ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE
UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

MÉMOIRE PRÉSENTÉ À
L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

COMME EXIGENCE PARTIELLE
À L'OBTENTION DE LA
MAÎTRISE EN GÉNIE DE LA PRODUCTION AUTOMATISÉE
M.Ing.

PAR
EDNER CHARLOT

OPTIMISATION INTÉGRÉE DE LA PRODUCTION, DE LA PLANIFICATION DE LA MAINTENANCE ET LA GESTION DES OPÉRATIONS DE CADENASSAGE

MONTRÉAL, LE 5 OCTOBRE 2005

© droits réservés de Edner Charlot

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

CE MÉMOIRE A ÉTÉ ÉVALUÉ

PAR UN JURY COMPOSÉ DE :

M. Jean-Pierre Kenné, directeur du mémoire
Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure

Mme Sylvie Nadeau, codirecteur
Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure

M. Anh Dung Ngô, président du jury
Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure

M. Antoine Tahan, membre du jury
Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure

IL A FAIT L'OBJET D'UNE SOUTENANCE DEVANT JURY ET PUBLIC

LE 14 SEPTEMBRE 2005

À L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

OPTIMISATION INTÉGRÉE DE LA PRODUCTION, DE LA PLANIFICATION DE LA MAINTENANCE ET DE LA GESTION DES OPÉRATIONS DE CADENASSAGE

Edner Charlot

SOMMAIRE

Dans ce mémoire, le problème d'optimisation intégrée de la production, de la maintenance et la gestion des opérations de cadenassage des systèmes de production est posé. Les systèmes de production considérés sont constitués d'une ou de plusieurs machines, disposées en parallèle, pouvant produire un seul type de pièce. Les machines sont sujettes aux pannes et aux réparations aléatoires. Quand une machine est en panne on intervient pour la réparer avec ou sans cadenassage. De plus, la machine peut être opérationnelle et on décide de l'arrêter tout de suite ou suivant un certain délai pour inspection, suite à une anomalie constatée. Dans les modèles proposés dans la littérature, l'optimisation de la production et les opérations de cadenassage sont traitées comme deux éléments différents d'un même système. Nous nous proposons de les combiner en appliquant la théorie de contrôle pour déterminer une loi de commande qui fournit les taux de production, d'envoi en cadenassage, d'inspection et de réparation des machines en tenant compte du fait qu'elles sont cadenassées. Tous les paramètres de contrôle sont donnés en fonction de l'inventaire.

Trois objectifs sont poursuivis dans ce mémoire :

- montrer que la politique découlée de l'intégration et du contrôle du cadenassage améliore la rentabilité de l'entreprise et maintient inchangée les mesures nécessaires à la sécurité des employés.

- montrer que l'augmentation du nombre de machines augmente la complexité du système de production au point que les méthodes numériques ne sont plus recommandées.

- proposer une alternative aux méthodes numériques en vue de généraliser le modèle à des systèmes plus larges, ayant plusieurs machines produisant un seul type de pièce.

L'intégration du contrôle du cadenassage permettra d'augmenter les performances du système de production en augmentant la disponibilité des machines et en diminuant le coût total de production.

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

INTEGRATED OPTIMIZATION OF THE PRODUCTION, MAINTENANCE PLANNING AND MANAGEMENT OF THE LOCKOUT/TAGOUT OPERATIONS

Edner Charlot

ABSTRACT

In this research, the integrated optimization of the production, maintenance planning and the management of the lockout/tagout operations are considered. The production system is constituted of one or several machines in parallel, able to produce one part type. The machines are subject to random breakdowns and repairs. When the machine is in a breakdown mode, it is repaired with or without lockout. Moreover, we have to decide to send the machine for the immediate inspection or not. In the models presented in the literature, production optimization and lockout operations are treated like two different elements in the same system. We propose to combine them by applying the theory of control to determine a control law which provides the production rates, sending in lockout, inspection and repair of the machine considering that it is locked out. All the parameters of control are given according to the inventory.

Three goals of this project are as follows :

- Show that the policy given by the integration and the control of the lockout improves the profitability of the company, and maintains the same measurements required for the safety of the employees.

- Show that the augmentation of the machine's number increases the complexity of the production system and as a result, numerical methods are not recommendable anymore.

- Propose an alternative to the numerical methods in order to generalize the problem with larger systems, having several machines producing one part type.

The integration of the control of the lockout will increase the performance of the production system by increasing the availability of the machines and a reduction of the production total cost.

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier mon directeur de recherche, M. Jean Pierre Kenné pour m'avoir proposé ce sujet et pour le support et les conseils qu'il m'a prodigués tout au long de mon cheminement dans le programme de maîtrise.

Mes remerciements s'étendent à ma codirectrice, Mme Sylvie Nadeau, pour les encouragements et l'orientation qu'elle a su donner à mon travail.

Je voudrais remercier les membres du jury, MM. Anh Dung Ngô et Antoine Tahan pour les critiques et commentaires pour la présentation de la version finale du mémoire. Je présente mes sincères remerciements à l'IRSST (Institut de recherche sur la santé et la sécurité au travail), pour l'intérêt accordé au sujet de recherche.

J'exprime ma plus profonde gratitude et ma reconnaissance à mon épouse Marie Laure Casimir, à mes fils Daniel Edlord, David Kenny et Jonathan Kenny, pour leur compréhension, leur soutien moral et tous les sacrifices qu'ils ont consentis pour me permettre d'arriver au terme de cette recherche. À ma mère, Marie Thérèse et mon père Céreste Charlot, je présente mes sincères remerciements.

Enfin, je remercie mes collègues du LITP (Laboratoire d'intégration des technologies de production) pour leur réconfort et leur façon toute spéciale d'exprimer leur solidarité et leur support. À tous ceux qui de près ou de loin, m'ont aidé à traverser ce long passage et qui m'ont supporté, très sincèrement je les remercie.

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

TABLE DES MATIÈRES

Page

SOMMAIRE i
ABSTRACT ii
REMERCIEMENTS iii
TABLE DES MATIÈRES iv
LISTE DES TABLEAUX vii
LISTE DES FIGURES viii
LISTE DES ABRÉVIATIONS x
INTRODUCTION 1

CHAPITRE 1 PROBLÉMATIQUE ET OBJECTIFS DE RECHERCHE 3

1.1 Introduction 3
1.2 Problématique et objectifs de recherche 4
1.3 Méthodologie et contribution 6
1.4 Organisation du mémoire 8

CHAPITRE 2 REVUE DE LITTÉRATURE 10

2.1 Introduction 10
2.2 Optimisation de la production 11
2.2.1 Chaînes de Markov homogènes. 12
2.2.2 Chaînes de Markov non homogènes 14
2.2.3 Machines à plusieurs états 17
2.2.4 Taux de demande variable et distribution non exponentielle 18
2.2.5 Systèmes de production constitués de plusieurs machines plusieurs produits 19
2.2.6 Machines disposées en série 19
2.2.7 Machines en parallèles 20
2.3 Politiques et procédures de cadenassage 21
2.4 Conclusion 23

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

CHAPITRE 3 POLITIQUE DE PRODUCTION ET DE CADENASSAGE POUR UNE MACHINE PRODUISANT UN TYPE DE PIÈCE 25

3.1 Introduction 25
3.2 Formulation du problème 26
3.2.1 Dynamique d'inventaire 28
3.2.2 Dynamique de la machine 28
3.2.3 Matrice des taux de transition 29
3.2.4 Faisabilité 30
3.3 Problème de commande optimale stochastique 31
3.3.1 Commande admissible 32
3.3.2 Fonction coût instantané 33
3.3.3 Coût total 34
3.3.4 Propriétés de la fonction coût total 35
3.4 Approche numérique 38
3.4.1 Technique d'approximations successives 38
3.4.2 Méthode itérative 39
3.4.3 Fonction valeur approximée 40
3.5 Application à une machine produisant un type de pièce 41
3.5.1 Planification de la production avec taux de cadenassage maximal 42
3.5.2 Planification de la production avec temps de cadenassage minimal 48
3.5.3 Comparaison des coûts moyens de production 53
3.5.4 Planification simultanée de la production et de la gestion des opérations de cadenassage 53
3.5.5 Comparaison des niveaux d'inventaire et des coûts 61
3.6 Conclusion 64

CHAPITRE 4 SYSTÈME CONSTITUÉ DE DEUX MACHINES PRODUISANT UN TYPE DE PIÈCE AVEC CONTRÔLE DU CADENASSAGE 65

4.1 Introduction 65
4.2 Problème du contrôle des taux de production et de cadenassage pour deux machines produisant un type de pièce 66
4.2.1 Hypothèses de modélisation 67
4.2.2 Faisabilité 69
4.2.3 Dynamique de l'inventaire 70
4.2.4 Coût du système 70
4.3 Approche de résolution numérique 72
4.3.1 Présentation des résultats et discussions 74
4.3.2 Politique découlée 83
4.4 Conclusion 87

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

CHAPITRE 5 PLANIFICATION DE LA PRODUCTION ET DU CADENASSAGE D'UN SYSTÈME DE PRODUCTION À PLUSIEURS MACHINES ... 88

5.1 Introduction ... 88
5.2 Formulation du problème ... 89
5.2.1 Dynamique de la machine ... 891
5.2.2 Dynamique d'inventaire ... 91
5.3 Fonction coût ... 92
5.4 Approche combinée ... 94
5.5 Conclusion ... 99

CONCLUSION ... 100

ANNEXES ... 102

1 : Résultats de l'analyse de sensibilité, cas d'une machine un produit ... 102

2 : Présentation des résultats cas de deux machines en parallèle un produit avec contrôle du cadenassage. ... 120

BIBLIOGRAPHIE ... 150

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

LISTE DES TABLEAUX

Page

Tableau I	Paramètres du modèle M1P1 et temps de cadenassage maximal	44
Tableau II	Résultats du modèle M1P1 avec taux de transition maximal	46
Tableau III	Temps de cadenassage maximal (taux minimal de réparation ou d'inspection)	47
Tableau IV	Résultats du modèle M1P1 avec taux de transition minimal (temps de cadenassage maximal)	50
Tableau V	Temps de cadenassage minimal (taux maximal de réparation ou d'inspection)	51
Tableau VI	Résultats du modèle M1P1 avec taux de cadenassage contrôlés	56
Tableau VII	Variation niveaux d'inventaire et coût moyen en fonction du coût de la pénurie	60
Tableau VIII	Description des modes du système	68
Tableau IX	Définition des paramètres du modèle	74
Tableau X	Variation coût de la pénurie	82
Tableau XI	Modes du système en fonction du nombre de machines	90
Tableau XII	Risque d'accident par occupation des employés	103

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

LISTE DES FIGURES

Page

Figure 1 Organigramme du système de production et ses états..... 27
Figure 2 Schéma bloc du système..... 28
Figure 3 Diagramme des transitions d'états 30
Figure 4 Graphe pour temps de cadenassage maximal 46
Figure 5 Niveau d'inventaire en fonction du coût de la énurie..... 48
Figure 6 Graphe pour temps de cadenassage minimal (taux maximal)..... 49
Figure 7 Variation de l'inventaire en fonction du coût de pénurie pour un temps de cadenassage minimal..... 51
Figure 8 Comparaison des inventaires pour taux maximal et minimal..... 52
Figure 9 Comparaison des coûts pour taux maximal et minimal..... 53
Figure 10 Schéma bloc modifié du système..... 54
Figure 11 Graphe pour temps de cadenassage contrôlé..... 56
Figure 12 Inventaire optimal pour envoi en cadenassage..... 57
Figure 13 Taux d'intervention sur la machine..... 58
Figure 14 Taux de réparation en fonction de l'inventaire..... 59
Figure 15 Niveau optimal d'inventaire en fonction du coût de pénurie..... 61
Figure 16 Niveaux d'inventaire en fonction du coût de pénurie d'inventaire..... 62
Figure 17 Coût de production en fonction du coût de pénurie..... 63
Figure 18 Production en fonction du seuil critique (mode 1)..... 76
Figure 19 Production en fonction de l'inventaire (mode 2)..... 77
Figure 20 Production en fonction de l'inventaire (mode 3)..... 77
Figure 21 Production en fonction de l'inventaire (mode 4)..... 78
Figure 22 Envoi en inspection relativement à l'inventaire..... 79
Figure 23 Inspection avec cadenassage..... 79
Figure 24 Taux de réparation / cadenassage..... 80
Figure 25 Taux de réparation / cadenassage (mode 7)..... 80
Figure 26 Taux de réparation cadenassage (mode 8)..... 81

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

Figure 27 Taux de réparation cadenassage (mode 9)..... 81
Figure 28 Schéma de résolution par l'approche combinée..... 95
Figure 29 Schéma de l'algorithme de la simulation..... 97
Figure 30 Coût minimum (coût des accidents vs coût implantation mesures de sécurité)..... 104
Figure 31 Fonction valeur..... 113
Figure 32 Taux de production en fonction du seuil critique..... 113
Figure 33 Envoi en cadenassage en fonction du niveau d'inventaire..... 114
Figure 34 Taux d'inspection en fonction de l'inventaire..... 115
Figure 35 Taux de réparation /cadenassage en fonction de l'inventaire..... 115
Figure 36 Variation de l'inventaire en fonction du coût de la pénurie..... 116
Figure 37 Inventaire pour envoi en cadenassage quand coût pénurie augmente..... 117
Figure 38 Inventaire pour inspection quand le coût de la pénurie varie..... 117
Figure 39 Inventaire pour réparation quand le coût de la pénurie varie..... 118
Figure 40 Inventaire quand le coût du surplus augmente..... 119
Figure 41 Inventaire pour envoi en cadenassage quand le coût du surplus varie.... 119
Figure 42 Inventaire pour inspection en fonction du coût du surplus..... 120
Figure 43 Inventaire pour réparation quand le coût du surplus varie..... 120
Figure44 Graphes de la fonction coût..... 142
Figure 45 Taux de production au mode 1 (deux machines opérationnelles)..... 143
Figure 46 Taux de production de la machine opérationnelle au mode 2..... 143
Figure 47 Taux de production au mode 3..... 144
Figure 48 Taux de production au mode 4..... 144
Figure 49 Taux d'envoi en cadenassage (mode 1)..... 145
Figure 50 Inspection en fonction de l'inventaire..... 145
Figure 51 Taux de réparation/cadenassage au mode 4..... 146
Figure 52 Taux de réparation/cadenassage au mode 7..... 146
Figure 53 Taux de réparation/cadenassage (mode 8)..... 147
Figure 54 Taux de réparation/cadenassage au mode 9..... 148
Figure 55 Variation des niveaux d'inventaire quand le coût de la pénurie varie 150

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

LISTE DES ABRÉVIATIONS

t	temps
$x(t)$	niveau d'inventaire
$\dot{x}$	la variation du niveau d'inventaire dans le temps
$\xi(t)$	état du système ou de la machine
d	taux de demande
M	ensemble des modes du système
A	ensemble des commandes admissibles
$q_{\alpha\beta}$	taux de transition du mode α au mode β
Q	matrice des taux de transition
$\pi(.)$	probabilités limites
$g(.)$	coût instantané
c^+	coût du surplus
c^-	coût de pénurie
c^ξ	coût quand la machine est au mode ξ
x^+	surplus d'inventaire
x^-	pénurie d'inventaire
$J(.)$	coût total
$v(.)$	fonction valeur
ρ	taux d'actualisation

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

G_x^h	grille selon x d'unité de longueur h
G_u^h	grille selon u d'unité de longueur h
$t_{e\min}$	temps d'envoi en cadenassage minimal
$t_{e\max}$	temps d'envoi en cadenassage maximal
$t_{ci\min}$	temps moyen de cadenassage pour inspection (minimal)
$t_{ci\max}$	temps moyen de cadenassage pour inspection (maximal)
t_i	temps moyen de l'inspection
$t_{cr\min}$	temps moyen de cadenassage lors des réparations (minimal)
$t_{cr\max}$	temps moyen de cadenassage lors des réparations (maximal)
t_r	temps de réparation moyen
U_p	taux de production du système manufacturier
$U_{p\max}$	taux de production maximal du système manufacturier
z_p^*	niveau du seuil critique optimal en mode production
U_{eci}	taux d'envoi en cadenassage pour inspection
$U_{ec\min}$	taux d'envoi en cadenassage pour inspection minimal
$U_{ec\max}$	taux d'envoi en cadenassage maximal
z_{ec}^*	niveau d'inventaire optimal pour envoyer la machine en cadenassage
U_{ci}	taux de cadenassage pour inspection
$U_{ci\max}$	taux de cadenassage inspection maximal

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

$U_{ci\min}$	taux de cadenassage inspection minimal
z_{ci}^{*}	niveau d'inventaire optimal pour inspection avec cadenassage
U_{cr}	taux de cadenassage pour réparation
$U_{cr\max}$	taux de cadenassage pour réparation maximal
$U_{cr\min}$	taux de cadenassage pour réparation minimal
z_{cr}^{*}	niveau d'inventaire optimal pour réparation avec cadenassage

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

INTRODUCTION

L'environnement des systèmes manufacturiers est stochastique. Il est généralement parsemé d'événements dont certains sont prévisibles, d'autres sont seulement contrôlables, d'autres enfin qui ne sont ni prévisibles ni contrôlables Gershwin (2002). Pour ces derniers, on peut citer les risques d'accidents, les pannes des machines et la demande qui sont des phénomènes aléatoires pouvant occasionner des retards de production. Pour faire face aux pannes et aux accidents, les stratégies d'entretien et de contrôle sont divisés en deux parties: celles qui réduisent leur fréquence et celles qui diminuent leur gravité Jean Nollet (1994), FAA System Handbook (2000) (Federal Aviation Administration). Beaucoup d'efforts sont consacrés depuis les deux dernières décennies à l'optimisation du système de production compte tenu de sa complexité, de la concurrence et des enjeux de la mondialisation. Cependant, en dépit de l'efficacité des techniques mises en place, d'autres défis, dont le contrôle et la gestion du risque des événements indésirables lors de la maintenance, restent encore à relever.

Des études faites par la OSHA (Occupational Safety and Health Administration) montrent qu'environ 3 millions de travailleurs de maintenance d'équipements sont exposés à des risques important d'accidents de travail. Le temps moyen perdu par travailleur quand un accident se produit est d'environ 24 jours. Cette situation ajoutée aux douleurs et souffrances des travailleurs représentent des pertes énormes pour les entreprises. Ces aléas, lorsqu'ils surviennent peuvent mettre en danger l'atteinte des objectifs de production. Pour confronter ce problème, la méthode la plus utilisée par les entreprises est le cadenassage. La planification et la mise en place des différentes techniques de cadenassage consomment généralement beaucoup de temps et par conséquent diminuent la performance de l'entreprise. Les résultats de la recherche présentés dans ce mémoire montrent qu'il est possible d'améliorer la performance du système manufacturier en termes de coût de production, de réparation et d'inspection par le contrôle du temps du cadenassage.

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

Ce document comprend 5 chapitres. Le premier est consacré à la compréhension et l'exploration du problème. Nous précisons par la suite notre objectif et la méthodologie utilisée. Dans le second chapitre nous regardons comment les différents aspects du problème sont abordés dans la littérature. Le chapitre 3 est de facture différente. Il est dédié à l'étude et à la comparaison de systèmes manufacturiers constitués d'une machine produisant un seul type de pièce avec ou sans contrôle du cadenassage. Au chapitre 4 on fait l'extension des modèles présentés au chapitre 3 à un système constitué de deux machines. Cette démarche sert à montrer comment se complique le système quand le nombre de machines augmente. L'approche de résolution numérique et la programmation dynamique stochastique sont utilisées pour résoudre les problèmes posés aux chapitres 3 et 4. Enfin, au chapitre 5, on fait l'extension du modèle à des systèmes beaucoup plus larges constitués de plusieurs machines en parallèles produisant un type de pièce. Pour ce dernier cas, une autre approche de résolution est suggérée.

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

CHAPITRE 1

PROBLÉMATIQUE ET OBJECTIFS DE RECHERCHE

1.1 Introduction

L'entreprise manufacturière est vue comme un système. L'optimisation du système nécessite une bonne planification de la production, une gestion efficace de la maintenance et de bonnes décisions relatives à la sécurité des employés et des équipements. L'équilibre du système nécessite l'optimisation du risque afférant à la sécurité, la performance et le coût. Il existe une corrélation étroite entre les trois éléments servant à l'optimisation du système de production. La variation de l'un a un impact sur les deux autres. Les phénomènes qui influencent la performance du système incluant les risques relatifs à la sécurité des employés et des machines doivent être intégrés dans la recherche de la politique de commande optimale de production. C'est à ce niveau que l'on intervient dans ce projet. Cependant, les différentes composantes dont il faut tenir compte ne sont pas toujours mesurables, et sont souvent constitués de nombreux éléments en interaction dont il faut saisir la dynamique pour être capable d'intervenir efficacement Denis (1998). Par exemple, pour optimiser le risque il faut un certain arbitrage entre celui qui est perçu comme acceptable de ce qui est inadmissible. Un système est fiable si le risque qui lui est associé est acceptable Lowrance (1945). Optimiser le risque, c'est donc le porter à un niveau acceptable. Selon Beauchamp (1996), l'acceptabilité du risque est plus le fruit d'une constatation suite à un exercice d'information, de consultation et de négociation qu'un concept à priori que l'on pourrait mesurer scientifiquement. Le risque est vu et traité dans ce mémoire dans un contexte de gestion scientifique et non sociologique. Les coûts reliés aux efforts de contrôle du risque doivent être comparés à la situation où le risque n'est pas contrôlé. Cependant, les coûts associés au fait de ne pas contrôler le risque sont souvent difficiles à évaluer. Ils sont considérés à partir de leurs conséquences et leur probabilité d'occurrence. Plus graves sont les conséquences des accidents (en termes de coût, dommages, prestige,

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

etc.), moins élevé doit être la probabilité d'occurrence du risque pour être acceptable. Par contre, si les conséquences des accidents sont moins sévères, le niveau du risque acceptable peut avoir une probabilité d'occurrence plus élevée, FAA System Handbook (2000a), FAA System Handbook (2000b). En effet, traiter le risque acceptable comme inacceptable peut être assimilé à un coût d'opportunité, lié au fait que les machines ne sont pas disponibles plus longtemps à la production. Cette situation peut engendrer l'incapacité de satisfaire la demande dans le temps ou la nécessité de garder trop d'unités en inventaire pour palier à un manque éventuel.

Une étude sur la sécurité des méthodes de cadenassage d'équipements de scieries du Québec conduite par l'IRSST (2001) (Institut de recherche en santé et en sécurité du travail) aide à reconnaître que près du quart des accidents se produisent au moment des interventions des travailleurs sur les machines à des fins d'entretien et de réparation. De plus, selon l'OSHA environ 10% des plus graves accidents proviennent du manque de cadenassage des équipements et le temps moyen perdu par un employé accidenté dans ces cas est d'environ 24 jours.

Une bonne stratégie de planification de la production incluant le contrôle du risque des accidents et de la maintenance est donc essentielle à la l'optimisation du système de production.

1.2 Problématique et objectifs de recherche

La productivité comme la rentabilité dans un système de production sont liées non seulement à la fiabilité des machines, mais aussi et surtout à la fiabilité humaine. Si au niveau de la planification de la production beaucoup d'outils sont mis en place pour définir et proposer des politiques de production efficaces, les techniques établies pour protéger et sécuriser les équipements et l'opérateur humain sont la plupart du temps procédurales.

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

Le démarrage prématuré des machines lors des opérations de maintenance, de mise en course, de permutation, de déblocage, d'installation et de construction sont autant de causes fréquentes d'accidents de travail. La table III du document Hazard de l'OSHA inscrite à l'annexe 1 (tableau XII), donne une idée sur les circonstances des dommages. Un accident de travail peut être considéré comme une perturbation, souvent avec des effets beaucoup plus néfastes que la panne elle même. Cet événement aléatoire lorsqu'il survient fait perdre beaucoup de temps et par voie de conséquence, empêche l'entreprise de remplir son mandat. L'augmentation des mesures de sécurité fait diminuer le coût des accidents de travail, par contre, elle fait augmenter le coût total de production et diminue la disponibilité des machines. On est donc confronté à un dilemme. Comment alors maintenir une politique de production optimale dans un environnement incertain, où il y a des risques d'accidents lors des opérations de réparation et de maintenance en tenant compte des pannes aléatoires des machines?

Parmi les moyens mis en place pour diminuer la fréquence des accidents survenus lors de la maintenance, de la réparation ou la mise en course des machines on retient le cadenassage. Il consiste à verrouiller à l'aide d'un cadenas le poste sur lequel on travaille, de libérer toutes les sources d'énergie résiduelles (potentielle, hydraulique, électrique, pneumatique, etc.) de façon à éviter la mise en opération prématurée des machines ou des équipements pendant que le technicien fait la réparation ou la maintenance. Le cadenassage est souvent renforcé par des étiquettes affichées sur les tableaux de commande et les points de démarrage de façon à renseigner les opérateurs de l'indisponibilité de l'équipement ou de la machine en question. Par mesure de précaution, le cadenas doit avoir une seule clef et celle ci est détenue par le technicien d'entretien lui-même ou le cas échéant par le superviseur responsable du cadenassage.

Si le cadenassage en lui même est une bonne méthode de prévention des accidents de travail, le cadenassage robuste n'est pas toujours respecté par les différents acteurs responsables de la maintenance en raison des contraintes de production dont il faut tenir

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

compte et par le temps qu'on doit allouer à cette activité. Ces deux aspects du système de production sont sans doute liés étant donné que la fréquence des accidents de travail est un des indicateurs de la performance de l'entreprise moderne. Il faut donc un compromis.

En utilisant la théorie de commande optimale, notre objectif est d'intégrer le contrôle du cadenassage en vue de combiner la planification de la production à la gestion du cadenassage lors des opérations de maintenance, de déblocage etc. Le contrôle du cadenassage se justifiera si en l'intégrant on fait diminuer les coûts en augmentant la disponibilité du système de production sans pour autant faire augmenter les risques d'accidents.

1.3 Méthodologie et contribution

La démarche qui est utilisée dans ce travail comprend trois parties. La première consiste à montrer que le contrôle du cadenassage est optimal par rapport au cadenassage à un taux fixe. En vue de la généralisation du modèle intégrant le contrôle du cadenassage, on montre ensuite que la complexité du système augmente avec le nombre de machines. Enfin, on montre que la politique découlée de notre modèle peut être généralisée à des systèmes plus larges. Pour atteindre notre objectif, en appliquant la théorie de contrôle, le principe de la décomposition de la maintenance corrective est utilisé de façon à contrôler le temps du cadenassage dans le cas d'une machine produisant un type de pièce. On montre ensuite que les méthodes numériques peuvent être utilisées pour déterminer la politique de production pour un système constitué de deux machines produisant un type de pièce. Pour des systèmes beaucoup plus larges, on doit trouver d'autres alternatives aux méthodes numériques, car pour deux machines le temps nécessaire à la résolution des équations différentielles couplées que fait intervenir les équations HJB est énorme. Une avenue est explorée, présentée et proposée dans le chapitre 5, ainsi que les démarches permettant de trouver la politique optimale.

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

D'après Auberville (2004), le temps technique de réparation (TTR), temps durant lequel on intervient physiquement sur le système défaillant, se compose généralement :

- du temps de consignation et de mise en sécurité de la zone (cadenassage);
- du temps de vérification de l'existence d'une défaillance;
- du temps de diagnostic;
- du temps d'accès au siège d'accès de la défaillance;
- du temps effectif de correction de la défaillance;
- du temps de remontage;
- du temps de déconsignation;
- du temps de contrôle et des essais.

En supposant que les pièces qui vont servir à la maintenance sont disponibles, le temps de réparation est décomposé comme étant la somme des temps moyen de cadenassage / décadenassage / consignation et du temps moyen des autres activités qui entrent dans la réparation. Dans notre démarche, le temps de réparation est supposé constitué de deux composantes : une partie est utilisée pour mettre en place des moyens en vue de minimiser les risques d'accidents dus aux démarrages prématurés des machines lors des réparations ou des interventions sur la machine, l'autre partie est effectivement allouée à la maintenance corrective. Une approche semblable est utilisée dans Pérès et Noyes (2003). Le processus de réparation est décomposé en 6 phases, pour trouver le temps associé à chaque phase par rapport au temps de réparation global.

Le temps moyen alloué effectivement à la maintenance corrective étant maintenu constant, on considère que le cadenassage/décadenassage/consignation peut se faire à deux cadences différentes. On peut le faire vite, ou moins vite, selon le niveau d'inventaire. Cela nous ramène à deux taux de transition différents; un taux minimal si l'on prend plus de temps pour faire le cadenassage et un taux maximal si l'on prend moins de temps. En utilisant la théorie de contrôle hiérarchique et le formalisme de

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

Rishel (1975); Boukas et Haurie (1990) le problème d'optimisation du système de production avec le contrôle du cadenassage est formulé et les conditions d'optimalité sont établies. Les méthodes numériques sont ensuite utilisées pour déterminer la politique de production avec des taux de cadenassage minimal et maximal pour un système constitué de plusieurs machines en parallèles produisant un seul type de pièce.

Une comparaison du modèle, une machine un produit, avec des taux de cadenassage fixes et celui intégrant le contrôle du cadenassage est présentée en vue d'illustrer la contribution de la recherche. Une extension du modèle est également faite en considérant un système constitué de plusieurs machines en parallèle produisant un seul type de pièce.

La principale contribution de cette recherche consiste à faire le pont entre la théorie de commande et les techniques utilisées pour prévenir et minimiser les risques associés au démarrage prématuré des machines lors des activités de maintenance ou des interventions quelconques sur la machine. L'introduction du cadenassage comme variable de contrôle va permettre d'améliorer la disponibilité de la machine tout en diminuant le niveau du stock ou de l'inventaire optimal. Ce qui entraînera la production à un coût moindre.

1.4 Organisation du mémoire

Ce travail est constitué de cinq chapitres. Dans le chapitre 2, on présente une revue de la littérature qui tient compte des modèles d'optimisation de la production et de la maintenance, ainsi que des méthodes de cadenassage préconisées au niveau des systèmes de production flexibles.

Le chapitre 3, fait état des stratégies de production et de maintenance dans un contexte d'optimisation stochastique (pannes des machines, contrôle du cadenassage, etc.). Le cadenassage se fait à des taux constants, d'une part avec un taux minimal et d'autre part

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

avec un taux maximal dans le cas d'une machine un produit. Nous précisons que les données du problème sont supposées connues pour un système déjà existant et nous cherchons à établir l'effet du contrôle du cadenassage sur le niveau d'inventaire, la disponibilité du système de production et le coût de production. Les résultats obtenus aux cas où le cadenassage se fait à des temps fixes sont comparés à ceux où il est contrôlé.

Au chapitre 4, un modèle constitué de deux machines en parallèles intégrant le cadenassage est présenté. Ce modèle nous permet de comprendre le niveau de complexité du système avec l'augmentation du nombre de machines.

Enfin, dans le chapitre 5, on fait l'extension du modèle à plusieurs machines produisant un type de pièce dans les cas où les machines sont disposées en parallèle.

Dans tous les cas étudiés, une analyse de sensibilité nous permet de déduire le comportement du seuil critique et des autres paramètres quand on fait varier les coûts de stockage de pénurie d'envoi en cadenassage, d'inspection et de réparation avec cadenassage.

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

CHAPITRE 2

REVUE DE LITTÉRATURE

2.1 Introduction

Les entreprises comme les chercheurs ont concentrés leurs efforts depuis plusieurs décennies à l'optimisation des systèmes de production, compte tenu de la concurrence, des exigences des clients et de la recherche d'un meilleur rendement par les actionnaires et les chefs d'entreprises.

Cette optimisation vise généralement la satisfaction des clients au moindre coût. Elle englobe des facteurs économiques (moindres coûts directs de maintenance et de défaillance), des facteurs techniques (disponibilité et durabilité des machines), des facteurs humains (conditions de travail, sécurité, nuisances, etc.).

Bien que ces objectifs ramènent à un but commun qui est l'optimisation du système de production, deux tendances se dégagent dans la littérature. Certains auteurs mettent l'emphase seulement sur les facteurs économiques et techniques, tandis que d'autres s'intéressent particulièrement à ceux qui assurent la protection et la sécurité des employés et des équipements.

Les premiers montrent de l'intérêt pour le contrôle des paramètres de production. Ils établissent des méthodes pour déterminer quelles actions entreprendre et quand les entreprendre pour faire face aux phénomènes aléatoires dont les équipements sont l'objet et satisfaire la demande au moindre coût sur un horizon infini. Les autres veulent garantir un milieu de travail sécuritaire à 100%, en réduisant toutes les causes susceptibles de provoquer des accidents. Ils définissent des standards, mettent au point des techniques et développent des produits en vue de minimiser les aléas dûs aux manques de protection et de sécurité au travail. Certains tiennent compte de la fiabilité

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

des machines et des équipements, tandis que d'autres de la sécurité des employés et des équipements (en minimisant les causes qui peuvent provoquer des démarrages prématurés des machines). Dans ce dernier cas, seulement les mesures qui visent la minimisation des accidents liés aux démarrages prématurés des machines pendant la maintenance préventive ou la réparation seront considérées. La mise en course n'est pas prise en compte.

Dans la section suivante, une revue des principales contributions relatives à l'optimisation de la production et de la maintenance des systèmes de production sera envisagée et un bref panorama des politiques de cadenassage établies sera donné.

2.2 Optimisation de la production

Différentes méthodes ont été mises en place pour optimiser les systèmes manufacturiers flexibles dans leur complexité. Parmi ces techniques on peut citer la méthode de diffusion approximative Sethi et Thompson (1981), Mrinal Ghosh (1993), (Krichagina, Lou et al. (1994), l'agrégation et la désagrégation Bitran,. Hass et al. (1986); Lasserre et Mercé (1990) , l'approximation par la moyenne Lou, Sethi et al. (1994); Sethi et Zhang (1994). La plupart de ces méthodes sont applicables à des systèmes purement déterministes.

Le problème du contrôle de la planification de la production est en général formulé dans la littérature comme un problème de commande optimale stochastique. La nature stochastique du système vient du fait que les machines sont sujettes à des pannes et des réparations aléatoires, le personnel est confronté à des accidents imprévisibles lors des réparations et on peut faire face à une demande incertaine.

On peut regrouper les différents travaux présentés en deux groupes principaux :

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

- optimisation de la production, en considérant que les taux de transition d'un état de la machine à un autre est constant. L'état de la machine est décrit comme une chaîne de Markov homogène.
- optimisation simultanée de la production et de la maintenance. Les taux de transition d'un état de la machine à un autre ne sont pas constants, mais sont plutôt contrôlés. L'état de la machine est décrit par une chaîne de Markov non homogène.

2.2.1 Chaînes de Markov homogènes

Une chaîne de Markov sert à modéliser le processus de production en tenant compte que l'état du système varie dans le temps. Une chaîne de Markov est homogène quand les taux de transition d'un état de la machine à un autre sont considérés constants. Cela suppose que la machine peut tomber en panne même quand elle n'est pas en fonctionnement. Cette hypothèse est réaliste dans certains systèmes manufacturiers où les pannes peuvent être attribuées à des facteurs exogènes. Le temps moyen de réparation est fixe. L'expression de la disponibilité de chaque machine composant le système est connue à l'avance.

