

ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE
UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

MÉMOIRE PRÉSENTÉ À
L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

COMME EXIGENCE PARTIELLE
À L'OBTENTION DE LA
MAÎTRISE EN GÉNIE MÉCANIQUE
M.Ing.

PAR
FRANÇOIS VIENS

IMPLANTATION D'UNE LOI DE MATÉRIAU DES ALLIAGES À MÉMOIRE
DE FORME DANS UN LOGICIEL D'ÉLÉMENTS FINIS COMMERCIAL

MONTREAL, 30 JUIN 2004

©Droits réservés de François Viens

CE MÉMOIRE A ÉTÉ ÉVALUÉ
PAR UN JURY COMPOSÉ DE :

M. Van Ngan Lê, président du jury
Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure

M. Vladimir Brailovski, directeur de mémoire
Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure

M. Patrick Terriault, codirecteur
Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure

M. Zhaoheng Liu, membre du jury
Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure

IL A FAIT L'OBJET D'UNE SOUTENANCE DEVANT JURY ET PUBLIC
LE 23 JUIN 2004
À L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

IMPLANTATION D'UNE LOI DE MATÉRIAU DES ALLIAGES À MÉMOIRE DE FORME DANS UN LOGICIEL D'ÉLÉMENTS FINIS COMMERCIAL

François Viens

RÉSUMÉ

Les AMF présentent un comportement hautement non linéaire, une importante hystérésis et les propriétés sont fortement influencées par la température. Le développement d'applications comprenant des AMF est souvent fastidieux faute d'un outil numérique suffisamment performant permettant de prévoir le comportement de ces matériaux dans des conditions de chargements complexes. De là la pertinence d'une loi de matériau intégrée à un logiciel d'analyse par éléments finis commercial permettant d'accélérer le développement des applications. Un modèle phénoménologique (AMFV 1D) a donc été développé à l'intérieur d'ANSYS. Le modèle est validé à l'aide d'un essai de traction, d'un effet mémoire double sens assisté ainsi que d'un essai de génération de contrainte. Les principales causes de divergence sont identifiées. Le modèle présente une bonne correspondance avec les résultats expérimentaux.

IMPLANTATION D'UNE LOI DE MATÉRIAU DES ALLIAGES À MÉMOIRE DE FORME DANS UN LOGICIEL D'ÉLÉMENTS FINIS COMMERCIAL

François Viens

SOMMAIRE

Le domaine médical s'intéresse de plus en plus au Nitinol (un Alliage à Mémoire de Forme -AMF-) pour ses propriétés superélastiques et sa grande biocompatibilité. Ce type d'AMF est aussi retrouvé dans plusieurs applications en tant qu'actionneurs. Les AMF présentent un comportement hautement non linéaire, une importante hystérésis et les propriétés sont fortement influencées par la température. Le développement d'applications comprenant des AMF est souvent fastidieux et difficile faute d'un outil numérique suffisamment performant permettant de prévoir le comportement de ces matériaux dans des conditions de chargements complexes. De là la pertinence du développement d'une loi de matériau intégrée à un logiciel d'analyse par éléments finis commercial permettant d'accélérer le développement des applications.

Le logiciel d'analyse par éléments finis ANSYS (logiciel d'éléments finis le plus puissant utilisé à l'École de technologie supérieure) permet une simulation du comportement superélastique des AMF (loi de matériau SMA). Cependant, la variation de température lors de la simulation n'est pas, à ce jour, offerte dans la version 8.0 d'ANSYS.

Un modèle phénoménologique (AMFV 1D) a donc été développé à l'intérieur d'ANSYS avec le module *usermat* prévu à cette fin. Les propriétés ont été obtenues d'un fil de Nitinol superélastique de 0.71 mm de diamètre tel que tréfilé (40%) après avoir été recuit pendant une heure à 400°C et trempé dans l'eau glacée. Le modèle permet de prévoir le comportement superélastique ainsi que les hystérésis mécaniques et thermiques d'un fil AMF. Les sous-cycles sont représentés par un retour élastique simple. Le modèle est validé à l'aide d'un essai de traction, d'un effet mémoire double sens assisté ainsi que d'un essai de génération de contrainte. Les principales causes de divergence sont identifiées. Le modèle présente une bonne correspondance entre la loi de matériau SMA et les résultats expérimentaux.

IMPLANTATION OF THE MATERIAL LAW FOR SHAPE MEMORY ALLOY IN A COMMERCIAL FINITE ELEMENTS SOFTWARE

François Viens

ABSTRACT

Medical field has shown the increasing interest in Nitinol. This Shape Memory Alloy (SMA) shows great biocompatibility and is generally used for its superelastic properties. A growing number of medical applications have been created during the last years. Breakthroughs are not restricted in medical fields because Nitinol is also used in actuation mechanism. SMA shows great non linearity, large hysteresis and properties that are temperature dependent. The development of an application is often constrained by a lack of numerical tools capable to predict the complex behaviour of SMA materials. Such a tool can be a finite elements method software in which an SMA material law is programmed.

ANSYS is a well known finite element software in research field. Version 8.0 of the software allows only the simulation of isothermal superelastic behaviour. A temperature variable simulation would offer an improved representation of medical conditions and permit the simulation of actuators. The implementation of such a law in commercial software like ANSYS reduces the time of programming needed for a complex simulation. The *usermat* procedure is created specifically by ANSYS for the development of custom-made material law.

A phenomenological model has been developed (AMFV 1D) for 1 dimension type element. Properties are taken at different temperatures from superelastic Nitinol of 0.71 mm in diameter as drawn (40%) that has been annealed for one hour at 400°C and quenched in iced water. The model allows the representation of both mechanical and thermal hysteresis. Subcycles are represented by simple elastic return. Model is validated through tensile test, two way assisted shape memory and recovery stress generation. Principal causes of divergence are identified. Model shows good agreement with SMA and experimental results.

REMERCIEMENTS

Je voudrais en premier lieu remercier Rachel qui m'a, la première, suggéré et convaincu de faire une maîtrise et pour m'avoir ouvert de nouveaux horizons.

Merci à mon directeur, Vladimir Brailovski, et co-directeur, Patrick Terriault, pour avoir cru en mon potentiel, pour leur soutien, patience et précieux conseils.

Merci à l'École de technologie supérieure de m'avoir octroyé deux bourses sans lesquelles ce mémoire aurait été impossible.

Merci aux étudiants du laboratoire LAMSI avec lesquels j'ai passé de précieux moments de questionnement sur le merveilleux monde des AMF. Merci spécifique à Yannick sans oublier Édouard, Vincent, Philippe, Olivier, Éléna et François-Simon.

Je dois aussi remercier ma famille qui m'est d'un précieux soutien, qui m'encourage toujours dans tout ce que j'entreprend et que j'aime de tout mon cœur! Marc, Marielle, Jean-Charles et Christine, merci! Et... oui, papa, c'est fini les études! Jusqu'à la prochaine fois...

Merci à mes colocs, Guillaume, Patrick-Olivier et Pascal avec qui j'ai passé une très belle année de fin de maîtrise.

Merci aux amis qui le resteront toujours, Patrick et David.

Finalement, j'aimerais remercier particulièrement Roxanne qui aura su m'endurer dans les moments les plus difficiles et que j'aime de tout mon cœur! À nous la barrière de corail et l'Australie!

TABLE DES MATIÈRES

	Page
SOMMAIRE.....	I
ABSTRACT.....	II
REMERCIEMENTS.....	III
TABLE DES MATIÈRES.....	iv
Liste des tableaux.....	VI
Liste des figures.....	vii
Liste des abréviations et des sigles.....	xii
INTRODUCTION.....	1
CHAPITRE 1 REVUE BIBLIOGRAPHIQUE.....	5
1.1 Caractéristiques générales.....	5
1.1.1 Effet mémoire de forme.....	6
1.1.2 Superélasticité.....	7
1.1.3 Équilibre thermodynamique.....	8
1.1.4 Hystérésis mécanique.....	10
1.1.5 Hystérésis thermique.....	12
1.1.6 Effet mémoire double sens assisté.....	13
1.1.7 Génération de contrainte.....	15
1.1.8 Sous cycles.....	16
1.2 Effets secondaires.....	17
1.2.1 Plastification.....	17
1.2.2 Comportement non symétrique.....	18
1.2.3 Changement de volume.....	19
1.2.4 Influence de la vitesse de déformation.....	19
1.2.5 Stabilisation.....	20
1.3 Applications des alliages à mémoire de forme.....	21
1.4 Présentation des différentes approches de modélisation.....	23
1.4.1 Micromodélisation.....	23
1.4.2 Modélisation macroscopique.....	24
1.4.3 Modélisation phénoménologique.....	24
CHAPITRE 2 IMPLANTATION DU MODÈLE AMFV 1D DANS ANSYS.....	28
2.1 Interaction avec le logiciel ANSYS.....	29

2.2.1	Procédure de programmation d'une loi de matériau avec USERMAT	31
2.2.1.1	Les fichiers de loi de matériau	32
2.2.1.2	Résolution des problèmes les plus fréquents	35
2.2.1.3	Notes importantes.....	35
2.2.2	Résolution de problème linéaire et non linéaire dans ANSYS	35
2.2.3	Interaction entre la loi de matériau et le programme principal	39
2.2.4	Fonctionnement de la loi de matériau BISO.....	42
2.2.5	Modèle superélastique AMFV 1D	53
2.2.5.1	Limitations du modèle.....	60
2.3	Caractérisation expérimentale	64
2.3.1	Déformation réelle	65
2.3.2	Coefficient de Poisson	66
2.3.3	Contrainte réelle	67
2.3.4	Dilatation thermique.....	68
2.3.5	Méthodologie de la caractérisation	68
2.3.6	Détermination des différents paramètres pour la modélisation.....	71
CHAPITRE 3 VALIDATION DU MODÈLE		77
3.1	Essai de traction	79
3.2	Effet mémoire double sens assisté	84
3.3	Génération de contrainte	90
CONCLUSION.....		96
RECOMMANDATIONS		98
ANNEXES		
1 :	Certificat du matériau superélastique.....	100
2 :	Fichier indiquant la loi de matériau à utiliser en fonction du type d'élément choisi (usermat.f).....	102
3 :	Fichier d'une loi de matériau bilinéaire isotropique incluant plastification (usermat1dmod.f).....	108
4 :	Fichier d'une loi de matériau AMF (AMFV 1D.f).....	116
5 :	Fichier texte pour un essai de traction avec la loi de matériau SMA 3D.....	125
6 :	Fichier texte pour un essai de traction avec la loi de matériau AMFV 1D.....	129
7 :	Fichier texte pour un essai d'effet mémoire double sens assisté avec la loi de matériau AMFV 1D.....	132
8 :	Fichier texte pour un essai de génération de contrainte avec la loi de matériau AMFV 1D	138
BIBLIOGRAPHIE.....		143

LISTE DES TABLEAUX

	Page
Tableau I	Code à taper dans la loi de matériau permettant d'écrire le numéro d'étape dans un fichier texte 34
Tableau II	Variables impliquées dans l'interaction entre la loi de matériau et le programme principal. 40
Tableau III	Variables impliquées dans le calcul des contraintes pour la loi de matériau BISO 46
Tableau IV	Code définissant les propriétés d'une loi de matériau suivant un comportement bilinéaire isotrope (BISO) en fonction de la température 50
Tableau V	Variable impliquées dans la loi de matériau superélastique AMFV 1D..... 56
Tableau VI	Propriétés idéalisées du Nitinol testé à différentes températures 74
Tableau VII	Principales caractéristiques de modélisation..... 78

LISTE DES FIGURES

		Page
Figure 1	Graphique contrainte/déformation/température pour un AMF à EMF	7
Figure 2	Comportement superélastique	8
Figure 3	Courbe de coexistence entre les phases 1 et 2 en fonction de la pression et la température	9
Figure 4	Influence de la contrainte sur les températures de transformation de phase martensitique et austénitique (diagramme d'état)	10
Figure 5	Hystérésis mécanique.....	12
Figure 6	Hystérésis thermique	12
Figure 7	Effet mémoire double sens assisté	13
Figure 8	Effet superélastique suivi d'un effet mémoire double sens assisté à contrainte constante.....	14
Figure 9	Génération de contrainte	15
Figure 10	Effet superélastique suivi d'une génération de contrainte à déplacement constant.....	16
Figure 11	Courbe force/déplacement avec chargement et déchargement partiel (sous-cycles).....	17
Figure 12	Influence de la plastification sur la déformation résiduelle [3].....	18
Figure 13	Critère de Drucker-Prager versus von Mises.....	19
Figure 14	Influence de la vitesse de déformation sur les propriétés mécaniques du NiTi [5]	20

Figure 15	Stabilisation d'un échantillon.....	21
Figure 16	Borne typique de force/déplacement pour divers types d'actionneurs [1]	22
Figure 17	Stent cardiovasculaire et appareil d'occlusion atrial septal.....	23
Figure 18	Différentes représentations d'un modèle phénoménologique bilinéaire a) pente de transformation nulle, b) pente de transformation non nulle, c) pente de transformation non nulle et point de retour [18].....	26
Figure 19	Paramètres de la loi SMA de ANSYS 8.0 (adapté de [20]).....	27
Figure 20	Représentation des sous-cycles du modèle AMFV 1D.....	28
Figure 21	Choix des LM à utiliser en fonction du type d'élément.....	33
Figure 22	Géométrie non linéaire (tiré de [1]).....	37
Figure 23	Algorithme de Newton-Raphson (tiré de [1])	38
Figure 24	Schéma de l'interaction logique entre la loi de matériau et le programme principal ANSYS	42
Figure 25	Comportement isotrope bilinéaire	44
Figure 26	Déplacement de la surface d'écoulement suite à une plastification pour la règle d'écrouissage isotrope	45
Figure 27	Courbes contrainte/déformation de la loi BISO a) avec chargement simple b) avec sous cycles de chargement/déchargement	47
Figure 28	Calcul de la contrainte et déformation plastique à partir de la déformation du PP	48
Figure 29	Schéma simplifié de la loi de matériau BISO.....	49
Figure 30	Cycle de chargement pour la loi BISO a) chargement élastique, b) et c) 1 ^{er} essai chargement élastique + plastique, d) et e) 2 ^{ième} essai	

	chargement élastique + plastique, f) premier essai de retour élastique, g) et h) retour élastique.....	53
Figure 31	Paramètres impliqués dans la caractérisation de la courbe superélastique pour le modèle AMFV 1D.....	55
Figure 32	Schéma simplifié de la loi de matériau AMFV1D.....	59
Figure 33	Zone d'élasticité et zone de transformations directe et inverse	60
Figure 34	Fonctionnement du modèle a) toutes conditions constantes, b) module élastique variable, c) module de transformation variable et d) déformation maximale variable	63
Figure 35	Déformation d'ingénierie versus déformation réelle en fonction de la longueur instantanée (pour $L_0=1$).....	66
Figure 36	Machine de traction.....	69
Figure 37	Machine de traction à vis montée sur bain thermique et équipement d'acquisition de données	70
Figure 38	Banc de l'Enduratec.....	70
Figure 39	Courbes de contraintes apparentes/déformations réelles du NiTi à différentes températures	71
Figure 40	Courbes expérimentales versus courbes modélisées pour différentes températures	73
Figure 41	Courbes idéalisées du Nitinol à différentes températures	75
Figure 42	Évolution des contraintes de transformation en fonction de température	76
Figure 43	Comparaison entre les modèles et les données expérimentales pour une courbe en déformation réelle/contrainte apparente à 55°C ...	79
Figure 44	Comparaison entre les deux modèles et les données expérimentales pour une courbe en déplacement/force de réaction à 55°C	80

Figure 45	Déformation axiale en fonction de la déformation transversale pour la LM SMA 3D ($\nu=0.1$)	82
Figure 46	Comparaison entre les modèles pour une courbe force/déplacement à 55°C contenant des sous-cycles.....	82
Figure 47	Évolution de la déformation lors d'un essai mémoire double sens assisté	84
Figure 48	Courbe de la charge appliquée en fonction de la température pour le banc d'essai expérimental et modèle AMFV1D pour l'effet mémoire double sens assisté.....	85
Figure 49	Force de réaction en fonction du déplacement pour l'effet mémoire double sens assisté	87
Figure 50	Déplacement en fonction de la température pour l'effet mémoire double sens assisté	87
Figure 51	Point d'équilibre et de chargement numérique (a) à la fin du chargement 1 à une température de 30°C, (b) à la fin du chargement 2 à une température de 80°C, (c) au début du chargement 3 à 80°C et (d) à la fin du chargement 3 à 30°C.	89
Figure 52	Température de transformation en fonction de la contrainte appliquée.....	90
Figure 53	Comparaison de la force de réaction en fonction du déplacement entre les données expérimentales et le modèle AMFV pour un essai de génération de contrainte	91
Figure 54	Comparaison de la force de réaction en fonction de la température entre les données expérimentales et le modèle AMFV pour un essai de génération de contrainte	92
Figure 55	Courbe température/contrainte pour une génération de contrainte avec encastrement à 1.5 mm.....	92
Figure 56	Différence entre la contrainte expérimentale et du modèle lors de l'élévation de température.....	93

Figure 57 Différence entre la contrainte expérimentale et du modèle lors
d'une diminution de température..... 95

LISTE DES ABRÉVIATIONS ET DES SIGLES

$^{\circ}\text{C}$	Degré Celsius
α	Coefficient matériel de sensibilité à la pression isostatique
A	Phase austénitique
A_f	Température de fin de transformation austénitique
A_f^{σ}	Température de fin de transformation austénitique sous contrainte
A_s	Température de début de transformation martensitique
A_s^{σ}	Température de début de transformation austénitique sous contrainte
AMF	Alliage à mémoire de forme
[B]	Matrice déformation/déplacement
δ	Déplacement
[D] ou D	Matrice de déformation/contrainte
D_o	Diamètre initial
$\Delta\varepsilon$	Incrément de déformation
$\Delta\varepsilon_{\text{élas}}$	Incrément de déformation élastique
$\Delta\varepsilon_{\text{plas}}$	Incrément de déformation plastique
$\Delta\varepsilon_{\text{plLM}}$	Incrément de déformation de la zone de plastification
$\bar{\varepsilon}$	Déformation à l'étape précédente
ε_a	Déformation axiale
ε	Déformation réelle ou déformation acceptée par le programme principal à l'étape présente
$\bar{\varepsilon}_{\text{élas}}$	Déformation élastique à l'étape précédente
$\varepsilon_{\text{élas}}$	Déformation élastique à l'étape présente
ε_{ing}	Déformation d'ingénierie
$\varepsilon_{\text{plas}}$	Déformation plastique à l'étape présente
$\bar{\varepsilon}_{\text{plLM}}$	Déformation de la zone de plastification à l'étape précédente
$\varepsilon_{\text{plLM}}$	Déformation de la zone de plastification à l'étape présente
ε_t	Déformation transversale
$\varepsilon_{\text{trans}}$	Déformation de transformation
$\bar{\varepsilon}_{\text{trLM}}$	Déformation de la zone de transformation à l'étape précédente

ε_{trLM}	Déformation de la zone de transformation à l'étape présente
ε_{trLM}'	Déformation erronée de la zone de transformation à l'étape présente
ε_{trmax}	Déformation maximale de la zone de transformation
E_A	Module d'élasticité de l'austénite (et de la martensite)
$E_{élas}$	Module d'élasticité
E_{plas}	Module de plasticité
E_{td}	Module de transformation directe (et indirecte)
EMF	Effet mémoire de forme
EOF	Fin du fichier (End Of File)
ÉTS	École de technologie supérieure
F	Force
factH	Facteur H (facteur de proportionnalité de déformation plastique ou de transformation)
$\{F_{app}\}$	Vecteurs des forces extérieures
$\{F_{nr}\}$	Vecteurs des forces de restauration
f_{sta}	Fraction de martensite stabilisée
GUI	<i>Graphical User Interface</i> (interface graphique pour l'utilisateur)
[K]	Matrice de rigidité pour problème linéaire
[K']	Matrice de rigidité pour problème non linéaire
λ	Critère de plastification
λ_d	Critère de transformation directe
λ_i	Critère de transformation inverse
$l_{1 \rightarrow 2}$	Chaleur latente de transformation de la phase 1 à la phase 2
LAMSI	Laboratoire sur les Alliages à Mémoire et les Systèmes Intelligents
LM	Loi de matériau
LVDT	Transformateur différentiel à variation linéaire (Linear Variable-Differential Transformer)
mm	Millimètre
M	Phase martensitique
M_f	Température de fin de transformation martensitique
M_f^σ	Température de fin de transformation martensitique sous contrainte

M_s	Température de début de transformation martensitique
M_s^σ	Température de début de transformation martensitique sous contrainte
MEF	Méthode des Éléments Finis
MPa	Méga Pascal
v	Volume
ν	Coefficient de Poisson
N	Newtons
π	Nombre équivalent à environ 3.1416
p	Pression
P	Charge appliquée sur la poutre
PP	Programme Principal
Q	Critère d'écoulement
σ_{eq}	Contrainte équivalente (von Mises)
σ_{trial}	Contrainte d'essai
σ_{y0}	Limite élastique initiale
$\bar{\sigma}_y$	Contrainte de plastification à l'étape présente
σ_y	Contrainte de plastification à l'étape présente
σ_{yd}	Contrainte de transformation directe
σ_{yd}'	Contrainte de transformation directe erronée
σ_{yi}	Contrainte de transformation inverse
σ_{yi}'	Contrainte de transformation inverse erronée
$-\sigma$	Contrainte à l'étape précédente
σ	Contrainte ou contrainte à l'étape présente
σ_{Af}	Contrainte de fin de transformation austénitique
σ_{As}	Contrainte de début de transformation austénitique
σ_{Mf}	Contrainte de fin de transformation martensitique
σ_{Ms}	Contrainte de début de transformation martensitique
S	Surface
S_r	Surface réelle
SÉ	Superélastique
T	Température

$\{U\}$	Vecteur des déplacements
$\{\Delta U\}$	Vecteur de l'incrément de déplacements
Y	Module d'Young

INTRODUCTION

La première observation du comportement superélastique (terme réservé aux Alliages à Mémoire de Forme -AMF-) d'un matériau (alliage d'or et de cadmium) à été effectuée par Arne Ölander dans les années 1930. Bien que d'autres chercheurs aient continué les recherches sur ce matériau, ce n'est que vers les années 40 qu'il était possible de faire le lien entre ces propriétés exceptionnelles et la transformation martensitique thermomécanique [1]. Dans les années qui suivent, le phénomène est observé sur d'autres alliages, mais sans jamais obtenir de propriétés mécaniques suffisantes pour permettre l'élaboration d'une application industrielle. Ce problème sera réglé au courant des années 60 lorsque qu'un laboratoire américain développe le Nitinol (Nickel Titanium Naval Ordnance Laboratory, USA), un alliage de nickel et de titane. Par la suite, plusieurs applications sont élaborées (actionneurs, capteurs, moteurs thermiques et sertisseurs) et de nombreux brevets soumis.

Depuis, le domaine médical s'intéresse de plus en plus au Nitinol pour ses propriétés superélastiques et sa grande biocompatibilité [2]. Plusieurs applications médicales ont été développées ou sont présentement en élaboration tels que stents cardiovasculaires, outils chirurgicaux et instruments orthopédiques [2]. Dans le cas des stents, par exemple, ils présentent souvent une géométrie complexe et une mise en forme délicate. Comme le matériau présente des propriétés mécaniques hautement non linéaires et sensibles aux variations de température, il peut être difficile de prévoir le comportement du stent avant la fabrication.

Le développement d'applications comprenant des AMF est souvent fastidieux et difficile faute d'un outil numérique suffisamment performant permettant de prévoir le comportement de ces matériaux dans des conditions de chargements complexes. De là la pertinence du développement d'une loi de matériau intégrée à un logiciel d'analyse par éléments finis permettant d'accélérer le développement des applications possibles.

La façon de prévoir le comportement des structures complexes passe souvent par l'utilisation d'un logiciel d'analyse par éléments finis. La méthode des éléments finis

(MEF) est une méthode de discrétisation des équations différentielles ou des systèmes d'équations aux dérivées partielles. Plus concrètement, la méthode des éléments finis est une technique d'approximation numérique permettant de résoudre des problèmes avec conditions frontières (limites) décrits par une équation différentielle. Le domaine d'étude (la pièce modélisée) est donc divisé (maillé) en un certain nombre d'éléments sur lesquels le comportement est connu. Avant l'avènement de la MEF, l'optimisation et les nouveaux designs devaient passer par une série de prototypes permettant d'arriver à un concept final. L'utilisation à grande échelle des ordinateurs personnels à la fin des années 80 et, par conséquent, des logiciels de simulation par éléments finis a permis de diminuer grandement le nombre de prototypes dans le processus de conception. En effet, l'optimisation des différents paramètres est effectuée à l'ordinateur et les prototypes ne servent plus qu'à valider le concept final.

Il existe une panoplie de logiciels utilisant la MEF, chacun possédant sa spécialité, ses avantages et limitations. Il est cependant reconnu que deux principaux logiciels se disputent le marché des simulations numériques en raison de leur versatilité et la reconnaissance acquise dans le milieu scientifique soit : ANSYS et ABAQUS. Les deux logiciels permettent de simuler le comportement superélastique des matériaux à différentes températures. Cependant, la variation de température lors de la simulation n'est pas, à ce jour, offerte dans la version 8.0 d'ANSYS (logiciel d'éléments finis le plus puissant utilisé à l'École de Technologie Supérieure – ÉTS –). Or, il est clair que les AMF manifestent une très forte sensibilité aux variations de température. Par exemple, entre la fabrication et l'insertion du stent à l'intérieur des veines d'un patient, le stent sera soumis à une série de déformations mécaniques et variations de température. Afin de prévoir avec le plus d'exactitude possible les forces et les déplacements pouvant être générés par le stent après son implantation, il convient de concevoir un modèle permettant de simuler l'ensemble des chargements auquel le stent est soumis. Un tel outil permet de valider numériquement les nouveaux designs et de réduire le nombre de prototypes, et donc, le coût de développement. Il existe donc un manque à combler de ce côté.

L'objectif du projet de maîtrise consiste donc en la création d'une loi de matériau qui permet de modéliser le comportement des AMF tels la superélasticité, la génération de contrainte et l'effet mémoire double sens assisté à l'aide d'ANSYS. Plus précisément, le module doit pouvoir modéliser le comportement superélastique non linéaire ainsi que l'hystérésis mécanique et thermique.

Il est important de mentionner que le mandat de ce mémoire n'est pas de prouver pour une application particulière qu'il est nécessaire de considérer les variations de température afin de réaliser un bon design. Il ouvre plutôt la voie à une simulation plus réaliste des effets thermiques ayant lieu dans les applications superélastiques et permet aussi de simuler en partie le comportement complexe de certains actionneurs en AMF.

Le mémoire est divisé en trois chapitres. Le premier chapitre contient une présentation des principales caractéristiques des AMF. Ainsi, l'effet mémoire de forme, la superélasticité, et aussi l'effet mémoire double sens assisté et la génération de contrainte sont expliqués à l'aide du diagramme de transformation de phase et par des exemples simples. Par la suite, une série d'effets secondaires est présentée afin de broser un tableau plus détaillé, bien que non exhaustif, des paramètres qu'il est possible d'obtenir lors de la caractérisation d'un AMF. Ensuite, des applications exploitant ces propriétés sont exposées. Enfin, le chapitre est conclu par une revue bibliographique des modèles existants permettant de modéliser le comportement des AMF et, plus particulièrement, le modèle SMA d'ANSYS est décrit. Le modèle sera utilisé par la suite afin de valider le modèle AMFV 1D construit dans ce mémoire pour un essai de traction isotherme.

Le deuxième chapitre concerne le principal sujet de ce mémoire soit : le modèle AMFV 1D. Premièrement, le choix du type de modélisation pour la loi de matériau AMFV 1D est effectué. Ensuite, le logiciel d'éléments finis utilisé (ANSYS) et les différents types d'interactions avec le programme sont exposés. Le choix de la méthode de programmation d'une loi de type *usermat* est fait et les principes de programmation d'une telle loi sont dévoilés. Les explications sur une loi de matériau existante de type

plastification bilinéaire précèdent les explications sur la loi de matériau AMFV 1D. Finalement, les limitations du modèle AMFV 1D sont énumérées et expliquées avant de présenter la méthode de caractérisation permettant de trouver les propriétés superélastiques du matériau à modéliser.

Le troisième chapitre permet de valider le modèle développé. Premièrement, le modèle est comparé aux essais expérimentaux et au modèle SMA 3D d'ANSYS pour un essai de traction sur un fil AMF superélastique, et les causes des différences sont discutées. Deuxièmement, le modèle est comparé aux résultats expérimentaux dans le cas d'un effet mémoire double sens assisté et les causes des différences sont exposées. Troisièmement, la dernière validation compare le modèle avec les résultats expérimentaux suivant un essai de génération de contraintes et explique les principales causes d'erreur. Finalement, une revue des principales améliorations à apporter au modèle est effectuée.

CHAPITRE 1

REVUE BIBLIOGRAPHIQUE

Le présent chapitre explique les principales caractéristiques des Alliages à Mémoire de Forme (AMF) en plus de certaines caractéristiques approfondies. Par la suite, quelques applications sont présentées et l'intérêt des AMF pour le milieu médical est souligné. Finalement, une revue bibliographique des différents types de modélisation des comportements des AMF est exposée.

1.1 Caractéristiques générales

Le comportement des alliages à mémoire de forme est habituellement divisé en deux catégories : le comportement SuperÉlastique (SÉ) et l'Effet Mémoire de Forme (EMF). Le premier comportement est caractérisé par une déformation réversible isotherme nettement supérieure à celle des métaux courants. Par exemple, la déformation réversible d'un AMF peut atteindre 2 à 8% alors qu'elle n'est que de l'ordre de 0.2% pour un acier. L'EMF, quant à lui, récupère aussi la déformation induite, mais seulement conséquemment à une élévation de température. Les deux comportements sont souvent utilisés dans des applications complètement différentes, mais sont en fait le seul et même phénomène.

En effet, ces comportements sont dus à l'interaction entre deux phases solides : l'austénite et la martensite¹ dans certains matériaux tel le NiTi aussi appelé Nitinol. Ce qui distingue les phénomènes est la phase qui est stable (ou plutôt métastable) à la température de déformation. Pour l'EMF, il s'agit de la phase martensitique alors qu'il s'agit de la phase austénitique pour le comportement SÉ. Ces deux phases apparaissent progressivement et alternativement au fur et à mesure que le phénomène progresse lors d'un cycle complet (chargement/déchargement et/ou

¹ Bien qu'une troisième phase appelée R (transitoire entre les transformations directe et inverse austénitique/martensitique) soit parfois aussi présente dans certains matériaux tel le NiTi, elle ne sera pas mentionnée ici pour des raisons de simplification.

chauffage/refroidissement). La transformation de l'austénite en martensite est appelée directe, tandis que la transformation de la martensite à l'austénite est dite inverse. Le passage d'une à l'autre des phases peut être provoqué par une variation de contrainte ou de température. La transformation de phase présente dans les AMF est dite sans diffusion. Ceci implique que le temps n'influence pas la transformation de phase due à une variation de température ou de contrainte. Par exemple, un échantillon à demi transformé ne peut théoriquement pas continuer la transformation si la charge thermique ou mécanique est maintenue stable.

1.1.1 Effet mémoire de forme

Pour ce qui est de l'EMF, la déformation de la martensite maclée (aussi appelée auto accommodante) et son orientation progressive dans le sens de la déformation induite y joue un rôle crucial (voir figure 1). Ce type de comportement ne se manifeste que lorsque la martensite est stable à la température de déformation.

Lorsque le matériau est soumis à une déformation, la martensite auto accommodante se démacle progressivement (l'empilement des atomes est modifié) jusqu'à accommoder la déformation induite (point b). Lorsque la contrainte est relâchée, le matériau reste dans l'état déformé (point c). Cependant, comme la déformation du matériau n'a pas induit de glissement de dislocations, la mémoire de la forme initiale est préservée. De plus, lorsque le matériau atteint une température suffisante, une transformation de phase de la martensite à l'austénite est observée. Cette transformation provoque un retour à la forme initiale du matériau (point d). Lors du refroidissement (point a), l'austénite se retransformera en martensite auto accommodante et le cycle pourra être répété.

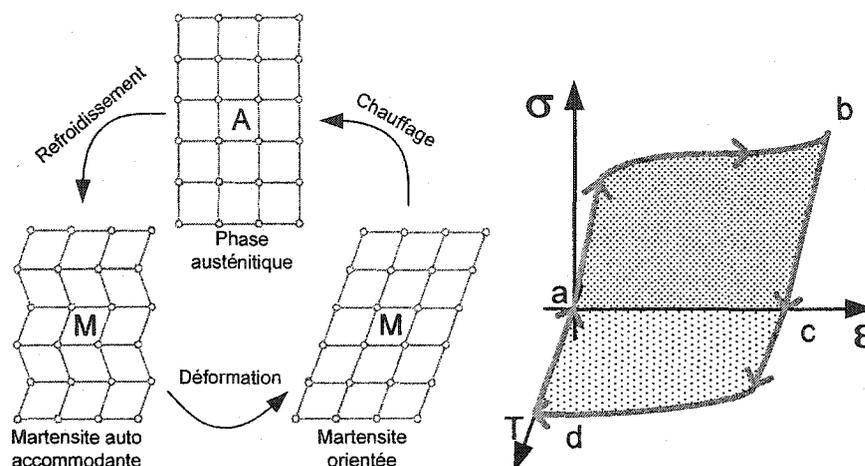


Figure 1 Graphique contrainte/déformation/température pour un AMF à EMF

1.1.2 Superélasticité

Pour ce qui est du comportement superélastique, la phase stable à la température de déformation est l'austénite. Le comportement superélastique est défini habituellement pour une température constante. Il n'y a donc pas, théoriquement, de variation de température lors d'un cycle superélastique. Lors de l'application d'une charge, l'austénite est déformée élastiquement (figure 2, point a-b) et est graduellement transformée en martensite (point b-c). La mécanique de cette transformation se manifeste par une réduction du module de rigidité apparent du matériau jusqu'à ce que toute l'austénite ait été transformée. À ce moment, la rigidité du matériau est celle de la martensite (point c-d). Lors du relâchement de la contrainte, il y aura premièrement un retour élastique de la martensite (point d-e) suivi d'une transformation, dite inverse, de la martensite en austénite (point e-f). Finalement, il y a un retour élastique de l'austénite (point f-a). Cet effet est appelé superélasticité.

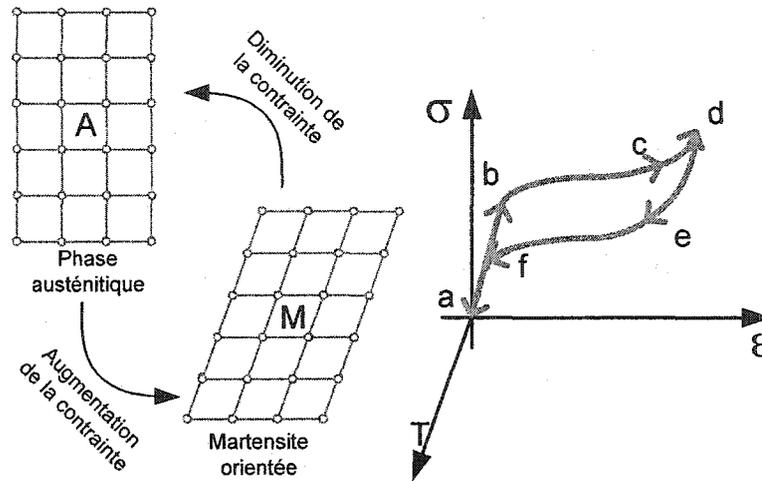


Figure 2 Comportement superélastique

1.1.3 Équilibre thermodynamique

Afin de mieux comprendre le diagramme de transformation de phase présenté plus loin, il est préférable de voir brièvement l'équation de Clausius-Clapeyron qui prévoit que l'équilibre entre deux phases peut être représenté par une *courbe de coexistence* dans un graphique pression/température (voir figure 3). Si les variations de température et de pression sont relativement petites, la pente de cette courbe à un endroit donné peut être approximée par l'équation suivante :

$$\left(\frac{dp}{dT} \right)_{coex} = \frac{l_{1 \rightarrow 2}}{T(v_{(2)} - v_{(1)})} \quad (1-1)$$

où p est la pression hydrostatique (ou contrainte), T la température, $l_{1 \rightarrow 2}$ est la chaleur latente de transformation de la phase 1 vers la phase 2, $v_{(1)}$ et $v_{(2)}$ sont les volumes respectifs des phases 1 et 2.

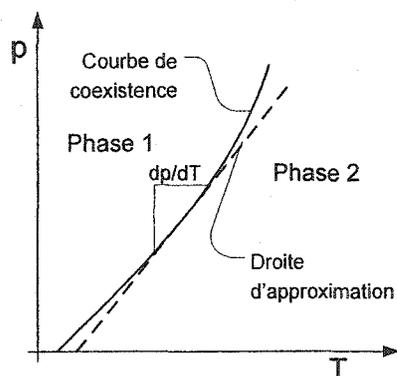


Figure 3 Courbe de coexistence entre les phases 1 et 2 en fonction de la pression et la température

Ainsi, la phase 1 (qui peut représenter la martensite) est stable à basse température et haute contrainte et la phase 2 (qui peut représenter la phase austénitique) est stable à haute température et basse contrainte. Cependant, dans le cas des AMF, l'équilibre entre les phases métastables est plus complexe. Cela est dû à la présence de plusieurs cristaux ayant des orientations différentes, la présence de joints de grains et de maillage. Ainsi, la *coexistence des phases* dépend de l'histoire du matériau et ne peut être représentée par une seule courbe ou droite. En effet, non seulement la droite de transformation d'une à l'autre des phases ne coïncident pas (phénomène correspondant à l'hystérésis), mais les conditions de transformation ne sont pas exactement les mêmes pour tous les grains. Il est possible de délimiter la zone de transformation (couramment appelée *étalement*) par une droite de début et une droite de fin de transformation. La figure 4 montre les droites de début et de fin de transformation martensitique et austénitique. Les prochains paragraphes permettent de faire le lien entre ce graphique et plusieurs notions concernant les AMF dont l'hystérésis mécanique et thermique.

