



UNIVERSITE D'ANTANANARIVO
ECOLE SUPERIEURE POLYTECHNIQUE
DEPARTEMENT INFORMATION GEOGRAPHIQUE ET FONCIERE

Mémoire de fin d'études en vue de l'obtention du diplôme d'ingénieur

GEOMETRE TOPOGRAPHE



TOUT SUR LA PROJECTION LABORDE ET L'UTILISATION DU GPS A MADAGASCAR



Présenté par ANDRIANARISON Misan'ny Farany Nirina

Encadreur professionnel M. NARY HERILALAO IARIVO

Encadreur pédagogique M. RABETSIAHINY

PROMOTION 2007

**TOUT SUR LA PROJECTION LABORDE ET
L'UTILISATION DU GPS A MADAGASCAR**

PRESENTE PAR : **ANDRIANARISON MISAN'NY FARANY NIRINA**

PRESIDENT DU JURY : **MONSIEUR RABETSIAHINY**

CHEF DE DEPARTEMENT DE L'INFORMATION GEOGRAPHIQUE
ET FONCIERE

MAITRE DE CONFERENCE A L'ESPA

RAPPORTEUR : **MONSIEUR NARY HERILALAO IARIVO**

INGENIEUR GEODESIEN CARTOGRAPHE

ANCIEN DIRECTEUR DE L'INFORMATION GEOGRAPHIQUE DE
BASE AU FTM

EXAMINATEURS : **MONSIEUR RAJAONARISON JEAN DESIRE**

INGENIEUR AU FTM

: **MONSIEUR RAZAFINDRAKOTOHARY TIANA RICHARD**

INGENIEUR GEOMETRE TOPOGRAPHE

RESPONSABLE DE LA MODERNISATION ET RESTRUCTURATION
AU PROGRAMME NATIONAL FONCIER OU PNF

RESUME

Cet ouvrage traite de la projection Laborde Madagascar. Il est destiné à tous les utilisateurs quotidiens : géomètres, topographes, géodésiens, SIGistes. Il les aidera à choisir et à améliorer les méthodes qui conviennent à leurs projets. La présence d'un « index de recherche » facilitera l'utilisation de cet ouvrage.

De plus, une amélioration de l'utilisation du GPS à Madagascar nous permettra non seulement de faire le rattachement des projets à cette projection mais aussi de faciliter la densification et la réfection de tout ensemble d'infrastructure géodésique et de nivellement.

Une vision à long terme nous a poussé à envisager la mise en place d'une station GPS permanente et la proposition d'une nouvelle projection Mercator oblique qui va substituer celle de Laborde Madagascar actuelle.

INDEX DE RECHERCHE

Abaque Laborde	46-131
Adaptation	64
Adaptation à Alaotra	80
Alimentation GPS	86
Altération linéaire	45
Altitude géodésique	94
Altitude orthométrique	94
Améliorations de la précision	60
Analyse d'un logiciel de transformation	70
Antenne GPS	85
Application à Madagascar de Mercator oblique	114
Architecture	48
Bibliographie	123-127
Carte montrant la différence entre EGM et NGM	106
Centre d'analyse	61
Centre de projection	28
Choix de la projection Laborde	22
Choix de l'isomètre	31
Classification des travaux suivant l'échelle	57
Constante de la projection	32
Constante de la projection Mercator oblique	111
Constante de projection UTM	120
Convergence des méridiens	54-144-145
Conversion altimétrique des hauteurs ellipsoïdales	100
Coordonnées géocentriques	68-69
Correction de courbure	44
Correction d'horloge	90
Correction histoires vécues	40
Correction liée à la projection Laborde	45
Correction linéaire UTM	138
Correction linéaires	41-135
Datum Mercator Hotine	76
Datum Mercator oblique standard	76
Datum pour Madagascar	75
Déclinaison magnétique	54
Densification des canevas	65
Détermination des sept paramètres	70-71-72
Détermination des six points géodésiques	77
Différence entre Mercator oblique et Laborde	115
Diffusion des données	91
Distance d'un point à l'isomètre	51
Distance ellipsoïdale	41

Distance horizontale	42
Distance plane	41
DistLaborde	137
dV	49
EGM	101
EGM et NGM	104
Ellipsoïde	27
Emplacement de la station GPS	86
Ephémérides précises	89
Evaluation du géoïde aux points GPS	98
Evaluation du géoïde par gravimétrie	97
Excentrement d'antenne	85
Exemple de conversion des coordonnées	36
Exemple de sept paramètres	81
Fichier RINEX	91
Formule de dV triangulation d'ordre inférieur à 1	52
Formule de dV triangulation du premier ordre	51
Formule de STOKES	97
Formule de convergence des méridiens	54-55-56
Formule de conversion des coordonnées	33-34-35
Formule des corrections linéaires - Calcul approché	46
Formule des corrections linéaires - Calcul précis	46
Formule utilisée Mercator oblique	111-112-113
Géoïde	94
Géoïde de Madagascar	99
Géoïde EGM	102
GPS de navigation	75
GPS en LABORDE	68
Grille en X	116
Grille en Y	117
Hauteur ellipsoïdale	94
Historiques projection Laborde - Nivellement	23-95
Implantation	47-139
Indicatrice du système Laborde	29
ITRF	88
K	46-131
LabordeMada	112
Marégraphe	94
Mercator oblique	110
Méthode absolue	61
Méthode différentielle	62
Méthode par GPS	65
Méthode traditionnelle	65
Neuf points	66
Nivellement par GPS	96
Nord Cartographique	53

Nord Géographique	53
Nord Magnétique	53
η (distance par rapport à l'isomètre)	51
Paramètres unique pour Madagascar	118
Passage du plan à l'ellipsoïde	45
Passage d'une distance de l'ellipsoïde au plan	45
Point fondamental	29-129-130
Points géodésiques	69-83
Points GPS nivelés à Madagascar	104
Polygonation	47
Positions des stations	90
Problème de transformation des coordonnées	68
Projection Laborde	32
Projet linéaire	73
Projet surfacique	74
Rattachement	64
Rattachement du site GPS	86
Récepteurs GPS	84
Réduction à la corde	49-140-142
Réduction à l'horizontale	42
Réduction au niveau zéro	43
Réduction d'échelle	30
Relation entre N, He, et z	97
Résultat à Alaotra	81
RGM	24
Rotation de la terre	90
Station GPS permanente	84
SGL	23
SGM	23
Signe de dV et C''	50-55
Site à Alaotra	78
Station de poursuite	60
Station permanente	92
Stratégie de calcul	67-79
Système GPS	59
Table Laborde (Coordonnées et Correction)	37-38-131
Temps d'observation GPS	63
Test du trajet multiple	87
Trajet multiple	86
Transformation des coordonnées	68
Types de distances	42
Utilisation de la grille	114-118
Utilisation du GPS	64
UTM	120
UTM et Madagascar	121-138
Vitesse de déplacements des stations	90

ABREVIATIONS ET ACRONYMES

FTM	: Foiben-Taosarintanin'i Madagasikara
GPS	: Global Positioning System
RGM65	: Réseau géodésique de Madagascar 1965
WGS84	: World Geodetic System 1984
ESPA	: Ecole Supérieure Polytechnique d'Antananarivo
IGS	: International GPS Service for Geodynamics
Lat	: Latitude
Lon	: Longitude
NGM	: Nivellement Général de Madagascar
EGM96	: Earth Gravity Model 1996
IGF	: Information Géographique et Foncière
GRS80	: Geodetic Reference System 1980
SIG	: Système d'Information Géographique
SGL	: Système Géographique Laborde
SGM	: Service Géographique de Madagascar
MNT	: Modèle Numérique du Terrain
UGGI	: Union Géophysique et Géodésique Internationale
ITRF	: International Terrestrial Reference System Frame
UTM	: Universal Transverse Mercator
TUC	: Temps Universel Coordonné

LISTE DES SYMBOLES

(X_v, Y_v)	: Coordonnées planimétriques dans le système Laborde.
z	: Altitude géodésique
H	: Altitude notation utilisée en topographie
(X, Y, Z)	: Coordonnées Géocentriques
α	: Coefficient de longitude
(λ, φ)	: Longitude, Latitude
L	: Latitude Laborde
M	: Longitude Laborde
D_e	: Distance sur l'ellipsoïde
D_0	: Distance réduite au niveau zéro
D_h	: Distance horizontale
D_p	: Distance suivant la pente
D_{plan}	: Distance sur le plan
K	: Coefficient d'altération linéaire
K_0	: Coefficient de réduction d'échelle égale à 0.9995
η	: Distance d'un point par rapport à l'isomètre
γ	: Constante dépendant de η et égale à 0.000 000 00 79
He	: Hauteur ellipsoïdale
a	: Demi grand axe de l'ellipsoïde
b	: Demi petit axe de l'ellipsoïde
R	: Rayon de la terre
R_0	: Rayon de la terre au point central
E	: Easting
N	: Northing
Gr	: Grade
ρ	: Rayon de l'ellipse méridienne
N	: Grande Normale

GLOSSAIRE

ARRETE N°1991- S.G.M du 29 Août 1951 :

Cet arrêté impose, aux géomètres et topographes des secteurs privés et publics, de rattacher les travaux dont les surfaces et les échelles dépassent certaines limites déterminées, au système Laborde Madagascar. [04]

CANEVAS :

C'est l'ensemble des points connus en planimétrie et/ou en altimétrie avec une précision absolue homogène. [17]

Ligne de base :

Ce sont des segments de droites orientées (dont les coordonnées sont définies par la différence algébrique de coordonnées de ces extrémités), ou longueur du vecteur tridimensionnel joignant un couple de stations sur lesquelles les données GPS ont été simultanément acquises et traitées par la technique différentielle. [01]

Angle de coupure :

C'est l'angle correspond à l'élévation à partir de laquelle les signaux en provenance des satellites sont enregistrés. [20]

TABLE DES MATIERES

RESUME	1
INDEX DE RECHERCHE	2
ABREVIATIONS ET ACRONYMES	5
LISTE DES SYMBOLES.....	6
GLOSSAIRE	7
TABLE DES MATIERES	8
INDEX DES TABLEAUX.....	13
INDEX DES ORGANIGRAMMES	14
INDEX DES FIGURES.....	15
INDEX DES CARTES	16
INDEX DES ANNEXES	17
REMERCIEMENTS	18
INTRODUCTION.....	20
CHOIX DE CE SUJET.....	21
BUT DE CE MEMOIRE	22
I. LA PROJECTION LABORDE MADAGASCAR.....	24
I.1 CHOIX DE LA PROJECTION LABORDE.....	24
I.2 PRESENTATION DU SYSTEME LABORDE	25
I.2.1 HISTORIQUES	25
I.2.2 CARACTERISTIQUES DE LA PROJECTION LABORDE.....	27
I.2.2.1 Ellipsoïde de référence :	27
I.2.2.2 Centre de projection	27
I.2.2.3 Point fondamental	29

I.2.2.4	Indicatrice du système	29
I.2.2.5	Réduction d'Echelle	30
I.2.2.6	Choix de l'isomètre	31
I.2.3	TRANSFORMATIONS DES COORDONNEES	32
I.2.3.1	Détermination des constantes R_0, φ_0, α	32
I.2.3.2	Récapitulation des formules de transformation des coordonnées	33
I.2.3.3	Programmation de transformation des coordonnées :	35
I.2.3.4	Récapitulation d'une manière pratique en utilisant la table Laborde	37
I.2.4	LES DIFFERENTES CORRECTIONS INHERENTES A LA PROJECTION LABORDE	40
I.2.4.1	Correction linéaires	41
I.2.4.2	Réduction à la corde dV	49
I.2.4.3	Convergence des méridiens	53
I.2.5	CLASSIFICATION DES TRAVAUX SUIVANT L'ECHELLE	57
II.	LE GPS	59
II.1	QUELQUES MOTS SUR LE SYSTEME GPS	59
II.2	AMELIORATIONS DE LA PRECISION	60
II.2.1	STATION DE POURSUITE	60
II.2.2	METHODE A POSTERIORI OU METHODE ABSOLUE	61
II.2.2.1	Principe	61
II.2.2.2	Conditions :	61
II.2.2.3	Précision	62
II.2.3	METHODE DIFFERENTIELLE	62
II.2.3.1	Principe	62
II.2.3.2	Conditions	62
II.2.3.3	Précision	62
II.3	UTILISATION DU GPS A MADAGASCAR	64
II.3.1	ADAPTATION ET RATTACHEMENT	64
II.3.2	DENSIFICATION DES CANEVAS EXISTANTS	65

II.6.2	EMPLACEMENT DE LA STATION	86
II.6.2.1	Notion de trajet multiple	86
II.6.2.2	Test du trajet multiple	87
II.6.2.3	Rattachement du site.....	88
II.6.3	MODE D'ENREGISTREMENTS.....	89
II.6.3.1	Données enregistrées	89
II.6.3.2	Traitement des données.....	89
II.6.3.3	Diffusion des données.....	91
II.6.4	SCHEMA GENERAL DE LA STATION.....	92
III.	LE NIVELLEMENT DE MADAGASCAR	94
III.1	QUELQUES DEFINITIONS	94
III.2	HISTORIQUE.....	95
III.3	PRINCIPE DU NIVELLEMENT PAR GPS	96
III.4	EVALUATION D'UN MODELE DE GEOÏDE	97
III.4.1	METHODE PAR GRAVIMETRIE	97
III.4.2	EVALUATION DU GEOÏDE AUX POINTS GPS.....	98
III.4.3	CONVERSION ALTIMETRIQUE DES HAUTEURS ELLIPSOÏDALES	100
III.5	COMPARAISON ENTRE EGM ET LE GEOÏDE DE MADAGASCAR	101
IV.	PROPOSITION D'ETUDES DE LA PROJECTION POUR MADAGASCAR.....	109
IV.1	MERCATOR OBLIQUE.....	109
IV.1.1	RAISON DU CHOIX DE CETTE PROJECTION	109
IV.1.1.1	Avantages.....	109
IV.1.1.2	Inconvénients.....	109
IV.1.2	CARACTERISTIQUES	110
IV.1.2.1	Ellipsoïde	110
IV.1.2.2	Centre de projection	110
IV.1.2.3	Constantes de la projection	110

IV.1.3	TRANSFORMATION DES COORDONNEES	111
IV.1.3.1	Première transformation	111
IV.1.3.2	Deuxième transformation	111
IV.1.3.3	Troisième transformation	112
IV.1.4	DESCRIPTION DU LOGICIEL « LABORDEMADA »	113
IV.1.5	APPLICATION A MADAGASCAR.....	114
IV.1.5.1	Comparaison entre Laborde et Mercator	114
IV.1.5.2	Etablissement d'une grille de passage en X.....	115
IV.1.5.3	Etablissement d'une grille de passage en Y.....	117
IV.1.6	DEDUCTION D'UNE SERIE DE PARAMETRES UNIQUE POUR TOUT MADAGASCAR.....	119
IV.2	UTM (UNIVERSAL TRANSVERSE MERCATOR).....	120
IV.2.1	RAISON DU CHOIX DE CETTE PROJECTION	120
IV.2.1.1	Avantages.....	120
IV.2.1.2	Inconvénients.....	120
IV.2.2	CARACTERISTIQUES	120
IV.2.2.1	Constante de la représentation	120
IV.2.2.2	Cas de Madagascar	121
	CONCLUSION.....	122
	BIBLIOGRAPHIE	123
	WEBOGRAPHIE.....	127
	ANNEXES	128

INDEX DES TABLEAUX

Tableau n°01 : Ecart entre le calcul direct et inverse	037
Tableau n°02 : Récapitulation des travaux selon l'échelle	057
Tableau n°03 : Coordonnées en Laborde par IGN.....	081
Tableau n°04 : Sept paramètres.....	081
Tableau n°05 : Coordonnées Laborde par FTM.....	081
Tableau n°06 : Comparaison des résultats	082
Tableau n°07 : Types de récepteurs.....	084
Tableau n°08 : Types d'antennes	085
Tableau n°09 : Statistique sur le réseau de nivellement de Madagascar	095
Tableau n°10 : Différence entre géoïde NGM et EGM	104
Tableau n°11 : Comparaison entre Laborde et Mercator Oblique	115
Tableau n°12 : Exemple d'utilisation des grilles de transformation	118

INDEX DES ORGANIGRAMMES

Organigramme n°01 : Projection Laborde	032
Organigramme n°02 : Conversion des coordonnées L, M \Rightarrow Xv, Yv.....	038
Organigramme n°03 : Les trois étapes de la transformation des coordonnées issues du GPS en Laborde Madagascar	069
Organigramme n°04 : Passage des coordonnées WGS84 vers Laborde	070
Organigramme n°05 : Détermination des sept paramètres de transformation.....	071
Organigramme n°06 : Test de fiabilité de ces sept paramètres.....	072
Organigramme n°07 : Passage entre les Coordonnées GPS, Mercator oblique, Laborde.....	114

INDEX DES FIGURES

Figure n°01 : Ellipsoïde de référence.....	027
Figure n°02 : Centre de projection.....	028
Figure n°03 : Les différents types de distance.....	042
Figure n°04 : Correction de courbure.....	044
Figure n°05 : Correction angulaire dV	049
Figure n°06 : Correction dV d'un triangle sphérique.....	049
Figure n°07 : Erreur linéaire obtenue par la correction dV	050
Figure n°08 : Signe de dV	050
Figure n°09 : Transformées des méridiens et convergence des méridiens.....	053
Figure n°10 : Relation entre les trois Nord.....	054
Figure n°11 : Signe de convergence de méridien.....	056
Figure n°12 : Le système de référence GPS.....	059
Figure n°13 : Durée d'observation et ligne de base.....	063
Figure n°14 : Schémas de calcul de point de base Neuf point.....	067
Figure n°15 : Choix de point d'adaptation : cas des projets linéaires.....	073
Figure n°16 : Choix de point d'adaptation : cas des projets surfaciques.....	074
Figure n°17 : Stratégie de calcul détermination ALA OTRA.....	079
Figure n°18 : Adaptation du réseau Alaotra.....	080
Figure n°19 : Phénomène du trajet multiple.....	087
Figure n°20 : Schémas général de la station GPS permanente.....	092
Figure n°21 : Type d'altitudes.....	095
Figure n°22 : Profil entre RGM et NGM (coupe transversale).....	106

INDEX DES CARTES

Carte n°01 : Choix de l'isomètre	031
Carte n°02 : Station de poursuite.....	060
Carte n°03 : Carte de neuf points d'ordre zéro à Madagascar	066
Carte n°04 : Présentation du site Alaotra.....	078
Carte n°05 : Exemple de transformation ITRF2000 en ITRF2005.....	088
Carte n°06 : Evaluation du géoïde de Madagascar aux points GPS	099
Carte n°07 : Carte de géoïde de Madagascar par rapport au géoïde mondial	102
Carte n°08 : Différence entre géoïde NGM et EGM	106
Carte n°09 : Grille en X.....	116
Carte n°10 : Grille en Y.....	117
Carte n°11 : Les fuseaux 38 et 39	121

INDEX DES ANNEXES

ANNEXE I : Fiche signalétique du point fondamental	129
ANNEXE II : Photo du pilier Astrolabe observatoire.....	130
ANNEXE III : Correction linéaire, utilisation de la table LABORDE	131
ANNEXE IV : Correction linéaire, utilisation des formules.....	135
ANNEXE V : Correction linéaire, dans le système de projection UTM	138
ANNEXE VI : Implantation à Ambovombe	139
ANNEXE VII : Réduction à la corde dV sur une direction.....	140
ANNEXE VIII: Réduction à la corde dV sur un triangle sphérique	142
ANNEXE IX : Calcul convergence des méridiens sous Excel	144
ANNEXE X : Fiche signalétique d'un point géodésique	146
ANNEXE XI : Exemple des datums utilisés dans un GPS « GARMIN »	147

REMERCIEMENTS

La réussite de ce mémoire est due à une synergie collective de tout un monde de bonne volonté.

Mes sincères remerciements s'adressent à Monsieur RAMANANTSIZEHENA Pascal, Directeur de l'ESPA, qui m'a permis de suivre les cours de l'ESPA, et m'a autorisé la présentation du présent mémoire.

Mes reconnaissances vont à l'endroit de Monsieur RABETSIAHINY, Chef de Département Information Géographique et Foncière de l'ESPA.

Je tiens également à remercier le FTM et tout son personnel, en particulier :

- ⇒ Monsieur RAMAROSON Henri Bien Aimé, Administrateur Délégué du FTM, qui m'a autorisé de poursuivre mes études à l'ESPA.*
- ⇒ Monsieur ANDRIAMPANANA Victor, ancien Directeur Général du FTM. Il m'a permis de continuer mes études.*
- ⇒ Mes collègues du FTM, grâce à leurs encouragements, j'ai pu terminer mes études.*

Sans oublier tous les membres du jury, ici présents, qui ont bien voulu accepter de donner leur avis sur ce mémoire.

Mes vifs remerciements vont à Monsieur NARY HERILALAO IARIVO, Ingénieur Géodésien et ancien Directeur de l'Information géographique de Base au FTM. Il m'a dirigé tout au long de la réalisation de ce mémoire et n'a cessé de me prodiguer de conseils précieux et me consacrer une grande partie de son temps.

Je ne saurais oublier, et ce ne sont pas les moindres, tous les enseignants à l'ESPA. Ils m'ont suivi tout au long de ces trois années d'études, plus particulièrement ceux de l'IGF.

Et j'ai une pensée noble et gracieuse envers mes chers parents, mes frères, mes sœurs et tous les membres de ma famille.

Mes hommages sont également adressés à mes collègues de l'IGF5, promotion 2007, ainsi qu'à tous les étudiants du Département IGF, à tous mes amis et camarades du Campus de Vontovorona.

A tous ceux qui, de près ou de loin, ont contribué à la réussite de ce mémoire, grand merci.

INTRODUCTION

INTRODUCTION

La projection spécifique utilisée à Madagascar est la projection Laborde. Cependant, elle n'est pas suffisamment connue par les autorités administratives, les utilisateurs et le public, malgré son importance pour le pays.

Mais quelle est donc son utilité ? Comment l'utiliser ? Et quelles sont ses applications? Les utilisateurs ont du mal à les maîtriser.

Il nous est donc impératif de développer « tout » sur cette projection :

- Pourquoi cette projection a-t-elle été choisie ?
- Quelle est sa définition et ses paramètres ?
- Quelles sont les formules à utiliser, quand ? où ? et pourquoi ? les utiliser. Des exemples très pratiques serviront à l'illustration.

Bien que cette projection soit mathématiquement irréprochable, sa manipulation est quelque peu complexe.

Ainsi, allons-nous proposer une projection classique qui n'affectera ni les cartes existantes : 1 : 50 000, 1 : 100 000, ni les données de base, mais d'une utilisation nettement plus facile et se combinant aisément avec le GPS, utilisant des paramètres uniques pour tout Madagascar.

De plus, comme le titre indique, nous nous étalons aussi sur l'utilisation du GPS à Madagascar, en répondant aux questions posées par tous les utilisateurs : comment passer du système de coordonnées GPS (WGS84) à la projection Laborde (coordonnées locales) ?

Ce document sera présenté sous forme de « monitoring » de recherche de questions et de réponses.

CHOIX DE CE SUJET

Tous les projeteurs, tous les utilisateurs sont tenus par l'arrêté N°1991 – S.G.M. du 29 Août 1951 de rattacher leurs travaux, leurs projets à la projection Laborde qui est la projection officielle à Madagascar.

Ils se demandent tous où trouver des documents traitant le sujet, mais c'est difficile. Et s'il en existe, ce sont des documents disparates ne traitant qu'une partie des problèmes. Dans les techniques actuelles, modernes, la triangulation traditionnelle est abandonnée aux dépens de GPS.

Nous présenterons donc un document unique traitant le thème « **TOUT SUR LA PROJECTION LABORDE et L'UTILISATION DU GPS A MADAGASCAR** », et surtout comment résoudre le problème de passage entre les coordonnées WGS84 à celles de Laborde Madagascar.

Avec ce document, très technique certes, mais facilement abordable avec des exemples pratiques, les problèmes sur le sujet seront résolus.

BUT DE CE MEMOIRE

L'objectif du présent mémoire est :

- 1- de prouver que l'utilisation de la projection Laborde n'est pas un vrai problème.
- 2- de donner une démarche pour que les utilisateurs aient une précision fiable et adéquate pour une utilisation immédiate (topométrie, Cartographie, ...)
- 3- d'adapter la projection de Madagascar à la technologie moderne telle que le GPS.

En faisant :

- ☞ une présentation du système Laborde suivi d'une mise au point sur les différentes corrections à apporter selon les cas et avec des exemples concrets.
- ☞ la résolution des problèmes de l'utilisation du GPS à Madagascar, la transformation des coordonnées et passage des hauteurs ellipsoïdales en altitude afin d'étudier un modèle de géoïde.
- ☞ une proposition d'études sur le nouveau système de représentation pour Madagascar.

Et, à l'aide :

- ✚ des expériences acquises au sein du FTM,
- ✚ des documents déjà existants et des études réalisées depuis 1928,
- ✚ Et des études effectuées au sein de l'Ecole Supérieure Polytechnique d'Antananarivo.

Tout au long du présent mémoire, nous allons nous baser sur les résultats des travaux effectués auparavant.

CHAPITRE

I

LA PROJECTION LABORDE MADAGASCAR

I. LA PROJECTION LABORDE MADAGASCAR

I.1 CHOIX DE LA PROJECTION LABORDE

Le commandant Laborde a considéré la représentation plane de la terre comme un problème national. En 1926, il a créé le système de représentation plane Laborde Madagascar en usage officiel depuis, pour les travaux cartographiques, géodésiques et topographiques pour le pays.

Parmi toutes les projections possibles, celle-ci réduit au minimum la plus grande altération linéaire dans le champ d'application envisagé, c'est-à-dire Madagascar.

Les critères de cette représentation sont d'éliminer les erreurs et les déformations dues aux passages de la sphère terrestre au plan.

Ce système de représentation répond à la fois aux conditions de Tissot, Courtier, Rouissille, et aux critères suivantes : [04]

- ☞ Champ d'application très étendu ;
- ☞ Adaptation parfaite à la forme du pays pour laquelle la projection est établie ;
- ☞ Possibilité d'utilisation pour toutes les opérations de la géographie métrique, jusqu'aux triangulations très précises de 1^{er} ordre.

I.2 PRESENTATION DU SYSTEME LABORDE

I.2.1 HISTORIQUE

Dès 1896, la cartographie de la Grande Ile a été l'une des priorités des colonisateurs. Ces cartes ont été destinées aux militaires et aux missionnaires. Le service géographique de Madagascar adoptait la projection équivalente de Bonne. Mais ce choix convenait mal pour Madagascar. Il présentait une altération linéaire trop élevée.

En 1925, la topographie commence à se répandre et s'éloigne de l'axe de la projection. Le Commandant Laborde a mis en service 4 projections locales provisoires, en attendant la mise au point d'une projection unique et définitive qui offre beaucoup d'avantage pour Madagascar.

Madagascar était l'un des Etats Africains qui bénéficiait d'une bonne infrastructure géodésique permettant de faire la cartographie du pays et autres utilisations géodésiques.

Au début, la géodésie à Madagascar était à la charge du Service Géographique de Madagascar ou SGM. Le réseau s'appelait Système Géographique Laborde ou SGL. C'était donc en 1926 que la réfection des points et le complètement des blancs dans certaines régions ont débuté. Ce réseau était constitué de 7313 points géodésiques répartis dans tout le Madagascar, 996 points du premier ordre, 1267 du second ordre et 3510 du troisième ordre.

La dernière mission géodésique à Madagascar a pris sa fin en 1965. Cette mission consistait à la réfection d'une partie de la triangulation avec des théodolites T3 afin de doter à la Grande Ile d'un réseau géodésique d'une bonne valeur : quarante années d'observation des triangulations (1924 à 1961), quatre ans (1961 à 1964) d'observation des azimuts de Laplace, et observations de base pour la mise à l'échelle et calcul d'ensemble. Du coup, des compensations de ces jeux de coordonnées ont été faites. La Grande Ile était divisée en trois parties lors de cette compensation : partie nord, centre et la partie sud. Chaque bloc comprenait le nombre de points suivant :

- 97 points dans la zone Nord
- 278 points dans la zone Centre
- 225 points dans la zone Sud

La précision est de l'ordre de 40 cm, estimée à partir des résidus des compensations aux moindres carrées [10].

Mais le système RGM 1965 a seulement rendu homogène les coordonnées SGL et il ne concerne que les points du premier ordre, les points de détail restent toujours dans le système SGL. La plupart des points de 2^{ème} ordre ont été calculé par blocs de 10 à 20 points à la main par moindres carrées.

Le canevas est assez mal reparti, en effet, il existe des zones à forte densité comprenant 30 à 40 points par feuille au 100 000^e alors que d'autres n'ont que 1 à 2 points par feuille. Cette densité dépend surtout de l'accessibilité (forêt, marécage) et du niveau de développement de la zone.

En 1997, une mission GPS a permis la détermination de 9 points géodésiques d'ordre zéro à Madagascar. Ces points sont connus dans les deux systèmes WGS84 et Laborde, avec une précision de 7 cm par rapport à l'ITRF94, ramenés à la date d'observation mars 1997, et rattachés au Nivellement Général de Madagascar ou NGM. Ces neufs points sont bien repartis sur tout Madagascar.

Nota bene 01:

Dans des documents écrits par Laborde, l'axe des X est dirigé vers le nord et l'axe des Y est vers l'Ouest.

Pour faciliter l'utilisation des formules, le F.T.M a dû changer ces axes qui deviennent actuellement :

$$X_v = Y$$

$$Y_v = X$$

Ce ne sont donc que les appellations qui ont changé. Dans ce document, nous adopterons les nouvelles dénominations : X_v vers l'Est et Y_v vers le Nord.

I.2.2 CARACTERISTIQUES DE LA PROJECTION LABORDE

La projection Laborde mise en service depuis 1926 pour Madagascar est une représentation conforme de l'Ellipsoïde International Hayford sur la sphère de courbure moyenne, suivie d'une projection parabolique oblique de cette sphère conforme sur le plan. Elle est rigoureusement identique à une double-projection de Mercator de même origine et inclinaison. C'est une projection spécifique pour Madagascar.

I.2.2.1 Ellipsoïde de référence :

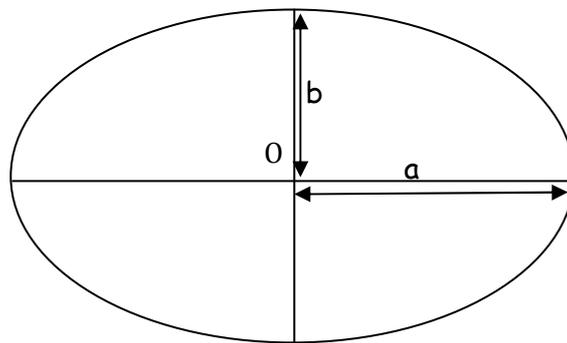


Figure N°01 : Ellipsoïde

L'ellipsoïde associé à la projection Laborde Madagascar est l'ellipsoïde Hayford 1909 entériné par l'U.G.G.I à Madrid, en octobre 1924.

Cet ellipsoïde « Hayford International 1924 » est caractérisé par les paramètres suivants :

- ✓ Demi grand axe $a = 6\,378\,388.0$ m
- ✓ Demi petit axe $b = 6\,356\,911.946$ m
- ✓ Excentricité $e = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}} = 0.081991890$ et $e^2 = 0.0067226700223$
- ✓ Aplatissement $f = \frac{a - b}{a} = \frac{1}{297} = 0.003367003367$

I.2.2.2 Centre de projection

Le centre de projection « O » a comme coordonnées :

- ✓ Latitude $\varphi = -21$ grade, 18°56' Sud

- ✓ Longitude $\lambda = 49$ grade Est de Paris, $46^{\circ}26'14''.025$ Est de Greenwich

Ou les coordonnées cartographiques sont :

$$X_{v0} = 400\,000 \text{ m}$$

$$Y_{v0} = 800\,000 \text{ m}$$

Afin d'éviter les coordonnées négatives.

