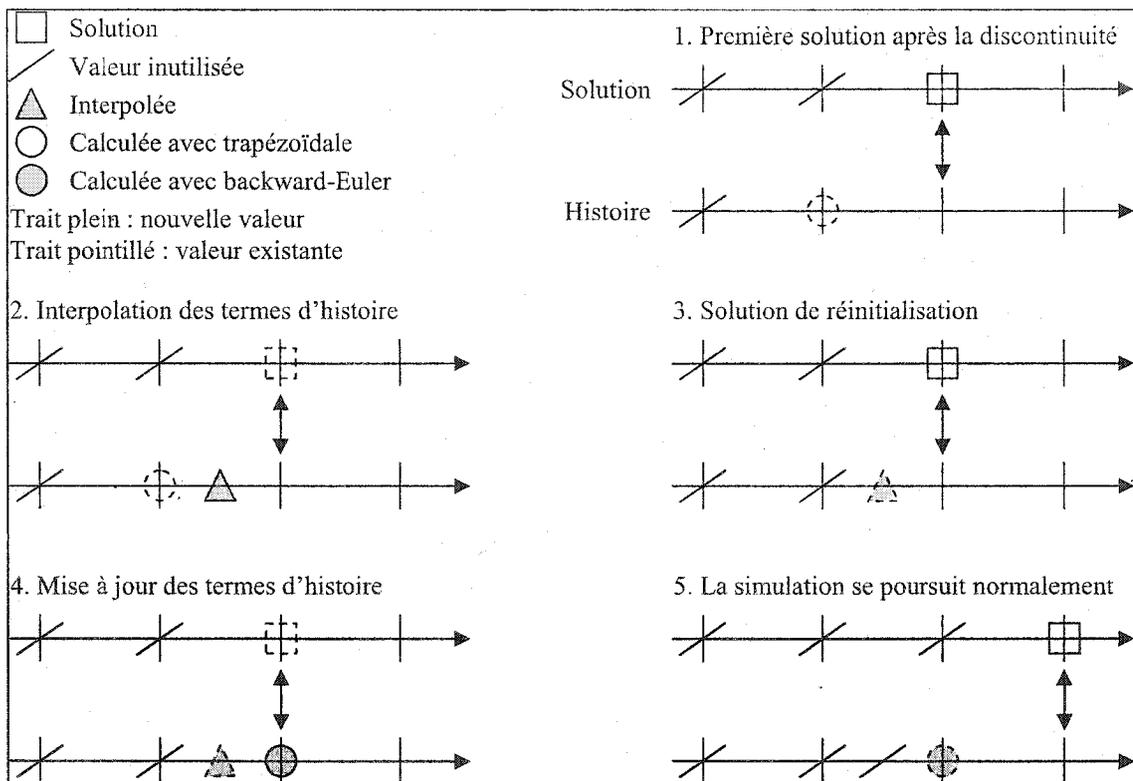


Figure 45 Procédure de traitement des discontinuités

Soit la solution calculée à l'instant t suivant une discontinuité. Les termes d'historie à $(t-\Delta t)$ sont connus. Une interpolation linéaire est effectuée pour obtenir ces termes à $(t-0,5\Delta t)$. Pour les termes d'historie des inductances, cela donne :

$$\begin{aligned}
 I_{HL}(t-0,5\Delta t) &\approx \frac{I_{HL}(t-\Delta t) + I_{HL}(t)}{2} \approx \frac{I_{HL}(t-\Delta t) + I_{HL}(t-\Delta t) - 2G_L v_L(t)}{2} \\
 &\approx I_{HL}(t-\Delta t) - G_L v_L(t)
 \end{aligned} \quad (2.16)$$

Et pour ceux des condensateurs :

$$I_{HC}(t-0,5\Delta t) \approx \frac{I_{HC}(t-\Delta t) + I_{HC}(t)}{2} \approx \frac{I_{HC}(t-\Delta t) + 2G_C v_C(t) - I_{HC}(t-\Delta t)}{2} \approx G_C v_C(t) \quad (2.17)$$

Les équations (2.16) et (2.17) équivalent en fait à mettre à jour les termes d'histoire par la méthode backward-Euler. Avec la méthode backward-Euler on utilise un pas de simulation réduit de moitié pour garder les mêmes conductances de discrétisation, ce qui veut dire que la solution de réinitialisation au temps t , $V(t)$, est obtenue simplement en re-solutionnant le système.

Maintenant on a les termes d'histoire à $(t-0,5\Delta t)$ et la solution de réinitialisation $V(t)$; les termes d'histoire sont alors réinitialisés avec la méthode backward-Euler :

$$\begin{aligned} I_{HL}(t) &= I_{HL}(t-0,5\Delta t) - G_L v_L(t) \\ I_{HC}(t) &= G_C v_C(t) \end{aligned} \quad (2.18)$$

La simulation continue ensuite normalement.

2.6 Définition d'un circuit à simuler

Le circuit à simuler est décrit dans un fichier Matlab d'extension « .m » (m-file) ou bien « .p » (p-file). Ce fichier doit obligatoirement déclarer les variables suivantes :

- a. dt : pas de simulation;
- b. tmax : dernier instant de simulation;
- c. circuit : variable de type « cell » renfermant les structures d'éléments;
- d. v_garde : vecteur des tensions à conserver dans la variable V_{out} , peut être vide.

La variable « circuit » est un tableau de cellules Matlab (type « cell array ») renfermant des structures décrivant les diverses composantes du circuit. Chacune de ces structures contient obligatoirement deux champs : « type » et « nœud », désignant le type de composante ainsi que les nœuds de branchement, respectivement. Les autres champs dépendent du type d'élément et sont listés au Tableau VIII. Les nœuds de branchement

sont toujours spécifiés par une matrice $n \times 2$, où n est le nombre de phases; la première colonne réfère aux nœuds côté positif de l'élément, ou l'extrémité « k » d'une ligne de transmission; la seconde colonne réfère aux nœuds du côté négatif, ou l'extrémité « m » d'une ligne de transmission. Le nœud « 0 » est le nœud de référence qui est par définition au potentiel zéro.

Tableau VIII

Champs requis dans les structures de composantes

Élément	Valeur du champ « type »	Champs supplémentaires
Source V_{cc}	sourceVcc	A
Source V_{ac}	sourceVac	A, f, phi
Source I_{cc}	sourceIcc	A
Source I_{ac}	sourceIac	A, f, phi
source I_{choc}	sourceIchoc	A, a, b, d
Résistance	elementR	R
Conductance	elementG	G
Inductance	elementL	L, il0 (optionnelle)
Inductance inverse	elementB	B, il0 (optionnelle)
Condensateur	elementC	C, vc0 (optionnelle)
Interrupteur	interrupteur	etat0, t
Ligne sans pertes à paramètres constants	ligne_cp	L, C, longueur
Ligne « Z-Line »	ligne_z	params, longueur, nsections, geox, geoy, geoz

L'utilisation d'un fichier Matlab « .m » (ou « .p ») pour définir les cas de simulation offre une grande flexibilité car celui-ci peut contenir du code Matlab additionnel, servant

par exemple à appeler le module « zligne » pour calculer les paramètres de l'impédance de pertes, ou utiliser des boucles pour ajouter plusieurs éléments à la fois, etc.

2.6.1 Sources

Les champs « A », « f », « phi », « a » et « b » du Tableau VIII réfèrent respectivement à l'amplitude, la fréquence en Hertz, la phase en degrés et les deux constantes de temps de la source d'onde de choc. Le paramètre « d » de la source d'onde de choc est moment où celle-ci devient active, son équation exacte est ainsi :

$$I_{choc}(t) = \begin{cases} A(e^{-a(t-d)} - e^{-b(t-d)}) & \text{si } t \geq d \\ 0 & \text{autrement} \end{cases} \quad (2.19)$$

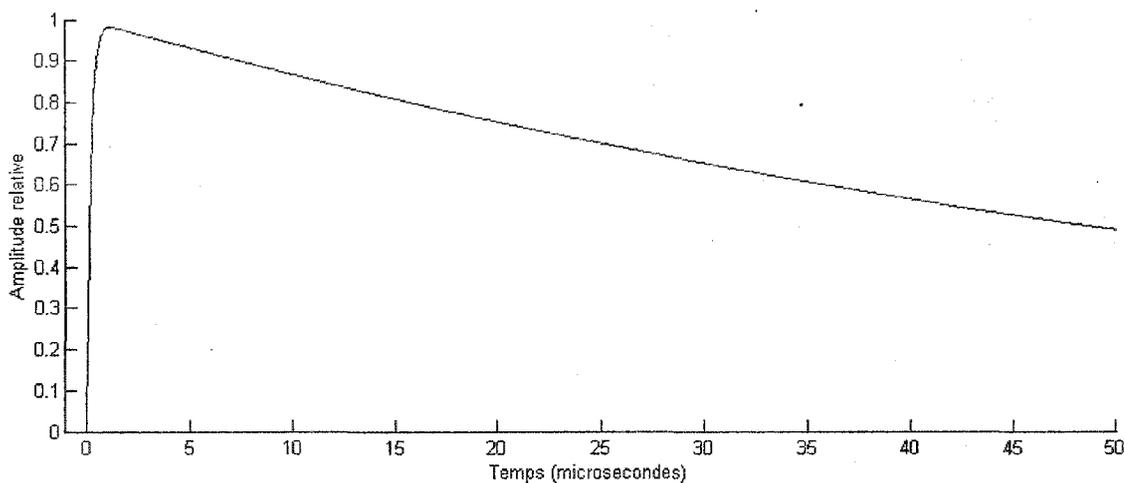


Figure 46 Onde de choc « 1,2 × 50 »

La source d'onde de choc est utilisée pour simuler la foudre, qui est couramment modélisée par une onde dite « 1,2 × 50 », signifiant que l'onde de choc atteint son maximum à 1,2 μs et la moitié à 50 μs. Cette fonction est reproduite par les paramètres $a = 14\,264$ et $b = 4\,876\,232$, donnant une valeur maximale de 0,984 à 1,2 μs (Figure 46).

2.6.2 Éléments linéaires passifs

Les champs « R », « G », « L », « B » et « C » du Tableau VIII sont les matrices symétriques $n \times n$ des valeurs d'éléments en Ohm, Siemens, Henry, Henry⁻¹ et Farad, respectivement. L'utilisateur a la responsabilité de fournir des matrices symétriques parce que le programme ne vérifie pas la symétrie. Les matrices de résistance « R » et d'inductance « L » doivent être régulières. L'inductance inverse est utile lorsque [B] est singulière et donc [L] n'existe pas; dans les autres cas on peut se servir de l'une ou l'autre notation sachant que [B]=[L]⁻¹. Les variables « il0 » et « vc0 » sont les valeurs initiales des courants d'inductances et tensions des condensateurs au temps 0. Ces variables sont optionnelles; en cas d'omission les valeurs initiales sont supposées nulles, autrement l'utilisateur les fournit sous la forme de vecteurs $n \times 1$ utilisant les unités Ampères pour « il0 » et Volts pour « vc0 ».

2.6.3 Interrupteur

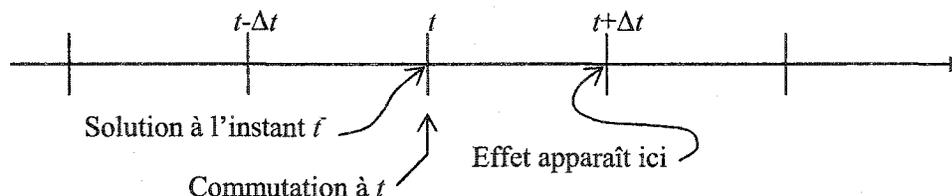


Figure 47 Instant de commutation des interrupteurs

Les interrupteurs sont idéaux ($R=0$ lorsque fermé, $R=\infty$ lorsque ouvert). L'instant de commutation des interrupteurs s'effectue au temps t ; l'effet d'un interrupteur qui commute ne se manifeste qu'à l'instant $t+\Delta t$, c'est-à-dire à l'itération suivant celle de la commutation (Figure 47). Cette façon a été choisie pour être cohérent avec EMTP.