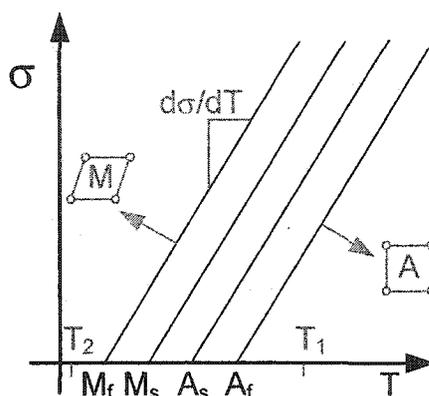


Figure 4 Influence de la contrainte sur les températures de transformation de phase martensitique et austénitique (diagramme d'état)

1.1.4 Hystérésis mécanique

Le comportement superélastique montre une importante hystérésis. Cette hystérésis, dite mécanique (voir figure 2), est due à la différence entre les contraintes de début et de fin de transformation des différentes phases. Ces contraintes de transformation dépendent de la température à laquelle la déformation est entreprise. En fait, on caractérise généralement les alliages en fonction des températures de transformation qui sont, elles, obtenues à contrainte nulle. Ces températures sont A_s , A_f , M_s et M_f qui sont respectivement température de début (s pour *start*) et de fin (f pour *finish*) de transformation austénitique (aussi appelée *inverse*) ainsi que température de début et de fin de transformation martensitique (aussi appelée *directe*). Ces températures varient en fonction de la composition chimique du matériau ainsi que du traitement thermomécanique² appliqué. De plus, ces températures sont influencées par le niveau de contrainte présente dans le matériau. La figure 4 idéalise l'influence de la contrainte sur les températures de transformation caractérisées par la pente $d\sigma/dT$ en référence à l'équation d'équilibre thermodynamique de Clausius-Clapeyron [1].

² Les alliages à mémoire de forme sont très sensibles aux traitements thermomécaniques. Les traitements possibles et l'effets de ceux-ci sont au delà du mandat de ce mémoire, pour plus de détail, l'ouvrage Shape Memory Alloys [1] est recommandé.

Il est possible de remarquer que plus la contrainte augmente, plus les températures de transformation augmentent, et ce, de façon linéaire (les pentes sont montrées parallèles entre elles pour des raisons de simplification). La pente peut varier de 5 à 10 MPa par degré Kelvin ou Celsius [1]. C'est la position de ces températures par rapport à la température de déformation qui détermine s'il s'agit d'un alliage SÉ ou à EMF. En effet, si la température de déformation est au-dessus de A_f , il s'agit d'un alliage SÉ (T_1 par exemple). Par contre, si la température de déformation est en deçà de M_f , il s'agit d'un alliage EMF (T_2 par exemple). Si la température est entre M_f et A_f , il s'agit d'un cas mixte qui présente à la fois un comportement SÉ et EMF.

Pour un alliage superélastique, la température de déformation T_1 est au-dessus de la température A_f et l'alliage est donc complètement austénitique. S'il n'y a pas de variation de température et qu'une contrainte suffisamment grande est appliquée, le matériau traversera successivement σ_{Ms} et σ_{Mf} (point a et b de la figure 5), les contraintes de début et de fin de transformation directe respectivement. Au-delà de la σ_{Mf} , la transformation est complétée et il y a déformation élastique de la martensite (point b à c de la figure 5). À partir de ce point, la martensite est stable jusqu'à ce que la contrainte diminue en dessous de σ_{As} . Lorsque la contrainte est relâchée complètement, la contrainte traverse successivement σ_{As} et σ_{Af} , respectivement contraintes de début et de fin de transformation inverse, et revient à la condition initiale (point d, e et f de la figure 5).

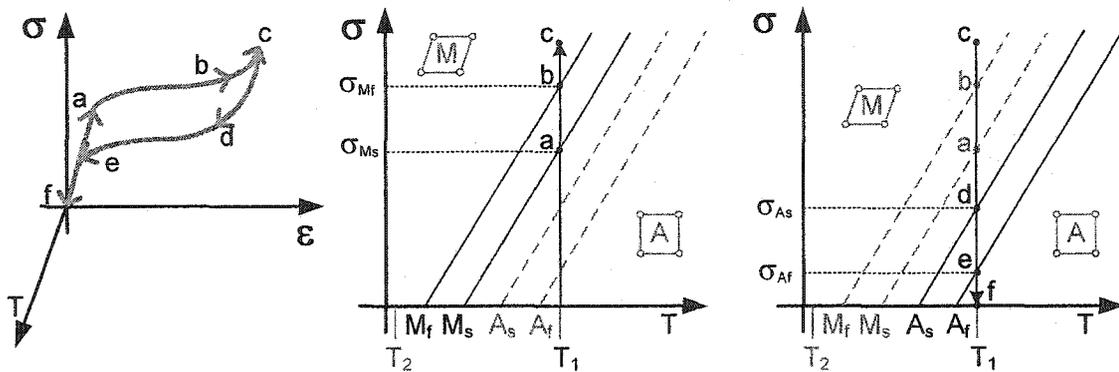


Figure 5 Hystérésis mécanique

1.1.5 Hystérésis thermique

Pour ce qui est de l'hystérésis thermique, la figure 6 permet de visualiser ce phénomène. Lorsque l'échantillon est à basse température (point a), il est dans la phase martensitique. Si la température est graduellement élevée au-dessus de A_s (point b), la fraction de phase martensitique diminuera progressivement jusqu'à zéro à la température A_r (point c). Au-delà de cette température, la phase austénitique est stable (point d). Lors d'une diminution de température, le phénomène inverse se produit et l'austénite se transforme en martensite entre M_s (point e) et M_f (point f). En deçà de cette température, la phase martensitique est stable (point a).

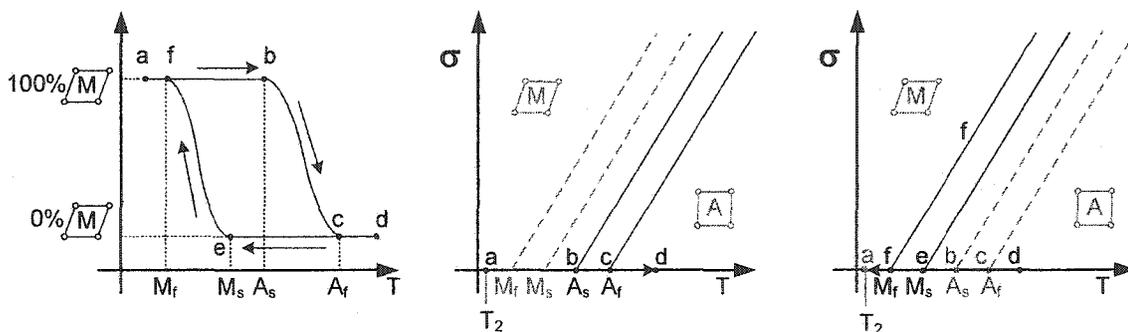


Figure 6 Hystérésis thermique

La différence de température entre les transformations austénitique et martensitique sera appelée ici l'hystérésis thermique. Bien qu'il soit mentionné de deux sortes d'hystérésis, le lecteur est prié d'observer qu'il s'agit en fait d'un seul et même phénomène. Les deux sont présentées ici séparément pour des raisons de simplification. Ainsi, l'hystérésis thermique est déterminée à contrainte constante et l'hystérésis mécanique, à température constante. Dans le cas d'un chargement complexe, il est fort probable que les deux phénomènes se produisent simultanément.

1.1.6 Effet mémoire double sens assisté

Comme nous l'avons vu précédemment, les températures de transformation dépendent du niveau de contrainte induite dans l'échantillon. Pour bien illustrer ce phénomène, il suffit de prendre le même fil ou tige superélastique de l'exemple précédent, au bout duquel un poids libre est suspendu. L'exemple du poids suspendu permet de visualiser ce qui s'appelle l'effet mémoire double sens assisté (voir figure 7). Cet effet est caractérisé par une déformation maximale à basse température et par une déformation minimale à haute température pour une même contrainte. L'amplitude de la déformation dépend de la contrainte générée dans le matériau.

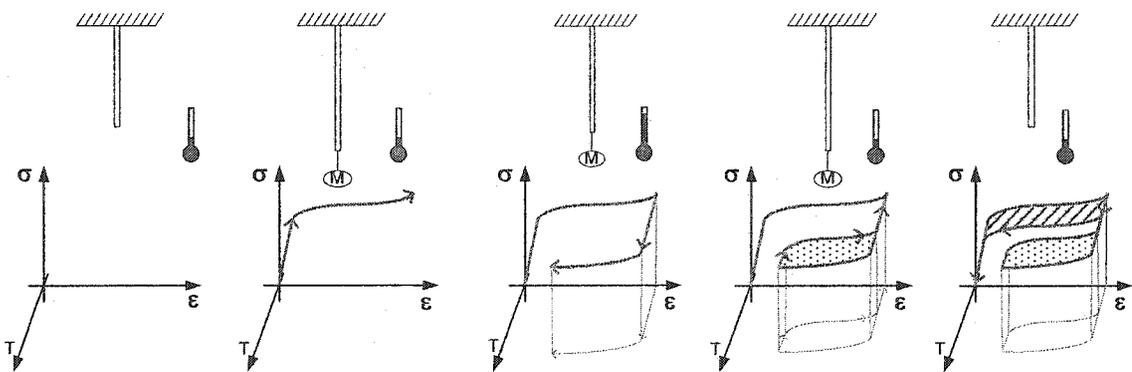


Figure 7 Effet mémoire double sens assisté

Cet exemple permet de conserver une contrainte constante³ tout au long de l'essai et permet d'observer l'hystérésis thermique sous contrainte. Ainsi, le poids est attaché au fil et, si une contrainte suffisamment grande est appliquée, le matériau traversera successivement σ_{Ms} et σ_{Mf} (figure 8 a-b) respectivement la contrainte de début et de fin de transformation directe. Au-delà de σ_{Mf} , la transformation est complétée et il y a déformation élastique de la martensite (figure 8 b-c). Ensuite, une augmentation de température est induite au matériau. Au début rien ne se produit, mais lorsque la température atteint A_s^σ , la transformation austénitique prend place et un retour de forme (ou diminution de la déformation) est observé jusqu'à ce que la température atteigne A_f^σ (figure 8 c-d-e). Lorsque la température est ensuite diminuée, le retour à la position de déformation maximale se produit entre M_s^σ et M_f^σ (figure 8 f-g-h). Finalement, lorsque la contrainte est réduite, l'hystérésis mécanique est observée (figure 8 i-j-k-m).

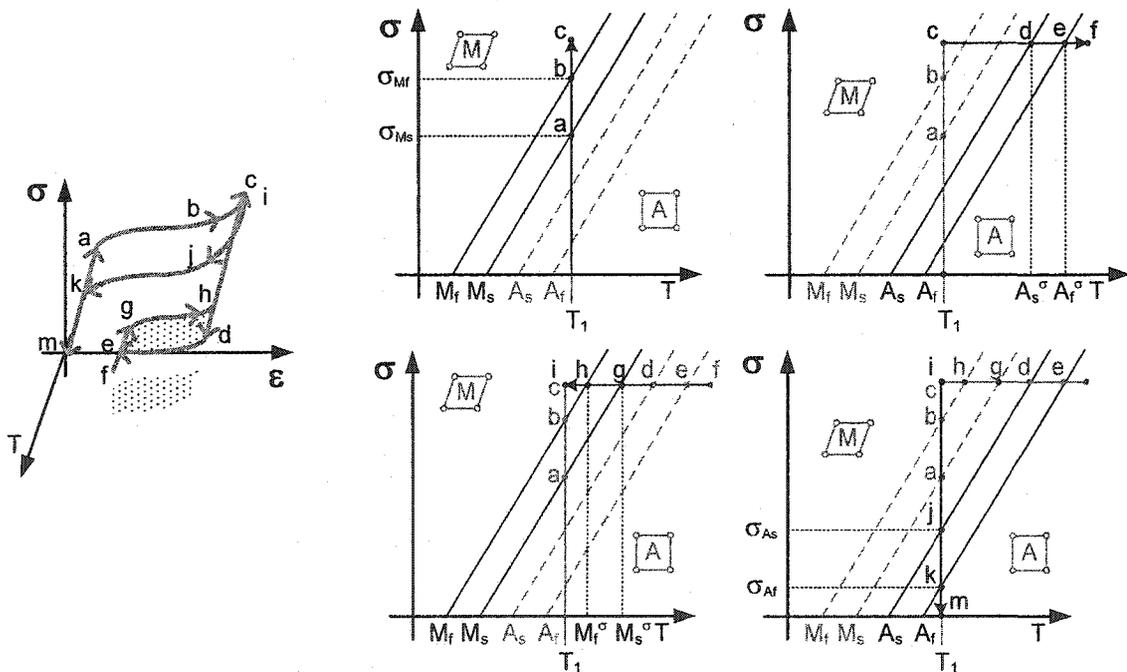


Figure 8 Effet superélastique suivi d'un effet mémoire double sens assisté à contrainte constante

³ L'effet de réduction de section, dû à l'allongement axial, est négligé ici.

1.1.7 Génération de contrainte

Le dernier cas traité ici concerne la génération de contrainte. La génération de contrainte se produit lorsqu'un AMF préalablement déformé est à la fois chauffé et empêché de reprendre sa forme. Bien que l'on puisse produire cet effet aussi bien dans un AMF EMF ou SÉ, le cas d'un échantillon SÉ est présenté. Pour illustrer cet exemple, il faut imaginer un fil préalablement déformé dont les deux extrémités ont été encastrées. Le fil est par la suite chauffé et une contrainte est générée à l'intérieur du fil (voir figure 9).

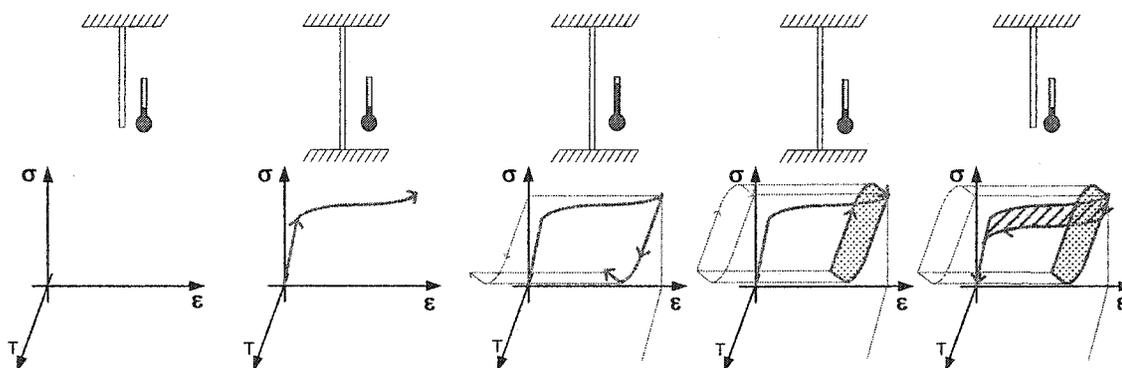


Figure 9 Génération de contrainte

La description qui suit se rapporte à la figure 10. Le comportement est presque le même que celui décrit à la section 1.1.6 à la différence que lorsque la température atteint A_s^σ (point d), la contrainte augmente jusqu'à ce que la conjonction de la température et de la contrainte générée atteigne A_r^σ (point e)⁴. Au-delà de cette température, la contrainte n'augmente plus. Lors de la baisse de la température, la contrainte sera maintenue jusqu'à ce que la température atteigne M_s^σ (point g). Par la suite, toute diminution de température sera accompagnée d'une diminution de contrainte. Lorsque la température aura atteint M_r^σ (point h), la contrainte sera stabilisée

⁴ Pour certains alliages, l'échantillon plastifiera avant d'atteindre le point e.

pour toute autre température inférieure (point i). S'il y a relâchement de la condition d'encastrement, la forme initiale de l'échantillon sera retrouvée.

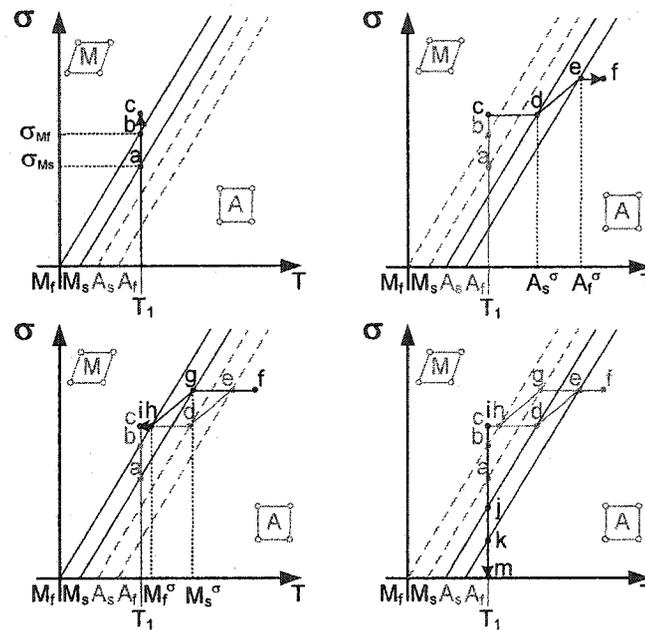


Figure 10 Effet superélastique suivi d'une génération de contrainte à déplacement constant

1.1.8 Sous cycles

Il n'est pas nécessaire de compléter la transformation pour voir apparaître une hystérésis, qu'elle soit mécanique ou thermique. Les transformations ou les réorientations incomplètes sont appelées sous-cycles et sont observées lors de chargements et de déchargements dits partiels. Une courbe expérimentale représentative d'un comportement superélastique contenant un sous-cycle de chargement mécanique et un sous-cycle de déchargement mécanique partiel est présentée à la figure 11. Il est à noter qu'un sous-cycle thermique démontre un comportement semblable.

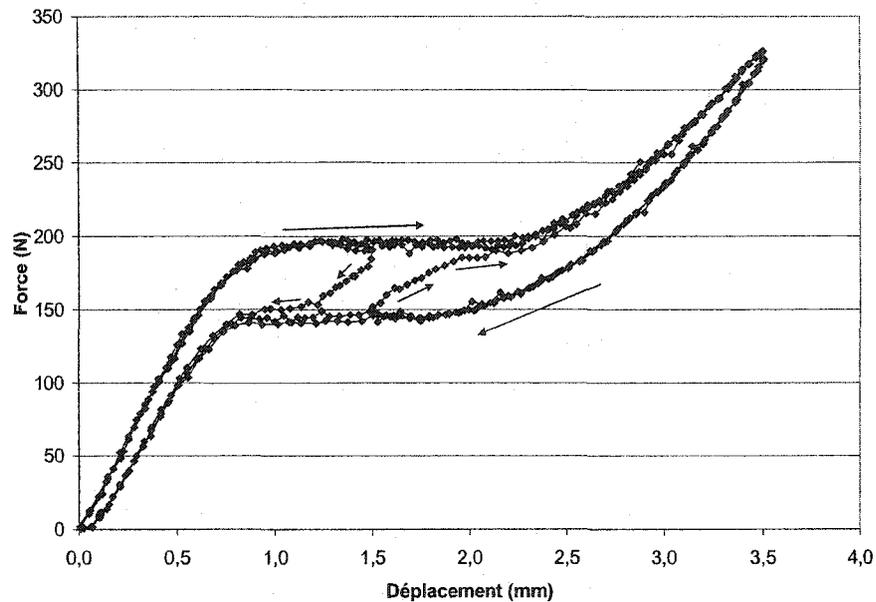


Figure 11 Courbe force/déplacement avec chargement et déchargement partiel (sous-cycles)

1.2 Effets secondaires

Les caractéristiques décrites dans la section qui suit peuvent être très importantes dans le comportement des AMF, mais sont beaucoup plus compliquées à modéliser. Elles ne sont donc, pour la plupart, pas incluses dans les modèles qui sont présentés dans ce mémoire⁵. Elles sont néanmoins discutées ici et pourraient prendre place dans une évolution subséquente du modèle. Le lecteur intéressé à un approfondissement de ces questions est dirigé vers la référence [1].

1.2.1 Plastification

Pour les AMF comme pour les matériaux courants, si une contrainte ou une déformation trop élevée est appliquée, il y aura plastification du matériau. Le résultat de

⁵ Exception faite de la sensibilité à la pression qui est modélisée dans la loi de matériau SMA de ANSYS 8.0

la plastification est une déformation irréversible causé par le glissement des dislocations. La figure 12 montre l'évolution de la déformation résiduelle suite au déchargement en fonction du degré de plastification.

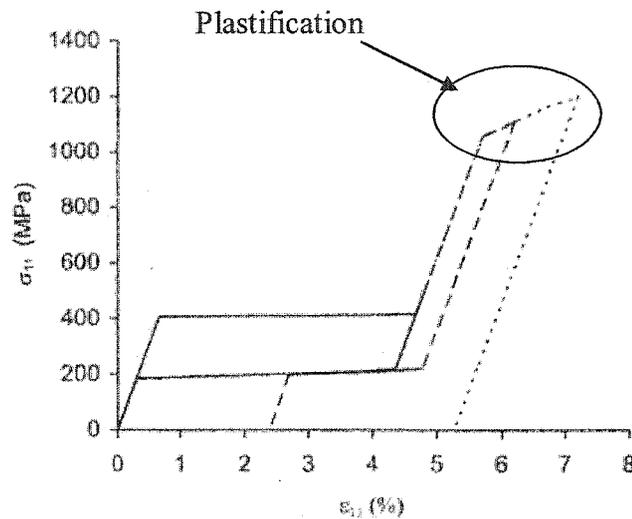


Figure 12 Influence de la plastification sur la déformation résiduelle [3]

1.2.2 Comportement non symétrique

Bien qu'il soit possible d'obtenir des propriétés isotropes (mêmes propriétés dans toutes les directions) pour les alliages à mémoire de forme, les propriétés des AMF ne sont pas symétriques en tension et en compression. Pour cette raison, il est préférable de laisser le critère de limitation habituel de von Mises pour déterminer la contrainte à laquelle il y a transformation de phase et de le remplacer par le critère de Drucker-Prager ou un critère non symétrique semblable. Ce dernier permet de représenter l'écart entre la contrainte de transformation des phases en tension et en compression par l'utilisation d'un facteur α . La figure 13 présente l'asymétrie du critère Drucker-Prager⁶ par rapport au critère von Mises. Les lettres T et C correspondent

⁶ Ce critère est celui utilisé par le modèle SMA de ANSYS 8.0 (voir section 1.4.3) mais le modèle AMFV 1D présenté dans ce mémoire est limité pour le moment au critère de von Mises.

respectivement à un état de contrainte en tension et en compression. Lorsque la valeur de $\alpha=0$, le critère se superpose sur la courbe du critère de von Mises.

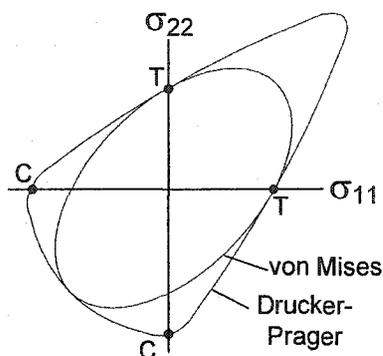


Figure 13 Critère de Drucker-Prager versus von Mises

1.2.3 Changement de volume

L'austénite présente généralement une maille de cubique centré simple alors que la martensite présente une maille monoclinique⁷ [4]. Comme il y a changement de structure de maille lors du changement de phase, il y a aussi changement de volume du matériau. Les différentes techniques utilisées donnent toutes des variations de volume inférieures à 0.5% pour les alliages de nickel titane [1].

1.2.4 Influence de la vitesse de déformation

La vitesse de déformation peut avoir une influence sur les courbes de traction effectuées sur un même alliage (voir figure 14). Il a déjà été mentionné que les propriétés mécaniques des AMF dépendent beaucoup de la température (voir figure 4). Ainsi, plus la température augmente, plus la contrainte de transformation augmente et inversement. Le fait que les propriétés mécaniques soient dépendantes de la vitesse d'application de la contrainte est dû à la chaleur latente de la transformation

⁷ Ce dit d'un système cristallin dont la symétrie a la forme d'un prisme oblique à quatre faces latérales parallélogrammatiques et à deux bases rectangulaires.

martensitique. Le passage de l'austénite à la martensite est exothermique tandis que le passage de la martensite à l'austénite est endothermique. Alors, si la vitesse de déformation est suffisamment grande et que la chaleur latente n'a pas le temps d'être expulsée de l'échantillon, il y a alors accumulation de celle-ci et les propriétés mécaniques sont augmentées. Lors de la transformation inverse, la température de l'échantillon est diminuée de même que les contraintes mécaniques [1].

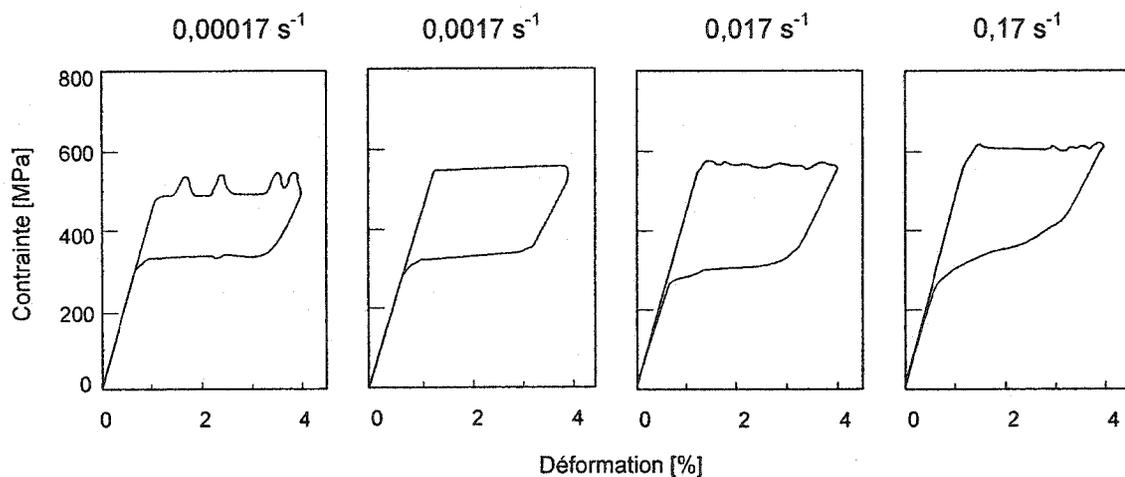


Figure 14 Influence de la vitesse de déformation sur les propriétés mécaniques du NiTi [5]

1.2.5 Stabilisation

Lors des premiers cycles d'un alliage SÉ en traction, une diminution des contraintes de transformations directe et inverse est habituellement observée, accompagnée d'une accommodation dans le sens de la déformation (voir figure 15). Après un certain nombre de cycles, l'alliage se stabilise et offre une performance constante sur un grand nombre de cycles. Cette période de transition est souvent nommée stabilisation. Le nombre de cycles nécessaires à la stabilisation et le nombre de cycles stables par la suite dépendent de plusieurs facteurs comme le traitement thermomécanique, la composition du matériau et le niveau de déformation que subit le matériau lors du cyclage.

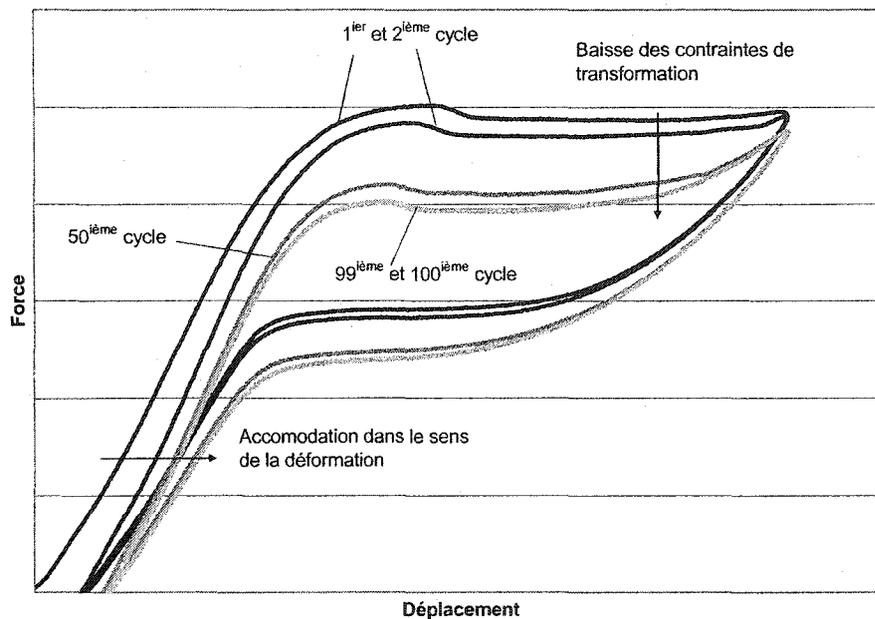


Figure 15 Stabilisation d'un échantillon

1.3 Applications des alliages à mémoire de forme

Les AMF ont été utilisés et sont encore utilisés aujourd'hui de multiples façons dans de multiples applications. Plusieurs brevets ont été déposés et sont déposés encore aujourd'hui. Les principales applications utilisent la propriété superélastique des AMF pour des montures de lunettes ou des appareils orthodontiques, mais surtout pour des applications médicales telles des stents et fils guides. Cependant, les AMF peuvent aussi être utilisés comme actionneurs. Une valve à air miniature, une rondelle Belleville, une microvalve et un indicateur de dépassement de température sont aussi des applications possibles. Comme actionneurs, les AMF offrent certains avantages par rapport à d'autres technologies comme les actionneurs à cire, les bimétaux, les actionneurs magnétostrictifs, les solénoïdes et les actionneurs piézoélectriques. Les actionneurs en AMF sont caractérisés, par rapport aux actionneurs nommés précédemment, par une très haute densité énergétique ($1-5 \text{ J/cm}^3$), une grande course (jusqu'à 8% de la longueur) de type *step* (par opposition à une actuation progressive linéaire), un bon rapport force/course (voir figure 16), un temps de réponse relativement long et une hystérésis variant de légère à grande [1]. Le moyen d'activation, par la

chaleur directe ou indirecte (effet Joule dû au passage d'un courant électrique), est la raison de la lenteur de la réaction.

Il est facile d'apprécier l'intérêt de la médecine pour les AMF à travers les nombreux avantages du Nitinol. En effet, il est possible de tirer partie de plusieurs des propriétés propres à ce matériau. Le déploiement SÉ (pour les stents, voir figure 17), la résistance au flambage (pour les tubes de cathéter), la biocompatibilité, mais aussi l'hystérésis et le plateau de déformation à « contrainte constante » [6]. Un des appareils des plus complexes utilisant le déploiement SÉ du Nitinol est probablement l'ASDOS (Atrial Septal Defect Occlusion Device) qui permet de boucher de petits trous pouvant se loger dans les parois de l'oreillette du coeur (figure 17). Certains filtres (Simon vena cave filter), employés pour filtrer les caillots de sang et les empêcher d'atteindre le coeur ou les poumons, utilisent la sensibilité à la température du Nitinol pour prendre leur forme finale seulement lorsqu'ils ont pris leur position définitive et qu'ils soient réchauffés par la chaleur du sang circulant au même endroit [2].

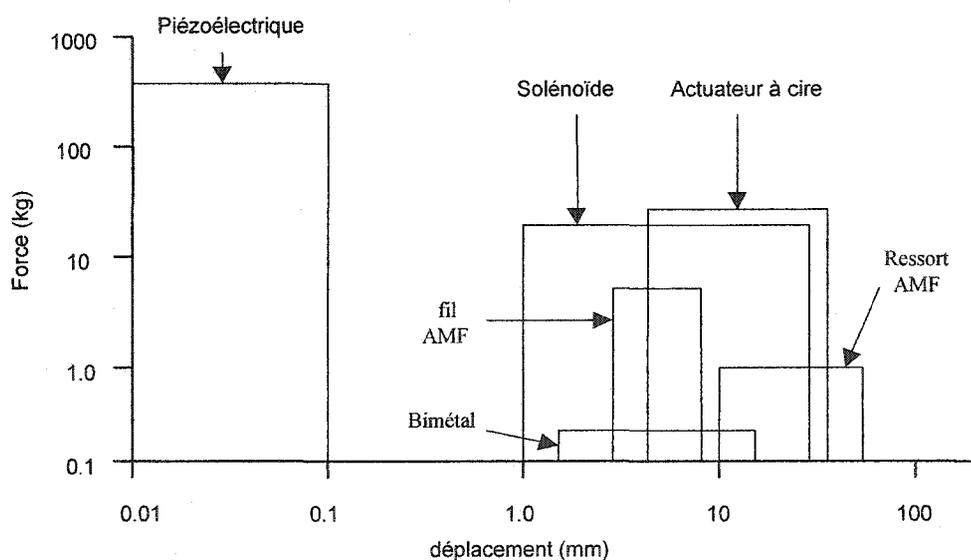


Figure 16 Borne typique de force/déplacement pour divers types d'actionneurs [1]

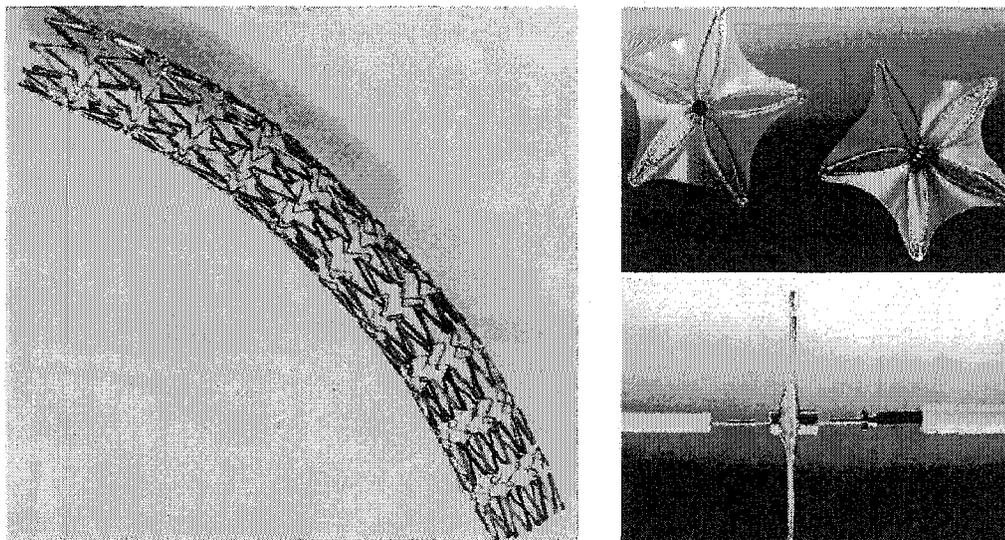


Figure 17 Stent cardiovasculaire et appareil d'occlusion atrial septal

1.4 Présentation des différentes approches de modélisation

Les principales tendances de modélisation pour recréer les propriétés des AMF sont la micromodélisation, la macromodélisation et la modélisation phénoménologique. Chaque approche possède ses propres avantages et faiblesses. L'approche phénoménologique a été choisie pour le modèle présenté dans ce mémoire.

1.4.1 Micromodélisation

La micromodélisation, comme le suggère le nom, aborde le phénomène de la transformation martensitique par la modélisation des phénomènes apparaissant au niveau microscopique. Les pionniers de ce type de modèle sont Likhatchev [7] et Patoor [8]. Ce dernier va jusqu'à modéliser le potentiel thermodynamique de Gibbs d'un volume polycristallin à l'intérieur duquel l'austénite et les 24 variantes de martensite peuvent coexister et interagir ensemble. L'avantage de ce principe de modélisation est qu'il utilise des relations constitutives qui peuvent décrire et expliquer plusieurs phénomènes physiques ayant lieu durant la transformation martensitique. Cependant, les constantes de matériau nécessaires au modèle sont souvent difficiles à mesurer. Par exemple, l'utilisation de cette technique nécessite la connaissance de l'orientation

de départ de chaque grain, ce qui est inimaginable pour une véritable pièce. Des hypothèses concernant l'orientation statistique des grains doivent donc être posées.

1.4.2 Modélisation macroscopique

La modélisation macroscopique utilise des propriétés qui représentent les caractéristiques d'un volume et non celle de la microstructure. Elle utilise toutefois des propriétés thermodynamiques et peut donc être considérée, à l'instar de la micromodélisation, comme une méthode fondamentale. Cependant, encore une fois, les constantes qui caractérisent le matériau peuvent être difficiles à établir. Le modèle de Tanaka [9] permet de modéliser le comportement SÉ, l'EMF et la génération de contrainte. Certains autres modèles, basés sur ce dernier, permettent même de modéliser l'augmentation de déformation résiduelle et la réduction de l'élongation en fonction du nombre de cycles [10]. Le tableau de cette approche ne serait pas complet sans mentionner les travaux de Lagoudas [11], Bourbon et LExcellent [12] ainsi que de Sun et Hwang [13].

1.4.3 Modélisation phénoménologique

La modélisation phénoménologique utilise les constantes du matériau fixées par les résultats expérimentaux tels des essais de tractions. Bien qu'elle ne se base pas sur la physique du comportement du matériau, elle peut représenter assez fidèlement le comportement. La calibration du modèle est facilitée par le fait que les propriétés sont obtenues à partir d'un équipement courant de caractérisation de matériau.

Un des modèles les plus avancés de cette approche est celui développé par Terriault et al. [14]. Leur modèle permet de simuler le comportement des AMF ainsi que l'hystérésis thermique et mécanique. Grâce à une approche phénoménologique profitant du krigeage comme interpolateur numérique, les comportements SÉ et l'EMF sont représentés avec beaucoup de réalisme. Le matériau est caractérisé par des courbes de tension obtenues à différentes températures. Le résultat est deux surfaces dessinées dans les dimensions contrainte/déformation/température correspondantes

aux surfaces de chargement et de déchargement. Le seul frein à ce modèle vient du fait que la méthode de krigeage permettant de définir les surfaces reste lourde et gourmande en ressource numérique.