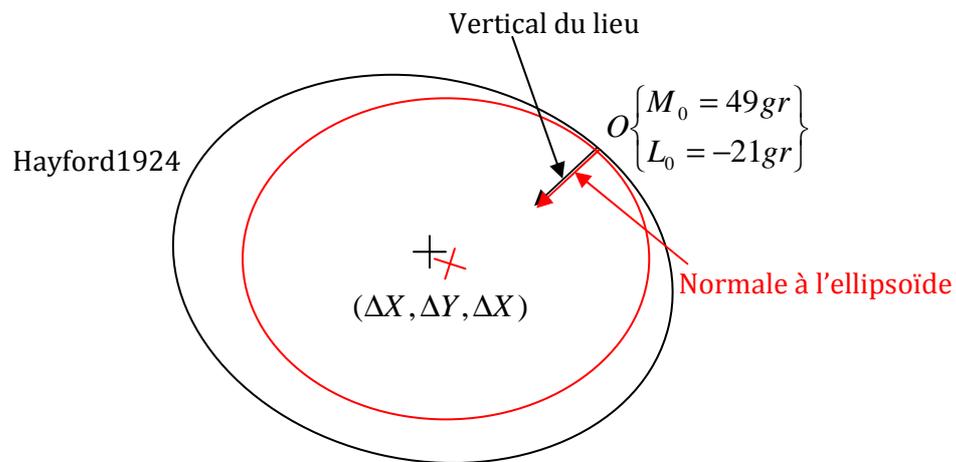


Figure N°02 : Centre de projection

En ce point, la normale à l'ellipsoïde et la verticale du lieu sont colinéaires. On dit qu'en ce point O, la surface de l'ellipsoïde et la surface de la terre sont osculatrices. En d'autres termes, l'ellipsoïde et la terre sont tangents, et ce pour rendre la déviation de la verticale minimale.

Nota bene 02 :

La longitude $\lambda = 49$ gr est donnée par rapport au méridien de Paris. Pour passer par rapport à Greenwich, il faut ajouter la différence de longitude des deux méridiens qui vaut $2^{\circ}20'14.025''$ ou 2.5969213 grade.

Nota bene 03:

Dans les cartes aux 1 : 100 000 et 1 : 50 000 éditées par FTM, les coordonnées géographiques en grade sur les bordures sont par rapport au méridien de Paris, tandis que celles qui sont exprimées en degrés sont par rapport au méridien de Greenwich.

I.2.2.3 Point fondamental

Le point fondamental du système de projection Laborde Madagascar est matérialisé par le pilier de l'astrolabe auprès de l'observatoire d'Antananarivo. Les coordonnées de ce point sont les suivantes :

Coordonnées géographiques :

$$L = - 21^{\circ} 018228828$$

$$M = 50^{\circ} 238295075$$

Coordonnées cartésiennes :

$$X_v = 517\ 353.56\ \text{m}$$

$$Y_v = 797\ 717.34\ \text{m}$$

Afin d'éviter une translation du réseau, ces coordonnées adoptées en 1935 par le Commandant Laborde, n'ont pas été modifiées après les observations de l'année Géophysique Internationale dont les résultats sont les suivants : [12]

$$L = 21.019\ 373\ 499\ \text{degrés Sud}$$

$$M = 50.238\ 640\ 099\ \text{degrés Est de Paris}$$

En équivalence d'une translation de :

$$1.44671\ \text{dmgr} = 14.435\ \text{m vers le Sud.}$$

$$0.45024\ \text{dmgr} = 4.177\ \text{m vers l'Est}$$

Nous présentons en ANNEXE I la fiche signalétique de ce point.

I.2.2.4 Indicatrice du système

Coefficient de réduction d'échelle $k_0 = 0.9995$

La projection subit une rotation de 21 grade

Les paramètres de l'indicatrice sont :

$$\Theta = 21\ \text{grade}$$

$$n = 1$$

1.2.2.5 Réduction d'Echelle

La valeur de l'altération linéaire est obtenue en utilisant la formule suivante :

$$z = (u - 1) = \frac{1}{2 * R_0^2} \eta^2$$

Où η désigne la distance entre le parallèle et l'isomètre centrale.

$$z = \frac{1}{899} \text{ Sur la côte Est } (\eta=300 \text{ km})$$

$$z = \frac{1}{842} \text{ Sur la côte Ouest } (\eta=310 \text{ km})$$

Afin de réduire cette altération linéaire, on a adopté le coefficient de réduction d'échelle K_0 tel que :

$$K_0 = 0.9995$$

Les valeurs maximales de z deviennent :

$$z = -\frac{1}{2000} \text{ Sur la ligne centrale}$$

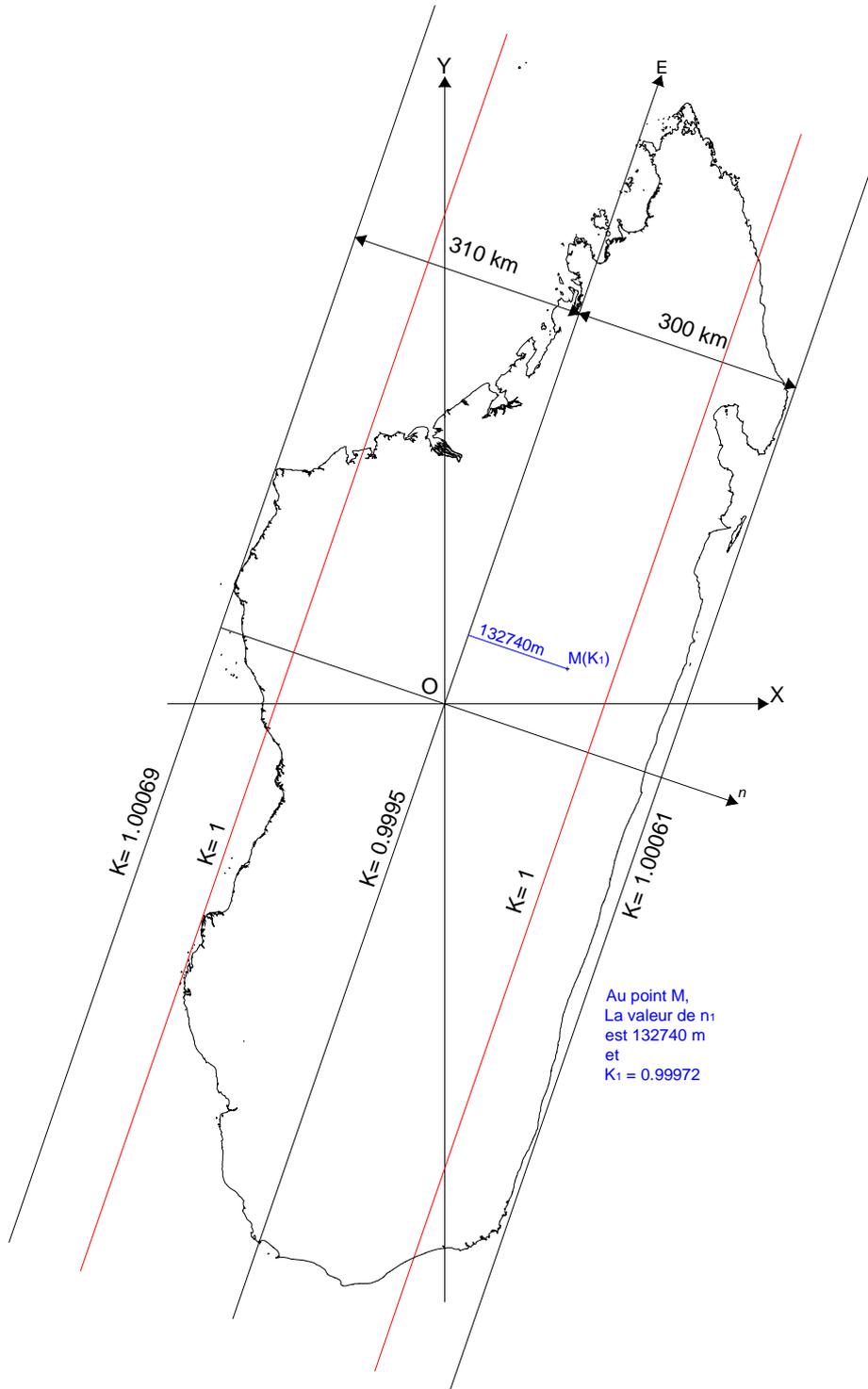
$$z = +\frac{1}{1633} \text{ Sur la côte Est}$$

$$z = +\frac{1}{1453} \text{ Sur la côte Ouest}$$

Le coefficient de l'altération linéaire est égale $z' = 1+z$.

*Dans la suite, nous adopterons la notation $K = z' * K_0$.*

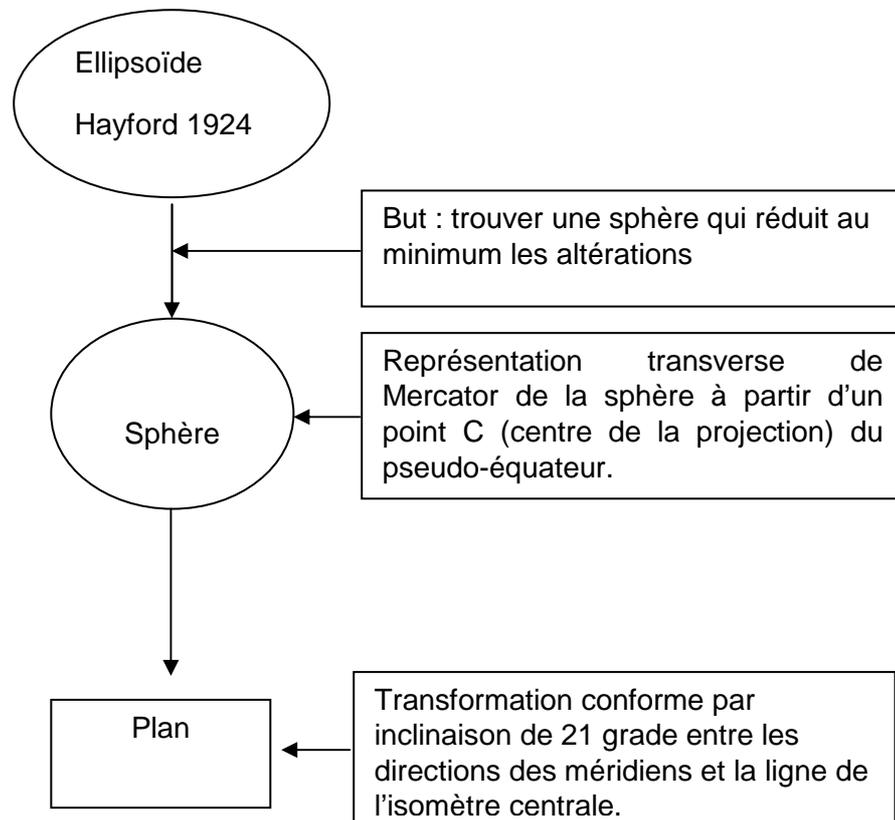
I.2.2.6 Choix de l'isomètre



Carte N°01 : Carte montrant le choix de l'isomètre

I.2.3 TRANSFORMATIONS DES COORDONNEES

Comme nous avons déjà vu, la projection Laborde est une projection conforme d'ellipsoïde sur la sphère puis la projection de la sphère sur le plan. C'est-à-dire c'est une représentation en deux étapes.



Organigramme N°01 : La projection Laborde

I.2.3.1 Détermination des constantes R_0, φ_0, α

Grande normale
$$N_0 = \frac{a\sqrt{1+e'^2}}{\sqrt{1+e'^2 \cos^2 L_0}} = 6380638,718\text{m}$$

Rayon de l'ellipse méridienne
$$\rho_0 = \frac{a\sqrt{1+e'^2}}{\sqrt[3/2]{1+e'^2 \cos^2 L_0}} = 6342217,332\text{m}$$

Avec $K_0 = 0.9995$

Latitude origine : $L_0 = 21$ grade Sud

$$R_0 = K_0 \sqrt{N_0 \rho_0}$$

Avec $\sqrt{N_0 \rho_0} = 6361399.018m$: rayon de courbure au point central

$$\tan \varphi_0 = \sqrt{\frac{\rho_0}{N_0}} * \operatorname{tg} L_0$$

$$\alpha = \frac{\sin L_0}{\sin \varphi_0} = \sqrt{1 + e'^2 \cos^4 L_0}$$

Application numérique :

Rayon	: $R_0 = 6\,358\,218.318\text{ m}$
Latitude sur la sphère au point central	: $\varphi_0 = 20.94115410\text{ Sud}$
Coefficient de longitude	: $\alpha = 1.002\,707\,5409.$

1.2.3.2 Récapitulation des formules de transformation des coordonnées

a. Passage des coordonnées géographiques en coordonnées rectangulaire (L, M) \Rightarrow (Xv, Yv)

L : latitude sur l'ellipsoïde

φ : Latitude sur la sphère

M : Longitude sur l'ellipsoïde

λ : Longitude sur la sphère

L'indice $_0$ indique que le point est une origine.

Calcul des coordonnées sur la sphère

$$\lambda = \alpha(M - M_0)$$

$$\varphi = \arcsin\{\operatorname{th}[\alpha(\operatorname{argth}(\sin L) - e \operatorname{argth}(e * \sin L))]\}$$

Calcul des coordonnées de Cassini Solder

$$v = \operatorname{argth}(\cos \varphi \sin \lambda)$$

$$u = \operatorname{arctg}\left(\frac{\operatorname{tg} \varphi}{\cos \lambda}\right)$$

Calcul des coordonnées symétriques

$$x = R^*(\varphi_0 - \varphi - u)$$

$$y = R^* v$$

Coordonnées cartésiennes

$$X = X_0 + x + Ax^3 - 3Bx^2y - 3Axy^2 + By^3$$

$$Y = Y_0 + y + Bx^3 + 3Ax^2y - 3Bxy^2 - Ay^3$$

Où A et B sont les constantes respectives :

$$A = \frac{1}{12R^2}(1 - n \cos 2\theta)$$

$$B = \frac{1}{12R^2}n \sin 2\theta$$

Numériquement :

$$A = 0.43256013 \cdot 10^{-15}$$

$$B = 0.12634047 \cdot 10^{-14}$$

[04]

b. Passage des coordonnées rectangulaire en coordonnées géographiques $(Xv, Yv) \Leftrightarrow (L, M)$

$$X' = X - X_0$$

$$Y' = Y - Y_0$$

Coordonnées symétriques par itération

$$x = \frac{X'V_2 + Y'W_2}{V_2^2 + W_2^2}$$

$$y = \frac{Y'V_2 - X'W_2}{V_2^2 + W_2^2}$$

Avec

$$V_2 = 1 + A^*(x^2 - y^2) - 2Bxy$$

$$W_2 = B(x^2 - y^2) + 2Axy$$

A la première itération on prend :

$$x = X'$$

$$y = Y'$$

On itère tant que :

$$|x_n - x_{n-1}| > 1mm$$

ou

$$|y_n - y_{n-1}| > 1mm$$

Coordonnées de Cassini Solder

$$\sin v = th\left(\frac{y}{R}\right)$$

$$u = \varphi_0 - \frac{x}{R}$$

Coordonnées sur la sphère

$$\sin \varphi = \cos v \sin u$$

$$tg \lambda = \frac{tg v}{\cos u}$$

Coordonnées Géographiques

$$M = M_0 - \frac{\lambda}{\alpha}$$

$$\sin \psi = th \left[\frac{\arg th \sin \varphi + l_0}{\alpha} \right]$$

$$W = (\alpha' + \beta' \sin^2 \psi + \gamma' \sin^4 \psi) * \sin \psi$$

$$\sin L = \frac{\frac{2W}{1+W^2} + \sin \psi}{1 + \frac{2W}{1+W} \sin \psi}$$

[04]

1.2.3.3 Programmation de transformation des coordonnées :

Nous savons pertinemment la complexité de transformation dans le système Laborde. Nous avons élaboré un programme permettant de faire la transformation des coordonnées rectangulaires en coordonnées géographiques dans le système Laborde Madagascar et vice versa.

Le programme a été écrit sous le langage Turbo Pascal et fonctionne sous la fenêtre DOS d'un ordinateur.

Nom du programme : RECTGEO.EXE

En entrée : X_v, Y_v en mètre

En sortie : L, M (degrés et en grade)

Transformation inverse :

Nom du programme : GEORECT.EXE

En entrée : L, M (degrés ou en grade)

En sortie : X_v, Y_v en mètre

La latitude L doit être accompagnée de son signe qui est négatif pour Madagascar.

Exemple :

Prenons un point de coordonnées géographiques :

$$X_v = 800\,291.740 \text{ m}$$

$$Y_v = 1\,149\,732.560 \text{ m}$$

Après transformation, on obtient :

$$L : -17.45000085 \text{ gr}$$

$$M : 53.14999803 \text{ gr}$$

Inversement :

$$L : -17.45000 \text{ gr}$$

$$M : 53.15000 \text{ gr}$$

Après transformation, on obtient :

$$X_v = 800\,291.734 \text{ m}$$

$$Y_v = 1\,149\,732.564 \text{ m}$$

Le tableau suivant montre la différence entre le calcul direct et inverse.

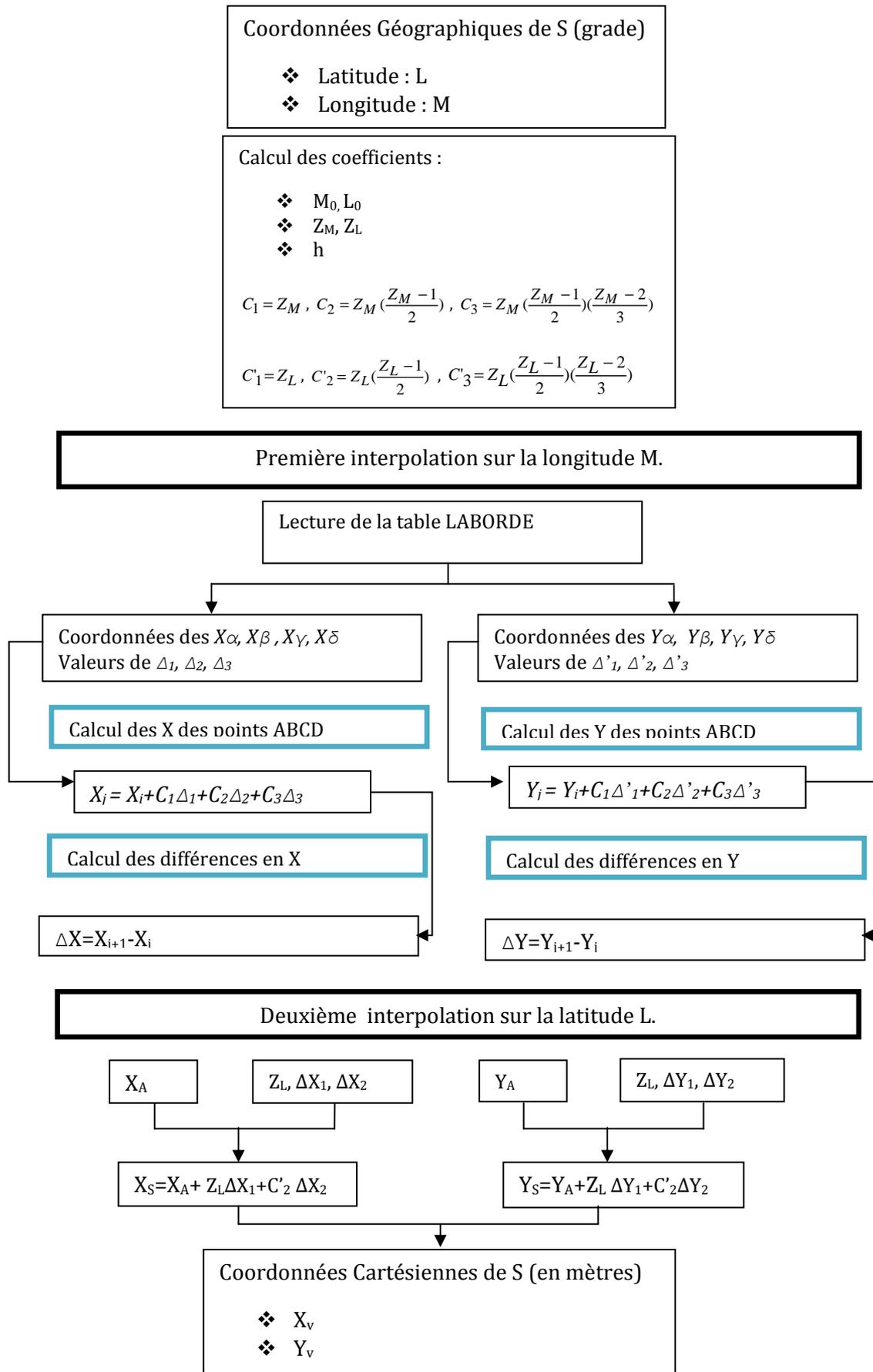
	Données	Calculées	Ecart
X (m)	800291,740	800291,734	0,006
Y(m)	1149732,560	1149732,564	-0,004

Tableau N°01 : Ecart entre la transformation direct et inverse

1.2.3.4 Récapitulation d'une manière pratique en utilisant la table Laborde

Nous venons de présenter la programmation sur ordinateur de la conversion, mais cela n'était possible qu'à partir des outils informatiques. Avant, on utilisait des tables logarithmiques ou des machines à calculer classiques pour effectuer les opérations. Pour plus d'informations, nous présentons le calcul à partir de la table Laborde.

Le commandant Laborde a dressé une table qui donne directement les coefficients de conversion. Il utilisait un imprimé spécial pour transformer les coordonnées géographiques en coordonnées cartésiennes. L'organigramme suivant montre le processus de calcul : en partant des coordonnées géographiques suivi d'une lecture de la table Laborde, puis une interpolation sur la longitude « M », puis une deuxième interpolation sur la latitude « L » afin d'avoir les coordonnées cartésiennes.



Organigramme N°02 : Conversion des coordonnées utilisation de la table Laborde : $(L, M) \Rightarrow (X_v, Y_v)$

Nota bene 04

La projection Laborde est une projection très proche de la projection Mercator oblique. La différence maximale entre les deux projections est de 1.30 m aux deux extrêmes Nord et Sud. Du coup, les cartes aux 1 : 100 000 et 1 : 50 000 éditées par le FTM sont projetées dans la projection Mercator Oblique, puisque la différence est inférieure à l'erreur graphique. Mais la projection utilisée est toujours la projection Laborde Madagascar.

Puisque la projection Laborde est une projection conforme, elle ne conserve que les angles. Nécessairement, il existe toujours une altération linéaire. De plus, plusieurs formules inhérentes à la projection sont à appliquer pour une utilisation correcte.

Nous développons dans le paragraphe qui suit : quelles sont ces formules ? Pourquoi doit-on les appliquer ? Comment on les applique et quand ?

I.2.4 LES DIFFERENTES CORRECTIONS INHERENTES A LA PROJECTION LABORDE

Les quelques histoires vécues qui suivent, permettent d'illustrer cette correction.

❖ Le FTM a réalisé une orthophoto au 1 : 1 000 rattachée à la projection Laborde, du côté de Morondava à partir des photos aériennes au 1 : 5 000.

L'ingénieur qui, a réceptionné le travail, a procédé à un contrôle. Avec un distance-mètre neuf, bien étalonné, il a identifié deux points bien précis sur le terrain sur une distance de 3km. Il a trouvé une différence de 1.50m entre la distance calculée sur l'orthophoto et la distance mesurée. Au 1 : 1 000, c'est inadmissible. Une réclamation a été émise auprès du FTM.

Le FTM lui a posé une première question : Est ce que la correction à l'horizontale a été faite ? L'ingénieur répond avec un petit sourire ! Mais pour qui me prenez-vous ?

Le FTM lui a posé une deuxième question : la correction de projection a-t-elle été appliquée ? L'ingénieur commençait à se poser des questions. Il repensa à ses études antérieures en grattant la tête.

Une troisième question posé par le FTM a mis un terme à la discussion : est ce que la correction au niveau zéro a été prise en considération ? L'ingénieur se replie et il demanda : pourriez vous m'expliquer la démarche ?

❖ Une grande société topographique d'Antananarivo faisait une polygonation le long de la côte Est : de Soanierana Ivongo vers Mananara Avaratra. La société a débuté le cheminement à partir d'une borne géodésique à Soanierana Ivongo. Donc, le cheminement est rattaché à la projection Laborde. Arrivé à Mananara Avaratra, à 100km, les coordonnées d'arrivée se trouvaient dans la mer. Le responsable a dû refaire trois fois le cheminement et les résultats ne changeaient pas. Il a consulté le FTM et a demandé la raison de cette énorme fermeture ? Le FTM lui posa les mêmes questions que précédemment. Il a fallu quelques jours pour lui montrer la solution.

En effet, si la correction de réduction d'échelle est de l'ordre de 1.0005 à cet endroit, alors à 1 km, on aurait une correction de +0.5 m

A 100 km, la correction serait de 50 m

❖ Inversement pour l'implantation, le tracé d'un projet routier est basé sur un levé rattaché à la projection Laborde (points d'appui, ...) fermé sur des bornes géodésiques. Pour les implantations sur le terrain, il faudra ramener les distances à implanter aux distances au niveau du chantier. C'est la correction inverse.

Pendant des années, plusieurs projeteurs, contrôleurs, géomètres sont venus nous voir pour le même problème. Plusieurs questions se posaient : quelles sont ces corrections à appliquer sur les mesures sur terrain ?

Il est évident que chaque correction à introduire, selon la nature des opérations ou des travaux que ce soit géodésiques ou topographiques, dépend toujours de la précision recherchée. Dans ce chapitre que nous allons aborder, nous étudierons les conditions d'utilisation des corrections.

1.2.4.1 Correction linéaires

⇒ Distance sur le plan

La distance entre deux points sur le plan s'obtient en utilisant les coordonnées rectangulaires. Notée D_{plan}

Soient deux points A (X_{VA} , Y_{VA}) et B (X_{VB} , Y_{VB}), la distance AB est égale :

$$D_{plan} = \sqrt{(X_{VA} - X_{VB})^2 + (Y_{VA} - Y_{VB})^2}$$

⇒ Distance horizontale

La distance horizontale est mesurée sur la surface de niveau d'altitude moyenne.

$$D_h = D_p * \sin z = D_p * \cos i$$

Avec D_p : distance suivant la pente

z : distance zénithale

i : angle de site

⇒ Distance sur l'ellipsoïde

C'est la « distance mesurée sur le terrain ramenée au niveau zéro » C'est la longueur curviligne entre A et B notée : $A_0B_0 = D_0$

$$D_0 = \frac{D_h * R}{R + H_m}$$

Avec H_m désigne l'altitude moyenne

D_h distance horizontale

R : Rayon de la terre.

On l'appelle « distance géodésique » quand elle est supérieure à quelques centaines de mètres où il faut prendre en compte de la sphéricité de la surface terrestre.

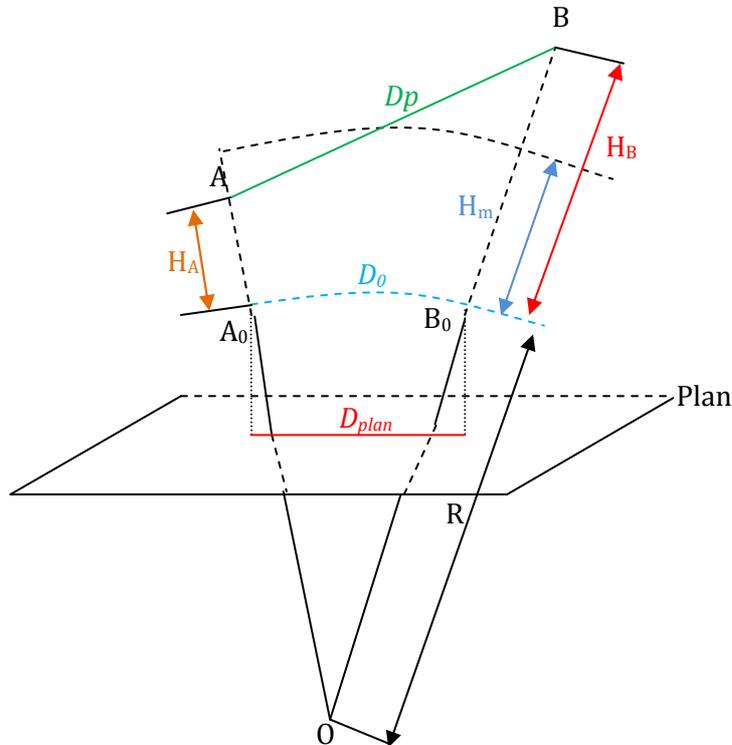


Figure N°03 : Les différents types de distances

a. Réduction à l'horizontale

Pour les mesures topographiques courantes le passage de la distance mesurée suivant la pente D_p à la distance horizontale peut se calculer par :

$$D_h = D_p * \cos i \quad \text{Où } i \text{ est l'angle de site}$$

Cette formule ne tient pas compte de la courbure des surfaces de niveau et elle ne peut être employée que sur des distances courtes, inférieures à 500 m et des sites faibles.

Dans le cas contraire, D_h est obtenue à partir de la formule suivante :

$$D_p - D_h \approx \frac{\Delta H^2}{2 * D_p}$$

b. Réduction au niveau zéro ou niveau de la mer ou à l'ellipsoïde : D_0

La relation entre D_h et D_0 est donnée par les formules suivantes :

$$D_0 = \frac{D_h * R}{R + H_m}$$

ou

$$Dh - D_0 = Dh \frac{H_m}{R}$$

Avec

H_m : altitude moyenne

R : rayon de la terre égal à 6 400 km

D_h : distance horizontale

D_0 : distance sur l'ellipsoïde

Cette quantité est importante pour les longues distances mesurées sur le terrain (distance géodésique : bases, ...), les altitudes élevées, ou pour une mesure de grande précision. Elle est négligeable en topographie courante à courte distance.

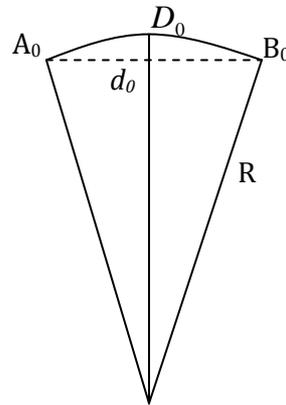
Formule exacte groupée :

$$D_0 = D_p \sqrt{\frac{1 - \left(\frac{\Delta H}{D_p}\right)^2}{\left(1 + \frac{H_A}{R}\right)\left(1 + \frac{H_B}{R}\right)}}$$

⇒ Il est recommandé de toujours employer la formule exacte pour obtenir une distance connue avec précision.

c. Correction de courbure

Une distance « réduite au niveau zéro » doit être évaluée sur l'ellipsoïde, et le passage du trajet quasi-rectiligne aux surfaces de niveau peut s'effectuer sur D_h ou sur D_0 par une correction positive très faible appelée *correction de courbure* :



D_0 distance suivant la courbe

d_0 distance linéaire

Figure N°04 : Correction de courbure

Cette correction est définie par :

$$(D_0 - d_0)_{mm} = \left(\frac{D_{km}}{10}\right)^3$$

Exemple :

Pour $D = 20\text{km}$ \Rightarrow $(D_0 - d_0)_{mm} = 8\text{mm}$

Cette correction est petite et presque toujours négligeable.

d. Correction liée à la projection Laborde

⇒ Altération linéaire

En général, l'altération linéaire est donnée par la formule suivante :

$$z = \frac{ds - dS}{dS} = u - 1$$

Où ds est l'élément d'arrivée

dS est l'élément de départ

u est le module linéaire

L'altération linéaire de la projection Laborde est donnée par la formule suivante :

$$K = K_0 \left[1 + \frac{1}{2 * R_0^2} \eta^2 \right] \quad [04]$$

Avec

$$K_0 = 0.9995$$

$$R_0 = K_0 \sqrt{N_0 \rho_0} = 6358218.318m$$

$$\eta = -(X_v - 400000) * \cos 21^{gr} + (Y_v - 800000) * \sin 21^{gr}$$

Dans la pratique, il suffit donc de calculer le coefficient K puis appliquer les relations suivantes :

$$D_{plan} = \frac{1}{K} * D_0 \quad \text{Passage d'une distance de l'ellipsoïde au plan}$$

et

$$D_0 = K * D_{plan} \quad \text{Passage d'une distance sur le plan à l'ellipsoïde}$$

En projection Laborde Madagascar, l'altération linéaire peut être obtenue soit à partir d'un abaque soit à partir des formules.