Le champ « etat0 » est l'état initial prenant la valeur « 0 » si ouvert, « 1 » si fermé; « t » est le vecteur des temps de commutation en secondes, l'état s'inverse à chaque temps présent dans ce vecteur.

2.6.4 Ligne sans pertes à paramètres constants

Les champs « L » et « C » sont l'inductance et la capacité par unité de longueur; ces deux paramètres peuvent être des matrices auquel cas la ligne est polyphasée, à condition que tous les modes voyagent à la même vitesse sans couplage entre eux (le produit [L][C] est diagonal). Le champ « longueur » est la longueur de la ligne respectant la même unité de longueur que les paramètres « L » et « C ». Le programme impose que le pas de simulation soit inférieur au délai de propagation de la ligne.

2.6.5 Ligne « Z-Line »

Le champ « params » est le nom d'un fichier de données (d'extension .mat) renfermant les paramètres du modèle (variables P, G, B, Rdc) expliqués aux sections 2.2 et 2.3. Ces paramètres peuvent être obtenus par les modules « YZ_ligne » et « zligne ». Le fichier de données en question est lu lors de l'ajout du modèle en mémoire, à l'intérieur de la fonction « prépare_circuit ». Le champ « longueur » est la longueur de la ligne en kilomètres; « nsections » est le nombre de sections de modélisation.

Les champs « geox », « geoy » et « geoz » contiennent les coordonnées x,y,z définissant les trajets physiques des câbles, utilisées pour le traçage de la ligne dans l'espace. Si l'affichage de la ligne est désiré alors ces champs sont des matrices à n rangées (n : nombre de phases de la ligne) avec au moins deux colonnes spécifiant le trajet sous forme de points de départ/points d'arrivée des segments rectilignes. La première colonne contient les points de départ des câbles, les colonnes intermédiaires contiennent les points d'arrivée du segment courant/départ du segment suivant, la dernière colonne contient les points d'arrivée finaux. Au cas où l'affichage de cette ligne n'est pas désiré alors ces champs sont spécifiés en tant que matrices vides « [] ».

2.7 Validation du programme

La validation du programme a permis de vérifier l'exactitude des résultats par une comparaison avec ceux fournis par EMTP. Un listing du fichier de définition du circuit accompagne chaque cas.

2.7.1 Cas de base

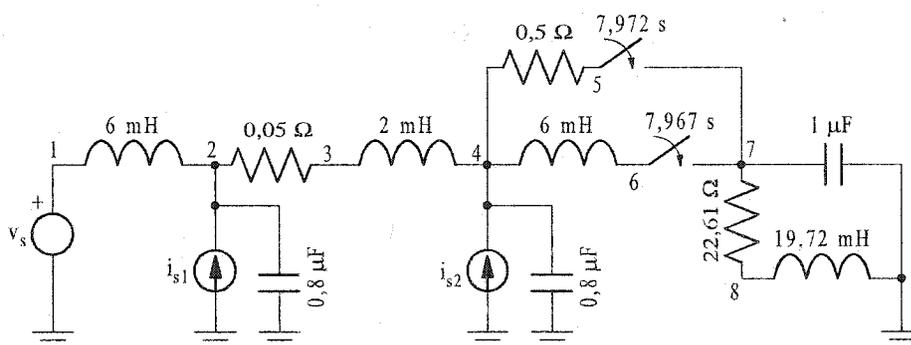


Figure 48 Circuit de cas avec éléments monophasés

Le fonctionnement de base du logiciel est validé à l'aide du circuit de la Figure 48, qui est tiré de la référence [17]; les nœuds ne sont pas numérotés de la même façon que dans la référence. Ce circuit contient au moins un élément de chaque type, hormis la ligne de transmission. Son fichier de définition est listé à la Figure 49.

```
tmax=8; dt=1e-5;
circuit={
  struct('type','sourceVac',...
    'A',56.34, 'f',60, 'phi',0, 'noeud',[1 0]);
  struct('type','elementR',...
    'R',{.05 .5 22.61}, 'noeud',{[2 3] [4 5] [7 8]});
  struct('type','elementL',...
    'L',{6e-3 2e-3 6e-3 19.72e-3}, 'noeud',{[1 2] [3 4] [4 6] [8 0]});
  struct('type','elementC',...
    'C',{.8e-6 .8e-6 1e-6}, 'noeud',{[2 0] [4 0] [7 0]});
  struct('type','sourceIac',...
    'A',{2.001 1.1}, 'f',{180 360}, 'phi',{10 5}, 'noeud',{[4 0] [2 0]});
  struct('type','interrupteur',...
    'etat0',0, 't',{7.967 7.972}, 'noeud',{[6 7] [5 7]});
};
v_garde=[6];
```

Figure 49 Fichier de définition du cas de la Figure 48

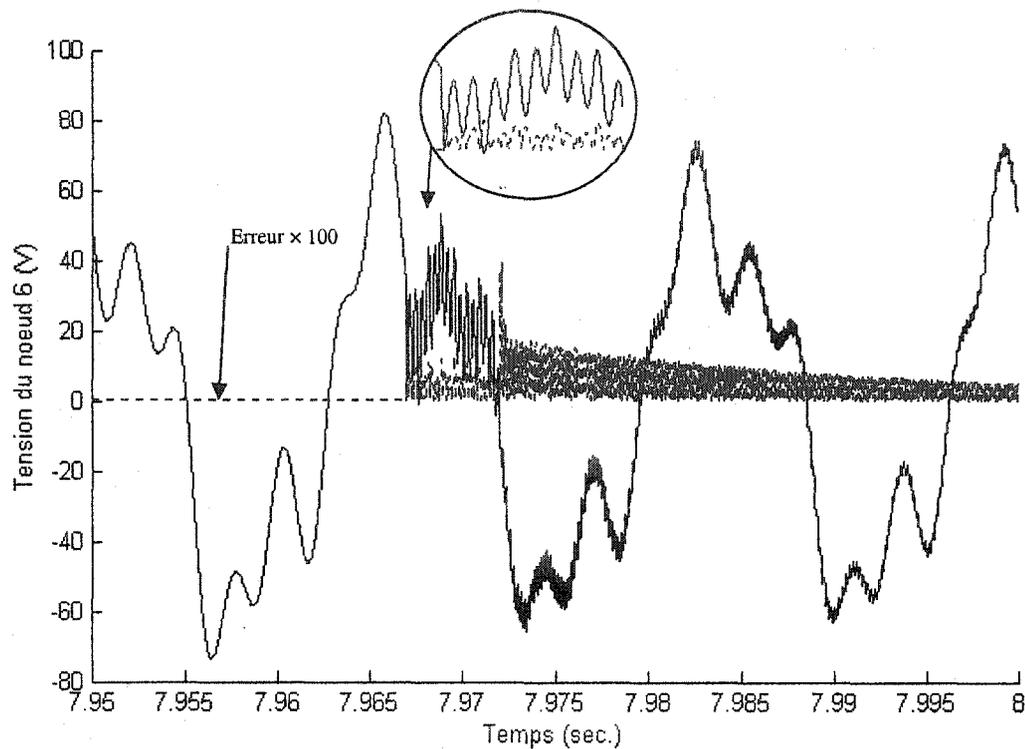


Figure 50 Solutions superposées avec courbe d'erreur amplifiée

Les solutions données par le logiciel développé et par EMTP sont pratiquement identiques. Les deux courbes sont superposées sur la Figure 50, incluant une courbe d'erreur amplifiée.

2.7.2 Cas avec ligne de transmission

Le circuit de la Figure 51 sert à valider la programmation du modèle « Z-Line » dans Matlab. Il s'agit d'un circuit comportant une ligne à 735 kV (selon Figure 25) de 400 km de longueur, où le conducteur neutre équivalent est mis à la terre à chaque extrémité à travers une résistance de 40Ω . La source d'onde de choc simule un éclair de 10 kA qui touche le fil neutre au milieu de la ligne au temps 20 ms. La tension du nœud 18 est requise. La ligne est modélisée par le modèle « Z-Line » avec 80 sections de 5 km chacune.

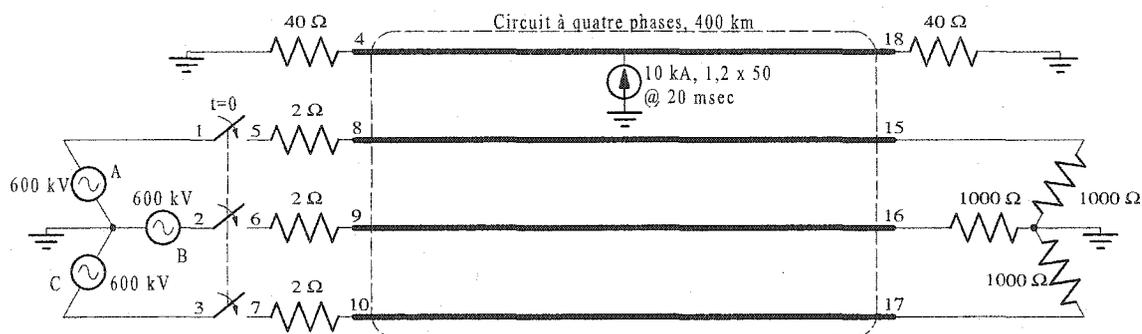


Figure 51 Circuit de cas formé de quatre phases couplées

Le fichier de définition de ce circuit est listé à la Figure 52 et les données des segments physiques (geox, geoy, geoz) sont choisies arbitrairement afin d'illustrer leurs formats d'entrée. L'impédance de pertes est modélisée avec trois blocs et les paramètres du modèle ont été préalablement enregistrés dans le fichier « param1.mat ».

```
tmax=0.03;
dt=2.085e-6;
circuit={
  struct('type','sourceVac','A',600000,'f',60,'phi',{0 -120 120},'noeud',{[1
0] [2 0] [3 0]});
  struct('type','sourceIchoc','A',10000,'a',14264,'b',4876232,'d',0.02,'noeud
',[14 0]);
  struct('type','elementR','R',2,'noeud',{[5 8] [6 9] [7 10]});
  struct('type','elementR','R',1000,'noeud',{[15 0] [16 0] [17 0]});
  struct('type','elementR','R',40,'noeud',{[4 0] [18 0]});
  struct('type','interrupteur','etat0',0,'t',0,'noeud',{[1 5] [2 6] [3 7]});

  struct('type','ligne_z','longueur',200,'nsections',40,...
    'params','param1.mat',...
    'noeud',[4 14; 8 11; 9 12; 10 13],...
    'geox',[20 40; 10 40; 20 40; 20 40],...
    'geoy',[53 53; 50 50; 53 53; 56 56],...
    'geoz',[17 17; 15 15; 15 15; 15 15]);

  struct('type','ligne_z','longueur',200,'nsections',40,...
    'params','param1.mat',...
    'noeud',[14 18; 11 15; 12 16; 13 17],...
    'geox',[40 55; 40 55; 40 55; 40 55],...
    'geoy',[53 46; 50 43; 53 46; 56 49],...
    'geoz',[17 17; 15 15; 15 15; 15 15]);
};
v_garde=[18];
```