Une représentation phénoménologique populaire du comportement SÉ est obtenue avec l'utilisation de droites correspondantes aux pentes élastiques et de transformation de l'austénite et de la martensite. Souvent, le comportement SÉ est défini en utilisant seulement deux valeurs de pentes différentes (modèle bilinéaire). Ainsi, les pentes de transformation directe et inverse sont considérées les mêmes, et, les pentes d'élasticité de l'austénite et de la martensite sont considérées identiques. Les premiers à avoir développé les modèles bilinéaires sont Müller et Xu [15]. Ils se basent sur des principes thermodynamiques et, afin de pouvoir modéliser le mieux possible les sous-cycles (voir section 1.1.8), une *droite d'équilibre* ou *d'instabilité* est introduite (figure 18 a). Les sous-cycles sont divisés en deux étapes : le retour élastique jusqu'à la *droite d'équilibre* (ou *d'instabilité*) suivi d'une transformation de phase. Cependant, ce n'est qu'avec Brandon et Rogers [16] que le modèle permettra de reproduire des courbes plus représentatives des courbes expérimentales puisqu'il admet des pentes de transformation non nulles (figure 18 b). Finalement, Gillet et al. [17] introduisent le point de retour pour le chargement et de déchargement (figure 18 c). Ce dernier critère permet de représenter assez fidèlement les sous-cycles. Cette dernière représentation a été validée expérimentalement pour des chargements relativement complexes et a permis une bonne prédiction du comportement.

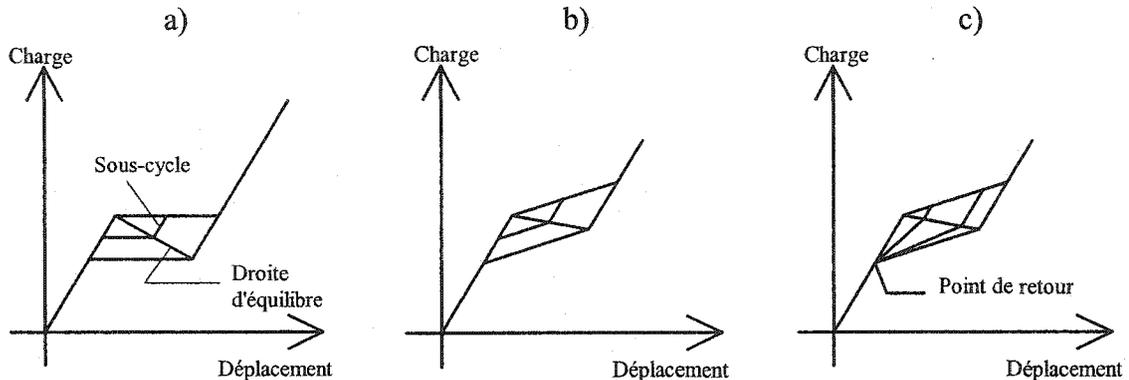


Figure 18 Différentes représentations d'un modèle phénoménologique bilinéaire a) pente de transformation nulle, b) pente de transformation non nulle, c) pente de transformation non nulle et point de retour [18]

Le modèle d'Aurichio [19] utilise un critère de la loi des mélanges pour gérer la proportion de martensite transformée et les sous-cycles. C'est d'ailleurs ce modèle qui a été employé pour programmer la loi de matériau SMA d'ANSYS 8.0. Le module d'ANSYS permet de modéliser une courbe SÉ pour un essai isotherme incluant une représentation fidèle des sous-cycles. De plus, la différence entre la contrainte de tension et de compression est considérée par l'utilisation du critère de transformation de Drucker-Prager (voir section 1.2.2). Cependant, bien que l'hystérésis mécanique (et surtout les sous-cycles) soit reproduite avec adresse et que les propriétés soient extrapolées en fonction de la température, hystérésis thermique manque puisque le cyclage en température est impossible à ce jour. En effet, la température à laquelle l'essai est effectué doit être définie au début et ne peut être changée en cours de simulation.

Les propriétés qui doivent être fournies à la loi de matériau SMA sont les suivantes (voir figure 19) : les contraintes de transformation directe (σ_{Ms} et σ_{Mf}) et inverse (σ_{As} et σ_{Af}), la déformation de transformation maximale (ϵ_{trmax}) et la variable α qui correspond à la sensibilité du matériau à la pression isostatique (voir le modèle complet dans l'aide d'ANSYS [20]). La version SMA d'ANSYS 8.0 est pour l'instant limitée aux simulations isothermes et aux pentes de martensite et d'austénite identiques.

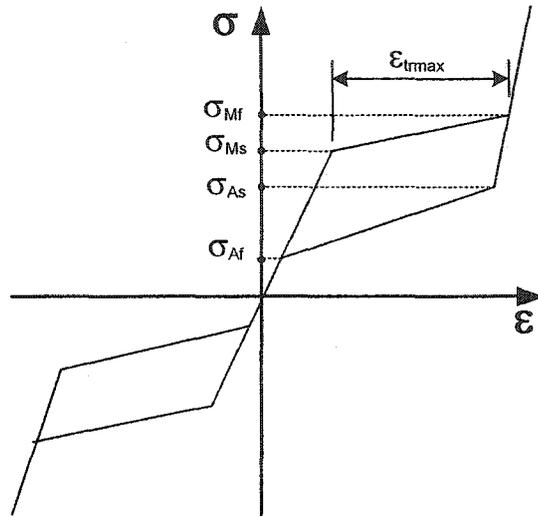


Figure 19 Paramètres de la loi SMA de ANSYS 8.0 (adapté de [20])

Le modèle SMA de ANSYS 8.0 sera utilisé pour valider les résultats isothermes obtenus avec le modèle développé dans ce mémoire.

CHAPITRE 2

IMPLANTATION DU MODÈLE AMFV 1D DANS ANSYS

Le logiciel ANSYS, un logiciel commercial exploitant la méthode des éléments finis, est établi dans un grand nombre de compagnies et d'universités. Il permet de simuler un nombre toujours grandissant de conditions frontières et de chargements complexes. La librairie d'éléments et de lois de matériau disponible est impressionnante. Dans le cadre de ce mémoire, il serait difficile, pour ne pas dire impossible, de développer un logiciel qui permettrait de simuler autant de conditions variées qu'un logiciel commercial tel ANSYS. En effet, ce type de conditions complexes est souvent rencontré lors de la conception d'un actionneur ou d'un appareil médical.

Compte tenu des modèles disponibles pour la modélisation des AMF, le choix est arrêté sur une approche phénoménologique bilinéaire avec une gestion des sous-cycles de la plus simple façon que ce soit : un retour élastique entre les pentes de transformation (voir figure 20). Cette méthode a l'avantage d'être facile de programmation, de permettre la simplification de la gestion des chargements thermiques (voir section 2.2.5.1 sur les limitations du modèle) et de permettre une relativement grande liberté concernant les constantes du matériau nécessaire à la calibration du modèle. Le modèle développé est appelé AMFV 1D (Alliage Mémoire de Forme François Viens 1D) pour le reste du texte.

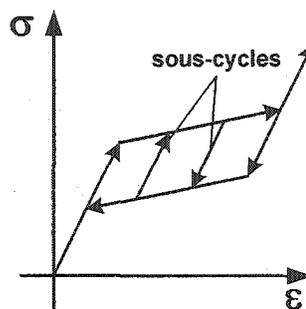


Figure 20 Représentation des sous-cycles du modèle AMFV 1D

Compte tenu de ces considérations, l'approche phénoménologique a été choisie pour la programmation de la loi de matériau AMF dans le logiciel utilisant la MEF qu'est ANSYS. Bien qu'il existe bien d'autres programmes perfectionnés tels ABAQUS et NASTRAN, le choix s'est arrêté sur ANSYS. En effet, il s'agit du programme d'analyse par éléments finis le plus puissant disponible à l'ÉTS.

La suite du chapitre est constituée d'explications sur le fonctionnement du logiciel ANSYS, sur les lois de matériau BISO (*Bilinear ISotropic* déjà programmée dans ANSYS) et AMFV 1D (sujet du mémoire) et sur la façon de trouver les paramètres nécessaires à la loi de matériau AMFV 1D par la caractérisation d'un alliage particulier.

2.1 Interaction avec le logiciel ANSYS

Il existe principalement deux façons d'effectuer des analyses avec ANSYS. La première est d'utiliser l'interface GUI (Graphical User Interface), qui permet d'interagir avec ANSYS par des menus déroulants et autres fenêtres. La deuxième méthode est d'utiliser des fichiers de format texte pour ensuite les faire exécuter par ANSYS (*Read Input from...* du menu déroulant *File*). Bien que la première méthode soit de loin la plus conviviale pour le néophyte, l'utilisateur plus expérimenté trouvera très rapidement plusieurs inconvénients à l'utilisation unique et linéaire du GUI. Par exemple, il est plus avantageux de développer de nouvelles analyses ou de tenter de résoudre un problème par la méthode de fichier texte puisque qu'il est plus facile de modifier une seule variable ou ligne de code et de relancer l'analyse aussitôt. Il est bien sûr possible de combiner les deux, soit de faire une partie en texte (la géométrie et les propriétés des matériaux par exemple) et l'autre par GUI (imposition des conditions frontière et l'affichage des résultats). En fait, l'analyse des résultats est souvent faite en mode GUI. Peu importe la méthode employée, il est important de suivre un certain ordre pour chaque analyse. Généralement, la procédure est la suivante :

1. Énumérer et définir les paramètres nécessaires (dans le cas d'une modélisation paramétrique), choisir le type d'éléments utilisé, les propriétés du matériau et construire la géométrie.

2. Effectuer le maillage et établir les conditions frontières.
3. Appliquer les charges.
4. Lancer l'analyse.
5. Afficher les résultats.

2.2 Programmation par module

La programmation par module est appelée en anglais *UPF (User Programmable Features)*. Cette approche est la façon standard de développer de nouveaux modules lorsque l'utilisateur ne trouve pas les comportements désirés dans la librairie offerte par le programme d'éléments finis. Ceux-ci peuvent être de nouveaux éléments ou de nouvelles lois de matériaux par exemple. Ces nouveaux modules pourront éventuellement être incorporés aux futures versions d'ANSYS. Le lecteur intéressé est dirigé vers le *Guide to ANSYS User Programmable Features* [21].

Cette section est divisée en cinq parties et constitue le cœur de ce mémoire. La première partie contient la procédure à utiliser pour la programmation d'une loi de matériau, augmentée d'astuces et de conseils ainsi que d'un paragraphe sur les erreurs les plus fréquentes faites lors de l'implantation de la loi de matériau. La deuxième partie concerne la résolution des problèmes linéaires et non linéaires dans ANSYS. La troisième partie explique les interactions entre la Loi de Matériau (LM, programmée ou non par l'utilisateur) et le Programme Principal (PP, cœur du programme d'ANSYS). Ces explications sont augmentées d'une présentation de la LM BISO⁸, offerte dans la librairie d'ANSYS, et dont le code de programmation est ouvert. Finalement, des explications sur la loi de matériau AMFV 1D sont données et les limitations du modèle, énumérées. La suite du texte tient pour acquis que le lecteur possède des connaissances du logiciel ANSYS, du langage Fortran et de la méthode des éléments finis.

⁸ Il s'agit en fait d'une version légèrement modifiée dont le code est fourni à l'annexe 3.

2.2.1 Procédure de programmation d'une loi de matériau avec USERMAT

Le module *usermat* a été spécialement conçu pour donner la possibilité aux usagers d'ANSYS de créer leur propre loi de matériau. Le but de cette section est de montrer comment il est possible d'introduire sa propre loi de matériau à l'intérieur du logiciel ANSYS en donnant quelques trucs et en énumérant les erreurs les plus fréquentes.

En plus des lois de matériaux, ANSYS permet de créer ses propres éléments ou lignes de commande personnalisées. Un livre intitulé *Guide to ANSYS User Programmable Feature* [21] est disponible pour faciliter le travail de l'utilisateur. De plus, des fichiers d'exemples sont disponibles dans un répertoire spécifique. Ce répertoire est le `\ansys61\custom\user\intel`. Les étapes à suivre afin d'incorporer la loi de matériau à l'intérieur d'ANSYS⁹ afin de l'utiliser comme une loi d'un matériau courant sont présentées ci-dessous.

1. Créer un répertoire ou dossier de travail.
2. Copier les fichiers suivant (contenus dans le dossier `\ansys61\custom\user\intel`) dans votre répertoire de travail : *ansyscust.bat*, *makefile*, *ansysex.def*, *ansys.dll*, *mnflib.dll* et tous autres fichiers qui seront modifiés (*Usermat.f*, *usermat1d.f*, *usermatps.f*, *usermatbm.f* et *usermat3d.f* dans le cas présent).
3. Modifier les fichiers selon vos besoins.
4. Exécuter le fichier *ansyscust.bat*.
5. Une fois que tous les fichiers ont été compilés, un fichier exécutable *ansys.exe* apparaît dans le répertoire de travail. Activer le fichier exécutable *ansys.exe* créé en tapant la commande suivante dans une fenêtre MsDOS : *ansys61cust -custom <chemin d'accès> -p <variable du produit>*¹⁰.

⁹ La procédure qui suit correspond à la procédure à suivre pour les versions 6.1 à 7.1 de ANSYS installées sur une plateforme de type Intel.

¹⁰ Par exemple : *ansys61cust -custom D:\mon_ansys\ansys.exe -p ansysuh*

6. Utiliser ANSYS normalement, mais en appelant la loi de matériau *user* (voir l'exemple en annexe 6 utilisant la loi de matériau AMFV 1D appelée *user* dans le fichier texte).

Notez que pour ce qui est de la commande à taper dans l'invite Ms-DOS, le chemin d'accès correspond à l'endroit sur l'ordinateur où est placé le fichier exécutable *ansys.exe* créé par la procédure (tel que *c:\mon_ansys\ansys.exe*) et la variable du produit correspond à la version du logiciel ANSYS (tel que *ansysuh* pour *ansys university high option*, information affichée à l'écran lors du démarrage de la version non modifiée d'ANSYS sur l'ordinateur). Il est conseillé d'être dans le répertoire de travail lors du lancement du fichier exécutable *ansys.exe*.

2.2.1.1 Les fichiers de loi de matériau

ANSYS utilise un compilateur Fortran qui doit être installé sur l'ordinateur pour compiler les fichiers modifiés en langage machine. La version du compilateur doit être à tout le moins aussi récente que *Fortran77*. ANSYS gère lui-même l'appel du compilateur si bien qu'il n'est pas nécessaire d'ouvrir le programme Fortran pour que tout fonctionne correctement.

Les fichiers nécessaires à la programmation d'une loi de matériau sont à deux niveaux. Le premier niveau est le fichier *usermat* (fichier fourni en annexe 2) qui fait le choix de la LM à utiliser en fonction du type d'élément (1D, 2D, 3D, etc.). Le deuxième niveau est la LM elle-même qui porte le même nom que le fichier de premier niveau, mais avec deux lettres supplémentaires à la fin afin de distinguer la LM pour le type d'élément particulier (voir figure 21). C'est à ce dernier niveau que le calcul des contraintes, par exemple, est effectué. Ainsi, les fichiers *usermat1d*, *usermatps*, *usermatbm* et *usermat3d* (regroupé sous le nom de *usermat*** pour le reste du texte) sont en fait la seule et même loi de matériau, mais respectivement pour un élément à une dimension, de type déformation plane (*plain strain*), de type contrainte plane (*beam*) et pour un élément à trois dimensions. Il est possible de changer le nom des fichiers *usermat*** mais pas le nom du fichier *usermat*. Si le nom d'un des fichiers *usermat*** est modifié, il

doit aussi être modifié dans le fichier *usermat* afin que celui-ci appelle le bon fichier lorsqu'il a identifié le type d'élément utilisé.

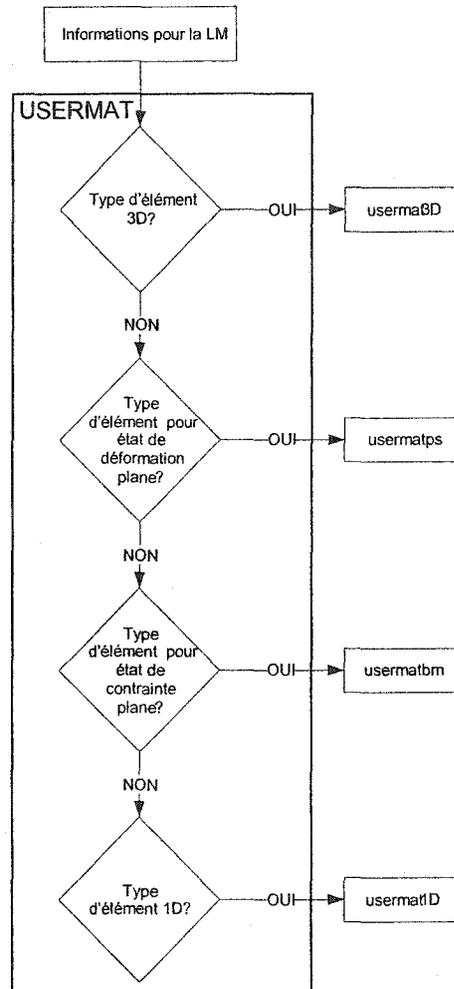


Figure 21 Choix des LM à utiliser en fonction du type d'élément

Lors du développement d'une LM, il est recommandé de créer un fichier texte externe dans lequel l'état des variables du fichier *usermat*** est envoyé afin de suivre plus facilement l'évolution des variables à chaque itération. Le tableau I présente un exemple simple de code à insérer dans la LM *usermat*** pour envoyer le nom de l'étape de chargement (*ldstep*) dans le fichier *var_file.txt*. Ainsi, chaque fois que la LM est appelée par le PP, l'état des variables demandées est inscrit dans le fichier.

Tableau I

Code à taper dans la loi de matériau permettant
d'écrire le numéro d'étape dans un fichier texte

Lignes de code	Commentaires
CHARACTER*40 BIDON	Déclaration d'une variable qui contient les données lues.
OPEN(1,FILE='d:\mon_ansys\var_file.txt', STATUS='UNKNOWN')	Ouvre le fichier <i>var_file</i> dans le répertoire mentionné, fichier auquel le numéro d'identification 1 est attribué et dont le statut est inconnu (cas le plus général).
100 CONTINUE	Continuer la lecture du programme.
READ(1,*,END=200) BIDON	Lire les données contenues dans le fichier portant le numéro 1 et les mettre dans la variable BIDON. Si EOF est rencontré, aller à l'indice 200.
GO TO 100	Retourner à l'indice 100.
200 CONTINUE	Continuer la lecture du programme.
WRITE(1,*)'Load step', ldstep	Écrire dans le fichier le texte <i>Load step</i> ainsi que la valeur correspondante à la variable <i>ldstep</i> .
ENDFILE(1)	Ajouter un EOF à la fin du fichier portant le numéro d'identification 1.
CLOSE(1)	Fermer le fichier portant le numéro d'identification 1.

2.2.1.2 Résolution des problèmes les plus fréquents

- Si les fichiers *ansys.dll* et *mnflib.dll* ne sont pas visibles dans le répertoire *user* de ANSYS, activer la commande *affichage des fichiers invisibles* dans les options de l'explorateur Windows.
- Le compilateur crée un fichier *.m* pour chaque fichier *.f* inclus dans le répertoire. Si le fichier *.m* correspondant n'apparaît pas à la suite de l'exécution du *ansyscust.bat*, c'est parce que le fichier *.f* contient au moins une erreur. Il est possible de trouver plus facilement les erreurs en essayant préalablement de compiler le fichier directement dans le logiciel Fortran contenant un débogueur.

2.2.1.3 Notes importantes

- Ne pas changer le nom du fichier *usermat*. Ce fichier indique à ANSYS quel fichier contenant la loi de matériau est à utiliser. Il est possible de changer le nom des fichiers *usermat*** mais il ne faut pas oublier de changer aussi le nom de l'en-tête (première ligne du fichier). Il est aussi nécessaire de changer le nom de la variable externe et le nom sur la ligne de commande *call* du fichier *usermat*.
- Ne pas changer le nom des variables globales.
- Si le nom d'une variable locale est changé, ne pas oublier de la déclarer.
- Bien se conformer au format Fortran pour toutes les variables et faire attention de ne pas dépasser le nombre de caractères maximums par ligne de code, lesquels deviennent verts (couleur des commentaires) lorsque la longueur est dépassée.
- Vérifier si tous les index numériques de lignes sont accompagnés d'un *continue*.

2.2.2 Résolution de problème linéaire et non linéaire dans ANSYS

Avant de pouvoir expliquer clairement la méthode de fonctionnement d'une loi de matériau à l'intérieur d'ANSYS, il est nécessaire d'expliquer la théorie qu'utilise le programme pour résoudre les problèmes auxquels il est soumis. Dans un problème linéaire, l'équation (2-1) est utilisée pour trouver les déplacements des nœuds dus à l'application d'une force extérieure [20; 22].

$$[K]\{U\} = \{F^{app}\} \quad (2-1)$$

où $[K]$ est la matrice de rigidité, $\{U\}$ est le vecteur déplacement des noeuds que l'on cherche à trouver et $\{F^{app}\}$, le vecteur des forces extérieures. Un exemple de problème linéaire est une tige en tension simple soumise à des petites déformations. La matrice $[K]$ dépend de la structure géométrique et des propriétés du matériau et est donnée par l'équation suivante :

$$[K_i] = \int [B_i]^T [D_i] [B_i] d(vol) \quad (2-2)$$

où $[B]$ est la matrice déformation/déplacement sur le plan de la géométrie de l'élément évaluée aux points d'intégrations et $[D]$, la matrice de déformation/contrainte à l'étape i (ou matrice de rigidité matériau).

La contrainte est alors calculée à partir de

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\} \quad (2-3)$$

où $\{\varepsilon\}$ est la matrice de déformation calculée par

$$\{\varepsilon\} = [B]\{U\}. \quad (2-4)$$

Afin d'arriver à une solution, la matrice de rigidité peut être calculée une seule fois pour la simple et bonne raison que la géométrie et les propriétés du matériau ne dépendent pas du déplacement des nœuds (petits déplacements) et sont donc constantes tout au long de la résolution.

Souvent, lorsque les déformations dépassent une certaine limite (quelques pourcents), les changements de géométrie dus à ces déformations ne peuvent plus être négligés. Dans ce genre d'analyse, appelée *analyse avec grandes déformations* ou à *géométrie non linéaire*, la matrice de rigidité dépend des déplacements. Les grandes déformations, cas le plus complexe, sont supportées par ANSYS aussi bien dans un

cas d'analyse statique ou transitoire (ANTYPE,STATIC ou ANTYPE,TRANS) et sont activées par la fonction suivante : NLGEOM,ON.

Pour un problème non linéaire, il convient plutôt d'utiliser la formule suivante

$$[K_i']\Delta u_i = \{F_i^{app}\} - \{F_i^{nr}\} \quad (2-5)$$

où la matrice de tangence $[K_i']$ a la forme de :

$$[K_i'] = [K_i] + [S_i] \quad (2-6)$$

où $[K_i]$ est la matrice de rigidité habituelle et $[S_i]$ est la contribution de la rigidité de contrainte (ou rigidité géométrique).

La matrice des forces de restauration (*restoring force*), c'est-à-dire les forces dues à la contrainte dans les éléments est :

$$[F_i^{nr}] = \int [B_i]^T [\sigma_i] d(vol) \quad (2-7)$$

Un exemple de géométrie non linéaire est le déplacement d'une poutre telle qu'illustrée à la figure 22. Si la poutre est assez souple, le bras de levier change au fur et à mesure que la poutre fléchit (δ). Comme la géométrie de la poutre change en fonction de la force appliquée (P), la relation force/déplacement n'est plus linéaire et on parle alors de la *géométrie non linéaire*.

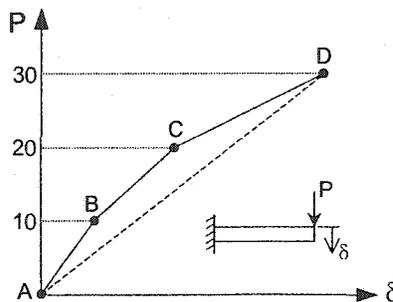


Figure 22 Géométrie non linéaire (tiré de [1])

ANSYS utilise la méthode de Newton-Raphson pour résoudre les problèmes non linéaires. Cette approche, dite du Lagrangien renouvelé, utilise un processus itératif en se servant du dernier résultat obtenu pour calculer le prochain. Afin d'obtenir la convergence, l'équation (2-8) doit être satisfaite et la différence entre deux itérations doit être inférieure au critère de convergence. L'équation (2-8) et la figure 23 permettent de voir comment la variation de position des nœuds à l'itération i $\{\Delta U_i\}$ est résolue à l'aide de la rigidité calculée lors de la dernière itération $(i-1)$ $[K'_{i-1}]$.

$$[K'_{i-1}]\{\Delta U_i\} = \{F^{app}\} - \{F^{nr}_{i-1}\} \quad (2-8)$$

où $\{F^{app}\}$ et $\{F^{nr}_{i-1}\}$ sont respectivement le vecteur des forces extérieures appliquées et le vecteur des forces internes aux éléments.

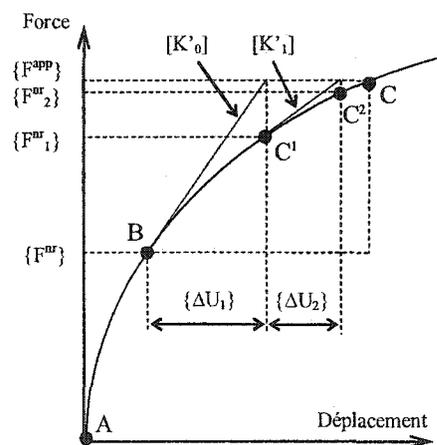


Figure 23 Algorithme de Newton-Raphson (tiré de [1])

Ainsi, à chaque début de solution, la méthode évalue le vecteur d'équilibre des forces entre les forces appliquées et les forces de restauration (dû à la contrainte dans les éléments). Le programme applique une solution linéaire en utilisant le vecteur d'équilibre et si le critère de convergence n'est pas vérifié, le vecteur d'équilibre est réévalué. Ce processus itératif est répété jusqu'à la convergence. Si le processus ne porte pas fruit, le programme essaie de converger avec un plus petit incrément de charge.

On nomme *étape* (*step* dans ANSYS) chaque charge appliquée et *itération* chaque calcul effectué pour permettre de converger à la charge appliquée (ou étape). Ainsi, une étape peut nécessiter une seule ou plusieurs itérations. Lorsque le processus itératif ne permet pas la convergence, il est possible de diviser l'étape en sous-étapes (*substep* dans ANSYS).

Afin de mieux visualiser l'influence graduelle de la charge, il arrive souvent que l'on doive appliquer la charge en plusieurs étapes. Ainsi, à la figure 22, on peut voir que même si le résultat final est le même, le premier chemin (A à D) ne permet pas d'apprécier le comportement non linéaire du déplacement de la poutre en fonction de la charge appliquée, alors que le deuxième le permet (A-B-C-D). Le lecteur intéressé à plus de détails est référé à Bathe [22] et à la documentation d'ANSYS [20].

2.2.3 Interaction entre la loi de matériau et le programme principal

Avant d'aller plus loin, il doit être mentionné qu'il n'existe, à la connaissance de l'auteur et du soutien technique d'ANSYS Canada (ROI Engineering Inc.), aucun document disponible au public qui explique avec un degré de détail acceptable (tel un schéma logique) le fonctionnement logique de l'interaction entre la loi de matériau et le reste du programme. Les schémas et explications qui suivent ont donc été déduits suivant de nombreuses heures d'utilisation du logiciel, mais il est possible que le fonctionnement réel d'ANSYS diffère.

Les interactions entre la LM et le PP sont schématisées à la figure 24 et décrites dans le paragraphe suivant. Certaines variables impliquées dans l'interaction entre la LM et le PP sont présentées au tableau II.

Les indices négatifs devant les variables tel $\bar{\sigma}$ et $\bar{\varepsilon}$ indiquent que ces valeurs ont été trouvées lors de la dernière étape et qu'une autre étape a débuté. Les variables sans indice sont les variables de travail qui sont calculées durant l'étape courante. La contrainte σ et la déformation $\Delta\varepsilon$ peuvent changer au cours de la résolution d'une même étape.

Lorsqu'elle est appelée par le programme principal, la LM retourne au PP la contrainte calculée (σ) ainsi que la rigidité (D) correspondante à cette contrainte. Cette contrainte est calculée à partir de la contrainte de la dernière solution convergée ($\bar{\sigma}$), ainsi que de l'incrément de déformation proposé par le programme principal ($\Delta\varepsilon$). Bien que $\bar{\varepsilon}$ soit aussi fourni par le PP, la LM ne l'utilise pas dans le cas présenté ici. Si le programme principal réussit à atteindre l'équilibre des forces (voir section 2.2.2), c'est-à-dire la convergence, il accepte la contrainte et additionne l'incrément de déformation à la déformation totale ($\varepsilon = \bar{\varepsilon} + \Delta\varepsilon$ voir figure 24).

Tableau II

Variables impliquées dans l'interaction entre la loi de matériau et le programme principal.

Symbole	Description	Variables
D	Matrice de rigidité matériau	dsdePI(1,1)
σ	Contrainte actuelle	Stress(1)
$\bar{\sigma}$	Contrainte acceptée par le PP à l'étape précédente	Stress(1)
ε	Déformation actuelle	Strain(1)
$\bar{\varepsilon}$	Dernière déformation acceptée et envoyée par le PP à la LM	Strain(1)
$\Delta\varepsilon$	Incrément de déformation envoyé par le PP à la LM	dStrain

Le premier incrément de charge étant correctement calculé, il est maintenant possible de passer au prochain incrément de charge (s'il y a lieu). À partir de la rigidité proposée lors du dernier calcul de la LM, le programme principal fait une prédiction sur l'incrément de déformation à ajouter pour atteindre l'équilibre suite à la nouvelle charge. La loi de matériau renvoie la contrainte et la rigidité correspondante, et ainsi de suite.

Si le programme principal ne réussit pas à trouver l'équilibre avec la contrainte proposée, il n'accepte pas cette dernière et modifie plutôt son incrément de déformation selon l'algorithme de Newton-Raphson (en la réduisant, l'augmentant ou en changeant le signe) en fonction de la contrainte qui lui a été proposée. Ainsi, c'est seulement lorsque la contrainte proposée lui permet d'atteindre l'équilibre (ou la convergence) que la contrainte proposée et l'incrément de la déformation sont acceptés par le PP. Une fois la solution trouvée et qu'une nouvelle étape est entreprise, les variables sans indices σ et ε se voient attribuer l'indice négatif (deviennent $\bar{\sigma}$ et $\bar{\varepsilon}$) pour signaler qu'elles ont été trouvées lors de la dernière itération et qu'une nouvelle valeur est cherchée pour σ et ε . Pour la première itération, le programme principal prend généralement le module d'Young défini dans les paramètres, lequel doit être plus grand ou égal aux autres modules définissant la courbe.

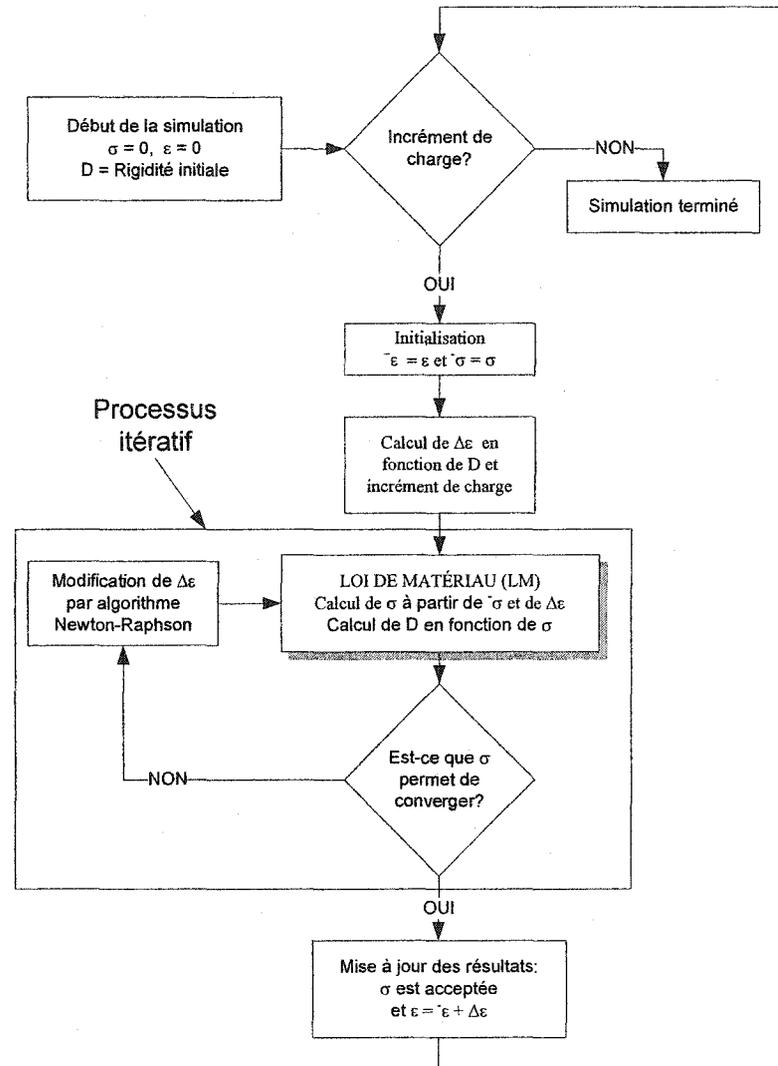


Figure 24 Schéma de l'interaction logique entre la loi de matériau et le programme principal ANSYS

2.2.4 Fonctionnement de la loi de matériau BISO

Bien qu'ANSYS puisse simuler les différents comportements non linéaires des matériaux (plasticité dépendante de la vitesse de déformation, fluage, etc.), il ne sera ici question que de la plasticité indépendante de la vitesse de déformation. Pour ce type de comportement, ANSYS propose 10 options : *Bilinear Isotropic Hardening*, *Multilinear Isotropic Hardening*, *Nonlinear Isotropic Hardening*, *Classical Bilinear Kinematic Hardening*, *Nonlinear Kinematic Hardening*, *Anisotropic*, *Drucker-Page*, *Cast Iron*,

Shape Memory Alloys et *User Specified Behavior* (comprenant *usermat*). L'attention du lecteur est dirigée plus particulièrement sur le Bilinear Isotropic Hardening (ou BISO qui sera présenté en détail plus loin), *Shape Memory Alloys* (ou SMA qui est la LM qui permet de représenter la partie superélastique -et par conséquent isotherme- du comportement des AMF) et le *usermat* du *User Specified Behavior* (qui est utilisé pour la programmation de la loi AMFV 1D présentée dans ce mémoire). Tous ces comportements des matériaux se différencient entre eux par leurs caractéristiques particulières suivant trois aspects : le critère d'écoulement, la règle d'écoulement et la règle d'écrouissage. Le critère d'écoulement spécifie l'état de contrainte multiaxiale correspondant au début de la plastification. Le critère d'écoulement est satisfait (la plastification se produit) lorsque la contrainte équivalente est supérieure ou égale à la contrainte d'écoulement. La règle d'écoulement détermine l'incrément de déformation de plastification. La règle d'écrouissage spécifie comment la contrainte d'écoulement est modifiée à la suite d'une plastification.

La loi de matériau BISO est une loi bilinéaire isotrope. Afin de voir plus en détail la logique des interactions entre la LM et le PP, nous étudierons plus en détail la LM BISO¹¹ dont le code est disponible, comme exemple de programmation, dans le répertoire spécifié à la section 2.2.1. Cette loi de matériau ne permet pas de modéliser le comportement complexe des AMF, mais la discussion de cette LM ici a pour but de faciliter la compréhension de cette interaction pour un cas « classique ».

Le modèle BISO utilise le comportement isotrope bilinéaire présenté à la figure 25. Le fichier de programmation est fourni à l'annexe 3.

¹¹ La loi BISO indiquée ici est une version légèrement modifiée de la loi BISO standard fournie sous le nom *usermat1d*.

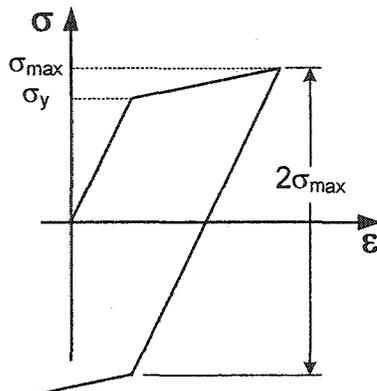


Figure 25 Comportement isotrope bilinéaire

La règle d'écoulement est donnée par l'équation (2-9)¹² :

$$\{\Delta \varepsilon_{plas}\} = \lambda \left\{ \frac{\delta Q}{\delta \sigma} \right\} \quad (2-9)$$

où λ est le multiplicateur plastique (qui détermine la quantité de déformation plastique) et Q est le critère d'écoulement qui détermine la direction de la déformation plastique (normale à la surface d'écoulement).

Il existe deux sortes de règles d'écrouissage soit : l'écrouissage isotrope, ou l'écrouissage cinématique. Le modèle BISO utilise la règle de l'écrouissage isotrope (voir figure 26).

Pour des raisons de simplification, un modèle à une dimension, soit un élément tige uniaxial, sera pris en compte pour les explications qui suivent. Ceci permet de réduire la matrice de rigidité et de n'utiliser qu'une seule direction de déformation pour définir la contrainte. Les variables impliquées dans le calcul des contraintes à l'intérieur de la LM BISO, autres que celles fournies par le PP, sont présentées dans le tableau III.

¹² L'équivalent de cette formule pour un cas 1D est l'équation (2-13).

