

ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE
UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

MÉMOIRE PRÉSENTÉ À
L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

COMME EXIGENCE PARTIELLE
À L'OBTENTION DE LA
MAÎTRISE EN GÉNIE DE LA PRODUCTION AUTOMATISÉE
M. ING.

PAR
NOUREDDINE AIZEL

COMPARAISON DE QUATRE MÉTHODES D'IDENTIFICATION D'UN MODÈLE
STATIQUE DE FROTTEMENT : SIMULATIONS ET EXPÉRIMENTATIONS

MONTREAL, LE 24 MARS 2005

(C) DROITS RÉSERVÉS DE NOUREDDINE AIZEL

CE MÉMOIRE A ÉTÉ ÉVALUÉ
PAR UN JURY COMPOSÉ DE :

M. Pascal Bigras, directeur de mémoire
Département de génie de la production automatisée à l'École de technologie supérieure

M. Ilian Bonev, président du jury
Département de génie de la production automatisée à l'École de technologie supérieure

M. Sylvain Lemieux, membre de jury
Département de génie de la production automatisée à l'École de technologie supérieure

IL A FAIT L'OBJET D'UNE SOUTENANCE DEVANT JURY ET PUBLIC
LE 24 MARS 2005
À L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

COMPARAISON DE QUATRE MÉTHODES D'IDENTIFICATION D'UN MODÈLE STATIQUE DE FROTTEMENT : SIMULATIONS ET EXPÉRIMENTATIONS

Noureddine Aizel

SOMMAIRE

Les systèmes de contrôle d'aujourd'hui ne cessent d'exiger des compensateurs plus robustes, utilisant des méthodes d'identification plus performantes. Dans ce contexte, nous avons fait une étude comparative de quatre méthodes d'identification, basées principalement sur des modèles statiques de frottement. Les estimateurs non linéaires, construits à partir de ces modèles, sont soumis à quatre modèles de frottement dont l'un étant un modèle dynamique appelé modèle de LuGre. Ce travail a pour objectif, d'une part, d'étudier les performances et les limites de chaque estimateur vis-à-vis de ces modèles de frottement, et d'autre part, de soumettre le modèle de LuGre aux différents estimateurs, pour mettre en relief l'influence de sa dynamique interne, considérée comme une perturbation, sur l'estimation des paramètres statiques.

Les résultats obtenus ont confirmé la robustesse de chaque estimateur par rapport au modèle sur lequel sa structure est basée. Toutefois, quand le modèle appliqué est plus complexe, l'estimateur devient moins performant et, par conséquent, les erreurs de prédiction augmentent significativement. D'autres résultats de simulation corroborent l'importance de prendre en considération les valeurs attribuées aux paramètres constituant la dynamique interne du modèle de LuGre. En effet, ces valeurs influent considérablement sur l'estimation des coefficients statiques. Ainsi, plus ces valeurs sont importantes, plus sa dynamique interne devient rigide, réduisant ainsi la différence entre le modèle de LuGre et le modèle statique de Stribeck. Finalement, des résultats expérimentaux obtenus sur un banc d'essais expérimental sont aussi exposés et discutés.

COMPARAISON OF FOUR METHODS OF IDENTIFICATION OF STATIC FRICTION MODEL: SIMULATIONS AND EXPERIMENTS

Noureddine Aizel

ABSTRACT

Nowadays, control systems require more robust compensators, using more powerful methods of identification. With this in mind, we have brought up a comparative study of four methods of identification, mainly based on static friction models. The nonlinear estimators, built from these models, are subjected to four friction models, one of which, being a dynamic model named LuGre. The present work partly aims to study the performances and the limits of each estimator towards these friction models, and for the other part, to submit only the LuGre model to these various estimators in order to emphasize the influence of its internal dynamic, which is considered as a disturbance on the estimation of the static parameters.

The results obtained have confirmed the robustness of each estimator in comparison with the model on which its structure is based on. However, when the applied model is more complex, the estimator becomes less accurate. Consequently, the errors of prediction increase significantly. Other simulation results have corroborated the importance of taking into account the values allotted to the parameters that constitute the internal dynamics of the LuGre model. Indeed, these values have a considerable influence on the estimation of the static coefficient. Thus, the more important these values are, the more rigid its internal dynamic becomes, reducing the difference between the LuGre model and the static Stribeck model. Finally, the experimental results obtained on a test bench are presented and discussed.

REMERCIEMENTS

Au terme de ma formation de maîtrise en génie de la production automatisée, je tiens à exprimer ma profonde gratitude et mes sincères remerciements aux responsables de l'école de technologie supérieure qui m'ont donné l'occasion et l'opportunité d'étudier au sein de leur florissante école qui ne cesse de faire preuve de génie et d'audace.

Je tiens aussi à remercier en particulier mon directeur Pascal Bigras, professeur au département de génie de la production automatisée, pour avoir accepté de diriger et de mener à bien ce sujet en me supportant tout au long de celui-ci. Sa disponibilité et son écoute permanente m'ont permis de tirer profit de son savoir faire si enrichissant.

Également je remercie tous les membres du jury qui ont accepté de juger et d'évaluer ce travail que j'espère sera d'un grand profit pour ceux qui veulent continuer dans ce domaine intéressant.

Mes remerciements vont particulièrement à ma chère famille et à mes amis : Jamal Meghrous et Said Grami pour leurs précieux conseils, supports permanents et encouragements continuels. Aussi, ma gratitude va à toutes les personnes qui de près ou de loin m'ont accordé un peu de leurs temps pour la réalisation de ce mémoire.

TABLE DES MATIÈRES

Page

REMERCIEMENTS	iii
TABLE DES MATIÈRES	iv
LISTE DES TABLEAUX.....	vi
LISTE DES FIGURES.....	vii
LISTE DES PRINCIPALES ABRÉVIATIONS ET SIGLES	x
INTRODUCTION	1
CHAPITRE 1 REVUE DE LA LITTÉRATURE	4
1.1 Introduction.....	4
1.2 Modèles statiques de frottement	4
1.3 Identification des modèles statiques de frottement.....	5
1.4 Modèles dynamiques de frottement.....	8
CHAPITRE 2 MODELISATION DES FROTTEMENTS	11
2.1 Introduction.....	11
2.2 Modèles de frottement	12
2.2.1 Modèles statiques de frottement.....	12
2.2.1.1 Modèles classiques.....	13
2.2.1.2 Modèle de Karnopp.....	18
2.2.2 Modèles de frottement dynamiques	19
2.2.2.1 Régimes dynamiques de la lubrification	20
2.2.2.2 Modèle de frottement de Dahl.....	27
2.2.2.3 Modèles de frottement de Bliman et Sorine.....	29
2.2.2.4 Modèle de frottement de LuGre.....	30
CHAPITRE 3 ESTIMATEURS ADAPTATIFS NON LINÉAIRES	34
3.1 Introduction.....	34
3.2 Estimateurs	34
3.2.1 Estimateur basé sur le modèle de Coulomb (EMC).....	35
3.2.1.1 Preuve de stabilité de l'estimateur EMC.....	37
3.2.2 Estimateur basé sur le modèle de Coulomb plus visqueux (EMCV)....	40
3.2.2.1 Preuve de stabilité de l'estimateur EMCV	42
3.2.3 Estimateur par l'observateur d'état (EOE).....	45
3.2.3.1 Preuve de stabilité de l'estimateur EOE	47
3.2.4 Estimateur utilisant la méthode des moindres carrés (EMMC)	49
3.2.4.1 Preuve de stabilité de l'estimateur EMMC	52

CHAPITRE 4	EXPÉRIMENTATIONS ET RÉSULTATS	55
4.1	Introduction.....	55
4.2	Description du banc d'essais expérimental.....	55
4.2.1	Fonctionnement du dispositif expérimental	57
4.3	Simulations	58
4.3.1	Choix du signal d'entrée	59
4.3.2	Paramètres de simulation	60
4.4	Protocole de comparaison.....	61
4.4.1	Résultats de simulations des modèles de frottement.....	62
4.4.2	Résultats de simulations des estimateurs de frottement.....	64
4.4.2.1	Estimateur basé sur le modèle de Coulomb (EMC).....	65
4.4.2.2	Estimateur basé sur le modèle de Coulomb plus visqueux (EMCV)....	67
4.4.2.3	Estimateur par l'observateur d'état (EOE).....	70
4.4.2.4	Estimateur utilisant la méthode des moindres carrés (EMMC)	73
4.4.3	Simulations des estimateurs de frottement en changeant les paramètres dynamiques du modèle de LuGre.....	76
4.4.3.1	Estimation des paramètres statiques en diminuant les valeurs des coefficients dynamiques.....	78
4.4.3.2	Estimation des paramètres statiques en augmentant les valeurs des coefficients dynamiques.....	81
4.5	Essais expérimentaux et résultats obtenus	85
4.5.1	Estimation des coefficients statiques en appliquant le frottement réel .	85
4.6	Tableau récapitulatif et interprétations des résultats	88
4.6.1	Interprétation des performances de l'estimateur EMC	91
4.6.2	Interprétation des performances de l'estimateur EMCV	92
4.6.3	Interprétation des performances de l'estimateur EOE	93
4.6.4	Interprétation des performances de l'estimateur EMMC.....	94
4.7	Conclusion	95
CONCLUSION		97
ANNEXES :		
1.	Traductions des termes techniques	100
2.	Schémas blocs des différents estimateurs.....	103
RÉFÉRENCES		106

LISTE DES TABLEAUX

	Page
Tableau I	Valeurs attribuées aux paramètres et à la masse.....61
Tableau II	Erreurs $E_{\text{crête}}$ et E_{RMS} estimées en utilisant l'estimateur EMC67
Tableau III	Erreurs $E_{\text{crête}}$ et E_{RMS} estimées en utilisant l'estimateur EMCV70
Tableau IV	Erreurs $E_{\text{crête}}$ et E_{RMS} estimées en utilisant l'estimateur EOE73
Tableau V	Erreurs $E_{\text{crête}}$ et E_{RMS} estimées en utilisant l'estimateur EMMC.....76
Tableau VI	Diminution des valeurs dynamiques de σ_0 et σ_178
Tableau VII	Erreurs $E_{\text{crête}}$ et E_{RMS} relatives au modèle de LuGre ($\sigma_0 = 10^3 \text{ N/m}$ et $\sigma_1 = 10^2 \text{ Ns/m}$).....81
Tableau VIII	Augmentation des valeurs dynamiques de σ_0 et σ_182
Tableau IX	Erreurs $E_{\text{crête}}$ et E_{RMS} relatives au modèle de LuGre ($\sigma_0 = 10^7 \text{ N/m}$ et $\sigma_1 = 10^4 \text{ Ns/m}$)85
Tableau X	Erreurs $E_{\text{crête}}$ et E_{RMS} relatives au frottement réel en considérant les quatre estimateurs88
Tableau XI	Tableau récapitulatif des erreurs $E_{\text{crête}}$ et E_{RMS} relatives aux modèles de frottement.....89
Tableau XII	Abréviations attribuées aux différents modèles de frottement90

LISTE DES FIGURES

	Page
Figure 1	Masse en mouvement 11
Figure 2	Modèle de frottement de Coulomb 14
Figure 3	Modèle de frottement statique 15
Figure 4	Caractéristiques frottement–force externe 16
Figure 5	Modèle de frottement de Coulomb plus le modèle visqueux 17
Figure 6	Modèle de frottement de Stribeck 18
Figure 7	Modèle de Karnopp 19
Figure 8	Vrai contact entre deux surfaces 20
Figure 9	Courbe de Stribeck 21
Figure 10	Deux surfaces en contact, a) surfaces au repos, 22
Figure 11	Préglissement 23
Figure 12	Force de décrochage en fonction du taux de variation de la force externe 24
Figure 13	Expérience de simulation du mouvement de collage-décollage 24
Figure 14	Résultats de simulation du mouvement collage-décollage 25
Figure 15	Phénomène d’hystérésis 27
Figure 16	Modèle de Dahl 28
Figure 17	Vue microscopique du frottement entre deux surfaces en contact 30
Figure 18	Système avec estimateur 35
Figure 19	Dispositif expérimental 56
Figure 20	Coupe longitudinale d’un vérin pneumatique 57
Figure 21	Système de simulation 58
Figure 22	Force externe en fonction du temps 59
Figure 23	Modèle de frottement de Coulomb 62
Figure 24	Modèle de frottement de Coulomb plus le modèle visqueux 63
Figure 25	Modèle de frottement de Stribeck 63

Figure 26	Modèle de frottement de LuGre	64
Figure 27	Estimation du coefficient de Coulomb par l'estimateur EMC	66
Figure 28	Estimation du coefficient de Coulomb par l'estimateur EMCV	69
Figure 29	Estimation du coefficient visqueux par l'estimateur EMCV	69
Figure 30	Estimation du coefficient de Coulomb par l'estimateur EOE	71
Figure 31	Estimation du coefficient visqueux par l'estimateur EOE	72
Figure 32	Estimation du coefficient statique par l'estimateur EOE.....	72
Figure 33	Estimation du coefficient de Coulomb par l'estimateur EMMC.....	74
Figure 34	Estimation du coefficient visqueux par l'estimateur EMMC	75
Figure 35	Estimation du coefficient statique par l'estimateur EMMC	75
Figure 36	Estimation du coefficient de Coulomb par les quatre estimateurs pour $\sigma_0 = 10^3 \text{ N/m}$ et $\sigma_1 = 10^2 \text{ Ns/m}$	79
Figure 37	Estimation du coefficient visqueux par les trois estimateurs pour $\sigma_0 = 10^3 \text{ N/m}$ et $\sigma_1 = 10^2 \text{ Ns/m}$	80
Figure 38	Estimation du coefficient statique par l'EOE et l'EMMC pour $\sigma_0 = 10^3 \text{ N/m}$ et $\sigma_1 = 10^2 \text{ Ns/m}$	80
Figure 39	Estimation du coefficient de Coulomb par les quatre estimateurs pour $\sigma_0 = 10^7 \text{ N/m}$ et $\sigma_1 = 10^4 \text{ Ns/m}$	83
Figure 40	Estimation du coefficient visqueux par les trois estimateurs pour $\sigma_0 = 10^7 \text{ N/m}$ et $\sigma_1 = 10^4 \text{ Ns/m}$	83
Figure 41	Estimation du coefficient statique par l'EOE et l'EMMC pour $\sigma_0 = 10^7 \text{ N/m}$ et $\sigma_1 = 10^4 \text{ Ns/m}$	84
Figure 42	Estimation du coefficient de Coulomb en considérant le modèle de frottement réel.....	86
Figure 43	Estimation du coefficient visqueux en considérant le modèle de frottement réel.....	87
Figure 44	Estimation du coefficient statique en considérant le modèle de frottement réel.....	87

Figure 45	Performances de l'estimateur EMC.....	91
Figure 46	Performances de l'estimateur EMCV.....	92
Figure 47	Performances de l'estimateur EOE.....	93
Figure 48	Performances de l'estimateur EMMC	94

LISTE DES PRINCIPALES ABRÉVIATIONS ET SIGLES

m	Masse, m
F_e	Force externe, N
F_{ef}	Force externe filtrée, N
F_N	Force normale, N
$f(\dot{x})$	Force de frottement, N
$\hat{f}(\dot{x})$	Force de frottement estimée, N
x	Position, m
$\dot{x}$	Vitesse, m/s
$\dot{x}_s$	Vitesse de Stribeck, m/s
$\ddot{x}$	Accélération, m/s ²
$\ddot{x}_f$	Accélération filtrée, m/s ²
μ_s	Coefficient de frottement statique, N
μ_v	Coefficient de frottement visqueux, Ns/m
μ_c	Coefficient de Coulomb, N
$\hat{\mu}_c$	Estimation du coefficient de Coulomb, N
$\dot{\hat{\mu}}_c$	Dérivée du coefficient de Coulomb estimé, N/s
$\tilde{\mu}_c$	Erreur d'estimation du coefficient de Coulomb, N
$\text{sgn}(\dot{x})$	Fonction signe de la vitesse
EMC	Estimateur basé sur le modèle de Coulomb
EMCV	Estimateur basé sur le modèle de Coulomb plus visqueux
EOE	Estimateur par l'observateur d'état
EMMC	Estimateur basé sur la méthode des moindres carrés
RMS	Root Mean Square (erreur quadratique moyenne)
TCP/IP	Transmission Control Protocol / Internet Protocol

LuGre	LUnd GREnoble : modèle développé par l'institut de technologie de Lund (Suède) et le laboratoire d'automatique de Grenoble (France).
σ_0	Coefficient de raideur (rigidité), N/m
σ_1	Coefficient d'amortissement, Ns/m
z	Variable interne liée aux déplacements microscopiques, m
$\alpha(\dot{x})$	Fonction de Stribeck
ε	Erreur de prédiction de la force de frottement
ε_f	Erreur de prédiction filtrée de la force de frottement
E_{RMS}	Erreur efficace (ou erreur quadratique moyenne)
$E_{\text{crête}}$	Erreur crête
$\mathbf{W}(\dot{x})$	Vecteur regresseur
$\mathbf{W}_f(\dot{x})$	Vecteur regresseur filtré
β	Fréquence de coupure du filtre de premier ordre, Hz
$\boldsymbol{\theta}$	Vecteur des paramètres statiques
$\hat{\boldsymbol{\theta}}$	Vecteur des paramètres estimés
$\tilde{\boldsymbol{\theta}}$	Vecteur des erreurs d'estimation des paramètres
L_2	Ensemble des signaux à énergie finie
L_∞	Ensemble des signaux bornés
e_1	Erreur d'estimation de la vitesse, m/s
$\mathbf{A}$	Matrice des gains de l'erreur de vitesse
$\mathbf{P}$	Matrice des gains des erreurs des paramètres estimés
$\boldsymbol{\Gamma}$	Matrice des gains de l'estimateur EMMC
Cb	Coulomb
Cb_vis	Coulomb plus visqueux
Sbk	Stribeck
LG	Modèle de LuGre

LG_↑	Modèle de LuGre dont on a augmenté les valeurs de ses paramètres dynamiques
LG_↓	Modèle de LuGre dont on a diminué les valeurs de ses paramètres dynamiques

INTRODUCTION

Le frottement se manifeste dans tous les systèmes mécaniques avec parties en mouvement tels que les valves, les roues, les freins, les actionneurs électriques, hydrauliques et pneumatiques. Le frottement a souvent des effets indésirables et peut engendrer des erreurs statiques (steady state errors), des cycles limites (limit cycles) et des mouvements de type collage-décollage (stick slip) [1], ce qui limite la précision et les performances des systèmes de contrôle. Sa considération dans la conception de ceux-ci s'avère d'une importance primordiale.

Le frottement est un phénomène naturel assez complexe à mesurer et par conséquent difficile à modéliser. Dans le passé et même aujourd'hui, il n'a pas cessé de susciter la curiosité et l'intérêt de plusieurs chercheurs pionniers dans ce domaine, en particulier ceux qui ont révolutionné la science moderne ainsi que l'histoire de la recherche scientifique grâce à leurs remarquables exploits. On ne peut s'empêcher de rendre hommage à ces grands hommes tels que Léonard De Vinci, considéré comme père de la renaissance, Guillaume Amontons, Charles Augustin Coulomb et Arthur Morin [2;3]. De nos jours, plusieurs centaines d'articles ont été publiés afin de mettre plus de lumière sur ce phénomène qui ne cesse d'être le point de mire de plusieurs chercheurs. Le frottement, qui survient lorsque deux corps en contact sont animés par un mouvement relatif, dépend de plusieurs facteurs à savoir : les forces normales, les vitesses relatives, la température, l'état de la surface de contact et la lubrification [2;3]. Sa compréhension s'avère importante pour améliorer la qualité, l'économie et la sûreté des systèmes.