Basé sur le formalisme de Rishel (1975), commande d'un processus stochastique avec des perturbations des sauts de Markov, Olsder et Suri (1980), ont formulé le problème de commande des systèmes manufacturiers flexibles avec des machines non fiables en utilisant la théorie de commande par retour d'état. Dans leur modèle, les pannes et les réparations sont décrites par un processus de Markov homogène. Ce modèle a apporté beaucoup de lumière sur d'importants problèmes qui relèvent de l'ordonnancement et de la commande des systèmes sujets à des pannes aléatoires, mais ne pourrait pas être utilisé à cause de la difficulté qu'imposait la résolution des équations de programmation dynamique caractérisant la politique de commande optimale appelées équations d'Hamilton Jacobi Bellman (1955) ou HJB, Aubert et Bernard (2004).

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

Kimemia et Gershwin (1983) considèrent des systèmes manufacturiers dont les machines peuvent avoir un nombre arbitraire d'états et peuvent produire plusieurs types de pièces. Ce problème est formulé comme un problème de programmation dynamique.

Basé sur l'hypothèse que l'ensemble capacité est un hypercube, les équations différentielles couplées du type d'HJB, peuvent être découplées, devenant ainsi des équations ordinaires qu'il est possible de résoudre séparément pour trouver les coûts pour chaque état de la machine et chaque type de pièces (méthode de la décomposition et approximation quadratique).

Avec le concept du seuil critique, les auteurs ont montrés que si la machine est opérationnelle, aussi longtemps que son état n'a pas changé, qu'il est optimal de maintenir l'inventaire à un niveau donné appelé seuil critique. L'approximation du seuil critique et de la fonction coût ont permis à Gershwin (1985) d'utiliser la méthode précédente pour l'ordonnancement d'un système manufacturier flexible. La difficulté réside jusque là dans la résolution des équations d'HJB et la détermination de la valeur du seuil critique pour une approche de résolution plus générale.

Des recherches dans la même direction faites par Akella et Kumar (1986), montrent que pour un système constitué d'une machine traitant un produit, la politique optimale est caractérisée par un nombre critique, le niveau optimal d'inventaire ou seuil critique. En considérant un taux de demande constant et que la machine peut se trouver dans deux états différents (opérationnel, panne), les auteurs ont développé une formule analytique permettant de calculer le niveau optimal d'inventaire. Le niveau de l'inventaire optimal étant connu, la preuve que le coût qui lui est associé est optimal est également faite. La politique de production définissant le taux de production en fonction de l'inventaire quand le système de production est fonctionnel est déduite à partir du niveau optimal d'inventaire. Dans ce système manufacturier, l'objectif est de satisfaire en tout temps un taux de demande faisable sur un horizon de planification infini, alors que l'inventaire et

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

la pénurie de pièces sont pénalisés. Cette politique suggère de produire au taux maximal si le stock est inférieur au niveau optimal d'inventaire; produire exactement au taux de la demande, si les niveaux du stock et l'inventaire optimal sont exactement les mêmes; et ne pas produire si le niveau du stock excède l'inventaire optimal. Bielecki et Kumar (1988), utilisent une autre approche pour résoudre le cas d'une machine à deux états et un produit. En supposant que le seuil critique est connu quand la machine est opérationnelle, ils déterminent la fonction densité de probabilité en régime permanent de l'inventaire et la probabilité de masse du seuil critique. Le seuil critique optimal est trouvé en minimisant le coût moyen par unité de temps sur toutes les valeurs possibles du seuil critique.

Certains auteurs intègrent le contrôle de la maintenance dans la gestion de la production. Dans ces modèles, où l'optimisation simultanée de la production et de la maintenance sont considérées, les taux de transition du mode panne ou du mode maintenance préventive au mode opérationnel sont contrôlés. L'état de la machine est considéré comme une chaîne de Markov non homogène.

2.2.2 Chaînes de Markov non homogènes

Le modèle décrit dans Akella et Kumar (1986) est considéré comme une chaîne de Markov homogène avec des taux de transition constants. Dans la plupart des systèmes de production, la fiabilité dépend de l'utilisation ou de la fatigue de la machine. La probabilité que la machine tombe en panne augmente avec son âge ou son utilisation. Dans Boukas et Haurie (1990), les taux de transition dépendent de l'âge de la machine. Le système de production est plutôt traité comme une chaîne de Markov non homogène. Le taux de transition du mode opérationnel à la maintenance préventive est une variable de contrôle. La fiabilité est liée à l'utilisation de la machine, donc à son âge.

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

La machine est supposée neuve après la maintenance préventive. La politique à seuil critique est obtenue pour le contrôle du taux de production alors que le taux de maintenance préventive est contrôlé par un âge critique (l'âge optimal) dépendant de l'âge de machine dans le temps. L'âge critique est le point de transition du mode opérationnel au mode maintenance préventive. La politique issue de cette approche suggère un faible niveau d'inventaire (même l'inventaire nul est acceptable), quand l'âge de la machine est inférieur à l'âge optimal, la machine étant considérée comme neuve, sa probabilité de panne est faible. Quand l'âge de la machine est supérieur à l'âge optimal, on construit et maintient un inventaire positif égal au seuil critique de façon à satisfaire la demande durant les activités de réparation ou de maintenance. Les résultats obtenus numériquement montrent que le coût de production est plus faible en utilisant la maintenance préventive basée sur le contrôle de l'âge de la machine. Le contrôle de la maintenance préventive a donc contribué à améliorer la performance du système manufacturier (diminution des coûts d'inventaire, de pénurie et de réparation) en rétablissant l'âge de la machine à zéro après l'intervention.

Dans Boukas (1998), cette même approche est exploitée pour introduire le contrôle de la maintenance corrective. Ceci a permis d'améliorer la politique du seuil critique, car, un plus faible niveau d'inventaire est nécessaire. Le coût optimal est dans ce cas moins élevé et on pourra satisfaire un taux de demande plus élevé. Les variables de contrôle dans ce modèle sont les taux de production et de réparation. Il demeure toutefois difficile de trouver des solutions analytiques pour des systèmes larges (plus de 4 machines). L'une des techniques utilisées pour contourner cette difficulté est le développement des heuristiques basées sur la réduction de la dimension du problème du contrôle considéré.

Kenné et Boukas (1997) ont montré la nécessité économique d'implanter le contrôle de la maintenance corrective. Ils arrivent à la conclusion que l'introduction du contrôle de la maintenance corrective fait diminuer le coût total de production en faisant augmenter

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

la disponibilité de la machine. Ce modèle est applicable à plusieurs machines produisant plusieurs types de pièces, cependant des résultats numériques sont donnés dans le cas de deux machines et d'un produit pour valider l'approche.

Dans le même domaine Boukas et Communal (2002), ont apporté une contribution importante en introduisant la maintenance corrective à l'approche hiérarchisée. Pour une machine, un produit, une politique de commande sous optimale est proposée et les paramètres de commande sont déterminés en utilisant les techniques d'optimisation stochastiques. La particularité propre à cette approche est l'introduction de l'indice opérationnel dans la formulation du coût instantané. Il rend la solution encore plus réaliste. À partir de cette fonction, quand la machine est opérationnelle, le coût de production est ajouté au coût de l'inventaire, tandis que quand elle est en panne, c'est le coût de réparation qui y est ajouté

De plus, pour tenir compte des taux de rejets Boukas et Liu (2000) divisent l'âge de la machine en quatre segments. A ces quatre segments correspondent quatre modes de la machine (trois modes opérationnels et un mode panne). Aux modes opérationnels de la machine est associée une gradation dans la qualité du produit (bon, moyen, mauvais). Le taux de rejets de mauvaises pièces varie selon l'état de la machine. Le taux de maintenance préventive est le taux de transition des états moyen et mauvais des produits à bon. La machine produisait des pièces de qualité moyenne ou mauvaise et la maintenance corrective à celui du mode panne à production de bonnes pièces. En utilisant la programmation dynamique stochastique, les taux de production et de maintenance (préventive et corrective) sont optimisés. Kenné (2003) en considérant le même problème a obtenu une loi de commande sous optimale et a montré que la politique de commande est asymptotiquement optimale.

Ces travaux permettent donc de confirmer la compréhension de Gershwin, et al. (1996) (comprendre l'impact de la maintenance préventive) quand il déclare que théoriquement

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

un programme de maintenance préventive prévoit les problèmes majeurs des équipements et permet aux producteurs de maximiser la sortie, minimiser les coûts et assure une meilleure qualité des pièces qui vont être produites.

2.2.3 Machines à plusieurs états

Sharifnia (1988) fait une extension du modèle de Bielecki et Kumar (1988) à un système ayant plusieurs états, produisant un seul type de pièce. En supposant que la demande est faisable, pour chaque état α du système, la fonction valeur tend vers le minimum au seuil critique z_α. Connaissant les seuils critiques pour les différents états de la machine, z_α , la politique optimale est complètement déterminée. Les coûts moyens par période sont donnés en fonction des surplus correspondants aux seuils critiques. L'optimum est déterminé en minimisant la fonction coût. Il propose une politique de production optimale pour chaque état de la machine (système manufacturier) de façon à minimiser le coût du surplus ou de la pénurie. Selon cette méthode, s'il y a n états de la machine pour lesquels la demande est faisable, alors il y a n seuils critiques. La stratégie optimale de production pour chaque état de la machine est de produire à sa capacité maximale si le niveau d'inventaire est en dessous du seuil critique correspondant, de ne rien produire s'il le dépasse. L'utilisation de plusieurs seuils critiques fournit une alternative à l'approche à un seul seuil critique quand ce dernier n'est pas optimal et est très utile pour la résolution des problèmes d'ordonnancement de plusieurs produits des systèmes manufacturiers flexibles.

Srivastsan et Dallery (1998) ont fait une extension du modèle d'Akella et Kumar (1986) à deux produits. Sethi et al. (1992a) utilisent l'approche de la solution de viscosité pour généraliser le cas d'une machine à plusieurs produits et plusieurs états de la machine, des coûts de production, d'inventaire et de pénurie convexes et une demande stochastique.

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

Liberopoulos et Caramanis (1994) ont montré que la méthode d'évaluation des seuils critiques de Sharifnia (1988) s'applique aux systèmes dont les taux de transition des états de la machine dépendent du taux de production des pièces. Ils ont montré à partir des résultats expérimentaux pour un système ayant une seule machine, quand le taux de panne est proportionnel à une puissance du taux de production (compris entre 0 et 1), les politiques à seuils critiques sont optimaux parmi plusieurs politiques de commande à rétroaction.

Contrairement aux auteurs précédents qui modélisent la capacité de production comme un processus stochastique, les pannes et les réparations comme un processus de naissance et de mort, Fleming, Sethi et al. (1987), considèrent plutôt que la demande est aléatoire (fonction objectif de la chaîne de Markov à temps continu) et les contraintes sont le taux de production et le niveau d'inventaire. En utilisant la solution de viscosité, ils montrent qu'il existe une loi de commande optimale unique.

2.2.4 Taux de demande variable et distribution non exponentielle

Si dans la plupart des modèles les auteurs utilisent un taux de demande constant, ou quand elle est aléatoire elle suit une distribution exponentielle, Feng et Yan (1999) considèrent qu'elle est variable et suit une distribution de Poisson. Ils démontrent à partir de cette hypothèse, l'optimalité du seuil critique pour le modèle d'Akella et Kumar (1986). Cependant, quand leur modèle est généralisé à plus de deux états des machines, ils n'arrivent pas à trouver des solutions optimales explicites. En utilisant la technique de solution de viscosité, Sethi, et al (1992) montrent que la fonction valeur représentant le coût est convexe. Si le coût de l'inventaire est strictement convexe, la fonction valeur l'est également. De plus, la preuve que la fonction valeur est une solution de viscosité des équations d'HJB est donnée. Kenné et Gharbi (2000), en considérant la distribution des pannes et des réparations non exponentielles et un taux

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

de demande aléatoire déterminent avec des techniques de simulation la solution optimale associée au problème.

2.2.5 Systèmes de production constitués de plusieurs machines plusieurs produits

Si dans la plupart des modèles, on considère des cas simples, une machine, un produit, c'est par souci de simplification. En réalité, les systèmes manufacturiers sont généralement constitués de plusieurs machines. Suivant les besoins de la production elles peuvent être disposées en série (en tandem ou flowshop), en parallèle, ou même une disposition mixte série/parallèle (jobshop). La configuration des machines dans le système a également un impact sur l'optimisation des coûts. Dans tous les cas, une série d'hypothèses sont posées de façon à se situer dans un cadre de résolution. Pour illustrer la complexité de tels systèmes, nous référons le lecteur à Gharbi & Kenné (2003).

2.2.6 Machines disposées en série

Quand les machines sont en série, le niveau du ou des stocks intermédiaires (work in process, WIP) peut être considéré à capacité fini ou infini. Des contraintes sont également imposées sur la non négativité des stocks intermédiaires. Si la capacité du stock intermédiaire est finie, la panne de la machine en aval peut entraîner le blocage de la machine en amont quand la capacité maximale est atteinte. La panne de celle qui est en amont, l'arrêt de celle située en aval quand le niveau du stock intermédiaire devient nul.

Kimemia et Gershwin (1983) ont proposé un système composé de plusieurs machines, mais, sans stock tampon. La politique optimale est caractérisée par plusieurs niveaux tampons appelés seuils critiques. Une politique de contrôle a été définie par deux niveaux de seuils critiques pour deux types de pièces. Presman, Sethi et al. (1995) ont développé un modèle pour un système ayant plusieurs machines disposées en tandem en considérant que les stocks intermédiaires sont de capacité infinie (espaces tampons

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

grands). Ils utilisent les dérivées directionnelles pour décrire les dynamiques et les conditions limites (non négativité stocks intermédiaires) associées au problème. Ils montrent qu'il existe une loi de contrôle optimale unique et celle-ci peut être assimilée à la loi de commande de rétroaction optimale. Celle-ci est donnée en terme de fonction valeur associée au problème. Sethi et al. (1992b) ont développé une politique de commande hiérarchisée sous optimale pour deux machines avec les tampons internes de capacité finie. Presman, Sethi et al. (1995), ont fait une application de l'approche proposée par Zhang et al. (1995) à deux machines en série. Avec une politique de contrôle sous optimale C. Samaratunga (1995) montrent que la politique issue de la commande hiérarchisée est plus performante que le mécanisme Kanban.

Kenné and Boukas (1998) , présentent un système constitué de plusieurs machines en série. En considérant que les stocks intermédiaires sont de capacité finie, ils introduisent le contrôle de la maintenance corrective de façon à améliorer la disponibilité du système.

2.2.7 Machines en parallèle

Si pour les machines en série une des contraintes du problème est la non négativité des stocks intermédiaires et leur dimension, la complication des modèles dont les machines sont en parallèle est liée à l'ordonnancement quand le système doit produire plusieurs types de pièces.

Beaucoup d'auteurs ont contribué dans cet axe de recherche en incorporant ou non la mise en course. Dans Kenné & Gharbi (2000), les auteurs visent la détermination des politiques de production optimales pour un système constitué de plusieurs machines en parallèles produisant plusieurs types de pièces. Ils proposent une méthode de résolution combinée en regroupant l'approche analytique à la simulation basée sur l'analyse statistique telle que les plans d'expériences et la méthodologie de surface de réponse.

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

Kenné (2004), a introduit le contrôle de la maintenance corrective dans un système constitué de plusieurs machines pouvant fabriquer plusieurs types de pièces. Sur un ensemble de commandes admissibles, il s'agit de trouver à un instant donné, les taux de production et de remplacement préventif d'outils qui minimisent le coût global de production (surplus, pénurie d'inventaire, réparations et changement d'outils). Le processus décrivant la dynamique du système contient quatre modes (opération parfaite, réparation, opération avec rejet et remplacement d'outils). Pour des systèmes larges (plusieurs machines, plusieurs produits), l'approche combinée est recommandée.

Nous référons le lecteur intéressé aux travaux de Elhafsi et Bai (1997), Boukas et Kenné (1997), Adnène, et al. (2004), où des systèmes manufacturiers produisant plusieurs types de pièces sont présentés. Les coûts pour passer d'un produit à l'autre sont constants alors que les temps de mise en course sont aléatoires.

2.3 Politiques et procédures de cadenassage

On a tendance à associer la fiabilité au risque. Le risque est défini comme toute condition réelle ou potentielle qui peut causer la dégradation, des dommages, la maladie, la mort, endommager ou causer la perte de l'équipement ou faire en sorte qu'elle perde sa capacité. Tout risque a trois composantes principales : sa probabilité d'occurrence, sa gravité, l'exposition des personnes et des équipements au risque, voir FAA System Safety Handbook, (2000). Le tableau présenté dans Bourbonnière et Pâques. (2001) va dans le même sens que l'idée précédente.

Le risque est aussi lié à la capacité de faire face à ses obligations de production (produire pour satisfaire la demande). Dans un système de production on n'arrive pas à l'éliminer complètement. Les efforts pour accroître la sécurité font augmenter les coûts de leur implantation et font diminuer le coût des accidents. Plus on met d'efforts pour diminuer les risques d'accidents, plus on fait diminuer la fréquence des accidents donc

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

les coûts liés aux accidents, le coût d'implantation de ces mesures augmente et font varier à la hausse le coût de production. Entre les coûts consentis pour diminuer les risques d'accidents (accroître les efforts de sécurité) et les coûts des accidents on peut trouver un coût total minimal (voir figure 31 en annexe).

Les risques d'erreurs lors des opérations de réparation ou de maintenance agissent sur la disponibilité du système. Plus le niveau du risque est élevé, plus élevé est l'occurrence des pannes ou plus le temps de réparation est élevé, moins le système est disponible.

Sridharan et Mohanavadivu (1998) ont étudié les conséquences de l'erreur humaine sur le système de production. En considérant un système constitué de deux machines identiques fonctionnant en relais (une en production l'autre en stand by), ils montrent l'impact de l'erreur humaine sur la disponibilité du système. Pour un temps de réparation exponentiel et pour différentes valeurs du taux initial de l'erreur humaine, quand le temps augmente, la disponibilité diminue. Dans les principes de conception modernes pour réduire l'erreur humaine il est recommandé d'exploiter la puissance des contraintes. Le temps est une contrainte majeure en production. D'où la nécessité du contrôle du temps du cadenassage quand il s'agit d'arrêter la machine pour inspection, d'intervenir ou de procéder à la réparation du système de production. Le cadenassage/consignation n'est pas seulement utilisé pour prévenir les accidents sur les équipements et le personnel de la maintenance, mais également pour les employés qui travaillent dans l'environnement proche ou même ceux qui circulent dans l'usine.

Conscient de la complexité de l'usine et du temps nécessaire au cadenassage, Matsuoka et Muraki (2001) ont proposé une méthode de repérage assisté par ordinateur pour une usine de grande taille qui permet d'isoler les équipements avec un nombre minimum d'opérations. Ceci permettra de réduire considérablement le temps de cadenassage en éliminant le cadenassage redondant.

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

Downey, Saunders et al. (2001) préconisent le placardage pour offrir une alternative au cadenassage des équipements de distribution de puissance.

D'autres techniques retrouvées dans la littérature donnent plutôt la séquence ou la procédure de mise en cadenassage font des recommandations suivant que des cas particuliers surviennent (voir OSHA, (2002)). Ces techniques tiennent compte du fait que :

- L'équipement ou la machine ne peut pas être cadenassée;
- Le cadenas doit être enlevé alors que les équipements doivent être mis en charge ou sous tension pour des essais;
- La maintenance doit être faite par des sous-traitants;
- La maintenance est assurée par un autre service et qu'on est obligé de verrouiller les machines pour faciliter l'intervention;
- La maintenance se fait sur plusieurs quarts de travail alors que les équipements doivent être cadenassés.

À côté des dispositifs de cadenassage on associe des dispositifs de consignation. Les dispositifs de consignation, sont des dispositifs d'avertissement qu'un employé autorisé attache aux dispositifs d'isolement d'énergie pour avertir les employés de ne pas alimenter la machine tandis que lui ou elle l'entretient ou la maintient. Les dispositifs de consignation sont plus faciles à enlever et fournissent moins de protection à l'employé que les dispositifs de verrouillage. Chao et Henshaw (2002)

2.4 Conclusion

Dans la revue de littérature présentée dans ce chapitre le processus de production est vu comme une chaîne de Markov homogène ou non homogène à états finis sur un horizon de planification qui peut être fini ou infini. La chaîne de Markov peut posséder deux ou plus de deux états. La distribution de temps peut être exponentielle (chaîne de Markov)

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

ou non exponentielle (distribution de Poisson). Les machines peuvent être disposées en séries ou en parallèles. Les méthodes de résolution utilisent la méthode hiérarchisée dont une politique à seuils critiques est déduite. Pour des systèmes larges une approche combinée utilisant la méthode analytique, la simulation, les plans d'expériences et la méthodologie des surfaces de réponses est suggérée. Certains auteurs utilisent une politique de production sous optimale en faisant une approximation de la fonction valeur. Les solutions des équations d'HJB sont données à partir d'une solution de viscosité. Les solutions analytiques n'étant pas toujours possibles relativement à la taille du système, certains auteurs utilisent un approche combinée intégrant la théorie de commande, la simulation, les plans d'expériences et la méthodologie des surfaces de réponses.

De plus, un niveau de risque élevé existe même quand les machines sont en pannes et que des techniciens interviennent pour les réparer. Le risque d'erreur au cours des opérations de réparation ou de maintenance agit sur la disponibilité du système. L'état du système lors de la maintenance peut être un facteur qui influence l'opérateur et facilite les accidents. Plusieurs techniques et procédures sont utilisées pour diminuer le risque d'accidents dû au démarrage prématuré des machines ou pour diminuer le temps nécessaire à cette activité. Parmi elles, on peut citer, le cadenassage, le placardage, repérage par ordinateur, des précautions à prendre lors des changements de quart etc. Si ces mesures sont nécessaires, leur contrôle faciliterait l'optimisation de la production. Au meilleur de notre connaissance, les deux aspects reliés à la planification de la production dans un environnement stochastique et les techniques visant la minimisation des risques liés aux démarrages prématurés des machines sont traités séparément. L'intégration du contrôle du risque lié au manque de cadenassage à l'optimisation de la production vise à améliorer la performance du système manufacturier, en augmentant la disponibilité de la machine et en diminuant les coûts totaux de production sur un horizon infini.

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

CHAPITRE 3

POLITIQUE DE PRODUCTION ET DE CADENASSAGE POUR UNE MACHINE PRODUISANT UN TYPE DE PIÈCE

3.1 Introduction

Ce chapitre présente la nécessité du contrôle du cadenassage lors des réparations des machines ou des interventions sur le système de production. Deux types de modèles y sont présentés. Le premier sert à la planification de la production d'un système manufacturier constitué d'une machine soumis à des pannes et des réparations aléatoires dont les taux de transition sont constants (chaîne de Markov homogène). Dans le second, on considère le même système que précédemment mais, la planification simultanée de la production et de la gestion des opérations de cadenassage/décadenassage y est considérée en utilisant le formalisme de Boukas et Haurie (1990). Pour éviter des accidents lors des réparations et inspections, on suppose que la machine est consignée et cadenassée quand cela est possible (des contraintes de conception empêchent le cadenassage dans certains cas). L'horizon de planification est infini et le critère d'optimisation est l'espérance du coût total escompté. Les variables de décision sont les taux de production, d'envoi en cadenassage, d'intervention sur la machine en tenant compte qu'elle est cadenassée, le taux de réparation en considérant qu'elle est verrouillée et consignée. La politique de commande stochastique est obtenue numériquement en utilisant la technique d'approximation basée sur l'algorithme de Kushner et Dupuis (1992). Dans la section 2, une formulation du problème est présentée. Une approche numérique est discutée dans la section 3. Celle ci est utilisée dans le cas d'une machine produisant un type de pièces dans la section 4. Trois scénarios sont envisagés, la modélisation est faite avec des taux de transition fixes q_max et q_min simultanément. Le même modèle est repris ensuite avec les taux contrôlés entre les niveaux minimal et maximal des taux de transition, de façon à

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

déterminer la meilleure politique en termes de coût, de disponibilité de la machine et de contrôle du risque. On conclut à la section 5.

3.2 Formulation du problème

Nous considérons un système de production constitué d'une machine produisant un type de pièce. Cette machine est sujette à des pannes et des réparations aléatoires. Le système est également soumis à des perturbations stochastiques provenant des accidents lors des réparations ou au moment des interventions sur la machine. Quand la machine est opérationnelle elle peut être en mode production ou à l'arrêt. On suppose qu'il est nécessaire d'arrêter la machine et la cadenasser soit pour inspection ou suite à la demande d'un autre service. Dans ce cas, la machine peut être arrêtée tout de suite ou suivant un certain délai. On peut profiter quand cela est nécessaire de faire une maintenance opportuniste. Quand la machine est en panne, pour assurer la pérennité du système on la répare. Deux situations peuvent se présenter dans ce cas :

- sa réparation nécessite le cadenassage (verrouillage et consignation) avant sa réparation proprement dite.
- le cadenassage n'est pas possible dans certains cas. On fait la réparation sans cadenassage. Des étiquettes sont quand même apposées sur les tableaux de commande pour indiquer aux opérateurs que la machine est en réparation.

Le système de production tel que décrit précédemment peut être représenté à l'aide de l'organigramme de la figure 1.

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

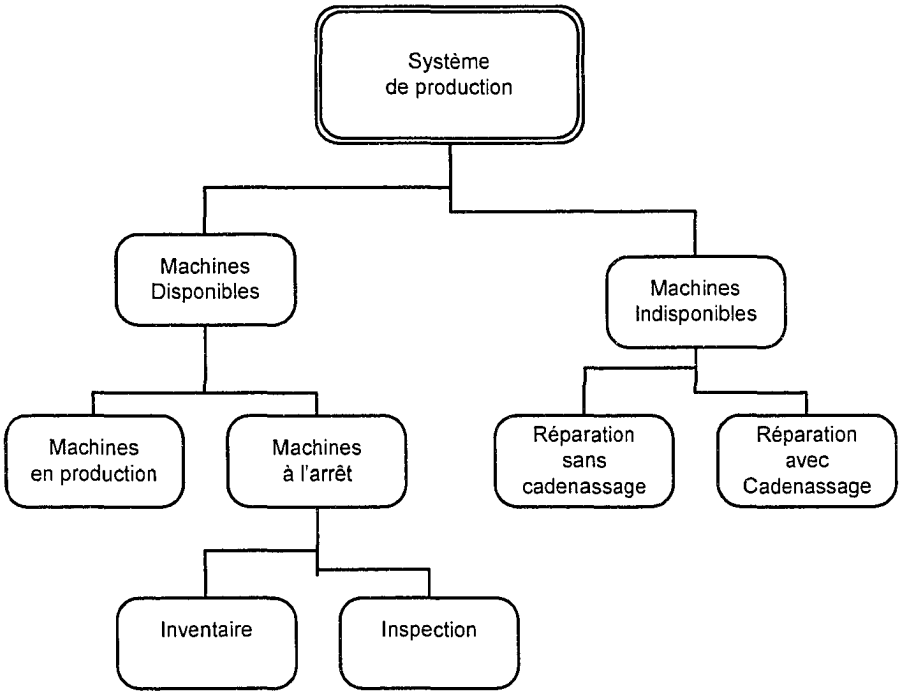


Figure 1 Organigramme du système de production et ses états

La dynamique du système est décrite par un état hybride $(x(t), \xi(t), t\geq 0)$ constitué d'une partie continue et d'une partie discrète. La partie continue est représentée par l'état de l'inventaire $x(t) \in \Re$ et la partie discrète par l'état de la machine $\xi(t)$ au temps t. Le système peut satisfaire un taux de demande supposé constant. Une valeur positive de $x(t)$ représente un inventaire alors qu'une valeur négative une pénurie. Ces deux paramètres sont donnés à tout instant au contrôleur pour la mise à jour de la politique de production ou de réparation quand cette dernière est contrôlée. Le processus de production et la rétroaction sont décrits dans le schéma bloc de la figure 2.

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

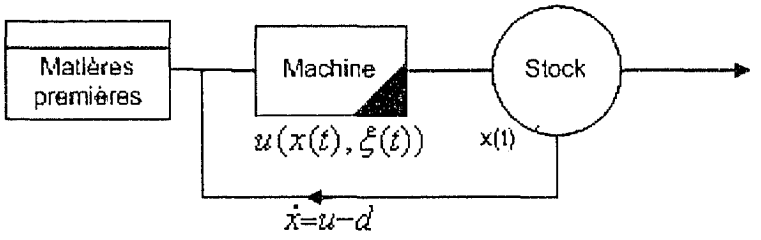


Figure 2 Schéma bloc du système

3.2.1 Dynamique d'inventaire

Soit $u(t) \in \Re_+$, le taux de production du système manufacturier au temps t, $t \geq 0$. Soient $x(t) \in \Re$, la variable qui caractérise l'état d'inventaire au temps t et d, un taux de demande supposé constant, $d \geq 0$. La dynamique de l'inventaire est décrite par l'équation différentielle suivante :

$$\dot{x} = u(t) - d,\ x(0) = x_0 \tag{3.1}$$

x_0, désignant le niveau initial du surplus.

3.2.2 Dynamique de la machine

La dynamique de la machine est caractérisée par le processus stochastique $(\xi(t), t \geq 0)$, prenant ses valeurs dans $M=\{1,2,3,4\}$, les différents états ou modes où elle peut se retrouver dans le temps. Le mode indique si la machine est opérationnelle ($\xi(t)=1$), en réparation ($\xi(t)=2$), en inspection ($\xi(t)=3$) ou en réparation avec cadenassage ($\xi(t)=4$). Dans ces deux derniers modes, le cadenassage est nécessaire pour éviter un démarrage prématuré ou toute autre cause qui pourrait produire des accidents de travail lors de l'intervention ou la réparation.

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

Le processus $\xi(t)$ est statistiquement exprimé par les probabilités de transition définies comme étant la probabilité que le processus soit au mode β au temps $t+\delta t$, étant donné qu'à l'instant présent (t) il est au mode α :

$$P\left[\xi(t+\delta t)=\beta \middle| \xi(t)=\alpha\right]=\begin{cases} q_{\alpha\beta}\delta t+0(\delta t)\ si\ \ \alpha\neq\beta \\ 1+q_{\alpha\beta}\delta t+0(\delta t)\ si\ \alpha=\beta \end{cases} \tag{3.2}$$

avec $q_{\alpha\beta}\geq 0$ et $q_{\alpha\alpha}=-\sum_{\alpha\neq\beta} q_{\alpha\beta}$, $(\alpha,\ \beta\in M)$, $q_{\alpha\beta}$ est le taux de transition de l'état α à l'état β et $\lim\frac{0(\delta t)}{\delta t}=0$

3.2.3 Matrice des taux de transition

Le processus stochastique décrit à la section précédente peut être modélisé par une chaîne de Markov irréductible à temps continu et à états discrets avec une matrice des taux de transition $Q=\{q_{\alpha\beta}\}$ de dimension 4 x 4 définie par :

$$Q=\begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} & q_{14} \\ q_{21} & q_{22} & 0 & 0 \\ q_{31} & 0 & q_{33} & 0 \\ q_{41} & 0 & 0 & q_{44} \end{bmatrix} \tag{3.3}$$

Les taux de transition peuvent être constants ou variables suivant qu'ils sont contrôlés ou non. La machine peut se trouver dans les états ou modes suivants :

Mode 1: Machine opérationnelle;
Mode 2: Machine en réparation sans cadenassage;
Mode 3: Machine en inspection (cadenassage sans réparation);
Mode 4: Machine en réparation avec cadenassage.

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

Au mode 3, la machine est fonctionnelle, mais suite à un comportement anormal, elle est arrêtée pour inspection ou pour faciliter les travaux d'un autre service de l'entreprise. Ces différents modes et transition sont représentés sur le diagramme de la figure 3.

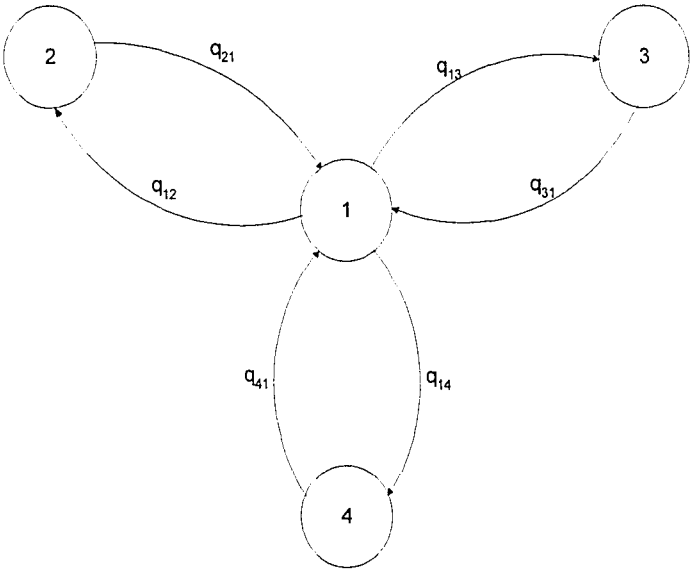


Figure 3 Diagramme des transitions d'états

La machine peut produire des pièces seulement quand elle est au mode 1. La capacité du système de production est altérée dans le temps par les perturbations, la machine n'étant pas toujours opérationnelle. Un aspect important qu'il faut considérer lors de la modélisation est la faisabilité du système. La demande est-elle faisable? Quand la machine est opérationnelle si elle produit au maximum de sa capacité, arrivera t-elle à satisfaire la demande?

3.2.4 Faisabilité

La faisabilité du système est déterminée à partir des probabilités limites données par les équations suivantes :

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

$$\begin{aligned} \pi(.)Q(.) &= 0 \\ \sum \pi(.) &= 1 \end{aligned} \tag{3.4}$$

où $\pi(.) = (\pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_4)$ désigne le vecteur de probabilités limites aux modes 1 à 4 et Q la matrice des taux de transition. Le système est faisable si :

$$\frac{q_{22} * q_{33} * q_{44}}{-q_{22} * q_{33} * q_{44} + q_{12} * q_{33} * q_{44} + q_{13} * q_{22} * q_{44} + q_{14} * q_{22} * q_{33}} * U_{\max} - d \geq 0 \tag{3.5}$$

Cette inégalité est obtenue en résolvant le système d'équations précédent et en considérant que la machine peut produire seulement au mode1. En divisant chaque terme du dénominateur par le numérateur on obtient :

$$\frac{1}{\frac{q_{12}}{q_{22}} + \frac{q_{13}}{q_{33}} + \frac{q_{14}}{q_{44}} - 1} U_{\max} - d \geq 0 \tag{3.6}$$

Si par contre

$$\frac{1}{\frac{q_{12}}{q_{22}} + \frac{q_{13}}{q_{33}} + \frac{q_{14}}{q_{44}} - 1} U_{\max} - d < 0 \tag{3.7}$$

alors le système n'est pas faisable. Il n'a pas assez de capacité pour satisfaire la demande même s'il produirait au maximum de sa capacité quand la machine est opérationnelle. Le système ne peut pas être contrôlé.

3.3 Problème de commande optimale stochastique

La planification de la production peut être considérée comme un problème d'optimisation qui permet de déterminer la politique de contrôle ou loi de commande donnant les taux de production dans le temps en tenant compte des contraintes imposées par le système de production. Quand la planification simultanée de la production et la

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

gestion des opérations de cadenassage est envisagée, la loi de commande définit non seulement le taux de production, mais également, le temps à allouer aux activités de cadenassage en fonction de l'inventaire pour que les coûts de production et de maintenance soient optimums. Dans cette section, on introduit le concept de commande admissible et la fonction coût à optimiser, ses propriétés et les conditions d'existence de l'optimum.