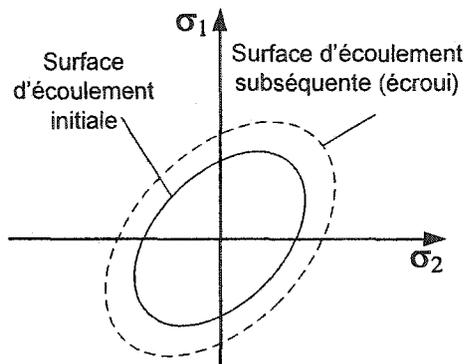


Figure 26 Déplacement de la surface d'écoulement suite à une plastification pour la règle d'écrouissage isotrope

La loi BISO est celle d'un matériau isotrope, c'est-à-dire dont les propriétés sont les mêmes dans toutes les directions. La courbe contrainte/déformation pour une charge entraînant la plastification est présentée à la figure 27 a). Le cas d'un chargement entraînant la plastification suivie d'un relâchement de la contrainte et d'un rechargement plus élevé que le premier, suivi à nouveau d'un déchargement est celui de la figure 27 b). Les renseignements qui doivent être fournis par l'utilisateur afin de définir la courbe sont : le module d'élasticité (Y), le module de plasticité (E_{plas}) ainsi que la limite élastique initiale (σ_{y0}). Au début du problème, la contrainte de plastification (désignée par σ_y dans la figure 27 b) est égale à la limite élastique initiale. Cependant, lors de la résolution du problème, si la contrainte dépasse σ_{y0} , il y a plastification et la contrainte de plastification n'est plus égale à la limite élastique initiale. Les indices numériques à côté de σ_y de la figure 27 ne servent qu'à montrer l'ordre dans lequel apparaissent les contraintes de plastification, $^2\sigma_y$ ne pouvant se produire avant $^1\sigma_y$. Si cette contrainte n'est pas dépassée, il y a retour élastique lors du déchargement. Si cette contrainte est dépassée, il y a plastification et la contrainte de plastification doit être réajustée dans la loi de matériau.

Tableau III

Variables impliquées dans le calcul des contraintes
pour la loi de matériau BISO

Symbole	Description	Variables programmées
Y	Module d'Young	prop(1) = young
ν	Coefficient de Poisson	prop(2) = posn
$E_{\text{élas}}$	Module d'élasticité	dsdeEI(1,1)
E_{plas}	Module de plasticité	prop(4)
factH	Facteur H	factH
σ_{y0}	Limite élastique initiale	prop(3) = sigy0
$\bar{\sigma}_y$	Contrainte de plastification à l'étape précédente	Sigy
σ_y	Contrainte de plastification à l'étape présente	Sigy
σ_{eq}	Contrainte équivalente	qEI
σ_{trial}	Contrainte d'essai	sigElp(1)
$\bar{\varepsilon}_{\text{plLM}}$	Déformation de la zone de plastification à l'étape précédente	Pleq_t
$\varepsilon_{\text{plLM}}$	Déformation de la zone de plastification à l'étape présente	Pleq
$\Delta \varepsilon_{\text{plLM}}$	Incrément de déformation de la zone de plastification	dpleq
$\varepsilon_{\text{plas}}$	Déformation de plastification à l'étape présente	epsPI(1)
λ	Critère de plastification	fratio

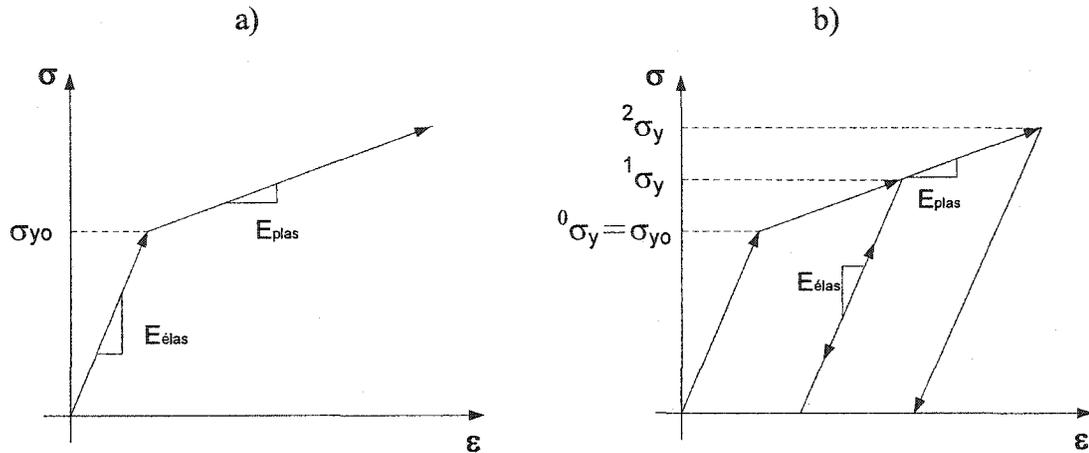


Figure 27 Courbes contrainte/déformation de la loi BISO a) avec chargement simple b) avec sous cycles de chargement/déchargement

Le calcul de la contrainte de plastification est donné par la formule suivante :

$$\sigma_y = \sigma_{yo} + E_{plas} * \varepsilon_{pLLM} \quad (2-10)$$

où ε_{pLLM} est la déformation au delà de la contrainte de plastification initiale σ_{yo} . Cette variable ne sert qu'à des fins de calcul. La véritable déformation plastique ε_{plas} (variable de sortie) pour un modèle bilinéaire est donnée par l'équation (2-11) (adapté de la référence [23]).

$$\varepsilon_{plas} = facH \times \varepsilon_{pLLM} \quad \text{où } facH = \left(1 - \frac{E_{plas}}{E_{elas}} \right) \quad (2-11)$$

La figure 28 permet de voir que chaque incrément de déformation $\Delta\varepsilon_{pLLM}$ dans la zone de plastification est composé d'une déformation élastique et d'une déformation plastique. En effet, dans ce cas-ci,

$$\Delta\varepsilon = \Delta\varepsilon_{pLLM} = \Delta\varepsilon_{plas} + \Delta\varepsilon_{élas} \quad (2-12)$$

Dans le cas où le $\Delta\varepsilon$ ne serait pas entièrement dans la zone de plastification, le $\Delta\varepsilon_{pLLM}$ est déterminé par l'équation suivante :

$$\Delta \varepsilon_{pLLM} = (\sigma_{trial} - \sigma_y) / Y \quad (2-13)$$

où
$$\sigma_{trial} = \sigma + Y * \Delta \varepsilon. \quad (2-14)$$

Finalement,
$$\varepsilon_{pLLM} = \varepsilon_{pLLM} + \Delta \varepsilon_{pLLM}. \quad (2-15)$$

Les détails de l'algorithme de la LM BISO sont présentés à la figure 29. Ensuite, un exemple est donné pour un cas de chargement/déchargement dans lequel on trouve une élongation élastique, une plastification et un retour élastique (voir figure 30). Une explication est donnée de façon à bien présenter le cheminement logique de la LM ainsi que son interaction avec le reste du programme. Le nom des variables programmées est indiqué dans le tableau II et le tableau III dans le but de faire plus facilement le lien entre le schéma et le code programmé dans la LM. Pour plus de détail, le code de la LM BISO est fourni à l'annexe 2 et le lecteur est référé à *ANSYS User Material Subroutine Usermat* [24].

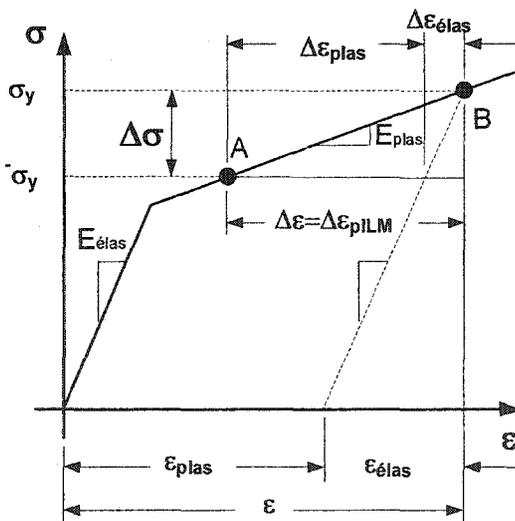


Figure 28 Calcul de la contrainte et déformation plastique à partir de la déformation du PP

Supposons que l'on soit en présence d'un matériau bilinéaire isotrope dont les propriétés sont fonctions de la température (ce qui permet en même temps d'expliquer l'interpolation en température qu'effectue ANSYS). Lorsque l'utilisateur définit les

propriétés du matériau dans un fichier texte (voir la section 2.1), il inscrit le code présenté dans le tableau IV.

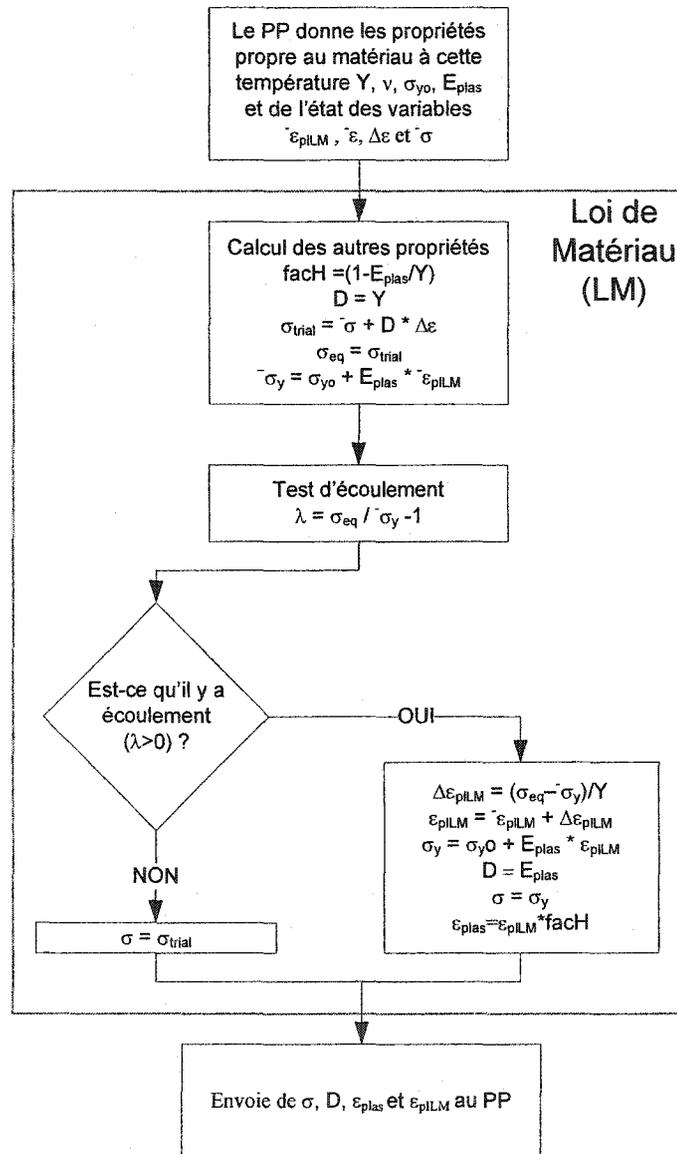


Figure 29 Schéma simplifié de la loi de matériau BISO

Une fois les lignes de code lues par le PP, ce dernier interpole linéairement les propriétés du matériau pour la température imposée. Ainsi, si la simulation s'effectue à $T=200$ (soit la température exactement entre $T=0$ et $T=400$), la prop(3) se voit attribuer la valeur 175 (soit exactement entre 200 et 150). Ces propriétés en fonction de la

température sont ensuite passées à la LM accompagnées des variables d'état (voir figure 29). Ainsi, les variables de propriétés intrinsèques au matériau Y , ν , σ_{y0} , E_{plas} et l'état des variables $\varepsilon_{\text{plasLM}}$, ε , $\Delta\varepsilon$ et σ sont connues. La LM peut donc calculer f_{ach} , D , σ_{trial} , σ_{eq} et σ_y . Une fois le test d'écoulement effectué sur λ , les variables σ_y , D , $\varepsilon_{\text{pILM}}$ et $\varepsilon_{\text{plas}}$ sont laissées intactes ou redéfinies selon le cas échéant et la contrainte σ est calculée. Ces dernières sont ensuite envoyées au PP qui valide ou non les résultats des calculs et modifie en conséquence le $\Delta\varepsilon$ tel qu'indiqué dans la figure 24. Les explications suivantes font référence à la figure 24 et à la figure 30. Le détail des calculs peut être suivi à l'aide de la figure 29. Les indices de figures pour les explications qui suivent se rapportent à la figure 30.

Tableau IV

Code définissant les propriétés d'une loi de matériau suivant un comportement bilinéaire isotrope (BISO) en fonction de la température

Lignes de code	Commentaires
mat1=1	Attribution de la valeur 1 à la variable mat1 (matériau #1)
MP,EX,mat1,20000	Module d'élasticité du mat1 ou prop(1)
MP,NUXY,mat1,0.33	Coefficient de Poisson du mat1 ou prop(2)
TB,BISO,mat1,2	La table des propriétés de la LM BISO du mat1 est définie pour 2 températures distinctes
TBTEMP,0	Première température = 0
TBDATA,mat1,200,25000	À T=0, pour le mat1, prop(3) = 200, prop(4) = 25000
TBTEMP,400	Deuxième température = 400
TBDATA,mat1,150,25000	À T=400, pour le mat1, prop(3) = 150, prop(4) = 25000

Au début de chaque chargement, le programme principal envoie les informations qui définissent les propriétés du matériau soit : Y , E_{plas} , ν , σ_{y0} ainsi que l'état des variables $\bar{\varepsilon}_{\text{pILM}}$, $\bar{\varepsilon}$, $\Delta\varepsilon$ et $\bar{\sigma}$. Tel qu'il a été discuté précédemment, les propriétés du matériau peuvent dépendre de la température. Ainsi, il est possible de donner différentes propriétés pour différentes températures, une interpolation linéaire étant effectuée lorsque la température est autre que celle pour laquelle les propriétés sont définies.

Au premier chargement (figure 30 a), le PP fait sa prévision selon les conditions frontières imposées et la rigidité de la géométrie à analyser. Il calcule alors un incrément de déformation ($\Delta\varepsilon$) qu'il envoie à la LM. La LM calcule alors une contrainte d'essai (σ_{trial}) correspondante à cette élongation et une contrainte d'écoulement correspondante au niveau de déformation de la zone de plastification de l'étape précédente $\bar{\varepsilon}_{\text{pILM}}$ (comme $\bar{\varepsilon}_{\text{pILM}}=0$, $\sigma_y=\sigma_{y0}+E_{\text{plas}}*0 \rightarrow \sigma_y=\sigma_{y0}$). Ensuite, un test d'écoulement est effectué. Comme il n'y a pas d'écoulement ($\lambda < 0$), la contrainte proposée correspond à la contrainte d'essai ($\sigma=\sigma_{\text{trial}}$). La LM renvoie donc σ , $D(=Y)$, $\varepsilon_{\text{plas}}(=0)$ et $\varepsilon_{\text{pILM}}(=0)$. Comme ces valeurs permettent au PP de converger, les valeurs proposées sont acceptées comme résultats à l'étape présente et la déformation est mise à jour ($\varepsilon=\bar{\varepsilon}+\Delta\varepsilon$). Le premier chargement est terminé, le prochain peut prendre place.

Comme il reste un autre incrément de charge à appliquer, les valeurs précédentes sont réinitialisées ($\bar{\sigma}=\sigma$, $\bar{\varepsilon}_{\text{plas}}=\varepsilon_{\text{plas}}$ et $\bar{\varepsilon}_{\text{pILM}}=\varepsilon_{\text{pILM}}$). Au deuxième incrément de charge (figure 30 b), le PP propose le même incrément de déformation puisque les conditions de rigidité sont semblables au premier chargement. La loi de matériau calcule la contrainte d'essai correspondante à la déformation proposée par le PP (figure 30 c). Comme la σ_{trial} dépasse la contrainte d'écoulement $\bar{\sigma}_y$, la loi de matériau propose une contrainte et une rigidité correspondante à la plastification et met à jour la déformation de la zone de plastification ($\varepsilon_{\text{pILM}}$) ainsi que sa contrainte de plastification σ_y . Cependant, le PP ne parvient pas à converger avec la contrainte proposée et n'enregistre pas les valeurs proposées par la loi de matériau, mais propose plutôt un $\Delta\varepsilon$ plus grand (figure 30 d). La

loi de matériau ramène la contrainte sur la pente de plastification puisque la contrainte d'essai est supérieure à la contrainte d'écoulement. Une fois de plus, la loi de matériau propose une contrainte et une rigidité correspondante à la plastification et met à jour la déformation de la zone de plastification ($\epsilon_{pILM} = \bar{\epsilon}_{pILM} + \Delta\epsilon_{pILM}$ et $\epsilon_{plas} = \epsilon_{pILM} * \text{factH}$) ainsi que la contrainte correspondante. Cette fois-ci, le PP converge et accepte les données proposées par la LM. Le deuxième chargement est terminé et les variables sont mise à jour (figure 30 e).

Le troisième chargement correspond à un retour élastique. Le PP, ayant obtenu de la LM une rigidité D égale à E_{plas} , propose un $\Delta\epsilon$ trop grand pour un retour élastique. Lorsque la LM calcul la contrainte correspondante, le PP ne parvient pas à l'équilibre (figure 30 f). Le PP ignore donc les données fournies par la LM et propose plutôt un $\Delta\epsilon$ réduit à l'aide du nouveau D proposé par la LM (figure 30 g). Cette fois, la contrainte proposée permet au PP d'atteindre l'équilibre et le premier déchargement est terminé.

Finalement, le quatrième incrément de charge (ou deuxième déchargement) correspond à un état sans contrainte imposée (figure 30 h). Le cheminement de l'analyse sera le même que (figure 30 g) puisque la rigidité du matériau proposée par la LM au chargement précédent est égal à Y , le bon $\Delta\epsilon$ est trouvé tout de suite par le PP et l'analyse converge dès le premier essai.

Si un nouveau chargement est supérieur au $\bar{\sigma}_y$ calculé, la résolution suit le même raisonnement que l'exemple donné précédemment et le comportement résultant est celui de la figure 27 b).

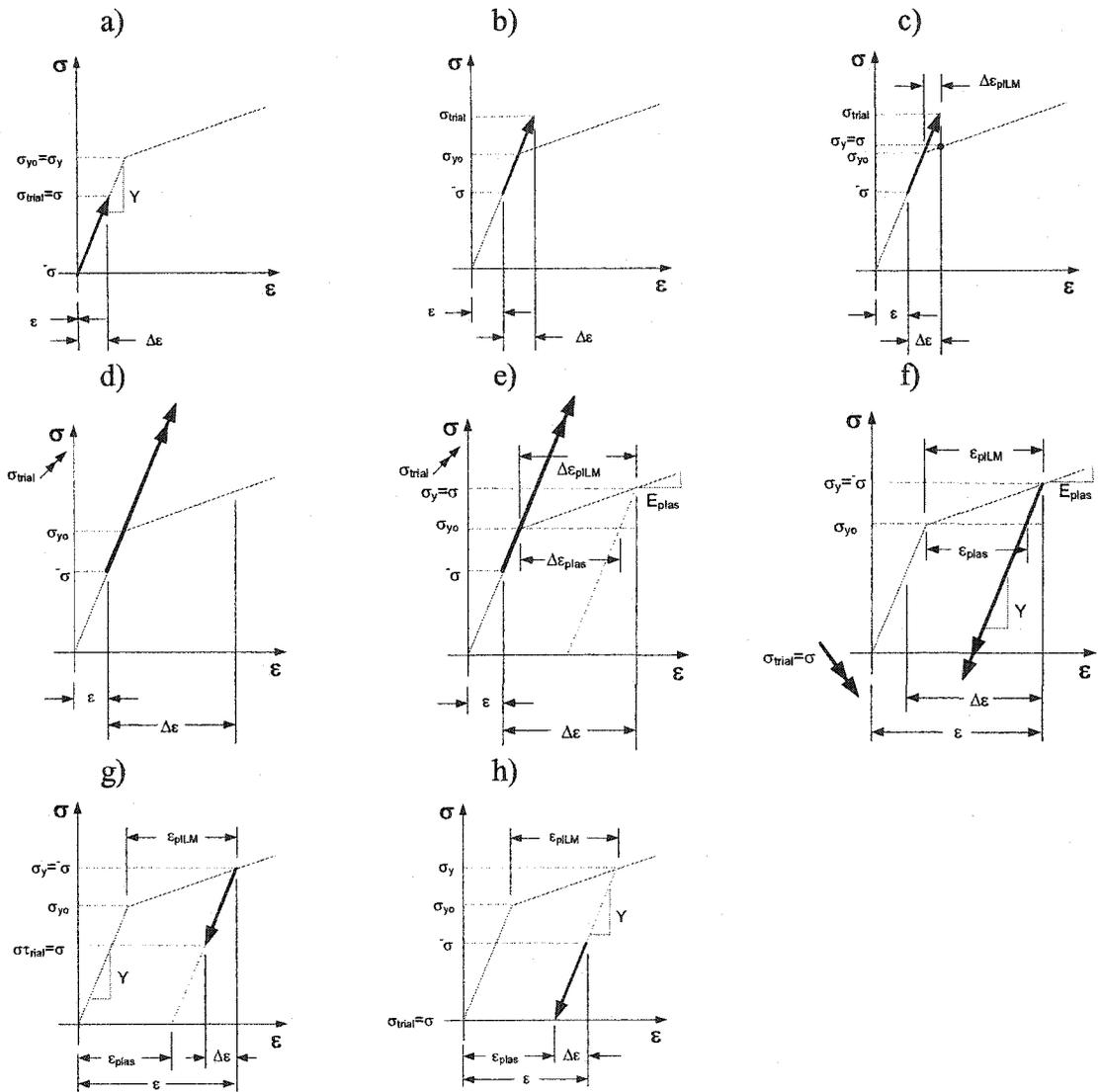


Figure 30 Cycle de chargement pour la loi BISO a) chargement élastique, b) et c) 1^{er} essai chargement élastique + plastique, d) et e) 2^{ème} essai chargement élastique + plastique, f) premier essai de retour élastique, g) et h) retour élastique

2.2.5 Modèle superélastique AMFV 1D

Maintenant que les explications sur la manière dont fonctionne le PP et la LM BISO ainsi que sur les interactions entre eux sont clarifiées, il sera plus facile d'expliquer le modèle proposé. Pour ce faire, un schéma simplifié de la LM est présenté et les principes de fonctionnement expliqués. Ensuite, les limitations du modèle sont

exposées. Le code de programmation complet de la LM AMFV 1D est fourni à l'annexe 4.

La modélisation phénoménologique de type bilinéaire avec sous-cycles simples à retour élastique est choisie pour le modèle superélastique AMFV 1D qui, comme le nom l'indique, est utilisable avec les éléments 1D¹³. Le modèle utilise un paramètre semblable à la plastification selon le critère de von Mises pour déterminer la contrainte de début et de fin de la transformation directe et inverse. Il existe donc un critère de transformation directe et un critère de transformation inverse. L'utilisation de ces critères permet de modéliser aussi bien l'hystérésis thermique que mécanique. Le matériau modélisé est isotrope et les propriétés sont données en fonction de la température. Le PP d'ANSYS interpole lui-même linéairement pour les températures comprises entre les températures pour lesquelles les propriétés ont été définies.

La figure 31 permet de visualiser l'allure typique de la courbe de modélisation, les paramètres ou propriétés du matériau qui doivent être donnés par l'utilisateur ainsi que les autres propriétés impliquées (grisée) dans la LM AMFV 1D. Pour l'instant, les pentes élastiques d'austénite et de martensite doivent être égales entre elles (respectivement E_A et E_M), de même que les pentes de transformation directe et inverse (respectivement E_{td} et E_{ti}) et donc seulement deux variables (E_A et E_{td}) sont définies pour ces quatre paramètres. De plus, les pentes d'élasticité (E_A), de transformation (E_{td}) ainsi que la déformation maximale de la zone de transformation (ϵ_{trmax}) ne peuvent varier en fonction de la température. Cependant, les contraintes de transformation (σ_{Ms} et σ_{Mf}) et l'hystérésis mécanique (σ_{As}) restent, elles, variables en fonction de la température. Plus de détails sur ces limitations sont donnés dans la section *limitations du modèle*. Les informations nécessaires pour définir la courbe superélastique ainsi que les autres variables impliquées dans le LM AMFV sont présentées dans le tableau V. Les

¹³ Le seul élément 1D disponible pour les lois de matériau usager (*usermat*) est l'élément LINK180.

informations qui doivent être fournies par l'utilisateur correspondent aux variables programme *prop*(*) présentées au tableau V.

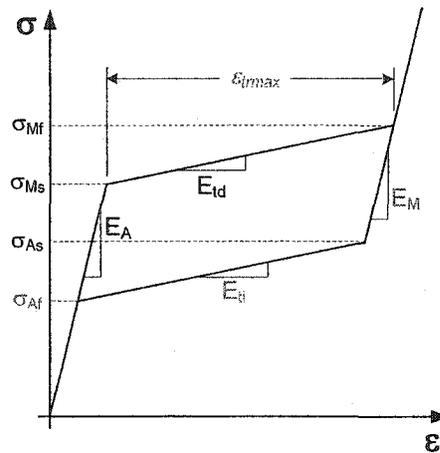


Figure 31 Paramètres impliqués dans la caractérisation de la courbe superélastique pour le modèle AMFV 1D

Tableau V
 Variable impliquées dans la loi de matériau
 superélastique AMFV 1D

Symbole	Description	Variables programme
E_A	Module d'élasticité de l'austénite (et de la martensite)	auselas=prop(1)
E_{td}	Module de transformation martensitique et austénitique (directe et indirecte)	dsigdetd=prop(4)
$\bar{\epsilon}_{trLM}$	Déformation de la zone de transformation à l'étape précédente	treq_t
ϵ_{trLM}	Déformation de la zone de transformation à l'étape présente	treq
ϵ_{trans}	Déformation de transformation	epsPL(1)
$\Delta \epsilon_{trLM}$	Incrément de déformation de la zone de transformation	dtreq
ϵ_{trmax}	Déformation maximale de la zone de transformation	treqmax
facH	Facteur H (voir équation 2-17)	facH
σ_{Ms}	Contrainte de début de transformation martensitique initiale (transformation directe)	sigysd=prop(3)
σ_{Mf}	Contrainte de fin de transformation martensitique (transformation directe)	sigyfd=prop(5)
σ_{As}	Contrainte de début de transformation austénitique initiale (transformation inverse)	sigysi=prop(6)
σ_{Af}	Contrainte de fin de transformation austénitique (transformation inverse)	sigysi
$\bar{\sigma}_{yd}$	Contrainte de transformation directe à l'étape précédente	sigyd
$\bar{\sigma}_{yi}$	Contrainte de transformation inverse à l'étape précédente	sigyi

Tableau V (suite)

Symbole	Description	Variables programme
σ_{yd}	Contrainte de transformation directe à l'étape présente. Contrainte qui dépend de la position du sous-cycle d'hystérésis (valeur comprise entre σ_{Ms} et σ_{Mf})	sigyd
σ_{yi}	Contrainte de transformation inverse à l'étape présente. Contrainte qui dépend de la position du sous-cycle d'hystérésis (valeur comprise entre σ_{As} et σ_{Af})	sigyi
σ_{eq}	Contrainte équivalente	qEI
σ_{trial}	Contrainte d'essai	sigElp(1)
ν	Coefficient de Poisson	posn=prop(2)
λ_d	Critère de transformation directe	fratio1
λ_i	Critère de transformation inverse	fratio2

La logique de résolution et l'interaction entre le PP et la LM sont sensiblement les mêmes que celles décrites précédemment avec la LM BISO et ne sont pas répétées ici. Seules des précisions sont ajoutées pour une meilleure compréhension du modèle. Le cheminement logique de la loi de matériau superélastique programmée est présenté à la figure 32.

Le modèle définit trois zones différentes soit : zone d'élasticité, zone de transformation directe et zone de transformation inverse (voir figure 33). De plus, il est possible de se retrouver dans une zone mixte soit lors d'un passage d'une zone élastique à une zone de transformation et inversement. À ce moment-là, la LM s'ajuste de manière à répartir l'incrément de déformation purement élastique et de la zone de transformation. Afin de tenir compte du niveau actuel de transformation, deux paramètres sont introduits soit : σ_{yd} et σ_{yi} , respectivement la contrainte de transformation directe et inverse. La valeur de

ces paramètres dépend du niveau de transformation calculé par la LM et est donnée par l'équation (2-16).

$$\sigma_{yd} = \sigma_{Ms} + \varepsilon_{trLM} E_{td} \quad \text{et} \quad \sigma_{yi} = \sigma_{Af} + \varepsilon_{trLM} E_{td} \quad (2-16)$$

Ainsi, le critère de contrainte de transformation s'apparente à celui de plastification du modèle BISO. La différence est que le modèle AMFV possède deux critères de « plastification » ici appelé critère de transformation directe et inverse. Le test du critère de transformation directe et inverse est effectué respectivement sur λ_d et λ_i de la même façon que le modèle BISO. De la même manière que la LM BISO, la déformation de la zone de transformation (ε_{trLM}) ne sert qu'à des fins de simplification de calcul. La véritable déformation de transformation (ε_{trans}) doit être calculée avec l'équation (2-17).

$$\varepsilon_{trans} = facH \times \varepsilon_{trLM} \quad \text{où} \quad facH = \left(1 - \frac{E_A}{E_{td}} \right) \quad (2-17)$$

S'il y a transformation directe, l'incrément de déformation de la zone de transformation est donné par :

$$\Delta \varepsilon_{trLM} = (\sigma_{trial} - \sigma_{yd}) / E_A \quad (2-18)$$

où

$$\sigma_{trial} = \sigma + E_A * \Delta \varepsilon. \quad (2-19)$$

S'il y a transformation inverse, l'incrément de transformation de la zone de transformation est donné par :

$$\Delta \varepsilon_{trLM} = (\sigma_{trial} - \sigma_{yi}) / E_A \quad (2-20)$$

Finalement, la déformation de la zone de transformation est donné par :

$$\varepsilon_{trLM} = \varepsilon_{trLM} + \Delta \varepsilon_{trLM} \quad (2-21)$$

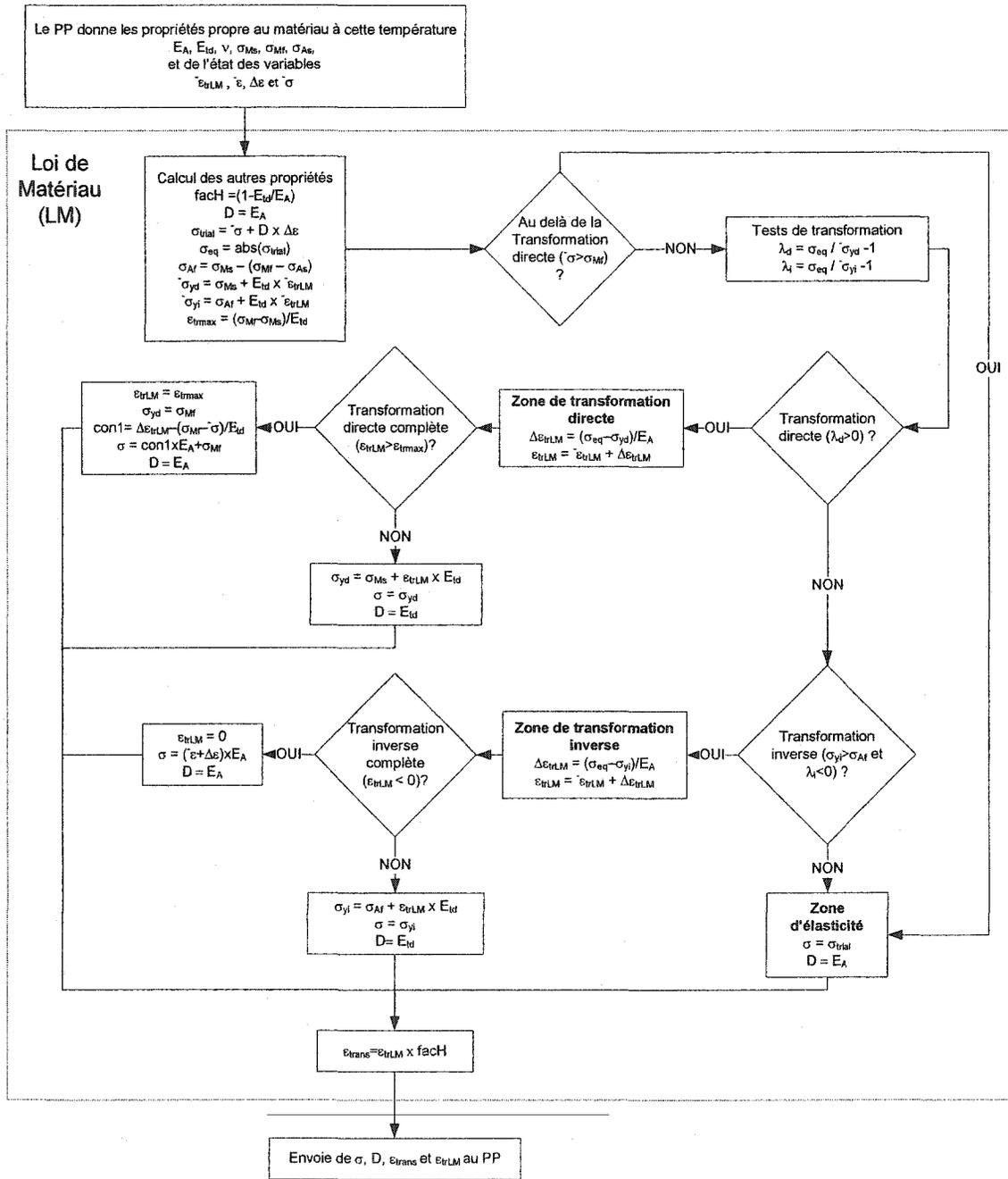


Figure 32 Schéma simplifié de la loi de matériau AMFV1D

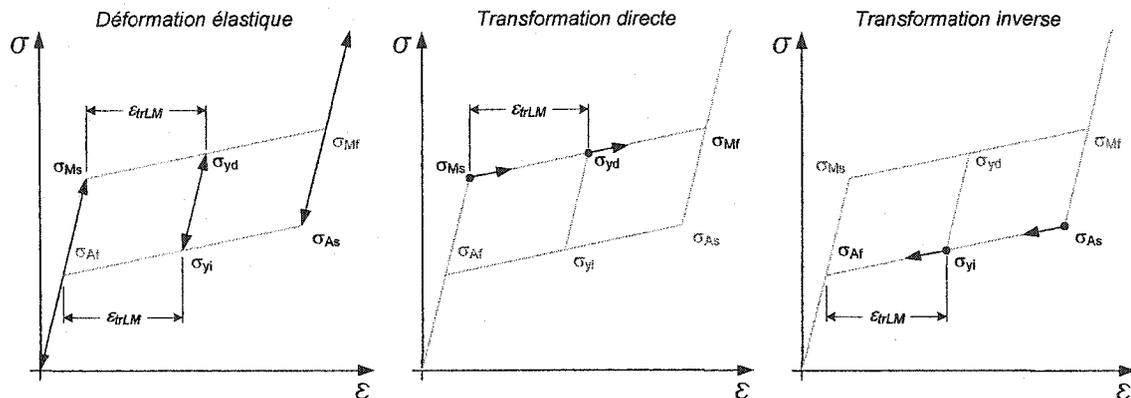


Figure 33 Zone d'élasticité et zone de transformations directe et inverse

2.2.5.1 Limitations du modèle

Les limitations qui suivent sont le fruit de simplifications du comportement des AMF et limite le modèle à bien représenter le comportement du matériau. Ils peuvent donc induire des différences entre les comportements numériques et expérimentaux. Tel qu'il a été mentionné précédemment, le modèle est limité par un seul et même module d'élasticité pour l'austénite et la martensite ($E_A = E_M$) ainsi que pour la transformation directe et inverse ($E_{ti} = E_{td}$). Cette simplification induit une différence par rapport aux résultats expérimentaux au niveau de la déformation élastique de la martensite (fin de la courbe de comportement). Ces critères ont été fixés au début de la modélisation et doivent être respectés pour le bon fonctionnement de la LM AMFV 1D. Cependant, non seulement ces critères doivent être respectés pour une même température, ils doivent aussi rester constants lorsque la température varie. En d'autres mots, E_A à une température de 30°C doit être la même que E_A à 80°C. La même condition s'applique au module d'élasticité (E_A), au module de transformation (E_{ti}) et à la déformation maximale de la zone de transformation (ϵ_{trmax}). La raison pour laquelle ces conditions doivent être respectées est l'incapacité de l'algorithme de la LM AMFV 1D d'ajuster la déformation de la zone de transformation (ϵ_{trLM}) lors d'une élévation de température. Si l'algorithme fonctionne lorsque les conditions de constance sont respectées, c'est parce qu'aucun ajustement de la déformation de transformation n'est nécessaire lors d'une élévation de température. Cependant, si les conditions de constance en fonction de la

température ne sont pas respectées, l'algorithme mène à des calculs erronés. En effet, la déformation de la zone de transformation devrait être réajustée suite à une variation de température.

Les conditions de constance ne sont pas respectées s'il y a utilisation de : *module élastique variable*, *module de transformation variable* et *déformation maximale de la zone de transformation variable*. Afin de pouvoir les expliquer séparément, les conditions sont prises une à une en gardant les autres conditions constantes.

La figure 34 montre quatre différents cas : (a) toutes conditions constantes, (b) module élastique variable, (c) module de transformation variable et (d) déformation maximale de la zone de transformation variable. Chaque cas est illustré à l'aide d'un chargement mécanique (déformation fixe) suivi d'un changement de température.

La première température est désignée par une courbe noire (T_1). Cette température correspond à la température à laquelle le chargement mécanique est effectué. La deuxième température est désignée par une courbe grisée (T_2). Cette température correspond à la température atteinte à la suite de l'élévation de température. Un indice T_1 et T_2 est ajouté à la gauche des variables de façon à indiquer si elles correspondent à la température T_1 ou T_2 . Les points noirs indiquent les bonnes valeurs alors que les valeurs erronées sont indiquées par un point grisé. Les variables erronées sont accompagnées d'une apostrophe.

Dans les trois premiers cas, lors du changement de température, la contrainte et la déformation restent identiques puisque que le chargement mécanique n'est pas modifié. Dans le cas (d), l'algorithme réajuste la contrainte en fonction du changement de température (trouve un nouveau point d'équilibre pour la même déformation). Dans tout les cas, l'algorithme ne réajuste pas la déformation de la zone de transformation.