⇒ A partir d'un abaque :

L'abaque est représenté sous forme d'une table. En connaissant la distance du lieu à partir de l'isomètre central, l'abaque donne directement la valeur de l'altération linéaire K . cet abaque sera présenté en ANNEXE III.

⇒ A partir des formules :

$$K = K_0 \left(1 + \frac{\eta_{1/2}^2}{2 * R_0^2} \right) + \varepsilon$$

ε étant la correction complémentaire donnée par un abaque spécial ou par la formule suivante :

$$\varepsilon * 10^{-6} = 5.35252 * X^3 + 15.02112 * X^4 + 4.81735 * X^3 Y - 77.77446 * X^2 Y^2 - 36.0689 * X * Y^3 + 35.78199$$

Où X et Y sont les coordonnées rectangulaires exprimées en mégamètres (1 mégamètre est égal à 1 000 km) après en avoir enlevé les constantes $X_0 = 400$ km et $Y_0 = 800$ km

N.B : C'est une formule approchée, elle ne doit être prise en compte qu'à la cinquième décimale. Mais ε est faible

a- Calcul approché

Le calcul approché est destiné à résoudre les problèmes des géomètres. A partir de la valeur mesurée sur le terrain, préalablement réduite à l'horizontale et au niveau zéro, la distance sur le plan s'obtient par :

$$D_{plan} = K_{1/2} * D_0$$

b- Calcul précis

Le calcul précis est destiné pour les mesures des bases (géodésie).

On utilisera la formule suivante :

$$D_{plan} = \frac{D_0}{6} (K_A + 4K_{\frac{1}{2}} + K_B) + D_0 * \varepsilon_{\frac{1}{2}}$$

A et B désignent les points d'extrémités de la ligne géodésique et K_A et K_B sont les valeurs de l'altération linéaire respective en A et en B. K est fonction de η .

Un programme sous « Excel » et un outil informatique pour ces formules en connaissant les coordonnées rectangulaire du point considéré ont été élaborés durant ce mémoire. Ce programme sera représenté en *ANNEXE IV*.

e. Application 1 : Cas d'implantation

Dans le cadre d'application, durant le chantier d'Ambovombe dont j'étais le Chef de mission, il nous a été demandé d'implanter des bornes tous les kilomètres le long de la route qui relie Antanimora vers Ambovombe et Antaritarika, avec une précision de quelques centimètres.

Les mesures ont été faites avec un théodolite équipé d'une distance-mètre de marque SOKKIA.

Pour atteindre la précision voulue, il a été impératif d'appliquer les corrections linéaires liées à la projection Laborde Madagascar. Dans cette zone K varie de 0.9996 à 1, donc pour le premier kilomètre, c'est-à-dire à Antanimora, il a fallu introduire une correction de 30 cm.

Le but était d'obtenir 1000.00 m entre deux bornes consécutives sur le plan. Il a fallu donc chercher la distance sur l'ellipsoïde, ou la distance à implanter sur le terrain qui correspond à 1000.00 m sur le plan. Il s'agissait donc d'un passage d'une distance sur le plan en une distance géodésique. C'est le premier cas de notre précédente étude.

$$D_0 = \frac{D_{plan}}{K_{\frac{1}{2}}}$$

Sur le terrain, il suffit de calculer la valeur de K .

f. Application 2: Cas d'une polygonation

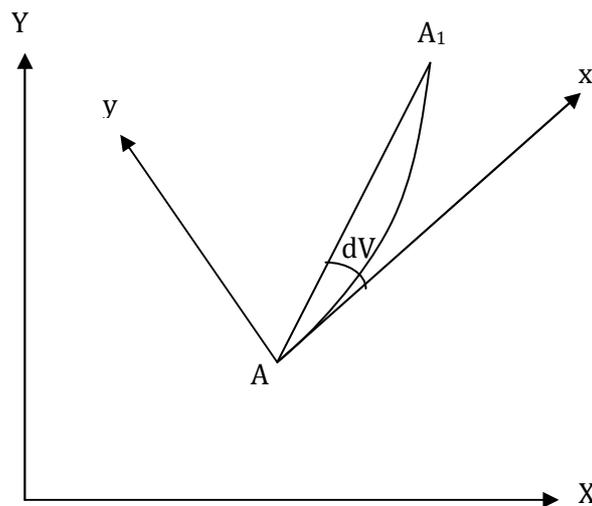
Dans le cas d'une polygonation, il s'agira évidemment de corriger les mesures sur terrain pour être reportable sur le plan.

La polygonation sert à l'établissement des points d'appui utiles pour le levé. La détermination de ces points peut être faite par cheminement, avec une station totale qui nécessite les différentes corrections sur la projection Laborde, ou par GPS qui nécessite la transformation des coordonnées GPS (WGS84) en coordonnées Laborde.

Nous verrons un exemple de calcul en ANNEXE IV.

g. Application 3: Cas d'architectes

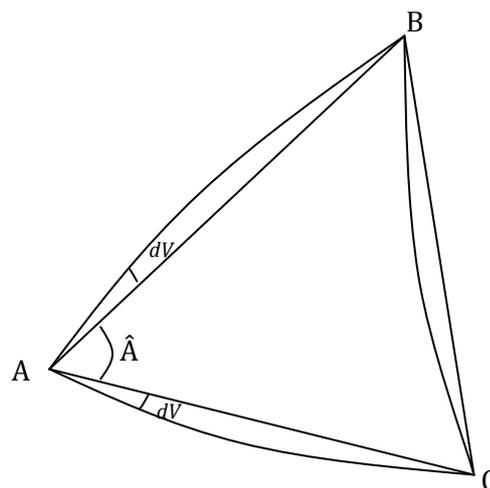
Ce cas ne se produit que dans des projets de grande envergure. Le plan de masse établi par un topographe doit être ramené sur la projection. Les corrections linéaires correspondantes doivent être prises en compte par l'architecte pour définir les distances au niveau du chantier lors de l'implantation. Si nécessaire, il faudrait appeler un spécialiste en la matière.

1.2.4.2 Réduction à la corde dV Figure N°05 Correction angulaire dV

⇒ Réduction à la corde

C'est la correction angulaire qui s'applique soit aux gisements observés, soit aux directions observées afin d'obtenir les gisements réels à introduire dans les calculs.

En effet, les observations faites sur terrain sont des triangles sphériques. Afin de faciliter les calculs, il faut les ramener à des triangles plans.

Figure N°06 : Correction dV d'un triangle sphérique

Suivant la nature des études à réaliser, la correction dV est à considérer lorsqu'on fait des mesures de longue visée. Elle est aussi indispensable pour la fermeture des triangles plans. En effet, tout triangle plan doit être fermé à 200 grade.

Pour avoir une idée d'ordre de grandeur pour cette correction, voici un exemple.

Soit un point A connu visant un point à déterminer M situé à 10km. Pour une correction $dV = 10 \text{ dmgr}$, si l'on ne corrige pas l'observation alors on aurait un déplacement de :

$$MM' = 10'' \sin(1'') * 10000 = 1.57 \text{ m}$$

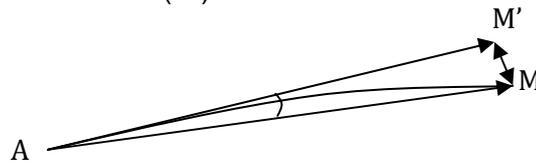


Figure N°07 : Erreur linéaire obtenue par la correction dV

⇒ **Signe de dV**

Pour connaître le signe de dV , il suffit de savoir si la transformée d'une ligne géodésique tourne sa concavité vers le méridien origine (isomètre central) sur le plan.

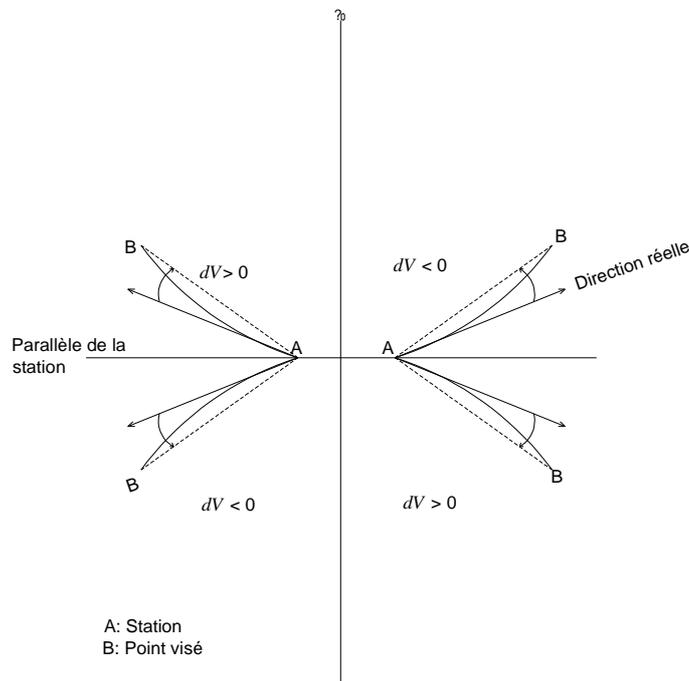


Figure N°08 : Signe de dV

*Formules :**a- Cas des triangulations du premier ordre :*

Le terme principal s'écrit :

$$dV'' = -\frac{t}{\sin 1''} * \frac{1}{K} * \eta_{1/3} * D * \cos w_{1/3}$$

Avec :

$$t = \frac{K_0}{2R_0^2}$$

D est la longueur de la transformée.

$$w_{1/3} = V - \theta - \frac{1}{3} dV_a''$$

dV_a'' est l'angle que fait la transformée de la géodésique à l'extrémité de son premier tiers avec la corde rectiligne. Sa valeur peut être négligeable pour le système Laborde, d'où

$$w_{1/3} = w = V - \theta$$

V est le gisement de la direction considérée

Le calcul de $\eta_{1/3}$ se fait de la manière suivante :

$$\eta_{1/3} = \eta_s + \frac{1}{3}(\eta_v - \eta_s)$$

η_s : station

η_v : point visé

η est calculable à partir de la formule suivante :

$$\eta = -(X_v - 400000) * \cos 21^{gr} + (Y_v - 800000) * \sin 21^{gr}$$

Le terme secondaire se calcule à l'aide d'un abaque. Il est inférieur à 0''5

Autre forme de dV :

$$\text{Posons} \quad \gamma = \frac{1}{\sin 1''} * \frac{1}{2R_0^2} \left[\frac{1}{1 + \frac{\eta_{1/3}^2}{2R_0^2}} \right]$$

$$\text{Alors} \quad dV = \gamma * \eta_{1/3} * D * \sin(V - 121)$$

b- Cas de la triangulation d'ordre 2, 3, ... :

Dans le cas de triangulation du second ordre ou inférieur, la correction angulaire dV ne sera connue qu'au 1'' près. γ est considéré comme constante.

$$\text{En posant } D \cos W = D \cos W_{1/3} = \Delta \xi \text{ et } \gamma = \frac{\beta''}{K} = \frac{1}{\sin 1''} * \frac{1}{2R^2} * \frac{K_0}{K} = \frac{1}{\sin 1''} * \frac{1}{2R^2} \left[\frac{1}{1 + \frac{\eta^2}{2R^2}} \right]$$

$$\gamma = 0.0000000079 = 7.9 * 10^{-9}$$

La formule de dV devient :

$$dV'' = -\gamma * \eta_{1/3} * \Delta \xi$$

Nous verrons un exemple de calcul en ANNEXE VI.

1.2.4.3 Convergence des méridiens

⇒ Nord géographique NG

Le nord géographique est la direction du pôle nord à partir du lieu considéré, c'est-à-dire la direction du méridien du point vers le pôle nord.

⇒ Nord magnétique NM

Le nord magnétique est la direction de l'aiguille aimantée, c'est-à-dire du champ magnétique terrestre du moment et du lieu. Physiquement, il est défini par la direction que le déclinatoire indique.

⇒ Nord cartographique NC

Le nord cartographique est donné par la direction des ordonnées positives d'une carte.

Relation entre les trois définitions

Dans la projection Mercator standard, les transformées des parallèles sont des lignes droites horizontales et les transformées des méridiens sont des lignes verticales. Par contre, pour la projection Mercator Transverse et la projection Mercator oblique, les transformées ne sont plus des droites mais des courbes. Les transformées présentent donc un angle par rapport à l'axe Y ou nord cartographique.

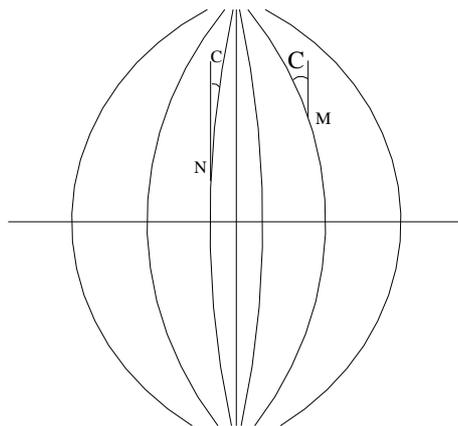
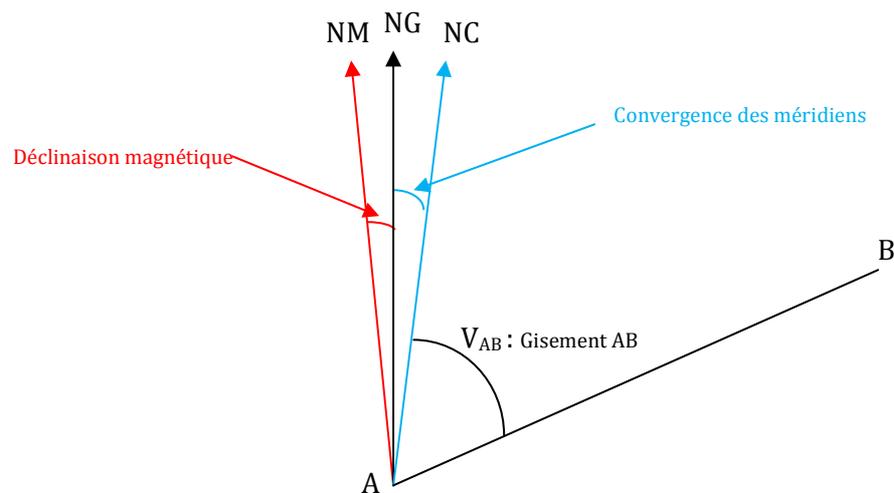


Figure N°09 : Transformées des méridiens et convergence des méridiens

Ainsi, on obtient les relations suivantes :

Figure N° 10 : Relation entre les trois Nord

⇒ Déclinaison magnétique :

C'est l'angle entre le nord géographique et le nord magnétique. Pour son calcul, le programme « Declimag » est disponible sur internet.

⇒ Convergence des méridiens

C'est l'angle entre le nord géographique et le nord cartographique. En un point donné, elle est définie par l'angle formé par la tangente à la transformée du méridien en ce point avec la direction positive des axes du quadrillage rectangulaire voisine du Nord.

Parmi ces grandeurs, seule la convergence des méridiens est calculable en connaissant les coordonnées projetées du point considéré.

Son calcul est obligatoire lorsqu'on travaille dans une zone isolée et si l'on veut s'orienter et se rattacher au canevas géodésique ou à la carte quadrillée dans le système Laborde. Il s'agit de l'implantation d'un de ces trois nord.

Ainsi, La convergence de méridien dans le système de projection Laborde Madagascar est donnée en valeur absolue par la formule suivante :

$$\boxed{|C''| = dM'' \sin \frac{L_0 + L}{2} - \frac{1}{2} \gamma^* D_o^2 \sin 2(V_{OM} - 21)} \quad [11]$$

En prenant O comme centre de projection de coordonnées :

M_0 : 49g Est de Paris

L_0 : - 21g

$$X_{v0} : 400\,000 \text{ m}$$

$$Y_{v0} : 800\,000 \text{ m}$$

Il suffit donc de calculer les termes suivants :

dM : représente la différence des longitudes entre l'origine O et le point considéré ;

$$\text{et } \gamma = \frac{1}{\sin 1''} * \frac{1}{2 * R_0^2} \left[\frac{1}{1 + \frac{\eta^2}{2 * R_0^2}} \right]$$

γ est une quantité qui varie peu avec la position du point à l'isomètre central. On la considère comme une constante qui vaut $\gamma = 0.0000000079$.

D_o est la distance en mètres, sur la projection entre le point considéré et le centre de projection O.

$$D_o = \sqrt{(X_v - X_{v0})^2 + (Y_v - Y_{v0})^2}$$

V_{op} est le gisement de O vers P.

$$\text{tg}V_{OP} = \frac{X_v - X_{v0}}{Y_v - Y_{v0}} = \frac{X_v - 400000}{Y_v - 800000}$$

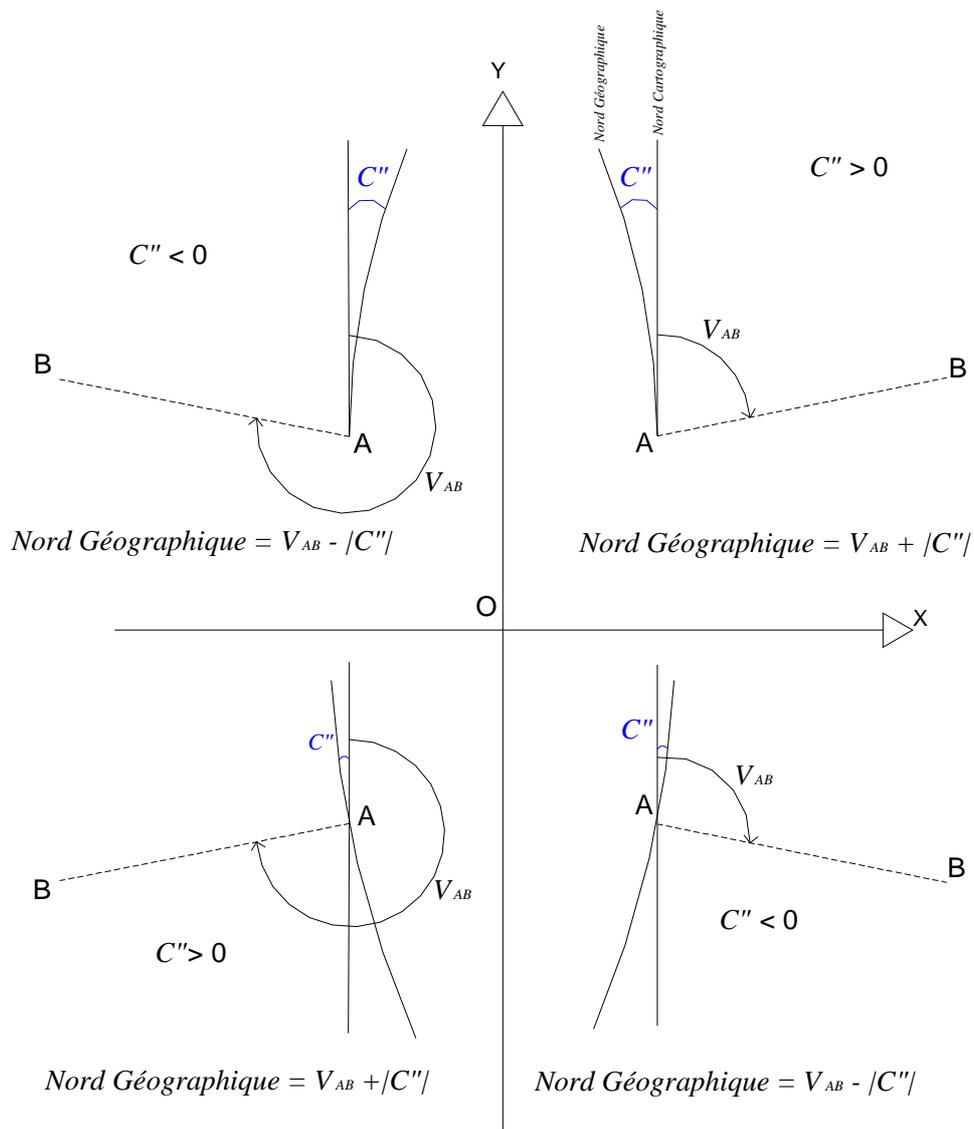


Figure N°11: Signe de C, convergence des méridiens

La précision de cette formule est de 0.0015 gr si on connaît exactement les coordonnées du point.

1" à 64 m donne 1 mm alors 15" à 64 m donne 15 mm

Le fichier « converg.xls » fait le calcul de cette quantité en connaissant les coordonnées cartésiennes et géographiques Laborde du point considéré. Voir ANNEXE IX.

I.2.5 CLASSIFICATION DES TRAVAUX SUIVANT L'ECHELLE

En résumé de la projection Laborde Madagascar, un tableau récapitulatif ci-après définit les travaux suivant l'échelle et le type de projet.

Echelles	Finalités
1 : 1 000 000 à 1 : 500 000	Cartes géographiques
1 : 250 000 à 1 : 100 000	Cartes topographiques à petite échelle
1 : 50 000, 1 : 25 000 et 1 : 20 000	Cartes topographiques à moyenne échelle
1 : 10 000	Cartes topographique à grande échelle
1 : 5 000	Plans topographiques d'étude, plan d'urbanisme
1 : 2 000	Plans d'occupation du sol, descriptifs parcellaires
1 : 1 000, 1 : 500	Plans parcellaires, cadastraux urbains
1 : 200	Plans de voirie, d'implantation, lotissement
1 : 100	Plans de propriété, plans de masse
1 : 50	Plans d'architecture, de coffrage, ...

Tableau N°02 : Récapitulation des travaux suivant l'échelle [17]

Exemple :

Si nous travaillons sur un plan au 1 : 200, et l'erreur graphique est de $\frac{2}{10} mm$,

Alors

1 cm sur le plan correspond à 2 m sur terrain

et

0.2 mm sur le plan correspond à 4cm sur terrain

Cet exemple nous amène à déterminer la précision à chercher qui sera basée sur les corrections à appliquer.



LE GPS

GLOBAL POSITIONING SYSTEM

II. LE GPS

II.1 QUELQUES MOTS SUR LE SYSTEME GPS

Le GPS ou Global Positioning System est un système de positionnement à l'échelon mondial. Il est associé à l'ellipsoïde GRS80 centré au centre de la terre. Ce système utilise 24 satellites dont 21 sont opérationnels et 3 restent en secours lors des pannes qui pourraient se produire. Ils sont repartis au tour du globe terrestre à une altitude moyenne de 20 200 km. Ces satellites sont repartis de façon qu'à tout moment et en tout lieu du globe, on peut avoir une visibilité d'au moins quatre satellites.

Le système de référence du GPS est le WGS84 : l'ellipsoïde GRS80 a comme demi grand axe est 6378137 mètres et demi petit axe est 6356752.314 mètres

Ce système WGS84 a été obtenu à l'aide d'observations Doppler Transit et développé par la **D**efense **M**apping **A**gency (DMA) des Etats-Unis à partir de 1980. [01]

Le système GPS donne les coordonnées cartésiennes géocentriques (X, Y, Z) et les coordonnées géodésiques géographiques (latitude φ , longitude λ , et la hauteur au dessus de l'ellipsoïde GRS80 (H_e) dans le système mondial appelé WGS84.

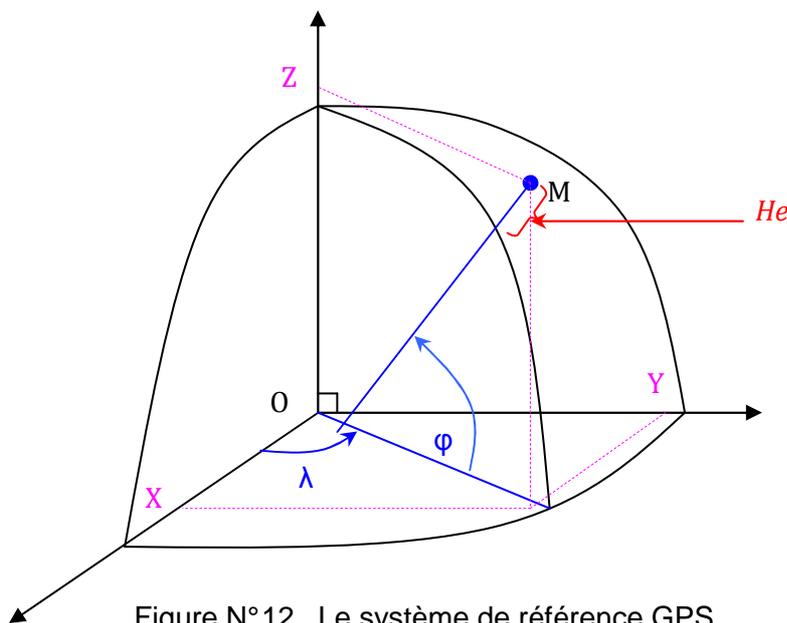


Figure N° 12 Le système de référence GPS

En supposant la maîtrise parfaite de fonctionnement du GPS (cf. Bibliographie [13]), nous développons dans ce chapitre l'amélioration de la précision et son utilisation à Madagascar.

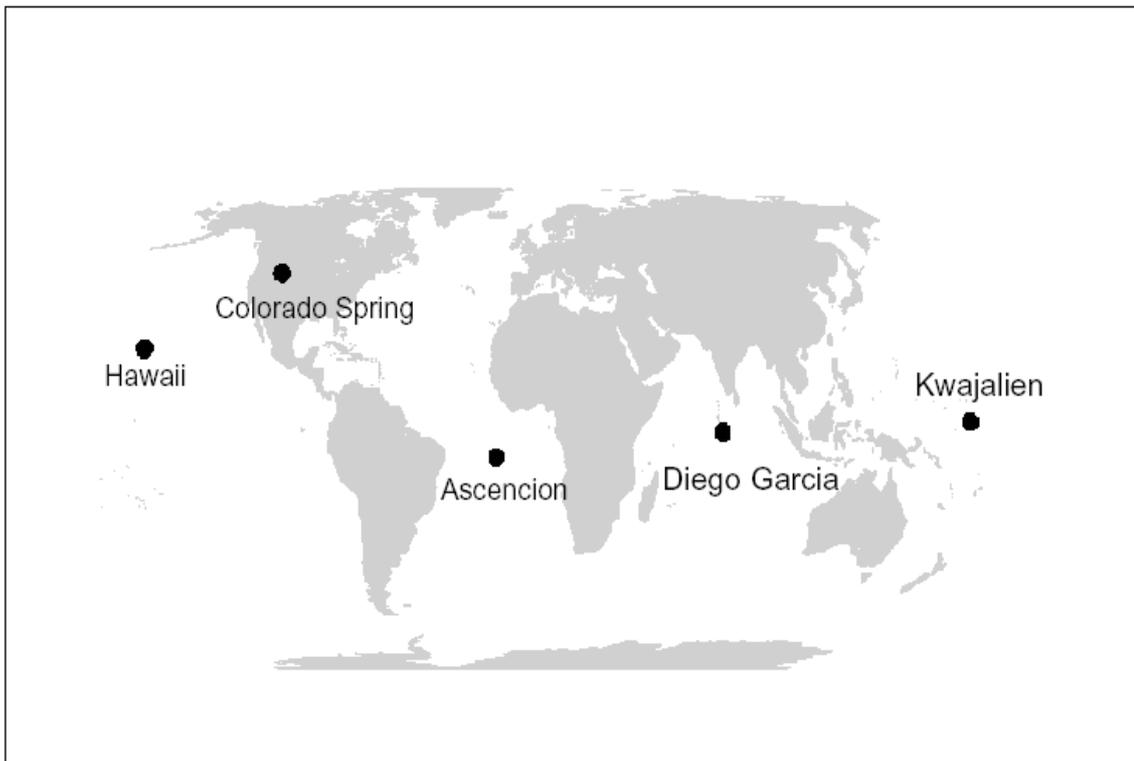
II.2 AMÉLIORATIONS DE LA PRÉCISION

La précision du GPS étant de l'ordre de 10 à 30 m. il faudra donc l'améliorer. Pour ce faire, les procédés sont les suivants :

II.2.1 STATION DE POURSUITE

Il y a 5 stations de poursuite qui font des observations 24h/24h :

- Colorado Springs, USA ;
- Ascension, Amérique du Sud ;
- Diego Garcia, Océan Indien ;
- Kwajalein, Inde ;
- Hawaï, Océan Pacifique.



Carte n°02: Station de poursuite (Militaire Américaine)

Il y a sept centres d'analyses :

- ⇒ Center for Orbit Determination (CODE) Astronomical Institute of Berne, Switzerland
- ⇒ European Space Agency (ESOC), Darmstadt, Germany
- ⇒ Geodatisches Forschungszentrum (GFZ), Potsdam, Germany
- ⇒ National Resources of Canada (NRCan), Ottawa, Canada
- ⇒ Jet Propulsion Laboratory (JPL), Pasadena, California, USA
- ⇒ National Geodetic Survey (NGS), Rockville, Maryland, USA
- ⇒ Scripps Institution of Oceanography (SIO), San Diego, California, USA

A partir de leurs données d'observations, les sept centres d'analyse déterminent avec d'autres stations :

- ☞ Les éphémérides précises.
- ☞ Les corrections ionosphériques et troposphériques.
- ☞ La déviation de rotation de la terre

II.2.2 METHODE A POSTERIORI OU METHODE ABSOLUE

II.2.2.1 Principe

On enregistre toutes les données brutes des observations. On télécharge via FTP-internet les éphémérides précises et les diverses corrections. On les introduit dans un logiciel de traitement. Le traitement doit être confié à une personne spécialisée qui a suivi une formation approfondie et avait des expériences dans des cas similaires.

La position du point est recalculée avec une précision de quelques centimètres. Ces corrections sont disponibles après 15 jours de la date d'observations.

II.2.2.2 Conditions :

- ☞ Il faut pouvoir enregistrer les observations données brutes ;
- ☞ Il faut avoir un accès à l'internet, particulièrement au réseau FTP pour télécharger les corrections ;
- ☞ La manipulation de ces données demande une performance en informatique et au logiciel adéquat ;
- ☞ Il faut attendre 15 jours

II.2.2.3 Précision

La précision dépend :

- ☞ De nombre de satellites ;
- ☞ De la durée d'observation ;
- ☞ Du GDOP d'observation.

Cette méthode est rarement utilisée à Madagascar.

II.2.3 METHODE DIFFERENTIELLE

II.2.3.1 Principe

On stationne un point connu dit station de référence ou pivot. La longueur de la ligne de base sera choisie pour que les conditions d'observation soient les mêmes (mêmes conditions atmosphériques et mêmes satellites, observations simultanées).

Ici, on ne parle plus de corrections. Les données sont introduites directement dans le logiciel livré avec les appareils de mesure.

On fixe les coordonnées exactes du pivot et on calcule les coordonnées du point Rover ou mobile avec une précision centimétrique.

On peut encore avoir une plus grande précision en utilisant les éphémérides précises.

II.2.3.2 Conditions

- ☞ Il faut avoir au moins deux appareils de mesure ;
- ☞ Enregistrer les observations brutes ;
- ☞ Il faut assurer la fixation des ambiguïtés entières.

II.2.3.3 Précision

La précision dépend de la durée d'observation qui est proportionnelle à la longueur de la ligne de base : pour les appareils monofréquences, on ne peut pas aller au-delà de 10 km du pivot, par contre, pour les bi-fréquences, la ligne de base peut atteindre jusqu'à quelques centaines de Kilomètres.

La courbe suivante montre la durée d'observation minimale sur une longueur de ligne de base donnée pour avoir une précision centimétrique.