3.3.1 Commande admissible

Une politique de commande admissible est un contrôle de rétroaction qui spécifie quelle action entreprendre quand le système est dans un état spécifié. Une action est admissible si elle est basée sur l'historique de capacité de la machine et satisfait les contraintes de capacité. Dans les deux premiers cas traités dans ce chapitre, la commande par rétroaction détermine le taux de production en fonction du stock $x(t)$ et de l'état de la machine ξ(t) sous la contrainte du taux de production $0 \le u(t) \le U_{\max}$ Quand on fait le contrôle simultané de la production et des opérations de cadenassage, la commande par rétroaction détermine non seulement le niveau du taux de production, mais également celui du cadenassage pour un niveau d'inventaire donné.

Soit $\Gamma(\xi(t))$ l'ensemble de commande admissible au mode $\xi(t)$:

$$\Gamma(\xi(t)) = \{u(t), t \ge 0, 0 \le u(t) \le U_{\max}\} \tag{3.8}$$

L'ensemble des commandes admissibles dépend du processus $\xi(t)$, tel que $u(t) \in \Re_+$ et $0 \le u(t) \le U_{\max}$.

Si $\mathcal{A}$ désigne l'ensemble de toutes les commandes admissibles du problème (quelque soit t) on a :

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

$$u(.) = u(x(.), \xi(.)) \in A \tag{3.9}$$

Connaissant les dynamiques de l'inventaire et de la machine et sachant qu'on peut satisfaire la demande dans le temps, on s'intéresse à déterminer à quel coût. C'est ce qui est introduit dans la section suivante.

3.3.2 Fonction coût instantané

Désignons par $g(x,\xi)$, c^+, c^-, c^ξ, la fonction coût qui pénalise le surplus et la pénurie dans le temps, le coût par unité de pièces stockés, coût par unité en pénurie, le coût imputable à l'opération qui doit avoir lieu au mode ξ respectivement. Le problème d'optimisation consiste à déterminer dans l'ensemble des commandes admissibles, une stratégie de commande qui minimise le coût total de production sous la contrainte des équations d'états. La fonction coût instantané $g(x,\xi)$ dépend de l'état de l'inventaire, des coûts relatifs à la réparation avec ou sans cadenassage et des coûts associés à la décision d'arrêter la machine pour inspection avec cadenassage quand le cadenassage est contrôlé. Elle est donnée par :

$$g(x,\alpha) = c^+x^+ + c^-x^- + c^\xi \tag{3.10}$$

où

$$x^+ = \max(0,x) \text{ et } x^- = \max(0,-x) \tag{3.11}$$

sont le nombre d'unités stockés et en pénurie dans le temps respectivement. Le coût du risque est mesuré comme la combinaison d'une probabilité et de sa conséquence voir OCDE (1992). On peut écrire son expression comme dans Boehm (1989) relaté dans Aubert et Bernard (2004)

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

$$\text{Coût du risque} = \sum_{i=1}^{n} P(E_i) * CM_i \tag{3.12}$$

$P(E_i)$ est la probabilité que l'événement indésirable i se produise.
CM_i le coût moyen à subir dans le cas où l'événement i se produit.

Dans notre modèle quand la machine est en inspection ou en réparation il y a des risques de démarrages prématurés. On tient compte du coût du risque dans le temps dans la fonction valeur en faisant le produit du taux de transition par le coût moyen à subir. Ces deux paramètres sont indiqués à partir du journal des réparations (historique).

3.3.3 Coût total

Le coût total à optimiser est la somme des coûts instantanés considérée sur un horizon infini. Notre objectif est de trouver une politique de contrôle admissible $u(.) \in A$ qui minimise le coût total actualisé $J(x,\xi,u(.))$. Pour $u(.) \in A$:

$$J(x,\xi,u(.)) = E\left\{\int_0^{\infty} e^{-\rho t}\, g(x(t),u(t))dt \,\middle|\, x(0)=x, \xi(0)=\xi\right\} \tag{3.13}$$

ρ étant le taux d'escompte (pour tenir compte de la dépréciation de l'argent dans le temps). Son effet est de réduire exponentiellement le coût instantané avec l'augmentation du temps. Si la fonction coût est bornée, l'introduction $e^{-\rho t}$ assure que le coût total $J(x,\xi,u(.))$ est fini.

Si l'on définit la fonction valeur comme le coût total minimum espéré sur un horizon infini pour $u(.) \in A$, en tenant compte du niveau d'inventaire, de l'état de la machine et de l'action à prendre dans tous les cas :

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

$$v(x,\xi) = \inf_{u \in A}(J(x,\xi,u(.)) \tag{3.14}$$

Formellement une solution à ce problème peut être obtenu à partir des équations d'HJB Boukas (1998) données par :

$$\rho v(x,\xi) = \min_{u \in \Gamma(\xi)} \left\{ H(x, v_x(x,\xi), u) + \sum_{\beta \neq \alpha} q_{\alpha\beta} \left[v(x,\beta) - v(x,\xi) \right] \right\} \tag{3.15}$$

où

$H(x, v_x(x,\xi), u) = (u-d)^* v_x(x,\xi) + g(x,.)$ est le coût du surplus, de la pénurie, de production, et du coût étant donné que la machine est à l'état $\xi(t)$ au temps t.

3.3.4 Propriétés de la fonction coût total

La fonction valeur telle que définie par les équations HJB garantit-elle l'existence d'un minimum? Est-elle toujours dérivable? Admet-elle toujours une solution? C'est à la réponse de ces questions que s'adressent les définitions suivantes.

Définition 1 : Fonction convexe

Une fonction est convexe si elle est continue et la valeur moyenne de chaque intervalle de son domaine de définition n'excède pas la moyenne des valeurs aux extrémités. En d'autres termes une fonction $g(x)$ est convexe sur un intervalle $[a,b]$ si :

$$\forall x_1, x_2, \in [a,b],\ g[\left(\frac{x_1 + x_2}{2} \right)] \leq \frac{g(x_1) + g(x_2)}{2} \tag{3.16}$$

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

Définition 2 : Fonction Lipschitz

Une fonction f de □ est Lipschitz si pour tout x et y il existe une constante C indépendante de x et de y telle que :

$$|f(x)-f(y)| \le C\|x-y\| \tag{3.17}$$

On montre que la fonction valeur est convexe (voir Boukas (1998)). De plus elle est Lipschitz (voir (Boukas et Liu 2000)). Toute fonction convexe et Lipschitz est continument dérivable. La fonction valeur est l'unique solution de viscosité des équations d'HJB.

Le concept de solution de viscosité de la fonction valeur fait intervenir les notions de superdifférentialité D^+ , et la sousdifférentialité D^- qui consiste à faire une approximation de la fonction valeur $v(x,\xi)$ par $v^h(x,\xi)$ en remplaçant la dérivée première de $v(x,\xi)$ par $v^h(x,\xi)$ en utilisant un intervalle de différence finie.

$$D^+v(x,\xi)=\left\{r\in\Re^n : \limsup_{|h|\to 0}\frac{v^h(x+h,\xi)-v^h(x,\xi)-h.r}{|h|}\le 0\right\} \tag{3.18}$$

$$D^-v(x,\xi)=\left\{r\in\Re^n : \liminf_{|h|\to 0}\frac{v^h(x,\xi)-v^h(x-h,\xi)-h.r}{|h|}\ge 0\right\} \tag{3.19}$$

Si $v(x,\xi)$ est différentiable en x, alors :

$$D^+v(x,\xi)=D^-v(x,\xi)=v_x(x,\xi) \tag{3.20}$$

$v_x(x,\xi)=\dfrac{\partial}{\partial x}v(x,\xi)$ est le gradient de $v(x,\xi)$ par rapport à x.

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

La fonction valeur n'est pas toujours différentiable. Pour que les équations d'HJB aient un sens on utilise la théorie mathématique de solution de viscosité basée sur les notions de superdifférentialité et de sousdifférentialité.

Nous référons le lecteur aux travaux, Fleming et Soner (1992), Sethi et Zhang (1994a), Kenné (2003), pour plus de renseignements sur le concept de solution de viscosité.

Définition 3 : Solution de viscosité

La fonction $v(x,\xi)$ est une solution de viscosité des équations d'HJB si :

(a) $v(x,\xi)$ est continue par rapport à x et qu'il existe des constantes C et k_1 toutes deux positives ($(C>0,k_1>0)$ telles que $|v(x,\xi)| \le C(1+|x|^{k_1}$

(b) pour $v_x(x,\xi) \in D^+v(x,\xi)$ on a :

$$\rho v(x,\xi) - \min_{u\in\Gamma(\xi)}\left\{H(x,v_x(x,\xi),u) + \sum_{\beta\neq\alpha} q_{\alpha\beta}\left[v(x,\beta)-v(x,\xi)\right]\right\} \le 0$$

(c) pour $v_x(x,\xi) \in D^-v(x,\xi)$ on a:

$$\rho v(x,\xi) - \min_{u\in\Gamma(\xi)}\left\{H(x,v_x(x,\xi),u) + \sum_{\beta\neq\xi} q_{\beta\xi}\left[v(x,\beta)-v(x,\xi)\right]\right\} \ge 0$$

S'il existe des constantes K et k telle que $0 \le v^h(x,\xi) \le K(1+|x|^k), \quad \forall \xi \in M$ alors $\lim_{h\to 0} v^h(x,\xi) = v(x,\xi)$

En faisant une approximation des équations des coûts pour les différents états du système de production, une méthode de résolution est nécessaire. Généralement trois approches de résolutions sont utilisées : analytique, numérique et la simulation.

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

La méthode analytique est utilisée dans le cas où les équations différentielles caractérisant la dynamique du système sont simples. Pour certains processus stochastiques, par exemple le mouvement brownien, des solutions analytiques existent Aubert et Bernard (2004). Quand les méthodes analytiques ne peuvent pas être appliquées, les méthodes numériques sont envisagées. Les équations des coûts, résultant de la programmation dynamique stochastique deviennent plus difficiles à programmer quand le nombre de modes du système augmente. Les méthodes numériques quoique très utiles pour résoudre certains problèmes qu'on ne peut pas résoudre analytiquement a le désavantage de prendre beaucoup de temps avant de produire les résultats (nombre d'itérations élevées) quand le nombre de modes du système est élevé. La simulation est privilégiée dans ce dernier cas. Dans cette recherche l'approche numérique est utilisée, pour des systèmes complexes (plus de deux machines), l'approche combinée définie dans le chapitre 5 est recommandée.

3.4 Approche numérique

Pour obtenir une solution approximative de la fonction valeur, deux approches sont utilisées :

1) la technique d'approximations successives
2) la méthode itérative

3.4.1 Technique d'approximations successives

La technique d'approximations successives consiste à discrétiser de façon appropriée l'espace d'état x et l'espace de contrôle $(u(.), u_{eci}(.), u_{ci}(.), u_{cr}(.))$ de façon à transformer le problème de commande original en un problème équivalent. L'espace d'état et l'espace de contrôle sont définis respectivement par le vecteur d'état $\mathrm{x} = \{x / x \in D\}$ et

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

le vecteur de contrôle u tous deux continus. Soit G_x^h, la grille d'unité de longueur h du vecteur d'état et G_u^h, celle du vecteur de contrôle de longueur u appartenant à l'espace de contrôle. La technique d'approximation conduit donc à un problème d'optimisation qui peut être interprété comme un problème de commande de décision d'une chaîne de Markov avec des espaces d'états et d'actions finis. Ce problème d'optimisation satisfait à toutes les hypothèses d'existence et d'unicité de la solution optimale.

On utilise la technique de l'approximation successive ou la technique de la politique d'itération pour trouver une approximation de la solution.

3.4.2 Méthode itérative

Dans cette partie, l'algorithme de Kushner et Dupuis (1992) est utilisé pour trouver une approximation du gradient de la fonction valeur. Pour un intervalle de différence finie donné h, l'algorithme présenté dans Boukas (1998) est le suivant :

Étape 1	Initialisation :	Choix de $\xi \in R_+$ faire k=1 et $v_h^k(x,\xi) = 0 \ \forall \alpha \in M$ $\forall \ \xi \in G_x^h$ définir une politique initiale stationnaire $u^k \in G_u^h$
Étape 2	Évaluation:	Étant donné $u^k \in G_u^h$ Calculer la fonction coût correspondant, à partir de la fonction valeur.
Étape 3	Politique d'amélioration :	Trouver une nouvelle politique stationnaire $u^{k+1} \in G_u^h$
Étape 4	Test d'arrêt :	Calculer

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

$$\bar{c} = \min\left\{(v_h^k(x,\alpha) - v_h^{k-1}(x,\beta)\right\},\ \mathrm{c}_{\min} = [\rho/(1-\rho))]\bar{c},$$

$$\underline{c} = \max\left\{(v_h^k(x,\alpha) - v_h^{k-1}(x,\beta)\right\},\ \mathrm{c}_{\max} = [\rho/(1-\rho))]\underline{c}$$

Si $|c_{\max} - c\min| \le \varepsilon$ arrêt $u^* = \pi^k$ sinon $k = k+1$ et retourner à l'étape 2

L'utilisation de la méthode itérative donne une bonne approximation de la politique du problème d'optimisation.

3.4.3 Fonction valeur approximée

Si h désigne le pas de l'intervalle de différences finies, le gradient de la fonction valeur est approximé par :

$$\begin{cases} \dfrac{v^h(x+h,\xi) - v^h(x,\xi)}{h} & \text{si } u - d \ge 0 \\ \dfrac{v^h(x,\xi) - v^h(x-h,\xi)}{h} & \text{si u-d<0} \end{cases}$$

En utilisant le concept de la solution de viscosité, pour les différents modes du système constitué d'une machine produisant un type de pièce avec :

- un taux de cadenassage maximal;
- un taux de cadenassage minimal;
- un taux de cadenassage qui varie entre les taux minimal et maximal.

La fonction valeur s'écrit :

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

$$V^h(x,\xi) = \min_{u\in\Gamma(\xi)} \frac{1}{\rho + \frac{|u-d|}{h} + \sum_{\alpha\neq\xi} q_{\alpha\xi}} \left[\begin{array}{l} G(x,\xi) + V(x+h,\xi)\frac{(u-d)}{h} Ind(u-d\geq 0) \\ +V(x-h,\xi)\frac{(u-d)}{h} Ind(u-d<0) + \sum_{\alpha\neq\xi} V(x,\alpha) \end{array} \right] \tag{3.21}$$

En posant

$$q_{\alpha\alpha} = \sum_{\alpha\neq\xi} q_{\alpha\xi}$$

$$Q_h^\alpha = \frac{|u-d|}{h} + q_{\alpha\alpha} \qquad p_1^\alpha(1) = \begin{cases} \frac{(u-d)}{hQ_h^\alpha} & \text{si } u-d \geq 0 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

$$p_1^\alpha(2) = \begin{cases} \frac{(u-d)}{hQ_h^\alpha} & \text{si } u-d < 0 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \qquad p^\alpha(\xi) = \frac{q_{\alpha\xi}}{Q_h^\alpha}$$

$$\begin{aligned} V^h(x,\xi) = \min_{u\in\Gamma(\xi)} \{ & \frac{G(x,\xi)}{Q_h^\alpha(1+\frac{\rho}{Q_h^\alpha})} + \frac{1}{(1+\frac{\rho}{Q_h^\alpha})} (V(x+h,\xi)p_1^\alpha(1)) \\ & +V(x-h,\xi)p_1^\alpha(2) + \sum_{\alpha\neq\xi} p^\alpha(\xi)V(x,\alpha)\} \end{aligned} \tag{3.22}$$

Connaissant la fonction valeur (coût) en fonction des variables d'états et les pas de discrétisation suivant u et x, il serait intéressant d'appliquer ce modèle sur des cas d'application et vérifier la cohérence des résultats à partir d'une analyse de sensibilité.

3.5 Application à une machine produisant un type de pièce

Pour illustrer l'utilité du contrôle du cadenassage, trois modèles sont considérés dans la suite de ce chapitre :

- planification de la production avec taux de cadenassage maximal (chaîne de Markov homogène).

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

- planification de la production avec taux de cadenassage minimal (chaîne de Markov homogène).
- planification simultanée de la production et de la gestion des opérations de cadenassage. Le taux de cadenassage varie entre les taux maximal et minimal dans ce cas (chaîne de Markov non homogène).

On compare enfin les trois modèles en termes de niveau optimal du seuil critique et de coût moyen de production. Le niveau du risque relié au cadenassage n'augmentant pas.

3.5.1 Planification de la production avec temps de cadenassage maximal

Le système considéré est constitué d'une machine produisant un type de pièce. Cette machine peut se trouver dans quatre états différents; en production, en réparation sans cadenassage, en inspection et en réparation en tenant compte du cadenassage lors de ces deux derniers types d'interventions. Le système est modélisé par une chaîne de Markov homogène. Les taux de transition sont constants. Seul les taux de transition minimum du modèle traité dans la section 3.5.4 sont considérés dans cette partie. La dynamique du système est composée des dynamiques de l'inventaire et de la machine.

Un programme Matlab dont le programme principal est donné en annexe 1 nous permet de représenter les résultats du modèle.

Pour établir les données, nous considérons que le temps de cadenassage/décadenassage/ consignation varie, alors que les temps des autres activités nécessaires à la réparation ou à l'intervention sur la machine sont décrits par des distributions de moyennes constantes. Dans la réalité des systèmes manufacturiers il en est tout autrement. Le temps moyen de cadenassage est constant.

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

Considérons les définitions suivantes :

$te_{\min}$, $te_{\max}$ désignent respectivement les temps moyens d'envoi en cadenassage minimal et maximal.

$tci_{\min}$, $tci_{\max}$, les temps moyens de cadenassage minimal et maximal quand le cadenassage est nécessaire lors d'une intervention sur la machine.
ti, le temps moyen nécessaire à l'intervention sans réparation ou temps d'arrêt pour un autre service incluant la maintenance opportuniste.

$tcr_{\min}$, $tcr_{\max}$ les temps de cadenassage moyens lors des réparations avec cadenassage.

tr, le temps moyen des autres activités nécessaires à la réparation.

En utilisant la définition des paramètres précédents on obtient :

$q_{13\max} = \dfrac{1}{te_{\min}}$, taux d'envoi en cadenassage avec un temps min (taux max).

$q_{13\min} = \dfrac{1}{te_{\max}}$, taux d'envoi en cadenassage avec un temps max (taux min).

$q_{31\max} = \dfrac{1}{(tci_{\min} + ti)}$, taux d'intervention max.

$q_{31\min} = \dfrac{1}{(tci_{\max} + ti)}$, taux d'intervention min.

$q_{41\max} = \dfrac{1}{(tcr_{\min} + tr)}$, taux de réparation avec cadenassage max.

$q_{41\min} = \dfrac{1}{(tcr_{\max} + tr)}$, taux de réparation avec cadenassage min

Les paramètres utilisés pour la simulation sont donnés dans le tableau 1.

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

Tableau I

Paramètres du modèle M1P1 et temps de cadenassage minimal

h	c^+	c^-	c_r	cc	$cr1$	c_{r2}	$\bar{u}_{r2}$	$U^1_{\max}$	d	q_{12}	q_{21}	ρ
0.25	1	50	40	1	5	60	0.08	0.27	0.2	0.025	0.15	0.001

La fonction valeur aux différents modes est donnée par l'ensemble des équations :

$$V(x,1) = \min_{u\in\Gamma(\xi)} \frac{1}{\rho + \frac{|u_1 - d|}{h} + q_{12} + q_{13} + q_{14}} (gc_1 + |u_1 - d|/h * (V(x+h,1) * Ind(u_1 - d \geq 0) \quad (15)$$
$$+ V(x-h,1) * Ind(u_1 - d < 0)) + q_{12} * V(x,2) + q_{13} * V(x,3) + q_{14} * V(x,4))$$

$$V(x,2) = \min_{u\in\Gamma(\xi)} \frac{1}{\rho + q_{21} + \frac{|0-d|}{h}} (gc_1 + \frac{d}{h} * V(x-h,2) + q_{21} * V(x,1))$$

$$V(x,3) = \min_{u\in\Gamma(\xi)} \frac{1}{\rho + q_{31} + \frac{d}{h}} (gc_1 + \frac{d}{h} * V(x-h,3) + q_{31} * V(x,1))$$

$$V(x,4) = \min_{u\in\Gamma(\xi)} \frac{1}{\rho + q_{41} + \frac{d}{h}} (gc_1 + \frac{d}{h} * V(x-h,4) + q_{41} * V(x,1))$$

Avec $te_{\min} = 75$, $te_{\max} = 80$, et en considérant que le temps de cadenassage / décadenassage / consignation est de 40% du temps de l'intervention ou de la réparation, $tci_{\min} = 3.2$ unités de temps, $tci_{\max} = 4$ unités de temps , pour les temps d'intervention minimal et maximal de 8 et 10 respectivement (temps effectif d'intervention min et max 4.8 et 6). Dans le cas d'une réparation avec cadenassage, le temps du cadenassage est de 3.2 à 4.8 unités de temps. Le temps moyen de réparation effective est de 4.8 et 7.2 respectivement (temps de réparation total 8 et 12 unités de temps). Les taux de transition pour les différents modes sont les suivants :

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

$q_{12} = \frac{1}{40}$, $q_{13} = \frac{1}{80}$, $q_{14} = \frac{1}{100}$, $q_{21} = \frac{1}{6.5}$, $q_{31} = \frac{1}{10}$, $q_{41} = \frac{1}{12}$ En utilisant la relation $\lambda_{ij} \geq 0$ et $\lambda_{ii} = -\sum_{i \neq j} \lambda_{ij}$ on trouve $\lambda_{11} = \frac{-19}{400}$, $\lambda_{22} = \frac{-1}{6.5}$, $\lambda_{33} = \frac{-1}{10}$, $\lambda_{44} = \frac{-1}{12}$

et la matrice des taux de transition est :

$$Q = \begin{bmatrix} -19/400 & 1/40 & 1/80 & 1/100 \\ 1/6.5 & -1/6.5 & 0 & 0 \\ 1/10 & 0 & -1/10 & 0 \\ 1/12 & 0 & 0 & -1/12 \end{bmatrix}$$

Le temps moyen que la machine passe dans chaque mode est donné par le vecteur des probabilités limites $\mu = [\mu_1 \quad \mu_2 \quad \mu_3 \quad \mu_4]$.

μ_1, temps de séjour moyen que la machine passe dans le mode 1 (opérationnel)

μ_2, temps de séjour moyen que la machine passe dans le mode 2 (réparation sans cadenassage)

μ_3, temps moyen que la machine passe en inspection ou arrêté pour intervention d'un autre service.

μ_4, temps moyen que la machine passe en réparation avec cadenassage

Ce vecteur est obtenu en résolvant le système d'équations (4).

$$\mu = [71.05\% \quad 11.55\% \quad 8.88\% \quad 8.53\%]$$

L'espace d'état est défini sur un domaine $D = \{x / -10 \leq x \leq 100\}$, discrétisé suivant h=0.25.

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

Avec les paramètres définis précédemment pour la chaîne de Markov homogène en considérant le temps de cadenassage maximal, soit des taux de réparation et d'inspection minimum on obtient les résultats présentés à la figure 4 et aux tableaux 2 et 3 en utilisant les méthodes numériques et l'algorithme de Kushner :

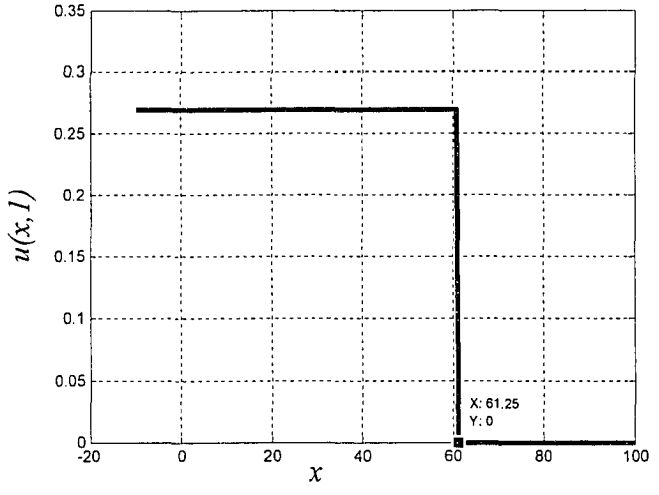


Figure 4 Taux de production en fonction du seuil critique (taux maximal)

Le tableau II donne le seuil critique, les coûts aux différents modes ainsi que le coût moyen sachant que la machine peut produire seulement au mode 1.

Tableau II

Résultats du modèle M1P1 avec taux de transition maximal

Seuil critique	Coût mode 1 (production)	Coût mode 2 (réparation)	Coût mode 3 (inspection)	Coût mode 4 (réparation/ cadenas)	Coût moyen
61.25	6.3373e+004	6.3404e+004	6.3375e+004	6.3446e+004	6.3381e+004

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

La politique de production est du type seuil critique. Si le niveau du stock est inférieur au seuil critique de valeur 61.5, on produit au taux maximal de valeur 0.27, s'il est supérieur au seuil critique on ne produit pas. S'il est égal au seuil critique on produit au taux de la demande de valeur 0.2.

En faisant varier les coûts de la pénurie, de stockage, du cadenassage pour inspection et réparation, le niveau du seuil critique varie ainsi que le coût moyen de production. Les résultats présentés dans le tableau III donnent, pour le modèle considéré, les valeurs du seuil critique et du coût moyen quand le coût de la pénurie varie.

Tableau III

Temps de cadenassage maximal (taux minimal de réparation et d'inspection)

c^-	z_p^*	z_{ec}^*	z_{ci}^*	z_{cr}^*	Coût moyen*10^3
10	34.25	-	-	-	36.15
20	44.50	-	-	-	46.48
30	50.50	-	-	-	52.66
40	55.00	-	-	-	57.10
50	58.50	-	-	-	60.55
60	61.50	-	-	-	63.38
70	63.50	-	-	-	65.78
80	65.75	-	-		67.86
90	67.50	-	-	-	69.70
100	69.00	-	-	-	71.34

Les résultats de l'analyse de sensibilité sont présentés sur le graphique de la figure 5. Cette représentation nous permet de visualiser la tendance du niveau du seuil critique quand le coût de la pénurie varie.

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

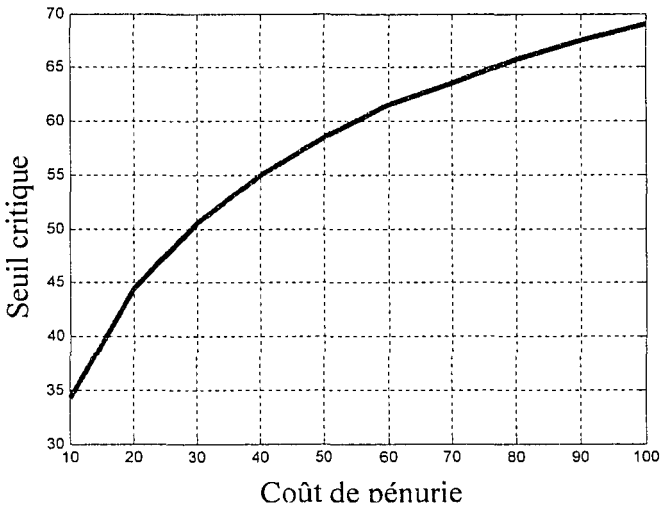


Figure 5 Seuil critique en fonction du coût de pénurie (taux minimal)

3.5.2 Planification de la production avec temps de cadenassage minimal

Les taux maximal d'envoi en cadenassage, taux de cadenassage pour inspection maximal et taux de cadenassage pour réparation sont utilisés. La matrice des taux de transition dans ce cas est :

$$Q = \begin{bmatrix} -29/600 & 1/40 & 1/75 & 1/100 \\ 1/6.5 & -1/6.5 & 0 & 0 \\ 1/8 & 0 & -1/8 & 0 \\ 1/8 & 0 & 0 & -1/8 \end{bmatrix}$$

On utilise les mêmes paramètres que dans le tableau 1, de même que la démarche des méthodes numériques.

Les temps de séjour dans les différents modes pour un temps de cadenassage minimal sont donnés par :

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

$$\mu = [74.12\% \quad 12.04\% \quad 7.91\% \quad 5.93\%]$$

Les probabilités limites nous renseignent sur la faisabilité du système. Le temps de séjour dans le mode opérationnel étant plus élevé pour un temps de cadenassage minimal, cela confirme l'augmentation de la disponibilité du système. On prend dans ce cas moins de temps pour cadenasser la machine lors des interventions et réparations.

Les résultats obtenus à partir des méthodes numériques donnent le niveau du seuil critique et la politique de production nécessaire à l'optimisation du système de production.

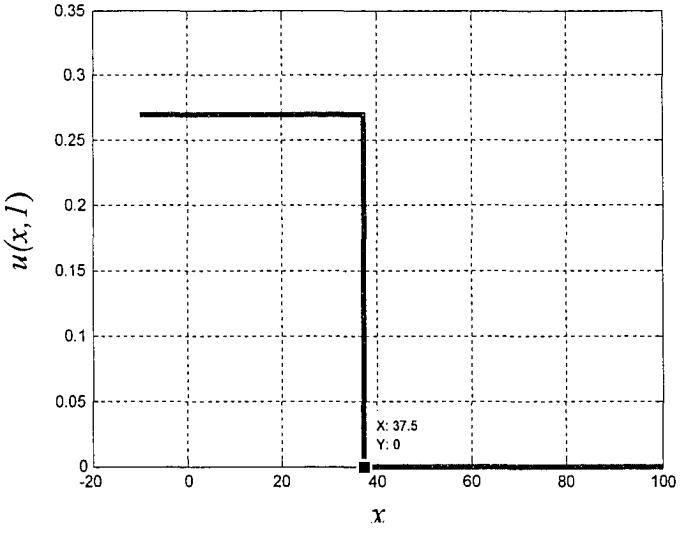


Figure 6 Taux de production en fonction d'inventaire (taux maximal)

D'après le tableau IV des résultats obtenus et ce pour un temps de cadenassage minimal (taux de réparation et d'inspection avec cadenassage maximal), le seuil critique est de 37.5 cela veut dire que moins d'inventaire est nécessaire quand le temps de cadenassage est plus petit. En conséquence, il coûte moins cher de cadenasser moins longtemps avec les paramètres du système considéré. En effet, plus petit est le temps de cadenassage,

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

plus petit est le niveau d'inventaire nécessaire, car la disponibilité de la machine augmente.

Tableau IV

Résultats du modèle M1P1 avec taux de transition maximal
(temps de cadenassage minimal)

Seuil critique	Coût mode 1 (production)	Coût mode 2 (réparation)	Coût mode 3 (inspection)	Coût mode 4 (réparation/ cadenas)	Coût moyen
37.5	3.9547e+004	3.9582e+004	3.9549e+004	3.9607e+004	3.9555e+004

Les graphes des figures 4 et 6 donnent le niveau optimal du seuil critique pour un temps de cadenassage maximal et un temps de cadenassage minimal.

Le niveau du seuil critique pour un temps de cadenassage maximal est 61.5 unités. Il est plus élevé comparé avec un temps de cadenassage minimal 37.5. Le coût de production dans ce dernier cas sera moindre que dans le premier. Pour un temps de cadenassage minimal on obtient un taux de réparation maximal.

Les résultats présentés au tableau V montrent la sensibilité de l'inventaire et du coût moyen de production par rapport au coût de la pénurie pour un temps de cadenassage minimal.

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

Tableau V

Temps de cadenassage minimal (taux maximal de réparation ou d'inspection)

C1m/X	X1	X2	X3	X4	Coût moyen
10	21.25	-	-	-	2.2371e+004
20	27.25	-	-	-	2.8938e+004
30	31	-	-	-	3.2839e+004
40	33.75	-	-	-	3.5621e+004
50	35.75	-	-	-	3.7784e+004
60	37.5	-	-		3.9555e+004
70	39	-	-	-	4.1053e+004
80	40.25	-	-	-	4.2352e+004
90	41.5	-	-	-	4.3499e+004
100	42.5	-	-	-	4.4524e+004

Ces valeurs sont portées sur la figure 8 pour montrer la tendance du niveau du seuil critique quand le coût de pénurie augmente pour les valeurs maximales des taux de transition.

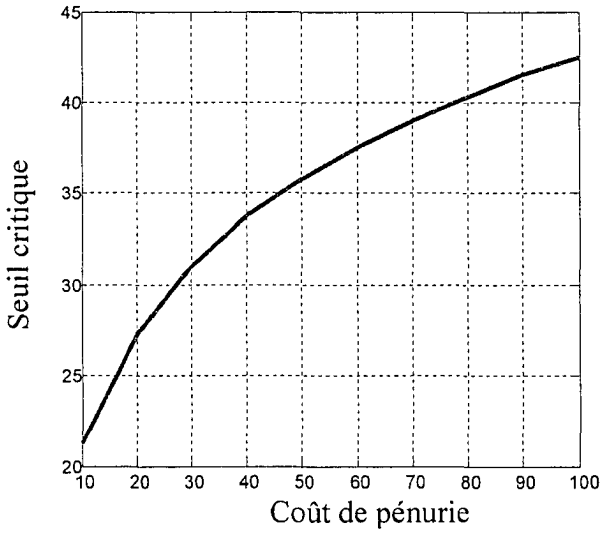


Figure 7 Seuil critique en fonction du coût de pénurie (temps de cadenassage minimal)

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

Quand le coût de pénurie augmente, le niveau d'inventaire augmente également de façon à éviter la pénalité.

En faisant varier le coût de stockage pour les taux minimal et maximal (données tableaux III et V) et en représentant ces valeurs sur un même graphique, on remarque l'écart des niveaux d'inventaire dans ces deux situations.

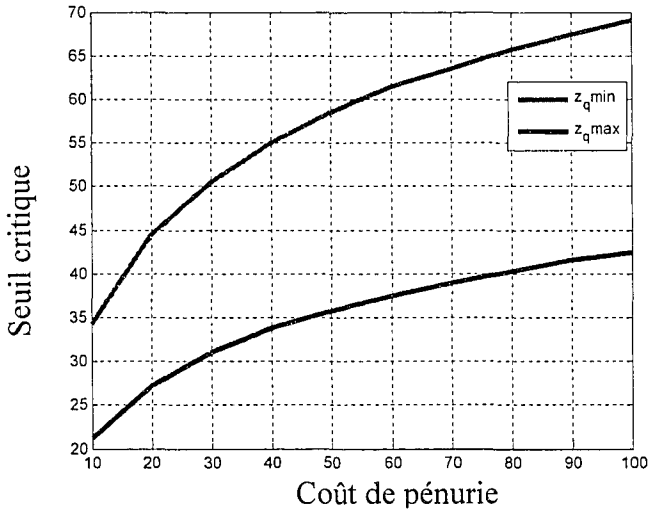


Figure 8 Comparaison des seuils critiques pour taux de cadenassage maximal et minimal

En superposant ces deux graphiques, on constate avec les paramètres de ce modèle que le niveau du seuil critique est plus grand pour un temps de cadenassage maximal que pour un temps de cadenassage minimal quand le coût de pénurie varie. Il est donc plus économique d'avoir un temps de cadenassage plus petit.

Notre indice de performance étant le coût total de production, il serait également intéressant de comparer les coûts pour les temps de cadenassage maximal et minimal quand le coût de pénurie varie.