Pour le cas (a), les modules d'élasticité et de transformation ainsi que la déformation maximale de la zone de transformation sont gardés constants. Par conséquent, lors de l'élévation de température, la variable $T_1 \varepsilon_{tLM}$ (soit la déformation de la zone de

transformation à la température T_1) est égale à la variable $T^2_{\epsilon_{trLM}}$ (déformation de la zone de transformation à la température T_2) et aucune erreur n'est induite sur la contrainte de transformation directe (σ_{yd})¹⁴.

Pour le cas (b), le module d'élasticité diffère en fonction de la température. La conséquence est que $T^2_{\epsilon_{trLM}}$ diffère de $T^1_{\epsilon_{trLM}}$. Comme l'algorithme ne recalcule pas $T^2_{\epsilon_{trLM}}$, il utilise plutôt $T^2_{\epsilon_{trLM}} = T^1_{\epsilon_{trLM}}$. Cela mène à une fausse contrainte de transformation directe pour T_2 ($T^2_{\sigma_{yd}}$ au lieu de $T^2_{\sigma_{yd}}$).

Pour le cas (c), le module de transformation diffère en fonction de la température. La conséquence est que $T^2_{\epsilon_{trLM}}$ diffère de $T^1_{\epsilon_{trLM}}$. Comme l'algorithme ne recalcule pas $T^2_{\epsilon_{trLM}}$, il utilise plutôt $T^2_{\epsilon_{trLM}} = T^1_{\epsilon_{trLM}}$. Cela mène à une fausse contrainte de transformation directe pour T_2 ($T^2_{\sigma_{yd}}$ au lieu de $T^2_{\sigma_{yd}}$).

Finalement, pour le cas (d), la déformation maximale de la zone de transformation diffère en fonction de la température. La conséquence est que $T^2_{\epsilon_{trLM}}$ diffère de $T^1_{\epsilon_{trLM}}$. Comme l'algorithme ne recalcule pas $T^2_{\epsilon_{trLM}}$, il utilise plutôt $T^2_{\epsilon_{trLM}} = T^1_{\epsilon_{trLM}}$. Cela mène à une fausse contrainte de transformation inverse pour T_2 ($T^2_{\sigma_{yi}}$ au lieu de $T^2_{\sigma_{yi}}$).

¹⁴ Bien que les deux contraintes de transformation soient pareillement affectées, seule une des deux contraintes est indiquée dans la figure 34, et ce, pour tous les cas. Voir l'équation (2-16) pour le calcul des contraintes de transformation directe et inverse.

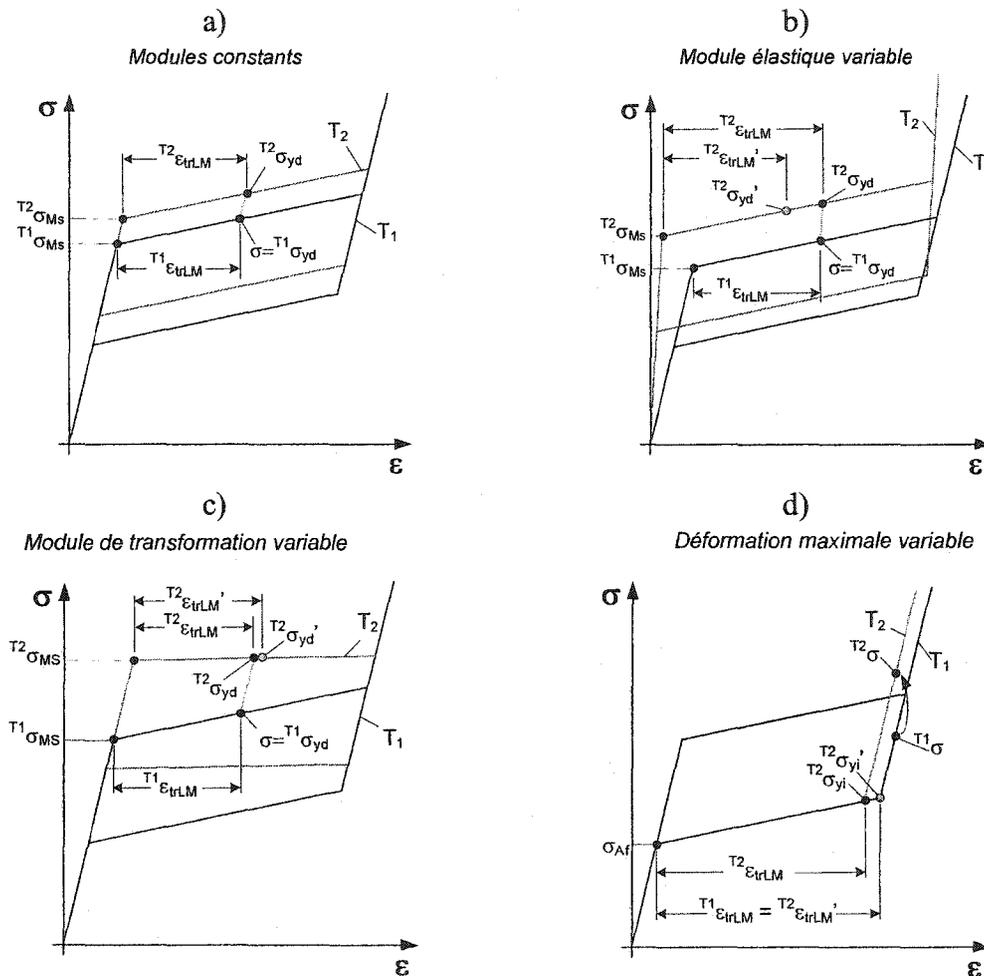


Figure 34 Fonctionnement du modèle a) toutes conditions constantes, b) module élastique variable, c) module de transformation variable et d) déformation maximale variable

Une autre limitation vient du fait que l'élément utilisé ici pour la modélisation à une dimension (LINK180) ne permet pas d'attribuer un changement de section en fonction du coefficient de Poisson. Les choix disponibles pour cet élément et pour les analyses non linéaires (NLGEOM, ON) sont l'utilisation de la section constante ou la réduction de section en utilisant le concept de conservation de volume. Pour le modèle à une dimension, la section constante est utilisée. Ainsi, les courbes de caractérisation sont à contrainte apparente et à déformation réelle (voir la section 2.3).

2.3 Caractérisation expérimentale

Le matériau utilisé dans le présent mémoire pour la caractérisation d'un AMF superélastique est un fil de 0.71mm de diamètre en alliage de nickel titane (55.92% massique nickel et 44.06% massique titane, $A_f=3^\circ\text{C}$ lorsque complètement recuit) écroui à 40% (de la compagnie Special Metals -certificat de test fourni à l'annexe 1) avant d'avoir subi un traitement thermique de recuit pendant 1 heure à 400°C et une trempe dans l'eau glacée.

La caractérisation est souvent utilisée dans le but de pouvoir distinguer différents matériaux afin de déterminer lequel est le plus approprié pour une application donnée. Ces propriétés, dites fonctionnelles, servent aussi aux calculs de résistance des matériaux afin de déterminer le niveau de contrainte auquel peut être assujettie une pièce supportant une charge quelconque. Par exemple, pour connaître la déflexion d'une poutre ayant un bout encasté suite à un chargement à l'autre extrémité, il suffit généralement, une fois les dimensions de la poutre déterminées, de connaître la rigidité (le module d'Young) et la limite d'élasticité du matériau (afin de s'assurer que celle-ci n'est pas dépassée). Dans le cas des matériaux métalliques courants, une série d'hypothèses simplificatrices a été posée et permette de réduire considérablement la complexité du problème et par le fait même, le nombre d'expérimentations nécessaires lors de la caractérisation du matériau.

Ces hypothèses simplificatrices comprennent le caractère isotrope du matériau, une linéarisation du comportement de la partie élastique de la courbe contrainte/déformation ainsi qu'une supposition que les déplacements sont très petits par rapport aux dimensions de la poutre. Pour un problème de ce type, un simple essai de traction unidirectionnel jusqu'à la rupture permet d'obtenir toutes les informations nécessaires. Cependant, lorsque le comportement considéré dépasse le comportement linéaire du matériau, il est nécessaire de procéder à une caractérisation plus approfondie afin de faire ressortir les paramètres qui permettront de calculer des problèmes plus complexes.

2.3.1 Déformation réelle

Lorsque la déformation dépasse quelques pourcents, on ne peut plus utiliser la définition habituelle de la déformation. En effet, la déformation dite d'ingénierie (notée ici ε_{ing}), donnée par l'équation (2-22), est habituellement utilisée. Les personnes travaillant dans les procédés de fabrication des matériaux ont remarqué les limitations d'une telle définition [25]. En effet, la valeur donnée par la déformation d'ingénierie n'est pas équivalente lorsque l'on parle de tension ou de compression. Par exemple, une pièce d'unité 1 étant allongée à 2 unités se voit attribuer une déformation de 100%, alors que la même pièce remise dans sa configuration initiale (passant de 2 unités à 1 unité) se voit attribuer une déformation de -50%. Si l'addition est effectuée, la valeur trouvée est 50% de déformation résiduelle alors que la pièce a recouvré sa dimension originale. Pour contrer cet effet, le principe de déformation réelle (ou logarithmique) a été introduit et est donné par l'équation (2-23). En appliquant l'équation (2-23) à l'exemple précédent, les valeurs trouvées sont 69% de déformation en tension et -69% de déformation en compression, ce qui est raisonnable.

La déformation réelle est utilisée lors d'analyse où de grands déplacements sont rencontrés. Ce type d'analyse a été utilisé pour le reste du mémoire. La différence du calcul de la déformation en utilisant une ou l'autre des formules est illustrée à la figure 35. Il est possible de remarquer que pour de petites déformations (moins de 5%), l'erreur est minime, mais plus la déformation augmente, plus l'erreur augmente.

$$\varepsilon_{ing} = \frac{L_i - L_o}{L_o} \quad (2-22)$$

$$\varepsilon_{réelle} = \ln\left(\frac{L_i}{L_o}\right) \quad (2-23)$$

où L_i est la longueur instantanée et L_o la longueur originale.

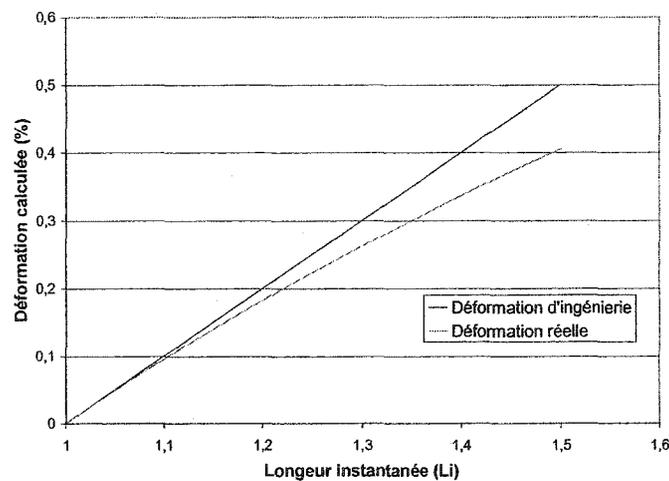


Figure 35 Déformation d'ingénierie versus déformation réelle en fonction de la longueur instantanée (pour $L_0=1$).

2.3.2 Coefficient de Poisson

Le coefficient de Poisson est, par définition, le rapport de la déformation transversale sur la déformation axiale lorsque qu'une contrainte uniaxiale est appliquée (équation (2-24)). Lors d'une déformation plastique, ν vaut 0.5, et il y a donc conservation de volume. Lors de la déformation élastique, le coefficient de Poisson pour les métaux réguliers varie généralement de 0.26 à 0.36, mais peut aller jusqu'à 0.45 et 0.5 pour d'autres types de matériaux comme le polyéthylène et le caoutchouc [26].

$$\nu = -\frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_a} \quad (2-24)$$

où ε_t et ε_a sont respectivement la déformation transversale et la déformation axiale. La méthode utilisée pour évaluer la valeur du coefficient de Poisson est habituellement de mesurer la déformation transversale par rapport à la déformation longitudinale lors d'un essai de traction régulier. Les mesures peuvent être prises à l'aide d'un extensomètre mécanique ou toute autre méthode fiable. La valeur habituellement acceptée pour le coefficient de Poisson du Nitinol est de 0.33 [27].

2.3.3 Contrainte réelle

Lorsqu'un essai de traction standard est effectué, la contrainte apparente est généralement utilisée. Par définition, la contrainte (σ) en tension, ou compression, est la force (F) divisée par la surface (A) initiale perpendiculaire à la force (équation (2-25)).

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad (2-25)$$

Bien que cette dernière soit facile à calculer, elle ne correspond pas à la contrainte réelle induite dans le matériau au niveau de déformation donnée. En effet, la contrainte apparente est calculée à partir de la surface initiale et ne tient pas compte de la réduction du diamètre de la pièce lors d'un essai de traction. Pour obtenir la contrainte réelle, il est donc nécessaire de tenir compte de cette réduction. Pour les matériaux en déformation plastique, le principe de conservation de volume est utilisé pour déterminer les dimensions de la surface en fonction de l'allongement du matériau. Cependant, pour des matériaux élastiques, la surface réelle dépend du coefficient de Poisson. Ainsi, la surface en temps réel est donnée par l'équation (2-26).

$$S_r = \frac{\pi}{4} D_o^2 (1 - \nu \varepsilon_a)^2 \quad (2-26)$$

où S_r est la surface réelle, D_o est le diamètre initial, ν est le coefficient de Poisson et ε_a est la déformation réelle dans le sens de l'application de la charge. Il va sans dire que le coefficient de Poisson doit avoir été déterminé en utilisant les variations de déformation réelle s'il s'agit d'une analyse avec grands déplacements.

Malheureusement, comme le type d'élément utilisé (LINK180) ne permet pas de prendre en considération la réduction de la surface par le coefficient de Poisson due à l'allongement pour une analyse comprenant de grands déplacements (NLGEOM,ON), la réduction de la surface ne sera pas considérée lors de la caractérisation de la courbe contrainte/déformation. Par conséquent, les courbes de *déformation réelles/contrainte apparente* sont utilisées.

2.3.4 Dilatation thermique

La dilatation thermique des alliages NiTi varie entre $6.6 \cdot 10^{-6}$ à $11 \cdot 10^{-6}$ par degré Celsius [27] dépendamment s'il s'agit de la martensite ou de l'austénite. Dans le pire des cas, pour une variation de quelques 50 degrés Celsius, la taille de l'échantillon varie de moins de 0.06%. La dilatation thermique reste donc très inférieure aux déformations souvent engendrées lors de l'utilisation des AMF et influence peu le résultat des essais de traction ou autre. Pour cette raison, la dilatation thermique a été négligée pour le reste du document.

2.3.5 Méthodologie de la caractérisation

Dans le cas des AMF, la courbe de contrainte/déformation présente un comportement élastique non linéaire isotrope, une hystérésis prononcée ainsi qu'une grande influence de la température sur les propriétés du matériau. Il est clair qu'un seul essai de traction à température ambiante jusqu'à la rupture ne suffit pas à caractériser suffisamment le matériau.

Le type d'essai effectué dépend de la disponibilité des instruments et des hypothèses de simplification posées pour le modèle. Les instruments de caractérisation doivent servir aussi à la validation du modèle. Pour ce faire, ils doivent être capables de maintenir une charge constante et un déplacement constant lors d'une élévation de température. De plus, comme les propriétés des AMF dépendent beaucoup de la température, il est important de trouver un système qui nous assure un contrôle de la température de l'échantillon à tout moment.

Compte tenu des dernières considérations, il convient d'utiliser une machine de traction à vis développé au LAMSI qui peut être jumelée à un bain thermique qui assure la température de l'échantillon par contact direct avec un liquide. Cette machine de traction offre deux configurations : imposition d'une force constante et contrôle du déplacement. Dans les deux cas, la machine utilise une cellule de force en « S » d'une capacité de 3336 N (Intertechnology Inc. modèle numéro 60001-750) pour évaluer la

force de réaction de l'AMF et un capteur de déplacement linéaire de type LVDT (*Linear Variable-Differential Transformer* de la compagnie Trans-Tek type s/n 3115 modèle 0244-0000) pour l'évaluation du déplacement de l'échantillon (voir figure 36). La température est contrôlée par l'utilisation d'un bain thermique de marque Polyscience (modèle 9710 d'une capacité de 1000 Watts). L'échantillon est monté sur la machine de traction pour être ensuite submergé dans un mélange de 50% eau et 50% d'éthylène glycol contenu dans le bain thermique (figure 37). Cette procédure assure un contrôle de la température de l'échantillon. Les données sont traitées par un programme créé dans le logiciel LABView version 5.1.

La caractérisation proposée ici consiste en plusieurs essais de traction à différentes températures. Les échantillons ont été cyclés préalablement sur la machine Enduratech ELF 3200 durant 100 cycles afin de bien stabiliser le comportement (voir figure 38).

La déformation est de l'ordre de 6.5% pour toutes les températures. La même déformation a été appliquée lors du cyclage. La distance entre les mors de la machine de traction à vis lors des essais est de 49.5mm sous contrainte nulle et correspond à L_0 de la formule 2-23. Les essais ont été effectués au LAMSI de l'École de technologie supérieure (ÉTS) en janvier 2004.

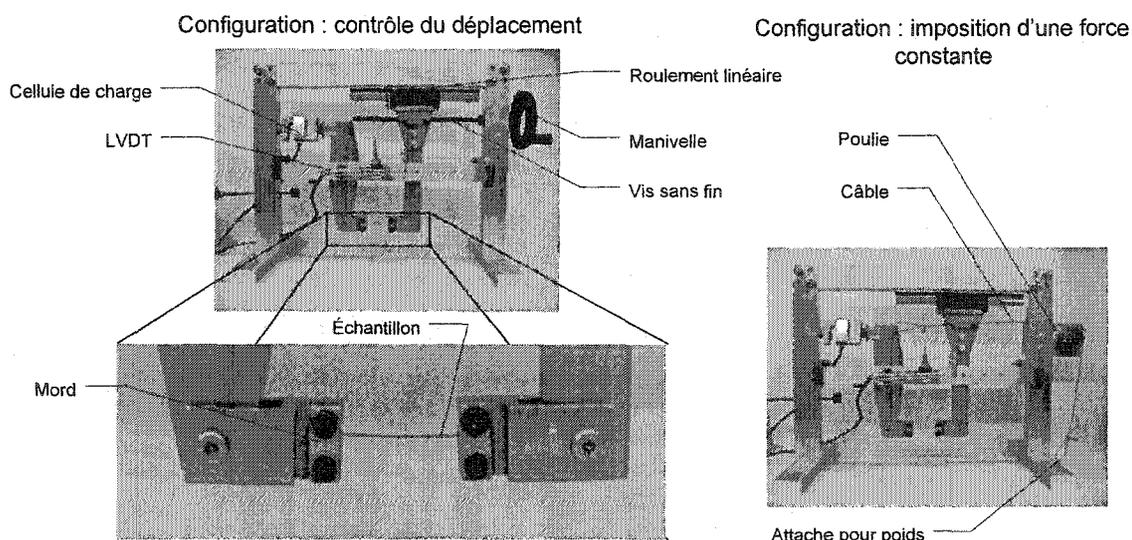


Figure 36 Machine de traction

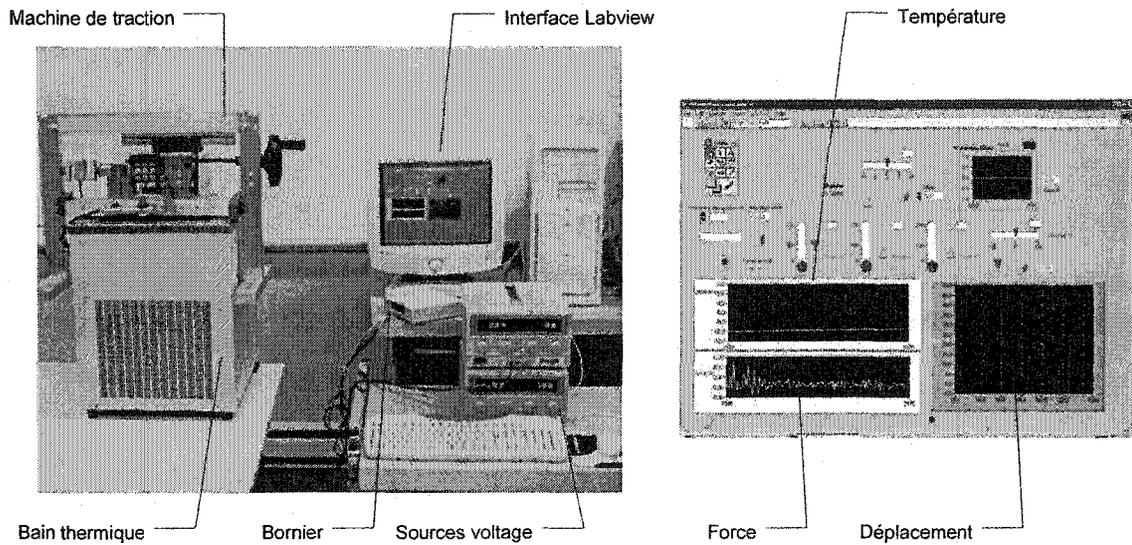


Figure 37 Machine de traction à vis montée sur bain thermique et équipement d'acquisition de données

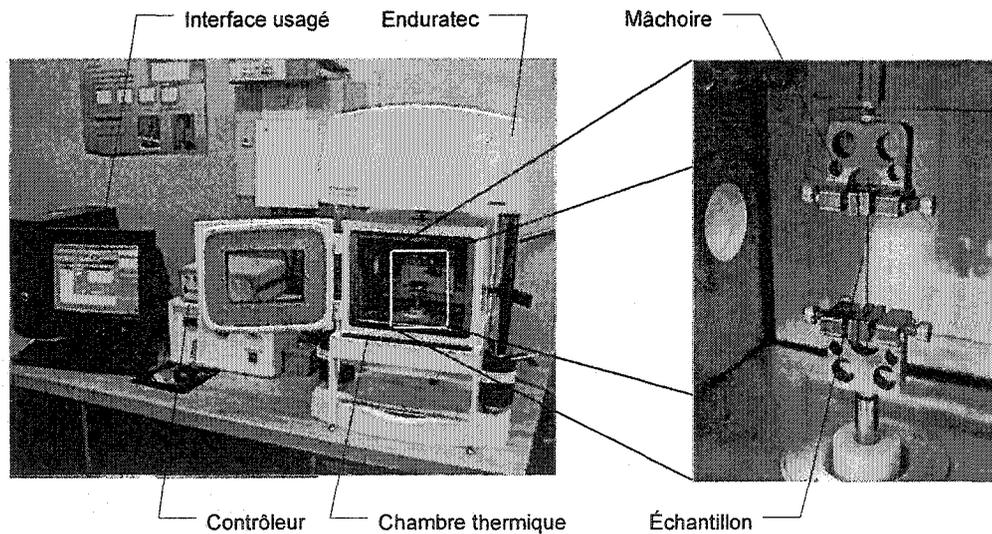


Figure 38 Banc de l'Enduratec

Les courbes contraintes apparentes/déformation réelles sont présentées à la figure 39. Les déformations réelles sont utilisées parce que de grandes déformations sont imposées la plupart du temps dans les applications où interviennent les AMF. Il est possible de remarquer que plus la température est élevée, plus les contraintes de transformation sont élevées et l'hystérésis mécanique diminue.

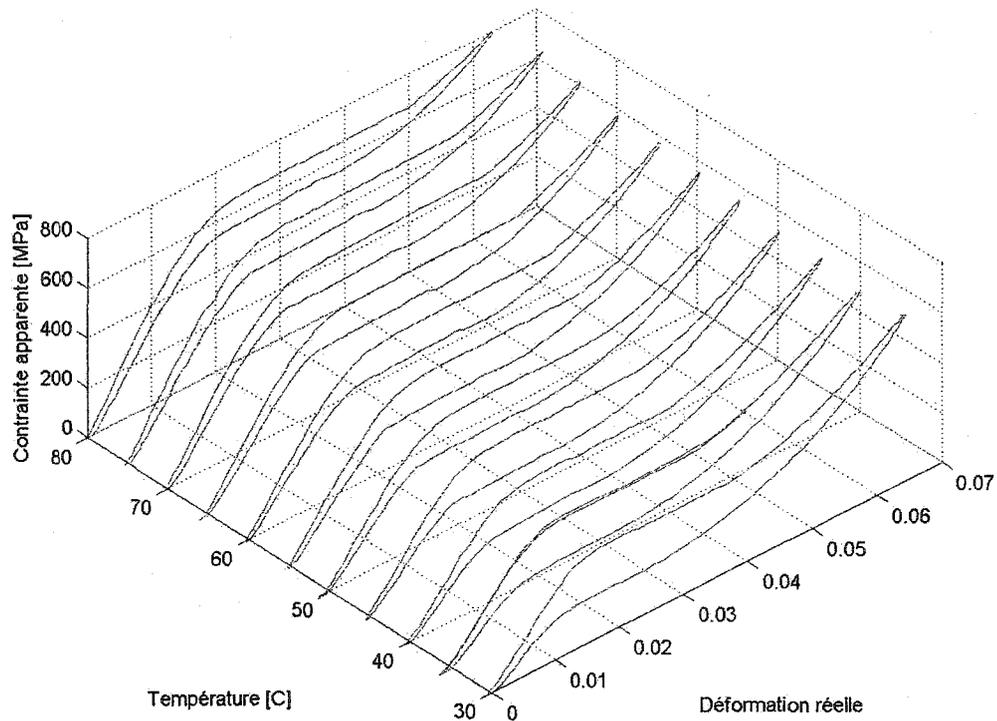


Figure 39 Courbes de contraintes apparentes/déformations réelles du NiTi à différentes températures

2.3.6 Détermination des différents paramètres pour la modélisation

Certaines méthodes utilisent des techniques avancées tel le krigeage pour modéliser les courbes contrainte/déformation/température [14]. Ces techniques reproduisent avec beaucoup de fidélité les courbes expérimentales. Cependant, ces techniques ne sont pas programmées dans la plupart des logiciels d'éléments finis tel ANSYS. Donc, il est souvent nécessaire de linéariser les courbes dans le but d'implanter une loi de matériau dans un logiciel. La linéarisation se fait souvent à peu de coûts en ce qui concerne la précision et avec une grande économie de temps de calcul. Le problème de la méthode de linéarisation est qu'il faut utiliser plusieurs droites pour représenter une courbe complexe.

Dans le cas des AMF SÉ, on utilise la plupart du temps la méthode graphique qui consiste à tirer des tangentes sur les différentes parties des courbes expérimentales. L'utilisation de 4 droites permet dans la plupart des cas d'avoir une représentation acceptable. Les points d'intersection de ces droites correspondent aux différentes contraintes critiques de transformation. La LM SMA de ANSYS 8.0 a besoin des quatre contraintes critiques de transformation (voir figure 40) pour définir le comportement du matériau ainsi qu'un paramètre α ¹⁵ qui simule la dépendance de la transformation à la pression (voir la section 1.4.3). Pour ce qui est de la LM AMFV 1D, elle utilise trois des quatre contraintes de transformation ainsi que la pente de transformation directe (voir la section 2.2.5), mais elle ne considère pas le paramètre α . De plus, les pentes élastiques d'austénite et de martensite doivent être parallèles entre elles, de même que les pentes de transformation directe et inverse tel que vu dans la section sur les limitations du modèle (section 2.2.5.1).

Le modèle SMA de ANSYS 8.0 affirme que seuls les modules d'élasticité de la martensite et de l'austénite doivent être les mêmes sans aucune contrainte sur les pentes de transformation ou sur la déformation de transformation maximale. Ce dernier point est peu étonnant puisque la LM SMA ne permet pas de cyclage de température et ne peut pas faire face aux problèmes cités pour la LM AMFV 1D lors du cyclage de température (voir section 2.2.5.1). Compte tenu de ces derniers aspects, la détermination des caractéristiques du matériau est effectuée en tenant compte des limitations du modèle AMFV 1D mentionnées précédemment. La figure 40 montre les courbes modélisées résultantes par rapport aux courbes expérimentales pour 3 températures différentes. Il est possible d'observer que le module d'élasticité de l'austénite est convenable pour la température de 55°C, mais est légèrement sous-estimé pour la température de 80°C et surestimé pour la température de 30°C.

¹⁵ La valeur de 0 est attribuée à ce paramètre dans les simulations subséquentes utilisant le modèle SMA de ANSYS 8.0 afin de représenter un cas simplifié.

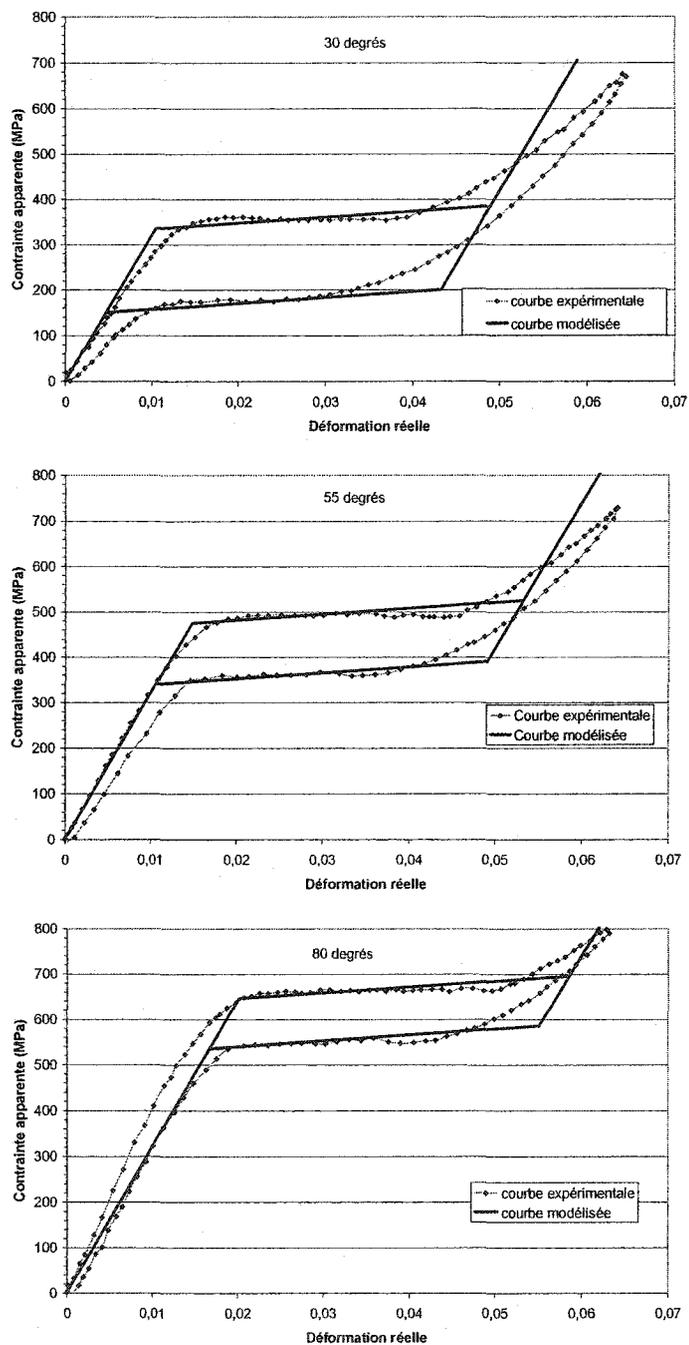


Figure 40 Courbes expérimentales versus courbes modélisées pour différentes températures

Le tableau VI présente un sommaire des contraintes de transformations du matériau SÉ utilisée en fonction de la température. Le module d'élasticité, le module de

transformation et la déformation maximale de la zone de transformation sont gardés constants respectivement à 32000 MPa, 1300 MPa et 0.0385.

Tableau VI
Propriétés idéalisées du Nitinol testé à différentes températures

Paramètre / température [°C]	σ_{Ms} [MPa]	σ_{Mf} [MPa]	σ_{As} [MPa]	σ_{Af} [MPa]
30	335	385	200	150
35	355	405	230	180
40	385	435	280	230
45	405	455	310	260
50	445	495	355	305
55	475	525	390	340
60	505	570	435	370
65	535	600	480	415
70	580	630	520	470
75	610	660	560	510
80	645	695	585	535

La figure 41 présente les différentes courbes correspondantes aux propriétés fournies par le tableau VI. Il est possible d'observer sur la figure 42 que les droites de contrainte de début et de fin de la transformation martensitique (σ_{Ms} et σ_{Mf}) sont parallèles entre elles et que la pente est d'environ 6.3 MPa/°C. De plus, les droites de début et de fin de la transformation austénitique (σ_{As} et σ_{Af}) sont aussi parallèles entre elles avec une pente d'environ 8 MPa/C. Les valeurs des pentes trouvées sont en accord avec les valeurs rapportées habituellement dans la littérature, lesquelles se situent entre 5 et 10

MPa/°C pour le type d'alliage utilisé ici [1]. Le fait que les pentes ne soient pas toutes identiques entre elles permet de représenter une variation de l'hystérésis mécanique en fonction de la température. En effet, plus la température augmente, plus l'hystérésis diminue (les droites se rapprochent les unes des autres).

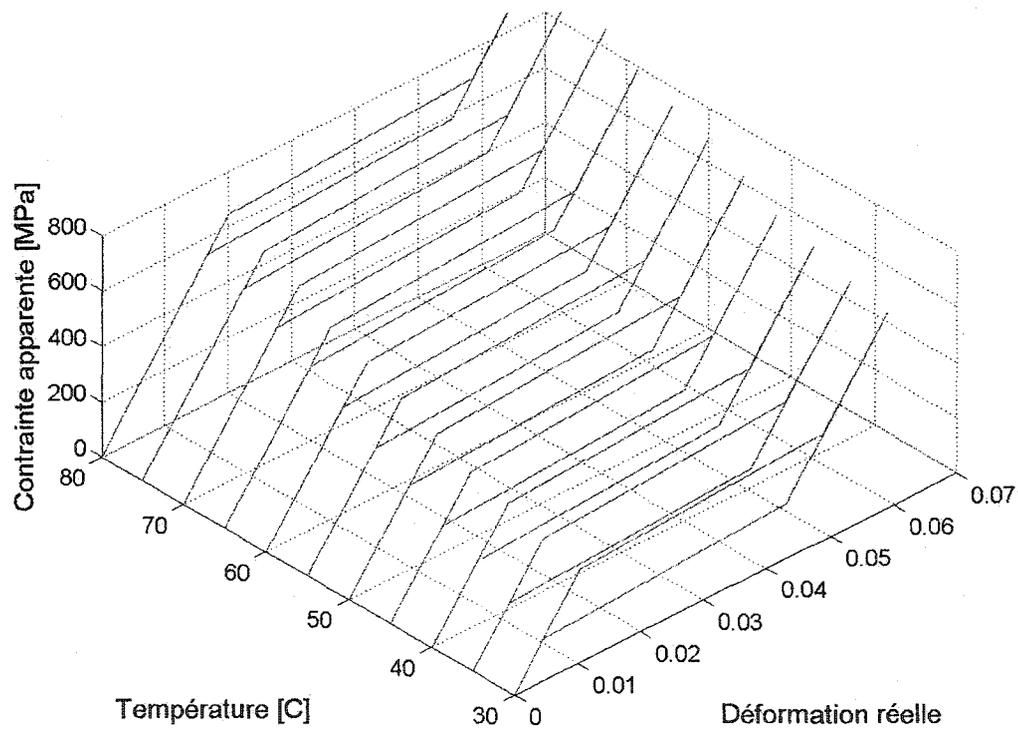


Figure 41 Courbes idéalisées du Nitinol à différentes températures

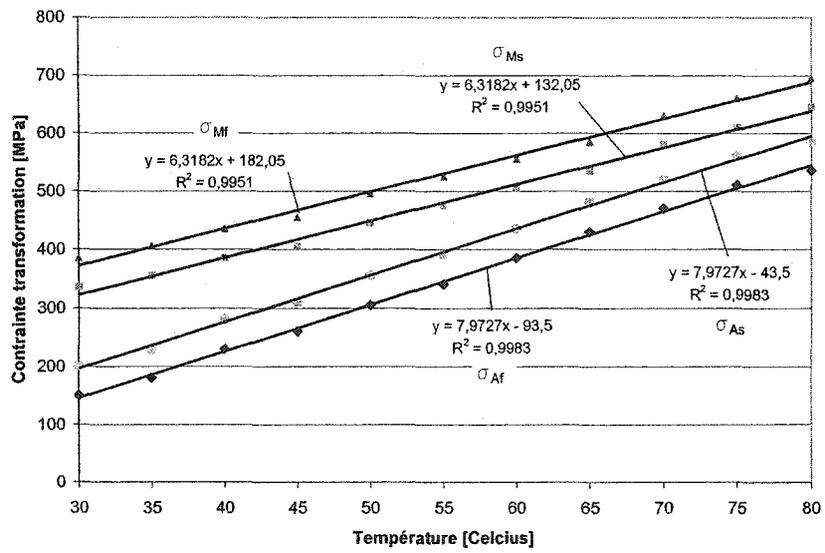


Figure 42 Évolution des contraintes de transformation en fonction de température

CHAPITRE 3

VALIDATION DU MODÈLE

La validation du modèle est effectuée en 3 parties. Premièrement, la validation suivant un essai de traction est effectuée en comparant le modèle AMFV 1D avec le modèle SMA 3D d'ANSYS et les données expérimentales. Deuxièmement, le modèle AMFV 1D est comparé aux données expérimentales lors d'un essai d'effet mémoire double sens assisté (voir section 1.1.6). Troisièmement, le modèle AMFV 1D est comparé aux données expérimentales lors d'un essai de génération de contrainte (voir section 1.1.7). Si le modèle SMA d'ANSYS n'est pas utilisé pour l'essai *effet mémoire double sens assisté* et *génération de contrainte*, c'est parce que le modèle ne permet pas de variations de température. Comme il n'est pas possible d'utiliser un élément 1D avec le modèle SMA, un élément 3D a été utilisé.