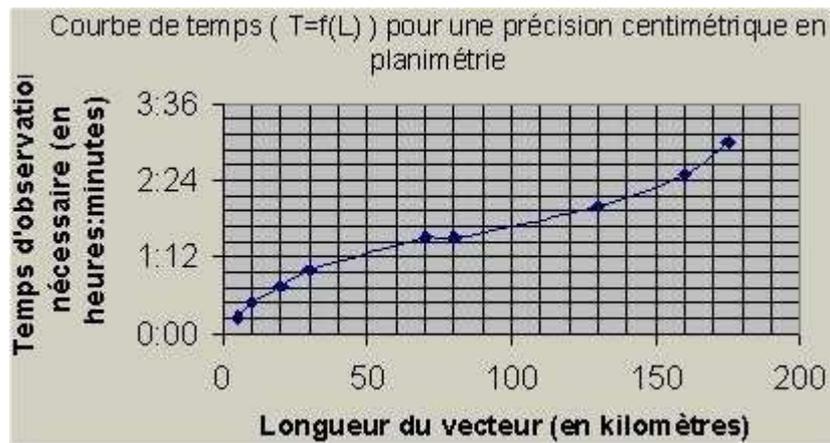


Figure N° 13 : Durée d'observation et Ligne de base [18]

Exemple :

Dans cet abaque, pour une ligne de base égale à 100km, il faut 1h 36 mn de temps d'observations. Or, la note technique du FTM dit que pour une ligne de base de 40 km, 4h d'observations sont nécessaires.

II.3 UTILISATION DU GPS A MADAGASCAR

Actuellement, l'utilisation du GPS à Madagascar n'est pas encore à la portée du public. Pour éviter de faire des longs cheminements avec les théodolites, certains bureaux d'études ou entreprises utilisent le GPS pour rattacher le chantier. Ils ont des GPS de précision, mais ils ont du mal à exprimer les coordonnées obtenues dans le système de projection national.

Dans le paragraphe qui suit, nous développons les méthodes où on peut combiner le système projection Laborde avec système GPS.

II.3.1 ADAPTATION ET RATTACHEMENT

Pour passer des coordonnées WGS84 en coordonnées Laborde, il n'existe pas de formules mathématiques, mais il faut passer par une adaptation.

L'adaptation consiste à déterminer au moins trois points dans les deux systèmes Laborde et WGS84, et à calculer les paramètres de transformation temporaires.

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{Laborde} = \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix} + k * R \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{WGS84}$$

Où X, Y, Z : Les coordonnées géodésiques géocentriques

$\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$: Les translations entre les origines de deux ellipsoïdes

R : Matrice de rotation autour des axes X, Y , et Z .

k : Rapport de similitude

Pour déterminer ces sept paramètres, il faut au moins trois points connus étant donné qu'un point connu donne trois équations, donc, dans les deux systèmes. Il est cependant préférable d'en prendre plus.

Pour que les points à adapter soient homogènes aux canevas existants, le choix des points d'adaptation est importante et il est conseillé que ces points encadrent la zone.

II.3.2 DENSIFICATION DES CANEVAS EXISTANTS

II.3.2.1 Problème

Lors de notre participation aux travaux sur terrain des brigades du FTM, il a été constaté que la destruction des points géodésiques, ainsi que la difficulté d'accès aux sites constituent les principaux problèmes.

Rappelons que ces points se trouvent pour la plupart sur des points culminants. Or, à Madagascar, ces endroits sont souvent destinés aux pratiques de rites comme le « Joro » et sont sacrés. On ne peut donc pas y accéder sans la permission spéciale des villageois. Cette procédure entraîne un retard pour l'exécution de la mission.

II.3.2.2 Méthode de densification

Si la densité des points de triangulation est insuffisante, ou que le réseau n'est pas fiable pour la précision recherchée, on procède d'abord à la reconstitution du réseau avant de passer au levé proprement dit.

Il existe deux méthodes de densification : soit par la méthode traditionnelle soit par GPS.

a. Méthode traditionnelle

Traditionnellement, les géodésiens utilisaient des théodolites T3 pour mesurer les angles et des fils invar pour les mesures de distances. Cette méthode consistait à établir des relations triangulaires entre les points voisins. Pour couvrir l'ensemble du territoire, il a fallu faire de longs cheminements suivis de longs calculs manuels.

Pour obtenir plus de précisions, il faut introduire plusieurs corrections telles que l'excès sphérique, la réduction à l'horizontal, etc..... C'est une méthode compliquée.

Néanmoins, l'exécution des travaux géodésiques impose des matériels adéquats et un temps suffisamment long pour une précision déterminée. Les problèmes non négligeables sont l'insuffisance en personnel, en matériel et l'insuffisance budgétaire à cause des coûts élevés d'exécution des travaux.

b. Méthode par GPS

Même si la méthode traditionnelle présente beaucoup d'inconvénients, elle ne peut pas être contournée. C'est un passage obligé et il y a intérêt à exploiter les résultats. Ainsi, un ensemble de canevas couvre le territoire. Ce canevas de points n'est connu que dans un seul système, Laborde Madagascar. Il suffit donc de les ré-observer par GPS pour qu'ils

soient connus dans les deux systèmes : WGS84 et Laborde. Le but est de pouvoir passer d'un système à un autre.

Les études faites auparavant ont montré l'avantage de l'utilisation du GPS, non seulement en terme économique mais surtout en facteur temps.

En termes de densification, le GPS permet de franchir tous les obstacles présents sur le terrain naturel. Cela nous laisse un grand avantage sur le choix de l'emplacement du point quand on veut assurer la facilité d'accès, la pérennité, et l'usage ultérieur.

En effet, la méthode par GPS est une des meilleures méthodes pour la réfection et la densification des points géodésiques à Madagascar. La détermination des neuf points, mission confiée au FTM, le confirme.

II.3.3 DETERMINATION DES NEUF POINTS D'ORDRE ZERO A MADAGASCAR

Nous reproduisons ici la méthode par GPS utilisée par le FTM pour déterminer les neufs points géodésiques d'ordre zéro à Madagascar. Ces neufs points sont bien repartis sur la Grande Ile (carte N°03).



Carte N°03 : Carte de neuf points d'ordre zéro à Madagascar

Le FTM a procédé d'abord à la détermination des trois points de base :

- Orangea au Nord
- Ambohibe au Centre
- Tsadro au Sud

Ces trois points sont calculés en absolu, en IGS avec les éphémérides précises, à partir des observations des stations automatiques IGS de MALINDI (Kenya), HARTBEESTHOEK (Afrique du Sud) et KERGUELEN (Antarctique).

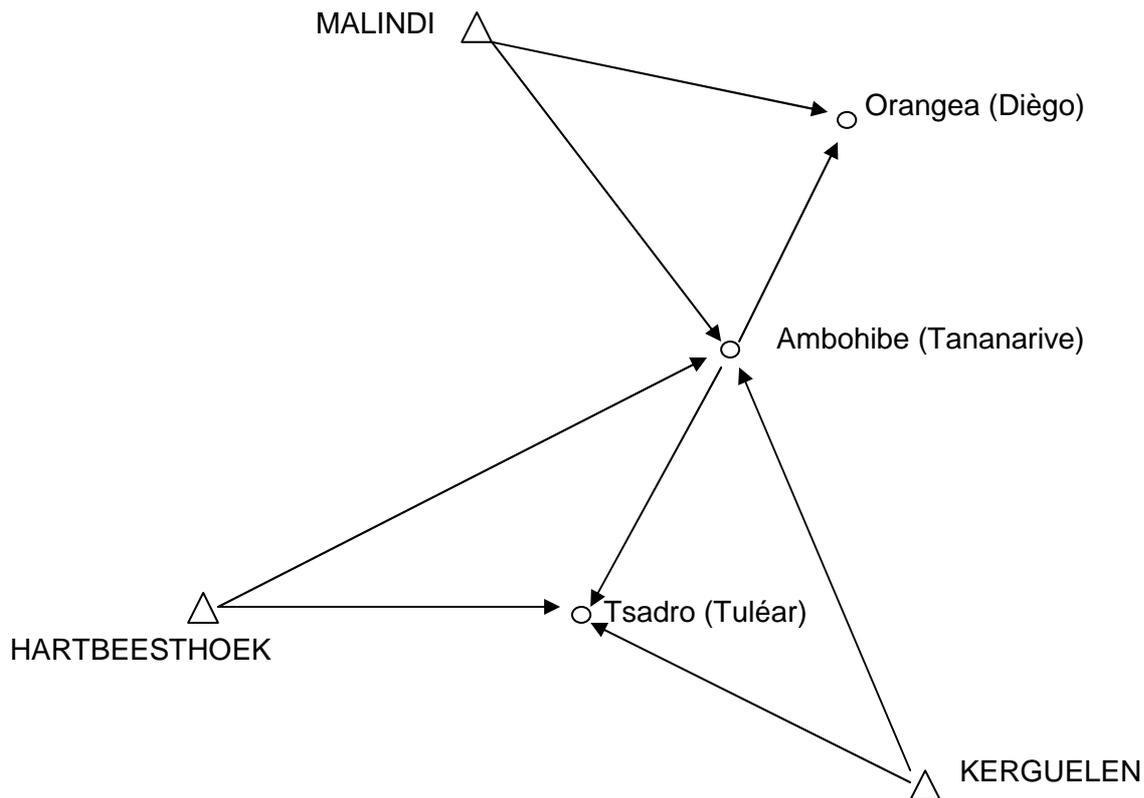


Figure N°14 : Schémas de calcul points de base neuf points

Les coordonnées d'appui de HARTBEESTHOEK et KERGUELEN sont issues de l'ITRF94 à l'époque 1993.0 et sont ramenées à l'époque des observations 1997.13 pour éliminer les influences des déplacements de plaques tectoniques.

Par contre, les coordonnées de MALINDI sont celles calculées par le Centre de calcul « Université de Berne », COD97 et correspondent à la moyenne des observations des journées. 46 :00 à 051 :86 soit 48 :86385 c'est-à-dire, 46 et 51 correspondent aux rangs de journées dans l'année (de 1^{er} à 365^e jour).

II.4 TRANSFORMATION DES COORDONNEES

II.4.1 PROBLEMES

Le problème de transformation des coordonnées WGS84 en Laborde concerne tous les utilisateurs du GPS à Madagascar. Une série de paramètres unique pour tout Madagascar serait idéale et répondrait au souhait de tous. Des projeteurs, des décideurs, des contrôleurs ont essayé de calculer les sept paramètres de transformation à partir des neuf points d'ordre zéro existant à Madagascar établis par le FTM, mais rien nous dit que le RGM65 est homogène en plus, la limite des trois blocs mentionnés dans le paragraphe I.2.1 n'est toujours pas déterminée. Le mieux, aujourd'hui, c'est de calculer une série des paramètres temporaire pour une zone définie.

II.4.2 COORDONNEES GPS EN LABORDE

II.4.2.1 Transformation des coordonnées géographiques en coordonnées géocentriques :

$$X = (N + h) \cos \varphi \cos \lambda$$

$$Y = (N + h) \cos \varphi \sin \lambda$$

$$Z = (N * (1 - e^2) + h) \sin \varphi$$

avec

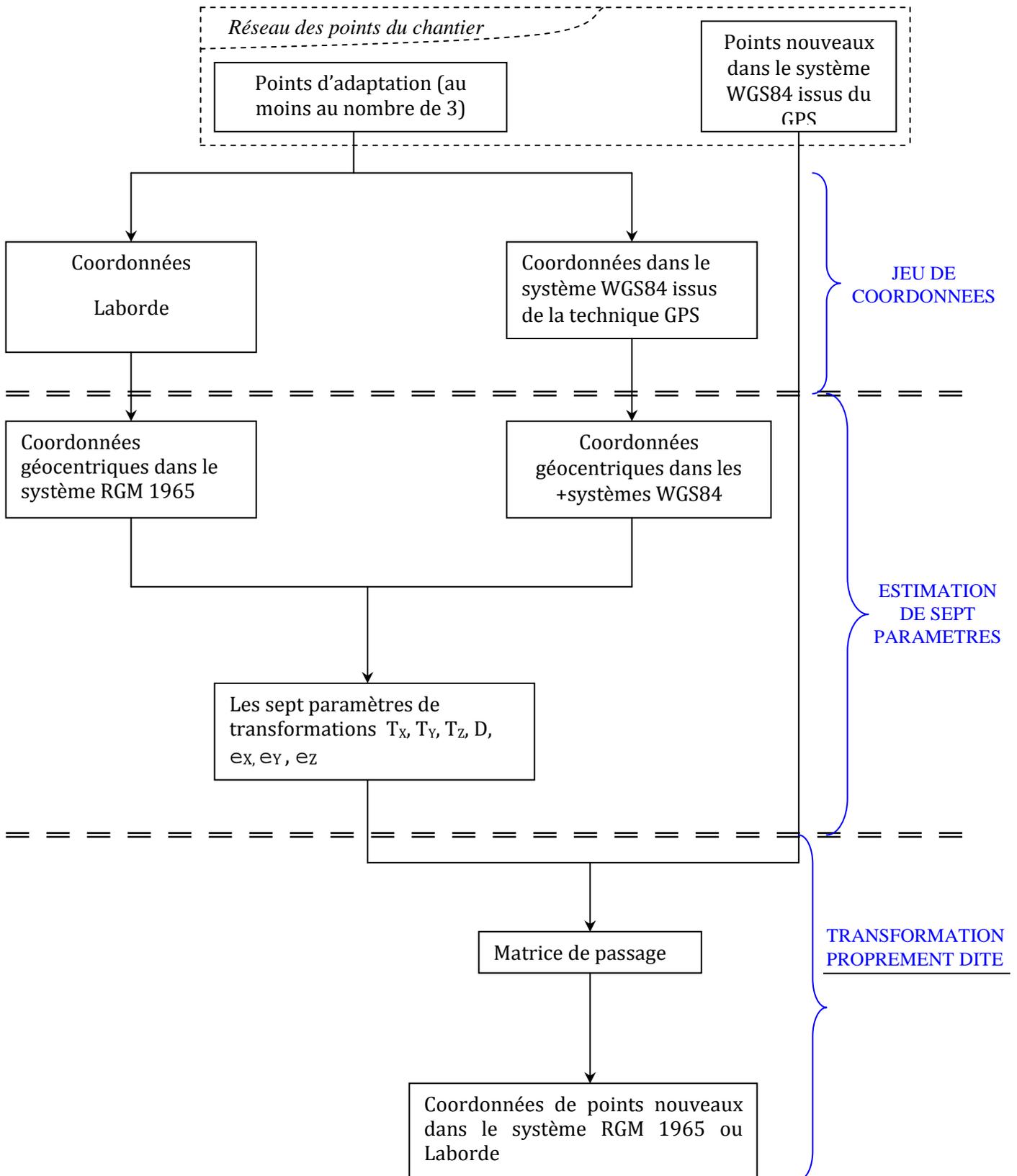
$$N = \frac{a}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{\frac{1}{2}}}$$

Une fois que les coordonnées sont exprimées en géocentriques, on peut passer d'un système à un autre.

II.4.2.2 Transformations des coordonnées

géocentriques en coordonnées Laborde :

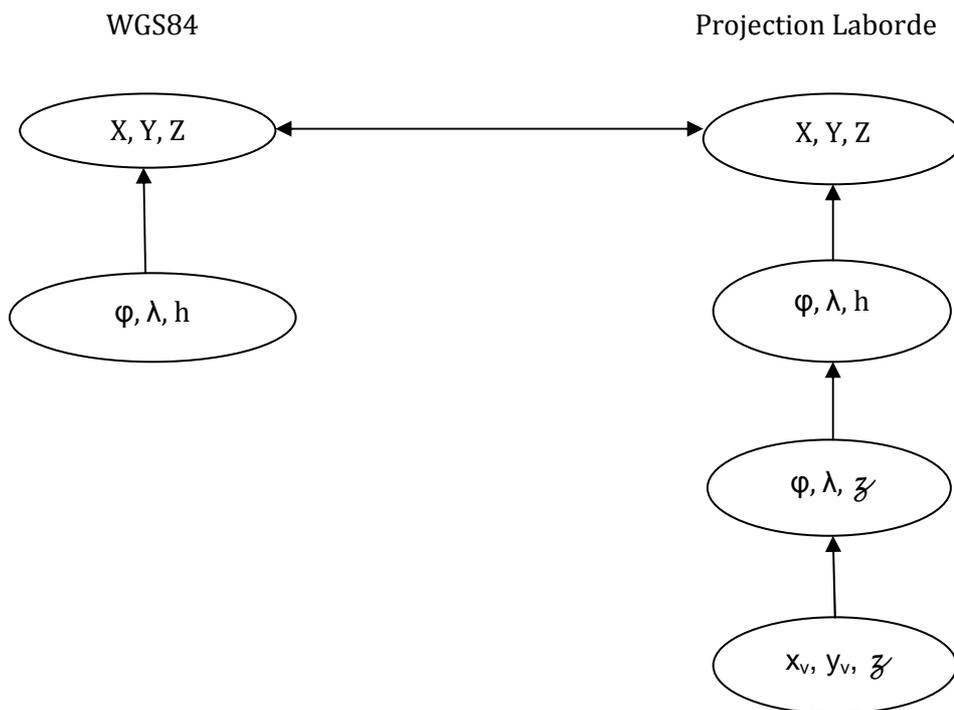
Récapitulation : Transformation des coordonnées géographiques en coordonnées géocentriques :



Organigramme n°03 : Les trois étapes de la transformation de coordonnées issues du GPS en Laborde Madagascar [01]

II.4.3 ANALYSE D'UN LOGICIEL DE TRANSFORMATION

II.4.3.1 Transformation des coordonnées cartésiennes en coordonnées géocentriques



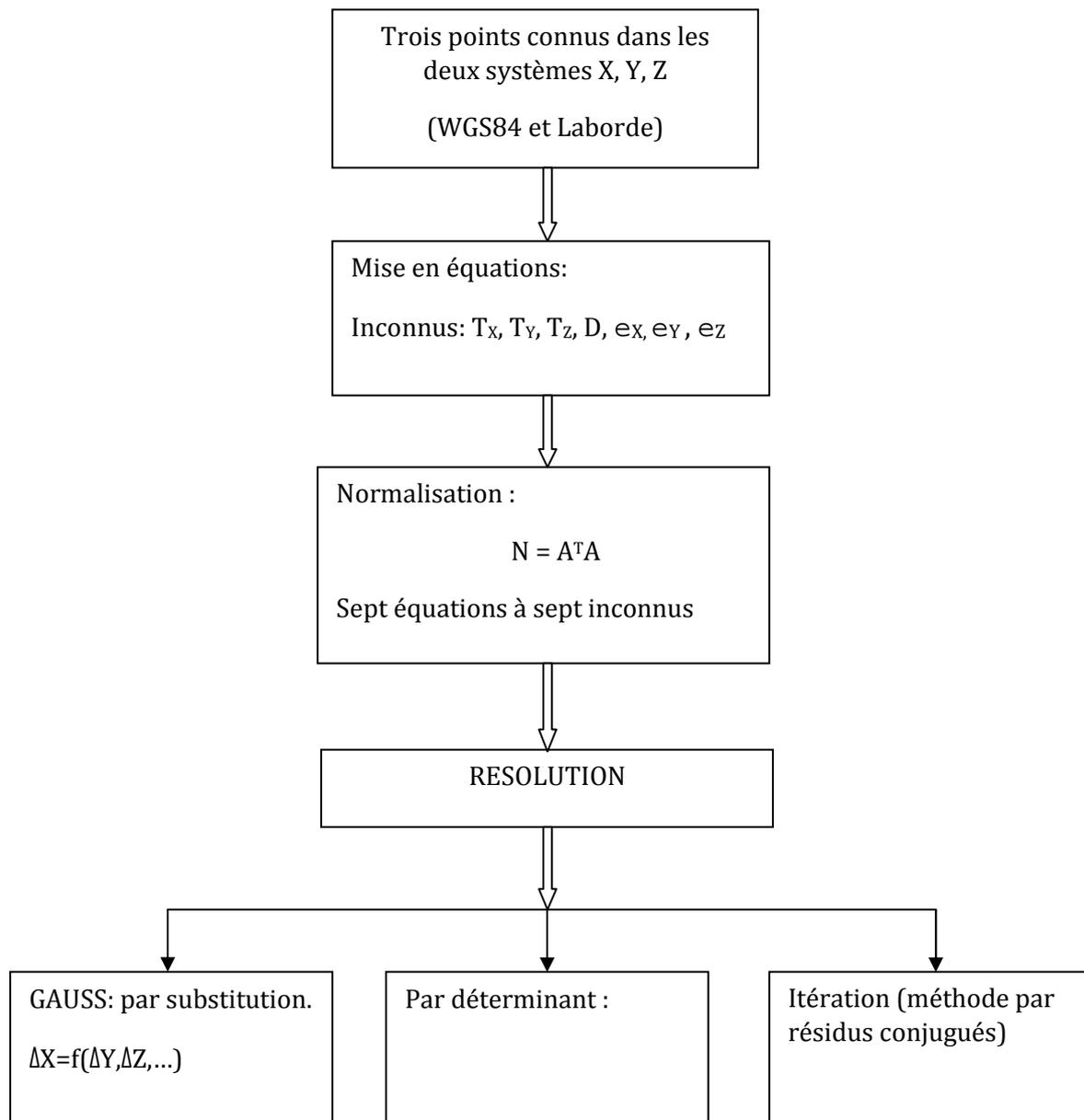
Organigramme N°04: passage des coordonnées WGS84 vers Laborde

II.4.3.2 Détermination des sept paramètres

Pour passer de WGS84 vers Laborde, il faut au moins trois points connus dans les deux systèmes. On obtient ainsi neuf équations à sept inconnus.

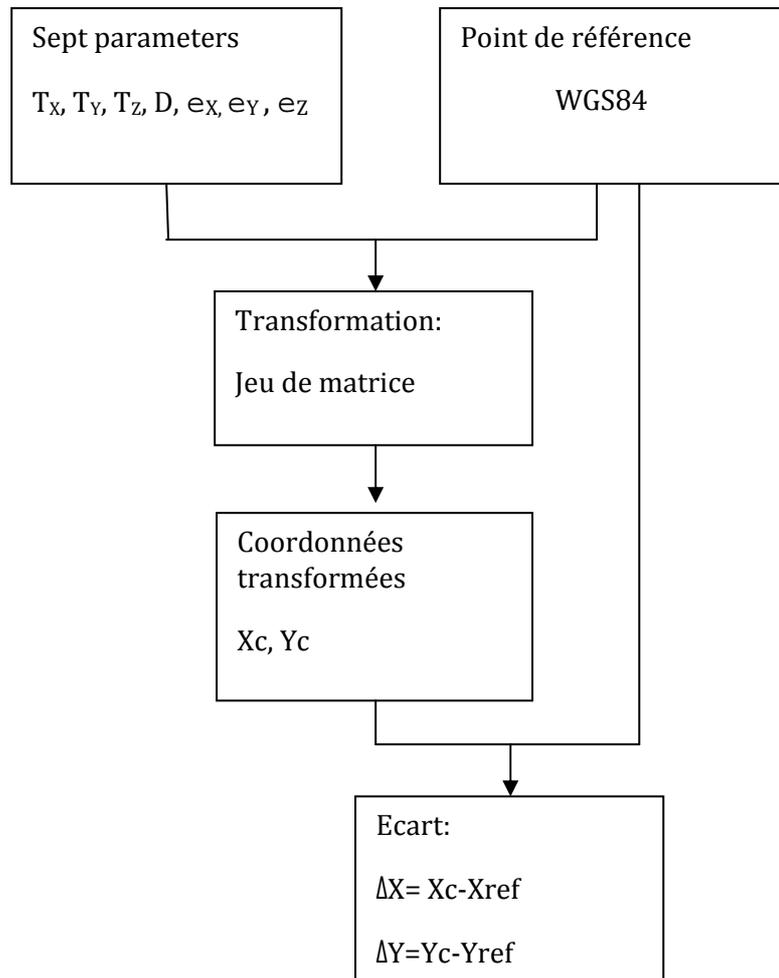
$$\begin{pmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \\ X_i \\ Y_i \\ Z_i \\ \dots \\ \dots \\ \dots \end{pmatrix}_{R_2} - \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \\ X_i \\ Y_i \\ Z_i \\ \dots \\ \dots \\ \dots \end{pmatrix}_{R_1} = \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 0 & 0 & X_i & 0 & -Z_i & Y_i \\ 0 & 1 & 0 & Y_i & Z_i & 0 & -X_i \\ 0 & 0 & 1 & Z_i & -Y_i & X_i & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_X \\ T_Y \\ T_Z \\ D \\ \varepsilon_X \\ \varepsilon_Y \\ \varepsilon_Z \end{pmatrix}$$

Il faudra donc les normaliser et résoudre par moindres carrés.



Organigramme N°05 : Détermination des sept paramètres de transformation

Une fois les sept paramètres déterminés, Leur précision a été testé en transformant les coordonnées de référence.



Organigramme N°06 : Test de fiabilité de ces sept paramètres

II.4.4 UTILISATION DE CES METHODES

L'application de ces méthodes est divisée en deux selon la nature du projet : linéaire et surfacique. Le rattachement du réseau doit être effectué à partir d'un ou plusieurs points bien connus dans le système ITRF.

II.4.4.1 Projet linéaire

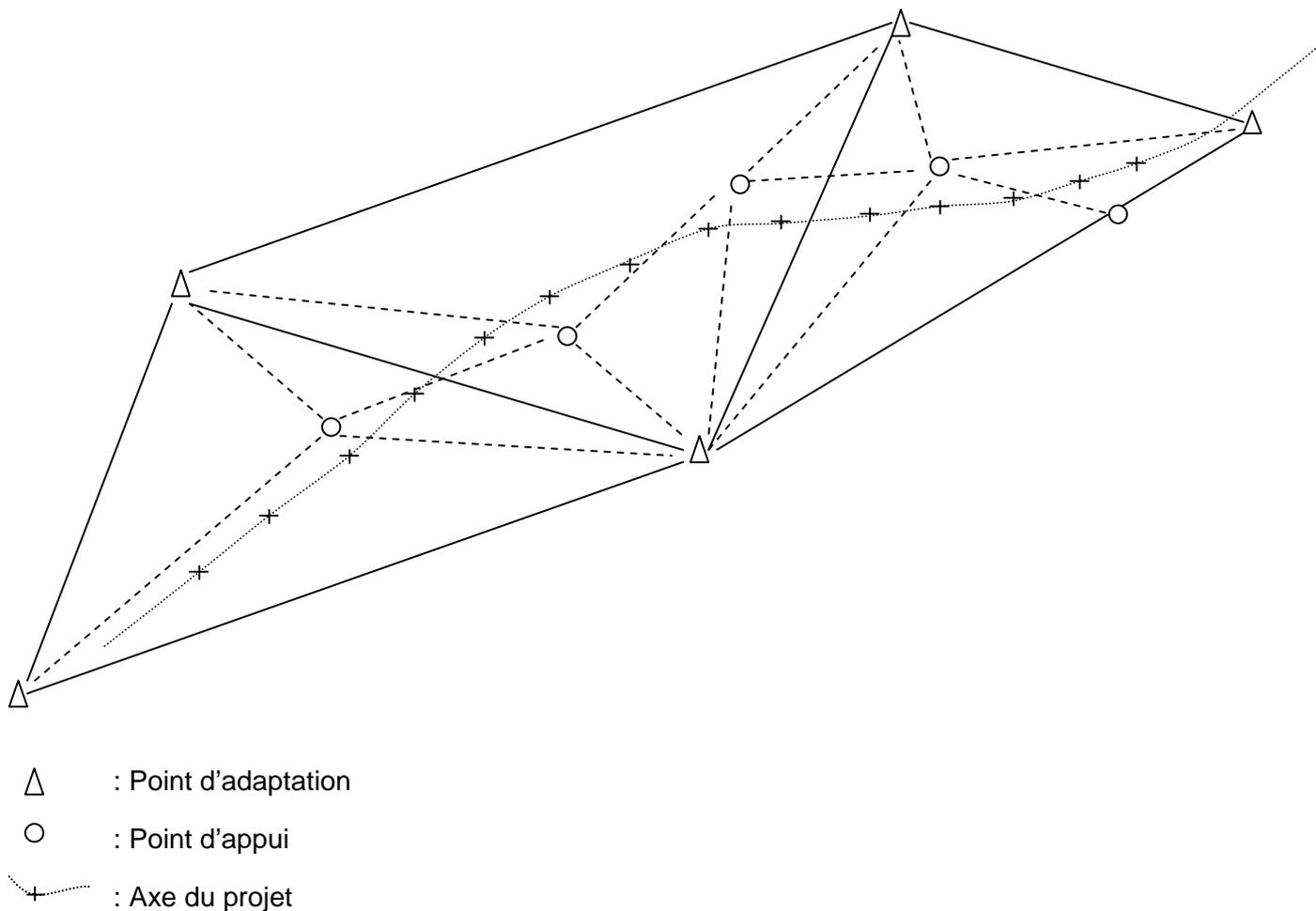
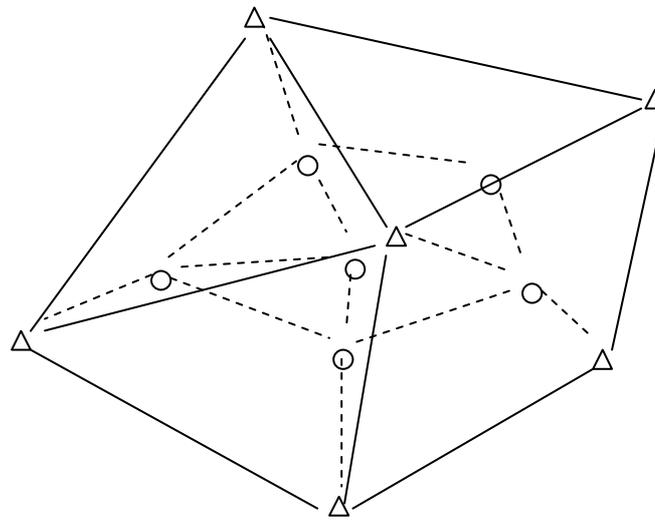


Figure N°15 : Choix de points en cas des projets linéaires

Les projets linéaires se présentent dans les travaux de :

- Réhabilitation routière
- Construction routière
- Construction et aménagement des canaux, côtes...
- Chemin de fer
- Adduction d'eau
- Pose des fibres optiques
- ...

II.4.4.2 Projet surfacique



△ : Point d'adaptation

○ : Point d'appui

Figure N°16 : Choix de point d'adaptation en cas de s projets surfaciques

Les projets surfaciques se présentent dans les travaux de :

- Aménagement urbain
- Etude d'un bassin versant
- Implantation des carreaux miniers
- Lotissement d'une propriété, parcellaire
- Etablissement d'un plan de voirie
- ...

II.4.5 UTILISATION DU GPS DE NAVIGATION

L'utilisation du GPS de navigation ne peut être autorisée que dans des travaux à précision métrique. Dans le SIG par exemple, aucun des logiciels existant ne prend en compte la projection Laborde. Ce qui nous amène à personnaliser le logiciel en utilisant les datums et en faisant quelques transformations.

La transformation des coordonnées WGS en système géodésique utilisée à Madagascar peut être faite en utilisant les datums :

- $\Delta X = -189$
- $\Delta Y = -242$
- $\Delta Z = -91$

Ainsi que les paramètres classiques de la projection Laborde

- Ellipsoïde : Hayford International $a = 6\,378\,388$ m
 $e = 0.081991880$
- Centre de projection : $\varphi = 21$ gr sud
 $\lambda = 49$ gr Est Paris
- Rotation : 21 gr
- $K_0 = 0.9995$
- $X_0 = 400\,000$ m
- $Y_0 = 800\,000$ m

Mais il faut noter que l'utilisation de ces paramètres est limitée à la précision métrique.

Nota bene 05

La transformation des coordonnées WGS84 en Laborde par ce procédé n'élimine pas les erreurs intrinsèques des GPS qui sont de l'ordre de 30m.