Le problème de la modélisation du frottement a été considéré par plusieurs auteurs dans le passé, l'est de nos jours et le sera dans le futur tant que les lois qui le régissent ne seront pas parfaitement établies. Le modèle élaboré doit pouvoir exprimer le comportement compliqué et non linéaire du frottement afin d'arriver à l'estimer adéquatement. Les modèles de frottement connus dans la littérature peuvent être statiques ou dynamiques. L'estimation du frottement passe nécessairement par

l'identification des paramètres dont il est fonction. Pour se faire, plusieurs estimateurs non linéaires, basés essentiellement sur les modèles de frottement statiques, ont été élaborés au fil des dernières années [4-10].

Notre mémoire est principalement dédié à une étude comparative de quatre méthodes d'identification d'un modèle statique de frottement. Le plan de travail suivi est organisé de la façon suivante : d'abord, on commence par une revue bibliographique introduisant les modèles de frottement statiques qui existent dans la littérature [2;3]. Ensuite, par couvrir l'essentiel de la recherche sur l'identification de ces modèles, comme les méthodes traditionnelles [7;10] et d'autres approches basées sur la conception d'estimateurs d'ordre réduit (reduced order) [4-6;8;11-13]. On termine par un bref aperçu sur les différents modèles dynamiques [1;14-17].

Dans le chapitre 2, il sera question de la modélisation des frottements, on traitera tous les modèles statiques avec plus de détails, entre autres les modèles classiques et le modèle de Karnopp [18]. Ces derniers présentent des inconvénients majeurs pour la description des phénomènes du frottement pour de faibles vitesses, essentiellement quand celles-ci passent par zéro. En effet, les modèles dynamiques ont été développés pour justement palier à ce problème et permettre une meilleure description des phénomènes du frottement.

Dans ce même chapitre, nous présenterons une synthèse de la notion de la tribologie [2;3;19], dont la terminologie fait référence aux racines grecques *tribein* (frotter) et *logos* (discours, étude). C'est une science relativement récente mais dont l'importance, aujourd'hui, est indéniable. Elle traite des multiples aspects du frottement, de l'adhérence, de l'usure qui en découle et de la lubrification. Il est question de mettre de l'emphase sur l'importance de la topographie des surfaces du contact qui s'établit entre celles-ci, et aussi du mouvement relatif qui en résulte. Ce mouvement relatif, passe forcément de la position de repos, où la vitesse est nulle, à un certain stade où elle

devient différente de zéro. Durant ce déplacement qui est infinitésimale, il y a plusieurs phénomènes dynamiques pertinents qui se succèdent et qu'on tentera d'expliquer par de simples exemples. Cette transition microscopique passe par quatre régimes dynamiques, qui déterminent l'allure d'une courbe appelée « courbe de Stribeck » [2;3] qui montre l'évolution du frottement en fonction de la vitesse. En dernier lieu, on citera les différents modèles dynamiques les plus pertinents, en particulier celui de LuGre [1], que nous traiterons avec plus de détails.

Dans ce mémoire, notre choix s'est porté sur le modèle de LuGre qui sera considéré comme le modèle de validation, car il tient compte de la plupart des phénomènes dynamiques comme le préglissement (presliding), le déplacement de type collage-décollage (stick-slip) et le retard de frottement (frictional lag). Il permettra d'évaluer la pertinence de prendre en compte la partie dynamique du frottement lors de la phase d'identification des paramètres des modèles statiques.

Le chapitre 3 sera consacré aux différentes méthodes d'identification basées sur la construction d'estimateurs adaptatifs non linéaires. Pour chaque estimateur, une présentation sous forme d'équations mathématiques de sa dynamique sera donnée en fonction du modèle de frottement dont elle est basée. On termine ce chapitre par l'étude de stabilité relative aux différents estimateurs en question.

Le chapitre 4 fera l'objet d'une étude comparative des différents estimateurs en considérant les différents modèles de frottement statiques ainsi que le modèle de frottement dynamique de LuGre. L'objectif de cet ensemble de simulations est non seulement d'évaluer les performances des estimateurs, lorsqu'ils sont utilisés avec le modèle approprié, mais également d'évaluer leurs limites lorsqu'ils sont utilisés avec des modèles plus complexes. On termine notre travail par une étude comparative sur un banc d'essais expérimental. Les résultats obtenus seront discutés. Le mémoire se termine finalement par une conclusion générale et des recommandations.

CHAPITRE 1

REVUE DE LA LITTÉRATURE

1.1 Introduction

Dans ce chapitre, il est question de citer les différentes stratégies d'identification du frottement basées essentiellement sur les modèles de frottement statiques. L'objectif visé est d'exposer les diverses approches rapportées dans la littérature et de discuter les améliorations et les nouvelles stratégies introduites au fil des années par d'autres chercheurs. Le but principal est de compenser le frottement et de concevoir ainsi des estimateurs plus robustes. On parlera de leurs structures internes, du modèle de frottement sur lequel elles se basent, de la nature du signal à appliquer au système et de leurs stabilités. A cet effet, on introduit brièvement les modèles statiques de frottement rapportés dans la littérature et on termine par les modèles dynamiques (plus de détails seront donnés dans le chapitre suivant, qui traitera de la modélisation des frottements). Ces derniers sont considérés comme des versions améliorées des modèles statiques. En effet, ils permettent une meilleure représentation du frottement réel.

1.2 Modèles statiques de frottement

Les modèles statiques les plus connus sont les modèles classiques [2;3] et le modèle de Karnopp [18]. Les modèles classiques sont constitués de différentes composantes, dont chacune décrit un certain aspect de la force de frottement. Ces composantes sont combinées de différentes façons de manière à obtenir différents types de modèles de frottement. Parmi ces composantes, on peut citer le frottement de Coulomb, visqueux, statique et de Stribeck. L'inconvénient majeur de ces modèles réside dans la détection de la vitesse lorsqu'elle est nulle. Pour palier à ce problème, le modèle de Karnopp [18] a

été conçu, permettant ainsi de définir un intervalle de vitesse nulle dans lequel le frottement n'est plus une fonction de la vitesse, mais dépend seulement de la force externe. L'inconvénient de ce modèle est qu'il est étroitement couplé au reste du système par l'entremise de la force externe [20], ce qui limite donc son utilisation.

1.3 Identification des modèles statiques de frottement

L'identification de ces modèles est nécessaire pour permettre de compenser le frottement et de concevoir ainsi des systèmes de hautes précisions. Dans cet objectif, diverses stratégies de compensation du frottement ont été développées ces dernières décennies et plusieurs estimateurs non linéaires ont également été développés et améliorés. Seuls les modèles les plus répandus seront traités dans ce chapitre.

En modélisant le frottement comme une force constante de Coulomb, Friedland et Park [4] ont conçu un estimateur adaptatif non linéaire d'ordre réduit (reduced order). Celui-ci assure une convergence asymptotique de l'erreur d'estimation du coefficient de Coulomb vers zéro à condition que la vitesse ne soit pas nulle. La discontinuité à l'origine est acceptée dans ce modèle malgré qu'elle soit problématique pour les systèmes physiques. De plus, on suppose que la force totale appliquée (sans le frottement) et la vitesse sont des quantités mesurables. Lorsque le comportement du frottement diffère du modèle de Coulomb, la convergence de l'erreur vers zéro ne peut être facilement observée. Cependant, des résultats de simulations dans [5] et des essais expérimentaux faits dans [21;22], montrent que cet estimateur performe bien, malgré que le frottement réel diffère du frottement idéal de Coulomb.

La structure de l'estimateur proposé par Friedland et Park est basée sur l'hypothèse que la vitesse, dont le frottement est dépendant, peut être mesurée directement. Dans plusieurs applications, cette mesure n'est pas disponible. Ainsi, Friedland et

Mentzelopoulou [5] ont amélioré l'estimateur d'ordre réduit [4] en concevant deux étages d'estimateurs non linéaires : l'un pour estimer la vitesse et l'autre qui l'utilise pour estimer le coefficient du frottement à l'aide de l'algorithme de Friedland et Park [4]. La procédure sur laquelle est basée cet estimateur fonctionne convenablement. En effet, la vitesse et le coefficient de frottement sont adéquatement estimés. Malgré que l'estimateur soit conçu à la base pour un modèle de frottement proportionnel au signe de la vitesse, il peut s'avérer efficace pour un cas plus général dans lequel le paramètre du frottement varie avec la vitesse.

Friedland, dans [11], généralise la méthode proposée dans [4] en introduisant un nouvel estimateur non linéaire qui impose à son tour une contrainte sur la vitesse (qui doit être différente de zéro), afin de garantir une stabilité asymptotique de la dynamique de l'erreur. Cette stabilité dépend aussi du choix de la fonction non linéaire de l'estimateur. Dans l'article, ce dernier est conçu pour estimer non seulement le coefficient du frottement, mais aussi pour estimer d'autres paramètres dynamiques du système tels que la fréquence naturelle de l'oscillateur, les gains du système et les paramètres d'un système bilinéaire.

Tazafoli et al. [13] avaient comme objectif de recherche la compréhension de la nature du frottement présent dans un servomécanisme électrohydraulique et leurs effets correspondants. Ils ont utilisé principalement les résultats obtenus par Friedland et al. [4;5;11;12] pour estimer le frottement en temps réel. En utilisant l'estimateur proposé par [5], des résultats expérimentaux ont montré qu'il ne fonctionnait pas adéquatement car la vitesse estimée, donc le frottement estimé, est erronée lorsqu'elle est au voisinage de zéro. Des modifications ont été ainsi apportées à l'estimateur et, effectivement, de bonnes performances ont été observées. L'estimateur linéaire de vitesse proposé est un différenciateur filtré passe-bas qui assure le découplage avec l'estimateur du frottement, c'est-à-dire que l'estimation de la vitesse est indépendante de celle du frottement.

Yazdizadeh et Khorasani [6] ont proposé une procédure plus générale et systématique sur la sélection d'une fonction non linéaire, qui peut être utilisée dans la conception de l'estimateur. Elle est basée sur la technique de Lyapunov et tente de compenser la force de frottement en estimant le coefficient de Coulomb. Les deux estimateurs proposés dans [4;11] peuvent être considérés comme étant des cas particuliers de l'estimateur développé dans cet article.

Amin Jayesh et al. [21] ont confirmé expérimentalement les résultats de simulations et expérimentaux trouvés respectivement dans [5] et [13]. En effet, en appliquant la commande de position sur l'estimateur dans [5] et celle de vitesse sur celui proposé par Tafazoli et al. dans [13], les résultats ont montré que ce dernier offre de meilleures estimations du frottement. Ils concluent également que les performances du système sont améliorées en utilisant ce frottement estimé, particulièrement à basses vitesses.

Liao et Chien [8] utilisent la technique de Lyapunov pour estimer le coefficient de frottement de Coulomb. Cette compensation adaptative est basée sur les résultats obtenus dans [4;6] et elle assure une convergence exponentielle des erreurs de poursuite (tracking error). Des résultats de simulations ont montré et confirmé la supériorité de cette méthode comparativement aux méthodes présentée dans [4;6].

Zhang et Guay [23] précisent et montrent que sans excitation persistante du système, le coefficient du frottement de Coulomb estimé ne peut converger vers la vraie valeur, et par conséquent l'erreur d'estimation du coefficient ne converge pas vers zéro. Les méthodes décrites dans [6;8;23] éliminent les erreurs de poursuite, dûes au frottement de Coulomb. Cependant, le fait d'ignorer la viscosité peut provoquer des erreurs notables pour des applications à haute vitesse [2;3].

Basé sur le principe développé dans [8;23], Huang Jeng Tze [9] propose un compensateur pour estimer les coefficients de frottement de Coulomb et visqueux. Ce

compensateur est composé d'une commande linéarisante standard et d'un estimateur adaptatif non linéaire en temps réel. Ces coefficients de frottement sont identifiés séparément à l'aide de deux observateurs distincts. La conception proposée assure la stabilité des erreurs de poursuite et des erreurs d'estimations des paramètres.

Les modèles d'estimateurs présentés dans les paragraphes précédents ne considèrent pas l'effet de Stribeck. Cet effet est pourtant significatif, notamment lorsque les vitesses sont faibles. Feemster et al. [7] ont proposé une estimation des paramètres de frottement, basée sur la méthode des moindres carrés et celle du gradient. Il est également possible d'utiliser un observateur pour estimer les paramètres du modèle de frottement de Stribeck [10]. Ces approches nécessitent cependant la connaissance *a priori* du coefficient de Stribeck qui intervient de façon non linéaire dans le modèle.

Feemster et al. [7] ont également proposé une adaptation des paramètres du modèle incluant le paramètre de Stribeck lorsque la trajectoire de position désirée est constante. Ils ont proposé deux types de contrôleurs adaptatifs pour compenser l'effet de frottement en supposant que le modèle de frottement est celui de Stribeck et que le coefficient de celui-ci est connu, ce qui se traduit par la linéarisation du modèle par rapport à ses paramètres inconnus.

1.4 Modèles dynamiques de frottement

Les modèles statiques n'expliquent pas certaines propriétés intrinsèques du frottement dûes à sa dynamique interne : les micro-déplacements pendant la phase de collage (stiction), les mouvements type collage-décollage (stick-slip) et l'hystérésis de frottement en fonction de la vitesse non stationnaire [2;3]. Dans cet objectif, et pour une meilleure compréhension du frottement dynamique, une recherche approfondie sur la science de la tribologie est nécessaire [2;3].

Il existe plusieurs modèles dynamiques dont les plus importants sont le modèle de Dahl [17], les modèles de Bliman et Sorine [14-16] et le modèle de LuGre [1]. Le modèle de Dahl est inspiré des caractéristiques contrainte-tension de la mécanique des fluides, c'est essentiellement le frottement de Coulomb avec un retard dans le changement de la force de frottement lorsque la direction du mouvement change [1]. Cette force de frottement dépend seulement de la position. Ce modèle n'inclut ni l'effet de Stribeck ni le phénomène d'adhérence (stiction). Cependant, les modèles de Bliman et Sorine et celui de LuGre ont été élaborés afin d'inclure ces phénomènes, et ils peuvent être considérés comme des extensions du modèle de Dahl.

Bliman et Sorine ont développé une famille de modèles de frottement dynamiques, en considérant que la force de frottement est seulement fonction de la distance traversée au passage de la vitesse par zéro. Ces modèles sont alors exprimés en fonction de la distance au lieu d'une variable temporelle, qui est substituée par une variable d'état. Le modèle de premier ordre obtenu est équivalent au modèle de Dahl simplifié, qui n'inclut ni le phénomène d'adhésion, ni présente le pic du frottement correspondant à la force de décrochage (break-away force). Un autre modèle de premier ordre est mis en parallèle avec le précédent réalisant ainsi un modèle de deuxième ordre. Le modèle obtenu modélise le phénomène d'adhérence (stiction). Par contre, l'effet de Stribeck est reproduit par une transition simplifiée entre le frottement statique et le frottement de Coulomb.

Le modèle de LuGre est inspiré par l'interprétation du frottement des brins (bristles) que présentent les surfaces en contact à l'échelle microscopique. Ce modèle peut être considéré comme étant le modèle de Dahl de puissance unitaire pondéré par la fonction de Stribeck [24]. Il permet aussi de reproduire plusieurs phénomènes tels que l'effet de Stribeck, la variation de la force de décrochage (varying break-away force) et le retard de frottement (frictional lag).

Dans notre travail, nous avons opté pour le modèle de LuGre, vu sa supériorité par rapport aux autres modèles, afin de l'utiliser dans notre étude comparative. La partie de l'étude comparative impliquant le modèle de LuGre a pour but de souligner l'influence de sa dynamique interne sur l'estimation des paramètres statiques des différents estimateurs qui seront traités dans le chapitre 3.

CHAPITRE 2

MODELISATION DES FROTTEMENTS

2.1 Introduction

Le frottement est omniprésent dans tous les systèmes mécaniques. Bien que sa présence puisse être une propriété souhaitable, comme pour le cas des freins, il est généralement un obstacle pour les servo-mécanismes de hautes précisions, les robots et les systèmes pneumatiques et hydrauliques. Il est donc important de comprendre le phénomène du frottement afin de le modéliser adéquatement. Pour cette raison, plusieurs articles portent sur l'élaboration des modèles de frottement appropriés afin de prévoir et de compenser ce phénomène physique complexe.

La figure 1 représente une masse en mouvement qui se déplace par l'effet d'une force externe F_e , et subit une force de frottement $f(\dot{x})$, contraire au sens du mouvement. Les variables x et $\dot{x}$ représentent respectivement la position et la vitesse de la masse.

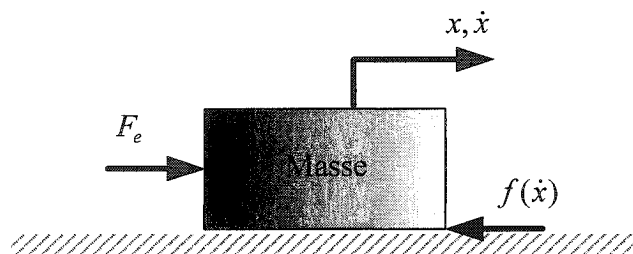


Figure 1 Masse en mouvement

2.2 Modèles de frottement

Un certain nombre de modèles de frottement sont décrits dans cette section. Ces modèles, selon leurs natures, tentent de capter l'essence complexe du frottement. Ils peuvent être statiques ou dynamiques. Les modèles statiques les plus connus sont les modèles classiques [2;3] et le modèle de Karnopp [18]. Ces modèles considèrent le frottement comme une fonction statique de la vitesse; ils n'expliquent ni l'effet d'hystérésis en fonction de la vitesse non stationnaire, ni les micro-déplacements pendant la phase de collage [1]. Des études ont montré que les modèles de frottement incorporant la partie dynamique sont nécessaires pour décrire adéquatement les phénomènes du frottement [1]. Il existe plusieurs modèles dynamiques dont les plus importants sont le modèle de Dahl [17], les modèles de Bliman et Sorine [14-16] et le modèle de LuGre [1]. Ce dernier, qui tient compte de la plupart des effets dynamiques, sera considéré comme modèle de validation dans notre étude. En effet, il permettra d'évaluer la pertinence de prendre en compte le modèle dynamique du frottement lors de la phase d'identification des paramètres des modèles statiques.

2.2.1 Modèles statiques de frottement

Un historique de l'évolution des modèles de frottement est présenté en détails dans les références suivantes [2;3]. En voici un aperçu : Leonard de Vinci (1452 - 1519) s'intéressa aux frottements et fonda les premiers concepts de base du frottement des modèles classiques. Dans ses notes, il énonça que le frottement est proportionnel au poids, s'opposant au mouvement et indépendant de la surface de contact. Un siècle et demi après, le modèle de Leonard de Vinci a été redécouvert par Guillaume Amontons (1663 - 1705) et développé par la suite par Charles Augustin Coulomb (1736 - 1806).