Figure 52 Fichier de définition du cas de la Figure 51

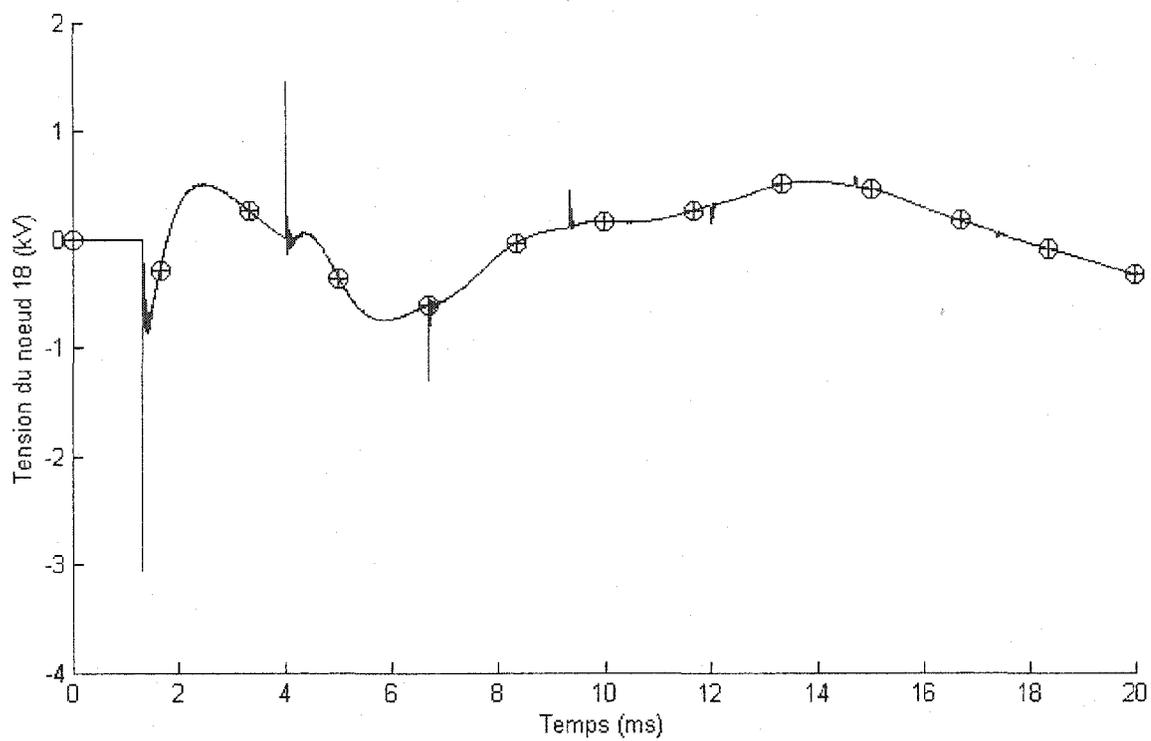


Figure 53 Tension transitoire initiale, solutions superposées

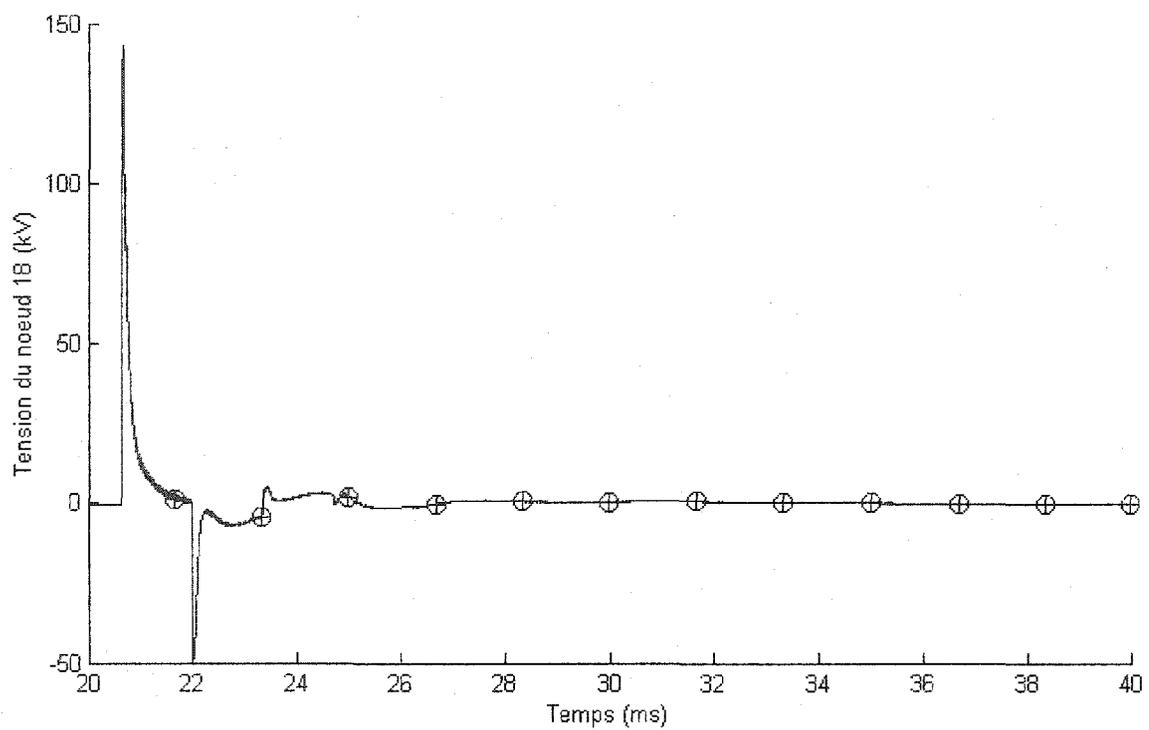


Figure 54 Tension d'onde de choc, solutions superposées

Comme la version de EMTP utilisée ne possède pas de modèle « Z-Line », le modèle est construit manuellement dans EMTP en définissant les éléments individuels qui sont les lignes à paramètres constants et les blocs RL, branchés de façon à avoir exactement le même circuit. Les lignes à paramètres constants polyphasées sont modélisées dans EMTP avec la technique de décomposition modale et il faut donc fournir la matrice de transformation T_i , qui a été obtenue à l'aide de la fonction « eig ».

Ce cas assez simple demande un total de 2 282 nœuds et la matrice $[Y_{aug}]$ est de taille $2\,928 \times 2\,928$, ce qui montre que la modélisation des lignes avec le modèle « Z-Line » conduit rapidement à de grandes matrices. Les solutions données par le logiciel développé et par EMTP se confondent (Figure 53 et Figure 54), bien qu'un agrandissement révèle une légère différence probablement causée par les deux techniques de résolution différentes. Les petites oscillations à haute fréquence observées dans la solution sont dues aux réflexions internes entre les sections du modèle « Z-Line ».

Ce résultat de simulation satisfaisant valide la programmation du modèle « Z-Line ». Ajouté au résultat de synthèse de l'impédance de pertes à partir des paramètres de lignes calculés (également validés), ce résultat confirme la justesse des calculs effectués par le logiciel développé pour la simulation des lignes de transmission.

2.8 Performance du moteur de simulation

L'objectif de cette section est de comparer sommairement la vitesse du moteur de simulation développé en Matlab avec la vitesse de EMTP. Soit r_p le rapport de performance égal au quotient du temps requis par le logiciel développé sur le temps requis par EMTP. Le premier cas de validation (Figure 48) donne $r_p = 4,5$; le second cas (Figure 51) donne $r_p = 2,1$. Tel que discuté dans [17], un gain de vitesse peut être réalisé en programmant certaines parties en C avec l'interface MEX. La solution triangulaire

(substitution directe et substitution à rebours) a par ailleurs été programmée en C dans le présent travail, ce qui a permis de doubler la vitesse d'exécution globale.

2.9 Interface graphique de simulation

L'interface a été conçue pour faciliter la simulation des cas. Le fichier de cas (« .m » ou « .p ») est automatiquement vérifié pour assurer sa conformité. Les calculs n'ont lieu que si le fichier de cas est plus récent que le fichier de données « .mat », ou bien ils peuvent être refaits inconditionnellement.

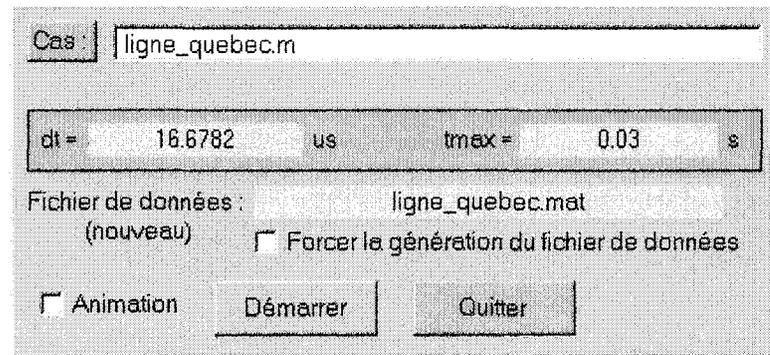


Figure 55 Interface de simulation

CHAPITRE 3

SIMULATION GRAPHIQUE DU RÉSEAU DE TRANSPORT QUÉBÉCOIS

3.1 Présentation

Le réseau de transport d'énergie électrique québécois se caractérise par le transport sur de longues distances. Des lignes à 735 kV acheminent la puissance des grands complexes hydroélectriques situés au nord, vers les centres urbains situés plus au sud. On y compte au total plus de 11 000 kilomètres de lignes à 735 kV. La Figure 56 est le plan unifilaire du réseau en 1995. Des lignes additionnelles ont été construites jusqu'à aujourd'hui (2003), dont Hertel-Des Cantons, mais le réseau conserve la même configuration de base. C'est pourquoi ce plan datant de 1995 sera utilisé comme modèle de réseau à être simulé. Bien que ce plan montre également une ligne à courant continu ± 450 kV (Radisson-Des Cantons), seulement les lignes triphasées à 735 kV sont considérées.

Un tel réseau de transport d'énergie électrique est complexe. Outre les lignes de transport, il existe plusieurs postes (marqués par des cercles), des centrales de 300 MW et plus (marquées par des carrés), des interconnexions (marquées par des triangles), et d'autres équipements connexes non affichés (transformateurs, disjoncteurs, sectionneurs, parafoudres, mises à la terre, compensateurs, autres centrales, etc.). Une certaine redondance dans la topologie assure le service en cas de bris d'une ligne, et le trajet emprunté par l'électricité peut être modifié par des équipements gérés depuis un centre de contrôle. L'existence de circuits doubles ou triples (construction de lignes en parallèles dans un même corridor) permet d'augmenter la puissance transportable par rapport à une ligne simple. La simulation proposée doit démontrer avant tout la capacité du logiciel à simuler les lignes de transmission par les techniques proposées et dans cette optique, la modélisation de toutes les constituantes du réseau n'est pas envisagée.