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

3.5.3 Comparaison des coûts moyens de production

Pour visualiser l'allure des coûts moyens quand le coût de pénurie varie, on représente sur un même graphique les données correspondant aux coûts moyens des tableaux III et V.

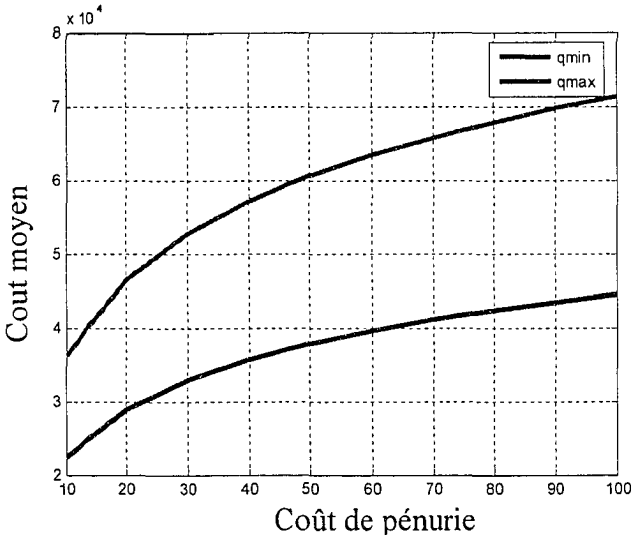


Figure 9 Comparaison des coûts moyens pour taux de cadenassage maximal et minimal

Le coût le plus élevé correspond aux taux de transition minimal. Il coûte donc moins cher de cadenasser moins longtemps.

3.5.4 Planification simultanée de la production et de la gestion des opérations de cadenassage

Avec cette considération, la politique de production retourne non seulement le taux de production, mais également les taux d'inspection et de réparation avec cadenassage et l'envoi en cadenassage est conditionné par le niveau de l'inventaire. Le schéma bloc présenté précédemment est modifié pour tenir compte de considérations faites dans cette section.

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

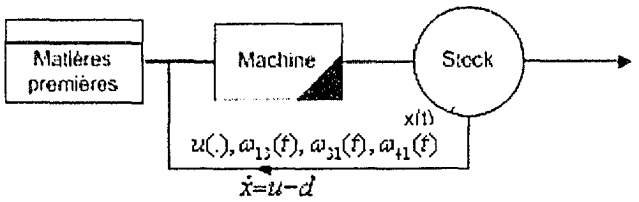


Figure 10 Schéma bloc modifié du système

Le contrôle du taux d'inspection et de réparation avec cadenassage ainsi que l'envoi en cadenassage conduit à une chaîne de Markov contrôlée. La matrice des taux de transition dans ce cas s'écrit :

$$Q = \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & \omega_{13}(t) & q_{14} \\ q_{21} & q_{22} & 0 & 0 \\ \omega_{31}(t) & 0 & q_{33} & 0 \\ \omega_{41}(t) & 0 & 0 & q_{44} \end{bmatrix} \tag{3.23}$$

où $\omega_{13}(t)$, $\omega_{31}(t)$, $\omega_{41}(t)$ sont des variables de décision.

$$Q = \begin{bmatrix} -(\frac{7}{200} + \omega_{13}(t)) & 1/40 & \omega_{13}(t) & 1/100 \\ 1/6.5 & -1/6.5 & 0 & 0 \\ \omega_{31}(t) & 0 & -\omega_{31}(t) & 0 \\ \omega_{41}(t) & 0 & 0 & -\omega_{41}(t) \end{bmatrix}$$

avec

$q_{13_\min} \le \omega_{13}(t) \le q_{13_\max}$ ou $1/80 \le \omega_{13}(t) \le 1/75$

$q_{31_\min} \le \omega_{31}(t) \le q_{31_\max}$, $1/10 \le \omega_{31}(t) \le 1/8$

$q_{41_\min} \le \omega_{41}(t) \le q_{41_\max}$, $1/12 \le \omega_{41}(t) \le 1/8$

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

Pour déterminer la faisabilité dans ce cas on suppose que les probabilités limites désignant le temps de séjour moyen que le système passe dans chaque mode est le même que pour le taux de cadenassage maximal (temps de cadenassage minimal) soit :

$$\mu = [74.12\% \quad 12.04\% \quad 7.91\% \quad 5.93\%]$$

En utilisant les équations HJB et la solution de viscosité, les coûts aux différents modes de la machine sont donnés par les équations différentielles suivantes :

$$V(x,1) = \frac{1}{\rho + \frac{|u_1 - d|}{h} + q_{12} + u_2 + q_{14}} (gc_1 + cc * u_2 + |u_1 - d| / h * (V(x+h,1) * Ind(u_1 - d \geq 0) + V(x-h,1) * Ind(u_1 - d < 0)) + q_{12} * V(x,2) + u_2 * V(x,3) + q_{14} * V(x,4))$$

$$V(x,2) = \frac{1}{\rho + q_{21} + \frac{|0 - d|}{h}} (gc_1 + cr * q_{21} + \frac{d}{h} * V(x-h,2) + q_{21} * V(x,1))$$

$$V(x,3) = \frac{1}{\rho + u_3 + \frac{d}{h}} (gc_1 + cc * u_3 + \frac{d}{h} * V(x-h,3) + u_3 * V(x,1))$$

$$V(x,4) = \frac{1}{\rho + u_4 + \frac{d}{h}} (gc_1 + cr_2 * u_4 + \frac{d}{h} * V(x-h,4) + u_4 * V(x,1))$$

(3.24)

À partir des méthodes numériques, la politique de production est déterminée. Le graphe donnant le niveau du taux de production en fonction du seuil critique est présenté dans le schéma de la figure 11.

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

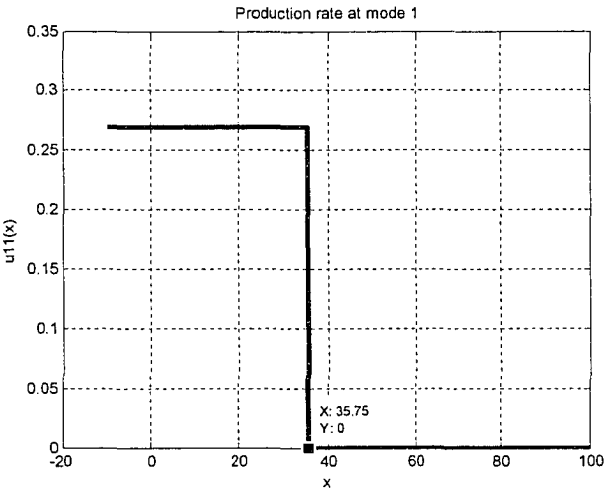


Figure 11 Taux de production en fonction de l'inventaire (Contrôle du cadenassage)

Le niveau du seuil critique est de 35.75.

Les résultats présentés au tableau VI donnent une idée plus globale sur les coûts aux différents modes de la machine.

Tableau VI

Résultats du modèle M1P1 avec taux de cadenassage contrôlés

Seuil crititque	Coût mode 1 (production)	Coût mode 2 (réparation)	Coût mode 3 (inspection)	Coût mode 4 (réparation/ cadenas)	Coût moyen
35.75	3.7394e+003	3.8171e+003	3.7497e+003	4.1069e+003	3.7814e+003

La machine étant opérationnelle, les résultats obtenus montrent que la politique de commande optimale a une structure de type seuil critique. Soit z_p^*, le niveau optimal du seuil critique, la politique de commande suggère de :

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

- produire au taux maximal, si le niveau d'inventaire est inférieur au seuil critique;
- produire au taux minimal si le niveau d'inventaire est supérieur au seuil critique;
- Produire au taux de la demande si le niveau d'inventaire est exactement égal au seuil critique.

Soit

$$u(x,\xi)=\begin{cases} U_{p\max} & \text{si } x(t) < z^* \\ d & \text{si } x(t)=z^* \\ 0 & \text{si } x(t) \geq z^* \end{cases} \tag{3.25}$$

Dans ce modèle, la politique de production nous renseigne sur le niveau du seuil critique optimal pour envoyer la machine au cadenassage avec un taux minimal ou maximal quand une intervention est nécessaire ou quand il s'agit d'arrêter la machine pour un autre service.

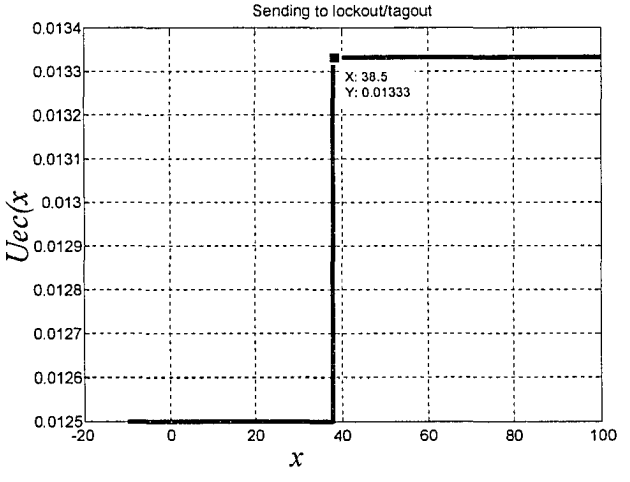


Figure 12 Taux d'envoi en cadenassage en fonction de l'inventaire

Le graphique précédent fait état de la politique de contrôle suggérée, relative à la décision d'envoyer la machine en cadenassage pour inspection ou pour l'arrêter pour un autre service. Quand le niveau de l'inventaire est inférieur au niveau optimal, on n'arrête pas la machine tout de suite. On peut produire quelques pièces avant de

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

l'arrêter. Si par contre, il dépasse le niveau optimal, on arrête et on verrouille tout de suite la machine pour l'intervention.

Si z^*_{env} désigne le taux d'envoi en cadenassage optimal, la politique suggérée peut être formulée de la façon suivante :

$$U_{ec} = \begin{cases} U_{ec\min} & \text{si x} \leq z^*_{env} \\ U_{ec\max} & \text{si x} > z^*_{env} \end{cases} \tag{3.26}$$

Quand la machine est arrêtée pour une intervention, on suppose qu'elle peut se faire dans un temps minimal ou maximal. La politique de commande nous fournit le niveau optimal du seuil critique pour que l'intervention puisse se faire à un taux minimal ou maximal.

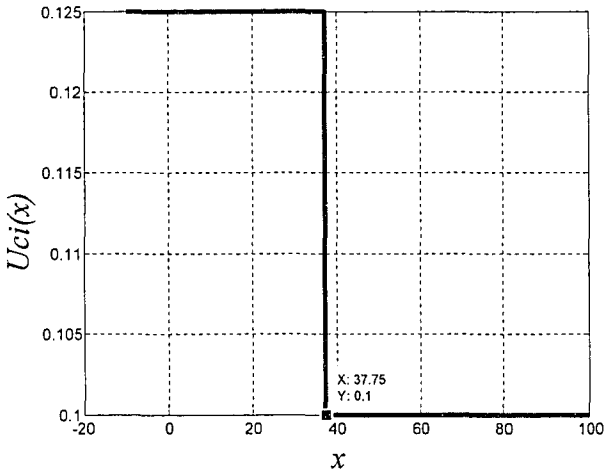


Figure 13 Taux d'intervention/cadenassage en fonction de l'inventaire

Soit, z^*_{ci}, le niveau d'inventaire optimal pour inspection avec cadenassage et U_{ci}, $U_{ci\min}$, $U_{ci\max}$, les taux de cadenassage pour inspection, taux de cadenassage pour inspection minimal et maximal. Si le niveau de l'inventaire est supérieur à z^*_{ci}, on

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

affecte beaucoup plus de techniciens au cadenassage de façon que l'intervention dure le moins de temps possible. S'il est inférieur à z_{ci}^*, l'intervention sur la machine peut durer plus de temps, on intervient dans ce cas à un taux minimal. La politique d'intervention s'exprime par l'équation (1.27) :

$$U_{ci} = \begin{cases} U_{ci\max} & \text{si } x \le z_{ci}^* \\ U_{ci\min} & \text{si } x > z_{ci}^* \end{cases} \tag{3.27}$$

Le dernier paramètre qu'on contrôle à partir de ce modèle est le taux de réparation quand le cadenassage est nécessaire pour cette intervention. Le graphique obtenu à partir des méthodes numériques est présenté à la figure14.

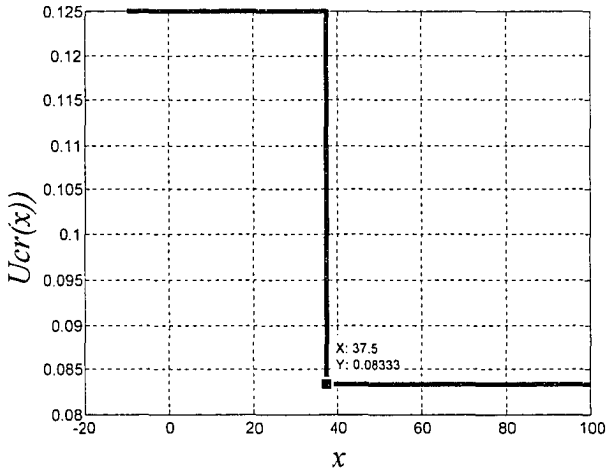


Figure 14 Taux de réparation/cadenassage en fonction de l'inventaire

Ce graphique indique à quel niveau du stock on doit réparer la machine, à un taux maximal (coût de réparation plus élevé) ou à un taux minimal de façon à ce que le coût de réparation soit optimal.

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

En faisant varier le coût de pénurie, les différents niveaux d'inventaire ainsi que les coûts moyens correspondants sont obtenus et sont présentés dans le tableau VII. Le comportement du coût moyen ainsi que celui des niveaux d'inventaires sont indiqués en fonction du coût de pénurie.

Tableau VII

Variation niveaux d'inventaire et coût moyen en fonction du coût de la pénurie

c^-	z_p^*	z_{ec}^*	z_{ci}^*	z_{cr}^*	Coût moyen $*10^3$
10	19.75	21.75	21.75	21.75	21.20
20	25.75	28.00	27.75	27.50	27.47
30	29.75	31.75	31.25	31.50	31.20
40	32.00	34.25	34.00	33.75	33.84
50	34.00	36.50	35.75	35.75	35.90
60	35.75	38.00	37.75	37.50	37.60
70	37.00	39.50	38.75	38.75	39.02
80	38.25	40.75	40.00	40.00	40.26
90	39.25	41.75	41.25	41.00	41.35
100	40.25	42.75	42.00	42.00	42.32

Le graphique du niveau d'inventaire optimal en fonction du coût de pénurie est donné dans cette section, les autres qui ressortent de l'analyse de sensibilité sont donnés à l'annexe 1.

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

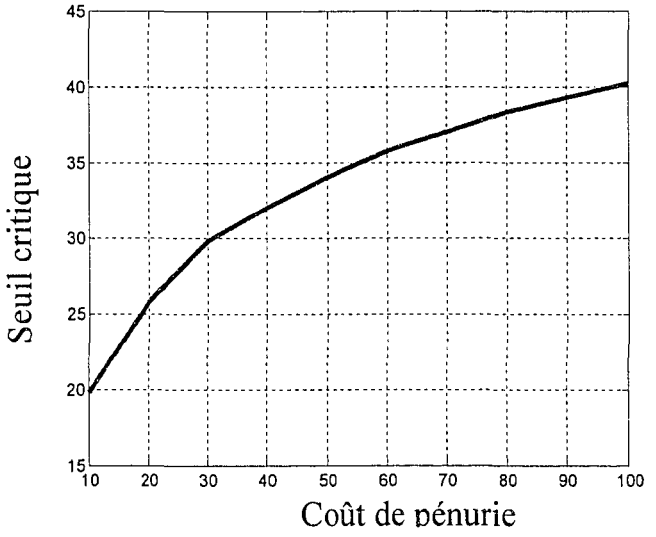


Figure 15 Seuil critique en fonction du coût de pénurie (temps de cadenassage contrôlé)

Le niveau optimal de l'inventaire augmente avec le coût de pénurie. Quand le coût de pénurie augmente, la politique suggère de stocker davantage de façon à éviter toute pénurie éventuelle.

3.5.5 Comparaison des niveaux d'inventaire et des coûts

Sur un même graphique, les niveaux optimums d'inventaires ou seuils critiques sont représentés en considérant les deux points suivants :

1) Le cadenassage n'est pas contrôlé (chaîne de Markov homogène) :

- temps d'envoi en cadenassage est faible (taux d'intervention et de réparation maximal);
- temps d'envoi en cadenassage plus élevé (taux d'intervention et de réparation minimal).

2) Contrôle du cadenassage :

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

- Contrôle simultané de la production, du taux d'intervention et de réparation en tenant compte que la machine est cadenassée dans ces derniers cas.

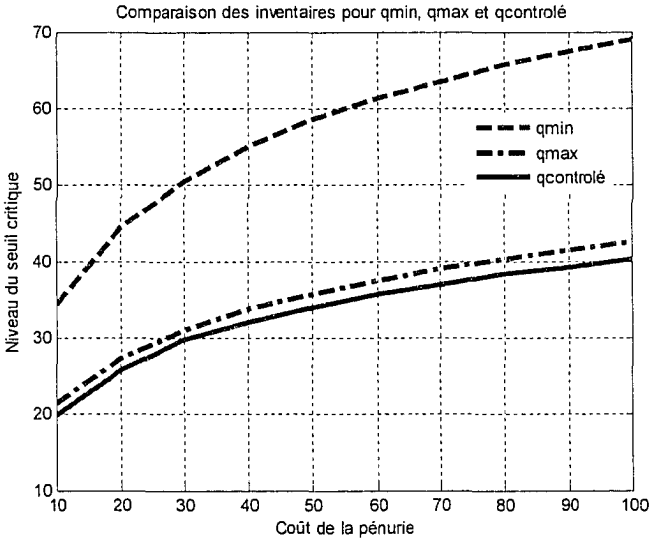


Figure 16 Seuils critique en fonction du coût de pénurie d'inventaire

Quand le coût de pénurie augmente par rapport à un coût de stockage fixe, la politique de production recommande de produire et de stocker d'avantage de pièces pour pallier à toute pénurie éventuelle d'inventaire. En comparant les trois niveaux d'inventaires sur le graphique de la figure 16, on arrive à la conclusion que le niveau optimal d'inventaire est plus faible dans le cas où le temps de cadenassage est contrôlé que dans les deux cas où il est maintenu constant.

On s'intéresse également aux valeurs des coûts dans les trois cas. Étant donné que les informations sur les coûts sont disponibles, à partir de l'approche numérique proposée, sur le graphique de la figure 17 on représente les coûts moyens des trois cas considérés.

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

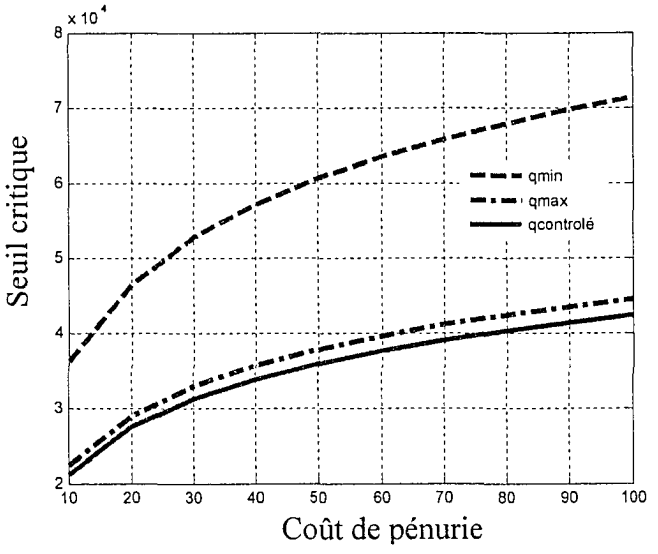


Figure 17 Comparaison des seuils critiques pour taux de cadenassage maximal, minimal et contrôlé

Le coût moyen de production dans le cas où l'on introduit le contrôle du cadenassage est plus faible. Dans la réalité, on utilise un taux fixe minimal, cela nécessite un niveau élevé d'inventaire et par conséquent un coût élevé de stockage si l'on veut éviter le coût de pénurie. Quand on fait face à des contraintes énormes de production le plus souvent on ne fait pas de cadenassage. La probabilité d'occurrence des accidents dans ce cas est élevée. Cela justifie le contrôle de l'envoi en cadenassage, et du cadenassage au cours des interventions et réparations.

Les résultats de l'analyse de sensibilité basée sur les autres paramètres sont donnés dans la section 2 de l'annexe 1. Ces résultats montrent que le niveau d'inventaire augmente avec l'augmentation du coût de la pénurie et diminue avec celle du surplus. Ce qui a du sens dans la réalité. Quand par exemple le coût du surplus augmente, la politique de production ressortie de ce modèle recommande moins stocks de façon à diminuer le coût du stockage.

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

3.6 Conclusion

Dans ce chapitre on a montré que le contrôle du cadenassage fait diminuer les coûts de production en augmentant la disponibilité de la machine, en minimisant les coûts reliés au surcadenassage et au souscadenassage et en maintenant un niveau de risque acceptable, pour un système manufacturier constitué d'une machine produisant un type de pièce. Le système est considéré comme une chaîne de Markov à temps continu et à états discrets. Deux approches sont considérées, les taux de transition sont supposés constants (chaîne de Markov homogène), les taux de transition sont fonction du taux d'envoi en cadenassage, et du taux de réparation (chaîne de Markov contrôlée). En appliquant l'algorithme d'approximation de Kushner, pour résoudre les équations d'HJB on montre que le niveau du seuil critique et le coût moyen de production augmentent avec l'augmentation du coût de la pénurie. De plus, en comparant les coûts pour des temps de cadenassage fixes (temps minimal et maximal) et des temps de cadenassage variables, on montre que le coût moyen de production est plus faible dans ce dernier cas.

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

CHAPITRE 4

SYSTÈME CONSTITUÉ DE DEUX MACHINES PRODUISANT UN TYPE DE PIÈCE AVEC CONTRÔLE DU CADENASSAGE

4.1 Introduction

Les systèmes de production sont généralement beaucoup plus complexes que ceux considérés dans le chapitre précédent. Ils sont constitués de plusieurs machines, produisant parfois un ou plusieurs produits différents. De plus, ils sont soumis à des événements aléatoires comme les pannes des machines, les réparations, les risques d'accidents lors des réparations et doivent satisfaire une demande aléatoire. Comme conséquence de la fiabilité du système, la capacité de production n'est pas constante. En vue de comprendre la complexité de pareils systèmes et proposer une extension du modèle à plusieurs machines et un produit dans le chapitre suivant, nous étudierons dans ce chapitre un modèle constitué des deux machines identiques produisant un type de pièce, en considérant le cadenassage lors des opérations de maintenance. Si le cadenassage est nécessaire pour éviter des accidents de travail pendant la maintenance, son contrôle fait diminuer le niveau d'inventaire nécessaire, augmenter la disponibilité du système de production, tout en minimisant les coûts reliés à la production. Le contrôle du cadenassage suppose qu'on peut le faire à différentes cadences. Et la cadence est suggérée dans le temps par la politique de production dégagée de ce modèle. Ce chapitre est structuré de la façon suivante. Dans la section 2, une description du modèle est donnée et le problème du contrôle des taux de production et de cadenassage est ensuite posé. La section 3 est dédiée à l'étude des conditions limites du problème de contrôle et à la construction de la solution sous optimale du problème original. Une méthode numérique est donnée dans la section 4 pour générer la politique de commande. Les résultats d'une analyse de sensibilité sont présentés et les commentaires concernant les résultats sont faits dans la section 5. La conclusion est présentée à la section 6.

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

4.2 Problème du contrôle des taux de production et de cadenassage pour deux machines produisant un type de pièce

Le système considéré ici est constitué de deux machines identiques disposées en parallèle produisant un type de pièce. Les machines sont sujettes à des pannes et des réparations aléatoires et sont identiques à celle utilisée au chapitre précédent. Chaque machine prise séparément peut se trouver dans quatre états ou modes différents. Les modes de la machine i peuvent être décrits par un processus stochastique $\xi_i(t)$, $1 \le i \le 2$. La machine i est disponible quand $\xi_i(t) = 1$, en réparation sans cadenassage quand $\xi_i(t) = 2$, en inspection avec cadenassage $\xi_i(t) = 3$ et en réparation avec cadenassage $\xi_i(t) = 4$. $\xi_i(t)$ prend ses valeurs dans un ensemble M à 4 éléments qui est l'ensemble des modes de la machine i, $\xi_i(t) \in M_i = \{1,2,3,4\}$. Soit $\lambda^i_{\alpha\beta}$ les taux de transition de la machine i de l'état α à l'état β. Statistiquement, les $\xi_i(t)$ peuvent être représentés par les probabilités de transition :

$$P\left[\xi_i(t+\delta t) = \alpha\right] = \begin{cases} \lambda^i_{\alpha\beta}(.)\delta t + 0(\delta t) \; si \; \alpha \neq \beta \\ 1 + \lambda^i_{\alpha\beta}(.) + 0(\delta t) \; si \; \alpha = \beta \end{cases} \tag{4.1}$$

$$\lambda^i_{\alpha\beta}(.) \ge 0, \; \lambda^i_{\alpha\alpha}(.) = -\sum_{\alpha \neq \beta} \lambda^i_{\alpha\beta}(.), \; \alpha, \beta \in M_i \text{ et } \lim_{\delta t \to 0} \frac{0(\delta t)}{\delta t} = 0 .$$

Pour le système manufacturier constitué de l'ensemble des deux machines, $\xi(t) = \{(\xi_1(t), \xi_2(t))\}$, ensemble des éléments du produit cartésien $M_1 \text{x} M_2$, contient 16 éléments. Les machines étant identiques les couples $(\xi_i(t), \xi_j(t))$ et $(\xi_j(t), \xi_i(t))$, $i \neq j$ représentent la même situation. Par exemple (1,2) et (2,1) sont les mêmes et représentent la situation où une machine est opérationnelle, l'autre en réparation sans cadenassage donc $\xi(t) \in (\{(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(2,2),(2,3),(2,4),(3,3),(3,4),(4,4)\})$.

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

4.2.1 Hypothèses de modélisation

Étant donné que la décision d'envoyer la machine en cadenassage est propre à l'entreprise, on fait l'hypothèse que les deux machines ne doivent pas être envoyées en cadenassage en même temps. Le mode (3,3) est exclu. De plus pour passer du mode (1,2) au mode (2,3) (mode 2 au mode 6), on doit envoyer en cadenassage pour inspection la seule machine qui est opérationnelle. Le passage du mode (1,2) au mode (2,3) est écarté. Il en est de même pour la transition du mode (1,4) au mode (3,4). Comme stratégie de production, quand il y a déjà une machine en panne et que l'intervention sur la machine nécessite le cadenassage, on n'envoie pas la deuxième machine en cadenassage tout de suite, car elle n'est pas en panne. Dans tous les autres cas, la politique optimale va proposer quel comportement adopter en fonction de l'état du système (états de l'inventaire et des machines)

À partir des considérations précédentes, le processus stochastique $\xi(t)$ décrivant la dynamique de la machine prend ses valeurs dans $M = (1,2,3,4,5,6,7,8,9)$ (exclusion du mode (3,3)). Les 9 états restants des machines sont décrits dans le tableau VIII ci-dessous.

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

Tableau VIII

Description des modes du système

Mode	État des machines	Description
1	(1,1)	Deux machines opérationnelles
2	(1,2)	Une machine opérationnelle, l'autre en réparation sans cadenassage
3	(1,3)	Une machine opérationnelle, l'autre en inspection
4	(1,4)	Une machine opérationnelle, l'autre en réparation avec cadenassage
5	(2,2)	Deux machines en réparation sans cadenassage
6	(2,3)	Une machine en réparation, l'autre en inspection
7	(2,4)	Une machine en réparation sans cadenassage, l'autre en réparation avec cadenassage
8	(3,4)	Une machine est envoyée en cadenassage, l'autre est en panne.
9	(4,4)	Deux machines en réparation avec cadenassage

La matrice des taux de transition pour ce système est donné par :

$$Q=\begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13}(\omega_1) & q_{14} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ q_{21} & q_{22} & 0 & 0 & q_{25} & 0 & q_{27} & 0 & 0 \\ q_{31}(\omega_1) & 0 & q_{33} & 0 & 0 & q_{36} & 0 & q_{38} & 0 \\ q_{41}(\omega_2) & 0 & 0 & q_{44} & 0 & 0 & q_{47} & 0 & q_{49} \\ 0 & q_{52} & 0 & 0 & q_{55} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q_{63} & 0 & 0 & q_{66} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & q_{72}(\omega_2) & 0 & q_{74} & 0 & 0 & q_{77} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q_{83}(\omega_2) & 0 & 0 & 0 & 0 & q_{88} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q_{94}(\omega_2) & 0 & 0 & 0 & 0 & q_{99} \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

Les éléments situés sur la diagonale principale sont tels que :

$$q_{ii} = -\sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^{9} q_{ij} \tag{4.3}$$

Connaissant la matrice des taux de transition, le taux de production maximal des machines et la demande, on s'intéresse à savoir si on pourra satisfaire la demande sur un horizon infini. L'étude de la faisabilité fait l'objet de la prochaine section.

4.2.2 Faisabilité

Avec les taux de transition donnés précédemment, en utilisant les probabilités limites μ, l'équation d'équilibre du système s'écrit :

$$\begin{cases} \mu Q = 0 \\ \sum \mu_i = 1 \end{cases} \tag{4.4}$$

$\mu = (\mu_1, \mu_2, .., \mu_n)$, n, étant le nombre de modes du système. Ce système d'équations nous permet de déterminer le temps de séjour du système dans les différents modes définis par M. Les contraintes de capacité sont telles que $0 \leq u_i \leq U_m$ et la faisabilité est décrite par l'équation suivante :

$$(2 * \mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + \mu_4) * Um - d \geq 0 \tag{4.5}$$

De même que pour le chapitre 3, le temps de réparation est subdivisé en temps de cadenassage/décadenassage et le temps de réparation proprement dite. En d'autres termes, le temps pour mettre en place des moyens pour éviter des accidents dus au démarrage prématuré des machines et le temps pour intervenir techniquement sur la machine. Dans le but de faire ressortir l'avantage du contrôle du cadenassage, on considère que le temps nécessaire à la réparation est fixe et le temps des opérations de cadenassage/décadenassage est variable.

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

4.2.3 Dynamique de l'inventaire

La variable x(t) qui renseigne sur l'état de l'inventaire est décrite par l'équation différentielle suivante :

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= u(t) - d \\ \mathrm{x}(0) &= \mathrm{x} \end{aligned} \tag{4.6}$$

u(t) est la variable de contrôle et x(t) la variable d'état :

$$u(t) = \sum_{i=1}^{2} u_i(t) \tag{4.7}$$

$0 \le u_i(t) \le U_m,\ t \ge 0$

u_i est le taux de production de la machine i.

4.2.4 Coût du système

Notre objectif étant l'amélioration de la performance du système de production, l'indice de performance que nous visons est le coût de production. Le coût instantané est donné par :

$$G(x(t), u(t)) = c^{+}x^{+} + c^{-}x^{-} + c^{\alpha} \tag{4.8}$$

x^{+} et x^{-} désignent respectivement l'inventaire et la rupture de stock

c^{+}et c^{-} le coût de stockage et de pénurie

c^{α} le coût de l'opération nécessaire pour passer du mode α au mode β

Le coût total de production actualisé est donné par :

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

$$J(x,\xi,u(.)) = E\left\{\int_0^{\infty} e^{(-\rho t)} G(x(t),u(t))dt \,\middle|\, x(0)=x_0, 0 \le \rho < 1\right\} \tag{4.9}$$

où ρ est le taux d'actualisation.

Soit $\Gamma(\xi(t))$ l'ensemble de commande admissible au mode $\xi(t)$

$$\begin{aligned}\Gamma(\xi(t)) = \{&(u_p(t),u_{eci}(t),u_{ci}(t),u_{cr}(t)), t \ge 0, 0 \le u_p(t) \le u_{p\max},\\ &u_{ec\min} \le u_{eci}(t) \le u_{ec\max}, u_{ci\min} \le u_{ci}(t) \le u_{ci\max}, u_{cr\min} \le u_{cr} \le u_{cr\max}\}\end{aligned} \tag{4.10}$$

L'ensemble des commandes admissibles dépend du processus $\xi(t)$, tel que :

$$\begin{aligned}&(u_p(t),u_{eci}(t),u_{ci}(t),u_{cr}(t)) \in \Re^4\\ &\qquad \text{et}\\ &0 \le u_p \le u_{p\max},\\ &u_{ec\min} \le u_{eci} \le u_{ec\max},\\ &u_{ci\min} \le u_{ci} \le u_{ci\max},\\ &u_{cr\min} \le u_{cr} \le u_{cr\max}\end{aligned}$$

Si $\mathcal{A}$ désigne l'ensemble de toutes les commandes admissibles du problème (quelque soit t) on a :

$$\begin{aligned}&(u_p(.),u_{eci}(.),u_{ci}(.),u_{cr}(.)) = (u_p(x(t),\xi(t)),u_{eci}(x(t),\xi(t)),u_{ci}(x(t),\xi(t)),\\ &u_{Cr}(x(t),\xi(t))) \in A^4\end{aligned}$$

La fonction valeur qui correspond au coût minimum sur l'ensemble des commandes admissibles peut s'écrire :

$$v(x,\xi) = \min_{\Gamma(\xi(t))} J(x,\xi,u(.)) \tag{4.11}$$

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

Formellement une solution à ce problème peut être obtenue à partir des équations HJB données par Boukas (1993), Gershwin (1994); Sethi and Zhang (1994) ou Gershwin (1994) :

$$\rho v(x,\alpha) = \min_{u\in\Gamma(\xi(t))} \{((u-d)v_x(x,\alpha)) + Qv(x,\alpha) + G(x,\alpha,.) \tag{4.12}$$

4.3 Approche de résolution numérique

Les propriétés de la fonction valeur, énoncées au chapitre 3, montrent qu'elle est convexe, Lipschitz, et est la seule solution de viscosité des équations HJB. Ces propriétés prouvent l'existence et l'unicité de la solution des équations HJB. En développant les équations HJB aux différents modes du système, pour les méthodes numériques on obtient l'ensemble des 9 équations couplées suivantes :

$$V(x,1) = \frac{1}{\rho + \frac{|u-d|}{h} + q_{12} + q_{13} + q_{14}} \begin{bmatrix} G(x,1) + V(x+h,1)\frac{(u-d)}{h} Ind(u-d \geq 0) + \\ V(x-h,1)\frac{(u-d)}{h} Ind(u-d < 0) + \\ q_{12}V(x,2) + q_{13}V(x,3) + q_{14}V(x,4) \end{bmatrix}$$

$$V(x,2) = \frac{1}{\rho + \frac{|u-d|}{h} + q_{21} + q_{25} + q27} \begin{bmatrix} G(x,2) + V(x+h,2)\frac{(u-d)}{h} Ind(u-d \geq 0 + \\ V(x-h,2)\frac{(u-d)}{h} Ind(u-d < 0) + \\ q_{21}V(x,1) + q_{25}V(x,5) + q_{27}V(x,7) \end{bmatrix}$$

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

$$V(x,3)=\frac{1}{\rho+\frac{|u-d|}{h}+q_{31}+q_{36}+q_{38}}\begin{bmatrix} G(x,3)+V(x+h,3)\frac{(u-d)}{h}Ind(u-d\geq 0)+ \\ V(x-h,3)\frac{(u-d)}{h}Ind(u-d<0)+ \\ q_{31}V(x,1)+q_{36}V(x,6)+q_{38}V(x,8) \end{bmatrix}$$

$$V(x,4)=\frac{1}{\rho+\frac{|u-d|}{h}+q_{41}+q_{47}+q_{49}}\begin{bmatrix} G(x,4)+V(x+h,4)\frac{(u-d)}{h}Ind(u-d\geq 0)+ \\ V(x-h,4)\frac{(u-d)}{h}Ind(u-d<0)+ \\ q_{41}v(x,1)+q_{47}v(x,7)+q_{49}V(x,9) \end{bmatrix}$$

$$V(x,5)=\frac{1}{\rho+\frac{d}{h}+q_{52}}\left[G(x,5)+V(x-h,5)\frac{(d)}{h}+q_{52}V(x,2)\right]$$

$$V(x,6)=\frac{1}{\rho+\frac{d}{h}+q_{63}}\left[G(x,6)+V(x-h,6)\frac{(d)}{h}+q_{63}V(x,3)\right]$$

$$V(x,7)=\frac{1}{\rho+\frac{d}{h}+q_{72}+q_{74}}\begin{bmatrix} G(x,7)+V(x-h,7)\frac{(d)}{h}+ \\ q_{72}V(x,2)+q_{74}V(x,4) \end{bmatrix}$$

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

$$V(x,8)=\frac{1}{\rho+\frac{d}{h}+q_{83}}\left[G(x,8)+V(x-h,8)\frac{(d)}{h}+q_{83}V(x,3)\right]$$

$$V(x,9)=\frac{1}{\rho+\frac{d}{h}+q_{94}}\left[G(x,9)+V(x-h,9)\frac{(d)}{h}+q_{94}V(x,4)\right]$$

L'importance économique du cadenassage se justifie si, en l'intégrant et en faisant son contrôle on arrive à diminuer les coûts relatifs au stockage et à la pénurie sans pour autant augmenter les risques d'accidents liés au démarrage prématurés lors des interventions sur les machines.