Arthur Morin (1795-1880) introduit en 1833 le frottement statique, et Osborne Reynolds (1842-1912) établit en 1886 l'équation du flux de fluide visqueux. Ainsi le modèle de frottement statique accompagné du frottement de Coulomb et du frottement visqueux est accompli, et c'est ce qui est le plus généralement utilisé dans l'ingénierie [3]. Dans les modèles susdits, la force de frottement $f(\dot{x})$ peut être, soit une fonction constante, soit une fonction de la vitesse $(\dot{x})$ et/ou de la force externe (F_e) .

2.2.1.1 Modèles classiques

Les modèles classiques sont formulés à partir de plusieurs composantes, dont chacune décrit un certain aspect de la force de frottement. Le modèle classique est donc une combinaison d'une ou de plusieurs composantes que nous allons décrire ci-dessous.

Frottement de Coulomb (ou frottement cinétique)

Le frottement de Coulomb est toujours présent et indépendant de l'amplitude de la vitesse. Il est proportionnel à la force normale de contact et s'oppose au mouvement relatif.

$$f(\dot{x}) = \bar{\mu}_c |F_N| \text{sgn}(\dot{x}) \quad (2.1)$$

où $\bar{\mu}_c$, F_N et $\text{sgn}(\dot{x})$ sont respectivement le coefficient de frottement, la force normale et la fonction signe de la vitesse qui est définie comme suit :

$$\text{sgn}(\dot{x}) = \begin{cases} 1 & \text{pour } \dot{x} > 0 \\ 0 & \text{pour } \dot{x} = 0 \\ -1 & \text{pour } \dot{x} < 0 \end{cases} \quad (2.2)$$

Le coefficient de frottement de Coulomb est donné par la formule suivante :

$$\mu_c = \bar{\mu}_c |F_N| \quad (2.3)$$

En remplaçant l'équation (2.3) dans l'équation (2.1), on aura :

$$f(\dot{x}) = \mu_c \operatorname{sgn}(\dot{x}) \quad (2.4)$$

La force de frottement de Coulomb, comme l'indique l'équation (2.4), est dépendante de la fonction signe de la vitesse, ce qui crée une discontinuité au passage de la vitesse par zéro (figure 2). Ce modèle ne spécifie pas clairement la valeur de la force de frottement quand la vitesse est nulle : elle peut prendre n'importe quelle valeur dans l'intervalle $[-\mu_c, \mu_c]$. La figure 4 illustre un exemple possible de la force de frottement en fonction de la force externe lorsque la vitesse est nulle.

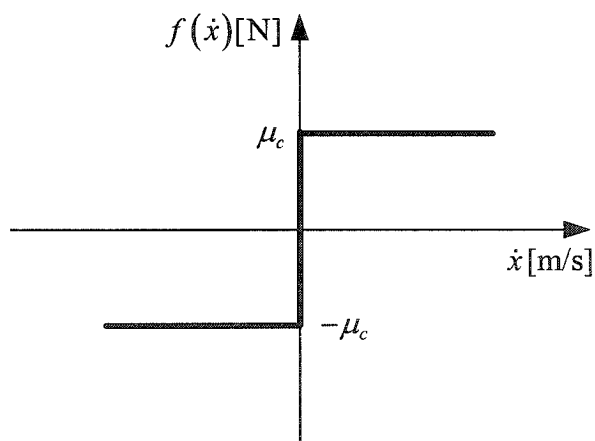


Figure 2 Modèle de frottement de Coulomb

Frottement statique (ou frottement d'adhérence)

C'est la composante de la force de frottement qui bloque le mouvement de l'objet en annulant toute force externe qui est inférieure à un certain seuil appelé coefficient de frottement statique. Lorsque le seuil est dépassé, le mouvement s'amorce. Comme pour la force de frottement de Coulomb, la force de frottement statique est proportionnelle à la force normale. De plus, elle est habituellement supérieure à la force de frottement de Coulomb. La figure 3 illustre le frottement statique en fonction de la vitesse.

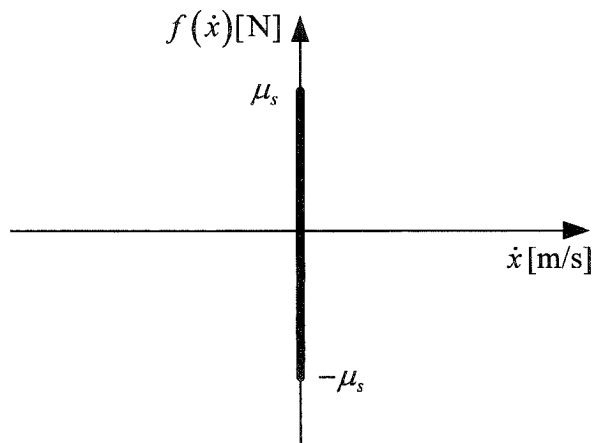


Figure 3 Modèle de frottement statique

Il est alors admis qu'au repos, le frottement est seulement fonction de la force externe F_e et non pas de la vitesse, comme l'illustre la figure 4.

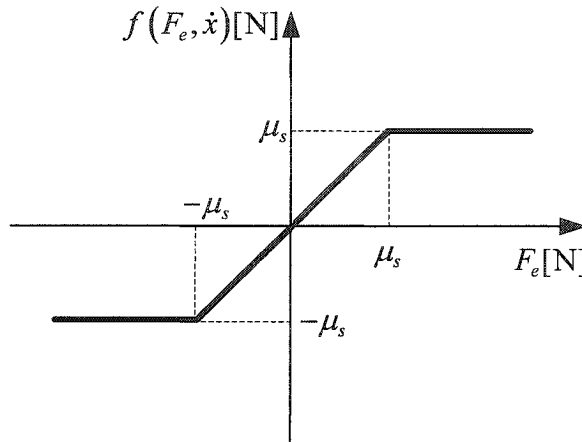


Figure 4 Caractéristiques frottement–force externe

Le graphe de la figure 4 peut être modélisé par le système d'équations suivant :

$$f(F_e, \dot{x}) = \begin{cases} F_e & \dot{x} = 0 \text{ et } |F_e| < \mu_s \\ \mu_s \operatorname{sgn}(F_e) & \dot{x} = 0 \text{ et } |F_e| \geq \mu_s \end{cases} \quad (2.5)$$

où μ_s est coefficient statique.

Frottement de Coulomb plus le frottement visqueux

Dans ce cas, le frottement de Coulomb est combiné au frottement visqueux. Le modèle de frottement résultant comprend ainsi les deux coefficients, Coulomb et visqueux. Notons que le frottement visqueux est proportionnel à la vitesse ainsi qu'à la force normale. Le modèle de Coulomb plus visqueux est représenté par l'équation suivante :

$$f(\dot{x}) = \mu_c \operatorname{sgn}(\dot{x}) + \mu_v \dot{x} \quad (2.6)$$

où μ_c et μ_v sont respectivement le coefficient de Coulomb et le coefficient visqueux .
Le graphe de ce modèle de frottement est représenté par la figure 5.

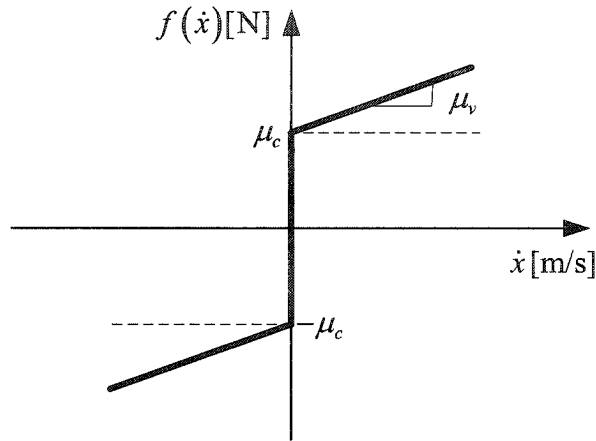


Figure 5 Modèle de frottement de Coulomb plus le modèle visqueux

Frottement de Stribeck (ou frottement de viscosité négative)

Dans ce modèle, la force de frottement ne diminue pas de façon discontinue lors d'une transition d'une vitesse nulle à une vitesse différente de zéro comme dans les modèles précédents. En revanche, ce modèle permet une transition continue entre le frottement statique et le frottement de Coulomb, permettant ainsi une augmentation de vitesse à basse vitesse. Le frottement de Stribeck est modélisé par l'équation suivante :

$$f(\dot{x}) = \mu_c \operatorname{sgn}(\dot{x}) + (\mu_s - \mu_c) e^{-\left(\frac{\dot{x}}{\dot{x}_s}\right)^2} \operatorname{sgn}(\dot{x}) + \mu_v \dot{x} \quad (2.7)$$

où les paramètres μ_s et $\dot{x}_s$ sont respectivement le coefficient statique et la vitesse de Stribeck.

Ce modèle est représenté par la figure 6.

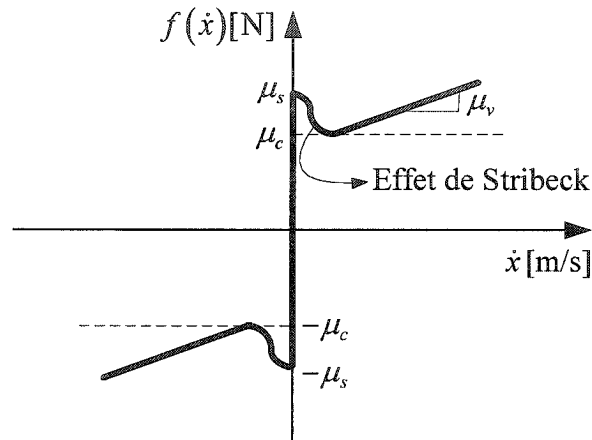


Figure 6 Modèle de frottement de Stribeck

2.2.1.2 Modèle de Karnopp

Lors des simulations, les modèles classiques ont un inconvénient majeur dans la détection de la vitesse au passage par zéro. En effet, la plupart des algorithmes d'intégration numériques, utilisés dans les logiciels de simulation, engendrent des erreurs lorsque les systèmes à l'étude comportent des discontinuités. Pour remédier à cette défaillance, le modèle de Karnopp [18] a été introduit, permettant ainsi de définir un intervalle de vitesse nulle, dans lequel le frottement n'est plus une fonction de la vitesse, mais dépend de la force externe (voir figure 7). Dans l'intervalle $[-d\dot{x}, d\dot{x}]$, la vitesse est considérée nulle pour le calcul du frottement. Ce modèle est capable de simuler le mouvement de type collage-décollage (stick-slip) [18], ce qui n'est pas le cas du modèle de Coulomb.

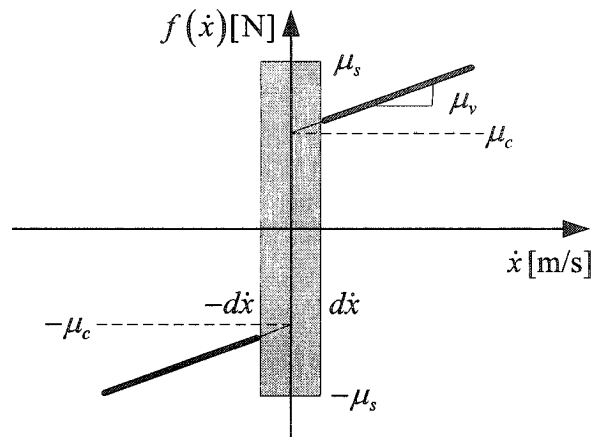


Figure 7 Modèle de Karnopp

2.2.2 Modèles de frottement dynamiques

Plusieurs modèles de frottement dynamiques ont été développés ces dernières années. Ces modèles permettent une meilleure description du phénomène de frottement pour de faibles vitesses, particulièrement quand celles-ci passent par zéro [1].

Avant de présenter ces modèles de frottement, nous avons jugé important de faire un survol sur la tribologie, qui signifie la science du frottement. C'est la science et la technologie de surfaces solides en contact : elle traite des multiples aspects du frottement, de la lubrification, de l'usure et de l'adhérence [19]. La tribologie étant une science récente, elle utilise toutes les techniques de la physique, de la chimie, de la mécanique et de l'informatique. L'intérêt s'est porté sur cette science lorsque les conséquences du frottement (composante tribologique) ainsi que l'usure devenaient gênantes pour le bon fonctionnement des systèmes.

Pour comprendre la tribologie des surfaces technologiques, il est nécessaire de considérer et de tenir en compte de la topographie des surfaces. Le contact entre deux

surfaces ne s'établissent jamais sur la totalité de celles-ci, mais seulement au niveau des jonctions des aspérités (rugosités) qu'elles présentent (voir figure 8). Dans ces points s'exercent des pressions spécifiques très élevées avec une forte élévation de température. Les lubrifiants (matériaux qui sont toujours présents dans le contact entre deux solides) réagissent avec la surface et forment ce qu'on appelle la couche limite (boundary layer), dont l'épaisseur va de quelques atomes à une fraction de micron [3].

Le lubrifiant interposé entre ces deux surfaces frottantes permet, par écoulement (principalement régi par les lois de la mécanique des fluides), de réduire non seulement le coefficient de frottement entre elles, mais aussi l'effort à produire pour obtenir un mouvement relatif. Les lubrifiants peuvent être solides, liquides, ou sous forme de gaz.

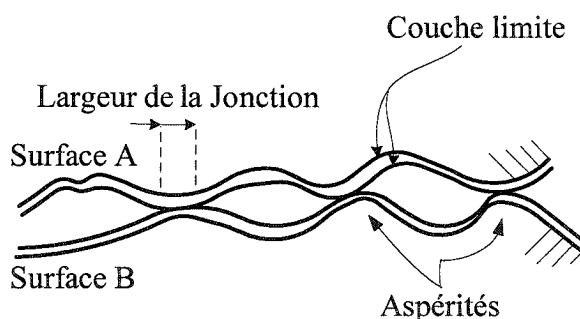


Figure 8 Vrai contact entre deux surfaces

2.2.2.1 Régimes dynamiques de la lubrification

Il existe quatre régimes dynamiques de lubrification dans un système avec lubrifiant (huile ou graisse) qui sont : le frottement statique, la lubrification limite, la lubrification hydrodynamique partielle (ou mixte) et la lubrification hydrodynamique totale (ou élasto-hydrodynamique). La figure 9 illustre la courbe de Stribeck qui correspond aux trois régimes mobiles en fonction de la vitesse (régimes II, III et IV), tout en mettant en relief la caractéristique du régime statique (régime I), qui est indépendant de la vitesse.

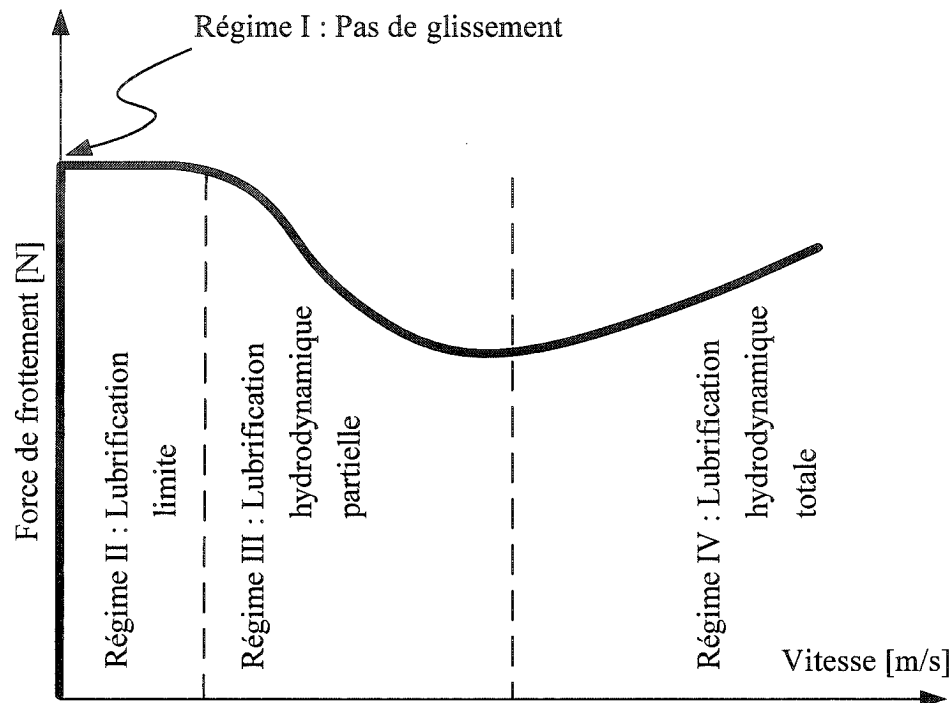


Figure 9 Courbe de Stribeck

Régime I : Frottement statique et déplacement en préglissement

Dans ce régime, les jonctions se déforment élastiquement (déformation réversible) et la couche limite et les aspérités se déforment plastiquement (déformation irréversible) sous la charge, provoquant ainsi un préglissement (micro-déplacement) jusqu'à atteindre le frottement statique. La déformation des jonctions est semblable à celle d'un ressort de raideur k . (voir la figure 10-b). Ce régime présente plusieurs phénomènes (ou comportements) dynamiques dont les plus importants sont: le déplacement en préglissement, la variation de la force de décrochage et le mouvement de type collage-décollage. Notons que ce dernier phénomène finit par atteindre les autres régimes,

dépendamment de la force externe appliquée, des surfaces de contact et du type de lubrifiant utilisé.

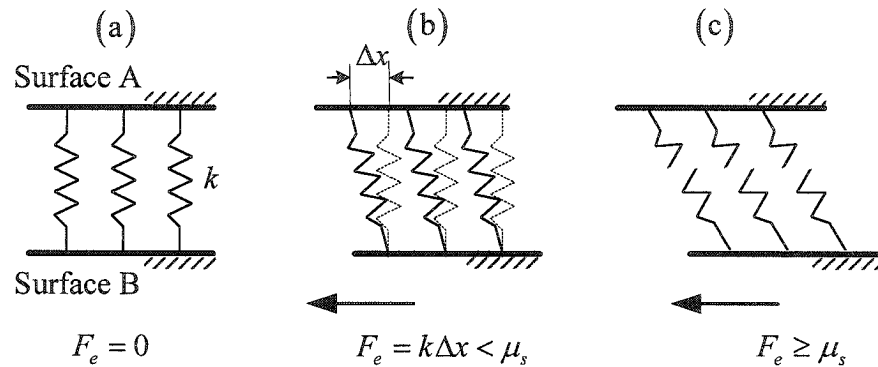


Figure 10 Deux surfaces en contact, a) surfaces au repos, b) préglissement, c) début du glissement

Déplacement en préglissement

Le préglissement est un déplacement microscopique qui se produit à des vitesses presque nulles. L'expérience réalisée pour observer ce phénomène est décrite dans l'article [1]. D'abord, on applique une force qui augmente graduellement jusqu'à atteindre 95% de la force de décrochage μ_s . Cette force est alors maintenue pendant un certain temps, et ensuite elle diminue jusqu'à atteindre 95% de la force de décrochage dans la direction opposée. Elle est ensuite maintenue à nouveau pendant un certain temps, le processus est réitéré périodiquement pendant un certain temps. Le comportement résultant est donné par la figure 11 qui concorde avec les résultats expérimentaux obtenus dans [25].