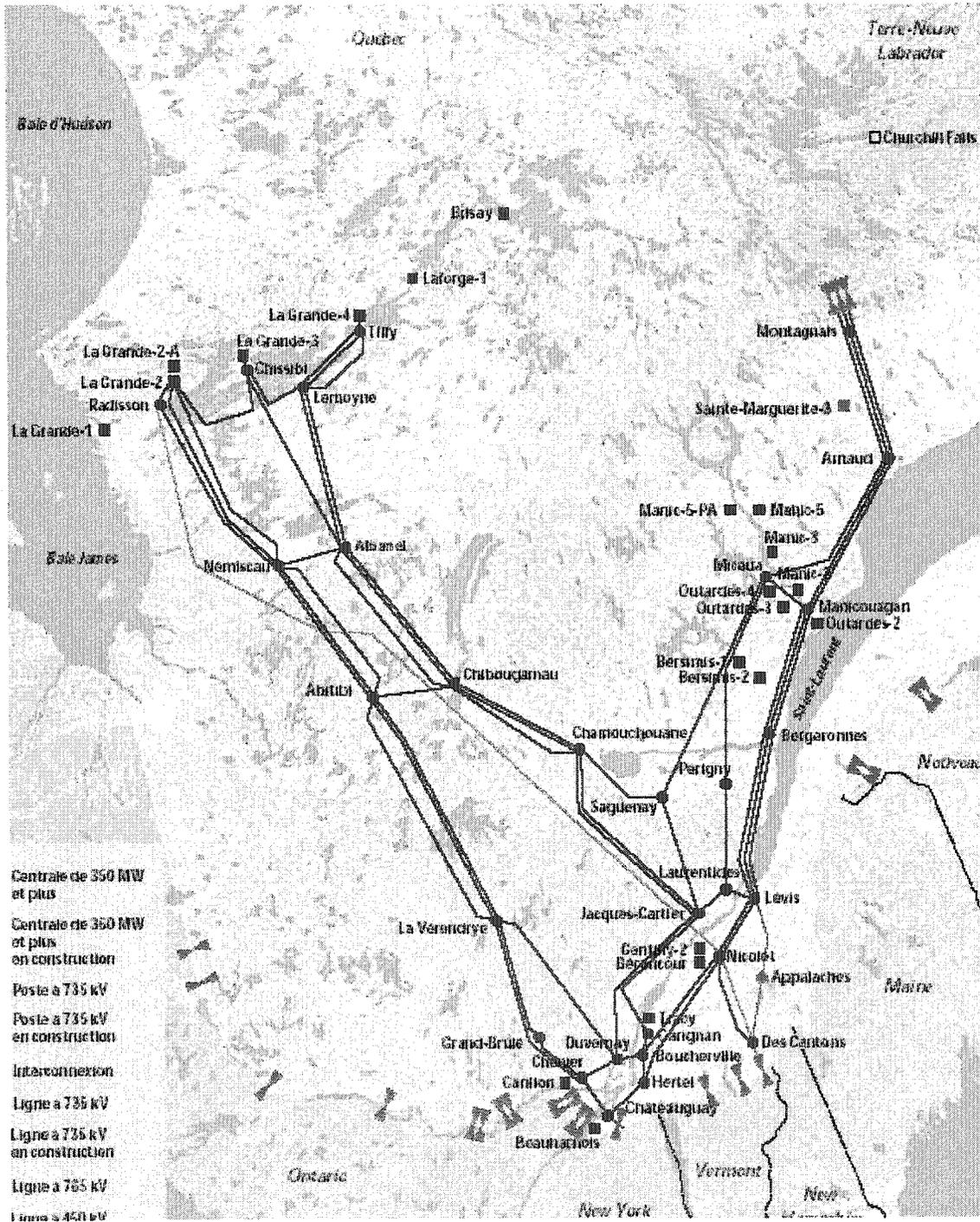


Figure 56 Réseau québécois de transport d'énergie en 1995²

² Source : Hydro-Québec, rapport annuel 1995. Reproduit avec la permission de Hydro-Québec.

3.2 Modélisation et représentation du réseau

3.2.1 Postes et centrales

Les postes (qui tirent une partie de la puissance pour la distribution locale) sont modélisés simplement par une résistance triphasée de charge entre la ligne et le neutre, et par une connexion directe entre toutes les lignes y étant reliées. Les données de charge n'étant pas connues, les résistances de charge ont une valeur supposée de 1000Ω . Les postes sont aussi un point de mise à la terre des équipements et les fils neutres y sont mis à la terre à travers une résistance de 5Ω , qui est une valeur estimée de la résistance de mise à la terre réelle.

Les centrales, quant à elles, sont modélisées par une source triphasée de 735 kV phase-phase, c'est-à-dire trois sources d'amplitude 600 kV branchées entre chaque phase et le neutre. Le fil neutre est aussi mis à la terre dans les centrales à travers une résistance de 5Ω . La carte du réseau révèle de nombreuses centrales, de plus seules les centrales de puissance supérieure à 300 MW sont illustrées. Dans la réalité, toutes les centrales sont synchronisées avec le reste du réseau et donc les centrales ne sont généralement pas en phase. Comme la connaissance des données de synchronisation demanderait d'autres calculs, seulement quelques centrales majeures sont considérées dans le circuit de simulation et on suppose qu'elles sont toutes en phase, c'est-à-dire que les phases A, B et C sont supposées être à 0° , -120° et 120° , respectivement. Les centrales considérées sont : La Grande-2, La Grande-3, La Grande-4 et l'interconnexion Churchill Falls.

La modélisation des centrales et des postes n'est pas rigoureuse, mais pour la simulation envisagée cette modélisation permet de vérifier la capacité du logiciel à simuler un réseau entier et animer les formes d'ondes.

3.2.2 Lignes

Le modèle « Z-Line » est utilisé avec des sections de 5 km de longueur, ce qui autorise un pas de simulation maximum de 16,6782 μ s. Les lignes ont la configuration illustrée à la Figure 25 dans laquelle les fils neutres sont conservés et groupés en un seul conducteur, résultant en un circuit à quatre phases. La première phase réfère au fil neutre, suivie par les phases A, B et C. Il est à noter que les lignes sont supposées être non transposées.

Dans un réseau de transport, tous les pylônes sont mis à la terre et comme les fils neutres y sont reliés électriquement, une bonne modélisation du réseau requiert une mise à la terre des fils neutres aux emplacements des pylônes. Le logiciel n'offre pas encore cette possibilité et les fils neutres sont donc mis à la terre uniquement aux extrémités des lignes, c'est-à-dire aux postes et aux centrales.

Les circuits multiples (doubles et triples) présents dans le réseau québécois sont en fait plusieurs lignes reliant les mêmes points. Afin de ne pas alourdir les temps de calculs et les affichages, les circuits multiples sont représentés par une ligne unique comme s'il s'agissait d'un circuit simple. La modélisation proposée est montrée à la Figure 57 où les conducteurs sont affichés, le neutre ne paraît pas étant situé directement au-dessus de la phase « B ». Les numéros inscrits sont les numéros assignés aux nœuds, le premier numéro référant toujours au neutre.

3.2.3 Carte du Québec

La carte du Québec paraissant à la Figure 57 est une portion de la carte « relief du Québec » commandée à la Photocartothèque québécoise. La portion choisie couvre une étendue de 1118 \times 971 km (hauteur \times largeur) avec une résolution de 2100 \times 1824 pixels. Le rapport pixels/km est le même sur les deux axes.

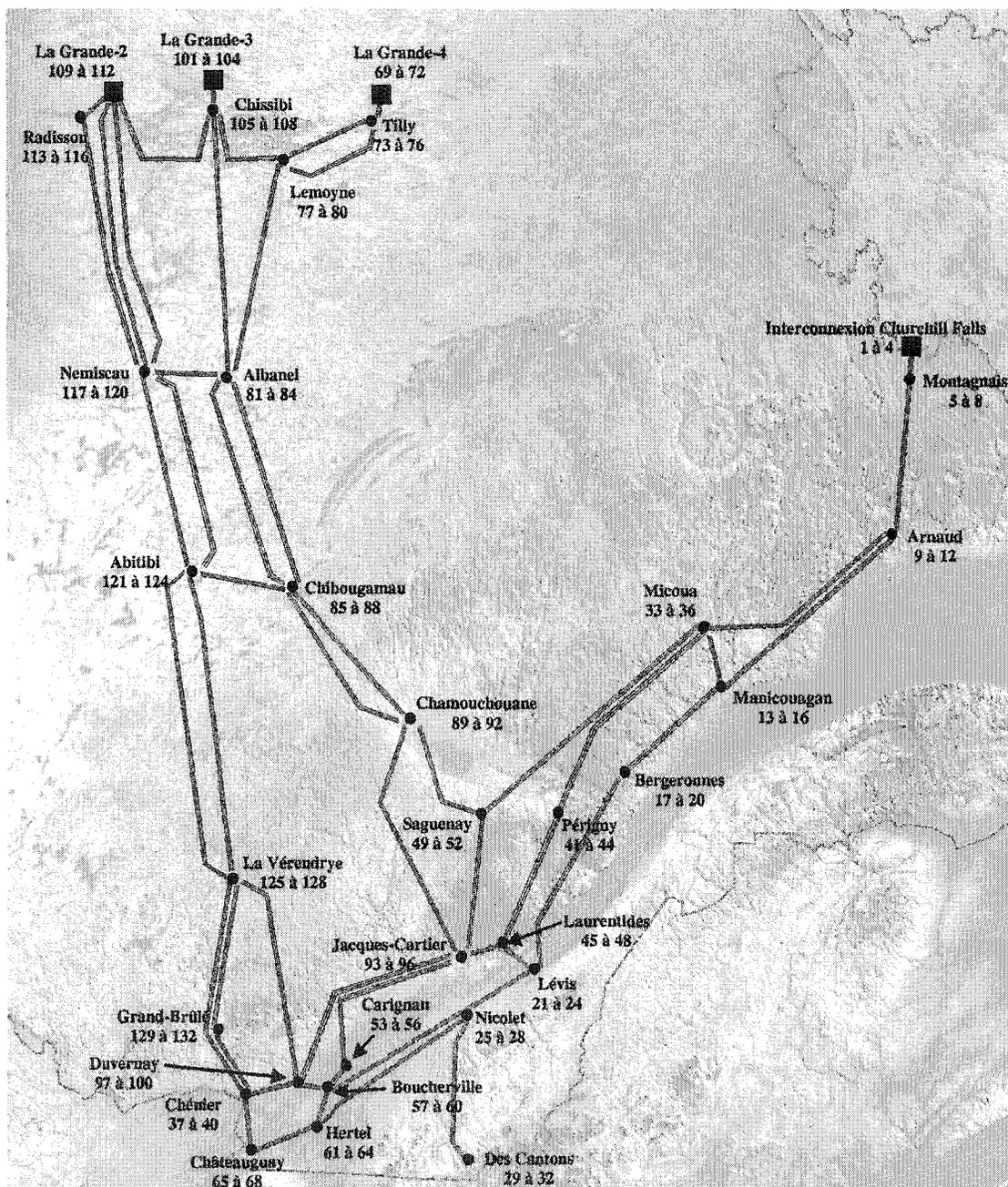


Figure 57 Modélisation proposée du réseau

3.3 Expérimentation

L'objectif de cette partie est d'observer les ondes qui voyagent sur les lignes lorsqu'un éclair touche un fil neutre. On suppose qu'un éclair de 20 kA arrive directement à

l'emplacement du poste Saguenay. Ce poste est le point de rencontre de trois lignes, ainsi qu'une mise à la terre. L'éclair est modélisé par une onde de choc « $1,2 \times 50$ ».

3.3.1 Réseau initialement au repos

Le réseau initialement au repos signifie que les centrales sont éliminées; seules les ondes provoquées par la foudre existent et l'observation du phénomène est facilitée. En supposant que le système est linéaire, les ondes réelles (avec centrales) peuvent être obtenues par l'addition des deux contributions (centrales et foudre). Pour ce cas, on suppose que l'éclair arrive à l'instant $100 \mu\text{sec}$.