4.3.1 Présentation des résultats et discussions

En utilisant les techniques d'approximations successives et la méthode d'itérations présentées au chapitre 3, les valeurs données dans le tableau IX permettent d'obtenir des résultats numériques présentés aux figures 18 à 28.

Tableau IX

Définition des paramètres du modèle

h	c^+	c^-	c_r	cc	cr_1	c_{r2}	$\bar{u}_{r2}$	$U^1_{\max}$	d	q_{12}	q_{21}	ρ
0.25	1	50	10	20	30	40	0.08	0.27	0.2	0.025	0.15	0.01

À ces valeurs on associe les taux de transition donnés par la matrice suivante :

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

$$Q=\begin{bmatrix} q_{11} & 1/40 & q_{13}(\omega_r) & 1/100 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/6.5 & q_{22} & 0 & 0 & 1/40 & 0 & q_{27}(w_r) & 0 & 0 \\ q_{31}(\omega_{r1}) & 0 & q_{33} & 0 & 0 & 1/40 & 0 & 1/100 & 0 \\ q_{41}(\omega_{r2}) & 0 & 0 & q_{44} & 0 & 0 & 1/40 & 0 & 1/100 \\ 0 & 1/6.5 & 0 & 0 & q_{55} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/6.5 & 0 & 0 & q_{66} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & q_{72}(\omega_{r2}) & 0 & 1/6.5 & 0 & 0 & q_{77} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q_{83}(\omega_{r2}) & q_{84}(\omega_{r1}) & 0 & 0 & 0 & q_{88} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q_{94}(\omega_{r2}) & 0 & 0 & 0 & 0 & q_{99} \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

$$\begin{aligned} q_{13_\min} \le \omega_{13}(t) \le q_{13_\max} \text{ ou } & 1/80 \le \omega_{13}(t) \le 1/75 \\ q_{31_\min} \le \omega_{31}(t) \le q_{31_\max}, \quad & 1/10 \le \omega_{31}(t) \le 1/8 \\ q_{41_\min} \le \omega_{41}(t) \le q_{41_\max}, \quad & 1/12 \le \omega_{41}(t) \le 1/8 \\ q_{72_\min} \le \omega_{72}(t) \le q_{72_\max}, \quad & 1/12 \le \omega_{72}(t) \le 1/8 \\ q_{83_\min} \le \omega_{83}(t) \le q_{83_\max}, \quad & 1/12 \le \omega_{83}(t) \le 1/8 \\ q_{84_\min} \le \omega_{84}(t) \le q_{84_\max}, \quad & 1/10 \le \omega_{84}(t) \le 1/8 \\ q_{94_\min} \le \omega_{94}(t) \le q_{94_\max}, \quad & 1/12 \le \omega_{94}(t) \le 1/8 \end{aligned} \quad (4.14)$$

$D:\{x/-5 \le x \le 40\}$

On parcourt le domaine D avec un pas de discrétisation h=0.5

À partir des méthodes numériques les politiques de production et de cadenassage sont déterminées aux différents modes de production. Les résultats obtenus montrent que la politique de production est du type seuil critique.

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

$$u = \begin{cases} U_{\max} & \text{si } x < z^* \\ d & \text{si } x = z^* \\ 0 & \text{si } x > z^* \end{cases}$$

$U_{\max} = 2 * U_{p\max}$, les deux machines étant identiques

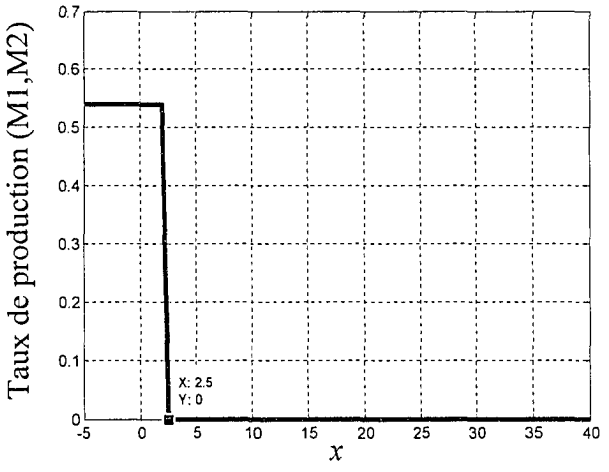


Figure 18 Production en fonction du seuil critique (mode 1)

La figure 18 présente le niveau du seuil critique au mode 1 quand les deux machines sont opérationnelles. Soit $z^* = 2.5$, le niveau du seuil critique; quand l'inventaire est supérieur au seuil critique on arrête de produire, quand il est inférieur, on produit au taux maximal et quand il est égal au seuil critique on produit au taux de la demande.

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

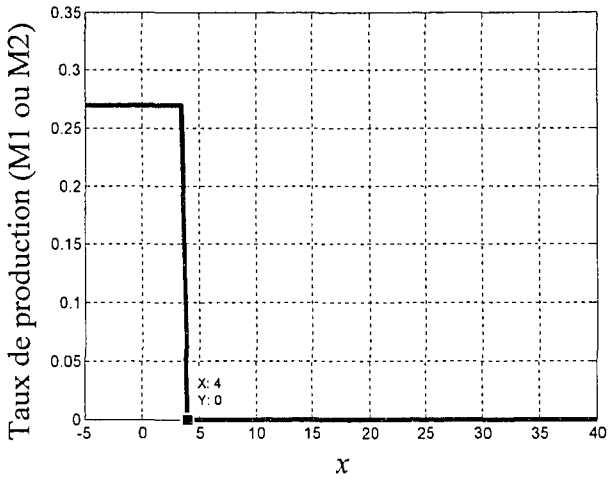


Figure 19 Production en fonction de l'inventaire (mode 2)

Au mode 2, l'une des machines est opérationnelle et l'autre en panne. La politique de production est du type seuil critique tel qu'illustré à la figure 19, Elle recommande de maintenir plus d'inventaire que dans le cas où les deux machines sont opérationnelles. (ie, $z^* = 4$ comparé à $z^* = 2.5$ au mode 1)

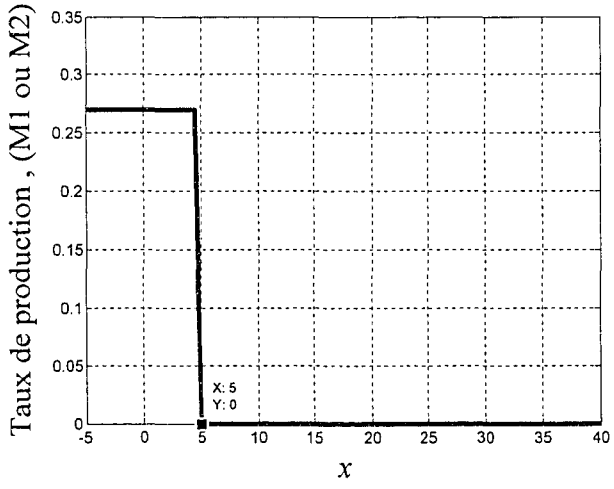


Figure 20 Production en fonction de l'inventaire (mode 3)

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

Au mode 3, l'une des machines est opérationnelle, l'autre est arrêtée pour inspection. On se retrouve dans un cas semblable au précédent, mais le temps nécessaire à la réparation étant supérieur à celui de l'inspection, le niveau optimal de production de la machine opérationnelle est plus grand. Le cadenassage étant nécessaire pour cette opération et le coût de l'intervention à défrayer pour cette activité étant supérieur au coût de l'intervention de réparation ou de l'envoi en cadenassage, la politique de production recommande un niveau d'inventaire plus élevé dans ce cas (ie . $z^* = 5$ comparé à $z^* = 4$ au mode 2). La figure 20 donne le niveau d'inventaire optimal au mode 3.

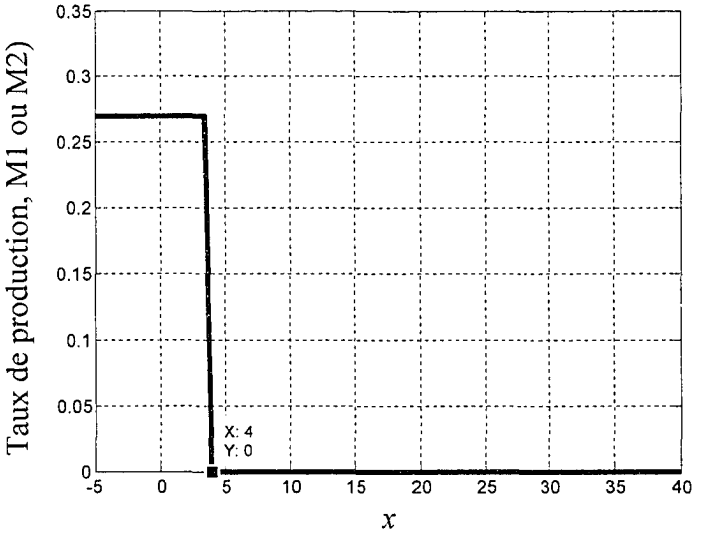


Figure 21 Production en fonction de l'inventaire (mode 4)

Le temps que la machine passe en réparation avec cadenassage est beaucoup plus important que celui qu'il passe en réparation sans cadenassage et en inspection avec cadenassage. Le coût associé à cette activité étant proche du coût de la pénurie, la politique de réparation avec cadenassage représenté à la figure 21, suggère le niveau d'inventaire optimal pour cette opération.

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

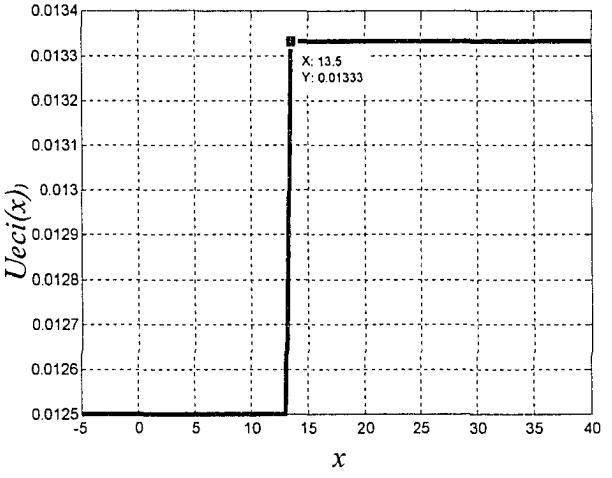


Figure 22 Envoi en inspection en fonction d'inventaire

La décision d'envoyer la machine en cadenassage est contrôlée. La politique de production représenté à la figure 22 suggère d'envoyer la machine en cadenassage pour inspection à un taux minimal (prendre plus de temps avant de l'envoyer) si l'inventaire disponible est inférieur au niveau optimal et de l'envoyer tout de suite dans le cas contraire.

$$U_{eci} = \begin{cases} U_{\text{ecimin}} & \text{si } x \le z^{*}_{ec\min} \\ U_{\text{ecimax}} & \text{si } x > z^{*}_{ec\min} \end{cases}$$

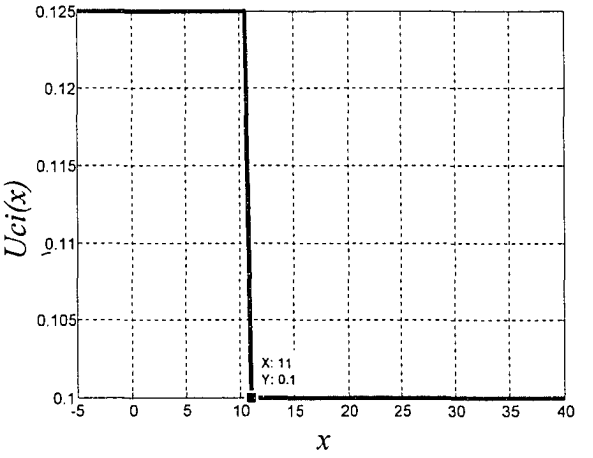


Figure 23 Inspection avec cadenassage

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

La figure 23 donne le niveau d'inventaire pour passer du taux d'inspection maximal au taux minimal, le temps moyen de cadenassage lors de l'inspection variant entre un temps minimal et un temps maximal.

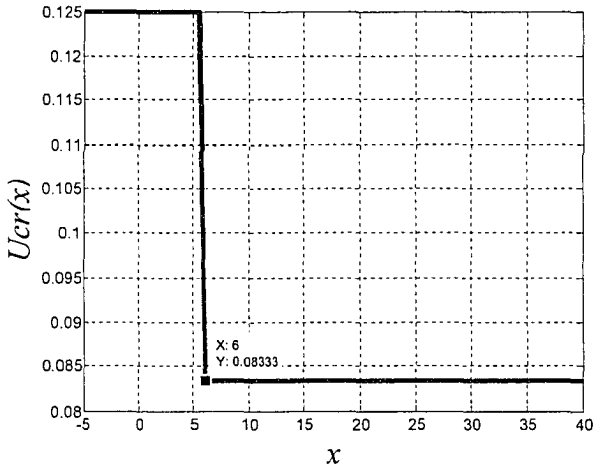


Figure 24 Taux de réparation / cadenassage

Le contrôle du taux de réparation avec cadenassage donne le niveau d'inventaire optimal pour la réparation de la machine quand cette opération nécessite le cadenassage (mode 4). La politique est représentée à la figure 24.

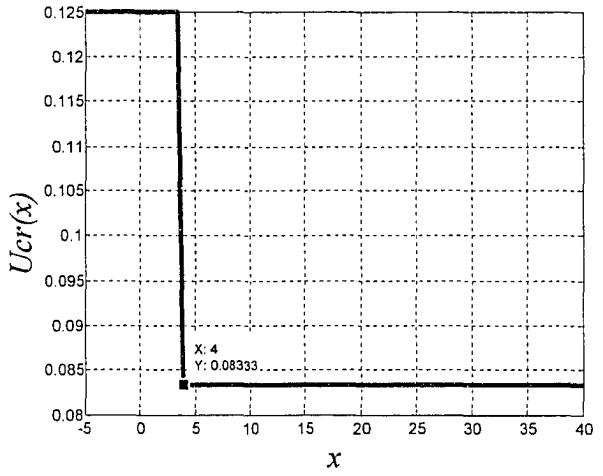


Figure 25 Taux de réparation / cadenassage (mode 7)

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

Le schéma de la figure 25 donne le niveau de l'inventaire quand le système est au mode 7. Une machine est en réparation avec cadenassage, l'autre sans cadenassage.

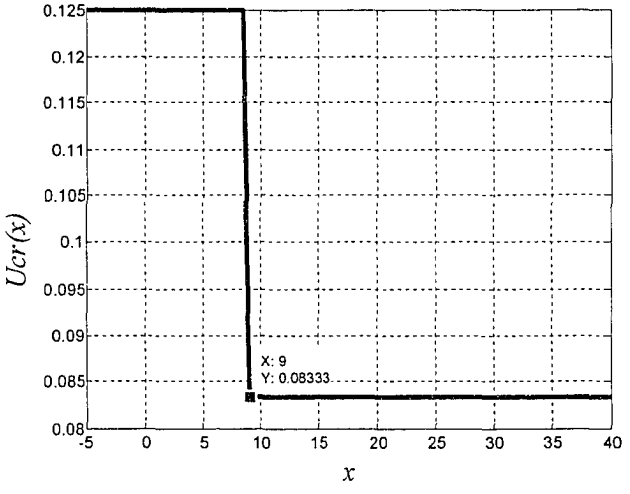


Figure 26 Taux de réparation cadenassage (mode 8)

Quand l'une des machines est envoyée en cadenassage et l'autre est tombée en panne, si le niveau de l'inventaire est inférieur à 9, on le répare au taux maximal, c'est-à-dire que le cadenassage se fait vite, s'il est supérieur à 9, on peut prendre plus de temps pour cadenasser.

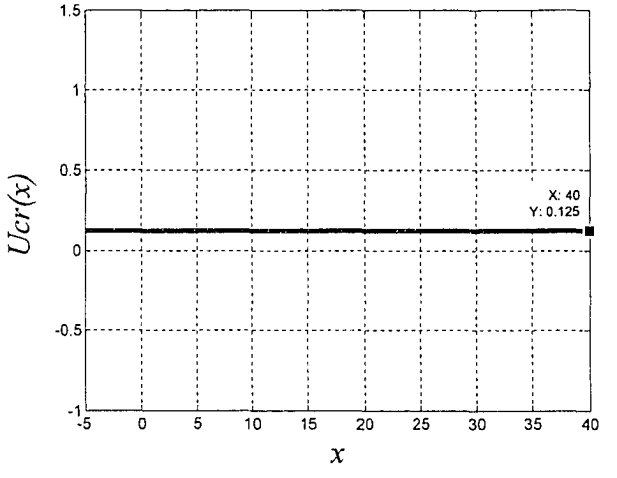


Figure 27 Taux de réparation cadenassage (mode 9)

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

Au mode 9, les deux machines sont en réparation avec cadenassage. Cette situation est exprimée par la figure 27. Le coût associé à ce scénario étant plus élevé que tous les autres, la politique de réparation recommande de réparer au taux maximal quelque soit le niveau du stock appartenant au domaine.

Une analyse de sensibilité suit la présentation des résultats, en vue d'observer le comportement des niveaux d'inventaire quand on fait varier les coûts. Les graphiques relatifs à l'analyse de sensibilité sont donnés à l'annexe 1 alors que les résultats sont présentés dans le tableau X pour les différents modes. En faisant varier le coût de la pénurie, les résultats recueillis à partir des méthodes numériques sont donnés dans le tableau suivant :

Tableau X

Variation du coût de pénurie

c^-	z_p^*	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	Coût moyen
10	0.5	1.5	2.0	1.5	9.50	8.0	3.5	2.0	5.5	∞	267.6085
20	1.0	2.5	3.0	2.5	11.50	9.0	4.5	3.0	7.0	∞	371.7388
30	1.5	3.0	4.0	3.0	12.00	10.0	5.0	3.5	7.5	∞	432.7582
40	2.0	3.5	4.5	3.5	12.50	10.5	5.5	3.5	8.0	∞	480.1873
50	2.5	4.0	4.5	4.0	13.00	11.0	6.0	4.0	8.5	∞	515.3010
60	2.5	4.0	5.0	4.0	13.50	11.0	6.0	4.0	9.0	∞	563.9761
70	3.0	4.5	5.5	4.5	13.50	11.5	6.5	4.5	9.5	∞	572.0220
80	3.0	4.5	5.5	4.5	14.00	12.0	6.5	4.5	9.5	∞	594.3967
90	3.0	5.0	5.5	5.0	14.50	12.0	7.0	5.0	10.0	∞	616.5572
100	3.5	5.0	6.0	5.0	15.00	12.0	12.0	5.0	10.0	∞	639.3833

Le tableau X montre que le niveau optimal de l'inventaire augmente avec l'augmentation du coût de pénurie. Physiquement, si le coût de stockage est maintenu constant et que le coût de la pénurie augmente, il est plus économique d'avoir plus de stock que d'avoir une pénurie.

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

4.3.2 Politique découlée

En somme la politique de production découlée de ce modèle peut être présentée de la façon suivante :

Mode 1 : Les deux machines sont opérationnelles (figure 18)

$$u_p = \begin{cases} 2 * u_{p\max} & \text{si } x < z_p^* \\ d & \text{si } x = z_p^* \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}, \text{ machines 1 et 2 opérationnelles}$$

Quand les deux machines sont opérationnelles on peut se retrouver dans l'une des trois situations suivantes :

- une des machines est en panne et on ne peut pas la cadenasser, la réparation dans ce cas n'est pas contrôlée.

- les deux machines sont opérationnelles et l'une doit être envoyée en inspection/cadenassage (figure 22) :

$$u_{eci} = \begin{cases} u_{ec\min} & si\ x \le z_{ec}^* \\ u_{ec\max} & ailleurs \end{cases}$$

- l'une des machines peut être en panne et doit être cadenassée :

$$u_{cr} = \begin{cases} u_{cr\max} & \text{si } x \le z_{cr}^* \\ u_{cr\min} & \text{ailleurs} \end{cases}$$

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

Mode 2

Au mode 2, une seule machine est opérationnelle (figure 19)

$$u_p = \begin{cases} u_{p\max} & \text{si } x < z_p^* \\ d & \text{si } x = z_p^* \text{ une machines opérationnelle} \\ 0 & \text{ailleurs une machine en panne} \end{cases}$$

Trois situations peuvent se présenter dans ce cas :

- la machine opérationnelle tombe en panne et on ne peut pas la cadenasser, on la répare;
- la machine opérationnelle devient en panne et on peut la cadenasser;
- la machine en panne est réparée alors que l'autre demeure opérationnelle.

Mode 3, une machine opérationnelle, l'autre en inspection/cadenassage :

- la machine opérationnelle peut être en panne et ne peut pas être cadenassée;
- la machine opérationnelle devient en panne et doit être cadenassée;
- la machine qui était en inspection est retournée en production.

La politique d'inspection est (figure 25) :

$$u_{ci} = \begin{cases} u_{ci\max} & \text{si } x \le z_{ci}^* \\ u_{ci\min} & \text{ailleurs} \end{cases}$$

Mode 4, une machine opérationnelle, l'autre en réparation/cadenassage :

- la machine opérationnelle peut tomber en panne et doit être cadenassée :

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

$$u_{eci} = \begin{cases} u_{ec\min} & si\ x \le z_{ec}^{*} \\ u_{ec\max} & ailleurs \end{cases}$$

- l'une des machines étant toujours opérationnelle, la machine en réparation/ cadenassage doit être réparée selon la politique suivante :

$$u_{cr} = \begin{cases} u_{cr\max} & \text{si } x \le z_{cr}^{*} \\ u_{cr\min} & \text{ailleurs} \end{cases}$$

Mode 5, les deux machines sont en pannes et le cadenassage n'est pas possible. Il n'y a pas de variable de contrôle dans ce cas.

Mode 6, une machine en inspection/cadenassage alors que l'autre devient en panne et le cadenassage n'est pas possible. On a deux possibilités dans ce cas :

- la machine en panne doit être réparée (pas de variable de contrôle);
- la machine en inspection/cadenassage doit être retournée à la production selon la politique suivante :

$$u_{ci} = \begin{cases} u_{ci\max} & \text{si } x \le z_{ci}^{*} \\ u_{ci\min} & \text{ailleurs} \end{cases}$$

Mode 7, une machine en panne, l'autre en réparation/cadenassage :

- la machine en panne doit être réparée (pas de variable de contrôle);
- la machine en réparation/cadenassage doit être réparée selon la politique suivante :

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

$$u_{cr} = \begin{cases} u_{cr\max} & \text{si } x \le z_{cr}^{*} \\ u_{cr\min} & \text{ailleurs} \end{cases}$$

Mode 8, une machine en inspection/cadenassage, tandis que la seule machine opérationnelle devient en panne. Sa réparation nécessite le cadenassage :

- la politique d'inspection/cadenassage recommandée est la suivante :

$$u_{ci} = \begin{cases} u_{ci\max} & \text{si } x \le z_{ci}^{*} \\ u_{ci\min} & \text{ailleurs} \end{cases}$$

- la réparation/cadenassage :

$$u_{cr} = \begin{cases} u_{cr\max} & \text{si } x \le z_{cr}^{*} \\ u_{cr\min} & \text{ailleurs} \end{cases}$$

Mode 9, les deux machines sont en réparation/cadenassage :

- la politique de production recommandée est :

$$u_{cr} = \begin{cases} u_{cr\max} & \text{si } x \le z_{cr}^{*} \\ u_{cr\min} & \text{ailleurs} \end{cases}$$

Dans le cas traité dans cette recherche, la politique de réparation/cadenassage au mode 9 préconise la réparation des machines à un taux maximal, c'est à dire qu'il faut faire le cadenassage dans moins de temps possible quelque soit le niveau du stock sur le domaine d'étude.

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

u_p : Taux de production d'une machine $0 \leq u_p \leq u_{p\max}$

u_{eci} : Taux d'envoi au mode cadenassage pour inspection

$$u_{ec\min} \leq u_{eci} \leq u_{ec\max}$$

u_{ci} : Taux de retour à la production à partir du cadenassage pour inspection

$$u_{ci\min} \leq u_{ci} \leq u_{ci\max}$$

u_{cr} : Taux de retour à la production à partir du mode cadenassage réparation

$$u_{cr\min} \leq u_{cr} \leq u_{cr\max}$$

4.4 Conclusion

Dans ce chapitre, le modèle d'un système de production constitué de deux machines produisant un type de pièce est présenté. On montre la complexité des méthodes numériques et la difficulté de résolution des équations HJB avec l'augmentation du nombre de machines. Le problème devient plus complexe que ceux étudiés au chapitre 3, compte tenu du nombre de machines, du nombre de produits ainsi que de la disposition des machines. Quand le nombre de produits augmente, il peut se poser un problème d'ordonnancement, quelle machine dédier à tel produit dans le temps. Quand les machines sont en série, on a le problème de la capacité du stock intermédiaire. Dans le premier cas on avait quatre modes, dans le second on en a 10. Compte tenu de certaines hypothèses posées, on réduit le nombre de modes à 9. D'où l'ensemble des équations différentielles couplées (HJB) à résoudre est constitué de neuf équations qu'un ordinateur aussi performant qu'un processeur Pentium 4 prend environ 6 heures d'horloge pour un pas de discrétisation de 0.5, un taux d'actualisation de 0.001 et un domaine $D \in \{x / -5 \leq x \leq 30\}$ avant de fournir les résultats. Les résultats découlés de la méthode numérique permettent de fixer les taux de production, d'envoi en cadenassage, d'inspection et de réparation avec cadenassage.

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

CHAPITRE 5

PLANIFICATION DE LA PRODUCTION ET DU CADENASSAGE D'UN SYSTÈME DE PRODUCTION À PLUSIEURS MACHINES

5.1 Introduction

Nous avons montré aux chapitres précédents que le contrôle du cadenassage améliore la disponibilité du système et que l'augmentation du nombre de machines rend la détermination de la politique de commande plus difficile numériquement. L'utilisation d'une machine et d'un produit ou de deux machines un produit dans les modèles précédents était nécessaire pour faciliter la résolution et la justification des modèles. Les systèmes de production sont beaucoup plus complexes dans la réalité. Ils sont généralement constitués de plusieurs machines produisant plusieurs types de pièces. Des opérations de mise en course et d'ordonnancement sont souvent nécessaires. La politique de production doit intégrer la gestion des niveaux d'inventaires en cours (WIP) quand les machines sont disposées en série. Il faut donc une alternative aux méthodes numériques ou à la théorie de commande optimale stochastique en général.

Le second mandat qu'on s'était donné et qui fait principalement l'objet de ce chapitre est l'extension du modèle à un système de production, intégrant le cadenassage, à plusieurs machines en parallèle, produisant un type de pièce. Nous allons dans ce chapitre présenter le modèle élargi et suggérer une autre approche de résolution étant donné que les méthodes numériques s'avèrent difficiles d'application dans ce cas, compte tenu de la complexité du système et des équations aux dérivées partielles couplées qu'il faut résoudre.

Nous présentons une formulation du problème dans la section 2, et l'approche de résolution proposée sera expliquée dans la section 3.

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

5.2 Formulation du problème

Dans cette section, une description du modèle de planification de la production et de la gestion des opérations de cadenassage est présentée. Le système de production est constitué de m machines disposées en parallèle produisant un type de pièce ($M_m P_1$). Le système doit satisfaire un taux de demande supposée constant. Les pannes et les réparations sont aléatoires. Comme pour les modèles présentés dans les chapitres 3 et 4, la planification simultanée de la production, de l'envoi en inspection et de la réparation est considérée. Les variables de contrôle sont les taux d'envoi en cadenassage, le taux d'inspection/maintenance opportuniste et le taux de réparation avec cadenassage. L'inventaire, la pénurie, l'envoi en cadenassage pour inspection, l'inspection ainsi que la réparation sont pénalisés. Notre objectif est de minimiser le coût total de production incluant ces pénalités sur un horizon infini.

Comme on l'a vu dans les chapitres 3 et 4, la dynamique du système est composée de la dynamique des machines et de la dynamique du stock (inventaire ou pénurie).

5.2.1 Dynamique de la machine

Soit, $(\xi_i(t), t \geq 0)$, le processus stochastique à quatre modes décrivant la dynamique de la machine i au temps t :

Désignons par m le nombre de machines et n le nombre de modes par machine
Soit M_n, l'ensemble des modes du système qui est constitué de m machines. Si les machines ne sont pas identiques $M_m \in \underbrace{M\text{x}M\text{x}....\text{x}M}_{m\ facteurs}$, nous faisons l'hypothèse que les machines de notre modèle sont identiques. Certains couples ordonnés se transforment alors en sous ensembles et le nombre de modes du système est la combinaison sans répétition de $n+m-1$ éléments pris m à m. Il est défini par :

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

$$Card(M_n) = C^m_{n+m-1} \tag{5.1}$$

Le nombre de modes par machine n, étant connu, l'équation 5.1 devient :

$$C^m_{n+m-1} = C^m_{m+3}$$

D'où,

$$Card(M_n) = \frac{(m+3)!}{6m!} \tag{5.2}$$

Le tableau suivant donne un résumé de la généralisation du nombre de modes pour m machines identiques, disposées en parallèles ayant 4 modes par machine.

Tableau XI

Modes du système en fonction du nombre de machines

Nombre de machines (m)	**Nombre de modes**
1	4
2	10
3	20
. .	. .
m	$\frac{(m+3)!}{6*m!} = \frac{(m+3)(m+2)(m+1)}{6}$

On peut toutefois réduire la taille du système en éliminant les cas où $\forall i,\ \xi_i(t) = 3$, (ie, $\xi_i(t) \in \{3,3,...,3\}$). En effet, si toutes les machines sont envoyées en cadenassage pour inspection sauf une, la seule machine qui est opérationnelle ne peut pas être envoyée en cadenassage. De même si une seule machine est opérationnelle, une en réparation avec cadenassage, et toutes les autres sont en cadenassage pour inspection on n'envoie pas la

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

seule machine opérationnelle en cadenassage, ($\xi_i(t) \in \{1,4,3,...,3\}$). La considération de tous les cas permettant de simplifier le modèle est fastidieuse, difficilement dénombrable quand m n'est pas défini. Le nombre de modes est donné par l'équation 5.2.

Le processus est modélisé par une chaîne de Markov irréductible à temps continu et à états discrets dont la matrice des taux de transition $Q(.)$ est de dimension $Card(M_n)$x$Card(M_n)$. Pour tenir compte du fait que la décision d'envoyer la machine en inspection dans le temps est fonction du niveau de l'inventaire, nous faisons dépendre Q de $\omega_r(.)$. Le générateur $Q(\omega_r)$ est défini tel que les probabilités de transition sont données par l'équation (4.1).

5.2.2 Dynamique d'inventaire

Soient $x(t) \in \Re$, $u_j(t) \in \Re_+$ et $d(t) \in \Re_+$, respectivement le niveau d'inventaire de produits finis, le taux de production et le taux de demande au temps t. Une valeur positive de $x(t)$, signifie un inventaire alors qu'une valeur négative indique une pénurie. La dynamique de stock est donnée par l'équation différentielle suivante :

$$\dot{x}(t) = u(t) - d(t), \quad x(0) = x_0, \tag{5.3}$$

Avec $u(t) = \sum_{u_j \in \Gamma(\xi_j(t))} u_j(t)$, la capacité du système de production dans le temps, $x(0) = x_0$, l'inventaire initial, $d(t) = d$, le taux de demande supposé constant, $\Gamma(\xi(t))$, l'ensemble des commandes admissibles défini aux chapitres précédents. Dans ce chapitre, on suppose que le système est faisable et on met l'emphase sur la présentation de l'approche de résolution quand la dimension du système est large (plus de deux machines).

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

5.3 Fonction coût

Nous rappelons que nous cherchons à minimiser le coût total de production sur un horizon infini. Ce coût est fonction des coûts d'inventaire de pénurie, d'inspection et de réparation avec ou sans cadenassage.

Le coût instantané est donné par :

$$g(x(.),t) = c^{+}x^{+} + c^{-}x^{-} + c^{\alpha} \tag{5.4}$$

c^{+}, est le coût d'inventaire,
c^{-}, coût de la pénurie
c^{α}, le coût à défrayer étant donné que l'état du système est α

Connaissant le coût instantané, l'expression du coût total sur un horizon infini est donné par :

$$J(x,\xi,u(.)) = E\left\{\int_0^{\infty} e^{(-\rho t)} g(x(t),u(t),\xi(t))dt \,\middle|\, x(0)=x, 0 \le \rho < 1,\ \xi(t)=\xi\right\} \tag{5.5}$$

Il s'agit donc de minimiser $J(x,\xi,u(.))$. Soit $v(x,\alpha)$, la fonction coût qui minimise le coût total au mode α (i.e., $\xi(t)=\alpha,\ \alpha \in M_n$:

$$\begin{aligned} v(x,\alpha) &= \inf \quad J(x,\alpha,u,\omega_r),\ \alpha \in M_n \\ &(u,\ \omega_r) \in \Gamma(\alpha) \end{aligned} \tag{5.6}$$

En étendant la preuve faite dans Boukas et Haurie (1990), Boukas et Kenné (1997), Sethi et Zhang (1994), on peut montrer que la fonction valeur telle que définie par l'équation (5.6) est strictement convexe, différentiable, et est l'unique solution de viscosité des équations d'HJB.