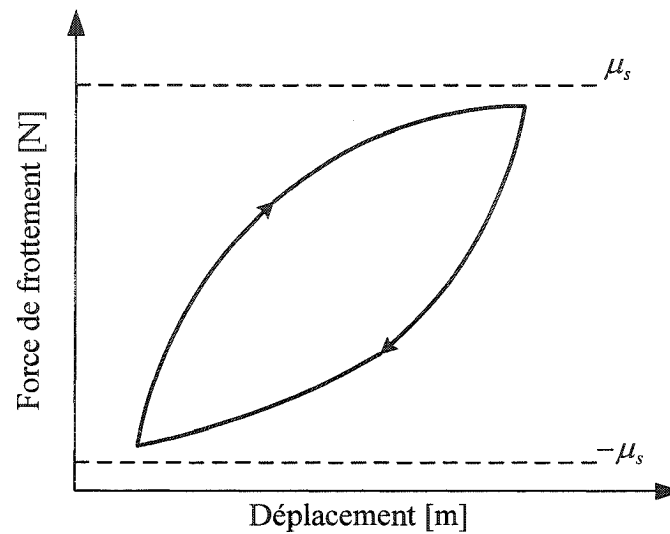


Figure 11 Prégissement

Variation de la force de décrochage

Si la force de décrochage est dépassée, les jonctions au niveau des aspérités se cassent et le vrai glissement commence, comme le montre la figure 10-c. Ce phénomène permet le passage du régime statique (régime I) au régime de lubrification limite (régime II). Des résultats expérimentaux ont montré que la force de décrochage est fonction du taux de croissance de la force externe appliquée [26] : c'est-à-dire que plus le taux de cette dernière est grand, plus la force de décrochage est petite et inversement (voir la figure12).

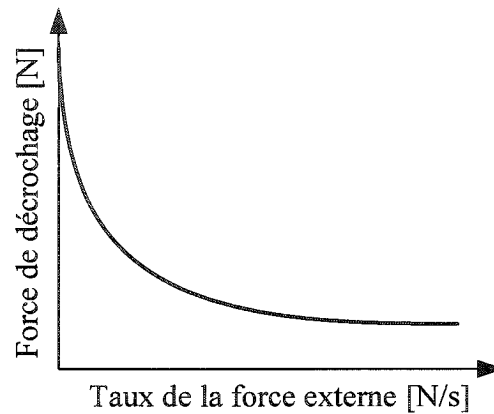


Figure 12 Force de décrochage en fonction du taux de variation de la force externe

Mouvement de type collage-décollage (stick-slip)

Ce phénomène oscillatoire est causé par le fait que le frottement est plus grand au repos qu'en mouvement [3]. On peut illustrer ce mouvement de type collage-décollage par une expérience représentée par la figure 13. Une masse au repos est attachée à un ressort de raideur k . L'extrémité droite du ressort est déplacée à une vitesse constante. Les résultats de simulations ainsi obtenus sont montrés dans la figure 14.

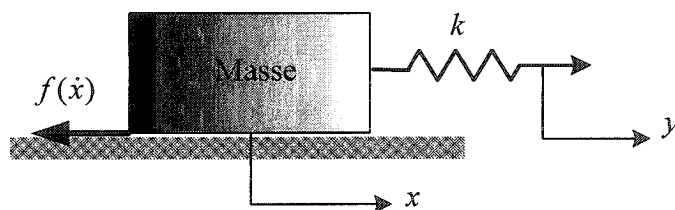


Figure 13 Expérience de simulation du mouvement de collage-décollage

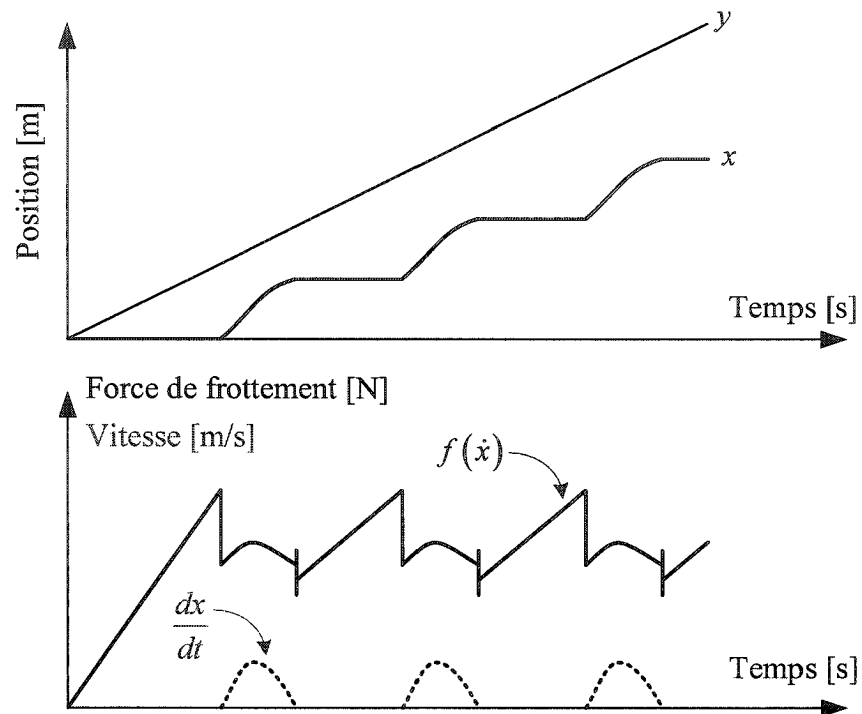


Figure 14 Résultats de simulation du mouvement collage-décollage

Régime II : Lubrification-limite

Dans ce régime, la lubrification fluide (fluid lubrication) n'est pas très importante et la vitesse n'est pas adéquate pour construire un film fluide (fluid film) entre les surfaces. Le contact persiste donc entre celles-ci, ce qui donne lieu à un processus de cisaillement (shear). Ceci laisse supposé que le frottement dans la lubrification limite est plus important que pour la lubrification fluide (régimes III et IV). Aussi, on a un début de glissement, et le frottement est en grande partie indépendant de la vitesse mais il est étroitement dépendant des propriétés chimiques du lubrifiant [3]

Régime III : Lubrification hydrodynamique partielle (mixte)

Le processus d'entraînement est dominé par l'interaction de la viscosité (résistance d'un liquide à l'écoulement) du lubrifiant, de la vitesse du mouvement et de la géométrie du contact. Plus la viscosité ou la vitesse du mouvement est grande, plus le film fluide est épais. Quand le film n'est pas plus épais que la taille des aspérités, certains contacts solide-solide résulteront et il y aura ainsi une lubrification fluide partielle. Quand le film est plus épais, la séparation est complète et le poids est supporté complètement par le fluide. Dans ce régime, on a des vitesses modérées, le frottement décroît avec l'augmentation de la vitesse, ceci peut être déstabilisant. Par contre, un choix approprié du lubrifiant peut réduire ou éliminer l'instabilité [3]. Dans ce régime, le phénomène dynamique observé est celui du retard de frottement (frictional lag), décrit ci-dessous.

Retard de frottement

Dans [27], les auteurs ont étudié le comportement dynamique du frottement lorsque la vitesse change durant un mouvement unidirectionnel, c'est-à-dire que la vitesse ne change pas de signe. En effet, ils ont montré l'effet d'hystérésis qui existe entre le frottement et la vitesse, et ont conclu que la force de frottement est plus basse pour des vitesses décroissantes que pour des vitesses croissantes. De plus, la boucle d'hystérésis est plus large à des taux plus élevés des variations de vitesse. La figure 15 illustre ce phénomène en montrant deux courbes de frottement correspondant à deux profils de vitesses sinusoïdales de fréquences différentes w_1 et w_2 .

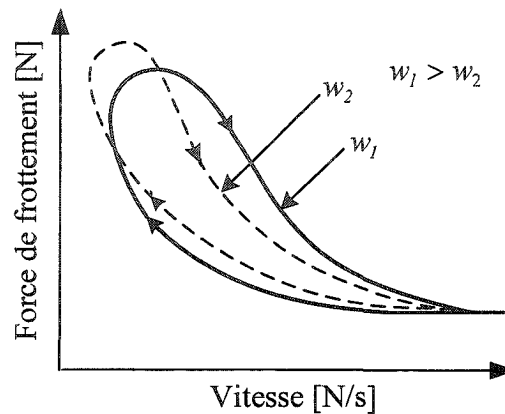


Figure 15 Phénomène d'hystérésis

Régime IV : Lubrification hydrodynamique totale ou élasto-hydrodynamique

Dans ce régime, le contact solide-solide est éliminé et l'usure est réduite. Des vitesses élevées sont atteintes entraînant un frottement, qui est une fonction de la vitesse. Le frottement visqueux, accompagné du frottement de Coulomb, peut dans ce cas, modéliser adéquatement le frottement [2].

2.2.2.2 Modèle de frottement de Dahl

Le modèle de Dahl est développé dans le but de simuler les systèmes de contrôle avec frottement [17]. Le point de départ de P. Dahl était de réaliser plusieurs expériences sur le frottement dans les servo-systèmes avec des roulements à billes. Une de ses découvertes fût que le frottement de roulement se comporte comme celui des solides. Le modèle de Dahl est inspiré des caractéristiques de la courbe contrainte-tension de la mécanique des solides (figure 16).

Cette courbe est modélisée par l'équation différentielle suivante :

$$\frac{df(\dot{x})}{dx} = \sigma_0 \left(1 - \frac{f(\dot{x})}{\mu_c} \operatorname{sgn}(\dot{x}) \right)^\alpha \quad (2.8)$$

où x , $f(\dot{x})$, μ_c , σ_0 et $\dot{x}$ représentent respectivement le déplacement, la force de frottement, le coefficient de Coulomb, le coefficient de raideur (rigidité) et la vitesse. Le paramètre α détermine la forme de la courbe contrainte-tension (généralement $\alpha = 1$).

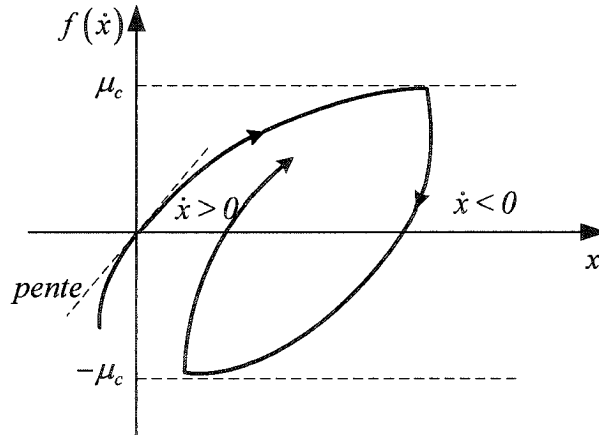


Figure 16 Modèle de Dahl

La force de frottement est fonction seulement de la position et du signe de la vitesse. Dans le domaine temporel, ce modèle peut être réécrit sous la forme suivante :

$$\frac{df(\dot{x})}{dt} = \frac{df(\dot{x})}{dx} \frac{dx}{dt} = \frac{df(\dot{x})}{dx} \dot{x} = \sigma_0 \left(1 - \frac{f(\dot{x})}{\mu_c} \operatorname{sgn}(\dot{x}) \right)^\alpha \dot{x} \quad (2.9)$$

Ce modèle est une généralisation du frottement de Coulomb. Il n'inclus pas l'effet de Stribeck et il est incapable de capter l'adhérence. Dans le cas où $\alpha = 1$, on obtient :

$$\frac{df(\dot{x})}{dt} = \sigma_0 \dot{x} - \frac{f(\dot{x})\sigma_0}{\mu_c} |\dot{x}| \quad (2.10)$$

En introduisant $f(\dot{x}) = \sigma_0 z$, notre modèle devient sous la forme suivante :

$$\frac{dz}{dt} = \dot{x} - \frac{\sigma_0 |\dot{x}|}{\mu_c} z \quad (2.11)$$

où z est une variable interne, caractérisant les micro déplacements. Les modèles de Bliman et Sorine et celui de LuGre, décrits ci-dessous, représentent des extensions du modèle de Dahl qui inclut le phénomène d'adhérence et l'effet de Stribeck.

2.2.2.3 Modèles de frottement de Bliman et Sorine

Bliman et Sorine ont développé une famille de modèles de frottement dynamiques [14-16]. Ces modèles assument que le frottement est indépendant de la vitesse, mais dépend seulement des distances traversées au passage de la vitesse par zéro. Ceci permet d'exprimer le modèle en fonction de la distance au lieu du temps comme variable indépendante. La variable temporelle est alors remplacée par une variable spatiale [24]. Afin de modéliser le phénomène d'adhérence (sticktion), Bliman et Sorine utilisent deux modèles de Dahl de premier ordre en parallèle : un lent et un rapide. Le modèle de second ordre obtenu approxime l'effet de Stribeck par une simple transition entre le frottement statique et le frottement de Coulomb. Ce modèle ne permet pas de reproduire les phénomènes unidirectionnels (unidirectional phenomena), tel que le retard de frottement.

2.2.2.4 Modèle de frottement de LuGre

Le modèle de LuGre est considéré parmi les modèles les plus précis et les plus récents des frottements dynamiques. Ce modèle possède une dynamique interne et décrit précisément plusieurs propriétés (ou phénomènes) du frottement qui ont été observés expérimentalement et détaillés ci haut (dans la partie régime I et III de la lubrification). L'interprétation physique de ce modèle est la suivante : au niveau microscopique, les surfaces sont très irrégulières. Le contact entre deux surfaces a lieu uniquement à un certain nombre d'aspérités. Ceci peut être visualisé comme deux corps rigides faisant contact à travers des brins élastiques. Quand une force tangentielle est appliquée, les brins agissent comme des ressorts et des amortisseurs, et donne naissance à la force de frottement [1] (figure 17).

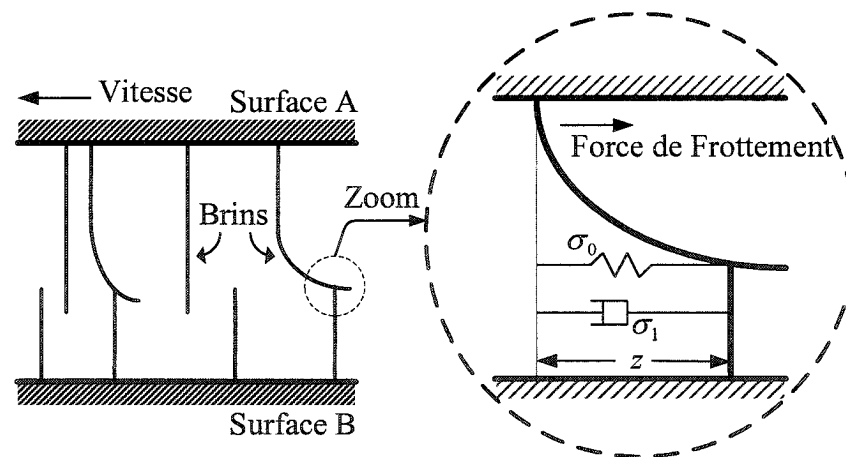


Figure 17 Vue microscopique du frottement entre deux surfaces en contact

Quand la force est suffisamment grande, quelques brins se fléchissent (deflect) tellement qu'ils glissent. Le phénomène est fortement aléatoire dû aux formes irrégulières des surfaces. Le modèle proposé est basé sur la déflexion (deflection) moyenne des brins, qui correspond à l'état interne z du modèle dynamique de frottement.

Dans [1], l'équation correspondante à ce modèle est donnée comme suit :

$$\frac{dz}{dt} = \dot{z} = \dot{x} - \sigma_0 \frac{|\dot{x}|}{\alpha(\dot{x})} z \quad (2.12)$$

où $\dot{x}$ est la vitesse relative entre les deux surfaces, σ_0 est le coefficient de raideur des déformations microscopiques et $\alpha(\dot{x})$ est une fonction continue dépendant de la vitesse $\dot{x}$. Cette fonction est positive et elle permet de décrire arbitrairement la caractéristique du frottement $f(\dot{x})$ en état stationnaire. Elle dépend de plusieurs facteurs tels que les propriétés du matériau, la lubrification et la température. Elle est généralement donnée par l'équation suivante qui donne une bonne approximation de l'effet de Stribeck :

$$\alpha(\dot{x}) = \mu_c + (\mu_s - \mu_c) e^{-\left(\frac{\dot{x}}{\dot{x}_s}\right)^2} \quad (2.13)$$

où μ_c , μ_s et $\dot{x}_s$ représentent respectivement le coefficient de Coulomb, le coefficient statique et la vitesse de Stribeck. La force de frottement générée par la déflexion des brins est décrite comme suit :

$$f(\dot{x}) = \sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + \mu_v \dot{x} \quad (2.14)$$

où σ_1 correspond à un coefficient d'amortissement associé à la variation de z et μ_v représente le coefficient visqueux.

Le coefficient d'amortissement σ_1 peut être exprimé en fonction de la vitesse par l'expression suivante [20] :

$$\sigma_1(\dot{x}) = \sigma_{1s} e^{-\left(\frac{\dot{x}}{\dot{x}_d}\right)^2} \quad (2.15)$$

où $\dot{x}_d$ est un paramètre associé à la décroissance de la vitesse. Il peut être d'avantage représentatif de la réalité de laisser σ_1 décroître avec l'augmentation de la vitesse, donnant ainsi un modèle dissipatif qui est une propriété désirable dans un modèle de frottement [20].

Selon [28], le modèle de LuGre peut être approximé au modèle de Stribeck plus une certaine perturbation dynamique et qu'on peut formuler par l'équation suivante :

$$f(\dot{x}) = f_s(\dot{x}) + \sigma_0 (z - z_s) \left(1 - \sigma_1 \frac{|\dot{x}|}{\alpha(\dot{x})} \right) \quad (2.16)$$

où $f_s(\dot{x})$ représente le frottement de Stribeck donné par l'équation (2.7) et z_s est la déflexion moyenne en régime statique quand la vitesse est constante, et elle est donnée par l'équation suivante :

$$z_s = \frac{1}{\sigma_0} \alpha(\dot{x}) \operatorname{sgn}(\dot{x}) \quad (2.17)$$

Quand σ_0 augmente, la dynamique du modèle de LuGre devient plus rapide et l'erreur entre z et z_s est plus importante mais diminue rapidement. Dans ce cas, la perturbation dynamique diminue aussi rapidement et engendre une erreur plus faible en régime permanent. La réciproque est vraie lorsque σ_0 diminue.

Généralisation du modèle de Dahl (modèle de LuGre)

On peut vérifier que le modèle de Dahl est un cas particulier du modèle de LuGre. En effet, si on considère que la vitesse de Stribeck est nulle dans l'équation (2.13), celle-ci est réduite à :

$$\alpha(\dot{x}) = \mu_c \quad (2.18)$$

Si on suppose que $\sigma_1 = 0$ et $\mu_v = 0$ (coefficient d'amortissement et le coefficient visqueux nuls), la force de frottement de l'équation (2.14) aura l'expression suivante $f(\dot{x}) = \sigma_0 z$. Finalement si on remplace la nouvelle valeur de l'équation (2.18) dans l'équation (2.12), on obtient :

$$\frac{dz}{dt} = \dot{x} - \frac{\sigma_0 |\dot{x}|}{\mu_c} z \quad (2.19)$$

Ainsi l'équation (2.19) obtenue est identique à celle de Dahl (équation (2.11)).