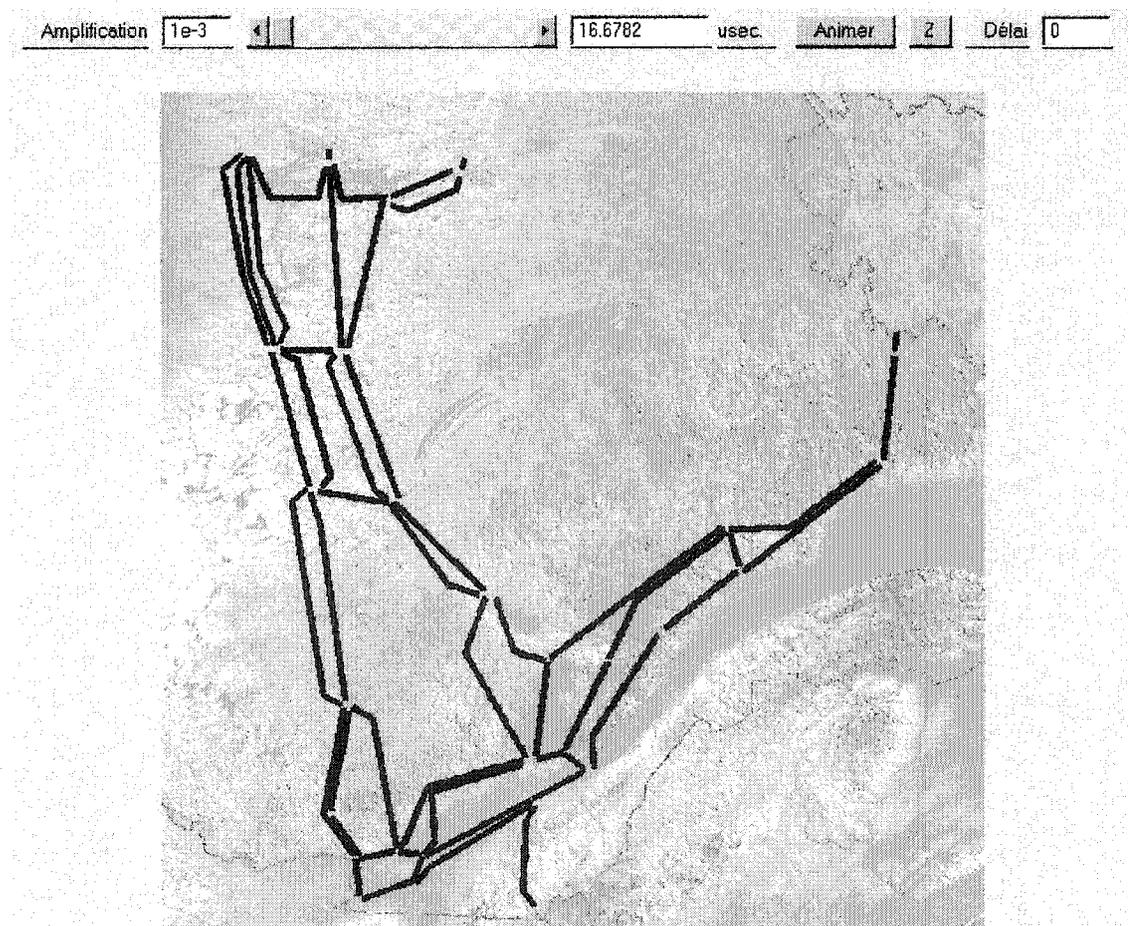


Figure 58 Fenêtre d'animation initiale

La Figure 58 présente le réseau avec une vue de dessus. À l'aide de déplacements de la caméra (View → Camera Toolbar dans le menu de la figure), on se positionne pour avoir une bonne vue des conducteurs reliés au poste Saguenay. Le temps avancé à 384 μsec fait apparaître nettement la forme d'onde de choc et permet sa situation géographique approximative (Figure 59). Les phases reçoivent une tension induite en raison du couplage magnétique.

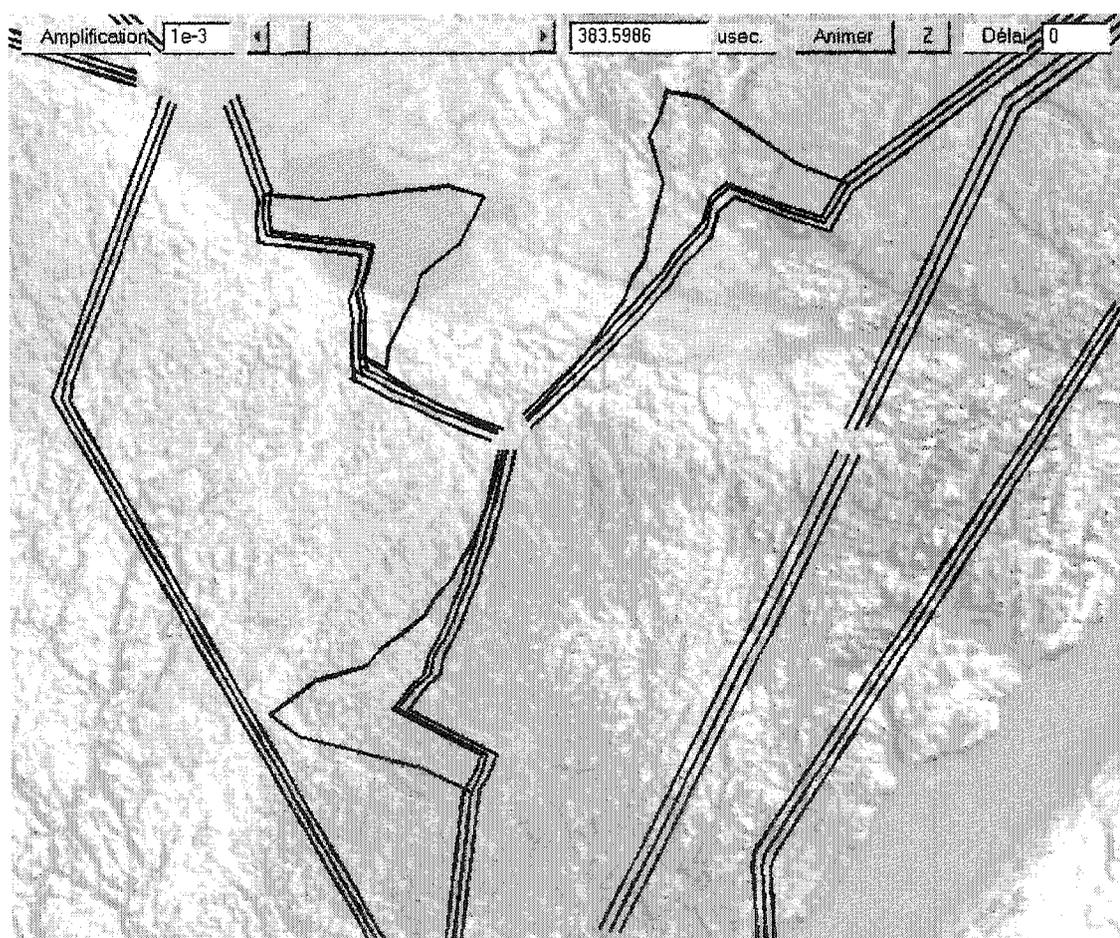


Figure 59 Ondes de choc initiales tracées dans le plan XY

3.3.2 Réseau en régime permanent

Le logiciel ne possède pas de module d'initialisation à partir du régime permanent et son initialisation s'effectue en laissant la simulation fonctionner sans perturbations pendant un certain temps. Ce temps n'a pas été calculé avec précision mais dans cet exemple on suppose que le régime permanent est atteint après 100 msec. La perturbation a lieu à cet instant et la Figure 60 montre les formes d'ondes tracées selon une variation des coordonnées en Z quelques instants après l'arrivée de l'éclair. Les tensions de fonctionnement normales du réseau déplacent les phases et rendent les ondes difficiles à distinguer même avec un placement délicat de la caméra.

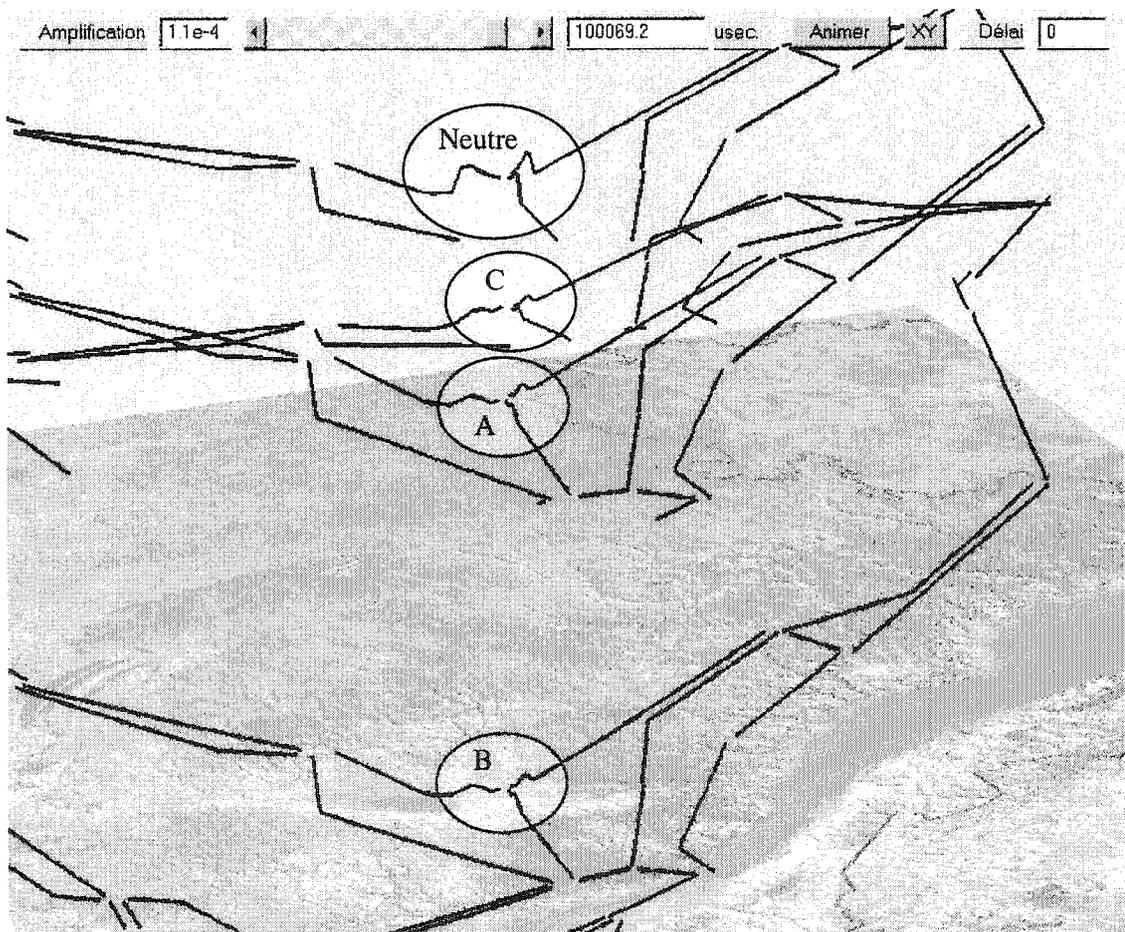


Figure 60 Ondes de choc tracées en variant la coordonnée Z

3.4 Performance de l'animation

La meilleure performance d'animation tridimensionnelle est obtenue en utilisant le moteur de rendu « OpenGL ». La plupart des ordinateurs récents possèdent une carte graphique accélératrice implémentant le support « OpenGL » à même le matériel et l'utilisation d'une telle carte est recommandée afin d'obtenir une animation fluide. Le moteur de rendu « OpenGL » est choisi par le logiciel au moment de la création de la fenêtre d'animation (en affectant la propriété « renderer » de la figure).

DISCUSSION ET INTERPRÉTATION DES RÉSULTATS

Les résultats de simulation ont été validés à l'aide de EMTP, qui est un logiciel de simulation très connu et conçu spécialement pour les simulations des réseaux électriques. Une validation avec des données réelles aurait quand même été importante. Le modèle « Z-Line » est un modèle très rigoureux, en mesure de procurer des résultats réalistes, à condition bien entendu que les données de modélisation soient fiables.

La stabilité de l'approximation de l'impédance de pertes du modèle « Z-Line » fournie par le module « zligne » demeure quelque peu aléatoire. Quelques essais et erreurs peuvent être nécessaires tant pour trouver une plage de fréquences que pour trouver le bon nombre de blocs à utiliser. L'optimisation fonctionne de manière imprévisible lorsqu'on tente une approximation plus précise (un bloc par décade).

Les essais d'animation effectués ont fait ressortir que la représentation graphique tridimensionnelle des formes d'ondes sur les lignes d'un réseau de transport est difficile avec les ondes à basse fréquence. Ces dernières, incluant la fréquence 60 Hz, ont une grande longueur d'onde qui déplace les lignes sur toutes leurs longueurs en situation d'affichage. En présence de nombreuses lignes, ces déplacements provoquent l'enchevêtrement des lignes, rendant le tout difficile à distinguer. L'affichage est meilleur si les longueurs d'ondes sont courtes par rapport à la longueur des lignes et c'est pourquoi un réseau au repos (c'est-à-dire dont les sources ordinaires ont été retirées) se prête mieux à l'étude des phénomènes transitoires. Dans un tel cas, seul le phénomène considéré produit un déplacement des lignes et est ainsi plus facile à observer. Le fait que les lignes soient tracées toutes de la même couleur n'aide pas à bien les distinguer et une avenue intéressante serait le traçage des phases dans des couleurs différentes. Une autre possibilité serait de pouvoir faire disparaître certaines lignes qui n'intéressent pas l'utilisateur et qui, autrement, nuisent à l'affichage.