Nota bene 06

Pour éliminer ces erreurs, il faut travailler en mode différentielle. Cette méthode a l'avantage de diminuer les erreurs ultérieures et d'éliminer les erreurs due à la projection Laborde.

Comme nous l'avons déjà mentionné, la projection Laborde Madagascar est une projection très proche de Mercator oblique et la différence entre les coordonnées dans les deux systèmes ne dépasse pas de 1,30m. [04]

En effet, pour les applications cartographiques (géodésie, stéréo-préparation, topographie exclus), ne nécessitant pas des précisions centimétriques, il est tout à fait possible de substituer les coordonnées Laborde de Madagascar par les coordonnées Hotine Oblique Mercator et ce, en conservant les valeurs numériques des coordonnées en usage actuellement.

Dans la pratique, il faut choisir une projection préalablement configurée dans l'appareil.

Pour la projection Hotine oblique Mercator :

False E = 1 113 136,315 m

False N = 2 882 900,728 m

C'est l'intersection de la ligne centrale avec l'équateur.

Pour la projection Mercator Oblique standard :

$X_0 = 400\ 000\ \text{m}$

$Y_0 = 800\ 000\ \text{m}$

Ce sont les coordonnées du centre de la projection.

Nota bene 07

Et si la projection Mercator oblique n'est pas configurée dans votre appareil, il suffit tout simplement de travailler en WGS84.

Il est à noter particulièrement que le système WGS 84 n'est pas une projection.

II.5 APPLICATION : DETERMINATION DES SIX POINTS GEODESIQUES A ALAOTRA

A titre d'exemple et d'application, nous présentons ici la détermination par GPS des six points géodésiques aux alentours du lac Alaotra. Ces points serviront d'appui à l'étude du bassin versant du Lac Alaotra (projet BVLac).

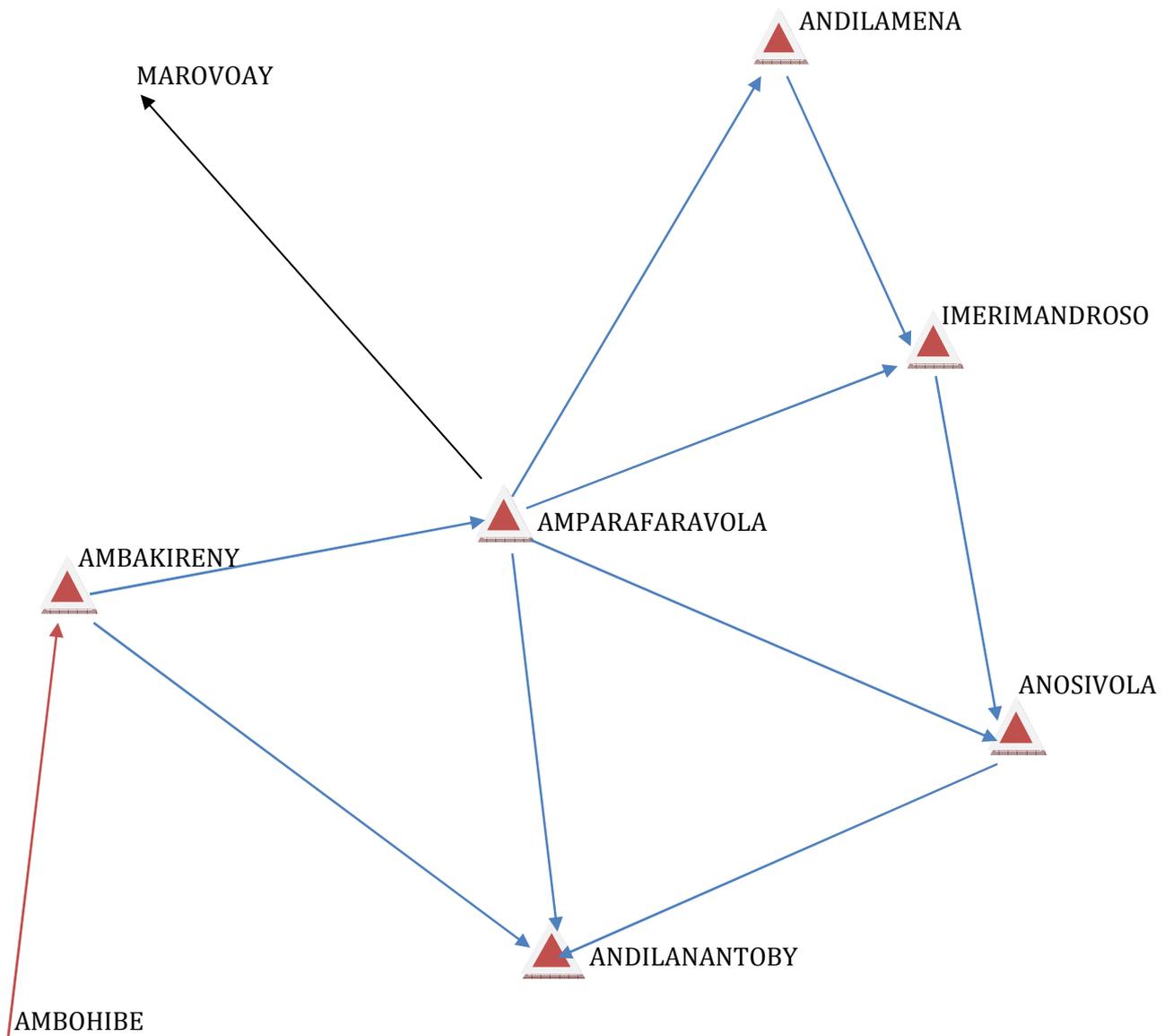
Nous allons voir, suivant la disposition des points, comment rattacher le réseau à l'ITRF et ensuite comment déterminer les sept paramètres pour passer de WGS84 en Laborde ?

II.5.1 PRESENTATION DU SITE

Les coordonnées approchées des points sont fournies par le commanditaire. Les opérateurs décident sur le choix de l'emplacement des points en respectant les deux conditions suivantes :

- ☞ Pérennité
- ☞ Accessibilité

II.5.2 STRATEGIE DE CALCUL



- Observation du réseau
- Rattachement du réseau depuis le point géodésique Ambohibe
- Détermination du 3^{ème} point d'adaptation à Marovoay.

Figure N°17: Stratégie de calcul détermination Alao tra

Le principe est de choisir un pivot tel que les lignes des bases soient les plus courtes possible.

II.5.3 RATTACHEMENTS DU RESEAU

Le réseau est rattaché à partir du point d'Ambohibe, un des neuf points géodésiques d'ordre zéro.

II.5.4 ADAPTATION DU RESEAU

Durant la préparation de la mission, nous avons constaté l'existence des deux points connus dans les deux systèmes (WGS84 et Laborde). Il nous a donc suffi de choisir et de déterminer un 3^{ème} point connu en Laborde pour encadrer la zone.

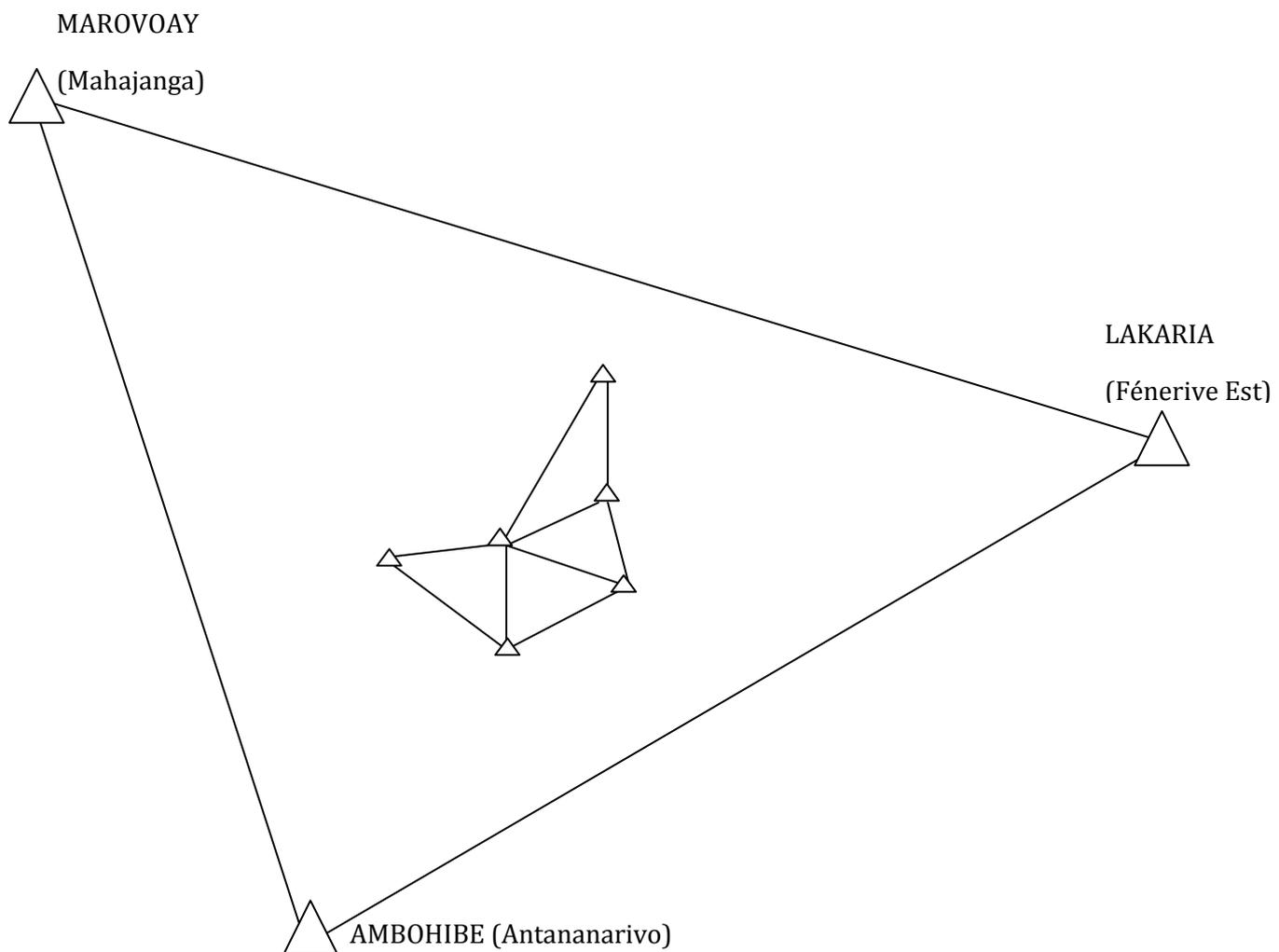


Figure N° 18: Adaptation du réseau Alaotra

Le fait de choisir des points éloignés nous permettra de faire l'adaptation de tout projet futur inclus dans la zone. Il nous a permis aussi d'éviter l'observation d'autres points mais d'utiliser les points existants, ce qui diminue le coup des travaux.

II.5.5 ANALYSE DE RESULTAT

Point	IGN		
	X	Y	Z
1	548165,197	940645,243	760,721
2	589168,314	944841,912	756,977
3	627196,844	1008208,332	906,644
4	590723,007	905939,495	785,785
5	634387,295	929781,324	973,242
6	628865,447	961803,820	844,796

Tableau N°03 : Résultat des coordonnées en Laborde- IGN

Calcul des sept paramètres :

TX	204,09	m
TY	251,77	m
TZ	103,91	m
K	-0,00000468	
Ex	-0,28	" grade
Ey	-0,27	" grade
Ez	0,13	" grade

Tableau N°04 : Sept paramètres (FTM)

Coordonnées obtenues :

Point	FTM		
	X	Y	Z
1	548165,196	940645,245	761,594
2	589168,313	944841,913	757,572
3	627196,841	1008208,334	905,358
4	590723,008	905939,497	787,435
5	634387,292	929781,333	974,066
6	628865,441	961803,824	844,769

Tableau N°05 : Résultat des coordonnées en Laborde- FTM

Ecart entre la transformation de l'IGN et le logiciel écrit par FTM :

Point	Ecart		
	X	Y	Z
1	-0,001	0,002	0,873
2	-0,001	0,001	0,595
3	-0,003	0,002	-1,286
4	0,001	0,002	1,650
5	-0,003	0,009	0,824
6	-0,006	0,004	-0,027

Tableau N°06: Comparaison entre le logiciel de l'IGN et FTM

II.5.6 CARACTERISTIQUE DES POINTS

Un point géodésique doit être accompagné de sa fiche signalétique. Les renseignements concernant le point doivent y être mentionnés jusqu'au moindre détail.

Ainsi les composantes suivantes doivent y figurer :

- Ses coordonnées Laborde (X_v, Y_v, z)
- Ses coordonnées Géographiques (φ, λ, H_e)
- Croquis
- Date et méthode de détermination
- Système de référence
- Photo
- Matérialisation
- Localisation et accès

La fiche doit mentionner aussi la présence des repères auxiliaires avec leurs coordonnées.

Un exemple d'une fiche signalétique d'un point géodésique sera présenté en *ANNEXE X*.

II.6 ETUDE DE LA MISE EN PLACE D'UNE STATION GPS PERMANENTE A MADAGASCAR

Les travaux GPS sont des opérations délicates et demandent une grande responsabilité. Ils demandent aussi un délai non négligeable.

Une station GPS permanente est un ensemble de tous ceux qui sont utiles pour que les données satellitaires soient utilisables. Ceci commence par l'enregistrement des données satellitaires, suivi des traitements du bureau et enfin la diffusion de ces données sur internet.

Comme son nom l'indique, elle fonctionne 24h sur 24h et sept jours sur sept.

II.6.1 ELEMENTS PRINCIPAUX

II.6.1.1 Le récepteur GPS

Un récepteur a pour principale fonction d'effectuer des mesures de pseudo-distances ou de phases GPS et de décoder le message de navigation.

La station permanente est équipée d'un récepteur bifréquence 12 canaux. Il est alimenté d'un transformateur 220 V - 12,5 V.

Type de récepteur	Caractéristiques
GRX1200	Récepteur station permanente GPS
GRX1200 Pro	Récepteur station de référence permanente GPS, version pro, avec fonctions Event Input, PPS output, Extern. Oscillator input et connectivité Ethernet.
GX1210	Récepteur GPS mono-fréquence.
GX1220	Récepteur géodésie double fréquence.
GX1230	Récepteur GPS bifréquence temps réel.

Tableau N°07 : Types des récepteurs GPS

II.6.1.2 L'antenne GPS

L'antenne GPS doit répondre aux critères suivants :

- ☞ L'antenne doit avoir une réduction significative des effets de multi-trajet sur le signal GPS. En effet, une telle antenne réduit le gain lorsque l'élévation du satellite est faible, c'est-à-dire lorsque les signaux sont les plus sensibles aux multi-trajets.
- ☞ Une meilleure résistance aux conditions climatiques
- ☞ Une bonne stabilité du centre de phase.

Excentration d'antenne

La mesure sur le signal radioélectrique se fait au centre de phases, or celui-ci n'est pas forcément confondu avec le centre physique de l'antenne. L'excentration dépend de l'élévation et de l'azimut du satellite, de l'intensité du signal et est différent pour L1 et pour L2.

On peut distinguer deux effets :

- ☞ Un excentration constant
- ☞ La variation du centre de phase

La qualité de l'antenne dépend de la valeur de la variation du centre de phase (de l'ordre de 1 à 2 cm), car la partie constante peut être facilement déterminée.

La calibration s'effectue en mesurant une ligne de base courte connue précisément.

La société LEICA donne un choix pour une station GPS permanente :

Type d'antenne	Caractéristiques
Antenne géodésique Choke Ring.	Antenne GPS bifréquence de type « choke-ring » AT504 pour capteurs. Conception Dorne Margolin, JPL. Conforme contre à la spécification de « type T » de l'IGS pour les antennes GPS.
Antennes géodésiques compactes SmartTrack	AX1202, antenne bifréquence pour récepteurs GX1220 / GX1230 et GRX1200. AX1201, Antenne mono-fréquence pour récepteur GX1210.

Tableau N°08: Types des antennes GPS

II.6.1.3 Alimentation

Pour assurer la continuité des observations, la station sera alimentée par un transformateur de 220v à 12v. Mais compte tenu de la défaillance du système électrique à Madagascar, il est conseillé d'utiliser d'autres sources que celle de la JIRAMA, nous avons donc au choix : l'énergie solaire par exemple pour alimenter la plupart des antennes de relai téléphoniques et la batterie de voiture.

II.6.2 EMLACEMENT DE LA STATION

Dans le cas général, le site choisi doit être dégagé de tout masque, en observant avec un angle de coupure de 15°. Cette valeur standard de 15° utilisée par l'IGS actuellement permet de minimiser les erreurs de propagation du signal GPS.

Cette phase consiste à étudier le site où la station sera installée. Le choix de ce site est indispensable face aux effets qui pourraient modifier le trajet du signal que les satellites envoient.

Souvent, le site est placé sur le toit d'un bâtiment.

II.6.2.1 Notion de trajets multiples

Ce phénomène est constaté lorsque le signal issu du satellite arrive au récepteur après avoir suivi un autre chemin que le chemin direct, en particulier après réflexion sur un obstacle proche. [13]

On ne peut pas diminuer l'effet du aux trajets multiples car il dépend de la géométrie des obstacles. La seule solution est de s'en affranchir :

- ☞ Par le choix de la station en évitant les surfaces réfléchissantes proches ;
- ☞ Par le choix d'antennes munies d'un plan absorbant, à large bande et équipées de filtres digitaux ou qui traitent la polarisation du signal ; en effet l'onde directe est polarisée à droite et la réflexion inverse de cette polarité ;
- ☞ Par le choix des satellites, les plus bas étant les plus sensibles au trajet multiple.

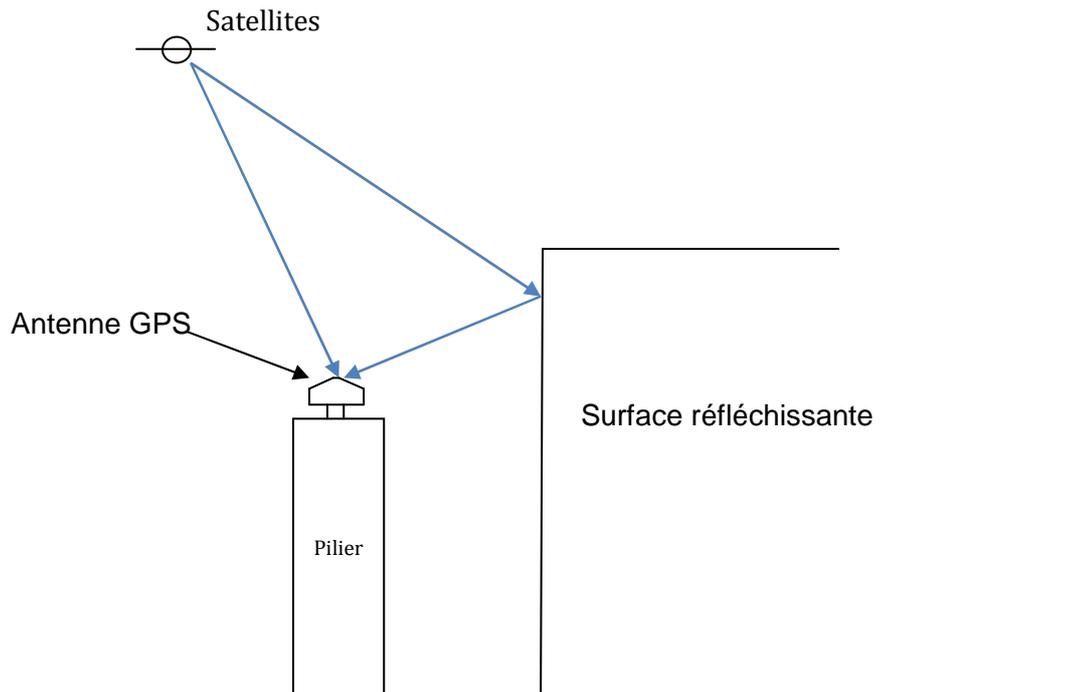


Figure N °19 : Phénomène du trajet multiple

II.6.2.2 Test du trajet multiple

L'existence du phénomène de trajet multiple sera déterminée de la façon suivante :

Pour tester la présence éventuelle de multi-trajets d'un site donné soit sur une terrasse choisie. On doit disposer au moins deux récepteurs. La méthode consiste à faire une séance d'observation en mode relatif, avec une base très courte, inférieure à 100 mètre. Afin d'observer la constellation satellitaire en totalité, les observations doivent s'étaler sur 24 heures.

Puis les calculs de cette ligne de base se feront avec le logiciel "Leica SKI". On détermine les résidus de phase sur L1 et L2 sur chaque satellite et pour tous les enregistrements. En l'absence de multi-trajets, les résidus doivent être de quelques millimètres. En effet, sur une base très courte, en positionnement relatif, les erreurs s'annulent. Ces quelques millimètres traduisent le bruit des mesures.

Cependant, si l'analyse des résidus montre la présence de multi-trajets, il sera impossible de déterminer sur quel récepteur ils auraient eu lieu. Il sera donc nécessaire de reprendre les observations durant ces périodes de multi-trajets en modifiant la position de l'un des deux récepteurs.

II.6.2.3 Rattachement du site

Le site doit être rattaché dans le système ITRF, comme toutes les stations GPS permanentes de l'IGS.

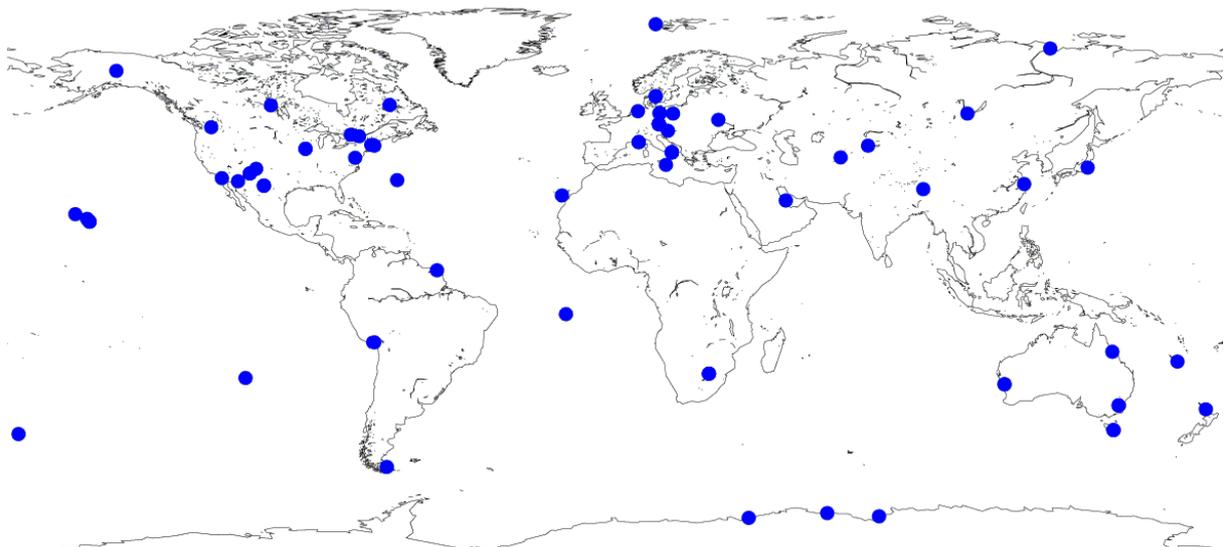
⇒ Le système ITRF :

L'ITRF représente la réalisation pratique du système ITRS (International Terrestrial Reference System). Il consiste en un catalogue de positions et de vitesses de plusieurs centaines de points très bien repartis dans le monde.

C'est le meilleur système à l'heure actuelle. En effet, il prend en compte les déformations de la croûte terrestre et en particulier celles dues à la tectonique des plaques. Sa précision actuelle est supérieure au centimètre.

Ces différentes réalisations ITRF sont élaborées par la Section de Repère Terrestre du Bureau Central de l'IERS (International Earth Rotation System) au Laboratoire de REcherche en Géodésie (LAREG) de l'IGN (Paris, France). Elles sont calculées à partir des résultats des techniques de géodésie spatiale les plus précises. ITRF est donc la combinaison des jeux de coordonnées de chaque technique.

L'ITRF $_{nn}$ est publié annuellement dans les notes techniques de l'IERS. Le nombre nn désigne l'année des mesures destinées à calculer une nouvelle réalisation.



Carte N°05 : Exemple de transformation ITRF2000 en ITRF2005

II.6.3 MODE D'ENREGISTREMENT

Dans ce paragraphe, le but est d'automatiser l'enregistrement des données jusqu'à leur diffusion sur internet. La station permanente doit fonctionner en réduisant au maximum les interventions manuelles. Elle doit pouvoir se remettre en marche en cas de coupure de courant.

II.6.3.1 Type des données enregistrées

La fréquence d'observation doit être 30s, afin de ne pas trop gaspiller la mémoire du récepteur. Les données GPS observées se composent de deux fichiers : un fichier d'observations et un fichier de navigation, commençant à 00h00min00sec TUC et se terminant à 23h59min30sec TUC.

Pour ne perdre aucune donnée, il est préférable de choisir une sauvegarde externe des fichiers. Cette sauvegarde devait permettre un accès direct aux données comme un lecteur de disquette, mais les études des cas similaires, ont montré l'interdiction des sauvegardes à bandes car il serait nécessaire de restaurer les données avant de les récupérer.

Par expérience, les données enregistrées par unité de jours compactées peuvent atteindre 6 Mo. Donc, un lecteur de 1Go de capacité présente une autonomie de 166 jours ou 5.5 mois environ.

II.6.3.2 Traitement des données

Ensuite, les données enregistrées doivent être sauvegardées et archivées sur des supports informatiques permettant la facilité d'accès lors de la diffusion sur internet. La position de la station doit être corrigée avant d'être publiée.

Ainsi, les sept Centres d'Analyse traitent les données GPS des stations de poursuite pour calculer des produits IGS d'une grande précision. Les principaux produits sont :

- a- Des éphémérides précises

En plus des orbites rapides (IGR) et combinées (IGS), l'IGS fournit des orbites prédites (IGP) qui sont extrapolées à partir des données des jours antérieurs. Le fait de disposer de modèles avec lesquels il est possible de calculer des arcs plus longs permettra de calculer dans l'avenir des éphémérides précises à 48 heures et non 12 heures comme aujourd'hui. Les éphémérides sont contenues dans les fichiers " ***.sp3**".

b- Les positions de stations et leurs vitesses de déplacement

Le format d'échange standard est le format SINEX (Solution INdependent EXchange). Ce sont des fichiers ASCII structurés en blocs. Ils sont apparus en 1995. Les coordonnées sont données dans le système ITRS. Les fichiers SINEX ont l'extension " **.snx* "

c- Des corrections d'horloges des satellites GPS et des stations IGS

A partir des éphémérides précises et des observations, le décalage précis des horloges des satellites et des stations est calculé. Ces corrections tiennent compte de l'accès sélectif (SA). Bien que ces corrections soient archivées à une fréquence de 30 secondes, elles peuvent être interpolées à une fréquence plus élevée, sans dégradation significative de la précision. Ces corrections sont archivées au format ASCII dans des fichiers " **.clk* ".

d- Des paramètres de rotation de la Terre

Ces paramètres de rotation sont archivés dans des fichiers " **.erp* ".

Les produits géodésiques de l'IGS sont rapportés au système de l'IERS grâce à l'usage de l'ITRF (International Terrestrial Reference Frame). Les Centres d'Analyses de l'IGS contribuent donc par leurs résultats à l'amélioration et l'extension du réseau ITRF.

L'application de ces corrections peut être effectuée par la méthode différentielle depuis les stations de poursuite IGS.

II.6.3.3 Diffusion des données

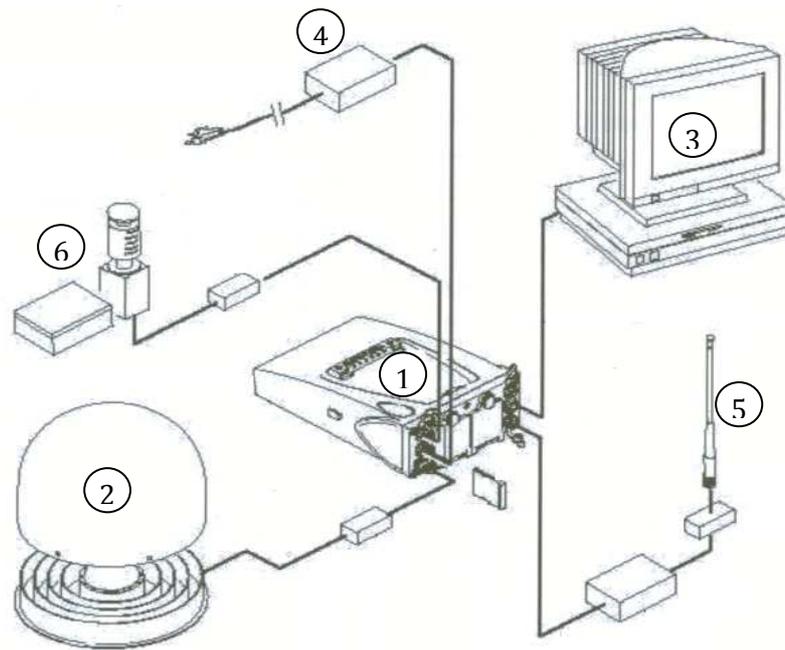
Il est donc nécessaire de diffuser les coordonnées corrigées ou ramenées à l'époque d'observation de la station : corrections dues aux déplacements des plaques, effets d'erreur d'horloge, correction orbitale,

Les données enregistrées doivent être converties au format d'échange international. C'est-à-dire le RINEX compressé qui est le format standard des données GPS.

Le nom des fichiers RINEX suit la convention suivante:

ssssdddf.yyt ssss : Désignation du nom de la station
 ddd : numéro du jour dans l'année du premier enregistrement
 f : numéro de la session
 0 : le fichier contient toutes les données du jour courant
 yy : deux derniers chiffres de l'année
 t : type de fichier:
 O : fichier d'observations
 N : fichier de navigation
 M : fichier de données météorologiques
 G : fichier de navigation GLONASS

II.6.4 SCHEMA GENERAL DE LA STATION

Figure N° 20: Station générale d'une station GPS permanente

- ① Récepteur GPS
- ② Antenne GPS
- ③ Post traitement
- ④ Alimentation
- ⑤ Antenne Radio\ GSM
- ⑥ Capteur Météo

CHAPITRE

III

LE NIVELLEMENT DE MADAGASCAR

III. LE NIVELLEMENT DE MADAGASCAR

Avant d'aborder ce chapitre, il est nécessaire de consacrer quelques lignes pour quelques définitions.

III.1 QUELQUES DEFINITIONS

⇒ Géoïde

C'est une surface qui n'a pas d'existence physique, qui représente le niveau moyen des mers et où le champ de pesanteur sont les mêmes. Elle n'est pas régulière.

⇒ Marégraphe

Un marégraphe est un appareil enregistrant automatiquement les variations du niveau de la mer en un point donné afin de permettre la détermination de son niveau moyen.

Pour Madagascar, le niveau zéro d'altitude est donné par le marégraphe qui se trouve à Toamasina. Pour couvrir le pays, plusieurs repères de nivellement ont été mis en place par cheminement le long des voies de communications (routes nationales, chemin de fer, ...).

⇒ Hauteur ellipsoïdale

Elle est définie par la distance entre la surface topographique et l'ellipsoïde associé au système de référence utilisé.