Des études comparatives entre les modèles de Bliman et Sorine et celui de LuGre ont été présentées dans les articles [20;24]. Ces études ont montré que le modèle de LuGre décrit mieux les phénomènes du frottement par rapport à ceux décrits par Bliman et Sorine. Nous pouvons citer, par exemple, que l'effet de Stribeck est bien reproduit par le modèle de LuGre alors que dans les modèles de Bliman et Sorine, il est décrit par une transition simplifiée entre le frottement statique et le frottement de Coulomb. De plus, les modèles de Bliman et Sorine ne présentent pas de terme d'amortissement, ce qui provoque un comportement oscillatoire au passage de la vitesse par zéro, contrairement au modèle de LuGre.

CHAPITRE 3

ESTIMATEURS ADAPTATIFS NON LINÉAIRES

3.1 Introduction

Ce chapitre est consacré principalement aux différentes méthodes d'identification basées sur la construction d'estimateurs adaptatifs. Ces méthodes de compensation adaptatives ont été introduites dans la revue de la littérature du chapitre 1 [4;6-10]. Elles sont basées sur les modèles de frottement classiques décrits dans le chapitre précédent : le modèle de frottement de Coulomb, le modèle de Coulomb accompagné du modèle visqueux et le modèle de Stribeck [3]. Dans le cadre de notre mémoire, nous allons présenter et étudier quatre estimateurs distincts, ayant chacun une structure interne basée sur un modèle de frottement spécifique. Finalement, une étude de la stabilité de chaque estimateur est présentée.

3.2 Estimateurs

Cette partie sera consacrée à l'étude des différents estimateurs, dont les structures dépendent des modèles de frottement statiques déjà cités. Ces estimateurs permettent non seulement d'estimer les paramètres du modèle de frottement mais également d'être combinés à des lois de commande de façon à former des contrôleurs adaptatifs. Cependant, notre objectif est uniquement d'estimer les paramètres du frottement et d'étudier la stabilité de chacun d'eux. La partie contrôle ne sera donc pas considérée.

Comme nous l'avons déjà présenté dans le chapitre précédent, notre système est formé d'une masse m soumise à une force externe F_e , qui par raison de contact, crée une force

de frottement $f(\dot{x})$. Selon le principe fondamental de la dynamique, le modèle que décrit le système de la figure 1 du chapitre 2 est donnée comme suit :

$$m\ddot{x} = F_e - f(\dot{x}) \quad (3.1)$$

où m est la masse, $\dot{x}$ et $\ddot{x}$ sont respectivement sa vitesse et son accélération, $f(\dot{x})$ est la force de frottement et F_e la force externe. Pour estimer la force de frottement que subit la masse, un estimateur est placé comme l'indique la figure 18.

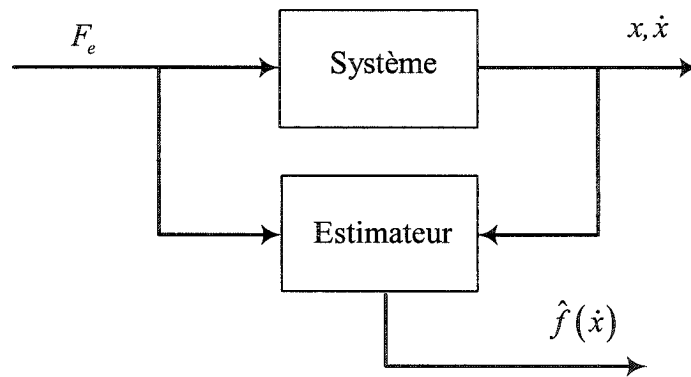


Figure 18 Système avec estimateur

où $\hat{f}(\dot{x})$ représente la force de frottement estimée.

3.2.1 Estimateur basé sur le modèle de Coulomb (EMC)

Dans [8], l'estimateur utilisé pour évaluer le coefficient de frottement de Coulomb est basé sur la technique de Lyapunov. Cet estimateur est basé sur le modèle amélioré de Yazdizadeh et Khorasani [6]. Il permet d'assurer une convergence exponentielle de l'erreur d'estimation du coefficient de Coulomb.

Dans ce modèle, le frottement est défini par l'équation (2.4) du chapitre 2 dont l'expression est la suivante :

$$f(\dot{x}) = \mu_c \operatorname{sgn}(\dot{x}) \quad (3.2)$$

où μ_c et $\operatorname{sgn}(\dot{x})$ sont respectivement le coefficient de Coulomb et la fonction signe de la vitesse dont l'expression est donnée par l'équation (2.2) du chapitre 2.

L'accélération du système peut être déduite de l'équation (3.1) comme suit :

$$\ddot{x} = \frac{1}{m} (F_e - f(\dot{x})) \quad (3.3)$$

En remplaçant le frottement de Coulomb de l'équation (3.2) dans l'équation (3.3), on obtient ainsi l'expression de l'accélération en fonction du modèle de frottement de Coulomb.

$$\ddot{x} = \frac{1}{m} (F_e - \mu_c \operatorname{sgn}(\dot{x})) \quad (3.4)$$

Dans le cas général, μ_c est inconnu et son estimation nécessite obligatoirement la conception d'un estimateur adaptatif. Ainsi, une structure générale d'un estimateur non linéaire d'ordre réduit est proposée dans [11]. Elle est établit par l'équation suivante et illustrée par un schéma bloc à l'annexe 2 :

$$\hat{\mu}_c = z_d - g(|\dot{x}|) \quad (3.5)$$

où z_d représente une variable intermédiaire et $g(|\dot{x}|)$ une fonction non linéaire de $|\dot{x}|$.

La fonction non linéaire $g(|\dot{x}|)$, donnée par Friedland et Park dans [4], a pour expression :

$$g(|\dot{x}|) = \eta |\dot{x}|^\rho \quad (3.6)$$

où η et ρ représentent deux paramètres positifs sélectionnés afin de réaliser une réponse transitoire appropriée. La dynamique de z_d est choisie telle que :

$$\dot{z}_d = g'(|\dot{x}|) \left(\frac{1}{m} (F_e - \hat{\mu}_c \operatorname{sgn}(\dot{x})) \right) \operatorname{sgn}(\dot{x}) \quad (3.7)$$

où $g'(y) = \frac{\partial g}{\partial y}$

Dans [8], l'expression de la dynamique de z_d comprend un terme de plus car les auteurs ont tenu compte de la partie contrôle qui, comme nous l'avons déjà mentionné, ne sera pas traitée dans notre étude. Pour plus de détails nous invitons le lecteur à consulter l'article [8].

3.2.1.1 Preuve de stabilité de l'estimateur EMC

Dans [23], L'estimateur est conçu de façon à assurer une stabilité exponentielle de l'erreur dynamique. Cette stabilité est assurée en respectant la condition de l'excitation persistante du système. De plus, la fonction non linéaire $g(|\dot{x}|)$ doit respecter les deux hypothèses suivantes :

H1 $g(|\dot{x}|)$ doit être monotoniquement croissante.

H2 $0 < K_{\min} \leq g'(|\dot{x}|) \leq K_{\max}$, pour tout $|\dot{x}| \geq 0$ avec $K_{\min}$ et $K_{\max}$ deux constantes positives

Notons que l'équation (3.6), sélectionnée dans l'article [4], ne respecte pas la condition H2. Cependant, une fonction $g(|\dot{x}|)$ qui vérifie les deux conditions H1 et H2 a été proposée dans [6] :

$$g(|\dot{x}|) = \text{Ln} \left(\frac{1}{1 + e^{(-|\dot{x}|)}} \right) \quad (3.8)$$

Ainsi, en dérivant l'équation (3.5), on obtient la dynamique du coefficient de Coulomb estimé :

$$\dot{\hat{\mu}}_c = \dot{z}_d - g'(|\dot{x}|) \frac{d}{dt}(|\dot{x}|) \quad (3.9)$$

La fonction $|\dot{x}|$ peut être exprimée sous forme d'un produit de la vitesse et de la fonction signe de celle-ci :

$$|\dot{x}| = \dot{x} \text{sgn}(\dot{x}) \quad (3.10)$$

En dérivant l'équation (3.10), on obtient :

$$\frac{d}{dt}(|\dot{x}|) = \ddot{x} \text{sgn}(\dot{x}) \quad (3.11)$$

En substituant l'équation (3.11) dans l'équation (3.9), on obtient :

$$\dot{\hat{\mu}}_c = \dot{z}_d - g'(|\dot{x}|) \ddot{x} \text{sgn}(\dot{x}) \quad (3.12)$$

Puis, en remplaçant les expressions des équations (3.4) et (3.7) dans l'équation (3.12), on aura :

$$\begin{aligned}
 \dot{\hat{\mu}}_c &= g'(|\dot{x}|) \left(\frac{1}{m} (F_e - \hat{\mu}_c \operatorname{sgn}(\dot{x})) \right) \operatorname{sgn}(\dot{x}) \\
 &\quad - g'(|\dot{x}|) \left(\frac{1}{m} (F_e - \mu_c \operatorname{sgn}(\dot{x})) \right) \operatorname{sgn}(\dot{x}) \\
 &= - \frac{1}{m} g'(|\dot{x}|) \hat{\mu}_c (\operatorname{sgn}(\dot{x}))^2 + \frac{1}{m} g'(|\dot{x}|) \mu_c (\operatorname{sgn}(\dot{x}))^2 \\
 &= \frac{1}{m} g'(|\dot{x}|) (\operatorname{sgn}(\dot{x}))^2 (\mu_c - \hat{\mu}_c)
 \end{aligned} \tag{3.13}$$

En posant:

$$\tilde{\mu}_c = \mu_c - \hat{\mu}_c \tag{3.14}$$

où $\tilde{\mu}_c$ représente l'erreur d'estimation du coefficient de Coulomb. L'équation (3.13) devient alors :

$$\dot{\hat{\mu}}_c = \frac{1}{m} g'(|\dot{x}|) (\operatorname{sgn}(\dot{x}))^2 \tilde{\mu}_c \tag{3.15}$$

En supposant que le coefficient de frottement de Coulomb μ_c est constant, on déduit de l'équation (3.14) que $\dot{\tilde{\mu}}_c = -\dot{\hat{\mu}}_c$. Ainsi, la dérivée de l'erreur d'estimation du coefficient de Coulomb est égale à:

$$\dot{\tilde{\mu}}_c = - \frac{1}{m} g'(|\dot{x}|) (\operatorname{sgn}(\dot{x}))^2 \tilde{\mu}_c \tag{3.16}$$

La preuve de stabilité développée dans [8] (en se basant sur le théorème de stabilité de Lyapunov) est valable seulement lorsque la vitesse est différente de zéro. L'article [23] corrige ce problème en introduisant la notion d'excitation persistante du système, considérée comme condition suffisante pour la convergence du coefficient de frottement.

En effet, la solution de l'équation (3.16) est donnée ci-dessous :

$$\tilde{\mu}_c(t) = \tilde{\mu}_c(t_0) e^{\left\{ -\frac{1}{m} \int_{t_0}^t g'(|\dot{x}|) [\text{sgn}(\dot{x})]^2 d\tau \right\}} \quad (3.17)$$

où t_0 est une constante positive représentant le temps initial. Cette solution peut-être réécrite de la façon suivante

$$\tilde{\mu}_c(t) = \tilde{\mu}_c(t_0) e^{\left\{ -\frac{1}{mt} \int_{t_0}^t g'(|\dot{x}|) [\text{sgn}(\dot{x})]^2 d\tau \right\} t} \quad (3.18)$$

En introduisant le concept de la condition d'excitation persistante du signal donnée dans [23], on peut assurer que le coefficient de Coulomb estimé converge vers la vraie valeur. Cette condition est donnée par l'inégalité suivante :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \int_{t_0}^t g'(|\dot{x}|) [\text{sgn}(\dot{x})]^2 d\tau \geq c_0 > 0 \quad (3.19)$$

Grâce aux hypothèses H1 et H2, cette condition peut être vérifiée lorsque la vitesse n'est pas continuellement nulle. Ainsi, lorsque t tend vers l'infinie, cette condition de persistance permet d'assurer que l'exponentielle de l'équation (3.18) tend vers zéro, ce qui se traduit par une convergence exponentielle de l'erreur d'estimation du coefficient de Coulomb vers zéro.

3.2.2 Estimateur basé sur le modèle de Coulomb plus visqueux (EMCV)

Dans [9], Huang Jeng Tze a conçu un estimateur pour estimer simultanément les coefficients de Coulomb et visqueux. Dans notre étude, nous n'avons pas tenue compte de la commande linéarisante standard que cet estimateur intègre dans sa structure

interne. Comme nous l'avons déjà mentionné, notre étude ne porte que sur la partie estimation. Les deux coefficients sont identifiés séparément à l'aide de deux estimateurs distincts. La dynamique du système et le modèle de frottement sont donnés respectivement par les équations (3.1) et (2.6) du chapitre 2. On rappelle que l'expression du modèle de frottement correspondant est comme suit :

$$f(\dot{x}) = \mu_c \operatorname{sgn}(\dot{x}) + \mu_v \dot{x} \quad (3.20)$$

où μ_c et μ_v sont respectivement le coefficient de Coulomb et le coefficient visqueux.

En se basant sur la même structure de l'estimateur EMC, Huang Jeng Tze a conçu un estimateur formé de deux estimateurs distincts pour obtenir séparément μ_c et μ_v . Pour estimer le coefficient de Coulomb, il utilise la même structure que l'estimateur donnée par l'équation (3.5), excepté que la dynamique de la variable intermédiaire z_d est choisie comme suit :

$$\dot{z}_d = g'(|\dot{x}|) \left(\frac{1}{m} \left(F_e - (\hat{\mu}_c \operatorname{sgn}(\dot{x}) + \hat{\mu}_v \dot{x}) \right) \right) \operatorname{sgn}(\dot{x}) \quad (3.21)$$

Pour estimer le coefficient visqueux, le second estimateur est construit de la façon suivante :

$$\hat{\mu}_v = y_d - |\dot{x}| g(|\dot{x}|) + \int_0^{|\dot{x}|} g(\tau) d\tau \quad (3.22)$$

La dynamique de y_d est donnée par l'équation suivante :

$$\dot{y}_d = |\dot{x}| g'(|\dot{x}|) \operatorname{sgn}(\dot{x}) \left(\frac{1}{m} \left(F_e - (\hat{\mu}_c \operatorname{sgn}(\dot{x}) + \hat{\mu}_v \dot{x}) \right) \right) \quad (3.23)$$

3.2.2.1 Preuve de stabilité de l'estimateur EMCV

Sous certaines conditions, l'estimateur EMCV permet d'assurer une stabilité exponentielle des erreurs d'estimation des deux coefficients. La dynamique du coefficient de Coulomb estimée est donnée précédemment par l'équation (3.12). Si on remplace les équations (3.3) et (3.21) par leurs expressions respectives dans l'équation (3.12), on aura donc :

$$\begin{aligned}\dot{\hat{\mu}}_c = & g'(|\dot{x}|) \left(\frac{1}{m} (F_e - (\hat{\mu}_c \operatorname{sgn}(\dot{x}) + \hat{\mu}_v \dot{x})) \right) \operatorname{sgn}(\dot{x}) \\ & - g'(|\dot{x}|) \left(\frac{1}{m} (F_e - (\mu_c \operatorname{sgn}(\dot{x}) + \mu_v \dot{x})) \right) \operatorname{sgn}(\dot{x})\end{aligned}\quad (3.24)$$

Ainsi,

$$\begin{aligned}\dot{\hat{\mu}}_c = & \frac{1}{m} g'(|\dot{x}|) \operatorname{sgn}(\dot{x}) [(\mu_c - \hat{\mu}_c) \operatorname{sgn}(\dot{x}) + (\mu_v - \hat{\mu}_v) \dot{x}] \\ = & \frac{1}{m} g'(|\dot{x}|) \operatorname{sgn}(\dot{x}) [\tilde{\mu}_c \operatorname{sgn}(\dot{x}) + \tilde{\mu}_v \dot{x}] \\ = & \frac{1}{m} g'(|\dot{x}|) \operatorname{sgn}(\dot{x}) \varepsilon\end{aligned}\quad (3.25)$$

D'autre part, la dynamique du coefficient visqueux estimé est donnée comme suit :

$$\dot{\hat{\mu}}_v = \dot{y}_d - \frac{d}{dt}(|\dot{x}|) g(|\dot{x}|) - |\dot{x}| g'(|\dot{x}|) \frac{d}{dt}(|\dot{x}|) + \frac{d}{dt} \left(\int_0^{|\dot{x}|} g(\tau) d\tau \right) \quad (3.26)$$

comme :

$$\frac{d}{dt} \left(\int_0^{|\dot{x}|} g(\tau) d\tau \right) = g(|\dot{x}|) \frac{d}{dt}(|\dot{x}|) \quad (3.27)$$

D'où, on obtient alors :

$$\begin{aligned}\dot{\hat{\mu}}_v &= \dot{y}_d - |\dot{x}| g'(|\dot{x}|) \frac{d}{dt}(|\dot{x}|) \\ &= \dot{y}_d - |\dot{x}| g'(|\dot{x}|) \ddot{x} \operatorname{sgn}(\dot{x})\end{aligned}\quad (3.28)$$

En remplaçant les équations (3.3) et (3.23) dans l'équation (3.28), on aura :

$$\begin{aligned}\dot{\hat{\mu}}_v &= \frac{1}{m} g'(|\dot{x}|) \operatorname{sgn}(\dot{x}) |\dot{x}| [(\mu_c - \hat{\mu}_c) \operatorname{sgn}(\dot{x}) + (\mu_v - \hat{\mu}_v) \dot{x}] \\ &= \frac{1}{m} g'(|\dot{x}|) \operatorname{sgn}(\dot{x}) |\dot{x}| [\tilde{\mu}_c \operatorname{sgn}(\dot{x}) + \tilde{\mu}_v \dot{x}] \\ &= \frac{1}{m} g'(|\dot{x}|) \operatorname{sgn}(\dot{x}) |\dot{x}| \varepsilon\end{aligned}\quad (3.29)$$

où $\varepsilon = f(\dot{x}) - \hat{f}(\dot{x})$ est l'erreur de prédiction de la force de frottement. Dans ce cas, $K_{\min} < g'(\dot{x}) < K_{\max}$ telle que définie par l'hypothèse H2. En combinant les deux équations (3.25) et (3.29), la dynamique de l'estimateur prend la forme vectorielle suivante :

$$\dot{\hat{\theta}} = \frac{1}{m} g'(|\dot{x}|) \Psi^T(\dot{x}) \Psi(\dot{x}) \tilde{\theta} \quad (3.30)$$

où $\Psi(\dot{x}) = [\operatorname{sgn}(\dot{x}) \quad \dot{x}]$, $\hat{\theta} = [\hat{\mu}_c \quad \hat{\mu}_v]^T$ est le vecteur des paramètres estimés et $\tilde{\theta} = \theta - \hat{\theta}$ est le vecteur des erreurs d'estimation.