L'animation tridimensionnelle des formes d'ondes offre à l'utilisateur une vision qualitative des phénomènes, sans pour autant procurer de détails sur ceux-ci. Les informations quantitatives peuvent être obtenues en analysant les résultats de manière conventionnelle, à l'aide de graphiques, etc. Il serait intéressant de combiner ces deux aspects à même la fenêtre d'animation. Dans cette optique, le logiciel devrait détecter automatiquement les surtensions et les afficher, fournissant aussi des informations sur leurs emplacements.

Bien que Matlab permette d'effectuer des traitements élaborés en très peu de lignes de code, les essais de performance ont démontré que le moteur de simulation développé reste plus lent que EMTP dans un rapport allant de 2:1 dans le meilleur cas à 5:1 dans le pire cas. La programmation conventionnelle dans un langage de bas niveau conserve un avantage de vitesse; autrement, la précision des calculs offerte par les deux approches est identique. Il est à noter que la solution triangulaire du système matriciel (substitution directe et substitution à rebours) a été programmée dans un module externe en C (MEX-file), ce qui a permis de doubler la vitesse globale. Compte tenu de l'accélération engendrée par ce module externe, ces rapports de performance concordent avec ce que les auteurs de MatEMTP ont obtenu [17].

L'enregistrement et la lecture des résultats de simulation sur disque s'effectuent par les fonctions « save » et « load » de Matlab. L'usage de ces fonctions implique en contrepartie le stockage de tous les résultats en mémoire interne de l'ordinateur, tant au moment de la simulation que de l'animation. L'envergure d'une simulation se trouve ainsi limitée par la quantité de mémoire disponible. Le stockage des résultats au format à simple précision (32 bits au lieu de 64 bits) n'est qu'une solution temporaire et un meilleur mécanisme d'entrées/sorties sur disque serait nécessaire.

L'absence des pylônes (c'est-à-dire la mise à la terre du fil neutre à chaque pylône) dans la modélisation des lignes est une lacune qui peut modifier substantiellement l'issue d'une simulation. La situation devrait être rectifiée si une utilisation plus sérieuse du

logiciel est envisagée et l'inclusion de ces mises à la terre ne demanderait qu'un léger ajout au code actuel. D'autre part, le fléchissement des câbles n'a pas été pris en compte dans le calcul des longueurs de lignes, ces dernières ayant été déterminées approximativement à l'aide de la carte du réseau.

CONCLUSION

Bien que la modélisation des lignes de transmission polyphasées en régime transitoire soit compliquée, le choix du modèle « Z-Line », qui fonctionne entièrement dans le domaine des phases, a permis d'éviter les difficultés de la décomposition modale sur laquelle sont basés les autres modèles étudiés. De plus, le modèle « Z-Line » permet d'obtenir le profil de tension d'une ligne sans calcul additionnel, ce qui a représenté un avantage substantiel pour l'atteinte des objectifs visés par ce travail.

La difficulté rencontrée dans la synthèse de l'impédance de pertes du modèle « Z-Line » a été contournée en allouant les blocs RL (plus précisément GB) en ordre décroissant de fréquences. La procédure d'optimisation initialement proposée dans [14] a semblé trop difficile à mettre en œuvre et cette dernière a été remplacée au profit de la méthode itérative (similaire à Gauss-Seidel) proposée dans [26]. Cette méthode, également exécutée en ordre décroissant de fréquences, a fourni un résultat stable dans la majorité des cas.

Le développement du moteur de simulation dans le langage Matlab a permis de concentrer les efforts vers l'objectif final en évitant les complexités de bas niveau. Les résultats fournis par le moteur de simulation ont été validés à l'aide de cas retrouvés dans la littérature (comparaison des graphiques) ainsi qu'avec le logiciel EMTP, la comparaison avec ce dernier ayant révélé des résultats à toutes fins pratiques identiques. Le module de calcul des paramètres de lignes aériennes a aussi été testé en profondeur et ses résultats se sont avérés conformes à ceux fournis par le module LINE CONSTANTS de EMTP.

Vu la complexité d'un réseau de transport d'énergie électrique, et l'absence dans le logiciel développé de certaines composantes nécessaires, notamment les composantes non linéaires, le réseau électrique québécois n'a pas été simulé de façon rigoureuse. Mais cette simulation a quand même permis d'expérimenter le logiciel développé et

d'éprouver sa robustesse pour la simulation de très grands circuits électriques. Une meilleure modélisation pourrait être effectuée en enrichissant le logiciel de modèles supplémentaires.

La simulation du réseau de transport ainsi que l'animation effectuées ont permis de rencontrer les objectifs visés par ce travail, à savoir la représentation tridimensionnelle des formes d'ondes sur les lignes de transmission, ainsi que leur situation géographique sur une carte du territoire. À cet effet, l'utilisation de Matlab pour la représentation graphique tridimensionnelle s'est avérée être un bon choix en raison de la disponibilité de toutes les primitives graphiques, plus une barre d'outils de déplacements interactifs de la caméra.

RECOMMANDATIONS

Améliorer la synthèse de l'impédance de pertes du modèle « Z-Line », notamment la phase d'optimisation.

Améliorer l'affichage des lignes par des couleurs et/ou l'effacement des lignes non désirées.

Permettre l'affichage d'information quantitative sur les ondes animées. Détecter et marquer les surtensions.

Ajouter la possibilité de démarrer une simulation à partir de la solution en régime permanent.

Programmer un mécanisme d'enregistrement et de lecture des résultats de simulation sur disque par blocs de taille prédéterminée au lieu de stocker tout en mémoire. Permettre le stockage des résultats à partir d'un certain temps seulement.

Ajouter des modèles d'éléments non linéaires, en particulier le parafoudre.

Mieux modéliser les centrales en tenant compte de la synchronisation avec le reste du réseau.

Inclure les mises à la terre du fil neutre à chaque pylône.

Considérer le fléchissement des câbles dans le calcul des longueurs de lignes.

Considérer la transposition des lignes.

ANNEXE 1

Équations des lignes de transmission

L'application de la loi des voltages de Kirchoff au circuit de la figure 1 donne

$$-V(x) + Z\Delta x \left(I(x) - Y \frac{\Delta x}{2} V(x) \right) + V(x + \Delta x) = 0 \quad (\text{A1.1})$$

c'est-à-dire

$$\frac{V(x + \Delta x) - V(x)}{\Delta x} = ZY \frac{\Delta x}{2} V(x) - ZI(x). \quad (\text{A1.2})$$

Lorsque $\Delta x \rightarrow 0$, on obtient

$$\frac{dV(x)}{dx} = -ZI(x). \quad (\text{A1.3})$$

D'autre part, l'application de la loi des courants de Kirchoff donne

$$I(x) - Y \frac{\Delta x}{2} V(x) - Y \frac{\Delta x}{2} V(x + \Delta x) - I(x + \Delta x) = 0 \quad (\text{A1.4})$$

c'est-à-dire

$$\frac{I(x + \Delta x) - I(x)}{\Delta x} = -\frac{1}{2} YV(x) - \frac{1}{2} YV(x + \Delta x) \quad (\text{A1.5})$$

Lorsque $\Delta x \rightarrow 0$, on obtient

$$\frac{dI(x)}{dx} = -YV(x) \quad (\text{A1.6})$$

Les équations (A1.3) et (A1.6) correspondent à (1.1) et (1.2), respectivement, et forment un système de deux équations différentielles du premier ordre à deux variables. Pour être capable de les résoudre, on doit avoir une forme à une seule variable, ce qui est réalisé en combinant les deux équations. On obtient alors

$$\frac{d^2V(x)}{dx^2} - (ZY)V(x) = 0 \quad (\text{A1.7})$$

$$\frac{d^2I(x)}{dx^2} - (YZ)I(x) = 0. \quad (\text{A1.8})$$

Les équations (A1.7) et (A1.8) sont deux équations différentielles du deuxième ordre, linéaires et homogènes à une seule variable. Une des deux équations doit être résolue, on peut choisir (A1.7). La solution complète est donnée par :

$$V(x) = A_1 e^{\gamma x} + A_2 e^{-\gamma x} \quad (\text{A1.9})$$

avec $\gamma = \sqrt{ZY}$. Les constantes A_1 et A_2 dépendent des conditions aux frontières. Celles-ci sont déterminées en dérivant d'abord (A1.9) :

$$\frac{dV(x)}{dx} = A_1 \gamma e^{\gamma x} - A_2 \gamma e^{-\gamma x} \quad (\text{A1.10})$$

puis en substituant (A1.3) dans (A1.10) :

$$\gamma^{-1} Z I(x) = Z_c I(x) = -A_1 e^{\gamma x} + A_2 e^{-\gamma x}. \quad (\text{A1.11})$$

Le terme Z_c est désigné par *impédance caractéristique* de la ligne :

$$Z_c = \gamma^{-1} Z = (ZY)^{-1/2} Z. \quad (\text{A1.12})$$

Au début de la ligne (au point S), $x = 0$. Alors selon (A1.9) et (A1.11) :

$$V_S = A_1 + A_2 \quad (\text{A1.13})$$

$$Z_c I_S = -A_1 + A_2. \quad (\text{A1.14})$$

Les équations (A1.13) et (A1.14) forment un système à deux équations et deux inconnues, dont la solution est :

$$A_1 = \frac{V_S - Z_c I_S}{2}, \quad A_2 = \frac{V_S + Z_c I_S}{2}. \quad (\text{A1.15})$$

En additionnant (A1.9) et (A1.11) et substituant les valeurs de A_1 et A_2 , on obtient :

$$V(x) + Z_c I(x) = (V_S + Z_c I_S) e^{-\gamma x} \quad (\text{A1.16})$$

ce qui correspond au résultat recherché.

ANNEXE 2

Impédance des conducteurs de forme cylindrique

A2.1 Distribution du courant à l'intérieur d'un conducteur

La détermination de l'impédance des conducteurs nécessite d'introduire le concept de *pénétration du champ électromagnétique* à l'intérieur d'un conducteur. On désire connaître la distribution du champ en tout point à l'intérieur du conducteur lorsque celui-ci transporte un courant.

Comme on s'intéresse à ce qui se passe à un *emplacement précis* et non pas dans une *région*, on utilise la notion de *densité de courant* plutôt que celle du courant. La densité de courant est un vecteur indiquant la « concentration » et le sens du courant à un point donné. Il est noté par \mathbf{i} et ses unités sont les ampères par mètre carré (A/m^2). La loi d'Ohm établit la relation entre la densité de courant provoquée par les charges mises en mouvement dans un champ électrique \mathbf{E} :

$$\mathbf{i} = \sigma \mathbf{E}. \quad (\text{A2.1})$$

La constante σ est la conductivité du matériau.

A2.2 Formulation d'hypothèses pour l'étude des conducteurs

Les lois gouvernant les phénomènes électromagnétiques variants dans le temps sont exprimées par les équations de Maxwell; on admet que ces lois restent valables dans les conducteurs. La substitution de l'équation (A2.1) dans l'équation de Maxwell-Ampère

$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{i} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$ permet d'obtenir :

$$\nabla \times \mathbf{H} = \sigma \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}. \quad (\text{A2.2})$$

Le terme $\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$ correspond à un *courant de déplacement* provoqué par la variation de la densité du flux électrique dans le temps, et il importe de comparer sa grandeur par

rapport au terme du *courant de conduction* $\sigma \mathbf{E}$. La réécriture de l'équation (A2.2) en utilisant les phaseurs et la définition $\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}$ permettent de visualiser les deux termes :

$$\nabla \times \mathbf{H} = \sigma \mathbf{E} + j\omega \mathbf{D} = (\sigma + j\omega \varepsilon) \mathbf{E}. \quad (\text{A2.3})$$

À titre indicatif, l'ordre de grandeur de la conductivité σ est 10^7 tandis que l'ordre de grandeur de la permittivité ε est d'environ 10^{-12} . C'est pourquoi le courant de déplacement dans un conducteur est négligeable ($\omega \varepsilon \ll \sigma$) jusqu'aux radiofréquences les plus élevées.