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

À partir du tableau VII, le nombre de modes pour un système ayant 3 machines est de 20. Les équations d'HJB sont donc constituées de 20 équations différentielles couplées. En tenant compte des considérations précédentes, le nombre d'états peut être réduit à 18.

Les équations d'HJB sont définies par :

$$V(x,\xi)=\frac{1}{\rho+\frac{|u-d|}{h}+\sum_{\xi\neq\alpha}q_{\xi\alpha}}\left[\begin{array}{l} G(x,\xi)+V(x+h,\xi)\frac{(u-d)}{h}Ind(u-d\geq 0)+ \\ \\ V(x-h,\xi)\frac{(u-d)}{h}Ind(u-d<0)+\sum_{\xi\neq\alpha}q_{\xi\alpha}V(x,\alpha) \end{array}\right] \quad (5.7)$$

$\xi \in M_m$

Ce système d'équations est assez complexe et ne peut pas être résolu numériquement compte tenu de la dimension du système. Comme on la vu dans le chapitre précédent, la structure de la politique de production d'un pareil système est du type seuil critique. Ce seuil dépend d'un niveau d'inventaire optimal z_p^* et est défini comme suit :

$$U_p=\begin{cases} U_{p\max} & \text{si } x > z_p^* \\ d & \text{si } x=d \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \qquad \text{avec } U_{p\max}=\sum_{i=1}^{m}u_i$$

$$U_{eci}=\begin{cases} U_{ec\min} & \text{si } x\leq z_{ec}^* \\ U_{ec\max} & \text{ailleurs} \end{cases}$$

$$U_{ci}=\begin{cases} U_{ci\max} & \text{si } x\leq z_{ci}^* \\ U_{ci\min} & \text{ailleurs} \end{cases}$$

$$U_{cr}=\begin{cases} U_{cr\max} & \text{si } x\leq z_{cr}^* \\ U_{cr\min} & \text{ailleurs} \end{cases}$$

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

Pour trouver une solution approchée des systèmes larges, Gharbi et Kenné (2001), ont proposé l'approche combinée. Elle consiste à utiliser le modèle mathématique pour trouver les équations HJB qui minimisent le coût total encouru (fonction objective), mais, au lieu de les résoudre analytiquement, une méthode expérimentale est utilisée. La méthode expérimentale est constituée d'un réseau à partir duquel la production, les pannes, la réparation et la demande, sont générées compte tenu des temps moyen de production, de panne et de réparation. Ce modèle de simulation permet de trouver les niveaux moyens du stock et les coûts qui leurs sont associés. Ces paramètres sont considérés comme des entrées à la méthodologie des plans d'expériences pour trouver le coût total encouru. À partir d'une heuristique de commande on détermine le niveau optimal d'inventaire aux différents modes du système de production.

Cette méthode est suggérée pour l'extension de notre modèle à m machines et un produit. En nous inspirant du modèle présenté dans Kenné et Gharbi (2001), nous présentons dans ce qui suit cette approche adaptée à notre modèle.

5.4 Approche combinée

L'augmentation du nombre de machines fait augmenter de façon importante le nombre d'équations d'HJB à résoudre et par conséquent le niveau de difficulté de la résolution numérique de ces équations. Pour trouver une bonne approximation de la fonction valeur, l'approche combinée s'avère de toute utilité.

La figure 28, présente le cheminement de résolution du problème d'un système manufacturier complexe par l'approche combinée où le contrôle du cadenassage est considéré.

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

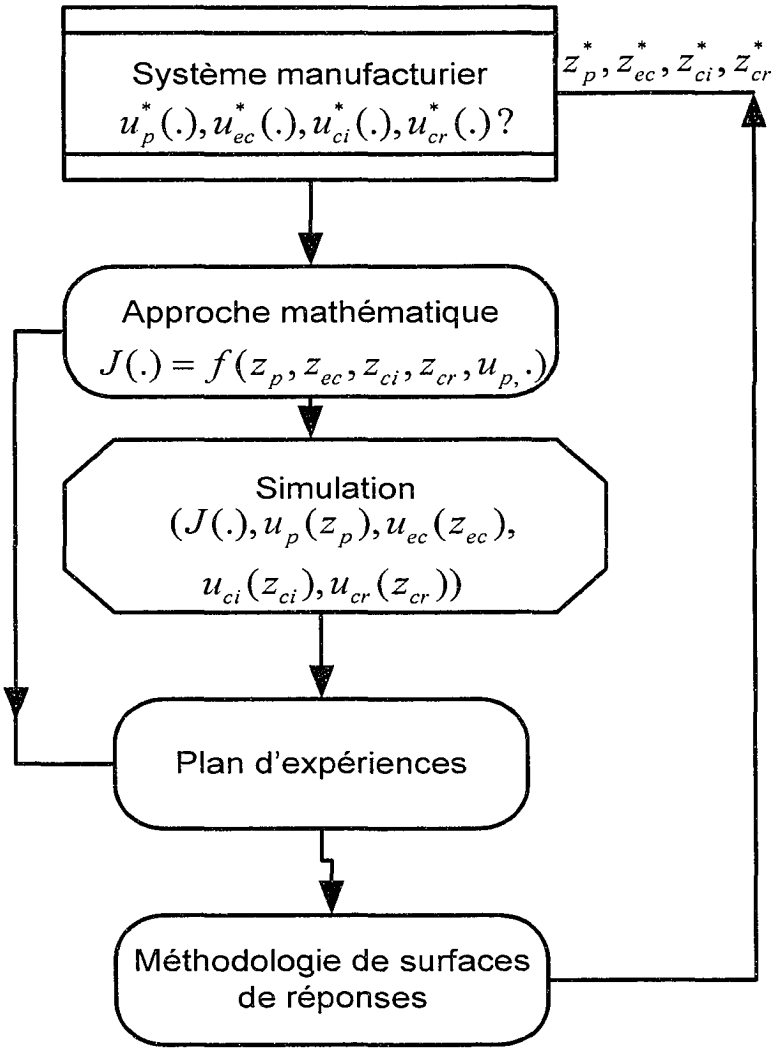


Figure 28 Schéma de résolution par l'approche combinée

Dans le schéma de résolution de la figure 28, l'approche combinée permet de trouver une approximation des paramètres de la politique de commande. La première étape consiste à formuler le problème et définir la fonction objective, ainsi que les contraintes comme dans l'approche analytique. Cette étape permet de trouver la fonction objective à minimiser, les contraintes et définir une structure de la politique optimale (production, cadenassage, etc.). Comme dans les chapitres 3 et 4, la politique de commande optimale est du type seuil critique. Les paramètres de la loi de commande sont définis à partir

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

d'un niveau d'inventaire dit inventaire optimal. Dans notre modèle, ces paramètres sont le taux de production u_p^*, le taux d'envoi en cadenassage u_{ec}^*, le taux d'inspection en tenant compte du fait que la machine est cadenassée u_{ci}^*, le taux de réparation avec la machine cadenassée u_{cr}^*, (définis respectivement à partir de $z_p^*, z_{ec}^*, z_{ci}^*, z_{cr}^*$) et $\Gamma(\xi(t))$, l'ensemble des décisions admissibles à l'état ξ. En contrôlant les taux, on peut agir sur le temps moyen d'envoi en cadenassage, de cadenassage pour inspection et réparation ce qui implique un temps de disponibilité à la production plus élevé du système.

Nous rappelons que les temps de réparation et d'inspection avec cadenassage sont décomposés. On considère que le temps de cadenassage n'est pas fixe, ce qui fait varier les taux d'envoi en cadenassage, d'inspection et de réparation avec cadenassage et la cadence du cadenassage.

Connaissant la fonction objective, les contraintes et la structure de la politique de production optimale, on utilise l'approche combinée pour déduire les valeurs des paramètres $z_p^*, z_{ec}^*, z_{ci}^*, z_{cr}^*$ qui minimisent le coût total. Les différents événements aléatoires sont générés en tenant compte de la loi statistique qui les régissent et de l'expérience qui renseigne sur leur temps moyen d'arrivée (σ – algebra).

La simulation, les plans d'expériences et les surfaces de réponses sont utilisés comme outils pour estimer la fonction valeur et trouver la loi de commande que décrit la dynamique du système en respectant les contraintes de production. Les paramètres du modèle analytique ($z_p, z_{ec}, z_{ci}, z_{cr}, U_p, U_{eci}, U_{ci}, U_{cr}$) sont considérés comme l'entrée du modèle de simulation et on récupère à la sortie le coût total à minimiser (fonction valeur).

La simulation de la dynamique du système considéré est constituée de plusieurs modules. On retrouve la production, la génération de la demande, les pannes, l'envoi en

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

cadenassage pour inspection, l'inspection, la réparation avec la machine cadenassée, le contrôle de l'inventaire et la politique de contrôle.

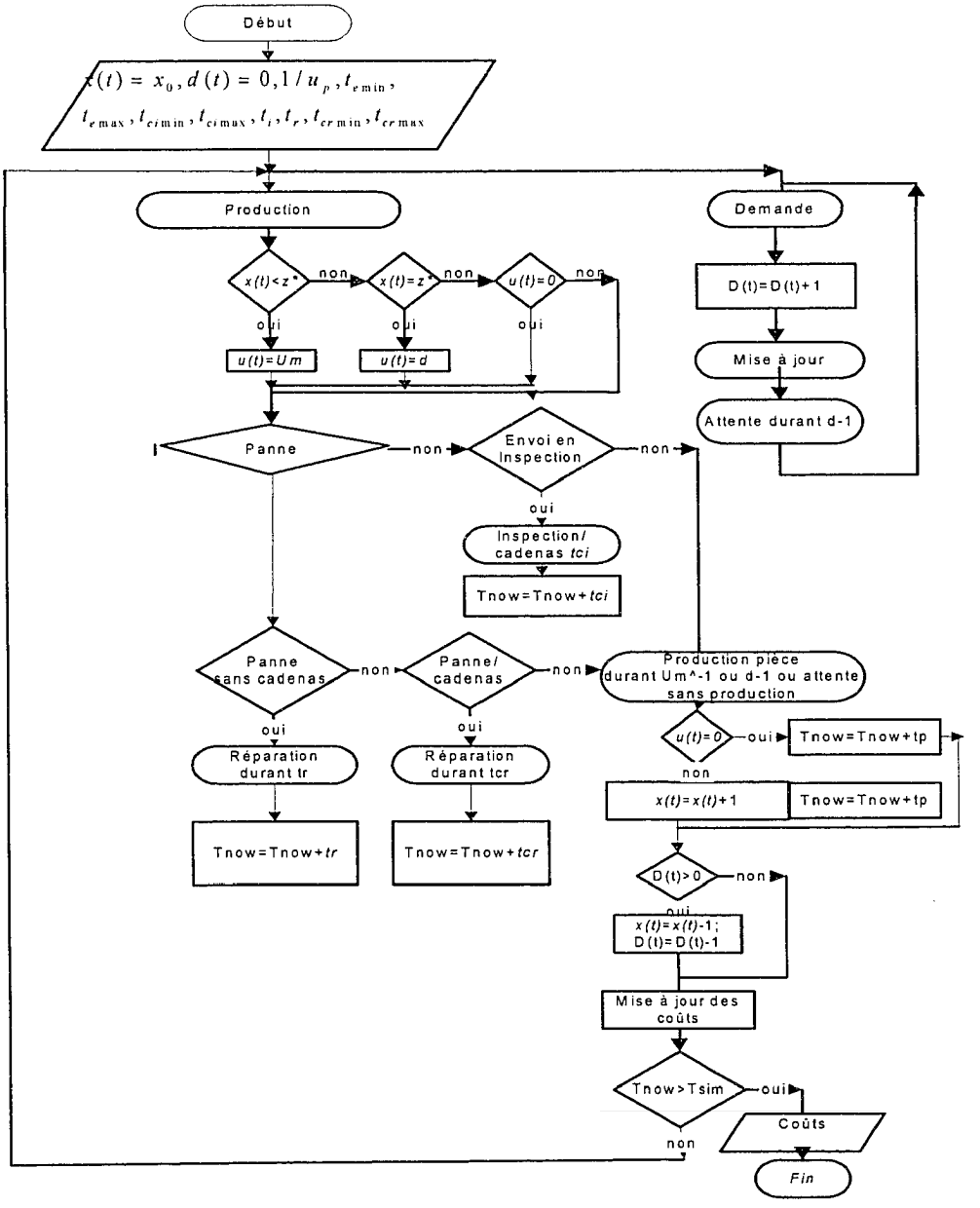


Figure 29 Schéma de l'algorithme de la simulation

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

L'analyse de l'algorithme montre que le modèle est constitué de 6 parties principales :

- la production;
- la génération de la demande;
- les pannes, l'envoi en cadenassage pour inspection;
- l'inspection;
- la réparation avec la machine cadenassée;
- la politique de contrôle.

On cherche à établir une relation entre la fonction valeur et le niveau de l'inventaire (variable indépendante) par la simulation, les plans d'expérience et la surface de réponse ou l'analyse de régression. Les valeurs optimales des seuils critiques sont déduites de la relation entre le coût et les variables indépendantes $z_p^*, z_{vc}^*, z_{ci}^*, z_{cr}^*$.

La suite de l'approche combinée sert à raffiner les résultats. A partir des facteurs d'entrées et les coûts trouvés, la méthode des plans d'expériences est utilisée pour trouver les interactions qui ont un effet significatif sur la sortie. Le coût de production est considéré comme une fonction des paramètres d'entrées.

Les facteurs significatifs sont utilisés comme les paramètres d'entrée de la méthodologie des surfaces de réponses pour définir la relation entre le coût et les facteurs d'entrée. Les paramètres de la politique à seuil critique sont estimés à l'aide de cette approche

Le plan d'expériences, combiné à la méthodologie des surfaces de réponse permettent d'obtenir une approximation de la solution optimale et d'apprécier les effets de chaque facteur (Zj) sur le coût global.

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

Cette méthode pourra être appliquée à des systèmes de production larges et permettre aux chercheurs contemporains de trouver des solutions à des problèmes de contrôle qui demeurent insolubles.

5.5 Conclusion

Dans ce chapitre une extension du modèle de la planification simultanée de la production, de la maintenance et de la gestion des opérations de cadenassage est présentée. Généralement, on essaie de déterminer les paramètres de la politique optimale analytiquement, à partir des méthodes numériques de la simulation ou de la combinaison des deux, mais plus le nombre de machines et le nombre de modes sont élevés, plus le niveau de complexité augmente. Nous avons mis en évidence dans ce chapitre l'approche combinée qui consiste à décrire et à formuler le problème en utilisant la théorie de commande optimale stochastique, la simulation pour approximer le coût total actualisé, raffiner les résultats en utilisant les plans d'expériences et les surfaces de réponses. Cette méthode permet d'éviter la complexité de l'approche numérique pour des systèmes larges. Ainsi, pour des systèmes larges constitués de plusieurs machines (plus de 2 machines), cette approche est recommandée.

Pour être capable de contrôler le temps il est nécessaire de savoir le mesurer. Pour être en mesure d'implanter ce modèle un système de contrôle et de mesure du temps est nécessaire (chronométrage par exemple). Les techniques d'analyse des tâches sont également importantes pour déterminer et distinguer par rapport à leurs conséquences, les risques acceptables de ceux qui ne le sont pas. Enfin, un système qui tient à jour l'historique des pannes et des inspections pour avoir une idée sur leur probabilité d'occurrence et les coûts qui y sont associés. La formation et la sensibilisation (motivation) des ressources pour intervenir efficacement lors du cadenassage quand ce dernier doit être fait dans un temps minimum.

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

CONCLUSION

Les systèmes de production tels que considérés dans le contexte actuel nécessitent non seulement une bonne planification de la production, mais également le contrôle et la gestion du risque. Nous avons modifié l'ancienne façon de faire dans la détermination de la politique optimale en considérant qu'il est nécessaire de protéger les employés de même que satisfaire les exigences de production. L'optimisation de la production et le contrôle des activités qui visent la sécurité des employés et des équipements sont prises en compte. Dans cette recherche, nous avons considéré les risques d'accidents lors des opérations de maintenance et d'intervention sur les machines. Bien qu'il soit beaucoup plus vaste dans la réalité, nous nous sommes limités aux facteurs liés à la réparation et à l'inspection pour réduire la dimension du problème. Ces phénomènes indésirables sont évalués à partir de leurs probabilités d'occurrence et de leurs conséquences. Une méthode de décomposition est utilisée pour partager le temps de réparation en temps de mise en place des moyens pour éviter ou minimiser les conséquences liées au risque de démarrage des machines pendant réparation, et le temps de la réparation proprement dite. L'un des moyens mis en place pour minimiser les risques des accidents lors de la maintenance est le cadenassage. Cette technique à valeur ajoutée nulle, bien que nécessaire quand elle est utilisée, fait croître de manière importante le temps d'arrêt de la machine, car l'entreprise peut ne pas être en mesure de satisfaire la demande. Nous avons proposé le contrôle du temps de cadenassage en supposant qu'il peut être fait en deux cadences différentes. En utilisant les méthodes numériques, on a donné la preuve que le contrôle de l'envoi en cadenassage et des temps de cadenassage pendant l'inspection ou la réparation augmente la disponibilité du système et fait ainsi diminuer les coûts. L'extension du problème de modélisation du système manufacturier, composé d'une machine et de deux produits, suivi de l'analyse de sensibilité montre la complexité de résolution avec l'augmentation du nombre de machines.

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

Les méthodes numériques n'étant pas toujours applicables, compte tenu du temps et de la complexité de résolution, nous avons suggéré l'approche combinée pour des systèmes plus larges constitués de plusieurs machines. Elle permet par la combinaison de l'approche analytique, les modèles de simulation, les plans d'expériences et la méthodologie de surfaces de réponses de trouver une solution sous optimale pour un système de production large. La solution est du type seuil critique. Elle suggère la politique de production, d'envoi en cadenassage pour inspection, d'inspection et de réparation en supposant que la sécurité des employés et des équipements est importante et que le cadenassage est nécessaire lors des interventions.

Ce travail qui tient compte de la sécurité des employés et des équipements dans la modélisation et la détermination de politiques de production optimales, peut permettre une meilleure disponibilité des machines, une gestion plus efficace du cadenassage ou des mesures visant la sécurité des employés et une diminution des coûts d'inventaires (stockage et pénurie). Le taux d'accidents étant un indice de la performance de l'entreprise moderne, cette approche peut bien aider à concilier les objectifs de production et de sécurité. Ce sujet constitue déjà un élément d'intérêt dans le milieu scientifique, où l'on s'intéresse de plus en plus aux volets sécurité, accidents, erreur humaine, et leur effet sur la production. L'intégration du contrôle des mesures qui tiennent compte de la sécurité des employés et des équipements comme de la production dans des systèmes manufacturiers complexes, tels l'utilisation de plusieurs machines en série, l'introduction de la mise en course dans le cas de plusieurs produits et des modèles non markoviens mériterait d'être mieux explorés par les chercheurs.

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

ANNEXE 1

Résultats de l'analyse de sensibilité

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

Le but de cette annexe est de présenter les résultats issus de l'analyse de sensibilité dans le cas ou l'on contrôle l'envoi en cadenassage, le cadenassage lors de l'inspection, le cadenassage au moment de la réparation. Les tendances obtenues quand on fait varier les coûts montrent que les résultats sont cohérents. L'implantation de ces modèles à des cas réels pourra contribuer à améliore la disponibilité su système de production, diminuer les coûts et sans pour autant détériorer la sécurité des employées et des équipements.

Avant de présenter les résultats nous allons d'abord présenter la table III du document hasard de la OSHA et la courbe du coût total fonction des coûts des accidents et des coût des programmes de sécurité de la FAA system handbook.

Tableau XII

Risque d'accident par occupation des employés

	Workers	Percent
WHAT WAS EMPLOYEE DOING?		
Total	833	100
Unjamming objects from equipment	250	30
Cleaning equipment	245	29
Repairing equipment	77	9
Performing maintenance (oiling, etc.)	34	4
Installing equipment	13	2
Adjusting equipment	99	12
Doing set-up work	57	7
Performing electrical work	29	3

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

Tableau XIII (suite)

Inspecting equipment	15	2
Testing material or equipment	2	(1)

(1) Less than .5 percent.

Ce tableau présente certaines tâches à risque, qui ont conduit à de accidents et donne une idée sur la fréquence de ces dernières. L'intérêt qui nous porte à présenter cette table, produite à partir des données obtenues auprès de 833 entreprises, est de nous faire une juste idée des activités qui ont un potentiel élevé de risque d'accidents pour les travailleurs. La modélisation faite dans ce projet tient compte de certaines de ces activités à risque.

FAA System Safety Handbook, Chapter 3: Principles of System Safety
December 30, 2000

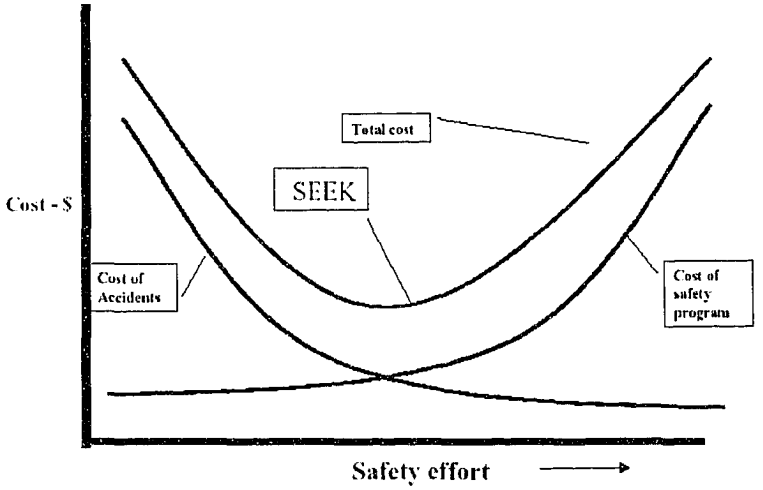


Figure 3-1: Cost vs. Safety Effort (Seeking Balance)

Figure 30 Coût minimum (coût des accidents vs coût implantation mesures de sécurité)

Ce graphique montre que les efforts en termes de coût pour diminuer les accidents augmentent le coût de production en diminuant le coût des accidents. Ce qu'on cherche

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

au fait est la minimisation du coût total qui est la somme des coûts consentis pour minimiser les accidents et le coût des accidents.

Dans cette partie nous présentons le programme principal qui a conduit aux résultats, puis les résultats provenant de la méthode numérique, et de l'analyse de sensibilité.

1.1 Programme principal Matlab du modèle M1 P1 avec contrôle du cadenassage

```
% Paramètres du modèle

hx1=0.25;  % pas suivant x
Um=0.27;  % taux de production maximum des machines

% Décomposition des temps
tr=8; te_min=118; te_max=125; tci_min=2.56; tci_max=3.2; ti=4.8;
tcr_min=4;  tcr_max=8; tr=12; % temps de cadenassage pour réparation minimal et
maximal

% Définition des éléments de la matrice des taux de transition
q13_maximal=1/te_min;  % taux envoi en cadenassage maximal
q13_minimal=1/te_max;  % taux d'envoi en cadenassage minimal
q31_maximal=1/(tci_min+ti);% taux de transition de inspection à production
q31_minimal=1/(tci_max+ti);%
q14=1/160;
q41_maximal=1/(tcr_min+tr);% % q41_maximal=0.15;
q41_minimal=1/(tcr_max+tr);% q41_minimal=0.04;
q23=0;q32=0;q24=0;q42=0; q34=0; q43=0;
q12=1/118;              %taux de panne
q21=1/10;               % taux de réparation sans cadenassage
q13_maximal=1/118; % taux envoi en cadenassage (temps minimal)
q13_minimal=1/125;  % taux envoi en cadenassage (temps maximal)
q31_maximal=1/6.4;  % cadenassage et inspection (temps minimal)
q31_minimal=1/8;              % cadenassage et inspection (temps maximal)
q14=1/160;              % taux de panne nécessitant le cadenassage
q41_maximal=1/16;  % réparation et cadenassage (temps minimal)
q41_minimal=1/20;   % réparation avec Cadenassage (temps maximal)
q23=0;q32=0;q24=0;q42=0; q34=0; q43=0;
d=0.2 ;          %taux de demande
```

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

```
rho=0.01;       % taux d'actualisation
c1p=5;          % pénalise le stock positif
c1m =50;        % pénalise le stock négatif
cr=15;          % pénalise le coût de réparation de la machine
cc=30;          % pénalise l'arrêt pour cadenassage et inspection
cr1=30;         % pénalise l'envoi en cadenassage
cr2=40;         % pénalise la réparation avec cadenassage

% Faisabilité
Q=[]; QT=[]; BB=[]; NU=[];
Q(1,2)=q12;      Q(1,3)=q13_maximal; Q(1,4)=q14;      Q(1,1)=-
(Q(1,2)+Q(1,3)+Q(1,4));
Q(2,1)=q21;      Q(2,3)=q23;     Q(2,4)=q24;      Q(2,2)=-(Q(2,1)+Q(2,3)+Q(2,4));
Q(3,1)=q31_maximal;   Q(3,2)=q32;     Q(3,4)=q34;      Q(3,3)=-
(Q(3,1)+Q(3,2)+Q(3,4));
Q(4,1)=q41_maximal;   Q(4,2)=q42;     Q(4,3)=q43;      Q(4,4)=-
(Q(4,1)+Q(4,2)+Q(4,3));
QT=Q';
QT(1,1)=1; QT(1,2)=1; QT(1,3)=1; QT(1,4)=1;

BB=[1 0 0 0];
NU=QT^(-1)*BB';
faisa=NU(1)*Um-d; %
if faisa>=0
   display ('système faisable')
else
   display ('système non faisable')
end
pause
x1inf=-10;  % borne inférieure du stock
x1sup=30; % borne supérieure du stock
Nx1=1+(x1sup-x1inf)/hx1; % Nombre d'éléments de la grille
cont1=[];  %taux de production
cont2=[];  %taux envoi en cadenassage
cont3=[];  % inspection nécessitant le cadenassage
cont4=[];  % réparation nécessitant le cadenassage
% cont4=[];
VV=[];
UU1=[];         % taux de production machine 1 au mode 1
UU2=[];         % taux de production machine 2 au mode 1
UU3=[];         % taux de production machine 1 au mode 3
UU4=[];         % taux de production machine 1 au mode 4

VP1M=[];
```

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

```
VP2M=[];
VP3M=[];
VP4M=[];
xx1=[];
UU1(1)=0;
UU1(2)=d;
UU1(3)=Um;
UU2(1)=q13_maximal;        % taux d'envoi en cadenassage
UU2(2)=q13_minimal;
UU3(1)=q31_maximal;        % taux d'inspection avec cadenassage
UU3(2)=q31_minimal;
UU4(1)=q41_maximal;        % taux de réparation avec cadenassage
UU4(2)=q41_minimal;

Vp1=zeros(Nx1);
Vp2=zeros(Nx1);
Vp3=zeros(Nx1);
Vp4=zeros(Nx1);

Va1=zeros(Nx1);
Va2=zeros(Nx1);
Va3=zeros(Nx1);
Va4=zeros(Nx1);

it=0; precis=0.001;
Err=100000;

for i=1:Nx1
   cont1(i)=0;
   cont2(i)=0;
   cont3(i)=0;
   cont4(i)=0;

end

C1MAXIMAL=0;  C1MINIMAL=5e+10;
while Err > précis %boucle d'itération
   Er=0;
   C1MAXIMAL=0;  C1MINIMAL=5e+10;
   it=it+1;

   %  Évaluation de la politique
   for i=1:Nx1
      x1=x1inf+(i-1)*hx1;
```

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

```
      xx1(i)=x1;
      u1=cont1(i);
      u2=cont2(i);
      u3=cont3(i);
      u4=cont4(i);

      [Va11 Va21 Va31
Va41]=coutbcad(i,x1,hx1,u1,u2,u3,u4,q12,q21,q14,Vp1,Vp2,Vp3,Vp4,d,Nx1,rho,c1p,c
1m,cr,cc,cr1,cr2);

      Va1(i)=Va11;
      Va2(i)=Va21;
      Va3(i)=Va31;
      Va4(i)=Va41;

        if abs(Va1(i)-Vp1(i))>C1MAXIMAL
          C1MAXIMAL=abs(Va1(i)-Vp1(i));
        end
       if abs(Va1(i)-Vp1(i))< C1MINIMAL
          C1MINIMAL=abs(Va1(i)-Vp1(i));
        end
        if abs(Va2(i)-Vp2(i))>C1MAXIMAL
          C1MAXIMAL=abs(Va2(i)-Vp2(i));
        end
        if abs(Va2(i)-Vp2(i))<C1MINIMAL
          C1MINIMAL=abs(Va2(i)-Vp2(i));
        end
       if abs(Va3(i)-Vp3(i))>C1MAXIMAL
          C1MAXIMAL=abs(Va3(i)-Vp3(i));
        end
        if abs(Va3(i)-Vp3(i))<C1MINIMAL
          C1MINIMAL=abs(Va3(i)-Vp3(i));
        end
        if abs(Va4(i)-Vp4(i))>C1MAXIMAL
          C1MAXIMAL=abs(Va4(i)-Vp4(i));
        end
        if abs(Va4(i)-Vp4(i))< C1MINIMAL
          C1MINIMAL=abs(Va4(i)-Vp4(i));
        end
end  % end de for i=1: politique d'évaluation

vminimal=(rho/(1-rho))*C1MINIMAL;
vmaximal=(rho/(1-rho))*C1MAXIMAL;
Err=abs(vminimal-vmaximal)
```

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

```
Vp1=Va1;
Vp2=Va2;
Vp3=Va3;
Vp4=Va4;

% politique d'amélioration
%
V1_op=5e+10;
V2_op=5e+10;
V3_op=5e+10;
V4_op=5e+10;

for i=1:Nx1
   VP1M=1000000;
   VP2M=1000000;
   VP3M=1000000;
   VP4M=1000000;
   x1=x1inf+(i-1)*hx1;
   xx1(i)=x1;
            for c1=1:3
                  u1=UU1(c1);

                  for c2=1:2
                        u2=UU2(c2);

                        for c3=1:2
                              u3=UU3(c3);

                              for c4=1:2
                                    u4=UU4(c4);

    [Va11 Va21 Va31
Va41]=coutbcad(i,x1,hx1,u1,u2,u3,u4,q12,q21,q14,Vp1,Vp2,Vp3,Vp4,d,Nx1,rho,c1p,c
1m,cr,cc,cr1,cr2);
                                    if Va11 < VP1M
                                          VP1M = Va11;
                                          cont1(i)=u1;
                                    end
                                    if Va21 < VP2M
                                          VP2M=Va21;
                                    end
                                    if Va31 < VP3M
                                          VP3M = Va31;
                                          cont3(i)=u3;
```

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

```
                                        cont2(i)=u2;
                                    end
                                    if Va41 < VP4M
                                        VP4M = Va41;
                                        cont4(i)=u4;
                                    end
                                    if Va11 <V1_op
                                        V1_op=Va11;
                                        X1_op=x1;
                                    end

                                    if Va21 <V2_op
                                        V2_op=Va21;
                                        X2_op=x1;
                                    end
                                    if Va31 <V3_op
                                        V3_op=Va31;
                                        X3_op=x1;
                                    end

                                    if Va41 <V4_op
                                        V4_op=Va41;
                                        X4_op=x1;
                                    end
                                end
                            end
                        end % for c2
                    end % for c1

    Va1(i)=VP1M;
    Va2(i)=VP2M;
    Va3(i)=VP3M;
    Va4(i)=VP4M;
end % for i=x1 policy improv.
end % iteration while

Hedging_point1 =X1_op
Hedging_point2 =X2_op
Hedging_point3 =X3_op
Hedging_point4 =X4_op
Vprod=V1_op
Vrep=V2_op
Vcad=V3_op
Vcadrep=V4_op
```

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

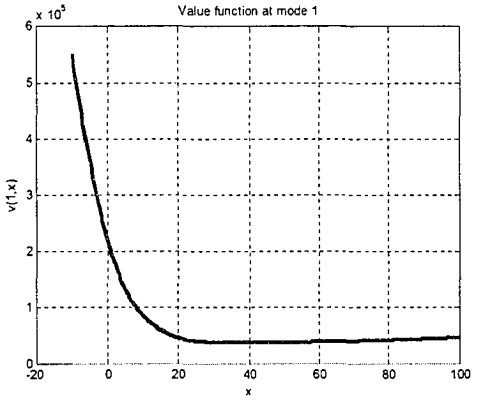
```
Cout_moyen=NU(1)*V1_op + NU(2)*V2_op + NU(3)*V3_op + NU(4)*V4_op

figure(1)
plot(xx1,Va1,'r',xx1,Va2,'b',xx1,Va3,'g',xx1,Va4,'y')
xlabel ('x')
ylabel ('v(1,x),v(2,x),v(3,x),v(4,x)')
title ('value function at mode 1,2, 3 &4 ')
grid on
figure(2)
plot(xx1,Va1)
xlabel ('x')
ylabel('v(1,x)')
title ('Value function at mode 1')
grid on

figure(3)
plot(xx1,Va2)
xlabel ('x')
ylabel('v(2,x)')
title ('Value function at mode 2')
grid on

figure(4)
plot(xx1,Va3)
xlabel ('x')
ylabel('v(2,x)')
title ('Value function at mode 3')
grid on

figure(5)
plot(xx1,Va4)
xlabel ('x')
ylabel('v(2,x)')
title ('Value function at mode 4')
grid on

figure(6)
plot(xx1, cont1)
xlabel ('x')
ylabel('u1(1,x)')

title('Production rate at mode 1')
grid on
```

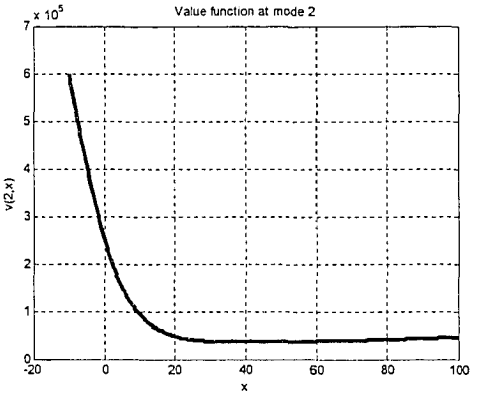
Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

```
figure(7)
plot(xx1, cont2)
xlabel ('x')
ylabel('u1(3_1,x)')
title('taux envoi cadenassage sans réparation mode 3')
grid on

figure(8)
plot(xx1, cont3)
xlabel ('x')
ylabel('u1(3_2,x)')
title('retour cadenas sans réparation mode3')
grid on

figure(9)
plot(xx1, cont4)
xlabel ('x')
ylabel('u1(4,x)')
title('taux retour du  cadenassage et réparation mode 4')
grid on
```

1.2 Résultats de la simulation

Les données utilisées pour la simulation sont tirées du Tableau 10. Les graphes ci-dessous représentent la fonction valeur aux quatre modes ou états de la machine.





Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

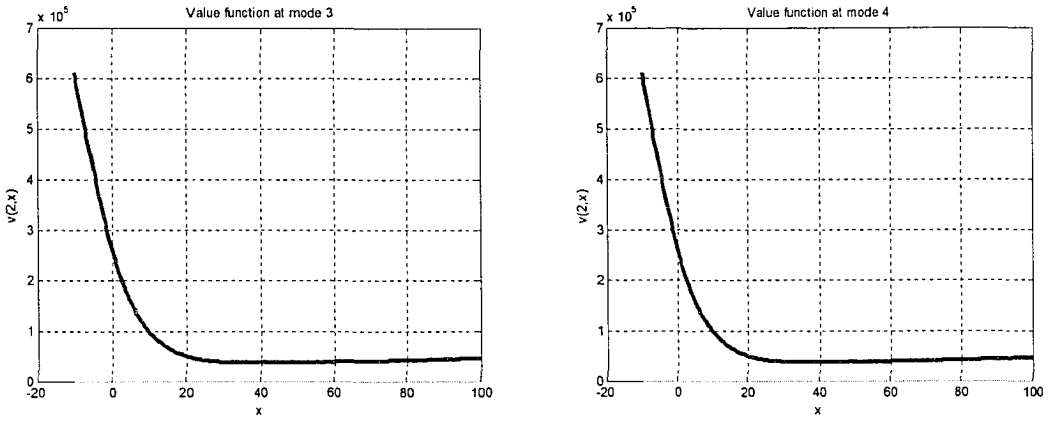


Figure 31 Fonction valeur

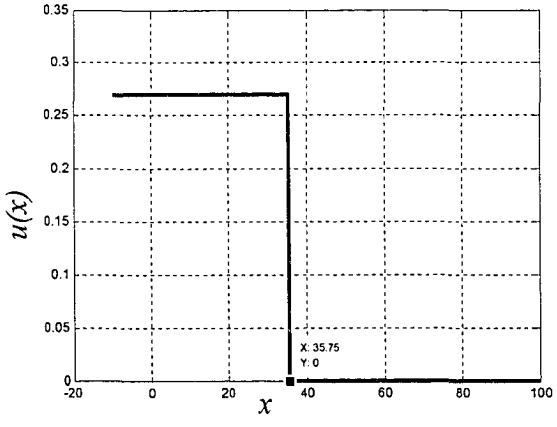


Figure 32 Taux de production en fonction du seuil critique

Comme on l'a vu au chapitre 3, la politique de production est du type seuil critique. Si le niveau d'inventaire est inférieur au seuil critique on produit au taux maximal. S'il est exactement égal au seuil critique on produit au taux de la demande. S'il est supérieur au seuil critique on ne produit pas.

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

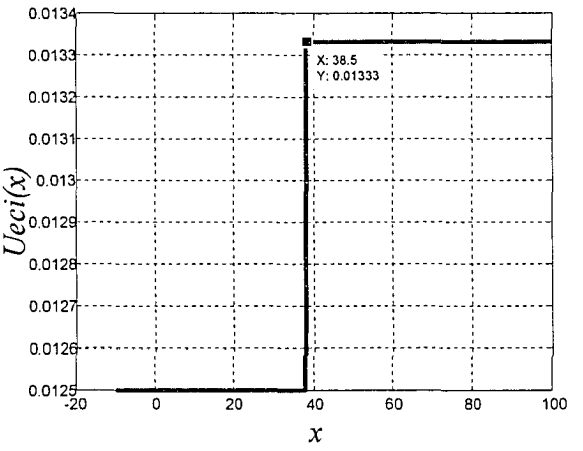


Figure 33 Envoi en cadenassage en fonction du niveau d'inventaire

La figure 33 donne la politique d'envoi en inventaire de la machine en fonction du niveau d'inventaire. Si l'inventaire est inférieur à 38.5 unités on envoi la machine en inspection au taux minimal. Cela veut dire qu'il ne faut pas envoyer la machine en cadenassage tout de suite. Si par contre l'inventaire dépasse 38.5 unités on peut l'envoyer tout de suite.

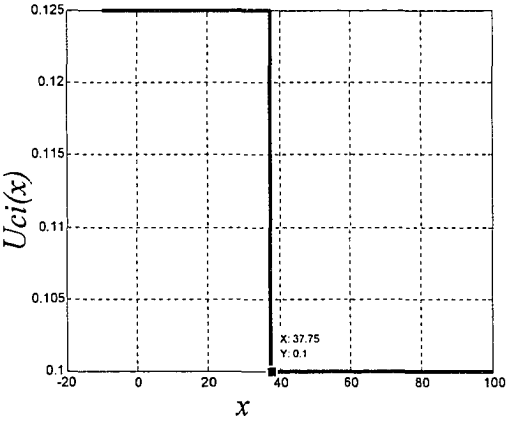


Figure 34 Taux d'inspection en fonction de l'inventaire

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

Quand l'inventaire dépasse 37.75 on fait l'inspection au taux minimal. Si au contraire, elle est inférieure à 37.75 on intervient au taux maximal. Ce qui se traduit par relativement au niveau d'inventaire on affecte plus ou moins de ressources à l'inspection. Dans le cas où la sollicitation d'arrêt vient d'un autre service on peut profiter pour faire la maintenance opportuniste.

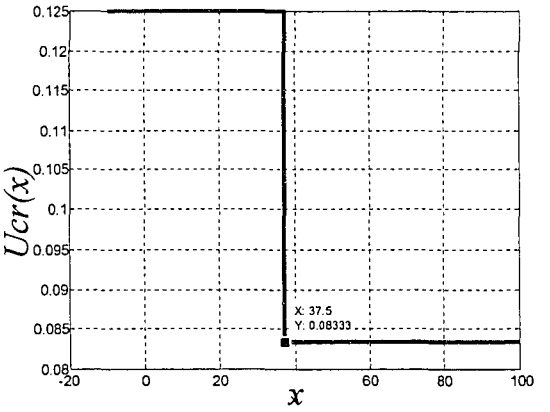


Figure 35 Taux de réparation /cadenassage en fonction de l'inventaire

La réparation avec cadenassage est contrôlée. Elle dépend du niveau d'inventaire. Si le niveau d'inventaire est inférieur à 37.5 on répare la machine à un taux maximal, dans le cas contraire on le répare au taux minimal.

Nous rappelons que ce qui fait varier le taux de réparation dans notre modèle est le temps alloué au cadenassage. Réparer la machine au taux maximal, c'est prendre moins de temps pour cadenasser la machine. Pour prendre moins de temps on peut par exemple affecter plus de ressources à l'opération cadenassage.

1.3 Résultats de l'analyse de sensibilité

Les figures représentées dans cette partie ont pour but de montrer que les résultats trouvés ont un sens logique. En effet, si le coût de la pénurie augmente on doit stocker

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

davantage. Si par contre le coût du surplus augmente pour minimiser les coûts du stockage il faut diminuer le niveau de l'inventaire, stocker moindre.

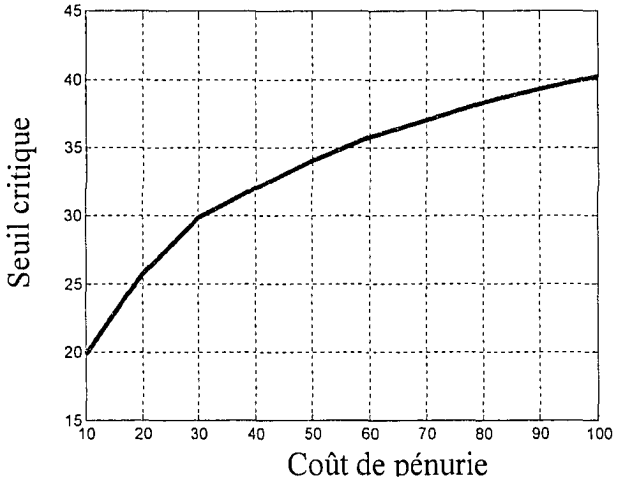


Figure 36 Variation de l'inventaire en fonction du coût de la pénurie

Au mode 1, on produit davantage quand le coût de l'inventaire augmente.

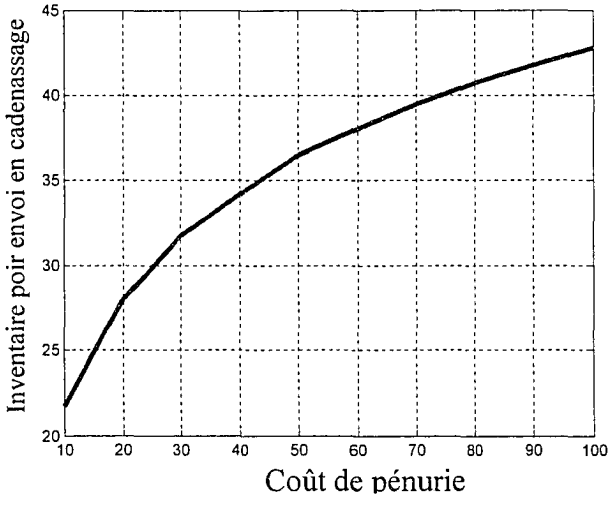


Figure 37 Inventaire pour envoi en cadenassage quand coût pénurie augmente

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

La figure 37 indique qu'il faut plus d'inventaire pour envoyer la machine en cadenassage quand le coût de la pénurie augmente.

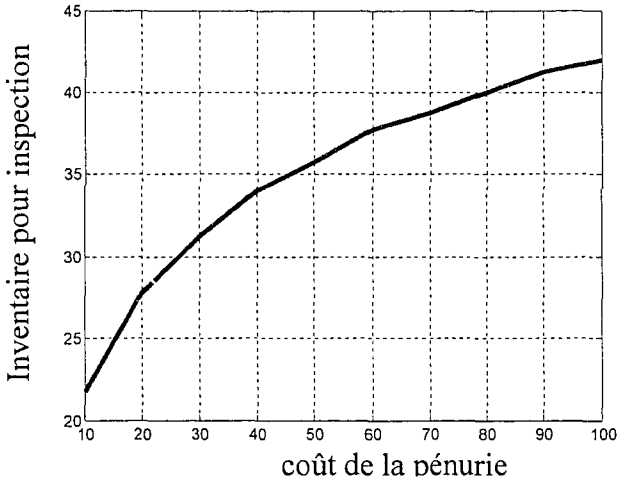


Figure 38 Inventaire pour inspection quand le coût de la pénurie varie

De même il faut plus d'inventaire quand il s'agit de faire l'inspection à un taux maximal.

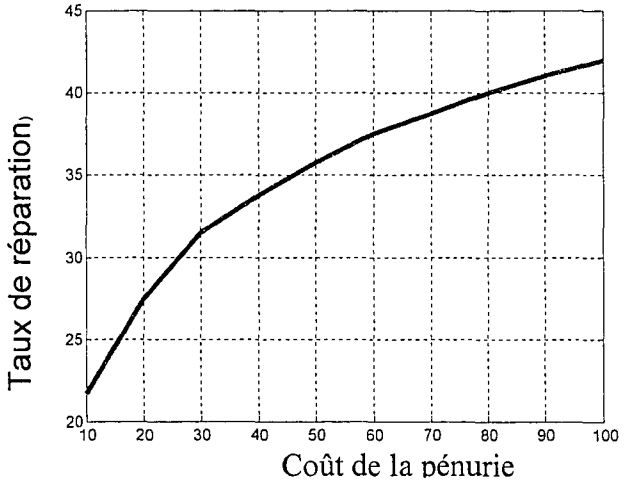


Figure 39 Inventaire pour réparation quand le coût de la pénurie varie

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

Le niveau de l'inventaire nécessaire à la réparation augmente avec le coût de la pénurie. Quand le coût du surplus augmente, le niveau de l'inventaire doit diminuer dans tous les modes de façon à faire diminuer la pénalité due au surplus d'inventaire.

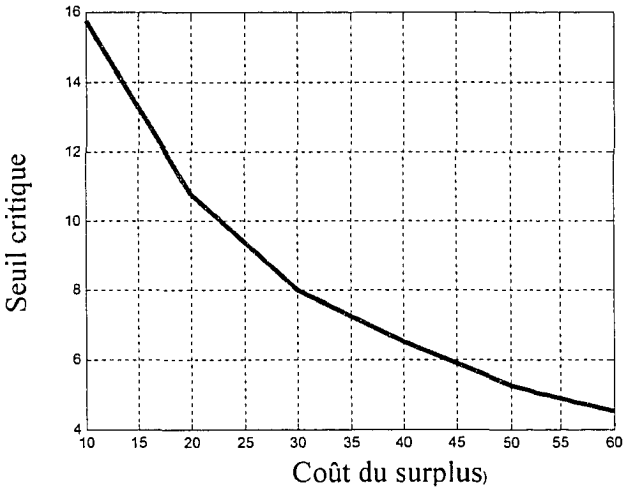


Figure 40 Inventaire quand le coût du surplus augmente

La machine étant opérationnelle on constate que le niveau du surplus d'inventaire diminue quand le coût du surplus augmente.

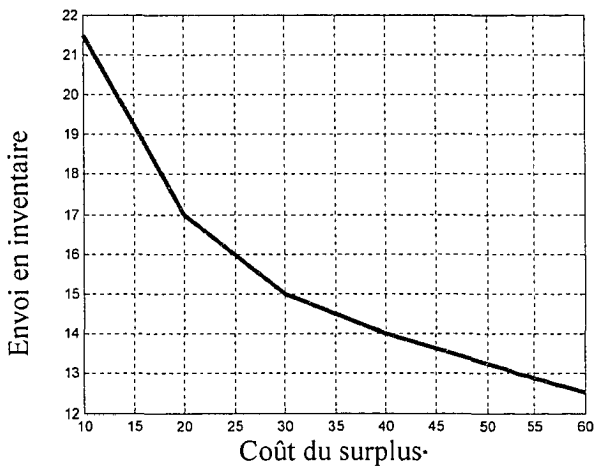


Figure 41 Inventaire pour envoi en cadenassage quand le coût du surplus varie

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

Le niveau d'inventaire nécessaire varie en sens inverse du coût du surplus. Le coût du surplus augmente tandis que le niveau d'inventaire diminue.

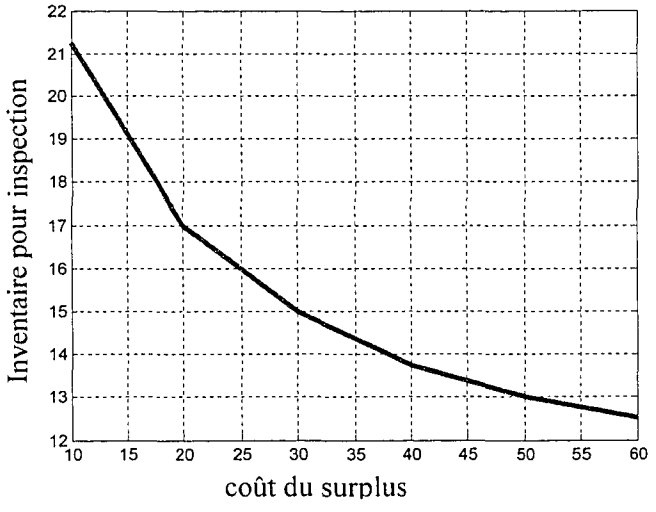


Figure 42 Inventaire pour inspection en fonction du coût du surplus

Quand le coût du surplus augmente, le surplus d'inventaire pour inspection diminue.

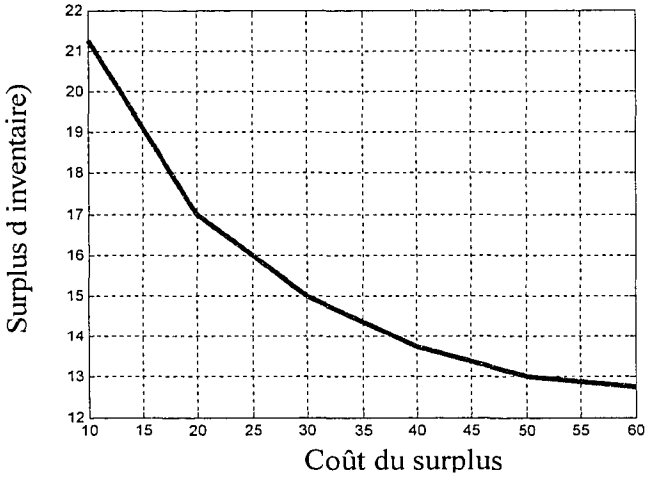


Figure 43 Inventaire pour réparation quand le coût du surplus varie

L'augmentation du coût du surplus fait diminuer le surplus d'inventaire optimal pour la réparation.

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

Annexe 2

Présentation des résultats cas deux machines un produit avec le contrôle du cadenassage

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

Cette annexe a pour objet la présentation des résultats du modèle M2P1 et ceux de l'analyse de sensibilité.

2.1 Programme principal Matlab du modèle M2 P1 avec contrôle du cadenassage

---

% Paramètres du modèle

```
%Processus stochastique deux machines (faisabilité) M1P2+cadenassage
hx1=0.5;  %pas suivant x
Um=0.27;  % taux de production maximal

q12=1/40;  %taux de panne
q21=1/6.5;
 q13_maximal=1/75;  % taux de réparation
q13_minimal=1/80;  % taux de réparation
q31_maximal=1/8;
q31_minimal=1/10;
q14=1/100;
q41_maximal=1/8;
q41_minimal=1/12;
q25=q12;
q27=q14;
q36=q12;
q38=q14;
q83_maximal=q41_maximal;
q83_minimal=q41_minimal;
q47=q12;
q49=q14;
% q49=q14;
```

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

```
q52=q21;
q63=q21;
q72_maximal=q41_maximal;
q72_minimal=q41_minimal;
q74=q21;
q48=q14;
q84_maximal=q31_maximal;
q84_minimal=q31_minimal;
q94_maximal=q31_maximal;
q94_minimal=q31_minimal;
q15=0; q16=0; q17=0; q18=0; q19=0;
q23=0; q24=0; q26=0; q28=0; q29=0;
q32=0; q34=0; q35=0; q37=0; q39=0;
q42=0; q43=0; q45=0; q46=0; q48=0;
q51=0; q53=0; q54=0; q56=0; q57=0; q58=0; q59=0;
q61=0; q62=0; q64=0; q65=0; q67=0; q68=0; q69=0;
q71=0; q73=0; q75=0; q76=0; q78=0; q79=0;
q81=0; q82=0; q85=0; q86=0; q87=0; q89=0;
q91=0; q92=0; q93=0; q95=0; q96=0; q97=0; q98=0;

d=0.2 ;    %taux de demande
rho=0.01;
c1p=1;  % pénalise le stock positif
c1m =30; % pénalise le stock négatif
cr=50;  % pénalise le coût de réparation de la machine
cc=1;  % pénalise l'envoi en cadenassage
cr1=2; % pénalise l'intervention lors de l'envoi en cadenassage
cr2=60; % pénalise l'intervention lorsqu'on est obligé de verrouiller pour réparer
Q=[]; QT=[]; BB=[]; NU=[];
```

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

```
% Faisabilité
Q(1,2)=q12;
Q(1,3)=q13_maximal;
Q(1,4)=q14;
Q(1,1)=-(Q(1,2)+Q(1,3)+Q(1,4));

Q(2,1)=q21;
Q(2,3)=q23;
Q(2,4)=q24;
Q(2,5)=q12;
Q(2,6)=q26;
Q(2,7)=q27;
Q(2,2)=-(Q(2,1)+Q(2,5)+Q(2,7));

Q(3,1)=q31_maximal;
Q(3,6)=q36;
Q(3,8)=q38;
Q(3,3)=-(Q(3,1)+Q(3,6));
Q(4,1)=q41_maximal;
Q(4,7)=q47;
Q(4,8)=q48;
Q(4,9)=q49;
Q(4,4)=-(Q(4,1)+Q(4,7)+Q(4,8));

Q(5,2)=q52;
Q(5,5)=-Q(5,2);
Q(6,3)=q63;
Q(6,6)=-Q(6,3);
Q(7,2)=q72_maximal;
```

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

```
Q(7,4)=q74;
Q(7,7)=-(Q(7,2)+Q(7,4));

Q(8,3)=q41_maximal;
Q(8,4)=q84_maximal;
Q(8,8)=-Q(8,4);

Q(9,4)=q41_maximal;
Q(9,9)=-q94_maximal;

QT=Q';
QT(1,1)=1; QT(1,2)=1; QT(1,3)=1; QT(1,4)=1; QT(1,5)=1; QT(1,6)=1; QT(1,7)=1;
QT(1,8)=1; QT(1,9)=1;
BB=[1 0 0 0 0 0 0 0 0];
NU=QT^(-1)*BB';
faisa=(2*NU(1)+NU(2)+NU(3)+NU(4))*Um-d;

if faisa>=0
   display ('système faisable')
else
   display ('système non faisable')
end
pause
x1inf=-5;  % borne inférieure du stock
x1sup=40; % borne supérieure du stock
Nx1=1+(x1sup-x1inf)/hx1;
      cont11=[]; % Taux de production de la machine 1 au mode 1
      cont12=[]; % Taux de production de la machine 1/2 au mode 2
      cont13=[]; % Taux de production de la machine 1/2 au mode 3
```

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

```
cont14=[]; % Taux de production de la machine 1/2 au mode 4
cont21=[]; % Taux de production de la machine 2 au mode 1
cont23=[]; % Taux d'envoi de la machine 1/2 au mode cadenassage
cont31=[]; % Retour a la production de la machine 1/2 après cadenassage sans
réparation
cont41=[]; % Retour a la production machine 1/2 après cadenassage et réparation
cont72=[]; % retour a la production suite a réparation avec cadenassage
cont83=[]; % Retour a la production de la machine 1/2 après cadenassage sans
réparation
cont84=[]; % Retour a la production de la machine 1/2 après cadenassage sans
réparation
cont94=[]; % Retour a la production de la machine 1/2 après cadenassage sans
réparation

VV=[];
UU1=[];
UU2=[];
UU3=[];
UU4=[];
UU5=[];

VP1M=[];
VP2M=[];
VP3M=[];
VP4M=[];

VP5M=[];
VP6M=[];
VP7M=[];
```

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

```
VP8M=[];
VP9M=[];

xx1=[];
UU1(1)=0;
UU1(2)=d/2;
UU1(3)=Um;
UU2(1)=0;
UU2(2)=d/2;
UU2(3)=Um;
UU3(1)=q13_maximal; % envoi cadenassage
UU3(2)=q13_minimal;
UU4(1)=q31_maximal; % transition cadenassage sans réparation vers production
UU4(2)=q31_minimal;
UU5(1)=q41_maximal; % transition cadenassage avec réparation vers production
UU5(2)=q41_minimal;

Vp1=zeros(Nx1);
Vp2=zeros(Nx1);
Vp3=zeros(Nx1);
Vp4=zeros(Nx1);
Vp5=zeros(Nx1);
Vp6=zeros(Nx1);
Vp7=zeros(Nx1);
Vp8=zeros(Nx1);
Vp9=zeros(Nx1);
Va1=zeros(Nx1);
Va2=zeros(Nx1);
Va3=zeros(Nx1);
```

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

```
Va4=zeros(Nx1);
Va5=zeros(Nx1);
Va6=zeros(Nx1);
Va7=zeros(Nx1);
Va8=zeros(Nx1);
Va9=zeros(Nx1);

it=0; precis=0.001;
Err=100000; %pour while err > precis

for i=1:Nx1
    cont11(i)=0; % taux de production de la machine 1 au mode 1
    cont12(i)=0; % taux de production de la machine 1 au mode 2
    cont13(i)=0; % taux de production de la machine 1 au mode 3
    cont14(i)=0; % taux de production de la machine 1 au mode 4
    cont72(i)=0; % réparation avec cadenassage, mode 7
    cont83(i)=0; % Retour a la production de la machine 1/2 après cadenassage sans
réparation
    cont84(i)=0; % réparation avec cadenassage mode 8
    cont94(i)=0; % Retour a la production de la machine 1/2 après cadenassage sans
réparation

    cont21(i)=0; % taux de production de la machine 2 au mode 1
    cont23(i)=0; % envoi en cadenassage au mode 1
    cont31(i)=0; % intervention nécessitant le cadenassage
    cont41(i)=0; % réparation nécessitant cadenassage
end

c1max=0;  c1min=5e+10;
```

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

```
while Err > précis  %boucle d'itération
   Er=0;
   C1MAXIMAL=0;  C1MINIMAL=5e+10;
   it=it+1;
   %
   %  Policy evaluation
   %
   for i=1:Nx1
      x1=x1inf+(i-1)*hx1;
      xx1(i)=x1;
     u11=cont11(i);
     u12=cont12(i);
     u13=cont13(i);
     u14=cont14(i);
     u72=cont72(i);
     u83=cont83(i);
     u84=cont84(i);
     u94=cont94(i);
     u21=cont21(i);
     u23=cont23(i);
     u31=cont31(i);
     u41=cont41(i);
[Va11 Va21 Va31 Va41 Va51 Va61 Va71 Va81
Va91]=m2p1_coutbcad(i,x1,hx1,u11,u12,u13,u14,u21,...

u23,u31,u41,u72,u83,u84,u94,q12,q14,q21,q25,q27,q36,q47,q38,q48,q49,q52,q63,q74,
Vp1,...
   Vp2,Vp3,Vp4,Vp5,Vp6,Vp7,Vp8,Vp9,d,Nx1,rho,c1p,c1m,cr,cc,cr1,cr2);
```

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

```
Va1(i)=Va11;
Va2(i)=Va21;
Va3(i)=Va31;
Va4(i)=Va41;
Va5(i)=Va51;
Va6(i)=Va61;
Va7(i)=Va71;
Va8(i)=Va81;
Va9(i)=Va91;

  if abs(Va1(i)-Vp1(i))>C1MAXIMAL
    C1MAXIMAL=abs(Va1(i)-Vp1(i));
  end
    if abs(Va1(i)-Vp1(i))< C1MINIMAL
      C1MINIMAL=abs(Va1(i)-Vp1(i));
    end
      if abs(Va2(i)-Vp2(i))>C1MAXIMAL
        C1MAXIMAL=abs(Va2(i)-Vp2(i));
      end
        if abs(Va2(i)-Vp2(i))<C1MINIMAL
          C1MINIMAL=abs(Va2(i)-Vp2(i));
        end
          if abs(Va3(i)-Vp3(i))>C1MAXIMAL
            C1MAXIMAL=abs(Va3(i)-Vp3(i));
          end
            if abs(Va3(i)-Vp3(i))<C1MINIMAL
              C1MINIMAL=abs(Va3(i)-Vp3(i));
            end
```

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

```
if abs(Va4(i)-Vp4(i))>C1MAXIMAL
   C1MAXIMAL=abs(Va4(i)-Vp4(i));
end
   if abs(Va4(i)-Vp4(i))< C1MINIMAL
      C1MINIMAL=abs(Va4(i)-Vp4(i));
   end

      if abs(Va5(i)-Vp5(i))>C1MAXIMAL
         C1MAXIMAL=abs(Va5(i)-Vp5(i));
      end
         if abs(Va5(i)-Vp5(i))< C1MINIMAL
            C1MINIMAL=abs(Va5(i)-Vp5(i));
         end
      if abs(Va6(i)-Vp6(i))>C1MAX
         C1MAX=abs(Va6(i)-Vp6(i));
      end
   if abs(Va6(i)-Vp6(i))<C1MIN
      C1MIN=abs(Va6(i)-Vp6(i));
   end
if abs(Va7(i)-Vp7(i))>C1MAX
   C1MAXIMAL=abs(Va7(i)-Vp7(i));
end
if abs(Va7(i)-Vp7(i))<C1MIN
   C1MIN=abs(Va7(i)-Vp7(i));
end

if abs(Va8(i)-Vp8(i))>C1MAX
   C1MAX=abs(Va8(i)-Vp8(i));
```

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

```
            end
          if abs(Va8(i)-Vp8(i))< C1MIN
            C1MIN=abs(Va8(i)-Vp8(i));
          end
        if abs(Va9(i)-Vp9(i))>C1MAX
         C1MAX=abs(Va9(i)-Vp9(i));
        end
      if abs(Va9(i)-Vp9(i))< C1MINIMAL
        C1MINIMAL=abs(Va9(i)-Vp9(i));
      end

end  % end de for i=1: policy evaluation

vmin=(rho/(1-rho))*C1MIN;
vmax=(rho/(1-rho))*C1MAX;
Err=abs(vmin-vmax)
  Vp1=Va1;
  Vp2=Va2;
  Vp3=Va3;
  Vp4=Va4;
  Vp5=Va5;
  Vp6=Va6;
  Vp7=Va7;
  Vp8=Va8;
  Vp9=Va9;
  % policy improvement
  %
  V1_op=5e+10;
  V2_op=5e+10;
```

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

```
V3_op=5e+10;
V4_op=5e+10;

V5_op=5e+10;
V6_op=5e+10;
V7_op=5e+10;
V8_op=5e+10;
V9_op=5e+10;

for i=1:Nx1
   VP1M=1000000;
   VP2M=1000000;
   VP3M=1000000;
   VP4M=1000000;

   VP5M=1000000;
   VP6M=1000000;
   VP7M=1000000;
   VP8M=1000000;
   VP9M=1000000;

   x1=x1inf+(i-1)*hx1;
   xx1(i)=x1;
   for c1=1:3 % mode 1
      u11=UU1(c1); % machine 1

      for c2=1:3
        u21=UU2(c2);% machine 2

          for c3=1:3  % mode 2
           u12=UU1(c3); %  machine 1 opérationnelle, machine 2 en panne sans
                cadenassage
```

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

```
for c4=1:3 % mode 3
u13=UU1(c4); % machine 1 opérationnelle

for c5=1:3 % mode 3 machine
   u14=UU1(c5);  % machine 1 opérationnelle

for c6=1:2      % mode 4
   u23=UU3(c6); % machine 1 opérationnelle,

   for c7=1:2 % mode 6
      u31=UU4(c7); % machine 1 en panne, machine 2 envoyé en
           cadenassage sans réparation

      for c8=1:2
         u41=UU5(c8); % retour production après cadenassage sans
            réparation

         for c9=1:2
            u72=UU5(c9);

            for c10=1:2  % mode 7
            u83=UU5(c10); % machine 2 en cadenassage/réparation

               for c11=1:2  % mode 7
                  u84=UU4(c11); % machine 2 en cadenassage/réparation

                  for c12=1:2  % mode 7
                     u94=UU5(c12); % machine 2 en cadenassage/réparation


[Va11 Va21 Va31 Va41 Va51 Va61 Va71
Va81]=m2p1_coutbcad(i,x1,hx1,u11,u12,u13,u14,u21,...
u23,u31,u41,u72,u83,u84,u94,q12,q14,q21,q25,q27,q36,q47,q38,q48,q49,q52,q63,q74,
Vp1,...
   Vp2,Vp3,Vp4,Vp5,Vp6,Vp7,Vp8,Vp9,d,Nx1,rho,c1p,c1m,cr,cc,cr1,cr2);

      if Va11 < VP1M
         VP1M = Va11;
         cont11(i)=u11; % machine 1 au mode 1
         cont21(i)=u21; % machine 2 au mode 1
         cont23(i)=u23; %envoi en cadenassage

      end
```

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

```
if Va21 < VP2M
   VP2M = Va21;
   cont12(i)=u12; % machine 1 au mode 2
end

if Va31 < VP3M
   VP3M = Va31;
   cont13(i)=u13; % machine 1 au mode 3
   cont31(i)=u31; % machine  2 au mode cadenassage inspection
end

if Va41 < VP4M
   VP4M = Va41;
   cont14(i)=u14; % machine 1 au mode 4
   cont41(i)=u41; % machine 2 en cadenassage avec réparation
end

if Va51 < VP5M
   VP5M = Va51;
end

if Va61 < VP6M
   VP6M = Va61;
end

if Va71 < VP7M
   VP7M = Va71;
   cont72(i)=u72;
end

if Va81 < VP8M
   VP8M = Va81;
   cont83(i)=u83; % envoi machine 1 au mode cadenassage sans réparation
   cont84(i)=u84;
end
if Va91 < VP9M
   VP9M = Va91;
   cont94(i)=u94;
end

   if Va11 <V1_op
      V1_op=Va11;
      X1_op=x1;
   end
```

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

```
if Va21 <V2_op
   V2_op=Va21;
   X2_op=x1;
end

 if Va31 <V3_op
   V3_op=Va31;
   X3_op=x1;
end
if Va41 <V4_op
   V4_op=Va41;
   X4_op=x1;
end

if Va51 <V5_op
   V5_op=Va51;
   X5_op=x1;
end

 if Va61 <V6_op
   V6_op=Va61;
   X6_op=x1;
end

 if Va71 <V7_op
   V7_op=Va71;
   X7_op=x1;
end
if Va81 <V8_op
   V8_op=Va81;
   X8_op=x1;
end

   if Va91 <V9_op
   V9_op=Va91;
   X9_op=x1;
end

  end  % for c2
 end  % for c2
end  % for c2
end  % for c2
end  % for c2
end  % for c2
```

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

```
        end  % for c2
       end  % for c2
      end
     end


    end  % for c2
   end  % for c1

     Va1(i)=VP1M;
     Va2(i)=VP2M;
     Va3(i)=VP3M;
     Va4(i)=VP4M;
     Va5(i)=VP5M;
     Va6(i)=VP6M;
     Va7(i)=VP7M;
     Va8(i)=VP8M;
     Va9(i)=VP9M;
   end   % for i=x1 policy improv.
end % iteration while

Hedging_point1 =X1_op
Hedging_point2 =X2_op
Hedging_point3 =X3_op
Hedging_point4 =X4_op

Hedging_point5 =X5_op
Hedging_point6 =X6_op
Hedging_point7 =X7_op
Hedging_point8 =X8_op
Hedging_point9 =X9_op

V11=V1_op
V12=V2_op
V13=V3_op
V14=V4_op
V22=V5_op
V23=V6_op
V24=V7_op
V34=V8_op
V44=V9_op

Cout_moyen=NU(1)*V1_op + NU(2)*V2_op + NU(3)*V3_op +
NU(4)*V4_op+NU(5)*V5_op+NU(6)*V6_op+NU(7)*V7_op+NU(8)*V8_op
```

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

```
plot(xx1,Va1,'r',xx1,Va2,'b',xx1,Va3,'g',xx1,Va4,'y',xx1,Va5,'r',xx1,Va6,'b',xx1,Va7,'g',
xx1,Va8,'y',Va8,'o' )
figure(2)
plot(xx1,Va1)
xlabel ('x')
ylabel('v(1,x)')
title ('Value function at mode 1')
grid on

figure(3)
plot(xx1,Va2)
xlabel ('x')
ylabel('v(2,x)')
title ('Value function at mode 2')
grid on

figure(4)
plot(xx1,Va3)
xlabel ('x')
ylabel('v(2,x)')
title ('Value function at mode 3')
grid on

figure(5)
plot(xx1,Va4)
xlabel ('x')
ylabel('v(2,x)')
title ('Value function at mode 4')
grid on

figure(6)
plot(xx1, cont11+cont21)
xlabel ('x')
ylabel('u1(1,x)')
title('Production rate, M1 and M2 at mode 1')
grid on

figure(7)
plot(xx1, cont12)
xlabel ('x')
ylabel('u12(2,x)')
title('Production rate, M1 at mode 2')
grid on
```

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

```
figure(8)
plot(xx1, cont13)
xlabel ('x')
ylabel('u13(2,x)')
title('Production rate, M1 at mode 3')
grid on

figure(9)
plot(xx1, cont14)
xlabel ('x')
ylabel('u14(2,x)')
title('Production rate, M1 at mode 4')
grid on

figure(10)
plot(xx1, cont23)
xlabel ('x')
ylabel('u23(2,x)')
title('Decision of lockout for inspection')
grid on

figure(11)
plot(xx1, cont31)
xlabel ('x')
ylabel('u31(2,x)')
title('Inspection of the machine')
grid on

figure(12)
plot(xx1, cont41)
xlabel ('x')
ylabel('u41(2,x)')
title('Lockout and repair (mode 4)')
grid on
figure(13)
plot(xx1, cont72)
xlabel ('x')
ylabel('u72(2,x)')
title('Lockout and Repair , mode 7')
grid on

figure(14)
plot(xx1, cont84)
```