Pour démontrer la stabilité exponentielle des erreurs d'estimation des deux coefficients, on choisit la fonction de Lyapunov suivante :

$$V(\tilde{\theta}) = \frac{1}{2} \tilde{\theta}^T \tilde{\theta} \quad (3.31)$$

En dérivant l'équation (3.31), on obtient :

$$\dot{V}(\tilde{\boldsymbol{\theta}}) = \left(\frac{1}{2} \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \tilde{\boldsymbol{\theta}} \right)' = \frac{1}{2} \dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}}^T \tilde{\boldsymbol{\theta}} + \frac{1}{2} \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}} \quad (3.32)$$

comme $\dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}}^T \tilde{\boldsymbol{\theta}} = \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}}$, on aura donc :

$$\dot{V}(\tilde{\boldsymbol{\theta}}) = \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}} \quad (3.33)$$

Aussi, en considérant la dynamique des erreurs d'estimation des deux coefficients (qui sont supposés constants), on aura :

$$\dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}} = \dot{\boldsymbol{\theta}} - \hat{\dot{\boldsymbol{\theta}}} = -\hat{\dot{\boldsymbol{\theta}}} \quad (3.34)$$

En substituant l'équation (3.30) dans l'équation (3.34), puis dans l'équation (3.33), on obtient :

$$\dot{V}(\tilde{\boldsymbol{\theta}}) = -\frac{1}{m} g'(|\dot{x}|) \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \boldsymbol{\Psi}^T(\dot{x}) \boldsymbol{\Psi}(\dot{x}) \tilde{\boldsymbol{\theta}} \quad (3.35)$$

Sachant que $\varepsilon = \boldsymbol{\Psi}(\dot{x}) \tilde{\boldsymbol{\theta}}$, l'équation (3.35) deviendra :

$$\dot{V}(\tilde{\boldsymbol{\theta}}) = -\frac{1}{m} g'(|\dot{x}|) \varepsilon^2 \quad (3.36)$$

De cette équation, on remarque que $\dot{V}(\tilde{\boldsymbol{\theta}}) \leq 0$. Selon le théorème de Lyapunov, on déduit alors que $\tilde{\boldsymbol{\theta}} \in L_\infty$.

Or, $K_{\min} < g'(\dot{x}) < K_{\max} \Rightarrow K_{\min} \int_0^\infty \varepsilon^2(\tau) d\tau < \int_0^\infty g'(|\dot{x}|) \varepsilon^2(\tau) d\tau = mV(0) - mV(\infty) < \infty$

Ainsi, l'erreur d'estimation du frottement $\varepsilon \in L_2$ et elle est aussi bornée puisque $\tilde{\Theta} \in L_\infty$. Pour que l'erreur d'estimation des paramètres converge vers zéro, il faut ajouter la condition de persistance de l'excitation suivante : Il existe δ et α_0 tels que

$$\int_{\omega}^{\omega+\delta} \Psi^T \Psi dt \geq \alpha_0 \mathbf{I}, \quad \forall \omega \geq t_0 \quad (3.37)$$

Ainsi, en intégrant la dérivée de la fonction de Lyapunov donnée par l'équation (3.35), et en utilisant la condition de persistance de l'excitation donnée par (3.37), on peut montrer que la fonction de Lyapunov décroît non pas de façon continue mais à chaque saut temporel δ [29]. Cette décroissance nous assure une convergence vers zéro de la fonction de Lyapunov et du même coup, celle des erreurs d'estimations des paramètres.

3.2.3 Estimateur par l'observateur d'état (EOE)

Il est également possible d'utiliser un observateur d'état pour estimer les paramètres du modèle de frottement de Stribeck [10]. Dans ce cas, le modèle de frottement de Stribeck décrit dans le chapitre 2, est considéré. Son expression est donnée par l'équation (2.7). En remplaçant celle-ci dans l'équation (3.3), on obtient :

$$\ddot{x} = \frac{I}{m} \left(F_e - \left(\mu_v \dot{x} + \mu_c \operatorname{sgn}(\dot{x}) + (\mu_s - \mu_c) e^{-\left(\frac{\dot{x}}{\dot{x}_s}\right)^2} \operatorname{sgn}(\dot{x}) \right) \right) \quad (3.38)$$

L'équation (3.38) peut se mettre sous la forme d'un produit d'une matrice ligne par un vecteur :

$$\ddot{x} = \begin{bmatrix} -\frac{l}{m}\dot{x} & -\frac{l}{m}\text{sgn}(\dot{x}) & -\frac{l}{m}e^{-\left(\frac{\dot{x}}{\dot{x}_s}\right)^2}\text{sgn}(\dot{x}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu_v \\ \mu_c \\ (\mu_s - \mu_c) \end{bmatrix} + \frac{F_e}{m} \quad (3.39)$$

On pose alors :

$$\mathbf{W}^T(\dot{x}) = \begin{bmatrix} -\frac{l}{m}\dot{x} & -\frac{l}{m}\text{sgn}(\dot{x}) & -\frac{l}{m}e^{-\left(\frac{\dot{x}}{\dot{x}_s}\right)^2}\text{sgn}(\dot{x}) \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

et

$$\boldsymbol{\theta} = [\mu_v \quad \mu_c \quad (\mu_s - \mu_c)]^T \quad (3.41)$$

où $\mathbf{W}^T(\dot{x})$ et $\boldsymbol{\theta}$ sont respectivement le vecteur regresseur (supposé borné) et le vecteur des paramètres statiques (supposés constants). Ainsi :

$$\ddot{x} = \mathbf{W}^T(\dot{x})\boldsymbol{\theta} + \frac{F_e}{m} \quad (3.42)$$

Afin d'estimer les paramètres inconnus, c'est-à-dire les coefficients du modèle de frottement considéré, nous utiliserons le système d'identificateur suivant [10]:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = -\mathbf{A}(\dot{x} - \hat{x}) + \mathbf{W}^T(\dot{x})\hat{\boldsymbol{\theta}} + \frac{F_e}{m} \\ \dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}} = \mathbf{W}(\dot{x})\mathbf{P}(\dot{x} - \hat{x}) \end{cases} \quad (3.43)$$

où $\mathbf{A}$ et $\mathbf{P}$ sont respectivement la matrice des gains de l'erreur de vitesse et celle des gains des erreurs d'estimation des paramètres. Pour assurer la stabilité de l'estimateur, le

polynôme caractéristique de la matrice $\mathbf{A}$ doit être Hurwitz et la matrice $\mathbf{P}$ doit être d'une part définie positive, et d'autre part la solution de l'équation de Lyapunov suivante :

$$\mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A} = -\mathbf{Q}, \text{ avec } \mathbf{Q} > 0 \quad (3.44)$$

Un cas particulier de l'identificateur, qui est couramment utilisé, est obtenu en posant $\mathbf{A} = -\lambda \mathbf{I}$.

3.2.3.1 Preuve de stabilité de l'estimateur EOE

On définit l'erreur d'estimation de la vitesse comme suit :

$$e_1 = \dot{x} - \hat{\dot{x}} \quad (3.45)$$

Aussi, on définit l'erreur d'estimation des paramètres statiques :

$$\tilde{\boldsymbol{\theta}} = \boldsymbol{\theta} - \hat{\boldsymbol{\theta}} \quad (3.46)$$

La dynamique des erreurs est obtenue en dérivant les deux équations (3.45) et (3.46) et en utilisant les expressions de l'équation (3.42) et (3.43) :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = \mathbf{A} e_1 + \mathbf{W}^T(\dot{x}) \tilde{\boldsymbol{\theta}} \\ \dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}} = -\mathbf{W}(\dot{x}) \mathbf{P} e_1 \end{cases} \quad (3.47)$$

Pour étudier la stabilité de ce système, nous considérons la fonction de Lyapunov candidate suivante :

$$V(e_1, \tilde{\boldsymbol{\theta}}) = e_1^T \mathbf{P} e_1 + \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \tilde{\boldsymbol{\theta}} \quad (3.48)$$

En dérivant l'équation (3.48), on obtient :

$$\dot{V}(e_1, \tilde{\theta}) = \dot{e}_1^T P e_1 + e_1^T P \dot{e}_1 + \dot{\tilde{\theta}}^T \tilde{\theta} + \tilde{\theta}^T \dot{\tilde{\theta}} \quad (3.49)$$

Aussi, en appliquant la transposée au système d'équations (3.47), on obtient :

$$\begin{cases} \dot{e}_1^T = e_1^T A^T + \tilde{\theta}^T W(\dot{x}) \\ \dot{\tilde{\theta}}^T = -e_1^T P W^T(\dot{x}) \end{cases} \quad (3.50)$$

En substituant le système d'équation (3.50) dans l'équation (3.49), on aura :

$$\begin{aligned} \dot{V}(e_1, \tilde{\theta}) &= (e_1^T A^T + \tilde{\theta}^T W(\dot{x})) P e_1 + e_1^T P (A e_1 + W^T(\dot{x}) \tilde{\theta}) \\ &\quad + (-e_1^T P W^T(\dot{x})) \tilde{\theta} + \tilde{\theta}^T (-W(\dot{x}) P e_1) \end{aligned} \quad (3.51)$$

Ainsi,

$$\begin{aligned} \dot{V}(e_1, \tilde{\theta}) &= e_1^T A^T P e_1 + \tilde{\theta}^T W(\dot{x}) P e_1 + e_1^T P A e_1 + e_1^T P W^T(\dot{x}) \tilde{\theta} \\ &\quad - e_1^T P W^T(\dot{x}) \tilde{\theta} - \tilde{\theta}^T W(\dot{x}) P e_1 \end{aligned} \quad (3.52)$$

Finalement, après simplification de l'équation ci-dessus, on obtient :

$$\begin{aligned} \dot{V}(e_1, \tilde{\theta}) &= e_1^T A^T P e_1 + e_1^T P A e_1 \\ &= e_1^T (A^T P + P A) e_1 \end{aligned} \quad (3.53)$$

Selon l'hypothèse que P est la solution de l'équation de Lyapunov (3.44),

$$\dot{V}(e_1, \tilde{\theta}) = -e_1^T Q e_1 \quad (3.54)$$

Ainsi, $\dot{V}(e_1, \tilde{\theta}) \leq 0$ (définie semi-négative) puisque $\mathbf{Q}$ est définie positive. En effet, $\dot{V}(e_1, \tilde{\theta}) = 0 \quad \forall \tilde{\theta} \neq 0$ lorsque $e_1 = 0$. Selon le théorème de Lyapunov, les erreurs de prédiction e_1 et d'estimation $\tilde{\theta}$ sont alors bornées. La fonction de Lyapunov $V(e_1, \tilde{\theta})$ possède donc une borne inférieure. De plus, comme $\dot{V}(e_1, \tilde{\theta}) = -2e_1^T \mathbf{Q} \dot{e}_1 = -2e_1^T (\mathbf{A}e_1 + \mathbf{W}^T(\dot{x})\tilde{\theta})$ est bornée (car $\mathbf{W}$ est supposé borné), $\dot{V}(e_1, \tilde{\theta})$ est donc uniformément continue. Le lemme de Barbalat nous assure alors que $\dot{V}(e_1, \tilde{\theta})$ converge vers zéro, ce qui implique que l'erreur de prédiction e_1 converge aussi vers zéro. Pour assurer une convergence vers zéro des erreurs d'estimation, il faut ajouter la condition de persistance de l'excitation suivante : Il existe δ et α_0 tels que

$$\int_{\omega}^{\omega+\delta} \mathbf{W}\mathbf{W}^T dt \geq \alpha_0 \mathbf{I}, \quad \forall \omega \geq t_0 \quad (3.55)$$

La preuve de stabilité est alors basée sur une équation de Lyapunov augmentée. Elle permet d'assurer la stabilité exponentielle de la dynamique décrite par l'équation (3.47), sous une condition d'observabilité du système considéré comme variant dans le temps [30]. Le reste de la preuve consiste à démontrer l'équivalence entre la condition d'observabilité et celle de persistance de l'excitation [31].

3.2.4 Estimateur utilisant la méthode des moindres carrés (EMMC)

Dans [7], les auteurs proposent une adaptation des paramètres du modèle incluant le paramètre de Stribeck lorsque la trajectoire de position désirée est constante. Par contre, dans le cas général, ils proposent d'utiliser un estimateur moindre carré en supposant que le paramètre de Stribeck est connu. Le modèle de frottement utilisé est donc celui donné par l'équation (2.7) du chapitre 2.

En remplaçant cette relation dans l'équation (3.1), on obtiendra l'équation suivante :

$$m\ddot{x} = F_e - \left[\mu_v \dot{x} + \mu_c \operatorname{sgn}(\dot{x}) + (\mu_s - \mu_c) e^{-\left(\frac{\dot{x}}{\dot{x}_s}\right)^2} \operatorname{sgn}(\dot{x}) \right] \quad (3.56)$$

Pour exprimer le modèle sous une forme linéaire par rapport à ses paramètres, on pose :

$$\mathbf{W}(\dot{x}) = \begin{bmatrix} \dot{x} & \operatorname{sgn}(\dot{x}) & e^{-\left(\frac{\dot{x}}{\dot{x}_s}\right)^2} \operatorname{sgn}(\dot{x}) \end{bmatrix} \quad (3.57)$$

et

$$\boldsymbol{\theta} = [\mu_v \quad \mu_c \quad (\mu_s - \mu_c)]^T \quad (3.58)$$

où $\boldsymbol{\theta}$ et $\mathbf{W}(\dot{x})$ sont respectivement le vecteur des paramètres statiques (supposés constants) et le vecteur regressor (supposé borné). L'équation (3.56) devient alors :

$$m\ddot{x} = F_e - \mathbf{W}(\dot{x})\boldsymbol{\theta} \quad (3.59)$$

Pour éliminer la mesure d'accélération qui serait nécessaire pour établir la loi d'estimation, le modèle décrit par la relation (3.59) est filtré de la façon suivante :

$$m\ddot{x}_f = F_{ef} - \mathbf{W}_f(\dot{x})\boldsymbol{\theta} \quad (3.60)$$

où $\mathbf{W}_f(\dot{x})$, $\ddot{x}_f$ et F_{ef} sont respectivement le vecteur regressor filtré, l'accélération filtrée et la force externe filtrée qui sont régis par les équations différentielles suivantes : $\dot{\mathbf{W}}_f(\dot{x}) + \beta \mathbf{W}_f(\dot{x}) = \beta \mathbf{W}(\dot{x})$, $\dot{F}_{ef} + \beta F_{ef} = \beta F_e$ et $\ddot{x}_f + \beta \dot{x}_f = \beta \dot{x}$ où β est la fréquence de coupure du filtre de premier ordre.

Sachant que :

$$\ddot{x}_f = \frac{\beta}{s + \beta} \ddot{x} \quad (3.61)$$

Dans le domaine de Laplace, on peut écrire l'accélération en fonction de la vitesse comme suit :

$$\ddot{x} = s\dot{x} \quad (3.62)$$

Si on remplace l'équation (3.62) dans l'équation (3.61), on obtient :

$$\ddot{x}_f = \frac{s\beta}{s + \beta} \dot{x} \quad (3.63)$$

L'accélération filtrée est donnée alors par le produit d'une fonction de transfert réalisable par la vitesse qui est une variable d'état mesurable, ce qui évite donc la mesure de l'accélération.

On définit alors l'erreur de prédiction filtrée comme suit :

$$\varepsilon_f = \mathbf{W}_f(\dot{x}) \tilde{\boldsymbol{\theta}} \quad (3.64)$$

où $\tilde{\boldsymbol{\theta}} = \boldsymbol{\theta} - \hat{\boldsymbol{\theta}}$ est le vecteur des erreurs d'estimation des paramètres.

En remplaçant l'expression de $\tilde{\boldsymbol{\theta}}$ dans l'équation (3.64), on obtient :

$$\varepsilon_f = \mathbf{W}_f(\dot{x}) [\boldsymbol{\theta} - \hat{\boldsymbol{\theta}}] = \mathbf{W}_f(\dot{x}) \boldsymbol{\theta} - \mathbf{W}_f(\dot{x}) \hat{\boldsymbol{\theta}} \quad (3.65)$$

Dans ce cas, l'erreur de prédiction filtrée est définie comme la différence entre le frottement réel filtré et le frottement estimé filtré.

Afin d'élaborer notre estimateur, il nous faut le frottement réel qu'on peut déduire de l'équation (3.60) :

$$\mathbf{W}_f(\dot{x})\boldsymbol{\theta} = F_f - m\ddot{x}_f \quad (3.66)$$

où $\ddot{x}_f$ est l'accélération filtrée. Finalement, on peut établir une loi d'adaptation, basée sur la méthode des moindres carrés pour estimer le vecteur des paramètres $\boldsymbol{\theta}$. Cette loi est donnée par l'expression suivante :

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}} &= \boldsymbol{\Gamma} \mathbf{W}_f^T(\dot{x}) \varepsilon_f \\ \dot{\boldsymbol{\Gamma}} &= -\boldsymbol{\Gamma} \mathbf{W}_f^T(\dot{x}) \mathbf{W}_f(\dot{x}) \boldsymbol{\Gamma} \quad \text{avec } \boldsymbol{\Gamma}(0) = \boldsymbol{\Gamma}^T(0) > 0 \end{aligned} \quad (3.67)$$

où $\boldsymbol{\Gamma}$ est la matrice des gains de l'estimateur EMMC

3.2.4.1 Preuve de stabilité de l'estimateur EMMC

Pour étudier la stabilité de l'estimateur, la fonction de Lyapunov suivante a été choisie :

$$V = \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \boldsymbol{\Gamma}^{-1} \tilde{\boldsymbol{\theta}} \quad (3.68)$$

En dérivant l'équation (3.68), on obtient le résultat suivant :

$$\dot{V} = \dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}}^T \boldsymbol{\Gamma}^{-1} \tilde{\boldsymbol{\theta}} + \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \frac{d}{dt}(\boldsymbol{\Gamma}^{-1}) \tilde{\boldsymbol{\theta}} + \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \boldsymbol{\Gamma}^{-1} \dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}} \quad (3.69)$$

or,

$$\dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}} = -\dot{\boldsymbol{\theta}} \quad (3.70)$$

Puisqu'on suppose que les paramètres sont constants. Comme $\dot{\tilde{\theta}}^T \Gamma^{-1} \tilde{\theta}$ et $\tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\theta}}$ sont deux scalaires identiques, on aura :

$$\dot{V} = -2\tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\theta}} + \tilde{\theta}^T \frac{d}{dt}(\Gamma^{-1}) \tilde{\theta} \quad (3.71)$$

Déterminons l'expression de $\frac{d}{dt}(\Gamma^{-1})$. D'abord, on a :

$$\Gamma^{-1} \Gamma = I \quad (3.72)$$

La dérivée de l'équation (3.72) nous donne :

$$\frac{d}{dt}(\Gamma^{-1}) \Gamma + \Gamma^{-1} \dot{\Gamma} = 0 \quad (3.73)$$

D'où

$$\frac{d}{dt}(\Gamma^{-1}) = -\Gamma^{-1} \dot{\Gamma} \Gamma^{-1} \quad (3.74)$$

En remplaçant l'équation (3.74) dans l'équation (3.71), on trouve :

$$\dot{V} = -2\tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\theta}} - \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \dot{\Gamma} \Gamma^{-1} \tilde{\theta} \quad (3.75)$$