Les modèles numériques testés reproduisent l'échantillon expérimental soumis à une déformation axiale et une variation de température uniforme à l'aide d'un seul élément. Les dimensions de longueur et de surface sont respectées¹⁶ (longueur de 49.5 mm et surface de 0.396 mm², soit un diamètre de 0.710 mm). Les fichiers textes des essais de simulations effectuées sur ANSYS sont fournis en annexe. Les principales caractéristiques des analyses ont été regroupées dans le tableau VII.

¹⁶ Pour les essais avec la LM SMA 3D, une longueur de 49.5/128 mm a été utilisée. Il est inutile de simuler la dimension réelle de l'échantillon car l'état de contrainte et de déformation est uniforme sur toute la longueur.

Tableau VII
Principales caractéristiques de modélisation

	Modèle AMFV 1D	Modèle SMA 3D
Type d'élément	Link180	Solid185
Key option	<i>keyopt #2=1</i> (section constante)	---
Forme géométrique de la section	---	carré
Coefficient de Poisson	0	0 ¹⁷
Type de chargement pour :		
- essai de traction	Déplacement (équivalent à 6.1% de déformation) à différentes températures	Déplacement (équivalent à 6.1% de déformation) à différentes températures
- génération de contrainte	Déplacement de 1.5 mm + cycle de variation de température (30°C→80°C→30°C)	---
- effet mémoire double sens assisté	Force appliquée variant de 170 à 195 N + cycle de variation de température (30°C→80°C→30°C)	---

¹⁷ Fonctionne pour la partie élastique de la courbe, la loi de conservation de volume est appliquée lors de la transformation (voir section 3.1).

3.1 Essai de traction

L'essai de traction est effectué sur la machine de traction dont la configuration comprend la manivelle et la vis sans fin (voir figure 36). La procédure est la suivante :

1. Mettre l'échantillon entre les mors, prendre note de la distance entre les mors et plonger l'ensemble échantillon-machine de traction dans le bain thermique.
2. Régler le bain thermique à la température voulue et attendre la stabilisation de la température.
3. Amorcer l'enregistrement des données par le système d'acquisition.
4. Tourner la manivelle pour obtenir la déformation (3.5mm par exemple) ou la séquence de déformation voulue.
5. Arrêter l'enregistrement des données.

La première comparaison concerne les courbes de contrainte/déformation obtenues par les deux modèles comparativement aux données expérimentales et la courbe théorique introduite dans les modèles. Les fichiers de simulation ANSYS pour les deux modèles sont fournis en annexe 5 et 6.

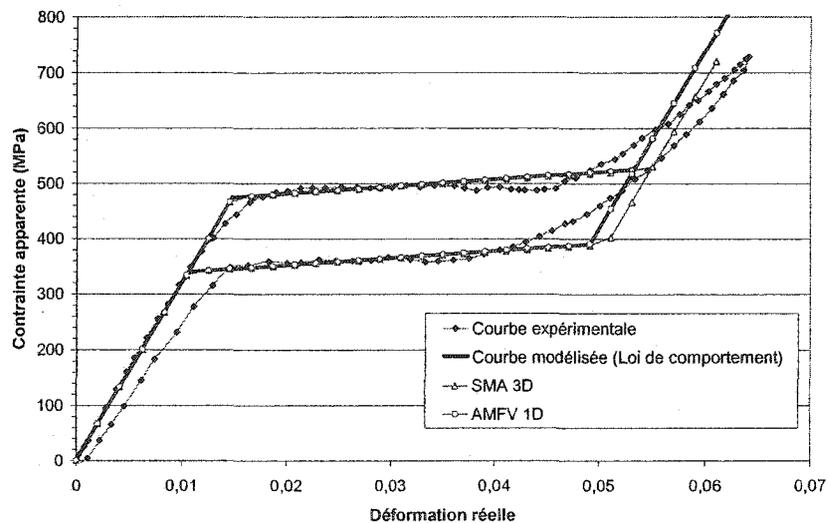


Figure 43 Comparaison entre les modèles et les données expérimentales pour une courbe en déformation réelle/contrainte apparente à 55°C

Il est possible d'observer que la courbe générée par le modèle AMFV 1D se superpose exactement à la courbe de calibration modélisée (loi de comportement). Ainsi, les propriétés qui ont été données en entrée (déformation réelle et contrainte de transformation apparente) sont respectées dans leurs intégralités et sont trouvées intactes à la sortie à la suite d'une simulation. Pour ce qui est de la courbe du modèle SMA 3D, les contraintes de transformation sont bonnes, mais les déformations sont légèrement surestimées par rapport à ce qu'elles devraient être. En effet, la déformation de transformation maximale imposée est de 0.0385 alors que la simulation donne une valeur d'environ 0.04. Ni la variation du coefficient de Poisson ou du critère α (voir section 1.4.3) n'a permis de corriger le phénomène. Finalement, des tests effectués ont démontré que le phénomène n'était pas causé par l'utilisation de différents types d'éléments (3D versus 1D). Le problème est plutôt dû au fait que l'on ne doit pas entrer ϵ_{trmax} dans les paramètres de la LM SMA d'ANSYS 8.0, comme semble l'indiquer la documentation de ANSYS et la figure 19, mais plutôt ϵ_{trans} .

La figure 44 permet de comparer directement les résultats obtenus par les deux modèles avec les données expérimentales.

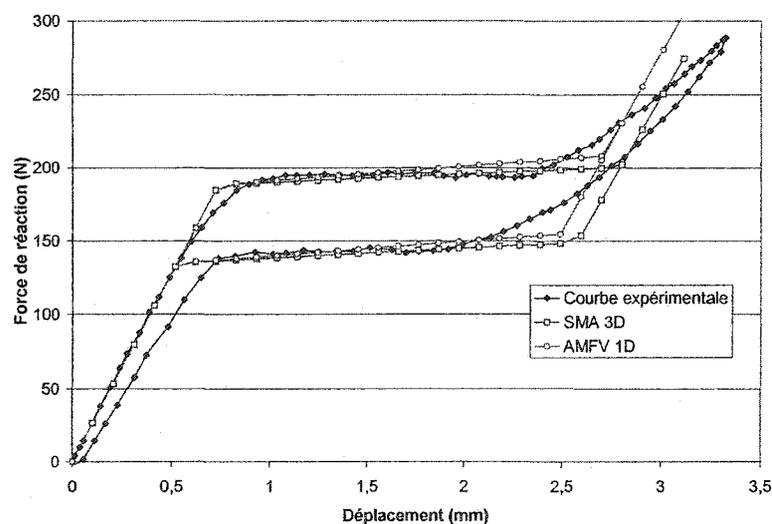


Figure 44 Comparaison entre les deux modèles et les données expérimentales pour une courbe en déplacement/force de réaction à 55°C

Une observation simultanée de la courbe de la figure 43 et de la figure 44 en plus d'une comparaison avec la courbe expérimentale permet de croire que le modèle AMFV 1D reproduit bien la courbe de déplacement/force de réaction¹⁸. Pour ce qui est de la courbe produite par le modèle SMA, la force de réaction générée est légèrement en dessous des valeurs espérées. La raison est que la courbe des propriétés injectée dans la LM SMA 3D ne correspond pas au comportement exact de cette LM. En effet, il a été considéré que la section reste constante tout au long de la déformation. Pour ce faire, un coefficient de Poisson de 0.0 a été donné à ce paramètre. Ce paramètre est bel et bien respecté lors de la déformation élastique de la martensite et de l'austénite. Cependant, lors de la transformation de phase, le PP applique la loi de la conservation de volume à l'élément. Cette loi a pour effet de réduire la section de l'échantillon numérique lors de la transformation de phase. Par conséquent, la force de réaction générée par l'échantillon de SMA 3D est réduite par rapport au modèle AMFV 1D pour une même déformation puisque que ce dernier a conservé sa surface initiale alors que la surface du modèle SMA 3D a été réduite.

La figure 45 permet de voir l'évolution de la déformation axiale en fonction de la déformation transversale pour SMA 3D¹⁹. Dans cette figure, un coefficient de Poisson de 0.1 a été utilisé pour les zones élastiques. Le coefficient de Poisson est égal à l'inverse de la pente du graphique. Ainsi, $\nu=0.5$ lors de la transformation et $\nu=0.1$ avant et après la transformation.

La figure 46 présente les sous-cycles de chargement et déchargement. Il est possible d'observer que le modèle SMA contient un critère qui lui permet de changer la pente de la courbe lors d'un sous-cycle et de converger par la suite vers un point de retour. Cette méthode, qui rappelle un peu les modèles de Gillet et al. [17], permet de modéliser de façon assez réaliste les sous-cycles des données expérimentales.

¹⁸ D'autres simulations ont été effectuées à des températures variants entre 30 et 80°C et démontrent le même comportement.

¹⁹ Il est à noter que l'échelle des axes a été modifiée de façon à améliorer la visualisation du phénomène décrit.

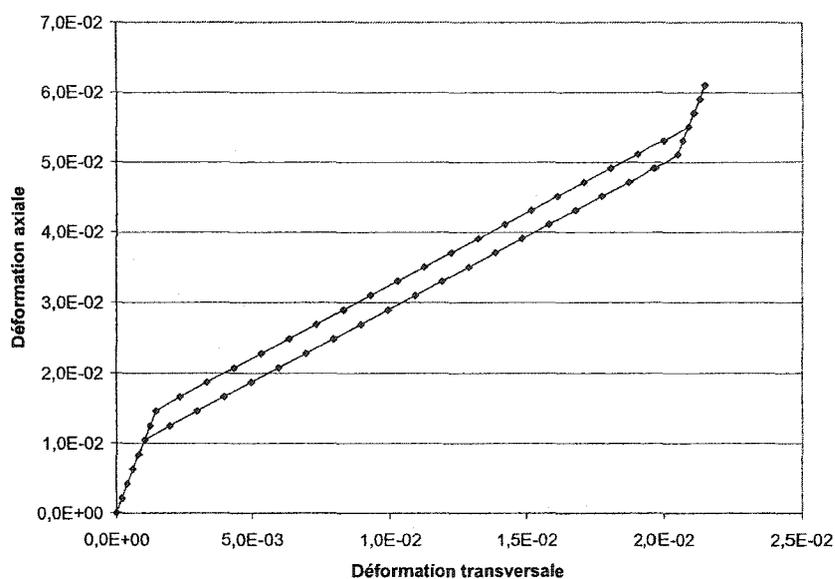


Figure 45 Déformation axiale en fonction de la déformation transversale pour la LM SMA 3D ($\nu=0.1$)

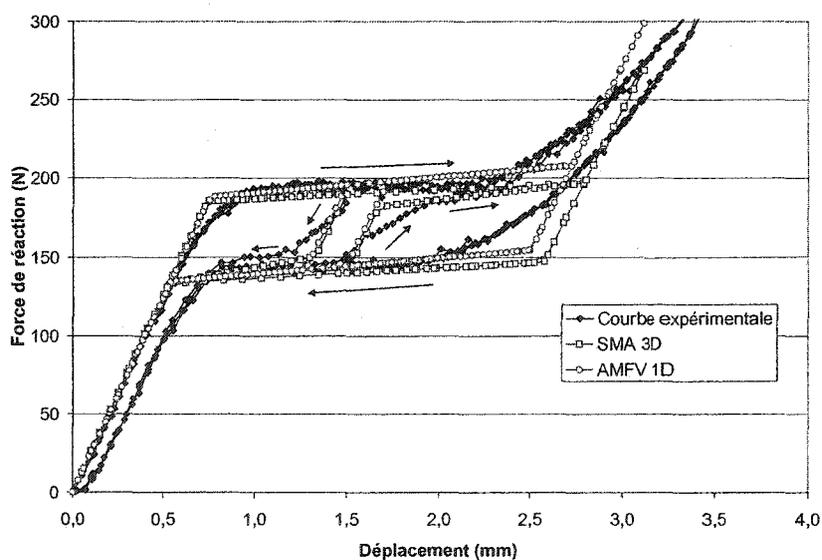


Figure 46 Comparaison entre les modèles pour une courbe force/déplacement à 55°C contenant des sous-cycles.

Une des raisons qui explique les différences entre le modèle SMA 3D et les résultats expérimentaux est l'utilisation de pentes identiques pour les modules d'élasticité de

l'austénite et de la martensite. Une autre cause est l'utilisation d'une seule et même droite pour le chargement et le déchargement dans les zones élastiques. Pour ce qui est du modèle AMFV 1D, l'allure de la courbe est satisfaisante et on note une excellente corrélation avec les résultats obtenus par le modèle SMA 3D. AMFV 1D souffre bien sûr des mêmes problèmes que le modèle SMA 3D par rapport aux résultats expérimentaux dus aux approximations inhérentes au modèle bilinéaire. Les effets de ces approximations seront mis plus en évidence avec les deux prochains essais.

3.2 Effet mémoire double sens assisté

L'essai d'effet mémoire double sens assisté est effectué à l'aide de la machine de traction avec la configuration d'imposition d'une force constante (voir figure 36). La procédure est la suivante :

1. Mettre l'échantillon entre les mors, prendre note de la distance entre les mors et plonger l'ensemble échantillon-machine de traction dans le bain thermique.
2. Régler le bain thermique à la température voulue et attendre la stabilisation de la température.
3. Amorcer l'enregistrement des données par le système d'acquisition.
4. Appliquer graduellement le poids libre et laisser suspendre par la suite (chargement 1).
5. Augmenter la température du bain à la température voulue (chargement 2).
6. Diminuer la température du bain à sa valeur initiale (chargement 3).
7. Enlever graduellement le poids libre (chargement 4).
8. Arrêter l'enregistrement des données.

Théoriquement, l'essai est effectué à contrainte constante²⁰. La figure 47 permet de visualiser l'évolution de la déformation en fonction de la température pour un essai *effet mémoire double sens assisté*. L'application du poids suspendu est effectuée à basse

²⁰ Comme la réduction de section due à la déformation axiale n'est pas considérée ($v=0$), une force constante est équivalente à une contrainte constante.

température (figure 47 a). Ensuite, la température est augmentée et une transformation inverse est induite à l'échantillon (figure 47 b). Lorsque la température a atteint sa valeur finale, l'échantillon a terminé sa transformation inverse (figure 47 c). Après, la température est diminuée et une transformation directe est induite à l'échantillon (figure 47 d). Lorsque la température est suffisamment diminuée, la transformation directe est terminée et l'échantillon se retrouve à la case de départ (figure 47 a).

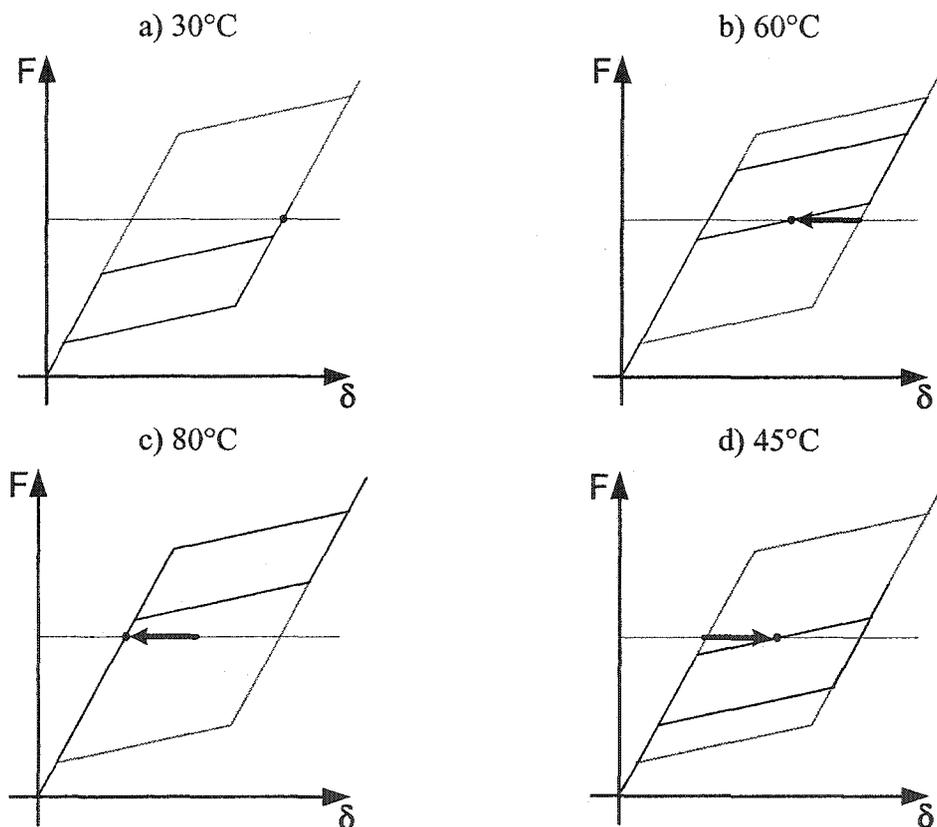


Figure 47 Évolution de la déformation lors d'un essai mémoire double sens assisté

Bien que la force appliquée soit sensée être fixe, il existe des variations dans la charge lors de la prise de données expérimentales (voir figure 48). Ces variations sont dues au montage, plus précisément au frottement interne au roulement linéaire qui s'oppose au déplacement et possède ainsi sa propre hystérésis. Dans le but de tenir compte de cet effet, le modèle numérique a été adapté pour refléter en partie le phénomène. Le fichier

de simulation ANSYS est fourni en annexe 7. Ainsi, la séquence de chargement numérique est la suivante :

1. Chargement de 195 Newtons (chargement 1).
2. Élévation de température de 30 à 80°C (chargement 2).
3. Réajustement de la charge à 170 Newtons et diminution de température de 80 à 30°C (chargement 3).
4. Élimination de la charge (chargement 4).

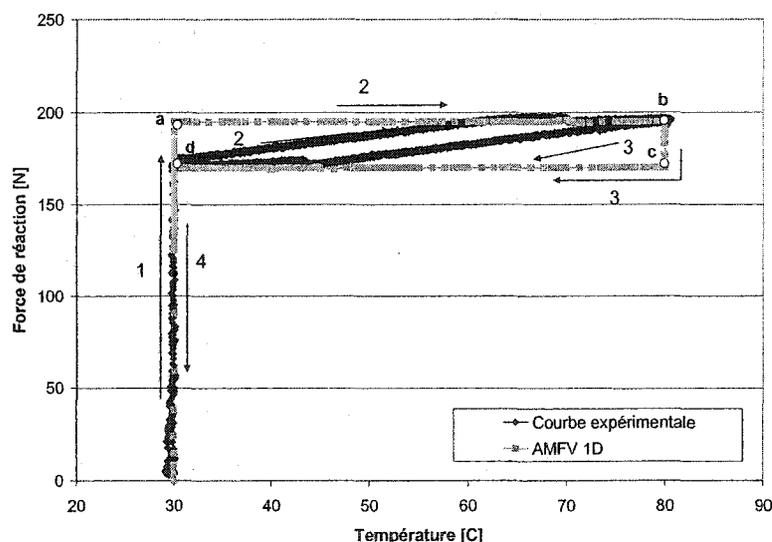


Figure 48 Courbe de la charge appliquée en fonction de la température pour le banc d'essai expérimental et modèle AMFV1D pour l'effet mémoire double sens assisté.

Bien que cette séquence ne soit pas parfaitement représentative du chargement ayant cours lors de l'essai, elle permet de se rapprocher substantiellement des résultats expérimentaux. Les numéros au côté des flèches indiquent l'ordre des chargements. Les lettres identifient les points d'équilibre du modèle numérique après chaque chargement et seront discutées plus loin.

Lors de l'application du poids suspendu, le roulement linéaire empêche la charge d'être appliquée en entier. Lorsque la température s'élève, l'échantillon doit soulever la

charge suspendue en plus de lutter contre la friction statique interne au roulement linéaire et, par conséquent, la charge augmente. Lorsque la force générée et les déplacements sont suffisants pour déplacer le roulement linéaire, la charge descend momentanément légèrement pour augmenter à un rythme beaucoup plus lent. Quand la température redescend, le roulement linéaire prend une partie de la charge appliquée par le poids suspendu sur l'échantillon et la charge diminue progressivement jusqu'à ce que l'équilibre des forces déplace le roulement linéaire. Ce mouvement est accompagné d'une légère augmentation momentanée de la force perçue par la cellule de force pour ensuite diminuer progressivement.

La figure 49 et figure 50 montrent les résultats du modèle AMFV 1D comparativement aux résultats expérimentaux. Il est possible de remarquer à la figure 49 que le modèle numérique donne une bonne approximation des résultats expérimentaux. Le modèle prédit un déplacement plus grand que celui expérimentalement mesuré lors de l'application du poids libre. Les résultats lors du cyclage en température sont, somme toute, assez satisfaisants. À la figure 50, il est possible d'observer que les températures de transformation (endroit où le déplacement varie sensiblement) sont assez bien prévues par le modèle. Les erreurs de prédiction de la LM AMFV 1D sont dues, entre autres, à la différence entre le chargement numérique et expérimental exprimé à la figure 48.

L'effet de la différence de chargement entre le modèle numérique et les résultats expérimentaux est surtout apparent au niveau des points a et c²¹. En effet, le modèle numérique obtient un déplacement correspondant à une force de 195 Newtons alors que l'échantillon ne percevra cette force qu'après une élévation substantielle de température (au cours du chargement 2). Au point b, les résultats sont plutôt semblables et le modèle réussit à bien représenter l'échantillon. Au point c, la charge du modèle numérique est abaissée à 170 Newtons, mais l'échantillon ne verra sa

²¹ Les points auxquels font référence les explications qui suivent peuvent être suivis simultanément à la figure 49, figure 50 ainsi qu'à la figure 48.

charge abaissée à ce niveau qu'après une réduction de température (chargement 3).
Le point d, quant à lui, n'est pas très loin des résultats expérimentaux.

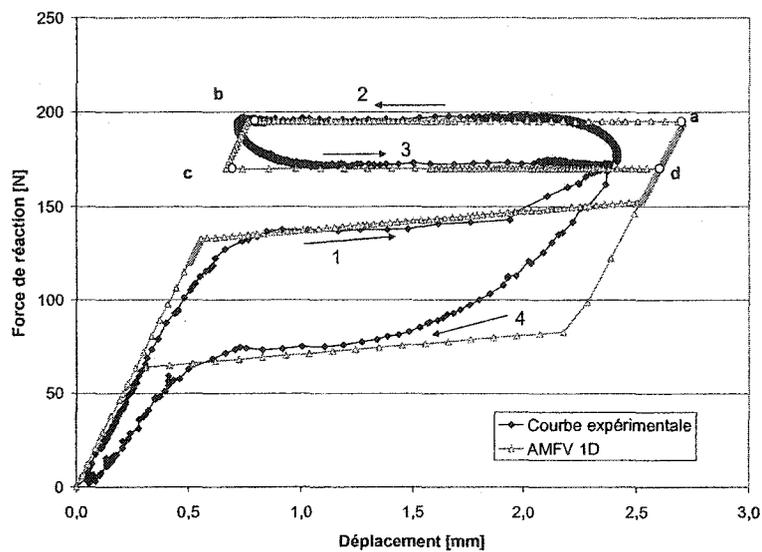


Figure 49 Force de réaction en fonction du déplacement pour l'effet mémoire double sens assisté

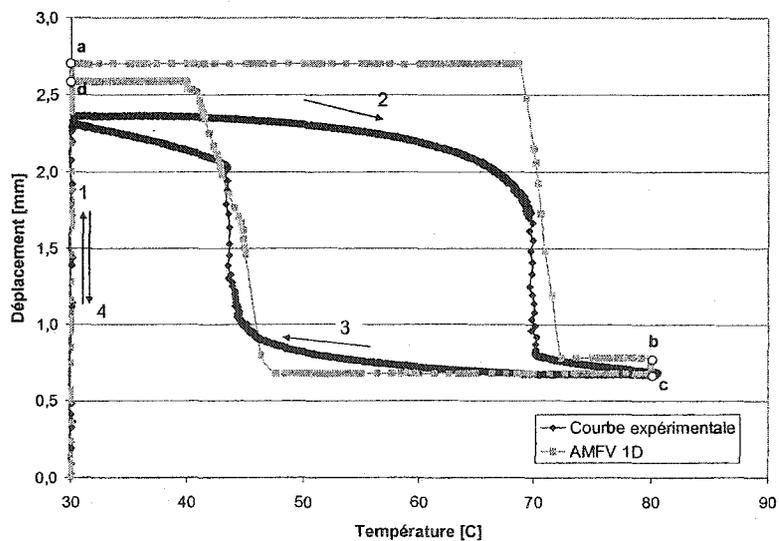
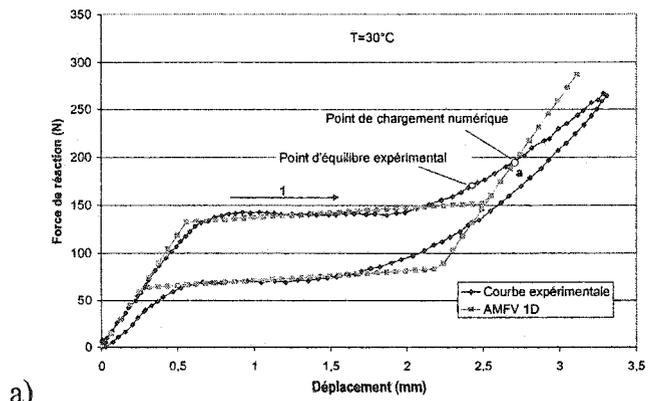


Figure 50 Déplacement en fonction de la température pour l'effet mémoire double sens assisté

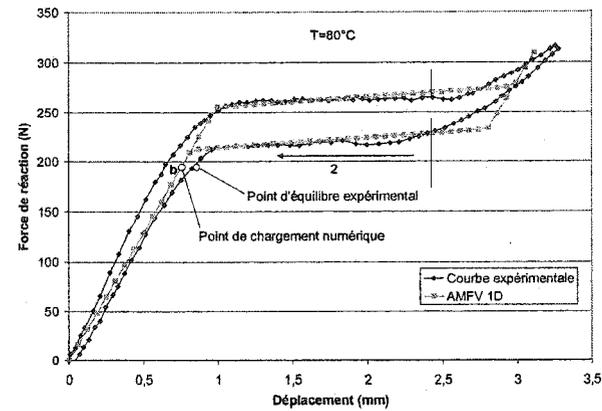
L'erreur obtenue au point b et d est dû à la modélisation même des courbes. Ainsi, lors du chargement 1, la température est à 30°C. La charge appliquée sur le modèle numérique est de 195 Newtons (point a de la figure 51 a) alors qu'elle n'est que de 170 Newtons lors de l'expérience. La différence entre les chargements explique en partie les différences sur le déplacement entre les résultats expérimentaux et le modèle. Lors du chargement 2, la température passe de 30 à 80°C et le point de chargement numérique atteint est le point b (voir figure 51 b).

Ensuite, la charge est abaissée, dans le modèle numérique, à 170 Newtons, mais la force de réaction de l'échantillon reste à 195 Newtons. Cette modification de charge correspond au début du chargement 3 (point c de la figure 51 c). La suite du chargement 3 est une réduction de la température de 80 à 30°C. À cette température, un nouveau point d'équilibre est trouvé (point d de la figure 51 d).

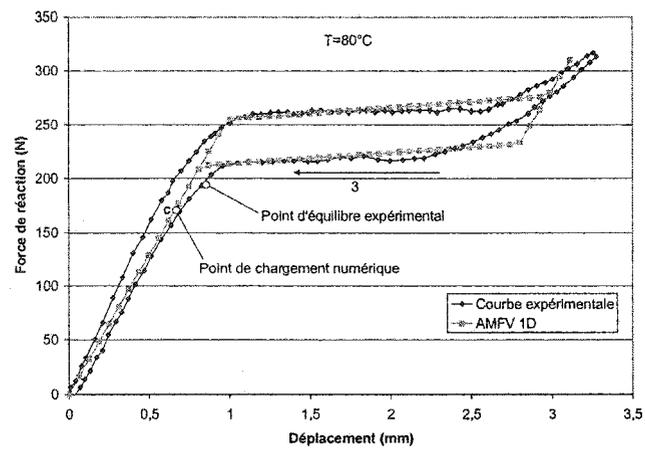
Il est possible d'observer à la figure 52 que le modèle AMFV 1D et l'échantillon rencontre la droite de transformation des σ_{As} et des σ_{Af} à peu près à la même température lors du chargement 2. De même, lors du chargement 3, l'échantillon traverse la droite σ_{Ms} à une température légèrement plus haute que le modèle mais semble atteindre la droite σ_{Mf} environ à la même température. Ces rencontres correspondent à la température de début et de fin de transformation et donc de grands déplacements des échantillons (voir figure 50). Somme toute, les résultats numériques sont très proches des résultats expérimentaux.



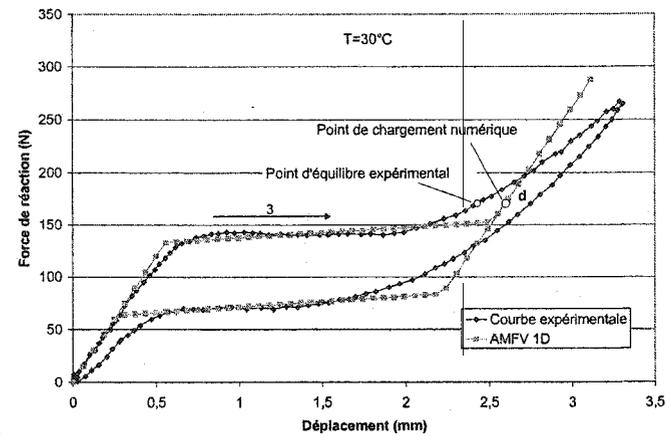
a)



b)



c)



d)

Figure 51 Point d'équilibre et de chargement numérique (a) à la fin du chargement 1 à une température de 30°C, (b) à la fin du chargement 2 à une température de 80°C, (c) au début du chargement 3 à 80°C et (d) à la fin du chargement 3 à 30°C.

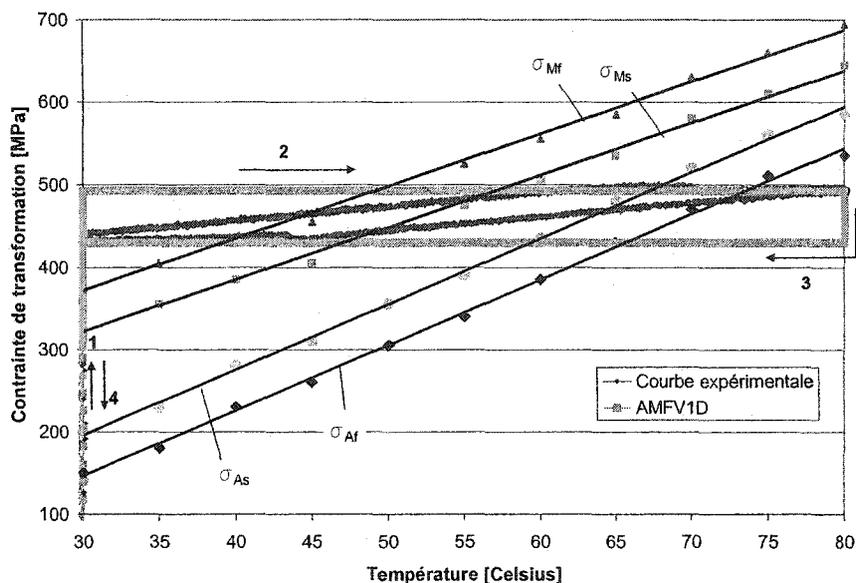


Figure 52 Température de transformation en fonction de la contrainte appliquée

3.3 Génération de contrainte

La génération de contrainte (voir section 1.1.7) utilise la même configuration pour la machine à traction que l'essai de traction simple, c'est-à-dire, la configuration de contrôle du déplacement. La procédure est la suivante :

1. Mettre l'échantillon entre les mors, prendre note de la distance entre les mors et plonger l'ensemble échantillon machine à traction dans le bain.
2. Régler le bain thermique à la température voulue et attendre que le bain atteigne la température.
3. Amorcer l'enregistrement des données par le système d'acquisition.
4. Tourner la manivelle jusqu'à l'atteinte de la déformation voulue.
5. Augmenter la température du bain à la température voulue.
6. Diminuer la température du bain à sa valeur initiale.
7. Une fois la température atteinte, tourner la manivelle pour permettre la reprise de forme de l'échantillon.
8. Arrêter l'enregistrement des données.

Il est possible d'observer, pour la figure 53 et la figure 54, que la force de réaction du modèle est inférieure à celle générée par l'échantillon. De plus, l'hystérésis de température est sensiblement plus grande dans le modèle que pour l'échantillon. L'erreur sur la prédiction est causée par le seul et même phénomène dû à la représentation simpliste du comportement par un modèle bilinéaire et la représentation simpliste des sous-cycles.

Il est possible d'observer à la figure 55 que la génération de contrainte débute plus tôt que le modèle AMFV 1D ne le prévoit. En effet, la génération de contrainte débute vers 35°C alors qu'elle ne commence que vers 55°C pour le modèle. De plus, la contrainte maximum atteinte est plus grande que celle prévue par le modèle. Lors du retour, la contrainte générée diminue aussitôt que la température diminue alors que le modèle prévoit ce comportement que vers 65°C.

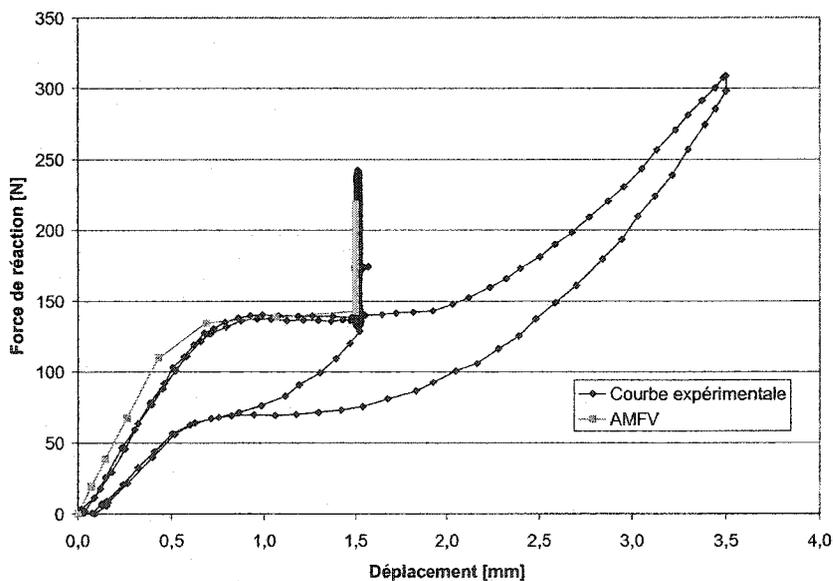


Figure 53 Comparaison de la force de réaction en fonction du déplacement entre les données expérimentales et le modèle AMFV pour un essai de génération de contrainte

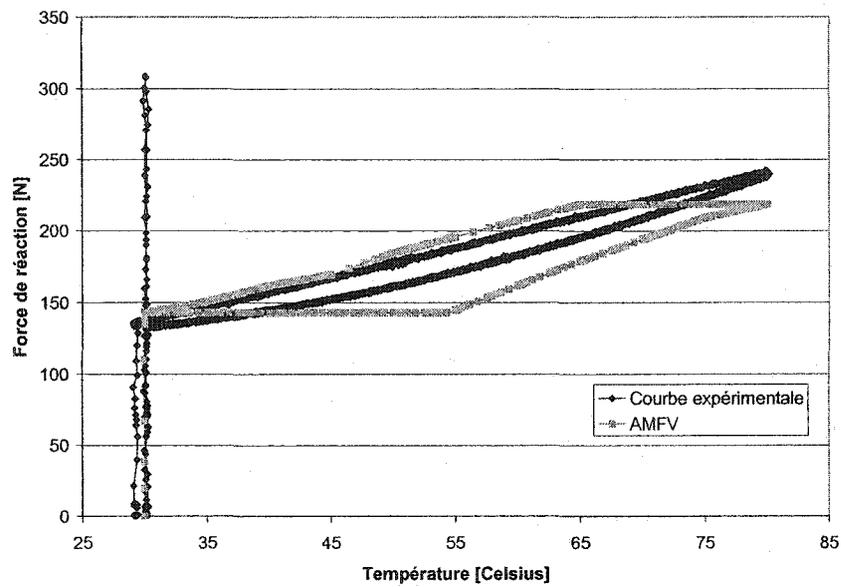


Figure 54 Comparaison de la force de réaction en fonction de la température entre les données expérimentales et le modèle AMFV pour un essai de génération de contrainte

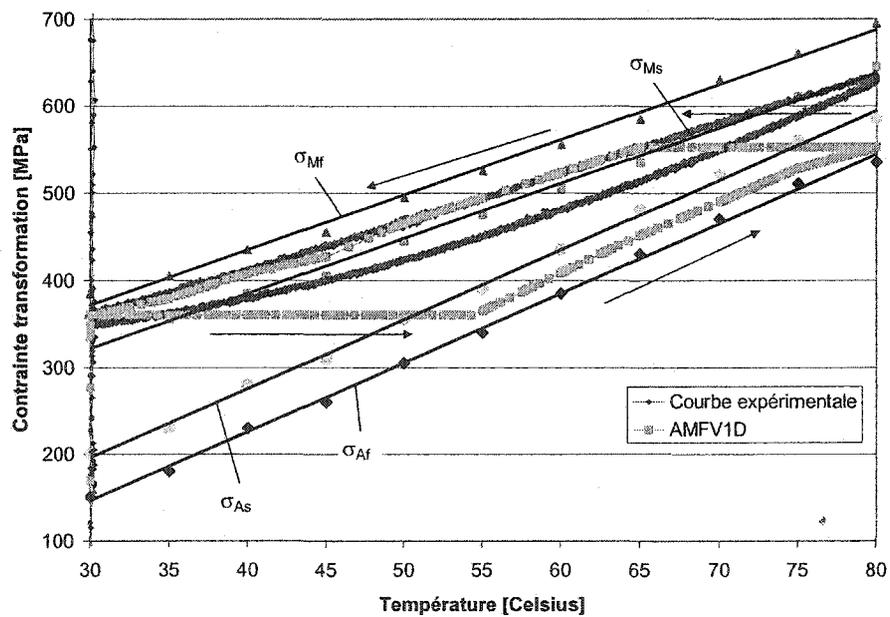


Figure 55 Courbe température/contrainte pour une génération de contrainte avec encastrement à 1.5 mm

Les différences entre les résultats expérimentaux et numériques peuvent être expliquées par la limitation du modèle au niveau de la représentation du comportement du matériau lors d'un sous-cycle. La figure 56 montre cette différence lors de l'augmentation de température alors que la figure 57 montre cette différence lors de la diminution de la température. La contrainte donnée par l'expérience est notée par la variable σ alors que la contrainte donnée par le modèle est notée σ' .