Il est facile de démontrer que la loi d'Ohm suppose l'absence de charges libres, en appliquant l'opérateur de divergence à l'équation (A2.3). La divergence du rotationnel de tout vecteur est nulle :

$$\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{H}) = \nabla \cdot (\sigma + j\omega \varepsilon) \mathbf{E} = (\sigma / \varepsilon + j\omega) \nabla \cdot \mathbf{D} = 0. \quad (\text{A2.4})$$

Ainsi d'après (A2.4) :

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho = 0. \quad (\text{A2.5})$$

ρ est le terme des charges libres.

Les paragraphes précédents ont fourni les hypothèses applicables aux équations de Maxwell pour l'étude des conducteurs, et définissent ce qu'est un bon conducteur d'électricité :

- a. le courant de déplacement est négligeable comparé au courant de conduction, $\omega \varepsilon \ll \sigma$;
- b. le terme des charges libres est nul, $\rho = 0$;
- c. le courant de conduction est donné par la loi d'Ohm, $\mathbf{i} = \sigma \mathbf{E}$.

A2.3 Formulation de l'équation différentielle

L'équation différentielle gouvernant la pénétration du champ électromagnétique à l'intérieur d'un conducteur est obtenue en appliquant le rotationnel à l'équation de

Maxwell-Faraday $\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = -\nabla \times \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}. \quad (\text{A2.6})$$

En utilisant l'identité vectorielle $\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E}$ ainsi que la définition $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$, l'équation (A2.6) est réécrite de la façon suivante :

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) = \mu \nabla \times \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = \mu \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \mathbf{H}). \quad (\text{A2.7})$$

Selon les hypothèses posées, on a $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$ (A2.5) et $\nabla \times \mathbf{H} = \sigma \mathbf{E}$ (A2.2). Ces deux expressions sont utilisées dans (A2.7) afin obtenir :

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \mu \sigma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (\text{A2.8})$$

ou bien en utilisant les phaseurs :

$$\nabla^2 \mathbf{E} = j\omega \mu \sigma \mathbf{E}. \quad (\text{A2.9})$$

L'équation (A2.9) est une équation différentielle qui fournit la relation entre les dérivées temporelles et spatiales du champ électrique en tout point à l'intérieur d'un conducteur.

A2.4 Application aux conducteurs de forme cylindrique

Ce type de conducteur se représente bien en coordonnées cylindriques (Figure 61) en faisant correspondre l'axe du conducteur à l'axe des z . Si le fil décrit un trajet sans courbures très prononcées - ce qui est habituellement le cas - alors la courbure est négligeable. Les hypothèses simplificatrices suivantes sont posées pour ce type de conducteur :

- a. le conducteur décrit un trajet de courbure négligeable;

- b. le courant circule uniquement dans la direction axiale, $E_\phi = E_\rho = 0$;
- c. les variations de densité de courant selon l'axe ou la circonférence sont négligeables comparées avec les variations radiales, $\frac{dE}{dz} = \frac{dE}{d\phi} = 0$.

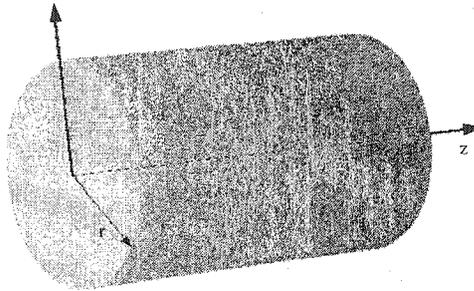


Figure 61 Segment d'un conducteur cylindrique

Selon ces hypothèses, l'équation (A2.9) écrite en coordonnées cylindriques sans variations suivant ϕ ni z , est

$$\frac{d^2 E_z}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{dE_z}{d\rho} - j\omega\mu\sigma E_z = 0 \quad (\text{A2.10})$$

ou bien

$$\frac{d^2 E_z}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{dE_z}{d\rho} - T^2 E_z = 0 \quad (\text{A2.11})$$

avec $T^2 = j\omega\mu\sigma$.

Une bonne expérience des équations différentielles aura permis de reconnaître l'équation (A2.11) comme étant l'équation de Bessel modifiée d'ordre zéro, dont la solution peut être exprimée à l'aide des fonctions de Bessel modifiées. Soient I_ν (fonction de Bessel modifiée de la première espèce, d'ordre ν) et K_ν (fonction de Bessel modifiée de la seconde espèce, d'ordre ν), alors on peut démontrer qu'une solution complète est donnée par :

$$E_z = AI_0(T\rho) + BK_0(T\rho) \quad (\text{A2.12})$$

où les constantes A et B dépendent des conditions aux frontières.

A2.5 Cas du conducteur cylindrique plein

On désire connaître l'impédance par unité de longueur d'un conducteur cylindrique plein de rayon r . Il faut tout d'abord déterminer les constantes A et B de l'équation (A2.12). Un examen de la fonction K_0 montre que celle-ci tend vers l'infini lorsque l'argument est nul, ce qui implique que $B = 0$ car le champ au centre du conducteur ($\rho = 0$) a une valeur finie. La constante A est évaluée en termes du champ électrique à la surface; soit $E_z = E_0$ lorsque $\rho = r$, alors

$$A = \frac{E_0}{I_0(Tr)} \quad (\text{A2.13})$$

et l'expression du champ électrique en fonction de ρ est :

$$E_z = \frac{E_0 I_0(T\rho)}{I_0(Tr)}. \quad (\text{A2.14})$$

L'impédance par unité de longueur est le rapport du champ électrique en surface³ sur le courant total circulant dans le fil. Le courant total peut être trouvé à l'aide de la loi d'Ampère qui stipule que l'intégrale du champ magnétique sur un parcours fermé égale le courant entouré par ce parcours : $\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{L} = I$. Ici, le parcours est le cercle de rayon r entourant le conducteur :

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{L} = \int_0^{2\pi} H_\phi r d\phi = 2\pi r H_\phi \Big|_{\rho=r} = I. \quad (\text{A2.15})$$

Le champ magnétique s'obtient à l'aide de l'équation de Maxwell-Faraday

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu\mathbf{H}. \quad (\text{A2.16})$$

D'après les hypothèses posées, seules les composantes E_z et H_ϕ existent pour le conducteur de forme cylindrique. L'équation (A2.16) est alors simplement

$$H_\phi = \frac{1}{j\omega\mu} \frac{dE_z}{d\rho} = \frac{\sigma}{T^2} \frac{dE_z}{d\rho}. \quad (\text{A2.17})$$

³ Étant donné que la tension est appliquée sur l'extérieur du conducteur.

La dérivée apparaissant dans (A2.17) est calculée à partir de (A2.14) en sachant que

$$\frac{d}{dx} I_0(u) = I_1(u) \frac{du}{dx} :$$

$$\frac{dE_z}{d\rho} = \frac{E_0 T I_1(T\rho)}{I_0(Tr)}. \quad (\text{A2.18})$$

Dès lors on obtient l'expression du champ magnétique en combinant les équations (A2.17) et (A2.18) :

$$H_\phi = \frac{\sigma E_0 I_1(T\rho)}{T I_0(Tr)}. \quad (\text{A2.19})$$

Le courant peut maintenant être exprimé en utilisant (A2.19) dans (A2.15) :

$$I = \frac{2\pi r \sigma E_0 I_1(Tr)}{T I_0(Tr)}. \quad (\text{A2.20})$$

Puis finalement, l'impédance par unité de longueur est

$$Z = R + jX = \frac{E_z|_{\rho=r}}{I} = \frac{T}{2\pi r \sigma} \frac{I_0(Tr)}{I_1(Tr)}. \quad (\text{A2.21})$$

Il est à remarquer que deux valeurs sont mathématiquement possibles pour T ($e^{j\frac{\pi}{4}} \sqrt{\omega\mu\sigma}$ et $e^{-j\frac{\pi}{4}} \sqrt{\omega\mu\sigma}$). Ces deux valeurs conduisent au même résultat d'impédance.

A2.6 Cas du conducteur cylindrique tubulaire

On désire connaître l'impédance par unité de longueur d'un conducteur cylindrique tubulaire de rayon intérieur r_1 et de rayon extérieur r_2 . La démarche employée est la même que dans le cas du conducteur plein, mais les conditions aux frontières sont différentes. Soit $E_z = E_0$ lorsque $\rho = r_2$ (champ électrique en surface) alors (A2.12) fournit la première équation servant à déterminer les constantes A et B :

$$A I_0(Tr_2) + B K_0(Tr_2) = E_0. \quad (\text{A2.22})$$

L'on sait, d'après la loi d'Ampère (A2.15), que lorsque le circuit d'intégration est le cercle de rayon r_2 , le courant entouré par le parcours est le courant total :

$$2\pi r_2 H_\phi \Big|_{\rho=r_2} = I. \quad (\text{A2.23})$$

Par contre, lorsque le circuit d'intégration est le cercle de rayon r_1 , le courant entouré est nul :

$$2\pi r_1 H_\phi \Big|_{\rho=r_1} = 0 \quad (\text{A2.24})$$

ce qui signifie, d'après (A2.17), que

$$\frac{dE_z}{d\rho} \Big|_{\rho=r_1} = 0. \quad (\text{A2.25})$$

La dérivée apparaissant dans (A2.25) se calcule en sachant que $\frac{d}{dx} K_0(u) = -K_1(u) \frac{du}{dx}$, ce qui fournit la seconde équation servant à déterminer les constantes A et B :

$$AI_1(Tr_1) - BK_1(Tr_1) = 0. \quad (\text{A2.26})$$

Sous forme matricielle, les équations (A2.22) et (A2.26) s'écrivent :

$$\begin{bmatrix} I_0(Tr_2) & K_0(Tr_2) \\ I_1(Tr_1) & -K_1(Tr_1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (\text{A2.27})$$

La solution au système (A2.27) par la règle de Cramer est :

$$A = \frac{-E_0 K_1(Tr_1)}{\Delta} \quad \text{et} \quad B = \frac{-E_0 I_1(Tr_1)}{\Delta} \quad (\text{A2.28})$$

où Δ est le déterminant (qu'il ne sera pas nécessaire de calculer).

L'expression du champ magnétique est obtenue d'après (A2.17) :

$$H_\phi = \frac{\sigma}{T} [AI_1(T\rho) - BK_1(T\rho)] \quad (\text{A2.29})$$

puis le courant total d'après (A2.23) :

$$I = \frac{2\pi r_2 \sigma}{T} [AI_1(Tr_2) - BK_1(Tr_2)]. \quad (\text{A2.30})$$

Finalement, l'impédance par unité de longueur est

$$Z = \frac{E_z|_{\rho=r_2}}{I} = \frac{T}{2\pi r_2 \sigma} \left[\frac{AI_0(T r_2) + BK_0(T r_2)}{AI_1(T r_2) - BK_1(T r_2)} \right]. \quad (\text{A2.31})$$

La substitution des valeurs de A et B (A2.28) dans (A2.31) et quelques manipulations conduisent à l'expression désirée :

$$Z = R + jX = \frac{T}{2\pi r_2 \sigma} \left[\frac{I_0(T r_2)K_1(T r_1) + I_1(T r_1)K_0(T r_2)}{I_1(T r_2)K_1(T r_1) - I_1(T r_1)K_1(T r_2)} \right]. \quad (\text{A2.32})$$

A2.7 Impédance en très hautes fréquences

En très hautes fréquences, l'intensité du champ décroît si rapidement vers le centre du conducteur que la forme arrondie de ce dernier n'a plus d'importance. Le conducteur peut être « déroulé » en devenant un conducteur rectangulaire de largeur $2\pi r$ et de hauteur supposée infinie. Cette approximation conduit à une formule d'impédance plus simple valable en très hautes fréquences pour les deux types de conducteurs (cylindrique plein et tubulaire).