En substituant les expressions de $\dot{\tilde{\theta}}$ et $\dot{\Gamma}$, données par l'équation (3.67), dans l'équation (3.75), on obtient :

$$\begin{aligned}
\dot{V} &= -2\tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \Gamma \mathbf{W}_f^T(\dot{x}) \varepsilon_f + \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \Gamma \mathbf{W}_f^T(\dot{x}) \mathbf{W}_f(\dot{x}) \Gamma \Gamma^{-1} \tilde{\theta} \\
&= -2\tilde{\theta}^T \mathbf{W}_f^T(\dot{x}) \varepsilon_f + \tilde{\theta}^T \mathbf{W}_f^T(\dot{x}) \mathbf{W}_f(\dot{x}) \tilde{\theta} \\
&= -2(\mathbf{W}_f(\dot{x}) \tilde{\theta})^T \varepsilon_f + (\mathbf{W}_f(\dot{x}) \tilde{\theta})^T \mathbf{W}_f(\dot{x}) \tilde{\theta}
\end{aligned} \tag{3.76}$$

or $\varepsilon_f = \mathbf{W}_f(\dot{x}) \tilde{\theta}$, d'où :

$$\begin{aligned}
\dot{V} &= -2\varepsilon_f^T \varepsilon_f + \varepsilon_f^T \varepsilon_f \\
\dot{V} &= -\varepsilon_f^2
\end{aligned} \tag{3.77}$$

D'après l'équation (3.77), $\dot{V} \leq 0$ (définie semi-négative). Le système décrit par l'équation (3.67) est donc stable ($\tilde{\theta} \in L_\infty$). Si on suppose que le vecteur regressor $\mathbf{W}(\dot{x})$ est borné, on peut alors déduire que $\varepsilon_f \in L_\infty$ selon l'équation (3.64). Comme $\mathbf{W}_f(\dot{x})$ est filtré, $\dot{\mathbf{W}}_f(\dot{x})$ est aussi borné, ce qui implique que $\dot{\varepsilon}_f \in L_\infty$. Ainsi, $\dot{V} \leq 0$, V est définie positive et sa dérivée seconde est bornée. Le Lemme de Barbalat nous permet donc de conclure que l'erreur de prédiction filtrée converge vers zéro. Finalement, pour démontrer que les erreurs d'estimations des coefficients de frottement convergent vers zéro, il faut qu'on introduise la condition d'excitation persistante suivante : Il existe δ et α_0 tels que:

$$\int_{\omega}^{\omega+\delta} \mathbf{W}_f^T \mathbf{W}_f dt \geq \alpha_0 \mathbf{I}, \quad \forall \omega \geq t_0 \tag{3.78}$$

où $[\omega_0, \omega_0 + \delta_0]$ est un intervalle fini, $\delta_0 > 0$ et $\omega_0 > t_0$. La preuve consiste alors, d'une part à montrer que la solution de la dynamique de l'erreur d'estimation est proportionnelle à la matrice des gains Γ , et d'autre part, de montrer que la norme de cette matrice tend vers zéro lorsque le temps tend vers l'infini si la condition (3.78) est vérifiée. Pour plus de détails, nous invitons le lecteur à consulter la référence [29].

CHAPITRE 4

EXPÉRIMENTATIONS ET RÉSULTATS

4.1 Introduction

Ce chapitre présente d'abord une brève description du dispositif expérimental de notre système réel. Cette présentation est suivie d'une étude comparative par simulation, consacrée principalement à mettre en valeur les performances de chaque estimateur étudié dans le chapitre précédent, vis-à-vis des différents modèles de frottement traités dans le chapitre 2. Cette étude sera ensuite validée par comparaison des différents estimateurs sur un banc d'essais expérimental.

4.2 Description du banc d'essais expérimental

Le dispositif expérimental est un système électropneumatique tel qu'illustré par la figure 19. Sa partie pneumatique, fournie par la compagnie FESTO (Montréal, Québec), est formée d'une alimentation en air comprimé (compresseur), d'un filtre régulateur (modèle LFR-M2-G1/4-C10RG), d'une servovalve (modèle MPYE-5-1/8LF-010B), de deux capteurs de pression (modèle SDE-10) et d'un vérin pneumatique (modèle DGP-25-500).

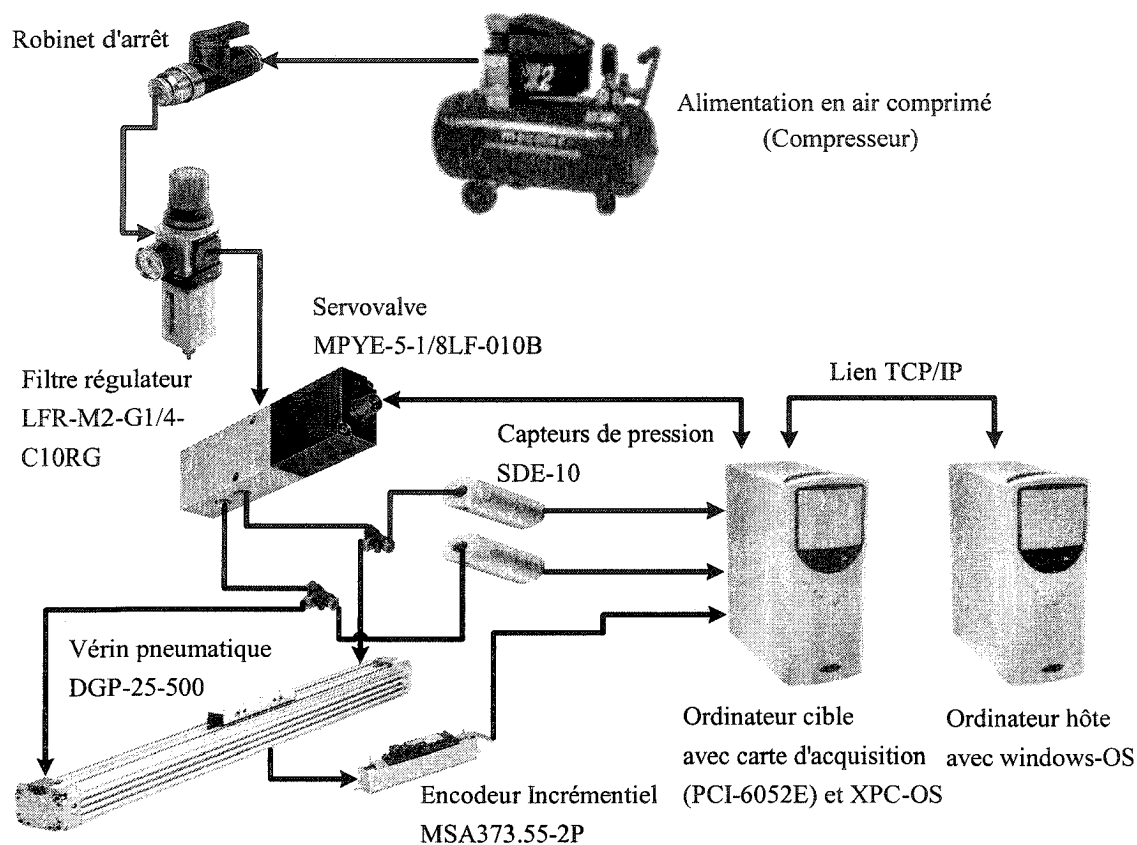


Figure 19 Dispositif expérimental

Comme l'indique la figure 20, le joint qui assure l'étanchéité entre chacune des deux chambres du vérin, qui sont séparées par le piston, engendre un important frottement. Cette force de frottement empêche le mouvement du piston. Pour comparer expérimentalement les différentes méthodes d'identification des modèles de frottement étudiées dans ce mémoire, il est nécessaire d'appliquer des profils (ou des trajectoires) de force sur le piston et d'en mesurer les déplacements correspondants. Ces déplacements sont mesurés par un encodeur incrémentielle linéaire MSA373.55-2P de la compagnie RSF Electronics (Rancho Cordova, Californie). La force externe appliquée est assurée par un système de commande non linéaire robuste réalisé dans le cadre d'un autre projet de recherche [32].

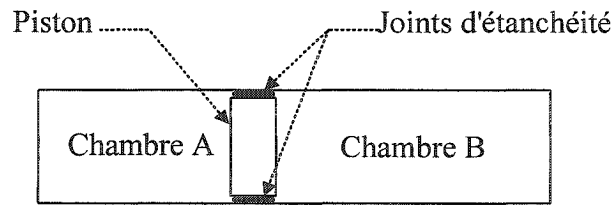


Figure 20 Coupe longitudinale d'un vérin pneumatique

4.2.1 Fonctionnement du dispositif expérimental

La mise en œuvre du système de commande de force est assurée par un système en temps réel composé d'une carte d'acquisition (modèle PCI-6052E) de la compagnie National Instruments (Austin, Texas) et de deux ordinateurs personnels (PC) AMD Athlon 3000+ : l'un est utilisé comme cible équipé de XPC en temps réel et l'autre comme hôte avec Windows OS. Le logiciel XPC-SIMULINK de la compagnie Mathworks (Natick, Massachusetts) est installé sur les deux ordinateurs afin d'exécuter, en temps réel, le diagramme bloc du système de commande de force édité dans le logiciel SIMULINK.

La génération du code automatique, la compilation et le transfert de données (de l'ordinateur hôte vers l'ordinateur cible) sont complètement assurés par ce logiciel. Le signal d'entrée (la tension à l'entrée de la servovalve exprimé en volts) et les signaux de sortie (les pressions dans chacune des deux chambres du vérin et la position du piston) sont envoyés et traités par l'ordinateur cible à travers la carte d'acquisition.

La commande envoyée par l'ordinateur à la servovalve passe par une conversion numérique-analogique, et permet son ouverture proportionnelle (l'ouverture de la valve est proportionnelle à la tension d'entrée) assurant un passage ajustable de l'air comprimé

du filtre régulateur aux chambres du vérin. Cet ajustement influence directement la différence des pressions des deux chambres du vérin permettant la commande de la force externe. En effet, la force externe est le produit de la surface du piston par la différence de pressions des chambres.

4.3 Simulations

Les simulations ont été réalisées selon le schéma bloc illustré par la figure 21. Il représente l'identification des coefficients d'un modèle de frottement d'un système mécanique : c'est la modélisation de la partie mécanique de l'actionneur (piston) du vérin pneumatique. Le schéma est composé de quatre blocs distincts : un signal d'excitation à l'entrée du système (il représente la force externe F_e appliquée provenant de la différence de pression dans les deux chambres du vérin pneumatique), la masse (du piston), le modèle de frottement (on applique les quatre modèles de frottement décrits dans le chapitre 2) et l'estimateur (on utilise les quatre estimateurs étudiés dans le chapitre 3) qui permet d'identifier les paramètres du modèle considéré.

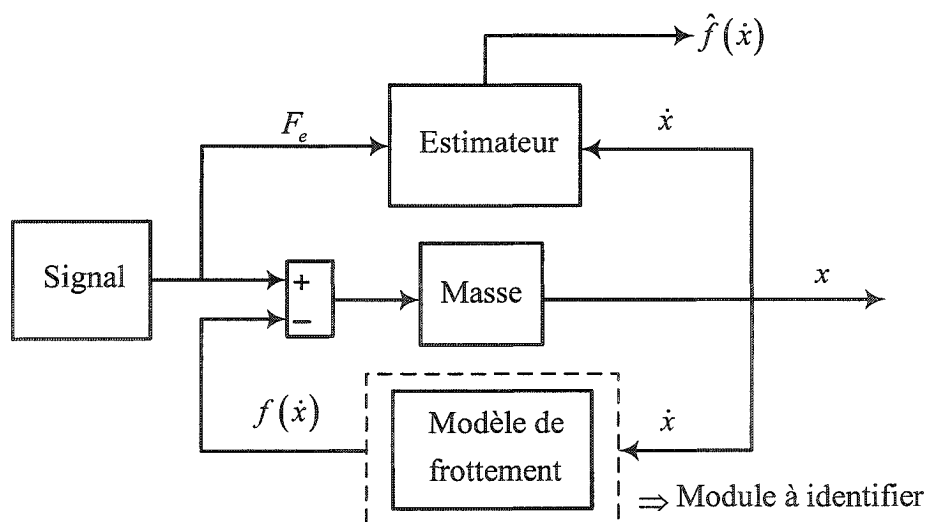


Figure 21 Système de simulation

4.3.1 Choix du signal d'entrée

La force externe F_e appliquée au système est représentée par le schéma de la figure 22. Nous avons opté et construit ce type de signal, qui dépend de la vitesse du système, pour contourner le problème que pose le modèle de frottement de Coulomb lorsque la vitesse passe par zéro. Quand celle-ci est nulle, le modèle de frottement de Coulomb ne spécifie pas clairement la valeur exacte de la force de frottement. En effet, elle peut prendre n'importe quelle valeur dans l'intervalle $[-\mu_c, \mu_c]$ (μ_c représente le coefficient de Coulomb).

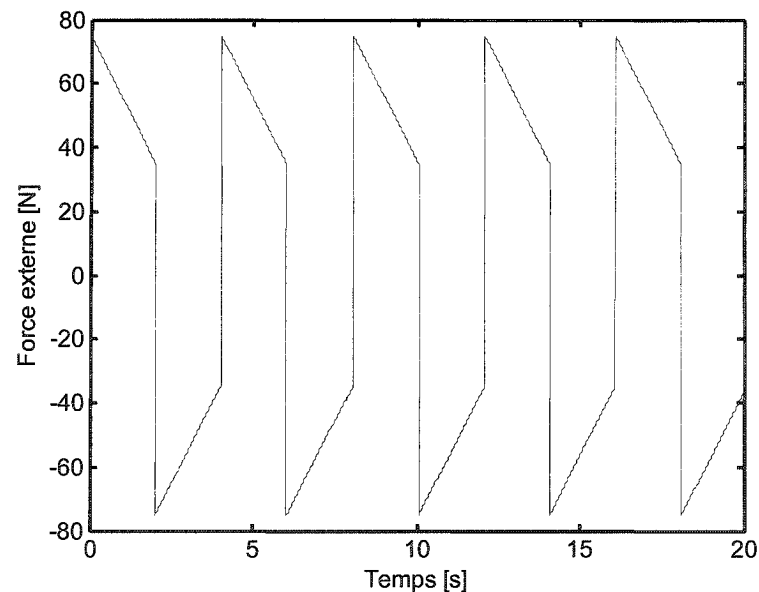


Figure 22 Force externe en fonction du temps

Le signal ainsi construit dépend du passage de la vitesse du système par zéro. En d'autres termes, on oblige le système à bouger à chaque fois que la vitesse est au voisinage de zéro. Le signal illustré par la figure 22 prend la valeur maximale de +75 N (elle doit être supérieure à la valeur des coefficients de Coulomb et statique du modèle

de frottement afin qu'il y ait mouvement de la masse) et entame une pente décroissante jusqu'à ce que la vitesse du système soit proche de zéro. A ce moment précis, le signal prend la valeur négative de -75 N et entame instantanément une pente croissante jusqu'à ce que la vitesse du système passe de nouveau au voisinage de zéro. Le processus est réitéré périodiquement comme l'illustre la figure 22.

4.3.2 Paramètres de simulation

La valeur de la masse est choisie conformément à celle du piston du vérin pneumatique du banc d'essais expérimental présenté par la figure 20. Elle est égale à 0,3256 kg. Les paramètres statiques sont représentés par l'ensemble des coefficients de Coulomb, statique, visqueux, et la vitesse de Stribeck. En plus de ces paramètres, le modèle dynamique de LuGre est caractérisé par d'autres paramètres dynamiques représentés par le coefficient de raideur et le coefficient d'amortissement.

Le tableau I résume les valeurs numériques attribuées aux six paramètres (quatre statiques et deux dynamiques) pour réaliser notre étude par simulation. D'après les résultats obtenus par Madi et al. et en utilisant le même dispositif expérimental [33], ces valeurs ont été choisies à l'intérieur de chacun des intervalles de variation relatifs aux différents paramètres estimés. Les intervalles de variation des coefficients statique et de Coulomb ont été obtenus, après plusieurs essais, par observation des données expérimentales en appliquant au système électropneumatique un signal de forme triangulaire [33]. Par contre, les intervalles de variation relatifs au coefficient visqueux et aux deux paramètres dynamiques ont été estimés en deux étapes (préglissement et glissement) en appliquant la méthode d'analyse d'intervalle [33]. Enfin, nous signalons que le schéma bloc représenté par la figure 21 est réalisé et simulé dans le logiciel SIMULINK de Matlab [34].

Tableau I
Valeurs attribuées aux paramètres et à la masse

Paramètres statiques	Valeurs	Unités
Coefficient statique (μ_s)	52	[N]
Coefficient de Coulomb (μ_c)	34	[N]
Coefficient visqueux (μ_v)	800	[Ns/m]
Vitesse de Stribeck ($\dot{x}_s$)	10^{-2}	[m/s]
Paramètres dynamiques	-	-
Coefficient de raideur (σ_0)	10^5	[N/m]
Coefficient d'amortissement (σ_1)	10^3	[Ns/m]
Masse	0,3256	[kg]

4.4 Protocole de comparaison

Les performances des estimateurs ont été évaluées de la façon suivante : dans un premier temps, chaque estimateur étudié dans le chapitre 3 a été simulé avec chacun des modèles de frottement présenté dans le chapitre 2 (incluant le modèle dynamique de LuGre). L'ensemble de ces simulations a pour objectif, non seulement d'évaluer les performances des estimateurs lorsqu'ils sont utilisés avec le modèle sur lequel ils se basent, mais également d'évaluer leurs limites lorsqu'ils sont utilisés avec des modèles plus complexes. Pour ce faire, le premier volet de notre étude par simulation sera effectué en considérant les paramètres du tableau I.

Dans un deuxième temps, ces estimateurs ont été évalués en considérant uniquement le modèle de LuGre pour différentes valeurs de ses paramètres dynamiques. Cette évaluation a pour but d'établir l'influence de ces derniers sur l'estimation des paramètres

statiques. Finalement, on a validé par comparaison les différents estimateurs sur le banc d'essais expérimental illustré par la figure 19.

4.4.1 Résultats de simulations des modèles de frottement

Pour chaque modèle de frottement, nous avons simulé le frottement en fonction de la vitesse. Les tracés obtenus sont similaires à ceux que nous avons illustrés précédemment dans le chapitre 2. Ils sont représentés par les figures 23, 24, 25 et 26 qui correspondent respectivement aux modèles de Coulomb, Coulomb plus visqueux, Stribeck et LuGre.