⇒ Altitude géodésique

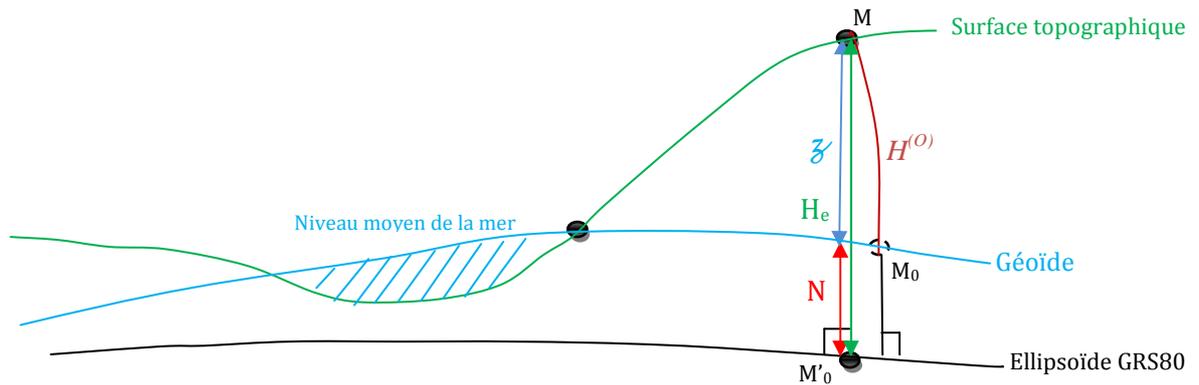
L'altitude d'un point est définie par la distance z entre la surface du géoïde et la surface topographique. [01]

⇒ Altitude orthométrique

L'altitude orthométrique d'un point est caractérisée par son abscisse curviligne au dessus du géoïde, comptée le long de la ligne de force du champ de pesanteur. Notée : $H^{(o)}$

Nota bene 08

Sur les recherches internet, l'altitude orthométrique est une altitude au dessus de l'EGM96.

Figure N°21 : Types d'altitudes

III.2 HISTORIQUES

Le réseau altimétrique de Madagascar a été établi en 1962. Il est composé de quatre ordres : 1^{er}, 2^e, 3^e et 4^e qui sont aussi divisés en sections numérotés alphabétiquement.

Ordre	Précision	Longueur du cheminement (km)	Repères principaux	Repères secondaires	Total des repères
1 ^e	$2.7 \text{ mm } \sqrt{D}$	8 480	3 626	3 263	6 889
2 ^e	$3.0 \text{ mm } \sqrt{D}$	3 250	1 566	1 605	3 171
3 ^e	$4 \text{ mm } \sqrt{D}$	1 125	490	1 075	1 565
4 ^e	$5 \text{ mm } \sqrt{D}$	2 054	918	2 553	3 471

Tableau N°09 : statistique sur le réseau de nivellement de Madagascar. [02]

Les repères de nivellement sont placés sur des supports tels que les ponts, les bâtiments, La fréquence est estimée de 700 m à 4km environ.

Le type d'altitude de Madagascar est orthométrique.

III.3 PRINCIPE DU NIVELLEMENT PAR GPS

Pour déterminer l'altitude d'un point, le meilleur moyen reste le nivellement direct. Mais lorsqu'on est dans une zone où la densité des repères de nivellement est loin d'être suffisante, nous sommes obligés de faire un long cheminement et de prendre en compte des diverses corrections (courbure terrestre, réfraction atmosphérique, défaut de parallélisme des surfaces de niveau...). Même les erreurs dues aux instruments et aux opérateurs donneront des écarts de fermeture non négligeable. Pourtant, cette méthode traditionnelle reste toujours la meilleure en termes de précision mais seulement sur une ligne de base courte. Pour des cheminements longs, son utilisation devient plus difficile, son coût sera élevé, la durée d'observation sera longue et perdra rapidement sa précision. [09]

D'après les études faites concernant le GPS, il nous permettra de franchir rapidement ces obstacles en offrant gain de temps, précision et baisse le coût de revient.

On sait que l'altitude obtenu par le GPS est une hauteur ellipsoïdale, purement géométrique c'est-à-dire la distance entre le point de la surface terrestre et l'ellipsoïde de référence GRS80. Le principe du nivellement par GPS est d'appliquer la relation suivante (cf. Figure N°21) :

$$N = H_e - z$$

Où N est l'ondulation du géoïde

H_e la hauteur ellipsoïdale obtenue par le GPS

z l'altitude obtenu par nivellement direct.

III.4 EVALUATION D'UN MODELE DE GEOÏDE

Il existe deux méthodes pour évaluer un modèle de géoïde : par gravimétrie et par GPS.

III.4.1 METHODE PAR GRAVIMETRIE

La méthode gravimétrique consiste à mesurer l'intensité de la pesanteur et à faire des réductions gravimétriques, pour se placer au niveau moyen de la mer.

Il faut des données gravimétriques qui couvrent le territoire sur lequel on veut modéliser. Ensuite, il suffit de faire le calcul à l'aide de la formule de STOKES, soit :

$$N = \frac{R}{4\pi\tilde{\gamma}} \int_{\sigma} \Delta g S(\psi) d\sigma \quad [02]$$

Avec R , le rayon de la Terre.

$\tilde{\gamma}$, l'accélération normale de la pesanteur en Q_0 .

ψ , l'angle entre le point de calcul M_0 et le point d'intégration P_0 .

σ , la sphère de calcul de rayon unité.

$d\sigma$, élément de la sphère de calcul.

Δg , l'anomalie de pesanteur sur le géoïde au point P_0 .

S , la fonction de Stokes :

$$S(\psi) = \frac{1}{\sin \frac{\psi}{2}} - 6 \sin \frac{\psi}{2} + 1 - 5 \cos \psi - 3 \cos \psi \ln \left(\sin \frac{\psi}{2} + \sin^2 \frac{\psi}{2} \right)$$

ψ est obtenu par les formules de trigonométrie sphérique à partir des coordonnées géographiques des points $M_0 (\lambda, \varphi)$ et $P_0 (\lambda', \varphi')$.

$$\psi = \arccos (\sin \varphi \sin \varphi' + \cos \varphi \cos \varphi' \cos (\lambda - \lambda'))$$

Les conditions d'applications de la formule de stokes sont contraignantes :

- ✓ Les anomalies de pesanteur doivent être réduites au géoïde.
- ✓ Il ne doit pas y avoir de masse au-dessus du géoïde.
- ✓ Les anomalies devraient être connues sur la Terre entière.

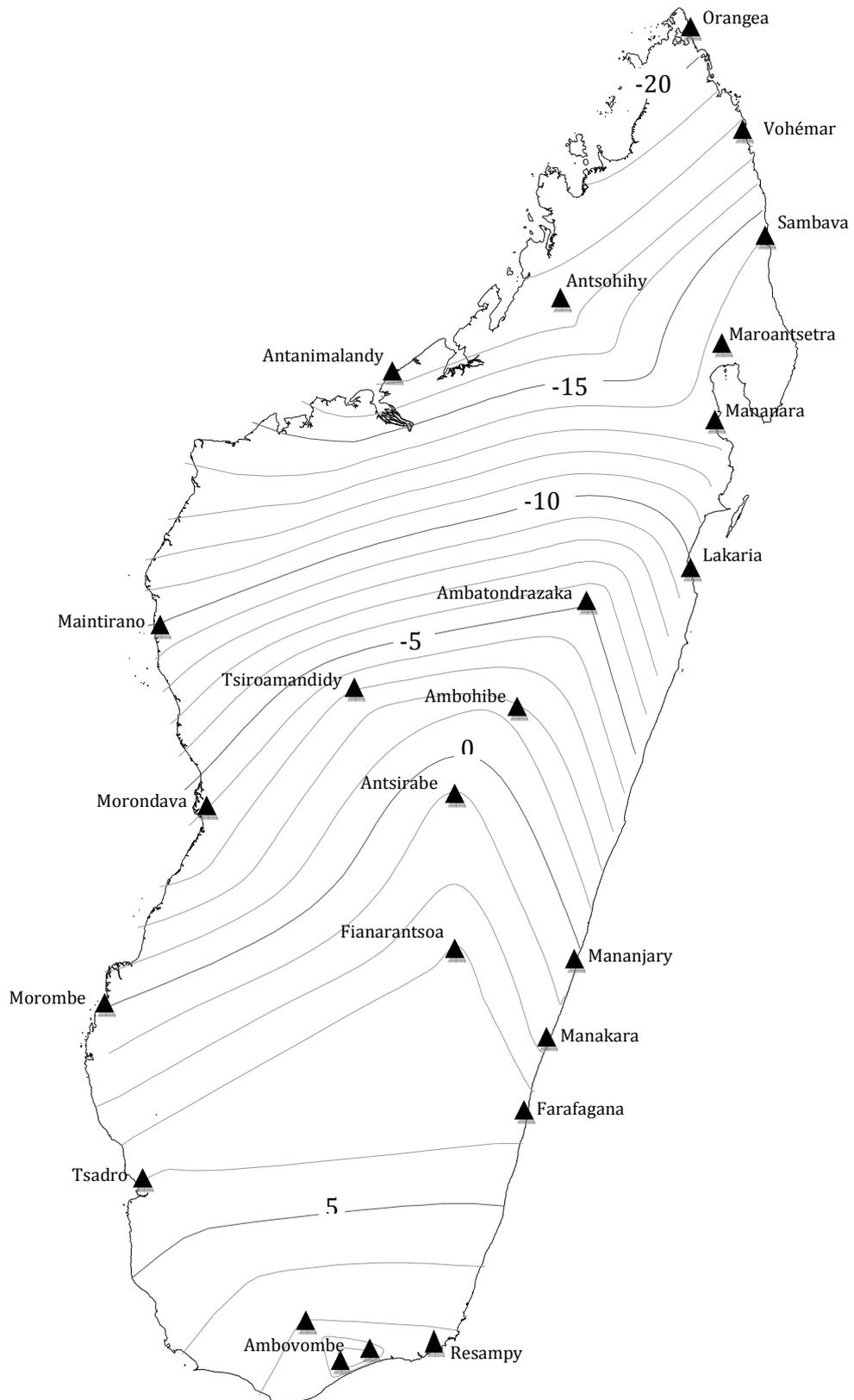
Il existe des techniques permettant de se placer dans ces conditions.

III.4.2 EVALUATION DU GEOÏDE AUX POINTS GPS

Un modèle de géoïde est une base de données de valeurs de l'ondulation du géoïde N .

Pour pouvoir obtenir un modèle de géoïde, il est nécessaire d'avoir un certain nombre de points connus en hauteur ellipsoïdale H_e et en altitude z .

Comme Madagascar ne dispose pas toujours de données gravimétriques, nous allons donc regrouper les données obtenues des travaux effectués par GPS. Nous avons en tout 26 points nivelés par nivellement direct et observés par GPS. Parmi les 26 points, 9 sont des points géodésiques d'ordre zéro, 13 sont points de repère sur plusieurs aérodromes et trois points sont connus lors de la mission à Ambovombe. Les points obtenus sur les aérodromes et celui d'Ambovombe sont observés par GPS pendant le temps nécessaire pour une campagne GPS. Ils étaient calculés à partir du repère MIR1 et MIR2 à Ivato et ces derniers sont rattachés à partir des stations permanentes en Afrique.



Carte N°06: Evaluation du géoïde de Madagascar aux points GPS

III.4.3 CONVERSION ALTIMETRIQUE DES HAUTEURS ELLIPSOÏDALES

Le géoïde est la surface équipotentielle du champ de pesanteur terrestre qui coïncide au mieux avec le niveau moyen des mers. Plus prosaïquement, c'est, en bonne approximation, la référence des altitudes. Jusque vers la fin des années 80, le géoïde est resté un objet d'étude scientifique. Le développement rapide du système GPS, et la nécessité de convertir les hauteurs ellipsoïdales en altitudes en ont fait un enjeu important.

Pour le cas de Madagascar, on peut savoir et améliorer la précision de cette conversion en faisant la collocation des données gravimétriques et les données GPS avec la relation suivante :

$$\Delta N_i = N_i^{Grav} - N_i^{GPS} = A_i^T x + V_i \quad [09]$$

N_i^{Grav} : Hauteur du géoïde obtenue par voie gravimétrique au point i.

N_i^{GPS} : Hauteur du géoïde obtenue par GPS au point i.

x , A_i^T , V_i représentent respectivement le vecteur de $n \times 1$ paramètres inconnus, le tableau de $n \times m$ coefficients connus et le terme supposé comme étant un bruit aléatoire résiduel.

III.5 COMPARAISON ENTRE EGM ET LE GEOÏDE DE MADAGASCAR

⇒ L'EGM se présente sous la forme d'un jeu de coefficients (au nombre de 65 340) qui ont été calculés par des organismes de recherche à partir des mesures de géodésie spatiale, d'altimétrie et de nivellement. [01]

Partout dans le monde, sa précision est de l'ordre de 1 m avec un pas de 15'.

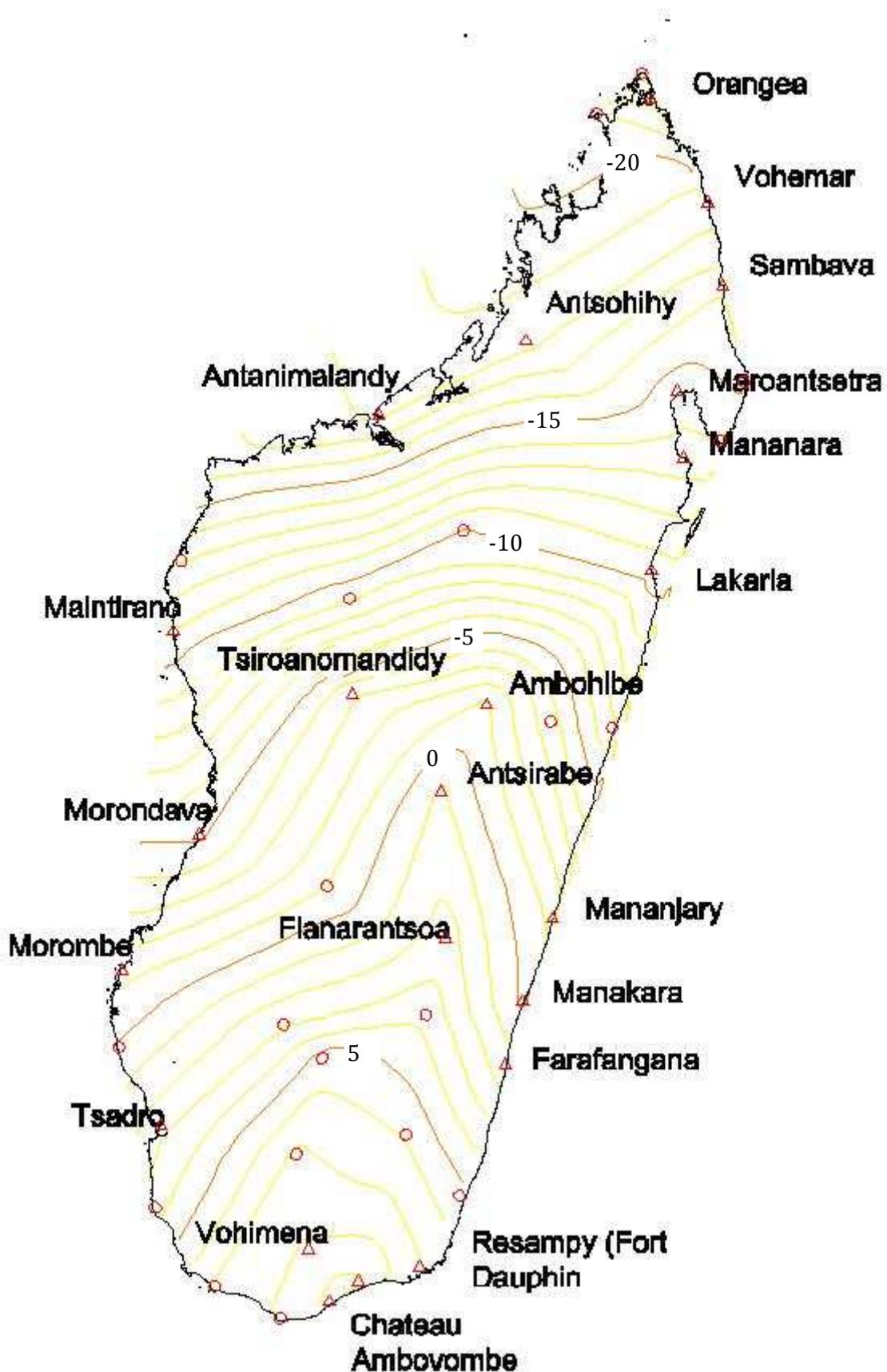
Pour passer de l'hauteur ellipsoïdale en altitude, un outil informatique a été conçu. Il suffit de saisir les coordonnées GPS (λ , φ et H_e) dans le logiciel et la hauteur N du géoïde mondial est donnée.

Pour faire la comparaison, nous avons deux sortes de données :

☞ D'un côté, le modèle de géoïde de Madagascar obtenu à partir des points GPS nivelés qui sont au nombre de 26.

☞ De l'autre côté, un modèle de géoïde obtenu à partir de ces 26 points, mais dont la hauteur N a été obtenue par la conversion altimétrique en utilisant le modèle de géoïde mondial EGM96.

Ces deux modèles seront représentés par des courbes de niveau et ils seront comparés l'un par rapport à l'autre.



Carte N°07 : Carte de géoïde de Madagascar par rapport au géoïde Mondial.

D'après les deux cartes ci-dessus, l'allure des courbes nous montre qu'il y a une concordance entre le géoïde NGM et celui d'EGM96 mais elles n'ont pas la même élévation. Mais vu la densité des points dans la zone d'Ihosy, Ambalavao, les courbes n'y ont plus les mêmes allures.

Après avoir fait la comparaison entre ces deux cartes, on peut donc conclure qu'il faudra encore ajouter des points dans certaines zones où la densité est faible et où l'allure des courbes présente une incertitude d'interpolation.

Le tableau suivant nous montre numériquement la différence entre les deux modèles. Cette différence permet de faire la comparaison avec des valeurs numériques et de voir quelle est la quantité à ajouter ou à retrancher si on veut passer d'EGM à NGM. On doit donc passer à une phase d'interpolation de cette différence. C'est pour cette raison que nous avons choisi de les tracer sous forme de courbe de niveau.

Id point	Lat WGS (DMS)	Lon WGS (DMS)	He	N_{NGM}	N_{EGM}	N_{EGM} - N_{NGM}
Sambava	-14,164459	50,103392	-9,496	-13,601	-16,106	-2,505
Farafagana	-22,482080	47,493731	8,523	3,569	1,421	-2,148
Manakara	-22,082252	48,011375	4,1311	1,755	-0,147	-1,902
Manakara	-22,071330	48,011375	11,173	1,685	-0,164	-1,849
Orangea	-12,152411	49,211388	96,0234	-20,533	-22,287	-1,754
Morondava	-20,173900	44,165152	27,771	-3,65	-5,209	-1,559
Vohemar	-13,222017	50,000067	-12,838	-17,141	-18,556	-1,415
Morombe	-21,450327	43,222830	2,4917	0,01	-1,365	-1,375
Manajary	-21,122778	48,212500	5,133	0,128	-1,233	-1,361
Antanimalandy	-15,424663	46,210460	31,5883	-16,973	-18,247	-1,274
Tsadro	-23,271214	43,471655	211,5298	4,054	2,796	-1,258
Maintirano	-18,034438	44,011714	19,328	-9,704	-10,948	-1,244
Fianarantsoa	-21,262873	47,063933	1113,096	3,505	2,532	-0,973
Maroantsetra	-15,261112	49,412363	-10,218	-13,437	-14,341	-0,904
Tsiroamandidy	-18,454881	46,030487	840,102	-2,341	-3,165	-0,824
Ambovombe	-25,102293	46,062755	150,2985	10,007	9,191	-0,815
Lakaria	-17,234326	49,255047	36,7488	-9,844	-10,472	-0,628
Antsohihy	-14,541033	47,594192	3,1422	-17,697	-18,322	-0,625
Antsirabe	-19,501167	47,040174	1520,953	1,607	1,16	-0,447
Analamare	-25,113569	45,572699	241,9093	9,729	9,327	-0,402
Ambohibe	-18,524790	47,343520	1457,94	-0,431	-0,791	-0,36
Mananara	-16,094488	49,461021	-10,904	-13,318	-13,571	-0,253
Resampy	-25,010365	46,495571	61,8106	7,264	7,126	-0,138
Vohimena	-24,500068	45,305053	698,3003	7,09	8,179	1,089
Antaritarika	-25,233951	45,452470	162,4211	7,711	9,223	1,512
Ambatondrazaka	-17,474916	48,264655	761,536	-5,030	-5,968	0,938

Tableau N°10: Différence entre géoïde NGM et EGM

Ce tableau montre déjà que les géoïdes NGM et EGM ne sont pas confondus. Il y a une différence entre les deux modèles et cette différence n'est pas constante, elle varie de -2.505, passe au niveau zéro et arrive jusqu'à moins de 2 m.

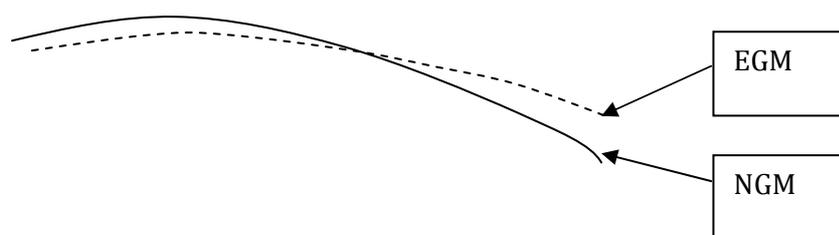
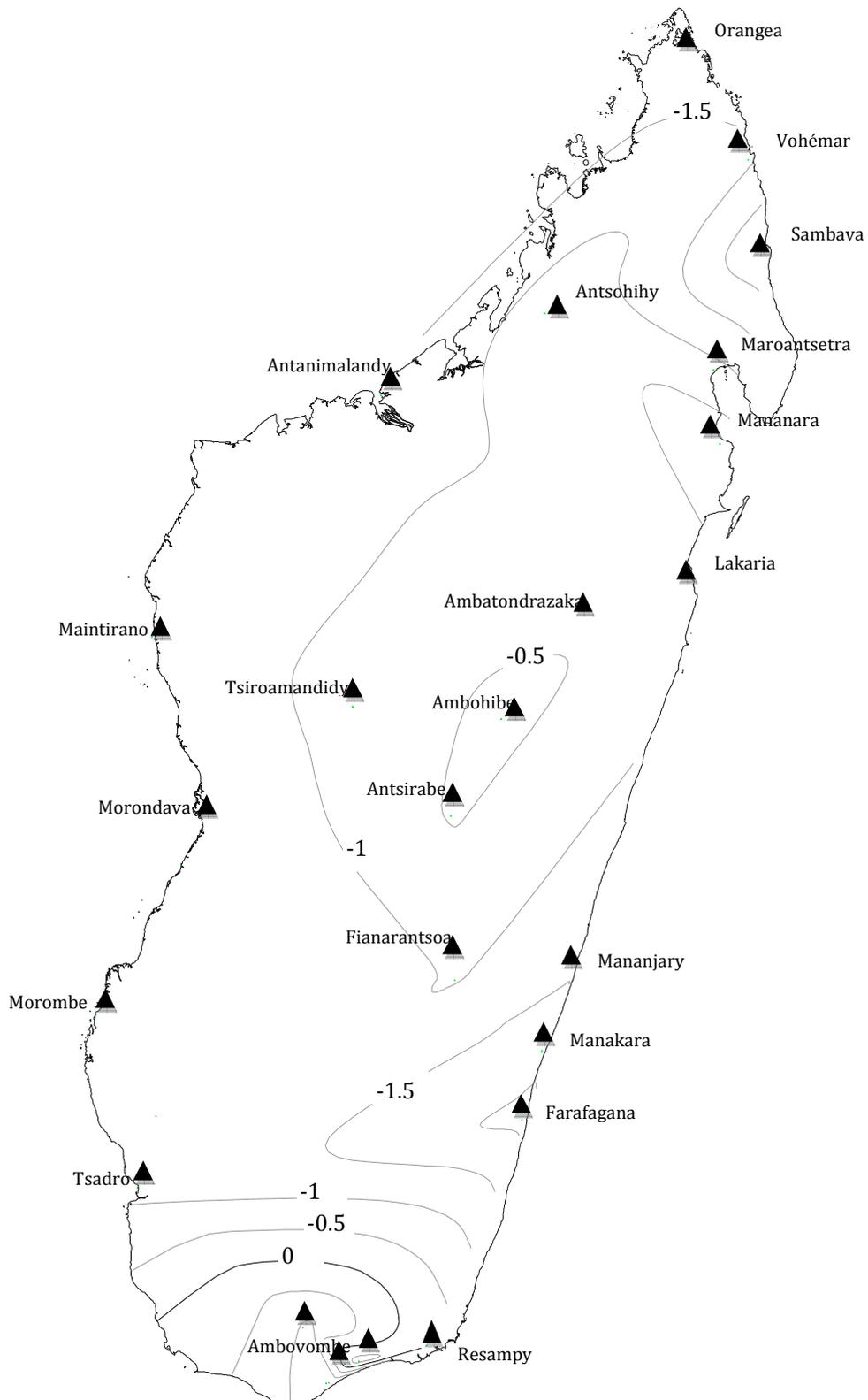


Figure N°22 : Profil entre EGM et NGM à Madagascar (coupe transversale).

$$Z_{NGM} = h_e - N_{EGM} + dN$$



Equidistance des courbes : 0.5 m

Carte N°08 : Carte montrant la différence entre EGM et EGM : $dN = N_{EGM} - N_{NGM}$

⇒ L'étude que nous venons de faire montre que le nombre de points GPS nivelés à Madagascar est encore insuffisant pour créer un modèle de géoïde. La possibilité de faire du nivellement par GPS permet de procéder à la réfection du Nivellement Général de Madagascar autrement que par des cheminements le long des axes des voies de communication. Il faudra encore observer d'autres points.

⇒ Le modèle de géoïde mondial n'est pas utilisable sur des projets qui demandent une précision élevée.

Ainsi, pour une amélioration à court terme et économique, nous proposons la détermination des coordonnées des repères de nivellement par GPS. Pour le cas de Madagascar, ces repères sont généralement sur le long des voies de communication et sur des bâtiments administratifs en ville. Cela nous laisse un grand avantage aux temps d'observation et de réduire au minimum le coût de travaux.

A long terme, la collocation des données gravimétriques, le MNT et le GPS sera un intérêt avantageux et donne une haute précision.

CHAPITRE

IV

PROPOSITION D'ETUDES DE LA PROJECTION POUR MADAGASCAR

IV. PROPOSITION D'ETUDES DE LA PROJECTION POUR MADAGASCAR

IV.1 MERCATOR OBLIQUE

IV.1.1 RAISON DU CHOIX DE CETTE PROJECTION

C'était en 1973 que l'étude d'utilisation de la projection de Mercator oblique pour Madagascar a commencé. Cette étude était intitulée « l'emploi de la projection Mercator oblique ». Elle préconise l'ensemble des avantages de cette nouvelle projection par rapport à celle de Laborde.

- Le fait que la projection Laborde ne diffère que de 1.3 m par rapport à celle de Mercator oblique.
- Pour la suite des opérations puisqu'il va falloir utiliser au moins une composition de deux transformations en raison de la configuration de l'île et gardant les mêmes paramètres que ceux de Laborde (cf. caractéristique).
- Une projection par ailleurs classique et bien connue. [15]

IV.1.1.1 Avantages

☞ La complexité des formules de transformation (passage des coordonnées géographiques en coordonnées cartésiennes et inversement), de la correction angulaire dV , du rapport de similitude de la projection Laborde nécessitant l'emploi des tables et abaques spéciaux.

☞ L'extension des travaux géodésiques au-delà des côtes qu'on pourra envisager dans un proche avenir (les tables de Laborde sont limitées au rivage, ce qui n'est pas le cas de la projection Mercator oblique). [10]

☞ Le passage de la Mercator oblique aux différents systèmes couramment usités (Mercator, UTM,...) ne pose pas de problèmes. L'extension des calculs au-delà du territoire terrestre et des liaisons entre les Iles voisines ou avec l'Afrique peuvent être envisagées sans beaucoup de difficultés. [04]

IV.1.1.2 Inconvénients

Toutefois, l'emploi généralisé de ce système pour les travaux cartographiques et géodésiques nécessiterait la transformation des coordonnées Laborde en coordonnées Mercator oblique. La substitution des deux systèmes peut entraîner un désordre inextricable au niveau de chaque service intéressé, d'abord pour les archives, puis pour l'exploitation des anciens travaux calculés à partir des coordonnées Laborde avant d'être intégré dans les travaux récents dont le système est le Mercator Oblique. [04]

Mais l'emploi des programmes informatiques est un avantage pour l'utilisation des formules complexes. En effet, l'emploi du système Laborde est toujours souhaitable pour les travaux géodésiques, topographiques.

Pour les travaux cartographiques, les discordances entre les deux systèmes ne présentent que peu d'importance relativement à la précision cherchée, il serait préférable de remplacer le système Laborde par le système de Mercator oblique. [04]

IV.1.2 CARACTERISTIQUES

IV.1.2.1 Ellipsoïde

L'ellipsoïde associé à cette projection est le GRS80. Il est caractérisé par les paramètres suivants :

$$a = 6\,378\,137.0 \text{ demi-grand axe}$$

$$b = 6\,356\,752.31 \text{ demi petit axe}$$

$$f = 1/298.257\,222\,101 = 0.0033528107$$

$$1-f = 0.996\,647\,198\,31\,882$$

$$e^2 = 0.006\,694\,3800$$

$$e'^2 = 0.0067394968$$

$$e = 0.081\,819\,191\,0556 \quad [15]$$

IV.1.2.2 Centre de projection

Les paramètres de définitions fixés par Laborde ne seront pas changés.

Origine de la projection O est défini par les axes suivants :

$$\text{Longitude } \lambda_0 = 49 \text{ gr Est de paris}$$

$$\text{Latitude } \varphi_0 = 21 \text{ gr Sud}$$

Axe central de la projection, axe médian défini comme isomètre centrale et faisant un angle de 21 grade.

IV.1.2.3 Constantes de la projection

$$\alpha = \sqrt{1 + e'^2 \cos^4 \varphi_0}$$

$$\varphi'_0 = \arcsin\left(\frac{\sin \varphi_0}{\alpha}\right)$$

$$R = \sqrt{\rho_0 N_0} = \frac{a\sqrt{1-e^2}}{w_0^2}$$

$$F = \frac{1}{2} \left[\log \frac{1 + \sin \varphi_0'}{1 - \sin \varphi_0'} - \alpha \left(\log \frac{1 + \sin \varphi_0}{1 - \sin \varphi_0} - e \log \frac{1 + e \sin \varphi_0}{1 - e \sin \varphi_0} \right) \right]$$

Application numérique :

$$\alpha = 1.002696086$$

$$\varphi_0' = -0.328696086 \text{rd}$$

$$R = 6361220.5 \text{m}$$

$$F = -0.000296099$$

IV.1.3 TRANSFORMATION DES COORDONNEES [15]

IV.1.3.1 Première transformation

Il s'agit d'un passage de l'ellipsoïde à la sphère :

$$\text{Ellipsoïde } (\lambda, \varphi) \Rightarrow \text{sphère } (\lambda', \varphi')$$

Formule :

$$\lambda' = \alpha \lambda - (\alpha - 1) \lambda_0$$

$$\varphi' = \arcsin \left(\frac{\exp(A) + 1}{\exp(A) - 1} \right)$$

Avec :

$$A = \alpha \left[\log \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} - e \log \frac{1 + e \sin \varphi}{1 - e \sin \varphi} \right] + 2F$$

IV.1.3.2 Deuxième transformation

Transformation de la sphère en un cylindre tangent le long d'un pseudo-équateur oblique (coordonnées planimétriques intermédiaires : x', η'). Le processus est divisé en deux :

- La première étape consiste à un changement de variables obtenu par trigonométrie sphérique pour avoir les coordonnées géographiques applicables à la Mercator oblique (pseudo-longitude v) :

$$\text{Sphère } (\lambda', \varphi') \Rightarrow \text{sphère } (u, v)$$

$$\begin{cases} u = \text{Arctg} \left(\frac{\text{tg } \varphi' \cos \theta_l + \sin \theta_l \sin(\lambda' - \Delta \lambda'_l)}{\cos(\lambda' - \Delta \lambda'_l)} \right) \\ \sin v = \sin \theta_l \sin \varphi' - \cos \theta_l \cos \varphi' \sin(\lambda' - \Delta \lambda'_l) \end{cases}$$

- La deuxième étape est le passage de la sphère des coordonnées (u, v) vers un cylindre tangent le long d'un pseudo-équateur oblique (x', η') : celle-ci est une Mercator standard sur le pseudo équateur oblique ;

Sphère $(u, v) \Rightarrow$ cylindre tangent (x', η') ;

$$\xi' = Ru$$

$$\eta' = \frac{R}{2} \log \frac{1 + \sin v}{1 - \sin v}$$

Constante de la transformation

$$\theta_l = \text{Arc sin}(\sin \theta \cdot \cos \varphi'_0)$$

$$\xi_l = R * \text{Arc sin} \left(\frac{\sin |\varphi'_0|}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta \cdot \sin |\varphi'_0|}} \right)$$

$$\Delta \lambda'_l = \text{Arc sin} \left(\frac{\sin \theta \cdot \sin |\varphi'_0|}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta \cdot \sin |\varphi'_0|}} \right)$$

Application numérique

$$\theta_l = 0.311566375 \text{radian}$$

$$\xi_l = 2202664.6m$$

$$\Delta \lambda'_l = 0.110155797rd$$

C'est l'ensemble de ces 2 étapes qui constitue la vraie Mercator oblique

IV.1.3.3 Troisième transformation

La dernière transformation est composée d'une rotation et de translation pour passer du plan (coordonnées planimétriques (x', η') au plan (coordonnées planimétriques finales : X_M, Y_M)

Plan développé $(x', \eta') \Rightarrow$ plan final (X_M, Y_M)

Formule :

$$\xi = \xi' + \xi_t$$

$$\eta = \eta'$$

$$X_1 = \xi \sin \theta - \eta \cos \theta$$

$$Y_1 = \xi \cos \theta + \eta \sin \theta$$

$$X_M = X_1 + 400000$$

$$Y_M = Y_1 + 800000$$

Les coordonnées géographiques (λ , ϵ , et h) sont obtenues par GPS.