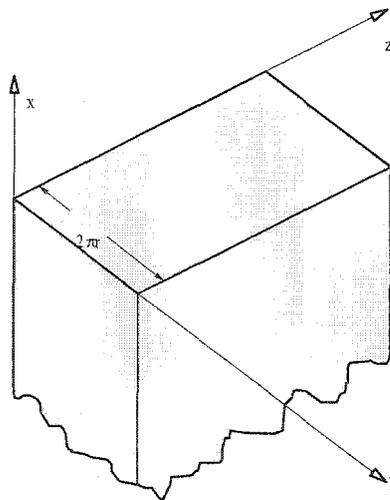


Figure 62 Segment de conducteur rectangulaire

Le conducteur rectangulaire se représente bien en coordonnées cartésiennes (Figure 62). Les hypothèses précédentes restent valables, c'est-à-dire que seule la composante E_z du champ électrique existe, ainsi qu'une variation $\frac{dE_z}{dx}$. L'équation différentielle (A2.9) est donc

$$\frac{d^2 E_z}{dx^2} - T^2 E_z = 0. \quad (\text{A2.33})$$

Cette équation différentielle homogène du deuxième ordre admet comme solution

$$E_z = Ae^{Tx} + Be^{-Tx}. \quad (\text{A2.34})$$

Comme le champ doit être nul à $x = -\infty$ il apparaît immédiatement que $B = 0$. D'autre part, soit E_0 le champ électrique en surface ($x = 0$), alors $A = E_0$.

L'impédance par unité de longueur est encore une fois le champ électrique en surface divisé par le courant total. Ce dernier peut être calculé en intégrant la densité de courant sur la hauteur du conducteur, puis multiplier par sa largeur, c'est-à-dire que

$$I = 2\pi r \int_{-\infty}^0 \mathbf{i} dx. \quad (\text{A2.35})$$

La densité de courant \mathbf{i} est donnée par la loi d'Ohm (A2.1), et le champ électrique est donné par l'équation (A2.34). Alors

$$I = 2\pi r \sigma E_0 \int_{-\infty}^0 e^{Tx} dx = \frac{2\pi r \sigma E_0}{T}. \quad (\text{A2.36})$$

Puis finalement,

$$Z = R + jX = \frac{E_0}{I} = \frac{T}{2\pi r \sigma} = \frac{(1+j)}{2\sqrt{2}\pi r} \sqrt{\frac{\omega\mu}{\sigma}}. \quad (\text{A2.37})$$

L'équation (A2.37) démontre qu'en très hautes fréquences, R et X tendent à s'égaliser et croissent en fonction de $\sqrt{\omega}$.

ANNEXE 3

Démonstration de l'équation (1.24)

Un terme $e_{mhi}(t)$ de l'équation (1.23) est défini par l'intégrale de convolution

$$e_{mhi}(t) = \int_{\tau}^{\infty} k_i e^{-p_i(u-\tau)} f_k(t-u) du. \quad (A3.1)$$

Cette intégrale peut être solutionnée à l'aide de la formule d'intégration par parties

$$\int v dw = vw - \int w dv \quad (A3.2)$$

en choisissant

$$\begin{aligned} v &= k_i e^{-p_i(u-\tau)} & dv &= -k_i p_i e^{-p_i(u-\tau)} du \\ dw &= f_k(t-u) du & w &= \int f_k(t-u) du \end{aligned}$$

et où $w(t)$ est approximée par la méthode trapézoïdale :

$$\begin{aligned} w(t) &= \int f_k(t-u) du \approx w(t-\Delta t) - \frac{f_k(t-\Delta t-u) + f_k(t-u)}{2} \Delta t \\ &\approx \int f_k(t-\Delta t-u) du - \frac{f_k(t-\Delta t-u) + f_k(t-u)}{2} \Delta t \end{aligned} \quad (A3.3)$$

Les équations (A3.2) et (A3.3) permettent d'obtenir

$$\begin{aligned} e_{mhi}(t) &= \left[k_i e^{-p_i(u-\tau)} \left(\int f_k(t-\Delta t-u) du - \frac{f_k(t-\Delta t-u) + f_k(t-u)}{2} \Delta t \right) \right]_{u=\tau}^{u=\infty} \\ &\quad + \int_{\tau}^{\infty} k_i p_i e^{-p_i(u-\tau)} \left(\int f_k(t-\Delta t-u) du - \frac{f_k(t-\Delta t-u) + f_k(t-u)}{2} \Delta t \right) du \end{aligned} \quad (A3.4)$$

Cette dernière équation (A3.4) est réécrite de la façon suivante :

$$e_{mhi}(t) = \left[k_i e^{-p_i(u-\tau)} \int f_k(t - \Delta t - u) du \right]_{u=\tau}^{u=\infty} \quad (\text{A3.5a})$$

$$- \left[k_i e^{-p_i(u-\tau)} \frac{f_k(t - \Delta t - u) + f_k(t - u)}{2} \Delta t \right]_{u=\tau}^{u=\infty} \quad (\text{A3.5b})$$

$$- \int_{\tau}^{\infty} k_i p_i e^{-p_i(u-\tau)} \frac{f_k(t - \Delta t - u) + f_k(t - u)}{2} \Delta t du \quad (\text{A3.5c})$$

$$+ \int_{\tau}^{\infty} (k_i p_i e^{-p_i(u-\tau)} \int f_k(t - \Delta t - u) du) du. \quad (\text{A3.5d})$$

Il s'agit maintenant de simplifier l'expression (A3.5). Tout d'abord, l'équation (A3.5d) se solutionne à l'aide de l'intégration par parties, en choisissant

$$\begin{aligned} v &= \int f_k(t - \Delta t - u) du & dv &= f_k(t - \Delta t - u) du \\ dw &= k_i p_i e^{-p_i(u-\tau)} du & w &= -k_i e^{-p_i(u-\tau)} \end{aligned}$$

ce qui donne

$$- \left[k_i e^{-p_i(u-\tau)} \int f_k(t - \Delta t - u) du \right]_{u=\tau}^{u=\infty} + \int_{\tau}^{\infty} k_i e^{-p_i(u-\tau)} f_k(t - \Delta t - u) du. \quad (\text{A3.6})$$

On observe que le membre de gauche de (A3.6) annule (A3.5a). De plus, d'après (A3.1), le membre de droite de (A3.6) est égal à

$$e_{mhi}(t - \Delta t). \quad (\text{A3.7})$$

En second lieu, l'évaluation de (A3.5b) aux bornes indiquées donne

$$\frac{k_i \Delta t}{2} [f_k(t - \Delta t - \tau) + f_k(t - \tau)]. \quad (\text{A3.8})$$

Finalement, on peut remarquer que (A3.5c) est en fait égale à

$$-\frac{p_i \Delta t}{2} [e_{mhi}(t - \Delta t) + e_{mhi}(t)]. \quad (\text{A3.9})$$

La nouvelle expression de $e_{mhi}(t)$ est l'addition des équations (A3.7), (A3.8) et (A3.9) :

$$e_{mhi}(t) = e_{mhi}(t - \Delta t) + \frac{k_i \Delta t}{2} [f_k(t - \Delta t - \tau) + f_k(t - \tau)] - \frac{p_i \Delta t}{2} [e_{mhi}(t - \Delta t) + e_{mhi}(t)] \quad (\text{A3.10})$$

Quelques manipulations supplémentaires conduisent au résultat désiré :

$$\left[1 + \frac{p_i \Delta t}{2}\right] e_{mhi}(t) = \left[1 - \frac{p_i \Delta t}{2}\right] e_{mhi}(t - \Delta t) + \frac{k_i \Delta t}{2} [f_k(t - \Delta t - \tau) + f_k(t - \tau)]. \quad (\text{A3.11})$$

$$e_{mhi}(t) = \frac{2 - p_i \Delta t}{2 + p_i \Delta t} e_{mhi}(t - \Delta t) + \frac{k_i \Delta t}{2 + p_i \Delta t} [f_k(t - \Delta t - \tau) + f_k(t - \tau)]. \quad (\text{A3.12})$$

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Glover, J. D., & Sarma, M. (2002). *Power system analysis and design* (3e éd.). Pacifig Grove, California : Brooks/Cole
- [2] Marchand, P. (1996). *Graphics and GUI's with Matlab*. Boca Raton, Florida : CRC Press
- [3] Dommel, H. W. (1997). Techniques for analyzing electromagnetic transients. *IEEE Computer Applications in Power*, 10(3), 18-21
- [4] Martí, J. R., Martí, L., & Dommel, H. W. (1993). Transmission Line Models for Steady-State and Transients Analysis. *Joint International Power Conference*, 2, 744-750
- [5] Martí, L. (1983). Low-order approximation of transmission line parameters for frequency-dependent models. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-102(11), 3582-3589
- [6] Martí, J. R. (1982). Accurate modelling of frequency-dependent transmission lines in electromagnetic transient simulations. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-101(1), 147-157
- [7] Semlyen, A., & Dabuleanu, A. (1975). Fast and accurate switching transient calculations on transmission lines with ground return using recursive convolutions. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-94(2), 561-571
- [8] Martí, L. (1988). Simulation of transients in underground cables with frequency-dependent modal transformation matrices. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 3(3), 1099-1110
- [9] Martí, L., & Dommel, H. W. (1997). Calculation of voltage profiles along transmission lines. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 12(2), 993-998
- [10] Wedepohl, L. M., Nguyen, H. V., & Irwin, G. D. (1996). Frequency-Dependent Transformation Matrices for Untransposed Transmission Lines using Newton-Raphson Method. *IEEE Transactions on Power Systems*, 11(3), 1538-1546
- [11] Deri, A., Tevan, G., Semlyen, A., & Castanheira, A. (1981). The complex ground return plane, a simplified model for homogeneous and multi-layer earth return. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-100(8), 3686-3693
- [12] Alvarado, F. L., & Betancourt, R. (1983). An Accurate Closed-Form Approximation for Ground Return Impedance Calculations. *Proceedings of the IEEE*, 71(2), 279-280
- [13] Nguyen, H. V., Dommel, H. W., & Martí, J. R. (1997). Direct phase-domain modelling of frequency-dependent overhead transmission lines. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 12(3), 1335-1342
- [14] Castellanos, F., & Martí, J. R. (1997). Full frequency-dependent phase-domain transmission line model. *IEEE Transactions on Power Systems*, 12(3), 1331-1339
- [15] Overbye, T. J., & Weber, J. D. (2001). Visualizing the Electric Grid. *IEEE Spectrum*, 38(2), 52-58
- [16] Trudel, G., Bernard, S., & Scott, G. (1999). Hydro-Quebec's defence plan against extreme contingencies. *IEEE Transactions on Power Systems*, 14(3), 958-965

- [17] Mahseredjian, J., & Alvarado, F. (1997). Creating an Electromagnetic Transients Program in MATLAB: MatEMTP. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 12(1), 380-388
- [18] Vlach, J., & Singhal, K. (1993). *Computer Methods for Circuit Analysis and Design* (2e éd.). New York : Van Nostrand Reinhold
- [19] The EMTP Development Coordination Group & Electric Power Research Institute. (1989). *Electromagnetic Transients Program (EMTP) Revised Rule Book Version 2.0*
- [20] *World-wide mostly used transients program ATP-EMTP*. Kizilcay, M. Site de ATP-EMTP, [En ligne]. <http://www.emtp.org> (Page consultée le 19 février 2003)
- [21] Hayt, W. H. (1989). *Engineering Electromagnetics* (5e éd.). McGraw-Hill.
- [22] Carson, J. R. (1926). Wave Propagation in Overhead Wires with Ground Return. *Bell System Technical Journal*, 5, 539-554
- [23] Ramo, S., Whinnery, J. R., & Van Duzer, T. (1965). *Fields and waves in communication electronics*. New York, N.Y. : John Wiley and Sons
- [24] Dommel, H.W. (1969). Digital Computer Solution of Electromagnetic Transients in Single and Multiphase Networks. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-88(4), 388-399
- [25] Bonneville Power Administration, Branch of System Engineering. (1987). *Electromagnetic Transients Program (EMTP) Theory Book*
- [26] Yu, T.-C., & Martí, J. R. (2003). A Robust Phase-Coordinates Frequency-Dependent Underground Cable Model (zCable) for the EMTP. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 18(1), 189-194