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

```
xlabel ('x')
ylabel('u84(2,x)')
title('lockout and Repair, mode 8')
grid on

figure(15)
plot(xx1, cont83)
xlabel ('x')
ylabel('u83(2,x)')
title('Lockout and Repair , mode 7')
grid on

figure(16)
plot(xx1, cont94)
xlabel ('x')
ylabel('u94(2,x)')
title('lockout and Repair, mode 8')
grid on
```

2.2 Présentation du modèle M2P1

```
%Processus stochastique une machine
(faisabilité)M1P2+cadenassage
hx1=0.5;    %pas suivant x
Um=0.27;    % taux de production maximal
q12=1/40;    %taux de panne
q21=1/6.5;
q13_max=1/75;   % taux de réparation
q13_min=1/80;   % taux de réparation
q31_max=1/8;
q31_min=1/10;
q14=1/100;
q41_max=1/8;
q41_min=1/12;
q25=q12;
q27=q14;
q36=q12;
q38=q14;
q83_max=q41_max;
q83_min=q41_min;
q47=q12;
q49=q14;
```

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

```
% q49=q14;
q52=q21;
q63=q21;
q72_max=q41_max;
q72_min=q41_min;
q74=q21;
q48=0;
q84=0;
% q84_max=q31_max;
% q84_min=q31_min;

q94_max=q41_max;
q94_min=q41_min;

q15=0; q16=0; q17=0; q18=0; q19=0;
q23=0; q24=0; q26=0; q28=0; q29=0;
q32=0; q34=0; q35=0; q37=0; q39=0;
q42=0; q43=0; q45=0; q46=0; q48=0;
q51=0; q53=0; q54=0; q56=0; q57=0; q58=0; q59=0;
q61=0; q62=0; q64=0; q65=0; q67=0; q68=0; q69=0;
q71=0; q73=0; q75=0; q76=0; q78=0; q79=0;
q81=0; q82=0; q85=0; q86=0; q87=0; q89=0;
q91=0; q92=0; q93=0; q95=0; q96=0; q97=0; q98=0;
d=0.2 ;      %taux de demande
rho=0.01;
c1p=1;  % pénalise le stock positif
c1m =60; % pénalise le stock négatif
cr=50;  % pénalise le coût de réparation de la machine
cc=1;  % pénalise l'envoi en cadenassage
cr1=2; % pénalise l'intervention lors de l'envoi en
cadenassage
cr2=60; % pénalise l'intervention lorsqu'on est obligé de
verrouiller pour réparer

V11 =546.9584
V12 =609.0272
V13 =581.0882
V14 =618.1195
V22 =671.3501
V23 =645.0674
V24 =663.2365
V34 =670.2607
V44 =2.5672e+003
Cout_moyen =563.9761
```

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

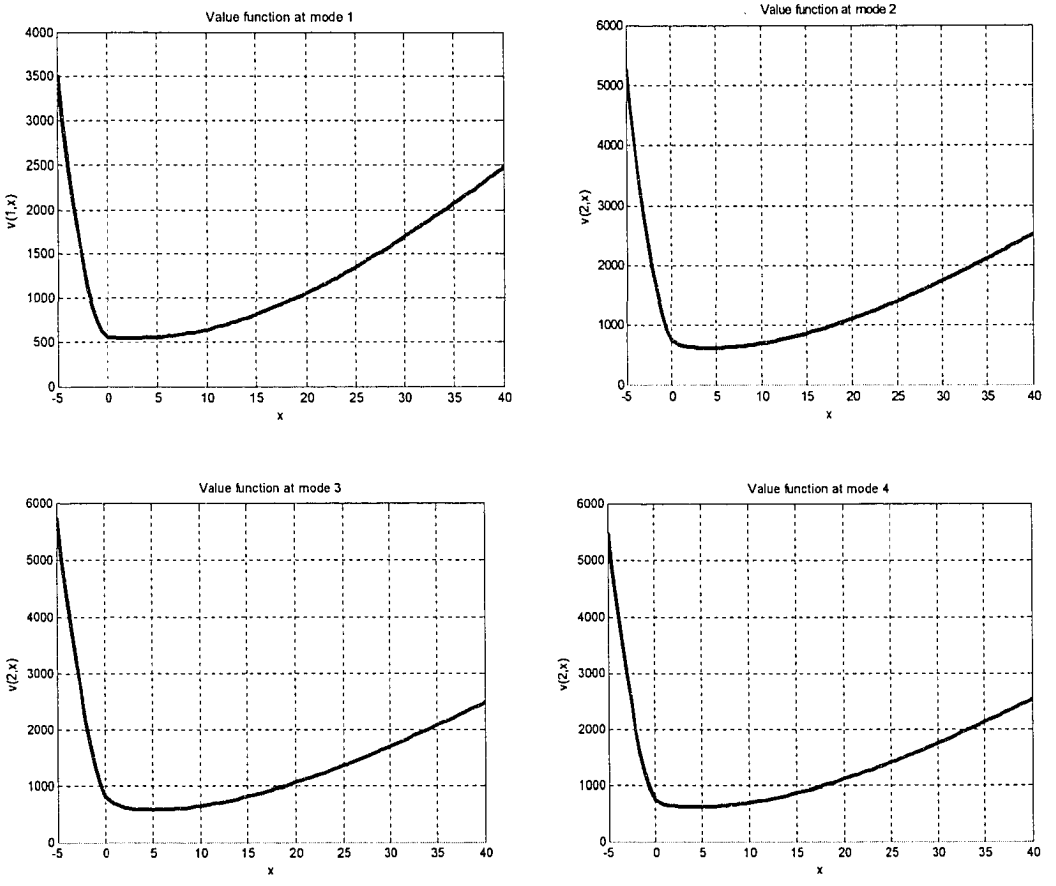


Figure44 Graphes de la fonction coût

Les graphiques de la figure 44 représentent les fonctions valeurs aux différents modes de la machine.

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

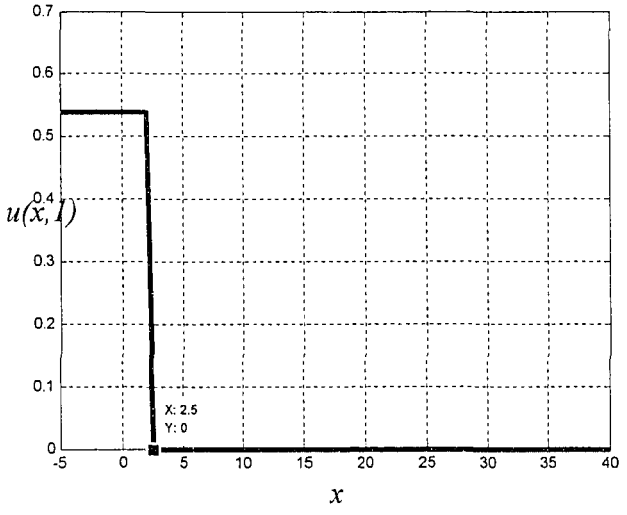


Figure 45 Taux de production au mode 1 (deux machines opérationnelles)

Les deux machines étant opérationnelles, si l'inventaire est inférieur au niveau optimal on produit au taux maximal des deux machines, s'il le dépasse on ne produit pas.

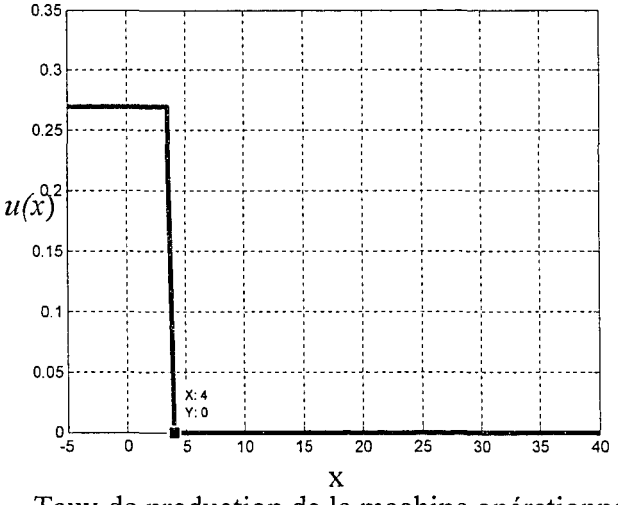


Figure 46 Taux de production de la machine opérationnelle au mode 2

Au mode 2 une machine est opérationnelle, l'autre est en réparation sans cadenassage. Le niveau d'inventaire dans ce cas est supérieur à celui du mode 1 (deux machines

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

opérationnelles). La politique de production est du type seuil critique. Si l'inventaire dépasse le seuil optimal $z^* = 4$, on ne produit pas dans le cas contraire on produit (la machine opérationnelle) au taux maximal.

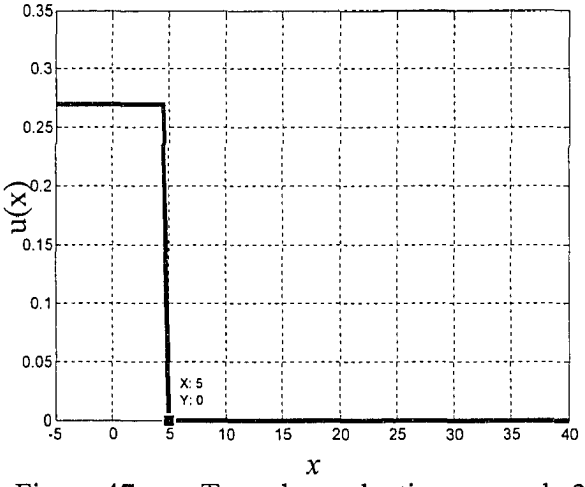


Figure 47 Taux de production au mode 3

Au mode 3 une machine est opérationnelle, on intervient sur l'autre. Le cadenassage est nécessaire à cette opération.

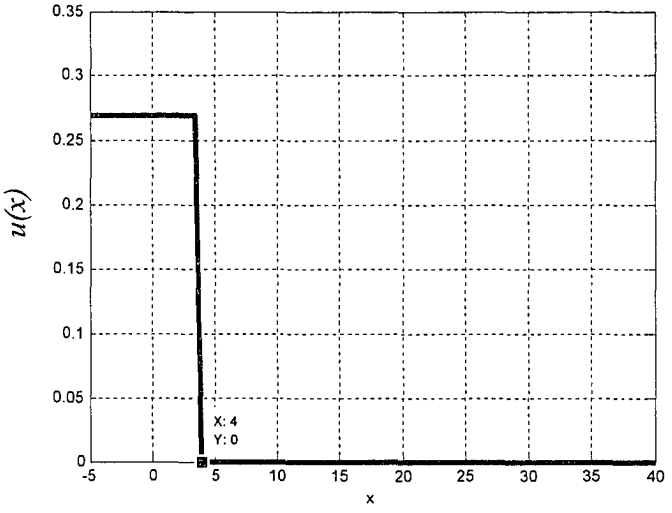


Figure 48 Taux de production au mode 4

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

Au mode 4, l'une des deux machines est en réparation. La politique suggère le taux de réparation en fonction de l'inventaire.

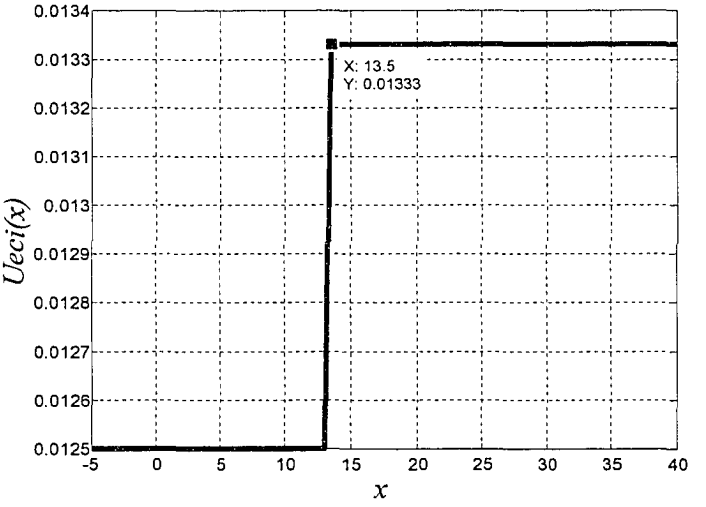


Figure 49 Taux d'envoi en cadenassage (mode 1)

Au mode 1, si l'inventaire est inférieur à 13.5 on envoie la machine en cadenassage au taux minimal, s'il est supérieur à 13.5 on l'envoie au taux maximal. On fait le même raisonnement que dans le cas précédent, l'envoi de la machine au taux minimal correspond à ne pas l'envoyer tout de suite, le temps de produire quelques pièces.

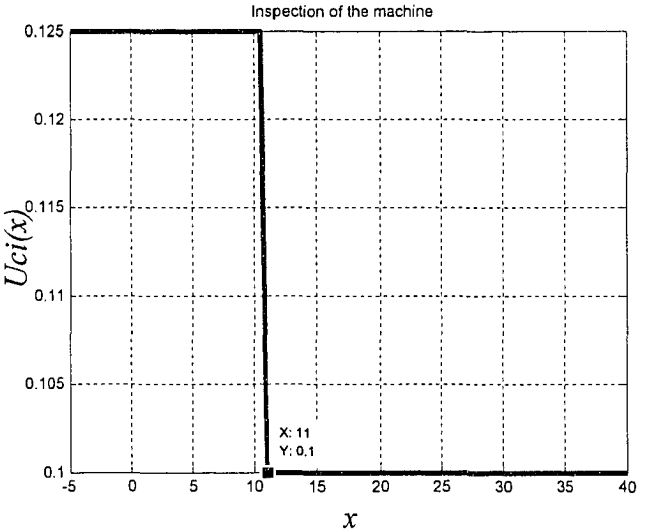


Figure 50 Inspection en fonction de l'inventaire

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

Si l'inventaire dépasse 11 on fait l'inspection au taux minimal, dans le cas contraire on le fait au taux maximal. (mode 3)

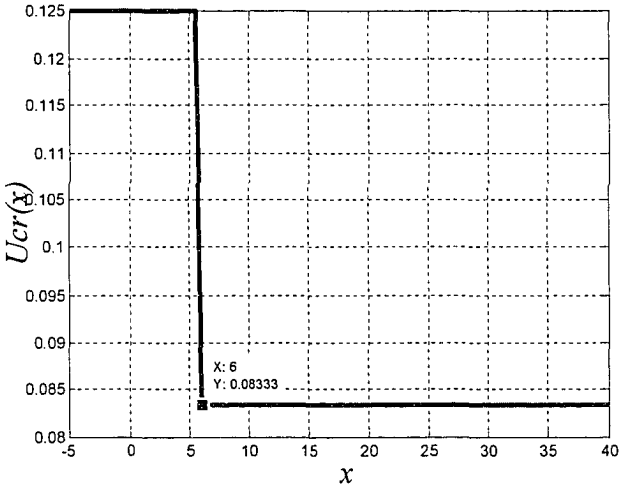


Figure 51 Taux de réparation/cadenassage au mode 4

La politique de réparation suggère de réparer la machine au taux maximal si l'inventaire est inférieur à 6 et de faire cette opération au taux minimal s'il est supérieur à 6.

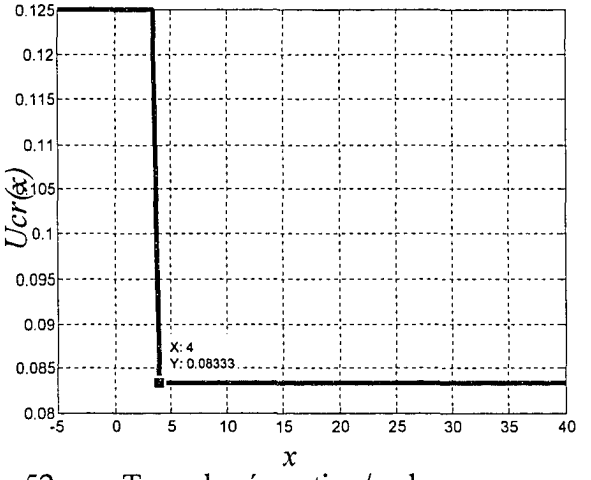


Figure 52 Taux de réparation/cadenassage au mode 7

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

Au mode 7 les deux machines sont en réparation. L'une en réparation avec cadenassage, l'autre sans cadenassage. Selon le diagramme des taux de transition à partir de ce mode on peut se rendre au mode 4 on répare la machine sans cadenassage, ou au mode 2 on répare la machine avec cadenassage. Dans une chaîne de Markov on ne peut pas avoir deux transitions à la fois. La figure 023, donne le taux de réparation pour le passage au mode 2, le taux de réparation sans cadenassage n'étant pas contrôlé.

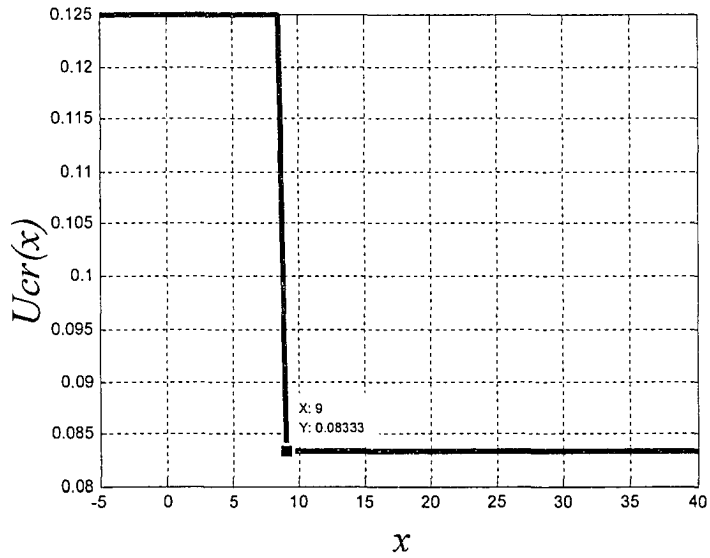


Figure 53 Taux de réparation/cadenassage (mode 8)

À partir du mode 8 on peut passer simplement au mode 3 en réparant la machine qui est en panne. Le cadenassage étant nécessaire pour cette opération, on répare au taux maximal si le niveau d'inventaire est inférieur à 9 et au taux minimal dans le cas contraire.

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

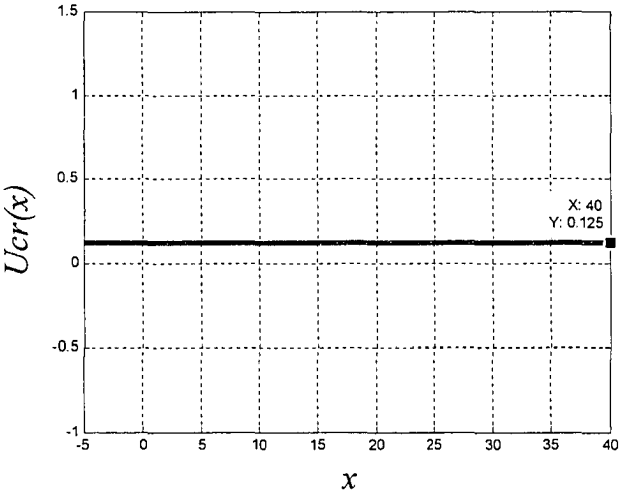


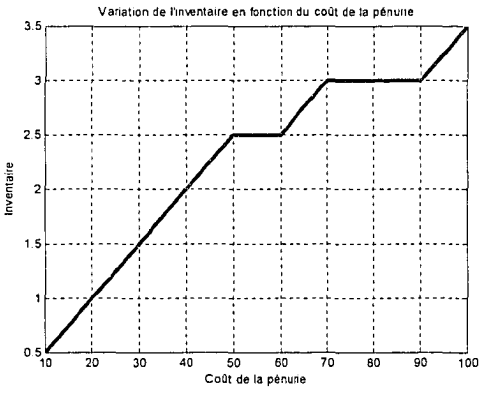
Figure 54 aux de réparation/cadenassage au mode 9

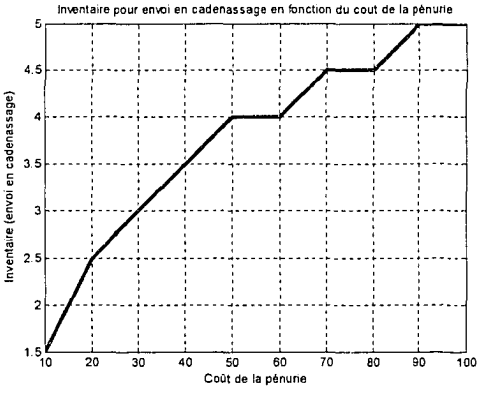
Enfin, au mode 9 les deux machines sont en pannes et le cadenassage est impératif . La politique de réparation suggère avec les paramètres du modèle de réparer au taux maximal quelque soit le niveau d'inventaire sur le domaine d'étude.

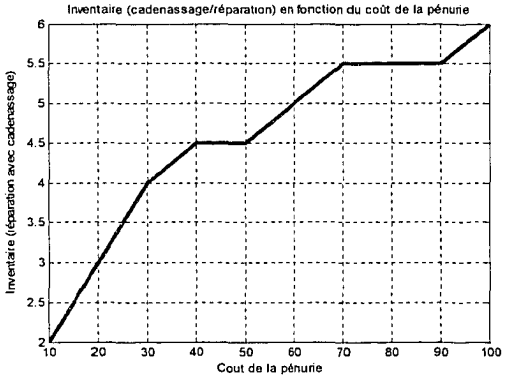
Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

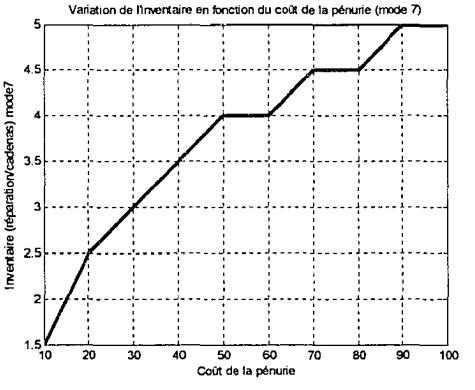
2.3 Résultats de l'analyse de sensibilité

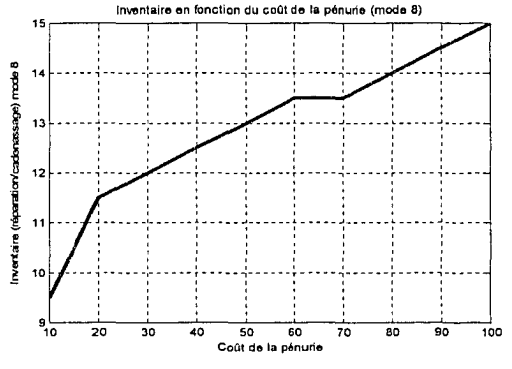
Dans cette section nous présentons les différents graphiques provenant de l'analyse de sensibilité. Ils montrent comment varient les stocks et les coûts aux différents modes quand on fait varier le coût de la pénurie.

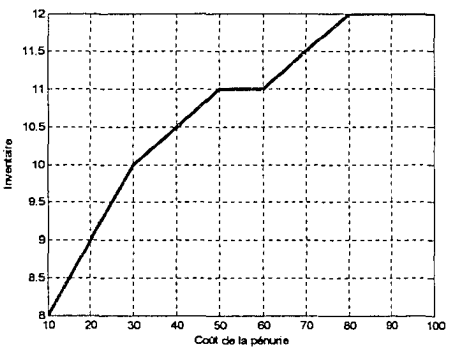












Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

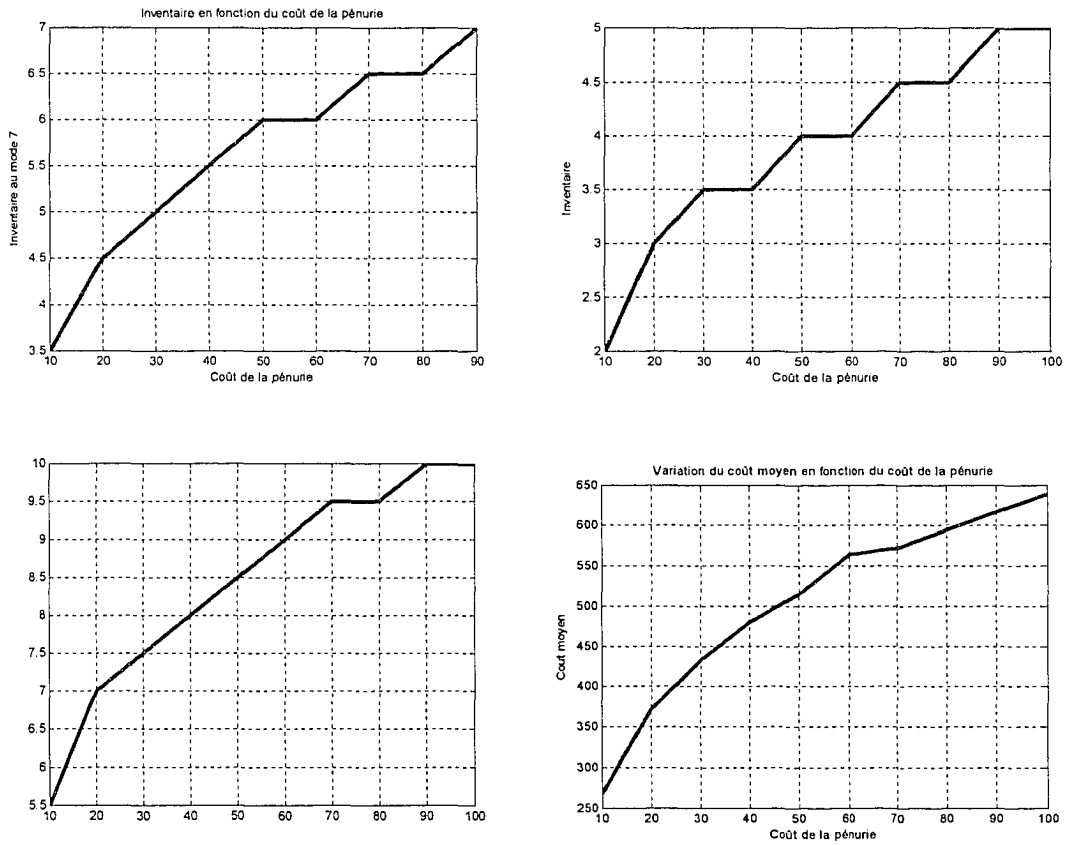


Figure 55 Variation des niveaux d'inventaire quand le coût de la pénurie varie

L'ensemble de ces graphiques montrent que le niveau de l'inventaire croit quand le coût de pénurie augmente.

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

BIBLIOGRAPHIE

Control of hazardous energy Lockout/ Tagout, U.S. Department of Labor (2002).

Adnène, H., Gharbi, A. et Kenné, J. P. (2004). "*Production and Setup Control of a Failure Prone Manufacturing System.*" International Journal of Production Research 42 (6): 1107-1130.

Akella, R., Ramakrishna & Kumar, P. R. (1986). "*Optimal control of production rate in a failure prone manufacturing system.*" IEEE transactions on automatic control 31 (2) : 116-126.

Aubert, B. A. & Bernard, J. G. (2004). *Mesure intégrée du risque dans les organisations*. Montréal, Les Presses de l'Université de Montréal.

Auberville, J. M. (2004). "*Maintenance industrielle, de l'entretien de base à l'optimisation de la sûreté.*" 57.

Beauchamp, A (1996). *Gérer le risque, vaincre la peur.* Montréal, Bellarmin

Bielecki, T. & Kumar P. R (1988). "*Optimality of Zero Inventory Policies for Unreliable Manufacturing Systems,*". Operations Research 36 (no. 4) : 532-541.

Boehm, B. (1989). "*Software Risk Management.*" IEEE Computer Society Press,.

Boukas, E. K. (1993). "*Control of Systems with Controlled Jump Markov Disturbances.*" Control Theory and advanced Technology 9 : 577-595.

Boukas, E. K. (1998). "*Hedging Point Policy Improvement.*" Journal of Optimization Theory and Applications 97 : 47-70.

Boukas, E. K. & Communal A. (2002). "*Production and corrective maintenaance planning control problem for failure prone manufacturing system.*" IEEE Transaction on Automatic Control, 47 (7) : 1167-1174

Boukas, E. K. & Haurie, A (1990). "*Manufacturing flow control and preventive maintenance: a stochastic control approach.*" IEEE transactions on automatic control **35**(no 9) : 1024 - 1031.

Boukas, E. K. & Kenné, J. P. (1997). "*Maintenance and production controlof manufacturing systems with setups*". Lecture in Applied mathematics, vol. 33 : 55 - 70.

Boukas, E. K. & Liu (2000), Z. K. "*Production and maintenance control for manufacturing systems.*" IEEE transactions on automatic control 46 (9): 1455 - 1460.

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

Bourbonnière, R. & Pâques J. J.. (2001). "*Amélioration de la sécurité des machines par l'utilisation des dispositifs de protection.*" Publication IRSST, fiche technique RF-280.

DENIS, Hélène, (1998)- *Comprendre et gérer les risques sociotechnologiques majeurs.* Montréal : Presses internationales Polytechnique, 1998.

Downey, R. E., Saunders, L. F. et al. (2001). *Lockout Energy control Placarding for Power Distribution Equipment.* IEEE Industry Applications Magazine: 33 - 39.

Krichagina, E. Lou, S. et al. (1994). "*Double Band Polling for Stochastic Manufacturing Systems in Heavy Traffic.*" Mathematics of Operations Research 19 : 560-596.

Elhafsi, M. & Bai S. X. (1997). "*Optimal and Near Optimal Control of Two Part type Stochastic Manufacturing System with Dynamic Setups.*" Operations Management 6 (4): 419 - 438.

FAA System Handbook, Ed. (2000). *Principles of systems safety*, chapter 3, December 2000.

Fleming, W. H., S. P. Sethi, et al. (1987). "*An Optimal Stochastic Production Planning Problem with Random Fluctuating Demand.*" SIAM J. Contr. Optimization Vol. 25 (6): 1494-1502.

G. Bitran, E. A. Hass, et al. (1986). "*Production Planning of Style Goods with High Set-up Costs and Forecast Revisions.*" Operations Research Vol. 34 : 226-236.

Gershwin, G. L. f. Manufacturing, et al. (1996). *Understanding the Impact of the Preventive maintenance.*

Gershwin, S. B. (1994). *Manufacturing Systems Engineering*. New Jersey, Prentice Hall, Englewood Cliffs,.

Gershwin, S. B. (2002). "*Manufacturing systems Engineering.*" 267.

J. B. Lasserre and C. Mercé (1990). "*Robust hierarchical production planning under uncertainty.*" Annals of Operations Research Vol. 26 : 73-87.

Jean Nollet, J. K., Mattio O. Diorio (1994). "*La gestion des opérations et de la production, une approche systémique." 163.*

Kenne & Gharbi (2000). "*Production planning problem in manufacturing systems with general failure and repair time distributions.*" Production planning and control 11 (no 6) : 581 - 588.

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

Kenné, J. P. (2003). "*Commande optimale stochastique appliquée à la gestion de production d'une unité de fabrication.*" Journal Européen des Systèmes Automatisés (JESA): 44 - 64.

Kenné, J. P. and e. E. K. Boukas (June 1997). "*Production and corrective maintenance planning problem of failure prone manufacturing system.*" Proceedings of the american control conference Albuquerque, New Mexico.

Kenné, J. P. and Boukas, E. K. (1998). *Optimal Control of the Production and Corrective Maintenance of a Multiple Machine Flowshop.* Les cahiers de GERARD. G-98-09.

Kimemia, J. and S. B. Gershwin (1983). "*An algorithm for the computer control of production in flexible manufacturing systems.*" IEEE transactions on automatic control 15: 353 - 362.

Kushner , H. J. and P. G. Dupuis Eds. (1992). *Numerical Methods for Stochastic Control Problems in Continuous Time.* SPRINGER, BERLIN

Liberopoulos, G. and M. Caramanis (1994). "*Production control of manufacturing systems with production rate dependent failure rates.*" IEEE transactions on automatic control 39(no. 4) : 889 - 895.

Lou, S., S. P. Sethi, et al. (1994). "*Optimal feedback production planning in a stochastic two machine flowshop.*" European Journal of Operational Research 73 : 331 - 345.

Lowrance, W. W., (1945) *Of acceptable Risk,* Science and the Determination of Safety, Copyright 1976 by William Kaufmann, Inc.

Matsuoka, S. & Muraki M. (2001). "*Computer aided planning for lockout/tagout program.*" Japan, process safety progress 20 (2) : 130 - 135.

Mercé, J. B. & al.(1990). "*Robust hierarchical production planning under uncertainty.*" Annals of Operations Research Vol. 26 : 73-87.

Mrinal Ghosh, A. A., Steven Marcus (1993). "*Optimal Control of Switching Diffusions with Application to Flexible Manufacturing Systems.*" Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics, Series A : Control SICON, Volume 31 (5).

Pérès, F. & Noyes, D. (2003). "*Evaluation of a maintenance strategy by the analysis of the rate of repair.*" Quality and reliability engineering international 19 : 129 - 148.

Presman, E., Sethi, S. et al. (1995). "*Optimal feedback production planning in a stochastic n machine flowshop.*" Elsevier science 31 (9) : 1325 - 1332.

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.

Rishel, R. (1975). "*Dynamic programming and minimum principles for systems with jump Markov disturbances.*" SIAM J. Contr. Optimization 13 (2) : 338 - 371.

Samaratunga, C., Sethi, S. P., and Zhou, X (1995). "*ComputationaL Evaluation of Hierarchical Production Control Policies for Stochastic Manufacturing Systems.*" Operations research. (12), 331-352.

S. B. Gershwin, R. A., et Y. F. Choong (1985). "*Short term production scheduling of an automated manufacturing facility.*" IBM Research development 29 (no 4).

Sethi S. P. & Thompson G. L. (1981). "*Simple Models in Stochastic Production Planning," In Applied Stochastic Control in Econometrics and Management Science.*" Bensoussan, A., Kleindorfer, P. and Tapiero, C. (eds.). North-Holland, Amsterdam: 295 - 304.

Sethi, S. P. & Zhang, Q. (1994). "*Hierarchical Decision Making in Stochastic Manufacturing Systems.*" Birkhäuser Boston, Cambridge, MA.

Sharifnia, A. (1988). "*Production control of a manufacturing system with multiple machine states.*" IEEE transactions on automatic control 33 (7) : 620 - 625.

Sridharan, V. & P. Mohanavadivu (1998). "*Some statistical characteristics of a repairable, stanby, human & machine system.*" IEEE transactions on reliability 47 (4) : 431 - 435.

Srivastsan, N. & e. Y. Dallery (1998). "*Partial Characterization of Optimal Hedging Point Polices in Unreliable Two-Part-Type* Manufacturing Systems." Operations Research 46 : 36 - 45.

Suri, G. J. O. a. R. (1980). *Time optimal of parts-routing in a manufacturing system with failure prone machines*. Conf. Decision control, Albuquerque N. M., IEEE.

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.