IV.1.4 DESCRIPTION DU LOGICIEL « LABORDEMADA »

« LabordeMada » est un logiciel qui permet de faire toute transformation des coordonnées à Madagascar. Il a été élaboré au FTM. Les systèmes de coordonnées prises en considération dans le Logiciel LABORDEMADA sont :

Coordonnées géographiques (longitude/ latitude) :

Système WGS 84 (utilisé par le système GPS)

Système géodésique de Madagascar (Tananarive Observatory 1925)

Coordonnées cartographiques (Easting/ Northing) rattachées au Datum du système géodésiques de Madagascar (Tananarive Observatory 1925) :

Coordonnées planes Laborde Madagascar

Coordonnées planes Mercator Oblique (sphère de courbure moyenne)

Coordonnées planes Mercator Oblique (version Hotine)

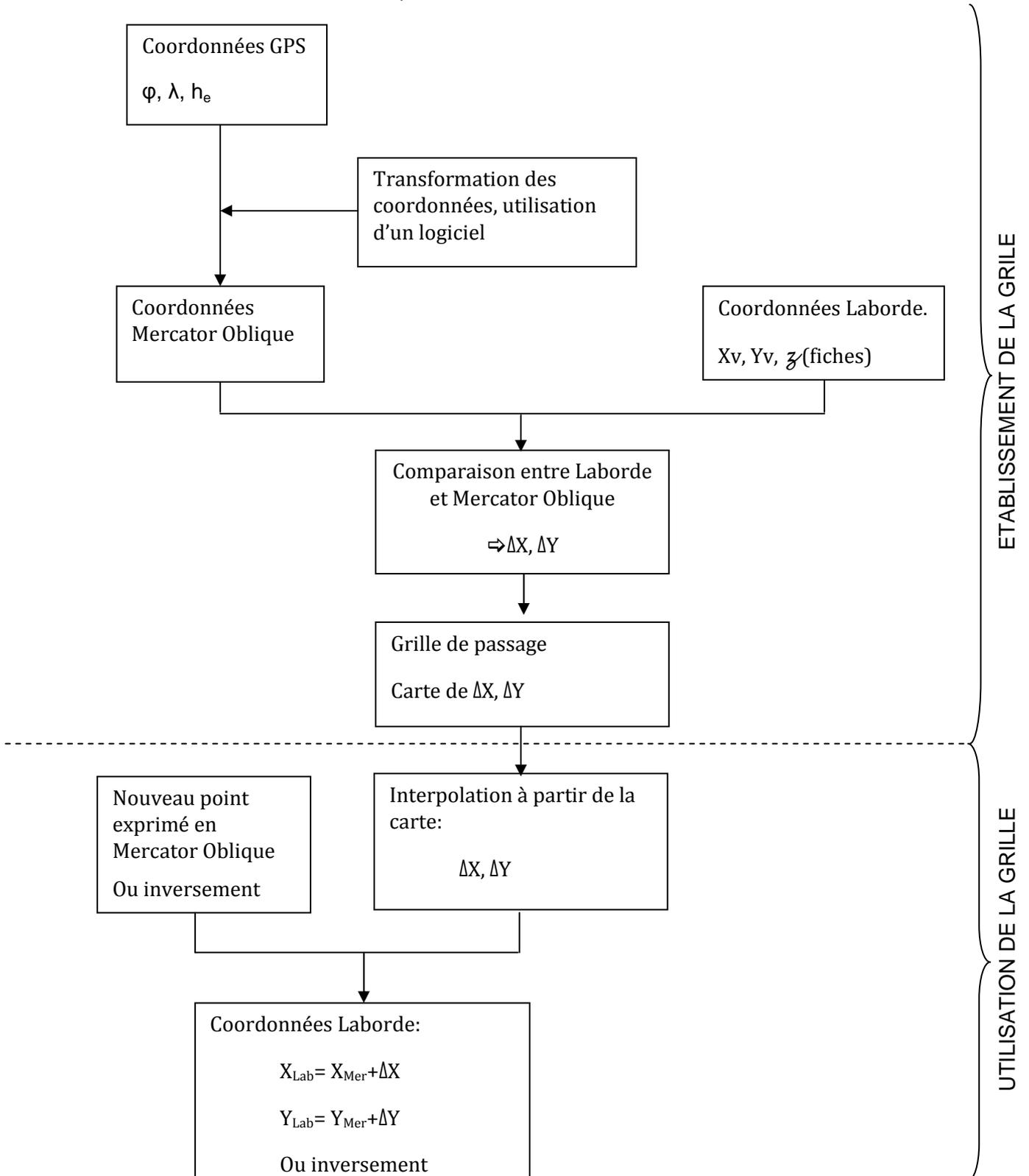
Coordonnées cartographiques (Easting / Northing) rattachées au Datum du système géodésiques WGS 84 :

Coordonnées planes UTM (fuseau 38 S)

Coordonnées planes UTM (fuseau 39 S)

IV.1.5 APPLICATION A MADAGASCAR

IV.1.5.1 Comparaison entre Laborde et Mercator



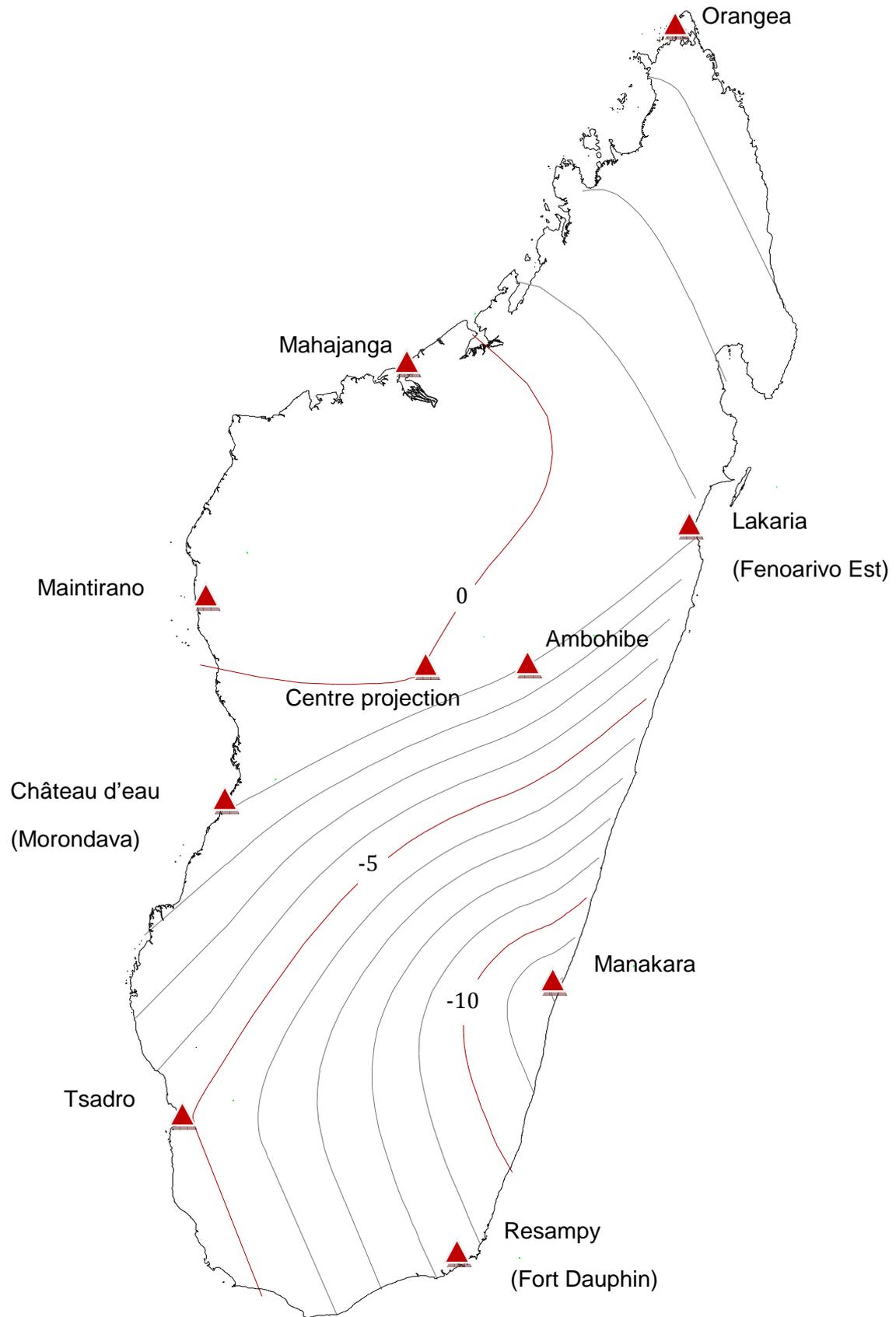
Organigramme N°07 : Coordonnées GPS ⇒ Mercator Oblique ⇒ Laborde

Id point	X Laborde	Y Laborde	X MO	Y MO	Ecart X	Ecart Y
Manakara	563 292,16	440 734,46	563 304,38	440 736,74	-12,22	-2,27
Orangea	717 742,20	1 532 648,16	717 745,63	1 532 647,11	-3,43	1,05
Morondava	174 896,77	644 434,63	174 897,68	644 432,20	-0,91	2,43
Antanimandy	390 871,16	1 152 710,11	390 869,85	1 152 711,39	1,31	-1,28
Tsadro	129 292,03	293 987,70	129 296,88	293 981,92	-4,85	5,79
Maintirano	144 319,18	891 125,49	144 319,16	891 122,66	0,02	2,83
Lakaria	718 010,41	964 103,52	718 011,23	964 103,88	-0,82	-0,36
Ambohibe	520 006,79	801 977,67	520 007,53	801 977,81	-0,74	-0,14
Resampy	439 502,04	122 810,21	439 510,46	122 807,83	-8,42	2,39
Centre	400 000,00	800 000,00	400 000,00	800 000,01	0,00	-0,01

Tableau N°11 : Comparaison entre Laborde et Mercator Oblique (LabordeMada)

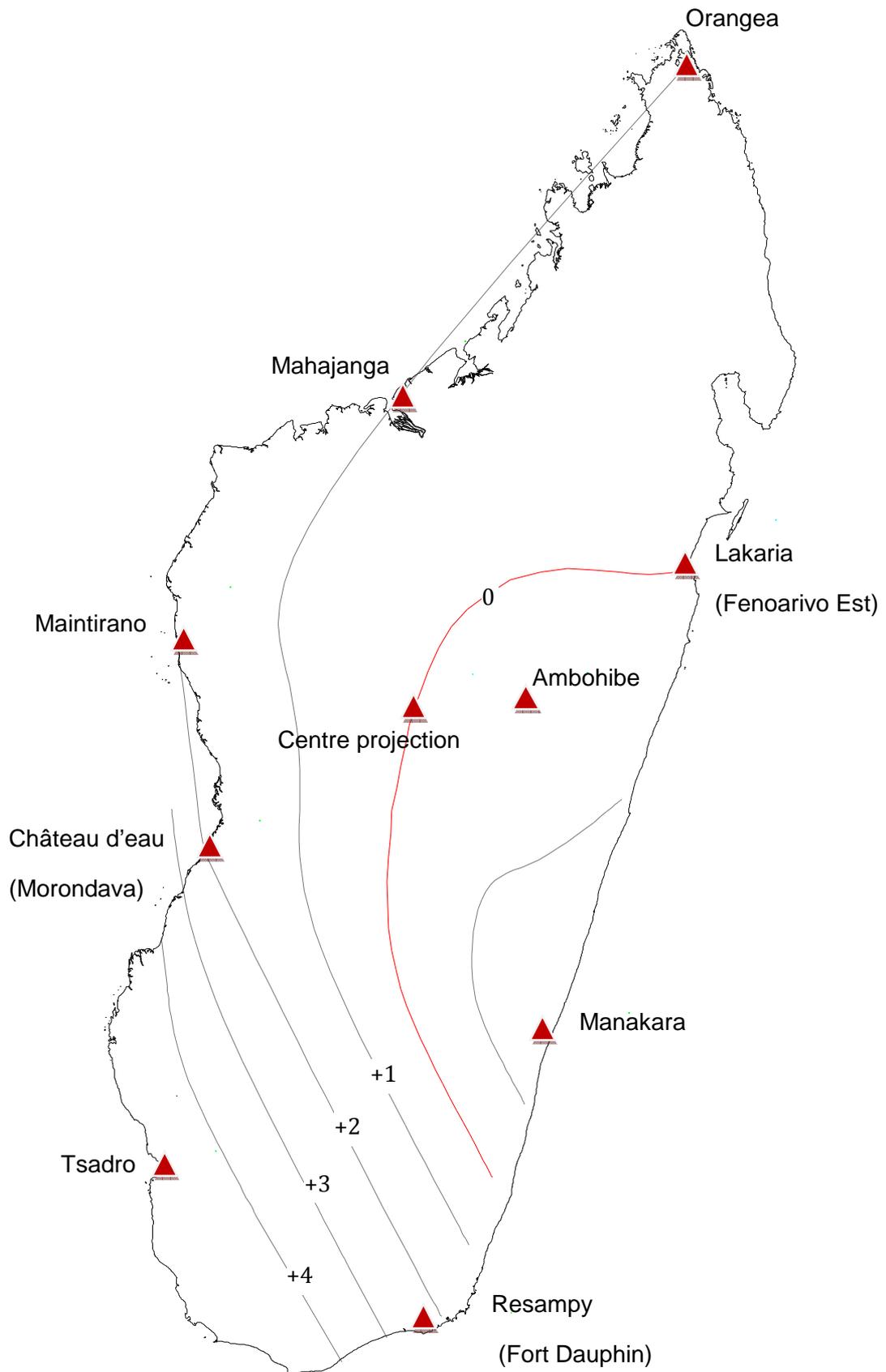
Nous avons élaboré une grille de transformation approchée à partir des neuf points d'ordre zéro à Madagascar. Elles seront représentées sous forme de courbe de niveau. Les variations en X et en Y seront représentées sur deux cartes différentes.

IV.1.5.2 Etablissement d'une grille de passage en X



Carte N°09: Grille en X : $\Delta X = X_{\text{Laborde}} - X_{\text{Mercator}}$

IV.1.5.3 Etablissement d'une grille de passage en Y



Carte N°10 : Grille en Y : $\Delta Y = Y_{\text{Laborde}} - Y_{\text{Mercator}}$

Exemple :

D'après les deux grilles en X et en Y (grilles approchées), les différences en X et Y entre la projection Laborde et Mercator Oblique dans la zone d'Ambatondrazaka sont moins de 0m. Ce qui est conforme aux résultats obtenus lors de la détermination des six points géodésiques dans la zone.

Coordonnées Laborde :

	X	Y
Ambatondrazaka-1	548165,278	940644,964
Ambatondrazaka-2	589168,328	944841,66

Coordonnées Mercator oblique :

	X	Y
Ambatondrazaka-1	548165,374	940645,707
Ambatondrazaka-2	589168,675	944842,477

Ecart en X et Y :

	Ecart X	Ecart Y
Ambatondrazaka-1	-0,096	-0,743
Ambatondrazaka-2	-0,347	-0,817

Tableau N° 12 : Exemple d'utilisation des grilles de transformation

IV.1.6 DEDUCTION D'UNE SERIE DE PARAMETRES UNIQUE POUR TOUT MADAGASCAR

La qualité d'interpolation dépend de la densité des points qui constituent la grille. Ainsi, dans le but d'utilisation d'une série de paramètres unique à Madagascar nous demande d'ajouter un certain nombre de points connus dans les deux systèmes.

Les paramètres utilisés pour transformer les coordonnées WGS84 et Mercator Oblique sont :

$$DX = - 189 \text{ m}$$

$$DY = -242 \text{ m}$$

$$DZ = -91 \text{ m}$$

⇒ La proposition d'un nouveau système de projection pour Madagascar exige une dénomination du système de représentation Madagascar. Quel nom apportera-t-on à cette proposition ?

L'historique, la particularité du système et le temps nous donnerait être une idée. Les caractéristiques restent ceux de Mercator Oblique mais on pourrait l'appeler LABORDE2008.

IV.2 UTM (UNIVERSAL TRANSVERSE MERCATOR)

IV.2.1 RAISON DU CHOIX DE CETTE PROJECTION

Le fait, que plusieurs projets sont déjà rattachés à cette projection, nous a poussé à développer son utilisation pratique à Madagascar. Certains utilisateurs pensent que l'utilisation de l'UTM à Madagascar n'a pas besoin des différentes corrections. Mais comme toute projection, elle présente aussi des déformations linéaires.

IV.2.1.1 Avantages

Madagascar n'est pas le seul pays qui peut utiliser la projection UTM. En effet, plusieurs outils informatiques sont déjà mis à la disposition des utilisateurs sur internet.

IV.2.1.2 Inconvénients

Pour son inconvénient, basons-nous sur la définition de ce qu'on appelle système géodésique. Ainsi, le système doit être équipé d'un réseau de points, caractérisé par des points géodésiques qui couvrent le territoire. Il faudra exprimer les coordonnées Laborde en coordonnées UTM, les données archives existantes n'ont plus leurs raisons d'être.

IV.2.2 CARACTERISTIQUES

C'est la représentation la plus utilisée dans le monde. Il s'agit d'une représentation de l'ellipsoïde sur un cylindre tangent à un méridien (représentation cylindrique transverse).

L'axe des X est porté sur l'équateur et l'axe des Y par le méridien origine λ_0 qui est donc l'isomètre central.

Pour représenter avec un minimum de déformation à n'importe quelle partie du globe. La terre est divisée en 60 fuseaux de 6° d'amplitude en longitude. La numérotation de fuseaux commence au méridien 180° .

IV.2.2.1 Constante de la représentation

$$\lambda_0 = 6(n-31) + 3$$

n représente le numéro du fuseau

$$K_0 = 0.9996$$

$$X_C = 500\,000 \text{ m}$$

Hémisphère Nord : $Y_C = 0\text{m}$

Hémisphères Sud : $Y_C = 10\,000\,000\text{ m}$

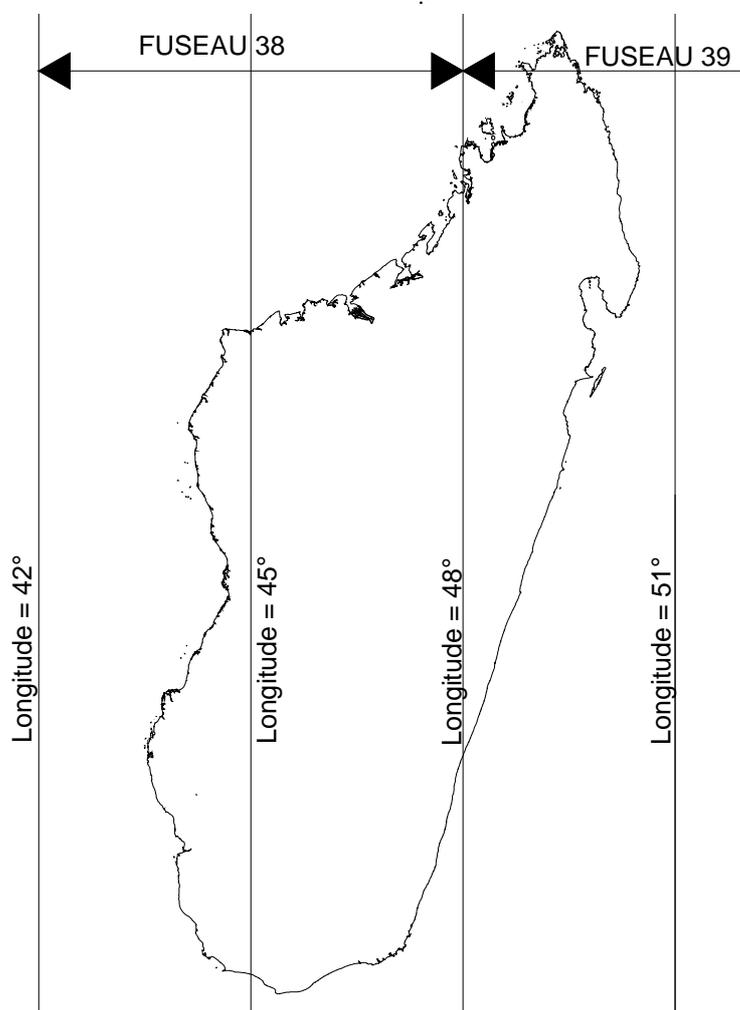
IV.2.2.2 Cas de Madagascar

Madagascar est couverte par les fuseaux 38 et 39 :

UTM 38S a pour isomètre central le méridien de longitude $\lambda_0 = 45^\circ$

UTM 39S a pour isomètre central le méridien de longitude $\lambda_0 = 51^\circ$

Le fuseau N°38 et 39 sont séparés par le méridien de longitude 48° . C'est la ligne du méridien qui présente une altération linéaire maximum.



Carte N°11: Les fuseaux 38 et 39

CONCLUSION

Dans cet ouvrage, nous avons rassemblé toutes les informations concernant la projection Laborde Madagascar et l'utilisation du GPS à Madagascar. En plus des études théoriques, nous avons eu l'occasion de partager nos expériences en la matière.

Malgré nos efforts, nous n'avons pas la prétention d'avoir tout dit sur le sujet. Il se peut que d'autres cas pratiques ne soient pas présentés dans cet ouvrage. Nous espérons une forte collaboration de votre part afin de compléter ces gaps.

Pour les scientifiques qui ont besoin des démonstrations approfondies des formules, nous avons émis à leur disposition une bibliographie et une webographie bien claires, composées du titre de l'ouvrage, de l'année d'édition, de son auteur et surtout la plus importante de l'endroit où on peut les trouver.

La substitution de la projection Laborde par Mercator oblique nous permet d'utiliser un système de paramètres unique pour tout Madagascar. Mais il faudra re-observer par GPS plusieurs points pour pouvoir passer de Laborde vers Mercator oblique enfin de déterminer une grille de transformation entre les deux projections. Cela demande une amélioration au niveau de la programmation d'un outil informatique qui facilitera le passage du WGS84 et Mercator Oblique, et évitera les interventions manuelles et l'utilisation des tables.

Dans des projets futurs, nous pensons à diffuser ce document sous forme d'une page WEB qui sera composée d'une bibliothèque de recherche et avec un simple « clic », il sera facile de retrouver ce dont on aura besoin. Ça sera aussi le premier document complet de la projection Laborde Madagascar disponible sur internet.

Nous penserons aussi d'intégrer la projection LABORDE MADAGASCAR accompagnée de ses corrections dans des logiciels de traitement topographique comme AUTOCAD, COVADIS, MENSURA, Cela nous permettra de passer vraiment à la topographie numérique.

BIBLIOGRAPHIE

- [01] : Titre : Le GPS dans les Travaux en Information
Géographique
- Auteur : RANDRIAMANANA Malala Fidèle
- Type : Mémoire de fin d'études ESPA, promotion 2000.
- Nombre de pages : 206
- Lieu : Bibliothèque ESPA
FTM AMBANIDIA, Département Géodésie.
-
- [02] : Titre : Applications de la géodésie dans les projets de
développement à Madagascar.
- Auteur : RAMAHEFAHARISON Seta
- Type : Mémoire de fin d'études, promotion 2005
- Nombre de pages : 117
- Lieu : Bibliothèque ESPA Vontovorona
-
- [03] : Titre : Cours d'introduction à la Géodésie,
Ecole Nationale des Sciences Géographiques
- Auteur : Jean Philippe Dufour,
- Type : Cours de géodésie à l'ENSG, septembre 1999.
- Nombre de pages : 240 rectos verso
- Lieu : En ma possession
-
- [04] : Titre : Etude du système de représentation conforme Laborde
de Madagascar
Ecole Supérieure des Géomètres Topographes
- Auteur : Pascal RAKOTONIAINA,
- Type : février 1975
- Nombre de pages : 161
- Lieu : Bibliothèque FTM Ambanidia.
-
- [05] : Titre : La nouvelle projection du service Géographique de
Madagascar.
- Auteur : Commandant Jean Laborde,
- Type : Avril 1928.

- Nombre de pages : 70 rectos verso
 Lieu : FTM Ambanidia, Département Géodésie
-
- [06] : Titre : La projection de Laborde pour Madagascar.
 INSTITUT GEOGRAPHIQUE NATIONAL
 Auteur : A. Reyt, Ingénieur en chef Géographe.
 Type : juillet 1961
 Nombre de pages : 22
 Lieu : Bibliothèque FTM Ambanidia.
-
- [07] : Titre : Projection de Laborde (MADAGASCAR) et Projections
 Voisines
 Définitions – Corrections
 INSTITUT GEOGRAPHIQUE NATIONAL
 Auteur : H.M. DUFOUR
 Type : Juillet 1973.
 Nombre de pages : 25
 Lieu : Bibliothèque FTM Ambanidia
-
- [08] : Titre : Cours de Géodésie
 Auteur : Laurent MOREL, 2005-2006
 Type : Présentation PowerPoint
 Nombre de pages : 105 diapositives
 Lieu : En ma possession
-
- [09] : Titre : Revue XYZ N°109, 4^e trimestre 2006
 Auteur : A. ZEGGAI- S.A BENAHMED DAHO, R
 Type : Revue
 Nombre de pages : 39
 Lieu : Bibliothèque de l'Association Geo -Topo Internationale,
 ESPA Vontovorona.
-
- [10] : Titre : Amélioration de la précision, densification et
 maintenance du réseau géodésique national
 Auteur : J. RAVELOMANANTSOA et R. RAKOTOZAFY
 Type : Mémoire de fin d'études, novembre 1979

- Nombre de pages : 88
Lieu : FTM AMBANIDIA, Département géodésie.
-
- [11] : Titre : Calcul pratique de la convergence des méridiens
dans le système de projection Laborde
Auteur : S.G.M Octobre 1946
Type : Recherche
Nombre de pages : 06
Lieu : FTM AMBANIDIA, Département géodésie.
-
- [12] : Titre : Le réseau géodésique de Madagascar 1965
Auteurs : Institut géographique National Paris
Type : Septembre 1966
Nombre de pages : 04
Lieu : FTM AMBANIDIA, Département géodésie.
-
- [13] : Titre : GPS localisation et navigation
Groupe Positionnement Statique et Dynamique
Auteur : Serge BOTTON, Françoise DUQUENNE, Yves EGELS,
Michel EVEN, Pascal WILLIS
Type : Récapitulation
Nombre de pages : 159
Lieu : FTM AMBANIDIA, Département géodésie.
-
- [14] : Titre : Table de projection Laborde
1926 pour MADAGASCAR
Auteurs : Commandant Jean Laborde
Type : Table, Tananarive 1942
Nombre de pages : 200 rectos verso
Lieu : FTM AMBANIDIA, Département géodésie.
-
- [15] : Titre : La projection Mercator oblique dans le Référentiel
Géographique de Madagascar
Auteurs : Solonavalona Andriamihaja

Type : Version Provisoire, février 2007
Nombre de pages : 70
Lieu : En ma possession

WEBOGRAPHIE

[16] : Titre : Cours de Géodésie, chapitre 3 : Représentations planes
Auteurs : Didier BOUTELOUP
Type : Cours, version 2.0, 2002
Nombre de pages : 64
Lieu : Internet www.ensg.ign.fr

[17] : Titre : Cours de géodésie
Auteurs : Ecole Supérieure Géomètre Topographe (ESGT), France
Type : Cours, version 2.0, 2002
Nombre de pages : 82
Lieu : Internet www.esgt.fr

[18] : genie.civil.scola.ac_paris.fr

[19] : www.lareg.ensg.ign.fr

[20] : www.esgt.enam.fr

[21] : www.ign.fr

[22] : www.scg.ulaval.ca

ANNEXES

ANNEXE I : Fiche signalétique du point fondamental

OBSERVATOIRE de T / RIVE

1^{er} ORDRE

PAGE : 1

COORDONNÉES DES REPÈRES

<p>R₀ = Pilier de l'astrolabe (coord. A CI) (Coordonnées Astronomiques) Coordonnées géodésiques</p>	<p>L = -21° 01' 23,735 S L = -18,55' 02" 770 L = -21, 01' 22,288 S</p>	<p>M = +50° 23' 22,401 E Pa ris M = +47° 33' 06" 269 E Greenwich M = +50,2382,9504 E Paris</p>
--	--	--

R ₀ = Pilier Astrolab (Coord. A CI)	X = 517,358... ^m	Y = 797,717... ^m	Z = 1380,075 (m)
R ₁ = repère sur pilier AGI	X = 517,376... ^m ,40	Y = 797,733... ^m ,40	Z = 1388,789
R ₂ = Croix gravée sur tour Nord	X = 517,362... ^m ,74	Y = 797,727... ^m ,78	Z =
R ₃ = Sommet Coupole	X = 517,362... ^m ,35	Y = 797,708... ^m ,38	Z =
R ₄ =	X =	Y =	Z =

RENSEIGNEMENTS

(Signal et repères. Campement : eau et ravitaillement.
 Itinéraire d'accès. Mission photographique : n° de la photographie.)

1925 - LABORDE - LEPAGE : - Observation à l'astrolabe à
 prisme (d'où le nom du pilier)

1926 - DE LAPASSE : - Observation - Détermination

1960 - LACOMME : - Observation Azimut
 - Mesures Tellurométriques

1962 - MONGE : - Observations Azimut et
 Géodésiques

1964 - REYMOND : - Observations géodésiques

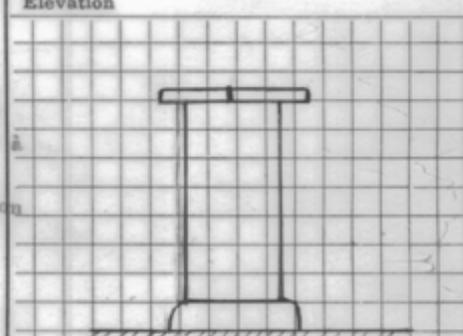
REPÈRES : R₀ : - Repère bronze sur pilier
 R₁ : - Pilier AGI , repère sur pilier
 R₂ : - Croix gravée sur tour N ord
 R₃ : - Sommet coupole

Rattachement :
 1960 - rattachement pilier AGI - pilier astrolabe.