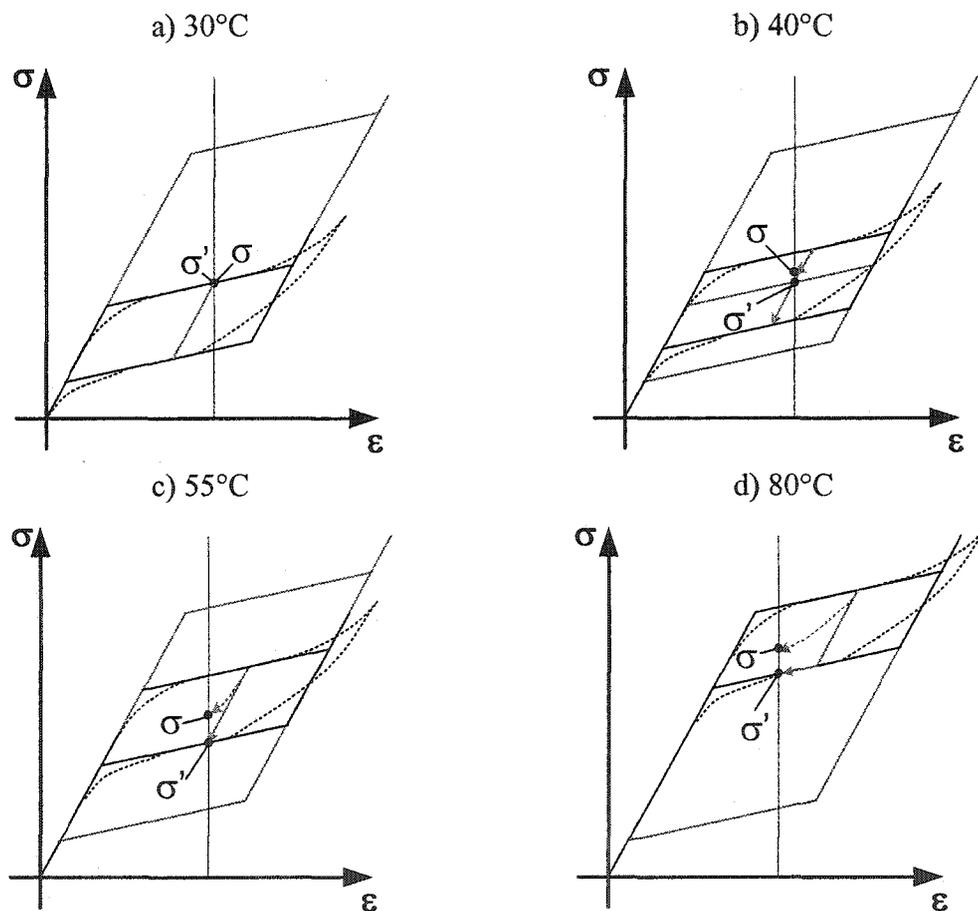


Figure 56 Différence entre la contrainte expérimentale et du modèle lors de l'élévation de température

Au début de l'essai, une déformation correspondante à un déplacement de 1.5mm est induite sur l'échantillon à la température de 30°C. La déformation et la contrainte sont à peu près semblables à ce niveau pour l'échantillon et le modèle. La suite de l'essai est effectuée à déformation constante (encastrement). Lors de l'élévation de température

vers 40°C, le déplacement de la courbe de comportement vers le haut induit un chemin légèrement différent pour l'échantillon et le modèle. En effet, le modèle prévoit une déformation élastique jusqu'à 55°C alors que l'échantillon commence tout de suite à effectuer une transformation inverse combinée à un retour élastique lors de l'équivalent d'un sous-cycle de déchargement. À partir de 55°C, la transformation inverse est amorcée du côté du modèle et est poursuivie jusqu'à la température finale de 80°C. L'influence de l'erreur sur la contrainte lors de l'élévation de la température peut être suivie simultanément à la figure 56 et à la figure 55.

Lors de la diminution de température, le chemin inverse sera effectué et le retard sur la transformation directe par le modèle sera par la suite rattrapé. L'influence de l'erreur sur la contrainte lors de la diminution de la température peut être suivie simultanément à la figure 57 et à la figure 55. Le fichier de simulation ANSYS est fourni en annexe 8.

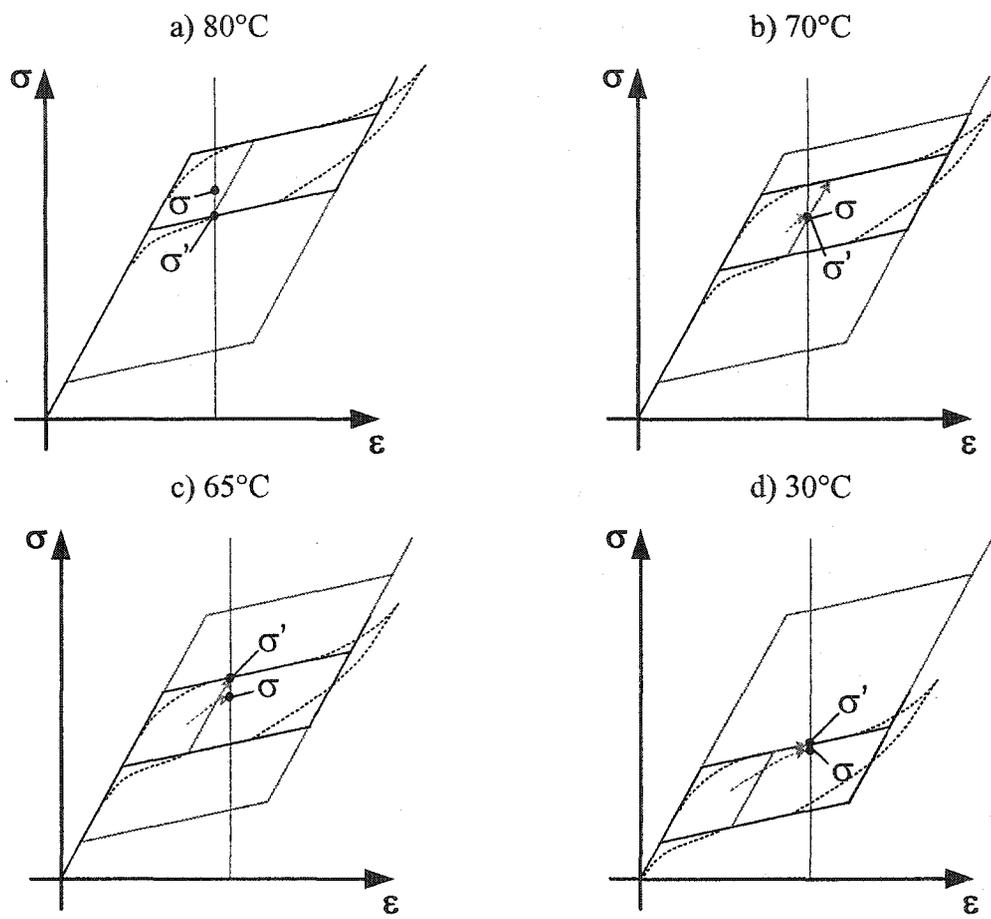


Figure 57 Différence entre la contrainte expérimentale et du modèle lors d'une diminution de température

CONCLUSION

En conclusion, un modèle phénoménologique (AMFV 1D) a été programmé à l'intérieur d'ANSYS avec le module *usermat* prévu à cette fin. Le modèle permet de prévoir le comportement superélastique ainsi que les hystérésis mécaniques et thermiques d'un fil AMF. Le modèle est validé à l'aide d'un essai de traction simple, d'un *effet mémoire double sens assisté* ainsi que d'un essai de génération de contrainte et les principales causes de divergence sont identifiées.

Plus précisément, les principales caractéristiques des AMF ont été exposées afin d'améliorer la compréhension des phénomènes ayant lieu dans ceux-ci et de façon à faire un choix plus éclairé des paramètres à obtenir suite à la caractérisation du matériau modélisé. Ainsi, les contraintes de début et de fin de transformation directe et les contraintes de début et de fin de transformation inverse sont identifiées en même temps que la déformation de transformation maximale et les modules d'élasticité de l'austénite et de la martensite. Les hystérésis mécanique et thermique sont exposées et le lien entre la transformation de phase et le comportement en traction, en génération de contrainte et en effet mémoire double sens assisté est révélé. Les différents types de modèles sont présentés et le choix du type phénoménologique est fait pour le modèle AMFV 1D.

Par la suite, les interactions entre la loi de matériau et le programme principal sont expliquées. La méthode de programmation d'une loi de matériau à l'aide du module *usermat* est exposée. Les caractéristiques complètes de la loi de matériau programmée sont : bilinéaire isotrope avec sous-cycle de type *retour élastique simple* et critère de transformation de von Mises (mêmes propriétés en tension et en compression). Les constantes du matériau peuvent être modifiées en fonction de la température si les conditions suivantes sont respectées : modules d'élasticité de l'austénite et de la martensite égaux, modules de transformation directe et inverse égaux, modules d'élasticité et de transformation constants pour toutes températures, déformation maximale de la zone de transformation constante pour toutes températures.

La loi de matériau AMFV 1D a été comparée (un essai en tension à température constante) avec la loi de matériau SMA 3D déjà programmée dans la version 8.0 d'ANSYS et avec les résultats expérimentaux. Les deux lois montrent sensiblement les mêmes résultats, soit une très bonne correspondance aux résultats expérimentaux. La loi SMA 3D semble légèrement supérieure au modèle AMFV 1D pour modéliser les sous-cycles. Une possible erreur est détectée dans la documentation d'ANSYS sur la loi de matériau SMA d'ANSYS 8.0. Les différences entre les résultats des deux lois de matériau ne sont pas dues aux types d'éléments utilisés.

La loi de matériau AMFV 1D est validée suivant un essai d'effet mémoire double sens assisté. Pour se faire, une force constante est appliquée à l'échantillon et la température est variée. L'essai se déroulant théoriquement à contrainte constante, un poids suspendu a été utilisé pour le montage expérimental. Cependant, les résultats montrent une variation de la charge lors de la variation de température due au montage (frottement interne du roulement linéaire). La charge lors de la simulation numérique a donc été modifiée pour imiter les chargements expérimentaux. La comparaison montre une bonne correspondance des résultats. Les divergences observées sont dues à la non correspondance de la charge en tout point lors de la variation de température et aux approximations inhérentes au modèle bilinéaire (chargement et déchargement élastique sur une même ligne).

La loi de matériau AMFV 1D est validée suivant un essai de génération de contrainte. L'échantillon est donc déformé à environ 50% de la déformation maximale de transformation avant d'être encastré et soumis à une variation de température. Les résultats, bien que satisfaisants, sont relativement moins bons que les deux essais précédents. La principale source d'erreur est la modélisation trop simpliste des sous-cycles de la loi de matériau AMFV 1D. Il est suggéré que la modélisation des sous-cycles de type *droite d'instabilité* avec un *point de retour* permet d'améliorer sensiblement les résultats.

RECOMMANDATIONS

Les recommandations qui suivent concernent les améliorations à apporter au modèle AMFV 1D afin de le rendre plus performant. Bien qu'elles ne soient pas exhaustives, celles-ci sont probablement les améliorations les plus « faciles » à apporter. Pour connaître d'autres améliorations possibles, voir les effets secondaires de la section 1.2.

1. Programmation d'un élément 3D

La programmation d'une LM pour un élément 3D permettrait de valider la loi de matériau dans des problèmes beaucoup plus complexes et de représenter des cas où l'utilisation d'éléments 1D est impossible. Cette amélioration serait probablement la première à effectuer sur ce modèle dans le but de le valider plus en profondeur.

2. Amélioration de gestion des sous-cycles

L'amélioration des sous-cycles par la programmation d'une *droite d'instabilité avec point de retour* du type de Gillet et al. [17] ou d'une loi des mélanges du type de la LM SMA d'ANSYS permettrait de se rapprocher davantage des résultats expérimentaux.

3. Implantation du critère de Drucker-Prager

À l'instar de la LM SMA d'ANSYS 8.0, l'implantation du critère de Drucker-Prager permettrait de modéliser la différence entre les propriétés en tension et en compression des AMF.

4. Utilisation d'une pente d'élasticité différente pour la martensite

L'utilisation d'une pente d'élasticité pour la martensite différente de la pente d'élasticité de l'austénite permettrait de modéliser avec beaucoup plus de réalisme la fin de la courbe de caractérisation.

5. Implantation des variations de déformation de transformation maximale, de pente d'élasticité et de transformation en fonction de la température

Bien que ces critères n'influencent probablement pas beaucoup les résultats, il permettrait de faciliter la caractérisation des AMF pour le modèle AMFV 1D en fixant moins de contraintes à respecter lors de l'établissement des propriétés.

6. Implantation d'un critère de plasticité

La déformation plastique est probablement un des critères les plus faciles à implanter dans la présente LM. En effet, il suffirait, par exemple, de créer un critère de plasticité qui, lors qu'atteint, augmente progressivement, simultanément mais différemment la contrainte de début et de fin de transformation inverse jusqu'à ce ces dernières soient confondues. Ce type de critère permettrait d'obtenir un comportement du type de la figure 12.

7. Implantation d'une méthode de calcul de retour libre dû à l'effet mémoire

Bien que ce critère est probablement plus difficile que ceux cités précédemment, il serait très intéressant de pouvoir modéliser le retour de forme à contrainte nulle afin de pouvoir modéliser d'autres types d'actionneurs. Le modèle permet déjà de modéliser un comportement de réorientation de la martensite (phénoménologiquement peu différent de la transformation directe) et, par conséquent, une déformation résiduelle. Cependant, le modèle actuel ne permet pas la reprise de forme due à une élévation de température à contrainte nulle. Le problème se situe au niveau de la prédiction de la contrainte future lorsque la contrainte précédente est proche de zéro. La modélisation de ce phénomène commanderait probablement une révision complète du fonctionnement de l'algorithme de la LM AMFV 1D.

ANNEXE 1

Certificat du matériau superélastique


CERTIFICATE OF TEST

NEW HARTFORD, NY 13413-9576
 PHONE: (315) 798-2029
 FAX: (315) 798-6880

CERTIFICATION DATE 06/13/03

Ecole de Technologie Superieure
 1125, rue Williams Quest
 Montreal, Canada
 H3C 1K3

CUSTOMER ORDER NUMBER : 45980
 SMC ORDER NUMBER : ETS-15581
 ALLOY : NITINOL
 SIZE : 0.028"
 HEAT NUMBER : C7-7179-2-30A
 WEIGHT/LENGTH : 2.0#/1152 FT

CERTIFICATION:

UDIMET® NITINOL WIRE, 0.71 MM 0.028" DIA. AS DRAWN, CLEANABLE
 BLACK OXIDE SURFACE,

AF (FULLY ANNEALED) = +3 DEG. C

CHEMICAL ANALYSES:

Element	Wt %
Nickel	55.92
Titanium	44.06
Oxygen	0.05 Maximum
Carbon	0.05 Maximum
Mn, Si, Cr, Co, Mo, W, V	<0.01
Nb, Al, Zr, P, Cu, Ta, Hf	<0.01
Ag, Pb, Bi, Ca, Mg, Sn, Cd	<0.01
Zn, Sb, Sr, Na, As, Be, Ba	<0.01
Fe	<0.05
B	<0.001

THIS IS TO CERTIFY THAT THE ABOVE VALUES ARE TRUE AND ACCURATE
 TO THE BEST OF MY KNOWLEDGE AND BELIEF.


 SUBHASH C. GUPTA
 AUTHORIZED SIGNATURE

6/13/03
 DATE

PAGE 1 OF 1 END OF CERTIFICATE

ANNEXE 2

**Fichier indiquant la loi de matériau à utiliser en fonction du type d'élément choisi
(usermat.f)**

*deck,usermat parallel user

gal

```

      subroutine usermat(
&          matId, elemId,kDomIntPt, kLayer, kSectPt,
&          ldstep, isubst, keycut,
&          nDirect, nShear, ncomp, nStatev, nProp,
&          Time, dTime, Temp, dTemp,
&          stress, statev, dsdePl, sedEl, sedPl, epseq,
&          Strain, dStrain, epsPl, prop, coords,
&          rotateM, defGrad_t, defGrad,
&          tsstif, epsZZ,
&          var1, var2, var3, var4, var5,
&          var6, var7, var8)
C*****
C***
C      *** primary function ***
C
C          user defined material constitutive model
C
C      Attention:
C          User must define material constitutive law properly
C          according to the stress state such as 3D, plain strain
C          and axisymmetry, plane stress and 3D/1D beam.
C
C          a 3D material constitutive model can use for
C          plain strain and axisymmetry cases.
C
C          When using shell elements, a plane stress algorithm
C          must be use.
C
C
C          gal July, 1999
C
C      The following demonstrates a USERMAT subroutine for
C      a plasticity model, which is the same as TB, BISO,
C      for different stress states.
C      See "ANSYS user material subroutine USERMAT" for detailed
C      description of how to write a USERMAT routine.
C
C      This routine calls four routines,
C      usermat3d.F, usermatps.F usermatbm.F and usermat1d.F, w.r.t.
C      the corresponding stress states.
C      Each routine can be also a usermat routine for the specific
C      element.
C
C***      This program has been modified to use AMFV1D in the case of
C          1D stress state.
C
C          Francois Viens, 2004
C*****
C
C      input arguments

```

```

c
c =====
c   matId      (int,sc,i)      material #
c   elemId     (int,sc,i)      element #
c   kDomIntPt  (int,sc,i)      "k"th domain integration point
c   kLayer     (int,sc,i)      "k"th layer
c   kSectPt    (int,sc,i)      "k"th Section point
c   ldstep     (int,sc,i)      load step number
c   isubst     (int,sc,i)      substep number
c   nDirect    (int,sc,in)     # of direct components
c   nShear     (int,sc,in)     # of shear components
c   ncomp      (int,sc,in)     nDirect + nShear
c   nstatev    (int,sc,l)     Number of state variables
c   nProp      (int,sc,l)     Number of material constants
c
c   Temp       (dp,sc,in)      temperature at beginning of
c                                     time increment
c   dTemp      (dp,sc,in)      temperature increment
c   Time       (dp,sc,in)      time at beginning of increment (t)
c   dTime      (dp,sc,in)      current time increment (dt)
c
c   Strain     (dp,ar(ncomp),i) Strain at beginning of time increment
c   dStrain    (dp,ar(ncomp),i) Strain increment
c   prop       (dp,ar(nprop),i) Material constants defined by TB,USER
c   coords     (dp,ar(3),i)    current coordinates
c   rotateM    (dp,ar(3,3),i)  Rotation matrix for finite
c                                     deformation update
c   defGrad_t  (dp,ar(3,3),i)  Deformation gradient at time t
c   defGrad    (dp,ar(3,3),i)  Deformation gradient at time t+dt
c
c input output arguments
c =====
c   stress     (dp,ar(nTesn),io) stress
c   statev     (dp,ar(nstatev),io) statev
c   sedEl      (dp,sc,io)      elastic work
c   sedPl      (dp,sc,io)      plastic work
c   epseq      (dp,sc,io)      equivalent plastic strain
c   tsstif     (dp,ar(2),io)   transverse shear stiffness
c                                     tsstif(1) - Gxz
c                                     tsstif(2) - Gyz
c                                     tsstif(1) is also used to
c                                     calculate hourglass
c                                     stiffness, this value must be
c                                     defined when low
c                                     order element, such as 181,
c                                     182, 185 with uniform
c                                     integration is used.
c   var?       (dp,sc,io)      not used, they are reserved
c                                     arguments
c                                     for further development
c
c output arguments
c =====
c   keycut     (int,sc,io)     loading bisect/cut control

```



```

C
  INTEGER
&      matId, elemId,
&      kDomIntPt, kLayer, kSectPt,
&      ldstep, isubst, keycut,
&      nDirect, nShear, ncomp, nStatev, nProp
  DOUBLE PRECISION
&      Time,      dTime,      Temp,      dTemp,
&      sedEl,     sedPl,     epseq,     epsZZ
  DOUBLE PRECISION
&      stress (ncomp ), statev (nStatev),
&      dsdePl (ncomp, ncomp),
&      Strain (ncomp ), dStrain (ncomp ),
&      epsPl (ncomp ), prop (nProp ),
&      coords (3),      rotateM (3,3),
&      defGrad (3,3),   defGrad_t(3,3),
&      tsstif (2)
C
  EXTERNAL      usermat3d, usermatps, usermatbm, AMFV1D

  DOUBLE PRECISION var1, var2, var3, var4, var5,
&      var6, var7, var8
C
C*****
C
  IF(ncomp .GE. 4) THEN
c ***      3d, plane strain and axisymmetric example
      call usermat3d (
&          matId, elemId, kDomIntPt, kLayer, kSectPt,
&          ldstep, isubst, keycut,
&          nDirect, nShear, ncomp, nStatev, nProp,
&          Time, dTime, Temp, dTemp,
&          stress, statev, dsdePl, sedEl, sedPl, epseq,
&          Strain, dStrain, epsPl, prop, coords,
&          rotateM, defGrad_t, defGrad,
&          tsstif, epsZZ,
&          var1, var2, var3, var4, var5,
&          var6, var7, var8)
  ELSE IF(nDirect.eq. 2 .and. ncomp .EQ. 3) THEN
c ***      plane stress example
      call usermatps (
&          matId, elemId, kDomIntPt, kLayer, kSectPt,
&          ldstep, isubst, keycut,
&          nDirect, nShear, ncomp, nStatev, nProp,
&          Time, dTime, Temp, dTemp,
&          stress, statev, dsdePl, sedEl, sedPl, epseq,
&          Strain, dStrain, epsPl, prop, coords,
&          rotateM, defGrad_t, defGrad,
&          tsstif, epsZZ,
&          var1, var2, var3, var4, var5,
&          var6, var7, var8)

```

```
ELSE IF(ncomp .EQ. 3) THEN
c ***      3d beam example
      call usermatbm (
&          matId, elemId, kDomIntPt, kLayer, kSectPt,
&          ldstep, isubst, keycut,
&          nDirect, nShear, ncomp, nStatev, nProp,
&          Time, dTime, Temp, dTemp,
&          stress, statev, dsdePl, sedEl, sedPl, epseq,
&          Strain, dStrain, epsPl, prop, coords,
&          rotateM, defGrad_t, defGrad,
&          tsstif, epsZZ,
&          var1, var2, var3, var4, var5,
&          var6, var7, var8)

      ELSE IF(ncomp .EQ. 1) THEN
c ***      1d beam example
      call AMFV1D (
&          matId, elemId, kDomIntPt, kLayer, kSectPt,
&          ldstep, isubst, keycut,
&          nDirect, nShear, ncomp, nStatev, nProp,
&          Time, dTime, Temp, dTemp,
&          stress, statev, dsdePl, sedEl, sedPl, epseq,
&          Strain, dStrain, epsPl, prop, coords,
&          rotateM, defGrad_t, defGrad,
&          tsstif, epsZZ,
&          var1, var2, var3, var4, var5,
&          var6, var7, var8)
      END IF
      return
end
```

ANNEXE 3

**Fichier d'une loi de matériau bilinéaire isotropique incluant plastification
(usermat1dmod.f)**

*deck,usermat1dmod parallel user gal modifications fv

```

subroutine usermat1dmod(
&          matId, elemId, kDomIntPt, kLayer, kSectPt,
&          ldstep, isubst, keycut,
&          nDirect, nShear, ncomp, nStatev, nProp,
&          Time, dTime, Temp, dTemp,
&          stress, statev, dsdePl, sedEl, sedPl, epseq,
&          Strain, dStrain, epsPl, prop, coords,
&          rotateM, defGrad_t, defGrad,
&          tsstif, epsZZ,
&          var1, var2, var3, var4, var5,
&          var6, var7, var8)
c*****
c  *** primary function ***
c
c      user defined material constitutive model
c
c      Attention:
c      User must define material constitutive law properly
c      according to the stress state such as 3D, plain strain
c      and axisymmetry, plane stress and beam.
c
c      a 3D material constitutive model can use for
c      plain strain and axisymmetry cases.
c
c      When using shell elements, a plane stress algorithm
c      must be use.
c
c
c
c
c
c
c
c
c
c      gal July, 1999
c
c      The following demonstrates a USERMAT subroutine for
c      a plasticity model of 1D truss element (LINK180).
c      The plasticity model is the same as TB, BISO.
c
c      See "ANSYS user material subroutine USERMAT" for detailed
c      description of how to write a USERMAT routine.
c
c      This law has been slightly modified from the original by
c      François Viens, 2004
c*****
c  ***
c
c      input arguments
c      =====
c      matId      (int,sc,i)          material #
c      elemId     (int,sc,i)          element #
c      kDomIntPt  (int,sc,i)          "k"th domain integration
c
c
c
c      kLayer     (int,sc,i)          "k"th layer
c      kSectPt    (int,sc,i)          "k"th Section point

```

```

c      ldstep      (int,sc,i)      load step number
c      isubst      (int,sc,i)      substep number
c      nDirect     (int,sc,in)     # of direct components
c      nShear      (int,sc,in)     # of shear components
c      ncomp       (int,sc,in)     nDirect + nShear
c      nstatev     (int,sc,l)     Number of state variables
c      nProp       (int,sc,l)     Number of material ocnstants
c
c      Temp        (dp,sc,in)      temperature at beginning of
c                                  time increment
c      dTemp       (dp,sc,in)      temperature increment
c      Time        (dp,sc,in)      time at beginning of
c                                  increment (t)
c      dTime       (dp,sc,in)      current time increment (dt)
c
c      Strain      (dp,ar(ncomp),i) Strain at beginning of time
c                                  increment
c      dStrain     (dp,ar(ncomp),i) Strain increment
c      prop        (dp,ar(nprop),i) Material constants defined by
c                                  TB,USER
c      coords      (dp,ar(3),i)     current coordinates
c      rotateM     (dp,ar(3,3),i)   Rotation matrix for finite
c                                  deformation update
c      defGrad_t   (dp,ar(3,3),i)   Deformation gradient at time
c                                  t
c      defGrad     (dp,ar(3,3),i)   Deformation gradient at time
c                                  t+dt
c
c      input output arguments
c      =====
c      stress      (dp,ar(nTesn),io) stress
c      statev      (dp,ar(nstatev),io) statev
c                                  - equivalent plastic strain
c      statev(1)   - statev(1+ncomp) - plastic strain vector
c      statev(2)   - statev(nStatev) - von-Mises stress
c      sedEl       (dp,sc,io)       elastic work
c      sedPl       (dp,sc,io)       plastic work
c      epseq       (dp,sc,io)       equivalent plastic strain
c      tsstif      (dp,ar(2),io)    transverse shear stiffness
c                                  tsstif(1) - Gxz
c                                  tsstif(2) - Gyz
c                                  tsstif(1) is also used to
c                                  calculate hourglass
c                                  stiffness, this value must be
c                                  defined when low
c                                  order element, such as 181,
c                                  182, 185 with uniform
c                                  integration is used.
c      var?        (dp,sc,io)       not used, they are reserved
c                                  arguments
c                                  for further development
c
c      output arguments

```

```

c
c =====
c   keycut   (int,sc,io)           loading bisect/cut control
c                                           0 - no bisect/cut
c                                           1 - bisect/cut
c                                           (factor will be determined by
c                                           ANSYS solution control)
c   dsdePl   (dp,ar(ncomp,ncomp),io) material jacobian matrix
c   epsZZ    (dp,sc,o)            strain epsZZ for plane
c                                           stress,
c                                           define it when accounting for
c                                           thickness change
c                                           in shell and plane stress
c                                           states
c
c*****
c
c   ncomp    6   for 3D (nshear=3)
c   ncomp    4   for plane strain or axisymmetric (nShear = 1)
c   ncomp    3   for plane stress (nShear = 1)
c   ncomp    3   for 3d beam (nShear = 2)
c   ncomp    1   for 1D (nShear = 0)
c
c   stress and strains, plastic strain vectors
c       11, 22, 33, 12, 23, 13   for 3D
c       11, 22, 33, 12           for plane strain or axisymmetry
c       11, 22, 12               for plane stress
c       11, 13, 12               for 3d beam
c       11                       for 1D
c
c   material jacobian matrix
c   3D
c       dsdePl | 1111  1122  1133  1112  1123  1113 |
c       dsdePl | 2211  2222  2233  2212  2223  2213 |
c       dsdePl | 3311  3322  3333  3312  3323  3313 |
c       dsdePl | 1211  1222  1233  1212  1223  1213 |
c       dsdePl | 2311  2322  2333  2312  2323  2313 |
c       dsdePl | 1311  1322  1333  1312  1323  1313 |
c   plane strain or axisymmetric (11, 22, 33, 12)
c       dsdePl | 1111  1122  1133  1112 |
c       dsdePl | 2211  2222  2233  2212 |
c       dsdePl | 3311  3322  3333  3312 |
c       dsdePl | 1211  1222  1233  1212 |
c   plane stress (11, 22, 12)
c       dsdePl | 1111  1122  1112 |
c       dsdePl | 2211  2222  2212 |
c       dsdePl | 1211  1222  1212 |
c   3d beam (11, 13, 12)
c       dsdePl | 1111  1113  1112 |
c       dsdePl | 1311  1313  1312 |
c       dsdePl | 1211  1213  1212 |
c
c   1d
c       dsdePl | 1111 |
c

```

```

C*****
#include "impcom.inc"
C
  INTEGER
&      matId, elemId,
&      kDomIntPt, kLayer, kSectPt,
&      ldstep, isubst, keycut,
&      nDirect, nShear, ncomp, nStatev, nProp
  DOUBLE PRECISION
&      Time,      dTime,      Temp,      dTemp,
&      sedEl,     sedPl,     epseq,     epsZZ
  DOUBLE PRECISION
&      stress (ncomp ), statev (nStatev),
&      dsdePl (ncomp,ncomp),
&      Strain (ncomp ), dStrain (ncomp ),
&      epsPl (ncomp ), prop (nProp ),
&      coords (3),      rotateM (3,3),
&      defGrad (3,3),   defGrad_t(3,3),
&      tsstif (2)
C
C***** User defined part*****
C
C --- parameters
C
  INTEGER      mcomp
  DOUBLE PRECISION ZERO, HALF, ONE, TWO, SMALL
  PARAMETER (ZERO      = 0.d0,
&           HALF       = 0.5d0,
&           ONE         = 1.d0,
&           TWO         = 2.d0,
&           SMALL       = 1.d-08,
&           mcomp       = 1
&           )
C
C --- local variables
C
c      sigElp (dp,ar(6 ),1)      trial stress
c      dsdeEl (dp,ar(6,6),1)     elastic moduli
c      sigDev (dp,ar(6 ),1)     deviatoric stress tensor
c      dfds (dp,ar(6 ),1)       derivative of the yield
c                                 function
c      JM (dp,ar(6,6),1)        2D matrix for a 4 order
c                                 tensor
c      fach (dp,sc ,1)          fraction of plastic
c                                 deformation on total
c                                 deformation
c      pEl (dp,sc ,1)           hydrostatic pressure stress
c      qEl (dp,sc ,1)           von-mises stress
c      pleq_t (dp,sc ,1)        equivalent strain in plastic
c                                 zone at beginning of time
c                                 increment
c      pleq (dp,sc ,1)          equivalent strain in plastic
c                                 zone at end of time

```

```

c                                     increment
c     dpleq      (dp,sc      ,1)      incremental equivalent strain
c                                     in plastic zone
c     sigy_t     (dp,sc      ,1)      yield stress at beginning of
c                                     time increments
c     sigy       (dp,sc      ,1)      yield stress at end of time
c                                     increment
c     young      (dp,sc      ,1)      Young's modulus
c     posn       (dp,sc      ,1)      Poiss's ratio
c     sigy0      (dp,sc      ,1)      initial yield stress
c     dsigdep    (dp,sc      ,1)      plastic slop
c     twoG       (dp,sc      ,1)      two time of shear moduli
c
c
c     DOUBLE PRECISION sigElp(mcomp) , dsdeEl(mcomp,mcomp)
c
c     DOUBLE PRECISION var1, var2, var3, var4, var5,
c     &                var6, var7, var8
c
c     DOUBLE PRECISION qEl,   pleq_t,  sigy_t , sigy,
c     &                   dpleq, pleq,   signTens,
c     &                   young, posn,   sigy0,  dsigdep,
c     &                   twoG,  fratio,   fach
c     CHARACTER*40                BIDON
c*****
c
c     OPEN( 1, FILE='D:\fviens\ansys\MYFILE.TXT', STATUS='UNKNOWN')
c***   WHILE NOT EOF DO
c       100continue
c         READ(1,*,END=200) BIDON
c         GO TO 100
c***   END WHILE
c       200 continue
c
c     WRITE(1,* ) '-----'
c     WRITE(1,* ) 'load step number' , ldstep
c     WRITE(1,* ) 'substep number' , isubst
c
c     keycut      = 0
c     dsigdep     = ZERO
c     pleq_t      = statev(1)
c     pleq        = pleq_t
c     WRITE(1,* ) 'pleqIN' , pleq
c *** get Young's modulus and Poisson's ratio, initial yield stress and
c     others
c     young      = prop(1)
c     posn       = prop(2)
c     sigy0      = prop(3)
c *** calculate plastic slope
c     dsigdep    = prop(4)
c     fach       = 1-(prop(4)/young)
c     twoG       = young / (ONE+posn)
c *** define tsstif(1) since it is used for calculation of hourglass

```

```

c      stiffness
      tsstif(1) = HALF * twoG
c
c *** calculate elastic stiffness matrix
c
      dsdeEl(1,1) = young
c
c *** calculate the trial stress and
c copy elastic moduli dsdeEl to material Jacobian matrix
      sigElp(1) = stress(1)
      WRITE(1,* ) 'stress(1)' , stress(1)
      dsdePl(1,1) = dsdeEl(1,1)
      sigElp(1) = sigElp(1) + dsdeEl(1,1) * dStrain(1)
      WRITE(1,* ) 'Strain(1)' , Strain(1)
      WRITE(1,* ) 'dStrain(1)' , dStrain(1)
c *** sign of predicted stress
      signTens = sign (ONE, sigElp(1))
c *** compute von-mises equivalent stress
      qEl = abs(sigElp(1))
      WRITE(1,* ) 'qEl<-->predited stress' , qEl
c *** compute current yield stress
      sigy = sigy0 + dsigdep * pleq
      WRITE(1,* ) 'current yield stress' , sigy
c
      fratio = qEl / sigy - ONE
      WRITE(1,* ) 'fratio' , fratio
c *** check for yielding
      IF (sigy .LE. ZERO.or.fratio .LE. -SMALL) GO TO 500
c
      sigy_t = sigy
c *** initial guess of incremental equivalent plastic strain
      dpleq = (qEl - sigy) / young
      pleq = pleq_t + dpleq
      sigy = sigy0 + dsigdep * pleq
      WRITE(1,* ) 'current yield stress_2' , sigy
      WRITE(1,* ) 'dpleq' , dpleq
c
c *** update plastic strains, stresses
      epsPl(1) = pleq*fach
      stress(1) = signTens * sigy
      WRITE(1,* ) 'stress_output' , stress(1)
c
c *** update plastic strains
      epseq = pleq
c *** Update state variables
      statev(1) = pleq
      statev(2) = epsPl(1)
      WRITE(1,* ) 'statev(1)_pleq' , statev(1)
      WRITE(1,* ) 'statev(2)_epsPl(1)' , statev(2)
      WRITE(1,* ) 'eelas' , stress(1)/young
c *** Update plastic work
c      sedPl = sedPl + HALF * (sigy_t + sigy) * dpleq
c

```

```
c *** Material Jacobian matrix
c
      dsdePl(1,1) = dsigdep
c *** Allow a small number for Jacobian matrix if it is an ideal
c plasticity
      if(dsdePl(1,1).LE.ZERO) dsdePl(1,1) = SMALL*dsdeEl(1,1)
c
      goto 600
500 continue
c
c *** Update stress in case of elastic/unloading
      stress(1) = sigElp(1)
c
600 continue
c *** elastic strain energy
      sedEl = HALF * stress(1) * stress(1)/young
c *** update state variables
      statev(nStatev) = sigy
      WRITE(1,* ) 'statev(nStatev)_sigy' , sigy
c
      WRITE(1,* ) 'rigidité' , dsdePl(1,1)

      990 CONTINUE
      ENDFILE(1)
      CLOSE(1)
c
      return
      end
```

ANNEXE 4

Fichier d'une loi de matériau AMF (AMFV 1D.f)

```
*deck,AMFV1D parallel      user      fv
```

```

      subroutine AMFV1D(
&          matId, elemId,kDomIntPt, kLayer, kSectPt,
&          ldstep, isubst, keycut,
&          nDirect, nShear, ncomp, nStatev, nProp,
&          Time, dTime, Temp, dTemp,
&          stress, statev, dsdePl, sedEl, sedPl, epseq,
&          Strain, dStrain, epsPl, prop, coords,
&          rotateM, defGrad_t, defGrad,
&          tsstif, epsZZ,
&          var1, var2, var3, var4, var5,
&          var6, var7, var8)
c*****
c      *** primary function ***
c
c          user defined material constitutive model
c
c      Attention:
c          User must define material constitutive law properly
c          according to the stress state such as 3D, plain strain
c          and axisymmetry, plane stress and beam.
c
c          a 3D material constitutive model can use for
c          plain strain and axisymmetry cases.
c
c          When using shell elements, a plane stress algorithm
c          must be use.
c
c
c
c
c
c
c
c          gal July, 1999
c
c          The following demonstrates a USERMAT subroutine for
c          a shape memory alloy model of 1D truss element (LINK180).
c
c
c          Francois Viens, 2004
c
c
c          See "ANSYS user material subroutine USERMAT" for detailed
c          description of how to write a USERMAT routine.
c
c*****
c
c      input arguments
c      =====
c      matId      (int,sc,i)          material #
c      elemId     (int,sc,i)          element #
c      kDomIntPt  (int,sc,i)          "k"th domain integration
c
c
c
c          point
c      kLayer     (int,sc,i)          "k"th layer
c      kSectPt    (int,sc,i)          "k"th Section point
c      ldstep     (int,sc,i)          load step number
c      isubst     (int,sc,i)          substep number
c      nDirect    (int,sc,in)         # of direct components