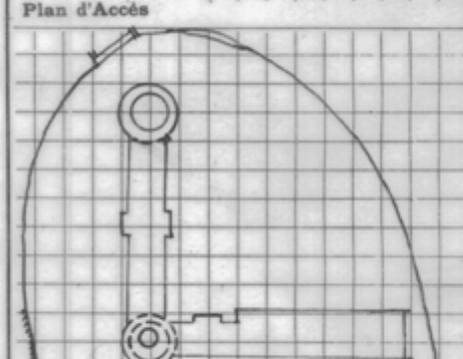
Accès :
 Autorisation à demander au Directeur de l'Observatoire.

CROQUIS

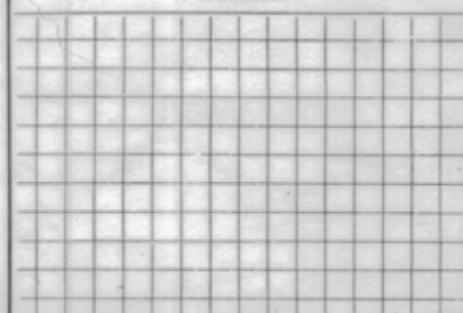
Elévation



Plan d'Accès

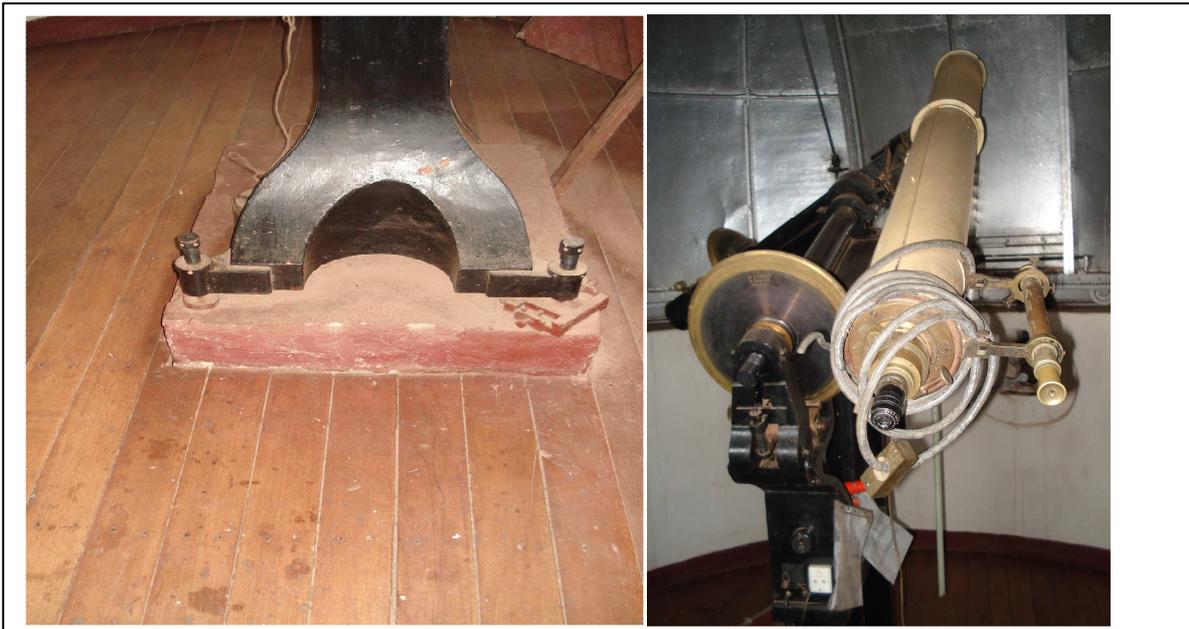


SCHEMA DES RATTACHEMENTS



FEUILLE : - P . 47

ANNEXE II : Photos du pilier Astrolabe



Pilier Astrolabe et La lunette Astronomique



Pilier R1 à l'observatoire Ambodiepona

ANNEXE III : Correction linéaire, utilisation de la table LABORDE

Cette table permet de calculer en valeurs naturelles à la machine les distances sur l'ellipsoïde partir des distances calculées sur la projection d'après les coordonnées rectangulaires Laborde.

Elle correspond aux TABLES POUR LE CALCUL DES LONGUEURS SUR L'ELLIPSOÏDE calculées en janvier 1927 par J. LABORDE en logarithmes, et ne fournit comme cette dernière qu'un résultat approché, mais largement suffisant pour les besoins courants de la géodésie (en particulier longueurs des côtés pour le nivellement).

On obtient :

$$D_{\text{ellipsoïde}} = \frac{1}{K} * D_{\text{Projection}}$$

La valeur de α étant prise dans la table pour la valeur η_2 de η au point milieu du côté.

TABLE INVERSE : Les besoins récents de la géodésie plus orientés vers les mesures directes de côtés géodésiques, ainsi que les problèmes posés aux géomètres par la réduction à la projection de longueurs mesurées sur le terrain, rendent également utile l'emploi de la table inverse.

1. - Calcul approché (problème des géomètres) :

A partir de la valeur mesurée sur le terrain, préalablement réduite à l'horizontale et au niveau zéro, on obtient :

$$D_{\text{Projection}} = K * D_{\text{ellipsoïde}}$$

K étant pris dans la table inverse pour la valeur η_2 de η au point milieu du côté mesuré.

L'erreur que l'on commet dans ce calcul approché peut atteindre 0.22 m pour un côté de 60 kilomètres (maximum pour les côtés de gisement 121 grade, perpendiculaires aux lignes d'égal altération linéaire) soit de l'ordre de 1/300.000.

2. — Calcul précis (mesures de bases)

On utilisera la formule :

$$D_{\text{Projection}} = \frac{D_{\text{ellipsoïde}}}{6} (K_A + 4K_{\frac{1}{2}} + K_B) + D_{\text{ellipsoïde}} * \epsilon_{\frac{1}{2}}$$

Où les valeurs de K , tirées de la table inverse sont respectivement prises à l'origine, au milieu et à l'extrémité du côté, et où ϵ_m est la valeur de la correction complémentaire de l'altération linéaire de la projection Laborde, prise pour le milieu du côté et tirée soit d'un abaque spécial, soit de la formule :

$$\epsilon * 10^{-6} = + 5,35252 Y^3 + 15,02112 Y^4 + 4,81735 Y^3 X - 77,77446 Y^2 X^2 - 36,06890 Y X^3 + 35,78199 X^4$$

Où X et Y sont les coordonnées rectangulaires exprimées en mégamètres (1.000 km.) après en avoir enlevé les constantes $X_{v0} = 400$ km. $Y_{v0} = 800$ km.

TABLE DIRECTE

Donnant la distance sur l'ellipsoïde

η_2	$\frac{1}{K} = \frac{D_{\text{ellipsoïde}}}{D_{\text{Projection}}}$	Δ_1	Δ_2
0	1,0005.0025	-	-
		124	
10	4.9901		247
		371	
20	4.9530		248
		619	
30	4.8911		247
		866	
40	4.8045		247
		1113	
50	1,0004.6932		248
		1361	
60	4.5571		248
		1609	
70	4.3962		247
		1856	
80	4.2106		247
		2103	
90	4.0003		248
		2351	
100	1,0003.7652		247
		2598	
110	3.5054		247
		2845	
120	3.2209		247
		3092	
130	2.9117		247
		3339	
140	2.5778		248
		3587	
150	1,0002.2191		247
		3834	
160	1.8357		247
		4081	

TABLE INDIRECTE

Réduction à la projection

$K = \frac{D_{\text{Projection}}}{D_{\text{ellipsoïde}}}$	Δ_1	Δ_2	η_2
0,9995.0000	+	+	0
	124		
5.0124		247	10
	371		
5.0495		247	20
	618		
5.1113		247	30
	865		
5.1978		247	40
	1112		
0,9995.3090		248	50
	1360		
5.4450		247	60
	1607		
5.6057		248	70
	1855		
5.7912		246	80
	2101		
6.0013		248	90
	2349		
0,9996.2362		247	100
	2596		
6.4958		247	110
	2843		
6.7801		247	120
	3090		
7.0891		248	130
	3338		
7.4229		247	140
	3585		
0,9997.7814		247	150
	3832		
8.1646		247	160
	4079		

TABLE DIRECTE

Donnant distance sur l'ellipsoïde

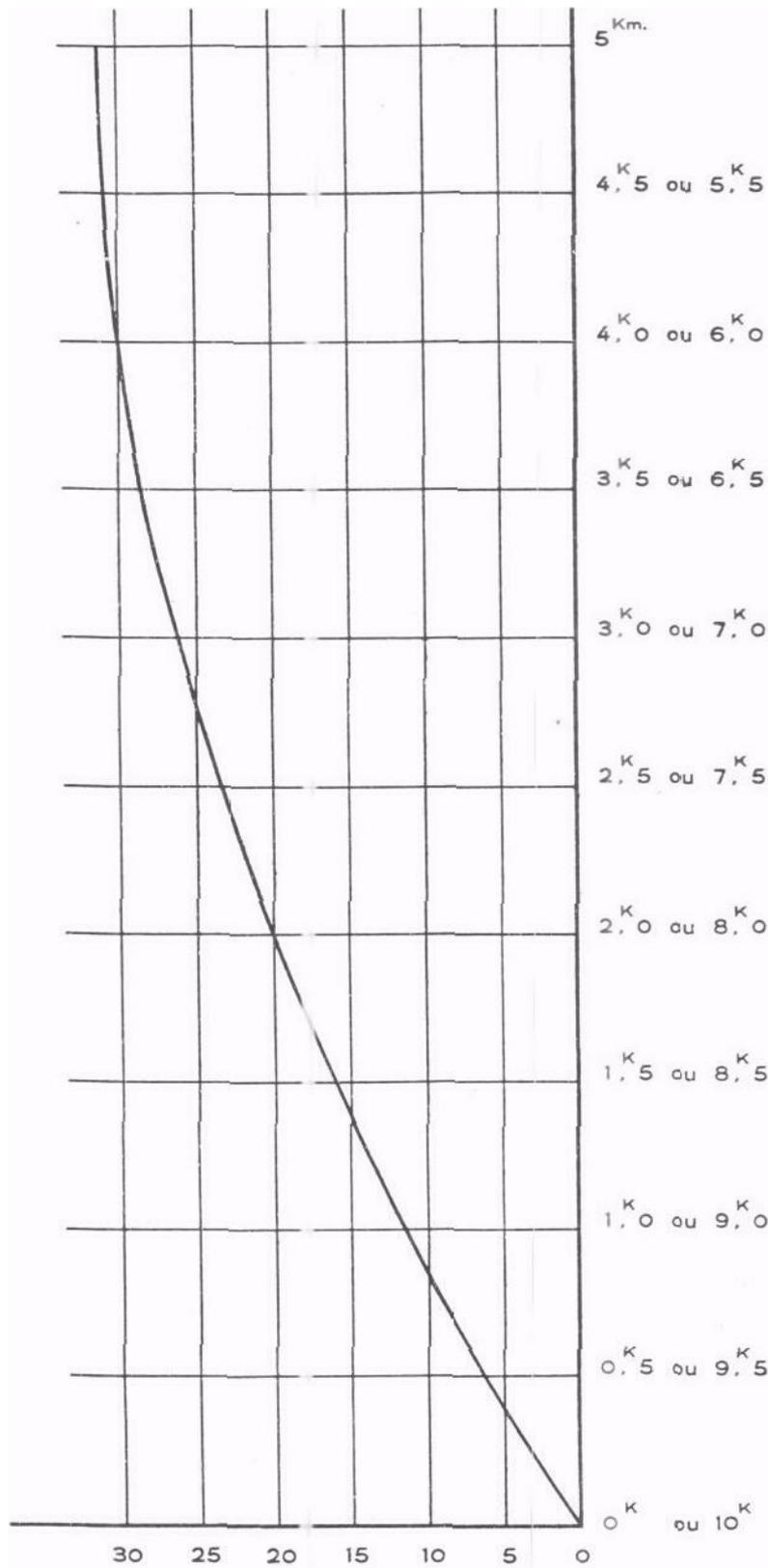
η_2	$\frac{1}{K} = \frac{D_{\text{ellipsoïde}}}{D_{\text{Projection}}}$	Δ_1	Δ_2
		-	-
160	1,0001.8357	4081	
170	1.4276	4327	246
180	0.9949	4575	246
190	0.5374	4821	248
200	1,0000.0553	5068	246
210	0,9999.5485	5315	247
220	9.0170	5561	247
230	8.4609	5808	246
240	7.8801	6055	247
250	0,9997.2746	6300	245
260	6.6446	6547	247
270	5.9899	6793	246
280	5.3106	7040	247
290	4.6066	7285	245
300	0,9993.8781	7531	246
310	3.1250	7777	246
320	0,9992.3474		

TABLE INDIRECTE

Réduction à la projection

$K = \frac{D_{\text{Projection}}}{D_{\text{ellipsoïde}}}$	Δ_1	Δ_2	η_2
	+	+	
0,9998.1646	4079		160
8.5725	4327	248	170
9.0052	4574	247	180
9.4626	4821	247	190
0,9999.9447	5068	247	200
1,0000.4515	5316	248	210
0.9831	5563	247	220
1.5394	5810	247	230
2.1204	6057	247	240
1,0002.7261	6304	247	250
3.3565	6552	248	260
4.0117	6800	248	270
4.6917	7046	246	280
5.3963	7293	247	290
1,0006.1256	7541	248	300
6.8797	7788	247	310
1,0007.6585			320

Mode d'emploi : On effectue comme d'habitude l'interpolation linéaire, mais il y a lieu de tenir compte du terme de second ordre $1/2n(n-1)\Delta_2$ qui peut affecter la 7^e décimale ; il est donné par l'abaque de la page suivante ; il est toujours de signe contraire au terme de 2^e ordre (+ pour la table directe. - pour la table inverse).



Terme du 2^e ordre
(unités de la 8^e décimale)
Signe contraire à celui du terme de
1^{er} ordre

Terme du 2^e ordre en unités de la 8^e décimale à ajouter à α
et à retrancher à $1/\alpha$

ANNEXE IV: Correction linéaire, utilisation des formules

Polygonation à Vontovorona :

Nous présentons ici un exemple concret que nous avons vécu durant notre étude à l'ESPA. En classe quatrième année, nous avons mis en place deux bornes géodésiques dans l'enceinte de l'ESPA Vontovorona. Nous avons déterminé ces deux points par GPS. Les coordonnées Laborde ont été obtenues à partir des paramètres de transformation dans la zone d'Antananarivo (ces points ont été observés avec des points connus en Laborde size aux alentours de la capitale.)

Coordonnées Laborde des deux Bornes :

Point	X	Y	He
1	503 782.096	792 085.099	1287.29
2	503 772.880	792 350.040	1284.76

D'une part, nous avons mesuré la distance sur l'ellipsoïde des deux bornes et elle vaut :

$$D_e = 265.268 \text{ m}$$

Calculons la distance réduit au niveau zéro :

$$Dh - D_0 = Dh \frac{H_m}{R} \approx D \frac{H_m}{R}$$

$$Dh - D_0 = 265.268 * \frac{1285}{6400000} = 5.3 \text{ cm}$$

Ce qui donne

$$D_0 = 265.268 - 0.053 = 265.214 \text{ m}$$

D'autre part, nous avons calculé la distance sur la projection ou distance sur le plan à partir des coordonnées rectangulaires que nous avons obtenu précédemment.

Nous avons obtenu :

$$D_{plan} = 265.101 \text{ m}$$

Nous avons déjà étudié en paragraphe I.2.4.1-d. La relation entre D_e et $D_{projection}$:

$$D_{ellipsoïde} = D_{projection} * 1/K$$

**PASSAGE DE DISTANCE SUR L'ELLIPSOÏDE EN DISTANCE PLANE
DANS LE SYSTÈME DE PROJECTION LABORDE**

	X	Y
1	503782,1	792085,1
2	503772,88	792350,04
Distance sur le plan		265,101
Distance sur l'ellipsoïde réduite au niveau zéro		265,214
Distance de l'isomètre	η_1	-100750,496
	η_2	-100655,958
	$\eta_{1/2}$	-100703,227
	K_1	0,99963
	K_2	0,99963
	$K_{1/2}$	0,99963
	$D_p = D_e * K_{1/2}$	265,116
	$D_e = D_p / K_{1/2}$	265,199
Ecart (m)		-0,015

L'écart 1.5 cm que nous avons constaté ici pourrait être du au bullage de la canne, à l'étalonnage du prisme avec le distance-mètre utilisée.

Cela prouve que les coordonnées que j'ai publiées, ne sont pas fausses et elles sont homogènes. Il fallait juste maîtriser la projection Laborde.

J'ai élaboré un outil informatique « DISTLABORDE » permettant de calculer la valeur η , K , D_{plan} , D_0 .

DISTLABORDE [X]

Types de distance

Passage de l'ellipsoïde au plan Passage du plan à l'ellipsoïde

Mesure terrain

Point 1		Point 2	
X:	<input type="text" value="503378.1"/> m	X:	<input type="text" value="503772.88"/> m
Y:	<input type="text" value="792085.099"/> m	Y:	<input type="text" value="792350.04"/> m
Z:	<input type="text" value="1287.295"/> m	Z:	<input type="text" value="1284.76"/> m

Distance

Distance sur l'ellipsoïde:	<input type="text" value="265.268"/> m	D au niveau zéro :	<input type="text" value="265,214"/> m
----------------------------	--	--------------------	--

Calcul intermédiaire

n1 :	<input type="text" value="-100368,281"/> m	K1 :	<input type="text" value="0,99962"/>
n2 :	<input type="text" value="-100655,958"/> m	K2 :	<input type="text" value="0,99963"/>
n1/2 :	<input type="text" value="-100512,119"/> m	K1/2 :	<input type="text" value="0,99962"/>

Résultat

Distance sur le plan : m

Logiciel « DISTLABORDE »

ANNEXE V: Correction linéaire, dans le système de projection UTM

Nous présentons le même exemple que précédent mais dans le système de projection UTM.

Comme nous avons déjà dit, l'outil UTM de l'ENSG-IGN, permet de transformer les coordonnées géographiques en cartésiennes dans le système UTM.

Ainsi, nous avons le résultat suivant :

```

D:\MMOIRE-1\OutiLeoUTM.EXE
Autre transfo. dans le MEME FUSEAU O/N ? o
Transfo de GEO ->XY <1> ou de XY ->GEO <2> ? 1
NOM ET NØ DU POINT <Séparés par 1 virgule>? 1,
Entrez vos données en =====> GRADES
Latitude <+NORD,-SUD> ,Long.GREENW <+ EST - OUEST> ? -21.0753943,52.692032

*****
Ellipsoïde INTERNATIONAL HAYFORD 1909
Résultats U T M FUS 38
point 1 numéro 0
E= 755122.1949
N= 7900949.3290
LATITUDE -21.07539430 g
LongGREENW +52.69203200 g
LongPARIS +50.09511070 g
CONU <AZ%-.8754784300647950 GT>
Echelle <PLAN/ELLIPSOÏDE> = 1.00040462
Valeur de MU <en dmgr/km> = 2.01
Autre transfo. dans le MEME FUSEAU O/N ?
  
```

Calcul des distances sur l'ellipsoïde et sur le plan dans le système de projection UTM :

PASSAGE DE DISTANCE SUR L'ELLIPSOÏDE EN DISTANCE PLANE DANS LE SYSTÈME DE PROJECTION LABORDE

	X	Y
1	755122,195	7900949,329
2	755129,810	7900684,102
Distance sur le plan		265,336
Distance au niveau zéro		265,214
	$K_{1/2}$	1,0004
	$D_p = D_e * K_{1/2}$	265,320
	$D_e = D_p / K_{1/2}$	265,230
Ecart (m)		0,016

On retrouve ainsi l'écart 1.6 cm précédent.

ANNEXE VI : Implantation de 1000.00 m à Ambovombe :

On a : $D_{plan}=1000.00m$

Cherchons $D_{ellipsoïde}$.

En connaissant la valeur de η à Antanimora, Ambovombe ; il est facile de calculer la valeur de η à chaque tronçon de kilomètre par la formule suivante :

$$\eta_{i+1} = \eta_i + \frac{1}{60}(\eta_n - \eta_0)$$

60 km désigne la distance entre Ambovombe et Antanimora.

Implantation de 1000,00 m A AMBOVOMBE

	Xv	Yv
1	321826,3	144710,72
2	366377,31	105745,84
Distance sur le plan		1000,00
Distance sur l'ellipsoïde		
Distance de l'isomètre	η_1	-138300,638
	η_2	-193071,080
	η_{i+1}	-139213,478
	$\eta_{1/2}$	-138757,058
	K_1	0,99974
	K_2	0,99996
	$K_{1/2}$	0,99974
	$D_e=D_{plan}/K_{1/2}$	1000,262

La longueur à planter était donc de 1000.26 m, il y avait +26.2 cm à considérer.

ANNEXE VII : Réduction à la corde dV sur une direction :

Le but est d'appliquer la formule suivante :

$$dV'' = -\frac{t}{\sin 1''} * \frac{1}{K} * \eta_{1/3} * S * \cos w_{1/3}$$

Soient deux point A et B tels que :

	Y _v	X _v
A	630248	169735
B	636054	192676

Calculons la valeur η et η_3 :

$$\eta = -(X_v - 400000) * \cos 21^{gr} + (Y_v - 800000) * \sin 21^{gr}$$

Point	η
A	162864,716
B	143041,236

$$\eta_{1/3} = \eta_s + \frac{1}{3}(\eta_v - \eta_s)$$

Point	η_3
A	156256,889
B	136433,409

Calculons le gisement :

$$V = \arctan\left(\frac{X_v - X_s}{Y_v - X_s}\right)$$

$$V = 84.2195 \text{ gr}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sin 1''} * \frac{1}{2 * R_0^2} \left[\frac{1}{1 + \frac{\eta_{1/3}}{2 * R_0^2}} \right]$$

AN :

$$\gamma = 7,87133E - 09$$

Alors

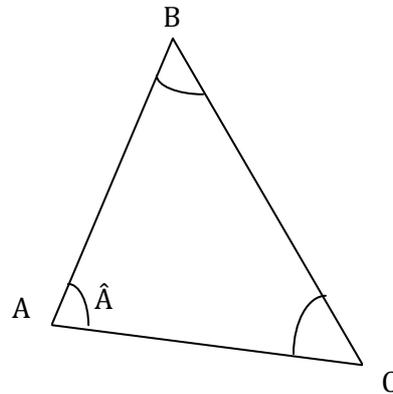
$$dV = \gamma * \eta_{1/3} * D * \sin(V_{AB} - 121)$$

AN :

$$dV'' = -15.90''$$

ANNEXE VIII Réduction à la corde dV sur un triangle sphérique :

Considérons le triangle sphérique ABC tels que les mesures terrains sont données par le tableau suivant :



EXEMPLE TRIANGLE FICTIF

SOMMETS	LAT	LON	ANGLE SPHERIQUE	COTES EN METRES
A	15	52	100,1167249	139 440,1665
B	14	52	49,2590214	97 440,9822
C	15	53	50,6318905	99 569,1373
Excès =			0,0076368	

Calculons maintenant les coordonnées rectangulaires de ces trois points et leur distance de l'isomètre central η :

Les coordonnées rectangulaires peuvent être calculées à partir du programme de transformation des coordonnées dans le système Laborde. Et η désigne la distance de l'isomètre central.

$$\eta = -(X_v - 400000) * \cos 21^{gr} + (Y_v - 800000) * \sin 21^{gr}$$

CALCUL DES COORDONNEES RECTANGLAIRES

SOMMETS	X	Y	η
A	692472,185	1 395 336,85	83 863,68
B	693706,216	1 494 854,54	52 795,66
C	789875,767	1 393 946,37	176 466,18

Calcul des Gisements

$$V = \arctan\left(\frac{X_V - X_S}{Y_V - X_S}\right)$$

Valeur de gisement	A vers B	0,7894	A vers C	100,9087
	B vers C	151,5304	B vers A	200,7894
	C vers A	300,9087	C vers B	351,5304

$$dV'' = -\frac{t}{\sin 1''} * \frac{1}{K} * \eta_{1/3} * D_p * \cos w_{1/3}$$

CORRECTION ANGULAIRE AUX DIRECTIONS						
	AB	AC	BC	BA	CA	CB
terme principal	-54,7450	- 27,3180	47,6225	47,0332	28,0098	- 68,4950
Corrections aux angles C=Cg-Cd	27,427		-0,5893		-96,5048	

Résultat :

	Angle sphérique	Correction dV	Angle corrigé
A	100,1167249	27,427	100,1195
B	49,2590214	-0,5893	49,2590
C	50,6318905	-96,5048	50,6222
Excès sphérique	0,0076368		200,0007

ANNEXE IX : Calcul de la convergence des méridiens sous EXCEL

On veut calculer la convergence des méridiens en Sahambimanana. Un point géodésique de coordonnées :

$$\begin{aligned} \text{Sahambimanana : } \quad X_v &= 509\,145.30 \text{ m} \quad \text{et} \quad L = 23^{\text{G}}.7602''{,}9 \\ Y_v &= 524\,709.70 \text{ m} \quad \text{et} \quad M = 50^{\text{G}}.1699''{.}6 \end{aligned}$$

La constante g est donné par la valeur 0.0000000079

$$dM'' = M - M_0 = 50.16996 - 49 = 1^{\text{G}}.16996 = 11699''{.}6$$

Calculons le gisement V_{O-S} :

$$\text{tg}V_{O-S} = \frac{509145.30 - 400000}{524709.70 - 800000} = \frac{109145.30}{-275290.30} = -2.522236871$$

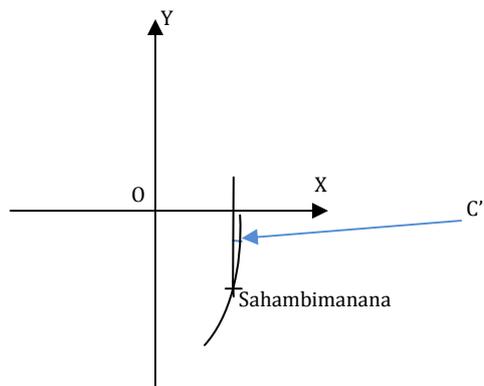
$$V_{OS} = \text{Arctg}(-2.522236871) = 175.9700 \text{ gr}$$

Calcul de D_{O-S} :

$$D_{O-S} = \sqrt{(509145.30 - 400000)^2 + (524709.70 - 800000)^2} = 296137.545 \text{ m}$$

$$C'' = 11699.6 * \sin \frac{L_0 + L}{2} - \frac{1}{2} 0.0000000079 * 296137.545^2 \sin 2 * 154.9700 = 4370.95$$

La valeur de convergence est $C'' = 4370''{.}95$.



Extrait du fichier Excel « converg.xls » :

Il suffit d'entrer les coordonnées cartésiennes et géographique du point, le programme vous donne directement la valeur de la convergence des méridiens en *dmgr*.

**CALCUL DE LA CONVERGENCE DES MERIDIENS
DANS LE SYSTÈME DE PROJECTION LABORDE**

$$C'' = dM'' \sin \frac{L_0 + L}{2} - \frac{1}{2} \gamma^* K^2 \sin 2(V_{op} - 21)$$

Point	Cartésiennes		Géographiques	Grade	sec
O	X ₀	400 000,00	L0	21	0
	Y ₀	800 000,00	M0	49	0
M	X _v	509 145,30	L	23	7602,9
	Y _v	524 709,70	M	50	1699,6

Calcul de:		
	dM	1,169960
	L ₀ +L	44,760290
	g	7,9E-09
	Delta X	109 145,30
	Delta Y	- 275 290,30
	D _{0-s}	296137,55
	Gisement	-24,0300
		175,9700
Valeur de la convergence		

C''	4370,95
-----	---------

ANNEXE X : Fiche signalétique d'un point géodésique



Projet BV Lac

ANOSIVOLA

Coordonnées Laborde

PHOTOS



R0	Borne centrée sur clou avec rondelle gravée	
	x	634 387.295
	y	929 781.324
	z	973.242
R1	x	628 853.94
	y	961 799.70
	z	836.75
R2	Borne centrée sur clou avec rondelle gravée	
	x	628 909.67
	y	961 814.57
	z	816.75



FTM Foiben-Taosarintanin'i Madagasikara
 Observés en Décembre 2008

ANNEXE XI : EXEMPLE DE DATUM UTILISE DANS UN GPS « MAGELLAN »

Voici une série de paramètres :

- $\Delta X = -189$
- $\Delta Y = -242$
- $\Delta Z = -91$
- Facteur d'échelle = 0.9995
- $M_0 = 46^{\circ}26.14'$ Est de Greenwich
- Azimut central = 189
- E = 1 113 136.315 m
- N = 2 882 900.728 m

Ce sont les valeurs à entrer dans un GPS de navigation, du type « Magellan » par exemple, pour avoir directement les coordonnées Laborde. Dans ces appareils, il existe une projection préétablie Mercator Oblique Hotine.

A titre d'exemple, on peut les utiliser pour localiser les hôpitaux de brousse comme les enquêteurs de projet font, mis à jour des localités, lever des limites communales, et à retrouver un point géodésique (opérateurs géodésiens).

Nota bene 08

Au cas où une projection préétablie n'existe pas dans l'appareil, il suffit de travailler en WGS84 et puis de faire une transformation des coordonnées en Laborde, en utilisant les logiciels SIG.

Nota bene 09

En aucun cas, il ne faut jamais substituer la projection Laborde qui est une projection proche du Mercator Oblique par une projection UTM du fait de la rotation de 21 gr.

ANNEXE XII : COMMENT ACCEDER A LA BIBLIOTHEQUE DU FTM ?

Pour accéder à la bibliothèque du FTM, il suffit de faire une demande manuscrite adressée à Monsieur l'Administrateur Délégué du FTM en précisant les points suivants :

Titre du demandeur :

- Etudiant
- Enseignant
- Chercheur
- ...

Genre du document à consulter :

- Livre
- Mémoire
- Fascicule technique
- Revue
- Rapport technique
- ...

But de consultation :

- Préparation mémoire
- Préparation thèse
- Préparation cours
- Recherche
- ...

La consultation n'est possible que sur place.

Nom : **ANDRIANARISON**

Prénoms : Misan'ny Farany Nirina

Titre de mémoire : Tout sur la projection Laborde et l'utilisation du GPS à Madagascar

Nombre de pages : 148

Nombre d'organigrammes : 05

Nombre de figures : 22

Nombre de photos : 04

Nombre de cartes : 11

Nombre d'annexes : 12

Encadreurs : Monsieur **NARY HERILALAO IARIVO**
Ingénieur Géodésien Cartographe

: Monsieur **RABETSIAHINY**
Chef de département Information Géographique et Foncière

Maitre de conférences à l'ESPA

Contact de l'auteur :

Email : misa7072000@yahoo.fr

Tél : 032 04 994 37 – 033 03 192 30

ALL ABOUT LABORDE PROJECTION AND THE USE OF GPS IN MADAGASCAR

In this work, we have gathered all information concerning the Madagascar Laborde projection and the use of GPS in Madagascar. In addition to theoretical studies, we have had opportunities to carry out real hands-on experiences.

This book will then be divided into four chapters :

The first chapter will deal with the use of the formulas with that projection with some examples.

In the second part, we are going to see “how to combine the GPS with the Laborde projection in Madagascar?”

The third part will discuss about the improvement of the levelling of Madagascar.

And the fourth part will focus on a proposal of supplying Mercator Oblique as substitute for this projection of Madagascar as well as the implementation of a permanent GPS station.

Moreover an improvement of the use of GPS in Madagascar will enable us only to link the projects to this projection but also to facilitate the densification and the restoration of any geodesic infrastructure and levelling.

For the future, this document is scheduled to be diffused as WEB page. It will be the first document about Madagascar Laborde projection available on internet.

Key-words: *Projection, Mercator oblique, GPS, Geodesy, Levelling, Station permanent.*