```

```

c      nShear      (int,sc,in)      # of shear components
c      ncomp      (int,sc,in)      nDirect + nShear
c      nstatev    (int,sc,l)      Number of state variables
c      nProp      (int,sc,l)      Number of material constants
c
c      Temp      (dp,sc,in)      temperature at beginning of
c                               time increment
c      dTemp      (dp,sc,in)      temperature increment
c      Time      (dp,sc,in)      time at beginning of
c                               increment (t)
c      dTime      (dp,sc,in)      current time increment (dt)
c
c      Strain     (dp,ar(ncomp),i)  Strain at beginning of time
c                               increment
c      dStrain    (dp,ar(ncomp),i)  Strain increment
c      prop       (dp,ar(nprop),i)  Material constants defined by
c                               TB,USER
c      coords     (dp,ar(3),i)      current coordinates
c      rotateM    (dp,ar(3,3),i)    Rotation matrix for finite
c                               deformation update
c      defGrad_t  (dp,ar(3,3),i)    Deformation gradient at time t
c      defGrad    (dp,ar(3,3),i)    Deformation gradient at time
c                               t+dt
c
c      input output arguments
c      =====
c      stress     (dp,ar(nTesn),io)  stress
c      statev     (dp,ar(nstatev),io) statev
c      statev(1)  - equivalent plastic strain
c      statev(2) - statev(1+ncomp)    - plastic strain vector
c      statev(nStatev) - von-Mises stress
c      sedEl      (dp,sc,io)         elastic work
c      sedPl      (dp,sc,io)         plastic work
c      epseq      (dp,sc,io)         equivalent plastic strain
c      tsstif     (dp,ar(2),io)      transverse shear stiffness
c      tsstif(1) - Gxz
c      tsstif(2) - Gyz
c      tsstif(1) is also used to
c      calculate hourglass
c      stiffness, this value must be
c      defined when low
c      order element, such as 181,
c      182, 185 with uniform
c      integration is used.
c      var?      (dp,sc,io)         not used, they are reserved
c                               arguments
c                               for further development
c
c      output arguments
c      =====
c      keycut     (int,sc,io)        loading bisect/cut control
c      0 - no bisect/cut
c      1 - bisect/cut

```



```

c      sigyfd  (dp,sc  ,1)          stress of the end of the
c                                          direct transformation
c      sigysi  (dp,sc  ,1)          stress of the initial unset
c                                          of the inverse transformation
c      sigyfi  (dp,sc  ,1)          stress of the end of the
c                                          inverse transformation
c      sigyd   (dp,sc  ,1)          stress of the unset of the
c                                          direct transformation
c      sigyi   (dp,sc  ,1)          stress of the unset of the
c                                          inverse transformation
c      auselas (dp,sc  ,1)          austenite's modulus
c      posn    (dp,sc  ,1)          Poiss's ratio
c      dsigdetd (dp,sc  ,1)          direct transformation slope
c      twoG    (dp,sc  ,1)          two time of shear moduli
c      fractio1 (dp,sc  ,1)          test variable for direct
c                                          transformation
c      fractio2 (dp,sc  ,1)          test variable for inverse
c                                          transformation
c      fach    (dp,sc  ,1)          fraction of plastic
c                                          deformation on total
c                                          deformation
c
c      DOUBLE PRECISION sigElp(mcomp) , dsdeEl(mcomp,mcomp)
c
c      DOUBLE PRECISION var1, var2, var3, var4, var5,
c      &                var6, var7, var8
c
c      DOUBLE PRECISION qEl,  treq_t, sigy_t, sigysd,
c      &                sigyfd,  sigysi, sigyfi, auselas,
c      &                dsigdetd, sigyd, sigyi,  con1,
c      &                treqmax, dtreq,  treq,  signTens,
c      &                posn,    twoG,  fratio1, fratio2,
c      &                epsEl,   fach
c      CHARACTER*40      BIDON
c*****
c
c      OPEN( 1, FILE='D:\fvien\ansys\MYFILE.TXT', STATUS='UNKNOWN')
c      WHILE NOT EOF DO
c 100 continue
c      READ(1,*,END=200) BIDON
c      GO TO 100
c      END WHILE
c 200 continue
c
c      WRITE(1,* ) '-----'
c      WRITE(1,* ) 'load step number' , ldstep
c      WRITE(1,* ) 'substep number' , isubst
c      WRITE(1,* ) 'temperature' , Temp
c      WRITE(1,* ) 'temperature increment' , dTemp
c
c      keycut   = 0
c      dsigdetd = ZERO
c      treq_t   = statev(1)

```

```

      treq      = treq_t
      WRITE(1,* ) 'treqIN' , treq

c *** Define material parameters
c
c   Get Austenite elastic modulus, Poisson's ratio, start direct
c   transformation stress
      auselas = prop(1)
      posn     = prop(2)
      sigysd   = prop(3)

c
c   Get direct trans. slope, finish direct trans. stress and start
c   inverse trans. stress
      dsigdetd = prop(4)
      sigyfd   = prop(5)
      sigysi   = prop(6)

c   Define inverse transformation slope, and calculate finish inv.
c   trans. stress
      sigyfi   = sigysd-(sigyfd-sigysi)
c   IF (sigyfi.LE.zero) sigyfi=zero
      twoG     = auselas / (ONE+posn)
      fach    = 1-(dsigdetd/auselas)

c
c   define tsstif(1) since it is used for calculation of hourglass
c   stiffness
      tsstif(1) = HALF * twoG

c *** calculate direct and inverse transformation stresses and treq max
c
      sigyd = sigysd + treq * dsigdetd
      sigyi = sigyfi + treq * dsigdetd
      treqmax = (sigyfd-sigysd)/dsigdetd
c   IF (sigyi.LE.zero) sigyfi=zero
      WRITE(1,* ) 'auselas' , auselas
      WRITE(1,* ) 'dsigdetd' , dsigdetd
      WRITE(1,* ) 'sigysd' , sigysd
      WRITE(1,* ) 'sigyfd' , sigyfd
      WRITE(1,* ) 'sigysi' , sigysi
      WRITE(1,* ) 'sigyfi' , sigyfi
      WRITE(1,* ) 'sigyd' , sigyd
      WRITE(1,* ) 'sigyi' , sigyi
      WRITE(1,* ) 'stress(1)_IN' , stress(1)
      WRITE(1,* ) 'Strain(1)' , Strain(1)
      WRITE(1,* ) 'dStrain(1)' , dStrain(1)

c
c *** calculate the trial stress
      sigElp(1) = stress(1) + auselas * dStrain(1)
      WRITE(1,* ) 'trial stress' , sigElp(1)

c *** sign of predicted stress
      signTens = sign (ONE, sigElp(1))

c *** compute von-mises equivalent stress
      qEl = abs(sigElp(1))
      WRITE(1,* ) 'qEl' , qEl

```

```

c *** Test of pertinence of transformation calculation
      IF (abs(stress(1)).GT.sigyfd) GO TO 800
c *** calculate transformation criteria
      fratio1 = qEl / sigyd - ONE
      fratio2 = qEl / sigyi - ONE
c
c *** check for transformation
c
      IF (fratio1.GT.-small) THEN

c ** Direct transformation
      WRITE(1,* ) 'direct transformation zone'
      dtreq    = (qEl - sigyd) / auselas
      treq     = treq_t + dtreq
      WRITE(1,* ) 'treq' , treq
      WRITE(1,* ) 'treq max' , treqmax
c *Direct transformation completed
      IF ( treq.GE.treqmax ) THEN
        WRITE(1,* ) 'direct transformation completed'
        treq = treqmax
        sigyd = sigyfd
        con1 = dtreq - (sigyfd - abs(stress(1)))/dsigdetd
        stress(1) = (con1 * auselas + sigyfd) * signTens
        dsdePl(1,1) = auselas
      ELSE
        sigyd = sigysd + treq * dsigdetd
        stress(1) = signTens * sigyd
        dsdePl(1,1) = dsigdetd
      ENDIF
      ELSEIF (sigyi.GT.sigyfi.and.fratio2.LE.-small) THEN
c ** Inverse transformation
      WRITE(1,* ) 'inverse transformation zone'
      dtreq    = (qEl - sigyi) / auselas
      treq     = treq_t + dtreq
      IF (treq.LT.zero) THEN
c * Inverse transformation completed
        WRITE(1,* ) 'inverse transformation completed'
        epsEl=Strain(1)+dStrain(1)
        stress(1)=epsEl*auselas*signTens
        treq=zero
        dsdePl(1,1) = auselas
      ELSE
        stress(1)=(sigyfi+dsigdetd*treq)*signTens
        dsdePl(1,1) = dsigdetd
      ENDIF
      ELSE
c Elastic austenite and/or martensite zone
      WRITE(1,* ) 'elastic zone'
      stress(1) = sigElp(1)
      dsdePl(1,1) = auselas
      ENDIF
c
      GO TO 900

```

```
800 CONTINUE
c Elastic martensite zone
WRITE(1,* ) 'elastic zone'
      stress(1) = sigElp(1)
      dsdePl(1,1) = auselas
900 CONTINUE
WRITE(1,* ) 'computed Stress' , Stress(1)
WRITE(1,* ) 'treq' , treq
WRITE(1,* ) 'Rigidity' , dsdePl(1,1)
c *** update plastic and elastic strains
epsPl(1)=treq*fach*signTens
epseq = treq

c epsEl = Stress(1)/auselas
c *** update state variables
statev(1) = treq
statev(2) = epsPl(1)
c
c *** update state variables
statev(nStatev) = sigyd
c
990 CONTINUE
ENDFILE(1)
CLOSE(1)
c
return
end
```

ANNEXE 5

Fichier texte pour un essai de traction avec la loi de matériau SMA 3D

! Essai de traction sur élément solid 185 avec SMA

```

! -----
FINISH
/CLEAR
/TITLE,Tige 3D en traction utilisant SMA de ANSYS 8.0

!*****
!Paramètres
!*****

fac_red=128      !Facteur de réduction de la longueur
long=49.5/fac_red !Longueur de l'échantillon
pdef=EXP(.061)-1 !Déformation
dep=long*pdef    !Déplacement correspondant
Timp=55          !Température imposée

/PREP7          !Démarrage du module de définition des propriétés
ET,1,SOLID185   !Élément BRIQUE 3D

!*****
!Propriété du matériau
!*****
MP,EX,1,32000   !Module d'élasticité
MP,NUXY,1,0     !Coefficient de Poisson
TB,SMA,1,11     !Propriétés pour loi SMA suivant 11 températures
TBTEMP,30      !Pour T=30
TBDATA,1,335,385,200,150,0.0385,0 !sigMs,SigMf,sigAs,sigAf,etrmx,a
TBTEMP,35      !Pour T=35
TBDATA,1,355,405,230,180,0.0385,0
TBTEMP,40      !etc...
TBDATA,1,385,435,280,230,0.0385,0
TBTEMP,45
TBDATA,1,405,455,310,260,0.0385,0
TBTEMP,50
TBDATA,1,445,495,355,305,0.0385,0
TBTEMP,55
TBDATA,1,475,525,390,340,0.0385,0
TBTEMP,60
TBDATA,1,505,555,435,385,0.0385,0
TBTEMP,65
TBDATA,1,535,585,480,430,0.0385,0
TBTEMP,70
TBDATA,1,580,630,520,470,0.0385,0
TBTEMP,75
TBDATA,1,610,660,560,510,0.0385,0
TBTEMP,80
TBDATA,1,645,695,585,535,0.0385,0
!*****

! Créer les noeuds de l'élément fil AMF

```

```

N,1, 0,      0,      0          !Noeuds, #, coordonnées x, y, z
N,2, .62922, 0,      0          !etc...
N,3, .62922, .62922, 0
N,4, 0,      .62922, 0
N,5,  0,      0, long
N,6, .62922, 0, long
N,7, .62922, .62922, long
N,8,  0,      .62922, long

e,1,2,3,4,5,6,7,8 !Création de l'élément
eplot              !Affichage de l'élément

!*****
!conditions frontières
!*****

ALLS               !Sélection de toutes les entités
D,1,ALL,0          !Noeud #1 degrés de liberté = 0
D,2,UY,0           !Noeud #2 degrés de liberté y = 0
D,4,UX,0           !Noeud #4 degrés de liberté x = 0
nsel,s,loc,z,0     !Sélection des noeuds ayant la coordonnée z=0
CP,1,UZ,ALL        !Couplage des conditions frontières des noeuds
                   !préalablement sélectionnés suivant z
ALLS               !Sélection de toutes les entités

FINISH             !Sortie du module /PREP7

!*****
!Résolution du problème
!*****

/SOLU              !Démarrage du module de solution

NLGEOM,ON          !Géométrie non linéaire
NROPT,FULL         !Utiliser l'option Newton-Raphston
NSUBST,30,100,30  !Nombre de sous-étapes suggérées, maximum et minimum
OUTRES,,1          !Les résultats sont inscrits dans la banque de
                   !données à chaque sous-étape

! Appliquer la charge

BFUNIF,TEMP,Timp   !Imposé la température défini par Timp

nsel,s,loc,z,long  !Sélectionner les noeuds dont la coordonnée est
z=long
D,ALL,UZ,dep       !Déplacer les noeuds sélectionnés un à la coordonnée
                   !z=dep
ALLS               !Sélection de toutes les entités
SOLVE              !Résoudre

nsel,s,loc,z,long  !Sélectionner les noeuds dont la coordonnée est
z=long
D,ALL,UZ,0         !Déplacer les noeuds sélectionnés un à la coordonnée

```

```

!z=0
ALLS                !Sélection de toutes les entités
SOLVE              !Résoudre

FINISH             !Sortie du module /solu

!*****
!Affichage des résultats
!*****

/POST26           !Démarrage du module permettant de représenté
                  !graphiquement les résultats
NUMVAR,200        !Variable d'opération

ESOL,2,1,1,BFE,TEMP,TEMPERATURE           !Température
ESOL,3,1,,S,EQV,S_EQV_SMA                 !Contrainte de von Mises
ESOL,4,1,,EPEL,Z,DEF_ELAS_Z_SMA          !Déformation élastique
ESOL,5,1,,EPPL,Z,DEF_PLAS_Z_SMA          !Déformation plastique
NSOL,6,5,U,Z,Displacement                 !Déplacement
RFORCE,7,1,F,Z,                            !Force de réaction

FILLDATA,192,,,,0,0
FILLDATA,193,,,,1,0
FILLDATA,194,,,,-1,0
FILLDATA,195,,,,1,1
VARNAME,195,NSET

RFORCE,200,1,F,Z
FILLDATA,198,,,,1,0
REALVAR,198,198
FILLDATA,197,,,,0,0
REALVAR,197,197
PROD,196,198,194
ADD,199,197,196
FILLDATA,197,,,,1,0
REALVAR,197,197
PROD,196,199,197
PROD,8,200,196,,FZ_corr                  !Force de réaction corrigée

ADD,9,4,5,,DEFOR_corr                    !Déformation totale

FILLDATA,198,,,,fac_red,0
REALVAR,198,198
PROD,10,6,198,,deplac_corr              !Déplacement corrigé

```

ANNEXE 6

Fichier texte pour un essai de traction avec la loi de matériau AMFV 1D

```

! Essai de traction sur élément link 180 avec AMFV 1D
! -----
FINISH
/CLEAR
/TITLE, Fil en traction utilisant AMFV 1D

!*****
!Paramètres
!*****

A=.395919      !Surface du fil
long=49.5      !Longueur de l'échantillon
pdef=EXP(.061)-1      !Déformation apparente
dep=long*pdef      !Déplacement correspondant
Timp=55        !Température imposée

/PREP7        !Démarrage du module de définition des propriétés
ET,1,LINK180  !Élément tige 1D
KEYOPT,1,2,1  !Option de section constante
R,1,A        !Appliquer la surface "A" à l'élément

!*****
!Propriété du matériau
!*****

MP,NUXY,1,0    !Coefficient de Poisson
TB,USER,1,11,6 !Propriétés pour loi USER(AMFV1D) suivant 11
températures
TBTEMP,30      !Pour T=30
TBDATA,1,32000,0,335,1300,385,210 !ausélas, Poisson, sigMs, Etd, sigMf, sigAs
TBTEMP,35      !Pour T=35
TBDATA,1,32000,0,355,1300,405,230
TBTEMP,40      !etc...
TBDATA,1,32000,0,385,1300,435,280
TBTEMP,45
TBDATA,1,32000,0,405,1300,455,310
TBTEMP,50
TBDATA,1,32000,0,445,1300,495,355
TBTEMP,55
TBDATA,1,32000,0,475,1300,525,390
TBTEMP,60
TBDATA,1,32000,0,505,1300,555,435
TBTEMP,65
TBDATA,1,32000,0,535,1300,585,480
TBTEMP,70
TBDATA,1,32000,0,580,1300,630,520
TBTEMP,75
TBDATA,1,32000,0,610,1300,660,560
TBTEMP,80
TBDATA,1,32000,0,645,1300,695,585

TB,STATE,1,,7 !Variables d'états

```

```

!Créer les noeuds de l'éléments

N,1,0, long
N,2,0,0

E,1,2      !Création de l'élément
eplot
!*****
!conditions frontières
!*****

D,1,UX,0   !Noeud #1 degrés de liberté x = 0
D,1,UY,0   !Noeud #1 degrés de liberté y = 0
D,2,UX,0   !Noeud #2 degrés de liberté x = 0
ALLS       !Sélection de toutes les entités

FINISH      !Sortie du module /PREP7

!*****
!Résolution du problème
!*****

/SOLU       !Démarrage du module de solution

NLGEOM,ON   !Géométrie non linéaire
NROPT,FULL  !Utiliser l'option Newton-Raphston
NSUBST,30,100,30 !Nombre de sous-étapes suggérées, maximum et minimum
OUTRES,,1   !Les résultats sont inscrits dans la banque de
              !données à chaque sous-étape

!Chargement
BFUNIF,TEMP,Timp           !Imposé la température défini
par Timp
D,2,UY,-dep                !Déplacer le noeud 2 suivant l'axe y=-dep
SOLVE                      !Résoudre
D,2,UY,0                   !Déplacer le noeud 2 à la position initiale
SOLVE                      !Résoudre
FINISH                     !Sortie du module /solu

!*****
!Affichage des résultats
!*****

/POST26                    !Démarrage du module permettant de représenté
                           !graphiquement les résultats

NUMVAR,200                 !Variable d'opération
ESOL,2,1,,LBFE,1,TEMPERATURE !Température
ESOL,3,1,,LS,1,S_EQV_SMA   !Contrainte von Mises
ESOL,4,1,,LEPEL,1,DEF_ELAS_Z_SMA !Déformation élastique
ESOL,5,1,,LEPPL,1,DEF_PLAS_Z_SMA !Déformation plastique
NSOL,6,2,U,Y,Deplacement   !Déplacement
ESOL,7,1,,SMISC,1,Force_reaction !Force de réaction
ADD,9,4,5,,DEFOR_corr      !Déformation totale

```

ANNEXE 7

**Fichier texte pour un essai d'effet mémoire double sens assisté avec la loi de
matériau AMFV 1D**

```

! Essai effet mémoire double sens assisté sur élément link 180 avec
AMFV 1D
! Ce programme effectue effet mémoire de forme double sens assisté sur
! un fil de .71 de diamètre et 49.5 de long d'alliage superélastique
! de Nitinol. Les chargements sont les suivants:
! 1:Application d'une force de 195 à une température de 30 degrés
! 2:Élévation de la température à 80 degrés
! 3:Réduction de la force à 170 et abaissement de la température à 30
degrés
! 4:Élimination de la force appliquée
! -----
FINISH
/CLEAR
/TITLE, Effet mémoire double sens assisté utilisant AMFV 1D

!*****
!Paramètres
!*****

A=.395919          !Surface du fil
nn=15              !Nombre de subdivision pour l'appl. de la charge
long=49.5          !Longueur de l'échantillon
Timp=30            !Température de départ

/PREP7             !Démarrage du module de définition des propriétés
ET,1,LINK180      !Élément tige 1D
KEYOPT,1,2,1      !Option de section constante
R,1,A              !Appliquer la surface "A" à l'élément

!*****
!Propriété du matériau
!*****

MP,NUXY,1,0        !Coefficient de Poisson
TB,USER,1,11,6     !Propriétés pour loi USER(AMFV1D) suivant 11
températures
TBTEMP,30          !Pour T=30
TBDATA,1,32000,0,335,1300,385,210!ausélas,Poisson,sigMs,Etd,sigMf,sigAs
TBTEMP,35          !Pour T=35
TBDATA,1,32000,0,355,1300,405,230
TBTEMP,40          !etc...
TBDATA,1,32000,0,385,1300,435,280
TBTEMP,45
TBDATA,1,32000,0,405,1300,455,310
TBTEMP,50
TBDATA,1,32000,0,445,1300,495,355
TBTEMP,55
TBDATA,1,32000,0,475,1300,525,390
TBTEMP,60
TBDATA,1,32000,0,505,1300,555,435
TBTEMP,65
TBDATA,1,32000,0,535,1300,585,480
TBTEMP,70

```

```

TBDATA,1,32000,0,580,1300,630,520
TBTEMP,75
TBDATA,1,32000,0,610,1300,660,560
TBTEMP,80
TBDATA,1,32000,0,645,1300,695,585

TB,STATE,1,,7      !Variables d'états

!Créer les noeuds de l'éléments

N,1,0,long
N,2,0,0

E,1,2              !Création de l'élément
eplot
!*****
!conditions frontières
!*****

D,1,UX,0           !Noeud #1 degrés de liberté x = 0
D,1,UY,0           !Noeud #1 degrés de liberté y = 0
D,2,UX,0           !Noeud #2 degrés de liberté x = 0
ALLS               !Sélection de toutes les entités

FINISH             !Sortie du module /PREP7

!*****
!Résolution du problème
!*****

/SOLU              !Démarrage du module de solution

NLGEOM,ON          !Géométrie non linéaire
NROPT,FULL         !Utiliser l'option Newton-Raphston
NSUBST,30,100,30  !Nombre de sous-étapes suggérées, maximum et minimum
OUTRES,,1          !Les résultats sont inscrits dans la banque de
                  !données à chaque sous-étape

!Chargement

BFUNIF,TEMP,Timp   !Imposer la température définie par Timp

f,2,fy,-120        !Appl. d'une force au noeud #2 suivant y de -120
solve              !Résoudre

*DO,i,1,nn         !Boucle de chargement mécanique graduel
f,2,fy,-120-i*5
SOLVE
*ENDDO

BFUNIF,TEMP,32.5   !Imposé la température de 32.5
SOLVE              !Résoudre
BFUNIF,TEMP,35     !etc...
SOLVE

```

BFUNIF, TEMP, 37.5
SOLVE
BFUNIF, TEMP, 40
SOLVE
BFUNIF, TEMP, 42.5
SOLVE
BFUNIF, TEMP, 45
SOLVE
BFUNIF, TEMP, 47.5
SOLVE
BFUNIF, TEMP, 50
SOLVE
BFUNIF, TEMP, 52.5
SOLVE
BFUNIF, TEMP, 55
SOLVE
BFUNIF, TEMP, 57.5
SOLVE
BFUNIF, TEMP, 60
SOLVE
BFUNIF, TEMP, 62.5
SOLVE
BFUNIF, TEMP, 65
SOLVE
BFUNIF, TEMP, 67.5
SOLVE
BFUNIF, TEMP, 70
SOLVE
BFUNIF, TEMP, 71
SOLVE
BFUNIF, TEMP, 72
SOLVE
BFUNIF, TEMP, 73
SOLVE
BFUNIF, TEMP, 74
SOLVE
BFUNIF, TEMP, 75
SOLVE
BFUNIF, TEMP, 76
SOLVE
BFUNIF, TEMP, 77
SOLVE
BFUNIF, TEMP, 78
SOLVE
BFUNIF, TEMP, 79
SOLVE
BFUNIF, TEMP, 80
SOLVE
f, 2, fy, -170
SOLVE
BFUNIF, TEMP, 79
SOLVE
BFUNIF, TEMP, 77

!Réajuster la force à 170 Newtons

```

SOLVE
BFUNIF,TEMP,75
SOLVE
BFUNIF,TEMP,72.5
SOLVE
BFUNIF,TEMP,70
SOLVE
BFUNIF,TEMP,67.5
SOLVE
BFUNIF,TEMP,65
SOLVE
BFUNIF,TEMP,62.5
SOLVE
BFUNIF,TEMP,60
SOLVE
BFUNIF,TEMP,55
SOLVE
BFUNIF,TEMP,53
SOLVE
BFUNIF,TEMP,51.5
SOLVE
BFUNIF,TEMP,50
SOLVE
BFUNIF,TEMP,45
SOLVE
BFUNIF,TEMP,43
SOLVE
BFUNIF,TEMP,41.5
SOLVE
BFUNIF,TEMP,40
SOLVE
BFUNIF,TEMP,38
SOLVE
BFUNIF,TEMP,36.5
SOLVE
BFUNIF,TEMP,35
SOLVE
BFUNIF,TEMP,32.5
SOLVE
BFUNIF,TEMP,30
SOLVE
FINISH                !Sortie du module /solu

!*****
!Affichage des résultats
!*****

/POST26                !Démarrage du module permettant de représenté
                        !graphiquement les résultats
NUMVAR,200              !Variable d'opération
ESOL,2,1,,LBFE,1,TEMPERATURE    !Température
ESOL,3,1,,LS,1,S_EQV_SMA        !Contrainte von Mises
ESOL,4,1,,LEPEL,1,DEF_ELAS_Z_SMA !Déformation élastique

```

ESOL,5,1,,LEPPL,1,DEF_PLAS_Z_SMA	!Déformation plastique
NSOL,6,2,U,Y,Deplacement	!Déplacement
ESOL,7,1,,SMISC,1,Force_reaction	!Force de réaction
ADD,9,4,5,,DEFor_corr	!Déformation totale

ANNEXE 8

**Fichier texte pour un essai de génération de contrainte avec la loi de matériau
AMFV 1D**

```
! Essai de génération de contrainte sur élément link 180 avec AMFV 1D
! Ce programme effectue un essai de génération de contrainte sur
! un fil de .71 de diamètre et 49.5 de long d'alliage superélastique
! de Nitinol. Après avoir subi une déformation réelle de 0.061 à
! une température de 30 degrés, l'échantillon est encastré et
! chauffé à 80 degrés et ensuite refroidit à 30 degrés.
```

```
! -----
```

```
FINISH
```

```
/CLEAR
```

```
/TITLE,Génération de contrainte utilisant AMFV 1D
```

```
!*****
```

```
!Paramètres
```

```
!*****
```

```
A=.395919          !Surface du fil
pdef=EXP(.061)-1  !Déformation apparente
dep=long*pdef     !Déplacement correspondant
long=49.5         !Longueur de l'échantillon
Timp=30           !Température de départ
```

```
/PREP7           !Démarrage du module de définition des propriétés
ET,1,LINK180     !Élément tige 1D
KEYOPT,1,2,1     !Option de section constante
R,1,A            !Appliquer la surface "A" à l'élément
```

```
!*****
```

```
!Propriété du matériau
```

```
!*****
```

```
MP,NUXY,1,0      !Coefficient de Poisson
TB,USER,1,11,6   !Propriétés pour loi USER(AMFV1D) suivant 11
températures
TBTEMP,30        !Pour T=30
TBDATA,1,32000,0,335,1300,385,210!ausélas,Poisson,sigMs,Etd,sigMf,sigAs
TBTEMP,35        !Pour T=35
TBDATA,1,32000,0,355,1300,405,230
TBTEMP,40        !etc...
TBDATA,1,32000,0,385,1300,435,280
TBTEMP,45
TBDATA,1,32000,0,405,1300,455,310
TBTEMP,50
TBDATA,1,32000,0,445,1300,495,355
TBTEMP,55
TBDATA,1,32000,0,475,1300,525,390
TBTEMP,60
TBDATA,1,32000,0,505,1300,555,435
TBTEMP,65
TBDATA,1,32000,0,535,1300,585,480
TBTEMP,70
TBDATA,1,32000,0,580,1300,630,520
TBTEMP,75
TBDATA,1,32000,0,610,1300,660,560
```

```

TBTEMP,80
TBDATA,1,32000,0,645,1300,695,585

TB,STATE,1,,7      !Variables d'états

!Créer les noeuds de l'éléments

N,1,0,long
N,2,0,0

E,1,2              !Création de l'élément
eplot
!*****
!conditions frontières
!*****

D,1,UX,0           !Noeud #1 degrés de liberté x = 0
D,1,UY,0           !Noeud #1 degrés de liberté y = 0
D,2,UX,0           !Noeud #2 degrés de liberté x = 0
ALLS               !Sélection de toutes les entités

FINISH             !Sortie du module /PREP7

!*****
!Résolution du problème
!*****

/SOLU              !Démarrage du module de solution

NLGEOM,ON          !Géométrie non linéaire
NROPT,FULL         !Utiliser l'option Newton-Raphston
NSUBST,30,100,30  !Nombre de sous-étapes suggérées, maximum et minimum
OUTRES,,1          !Les résultats sont inscrits dans la banque de
                  !données à chaque sous-étape

!Chargement

BFUNIF,TEMP,Timp   !Imposer la température défini par Timp

D,2,UY,-dep        !Déplacer le noeud 2 suivant l'axe y=-dep
SOLVE              !Résoudre

BFUNIF,TEMP,32.5   !Imposer la température de 32.5
SOLVE              !Résoudre
BFUNIF,TEMP,35     !etc...
SOLVE
BFUNIF,TEMP,37.5
SOLVE
BFUNIF,TEMP,40
SOLVE
BFUNIF,TEMP,42.5
SOLVE
BFUNIF,TEMP,45

```

SOLVE
BFUNIF, TEMP, 47.5
SOLVE
BFUNIF, TEMP, 50
SOLVE
BFUNIF, TEMP, 52.5
SOLVE
BFUNIF, TEMP, 55
SOLVE
BFUNIF, TEMP, 57.5
SOLVE
BFUNIF, TEMP, 60
SOLVE
BFUNIF, TEMP, 62.5
SOLVE
BFUNIF, TEMP, 65
SOLVE
BFUNIF, TEMP, 67.5
SOLVE
BFUNIF, TEMP, 70
SOLVE
BFUNIF, TEMP, 71
SOLVE
BFUNIF, TEMP, 72
SOLVE
BFUNIF, TEMP, 73
SOLVE
BFUNIF, TEMP, 74
SOLVE
BFUNIF, TEMP, 75
SOLVE
BFUNIF, TEMP, 76
SOLVE
BFUNIF, TEMP, 77
SOLVE
BFUNIF, TEMP, 78
SOLVE
BFUNIF, TEMP, 79
SOLVE
BFUNIF, TEMP, 80
SOLVE
BFUNIF, TEMP, 79
SOLVE
BFUNIF, TEMP, 77
SOLVE
BFUNIF, TEMP, 75
SOLVE
BFUNIF, TEMP, 72.5
SOLVE
BFUNIF, TEMP, 70
SOLVE
BFUNIF, TEMP, 67.5
SOLVE

```

BFUNIF,TEMP,65
SOLVE
BFUNIF,TEMP,62.5
SOLVE
BFUNIF,TEMP,60
SOLVE
BFUNIF,TEMP,55
SOLVE
BFUNIF,TEMP,53
SOLVE
BFUNIF,TEMP,51.5
SOLVE
BFUNIF,TEMP,50
SOLVE
BFUNIF,TEMP,45
SOLVE
BFUNIF,TEMP,43
SOLVE
BFUNIF,TEMP,41.5
SOLVE
BFUNIF,TEMP,40
SOLVE
BFUNIF,TEMP,38
SOLVE
BFUNIF,TEMP,36.5
SOLVE
BFUNIF,TEMP,35
SOLVE
BFUNIF,TEMP,32.5
SOLVE
BFUNIF,TEMP,30
SOLVE
D,2,UY,0
SOLVE

FINISH                !Sortie du module /solu

!*****
!Affichage des résultats
!*****

/POST26                ! Démarrage du module permettant de représenter
                        !graphiquement les résultats

NUMVAR,200              !Variable d'opération
ESOL,2,1,,LBFE,1,TEMPERATURE    !Température
ESOL,3,1,,LS,1,S_EQV_SMA        !Contrainte von Mises
ESOL,4,1,,LEPEL,1,DEF_ELAS_Z_SMA !Déformation élastique
ESOL,5,1,,LEPPL,1,DEF_PLAS_Z_SMA !Déformation plastique
NSOL,6,2,U,Y,Deplacement        !Déplacement
ESOL,7,1,,SMISC,1,Force_reaction !Force de réaction
ADD,9,4,5,,DEFor_corr           !Déformation totale

```

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Brailovski, V. (2003). *Shape memory alloys : fundamentals, modeling and applications*. Montréal: Québec.
- [2] Duerig, T., Pelton, A., & Stockel, D. (1999, Dec 7-Dec 11 1998). *Overview of nitinol medical applications*. Paper presented at the Materials Science and Engineering A: Structural Materials: Properties, Microstructure and Processing, Proceedings of the 1998 International Conference on Martensitic Transformations (ICOMAT 98), S.C. de Bariloche, Argent.
- [3] Yan, W., Wang, C. H., Zhang, X. P., & Mai, Y.-W. (2003). Theoretical modelling of the effect of plasticity on reverse transformation in superelastic shape memory alloys. *Materials Science and Engineering A*, 354(1-2), 146-157.
- [4] Knowles, K. M., & Smith, D. A. (1981). Crystallography of the Martensitic Transformation in Equiatomic Nickel-Titanium., 29(1), 101-110.
- [5] Piedboeuf, M. C., Gauvin, R., & Thomas, M. (1996). Hysteretic behavior of NiTi shape memory alloy as a function of deformation, temperature, and rate of deformation. *Proceedings of SPIE - The international society for Optical Engineering*, 2779, 458-462.
- [6] Duerig, T., Pelton, A., & Stöckel, D. (1999). An overview of nitinol medical applications. *Materials science and engineering*, 149-160.
- [7] Likhatchev, V. A., & Malinin, V. G. (1993). *Structure-Analytical Theory of Strength (in Russian)*. St-Petersburg: Nauka.
- [8] Patoor, E., Eberhardt, A., & Berveiller, M. (1989). *Thermomechanical behavior of shape memory alloys*. Paper presented at the European Conference on Martensitic Transformation in Science and Technology, Bochum, Germany.
- [9] Tanaka, K. (1986). Thermomechanical Sketch of Shape Memory Effect: One-Dimensional Tensile Behavior. *Res Mechanica: International Journal of Structural Mechanics and Materials Science*, 18(3), 251-263.
- [10] Tobushi, H., Iwanaga, H., Tanaka, K., Hori, T., & Sawada, T. (1992). Stress-strain-temperature relationships of TiNi shape memory alloy suitable for thermomechanical cycling. *JSME International Journal, Series 1: Solid Mechanics, Strength of Materials*, 35(3), 271-277.
- [11] Lagoudas, D. C., Bo, Z., & Qidwai, M. A. (1996). Unified thermodynamic constitutive model for SMA and finite element analysis of active metal matrix composites. *Mechanics of Composite Materials and Structures*, 3(2), 153-179.
- [12] Bourbon, G., & Excellent, C. (1994). Modelisation thermodynamique du comportement cyclique d'alliages a memoire de forme TiNi et CuZnAl sollicités en traction ondulee. *Journal De Physique*, 4(3), 145-150.

- [13] Sun, Q. P., & Hwang, K. C. (1993). Micromechanics Modelling for the Constitutive Behavior of Polycrystalline Shape Memory Alloys (partie 1 et 2). *J. Mech. Phys. Solids*, 41(1), 1-33.
- [14] Terriault, P., Meunier, M.-A., & Trochu, F. (1997). Application of Dual Kriging to the Construction of a General Phenomenological Material Law for Shape Memory Alloys. *Intelligent material systems and structures*, 8(7), 605-618.
- [15] Muller, I., & Xu, H. (1991). On the pseudo-elastic hysteresis. *Acta Metallurgica et Materialia*, 39(3), 263-271.
- [16] Brandon, D., & Rogers, R. C. (1992). Constitutive laws for pseudo-elastic materials. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 3(2), 255-267.
- [17] Gillet, Y., Patoor, E., & Berveiller, M. (1992). *Mechanical Engineering for Shape Memory Alloys*. Paper presented at the International Conference on Martensitic Transformations, Monterey, É.-U.
- [18] Terriault, P. (2004). Modélisation de la Superélasticité des Alliages à Mémoire de Forme. Unpublished manuscript, Montréal.
- [19] Auricchio, F., Taylor, R., & Lubliner, J. (1997). Shape Memory Alloys: Macromodeling and Numerical Simulation of the Superelastic Behavior. *Computational Methods in Applied Mechanical Engineering*, 146, 281-312.
- [20] ANSYS, Inc. (Version 8.0)(2003).
- [21] *Guide to Ansys Programmable Feature*. (ANSYS release 6.1 ed.)(2002).
- [22] Bathe, K.-J. (1982). *Finite Element Procedures in Engineering Analysis* (Prentice-Hall ed.). Englewood Cliffs.
- [23] Cook, R. D., Malkus, D. S., & Plesha, M. E. (1989). *Concepts and Applications of Finite Element Analysis* (3^{ième} ed.): John Wiley & Sons.
- [24] Inc, M. G. D. A. (1999). *Ansys User Material Subroutine Usermat*. Canonsberg.
- [25] Schey, J. A. (2000). *Introduction to manufacturing processes* (3rd ed.): Thomas Casson.
- [26] Bazergui, A. B.-Q., Thang; Biron, André; McIntire, George; Laberge, Charles. (1999). *Résistance des matériaux* (2^{ième} ed.). Montréal.
- [27] Matthey, J. *Selected properties of NiTi*, [En ligne]. http://www.sma-inc.com/html/selected_properties.html (Consulté le 21 avril 2004).