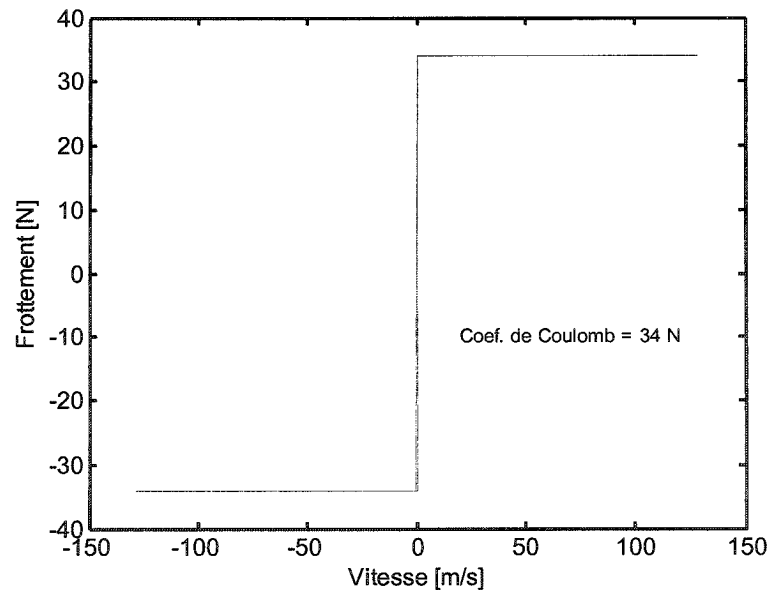


Figure 23 Modèle de frottement de Coulomb

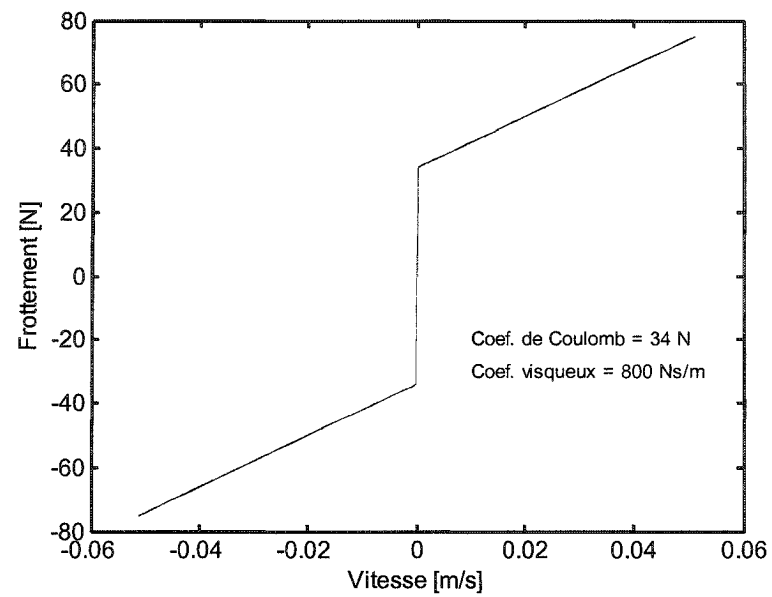


Figure 24 Modèle de frottement de Coulomb plus le modèle visqueux

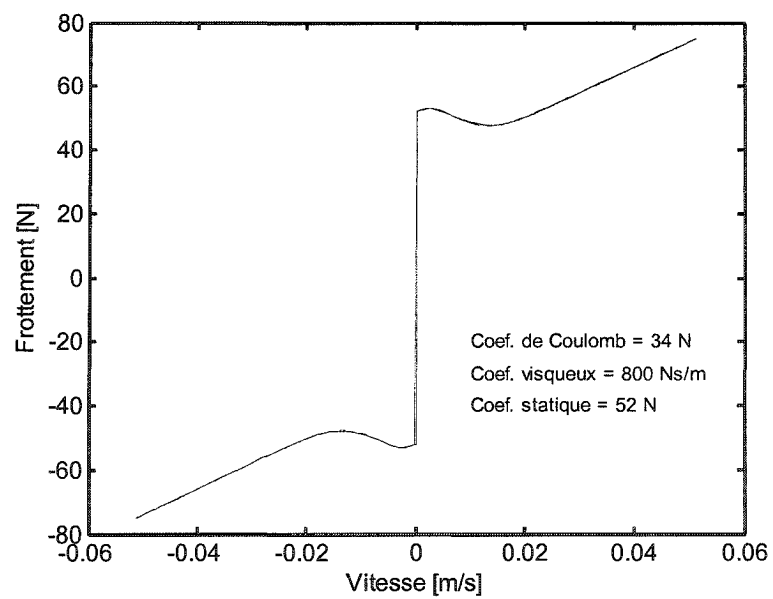


Figure 25 Modèle de frottement de Stribeck

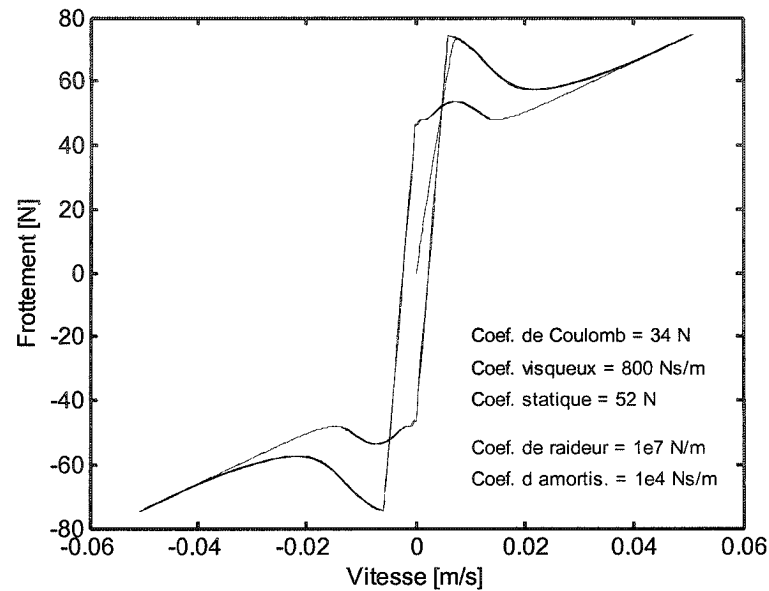


Figure 26 Modèle de frottement de LuGre

Selon la figure 26, on peut voir clairement que le modèle de LuGre peut être approximé à celui de Stribeck plus une certaine perturbation dynamique comme donné par l'équation (2.16) du chapitre 2, indiqué dans [28].

4.4.2 Résultats de simulations des estimateurs de frottement

Les résultats de simulations de chaque estimateur sont obtenus comme suit : on illustre d'abord les tracés correspondants aux paramètres statiques estimés en considérant à chaque fois un ensemble de modèles de frottement (chaque estimateur estime un certain nombre de paramètres statiques selon le modèle sur lequel il se base). Ces tracés sont ensuite commentés pour discuter les performances de l'estimateur considéré. Par la suite, on dresse un tableau qui contient les valeurs efficaces ou quadratiques moyennes (E_{RMS}) et les valeurs crêtes ($E_{\text{crête}}$) des erreurs de prédiction du frottement.

Pour calculer l'erreur E_{RMS} , on a utilisé l'équation suivante :

$$E_{\text{RMS}} = \sqrt{\frac{\int_{t_1}^{t_2} \varepsilon^2(\tau) d\tau}{(t_2 - t_1)}} \quad (4.1)$$

tandis que pour calculer l'erreur $E_{\text{crête}}$, on a plutôt utilisé l'équation :

$$E_{\text{crête}} = \max_{t \in [t_1, t_2]} (|\varepsilon(t)|) \quad (4.2)$$

où $\varepsilon = \hat{f}(\dot{x}) - f(\dot{x})$ est l'erreur de prédiction et $[t_1, t_2]$ est l'intervalle dans lequel il faut s'assurer, d'une part, que le système soit dans le régime permanent, et d'autre part, que l'intervalle choisi pour le calcul de ces valeurs soit suffisamment grand pour avoir des estimations correctes et significatives. Dans notre étude, les intervalles considérés pour le calcul de ces erreurs correspondront aux dix dernières secondes du temps alloué aux différentes simulations.

4.4.2.1 Estimateur basé sur le modèle de Coulomb (EMC)

L'évaluation des performances de l'EMC [8] consiste à illustrer les différents tracés correspondants à l'estimation du coefficient de Coulomb pour les divers modèles de frottement appliqués. Puis, les valeurs $E_{\text{crête}}$ et E_{RMS} , relatives aux erreurs de prédiction correspondantes à ces modèles de frottement, sont obtenues.

La figure 27 illustre les quatre tracés de l'estimation du coefficient de Coulomb relatifs aux quatre modèles de frottement : Coulomb, Coulomb plus visqueux, Stribeck et

LuGre. Lorsqu'on a considéré le modèle de Coulomb, la valeur estimée par l'EMC converge vers la bonne valeur (34N), avec un temps de réponse égale à une seconde.

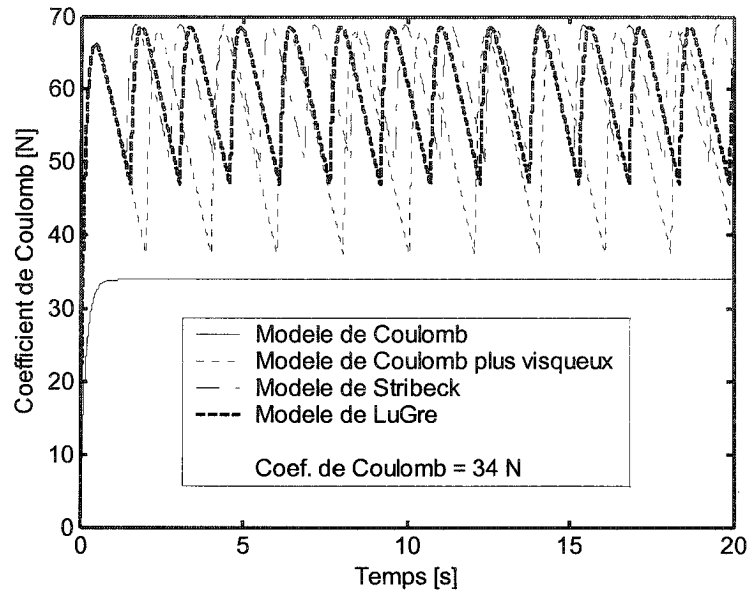


Figure 27 Estimation du coefficient de Coulomb par l'estimateur EMC

En appliquant le modèle de frottement de Coulomb accompagné du modèle visqueux, on constate que l'estimation de la valeur du coefficient de Coulomb oscille entre les valeurs 38N et 68N sans qu'elle atteigne 34N, ceci reflète la non robustesse de l'EMC à l'égard de ce modèle de frottement.

En dernier lieu, en appliquant séparément le modèle de Stribeck et celui de LuGre, les valeurs estimées du coefficient de Coulomb oscillent respectivement entre (50N et 68.5N) et (47N et 69N), sans qu'elles convergent vers la vraie valeur (34N).

Le tableau II récapitule les valeurs des erreurs $E_{\text{crête}}$ et E_{RMS} relatives aux différents modèles. Selon les résultats obtenus, on conclut que l'EMC est seulement performant pour le modèle de Coulomb, c'est-à-dire le modèle sur lequel il se base, ce qui se traduit

par une presque annulation des erreurs escrimées. Pour les trois autres modèles, ses performances sont affectées notamment par la valeur considérable du coefficient visqueux (800Ns/m). Les valeurs des erreurs $E_{\text{crête}}$ et E_{RMS} , données dans le tableau II, sont en effet significatives pour ces trois modèles.

Tableau II

Erreurs $E_{\text{crête}}$ et E_{RMS} estimées en utilisant l'estimateur EMC

Modèle de frottement	$E_{\text{crête}}$	E_{RMS}
Coulomb	43×10^{-4}	$6,5735 \times 10^{-4}$
Coulomb plus visqueux	36,8892	6,7706
Stribeck	24,2989	5,3051
LuGre	90,5248	5,9282

4.4.2.2 Estimateur basé sur le modèle de Coulomb plus visqueux (EMCV)

L'objectif est d'évaluer les performances de l'EMCV élaboré par Huang Jeng dans [9]. Comme celui-ci est conçu pour un modèle plus complexe, c'est-à-dire que sa structure est conçue pour estimer deux coefficients de frottement (Coulomb et visqueux), le modèle de frottement de Coulomb sera désormais exclu du reste de notre étude.

Dans ce cas, on va illustrer les tracés correspondants à l'estimation des deux coefficients, Coulomb et visqueux, par l'EMCV en considérant les trois modèles de frottement : Coulomb plus visqueux, Stribeck et LuGre. Les valeurs des erreurs $E_{\text{crête}}$ et E_{RMS} seront ensuite calculées.

En modélisant l'estimateur de Huang Jeng, nous avons constaté que, lors des simulations, le temps de convergence des coefficients estimés est relativement grand. Pour réduire ce temps, nous avons introduit deux gains positifs, k_1 et k_2 , respectivement dans la structure de l'estimateur du coefficient de Coulomb et dans celle du coefficient visqueux. Précisons que malgré l'introduction de ces deux gains, les conclusions de la preuve de stabilité de l'EMCV ne serait en aucun cas affectée. Ainsi, les structures des deux estimateurs données par les équations (3.5) et (3.22) dans le chapitre précédent, deviennent comme suit :

$$\hat{\mu}_c = k_1 z - g(|\dot{x}|) \quad (4.3)$$

et

$$\hat{\mu}_v = k_2 y - |\dot{x}| g(|\dot{x}|) + \int_0^{|\dot{x}|} g(\tau) d\tau \quad (4.4)$$

Les figures 28 et 29 montrent respectivement les tracés de l'estimation des coefficients de Coulomb et visqueux vis-à-vis des trois modèles de frottement. On conclut que l'EMCV est robuste par rapport au modèle sur lequel il se base et les valeurs estimées convergent vers les bonnes valeurs (34N et 800Ns/m). Aussi, en considérant le modèle de Stribeck, l'estimation des coefficients est acceptable. Par contre, en considérant celui de LuGre, l'EMCV performe moins et les coefficients estimés ne convergent pas vers les bonnes valeurs.

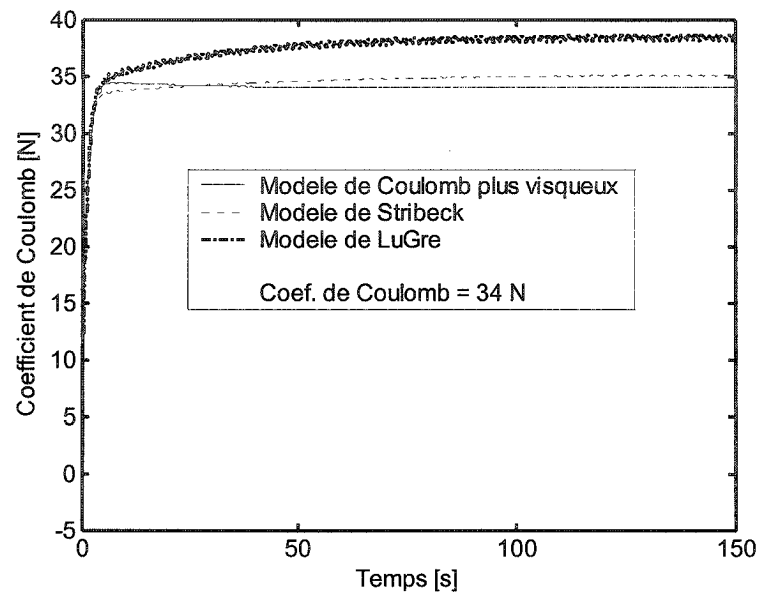


Figure 28 Estimation du coefficient de Coulomb par l'estimateur EMCV

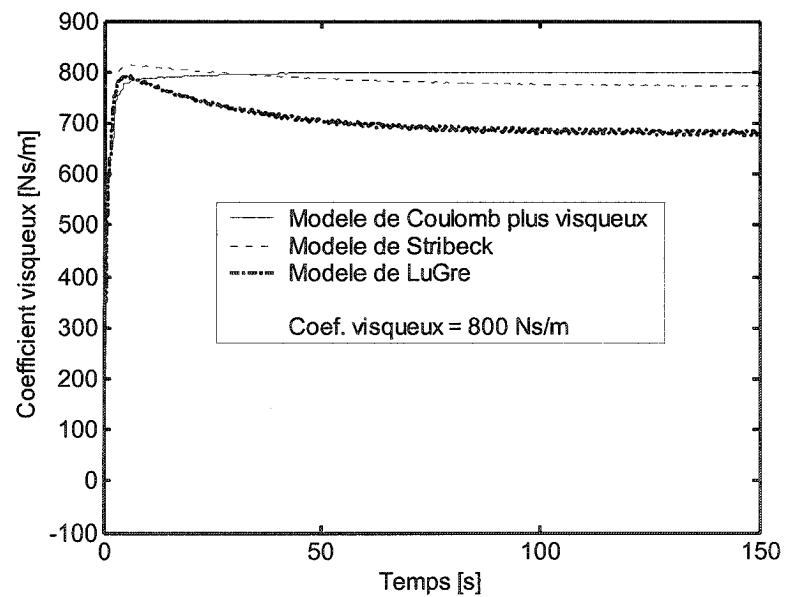


Figure 29 Estimation du coefficient visqueux par l'estimateur EMCV

Le tableau III récapitule les valeurs $E_{\text{crête}}$ et E_{RMS} de l'EMCV en considérant les trois modèles de frottement. On remarque que ces erreurs sont minimales en appliquant le modèle sur lequel l'EMCV se base. En revanche, elles augmentent et deviennent significatives avec le modèle de Stribeck et encore davantage avec celui de LuGre. Par contre, on peut noter que les performances de cet estimateur avec les modèles de Stribeck et de LuGre sont supérieures à celles obtenues avec l'EMC. Ces résultats étaient prévisibles puisque le modèle sur lequel l'EMCV se base est plus réaliste, car il tient compte du frottement visqueux.

Tableau III

Erreurs $E_{\text{crête}}$ et E_{RMS} estimées en utilisant l'estimateur EMCV

Modèle de frottement	$E_{\text{crête}}$	E_{RMS}
Coulomb plus visqueux	31×10^{-4}	39×10^{-4}
Stribeck	16,9455	0,5549
LuGre	81,8372	1,7859

4.4.2.3 Estimateur par l'observateur d'état (EOE)

Dans cette section, l'estimateur par l'observateur d'état [10] est évalué par rapport au modèle de Stribeck et à celui de LuGre. Cet estimateur, comme déjà mentionné dans le chapitre 3, estime les coefficients de Coulomb, visqueux et statique en supposant la vitesse de Stribeck connue (telle qu'indiquée dans le tableau I). Lors de l'évaluation des performances de cet estimateur avec le modèle de LuGre, notre intérêt s'est porté plus particulièrement sur l'estimation du coefficient statique qui est étroitement lié à la phase d'adhérence : son estimation dépendra donc des valeurs attribuées aux paramètres

dynamiques du modèle de LuGre. Par la suite, le calcul des valeurs des erreurs $E_{\text{crête}}$ et E_{RMS} est établi.

En considérant le modèle de Stribeck, les figures 30, 31 et 32 illustrent respectivement les tracés des coefficients estimés de Coulomb, visqueux et statique. Ils montrent clairement que ces valeurs convergent vers les bonnes valeurs (34N, 800Ns/m, 52N) avec un temps de réponse moyennement rapide frôlant les 20 secondes. En revanche, en considérant le modèle de LuGre, les valeurs estimées ne sont pas satisfaisantes et présentent des oscillations, en particulier, celle du coefficient statique comme l'illustre la figure 32. Ces résultats étaient prévisibles car l'estimation de ces coefficients est influencée par les valeurs attribuées aux paramètres dynamiques.

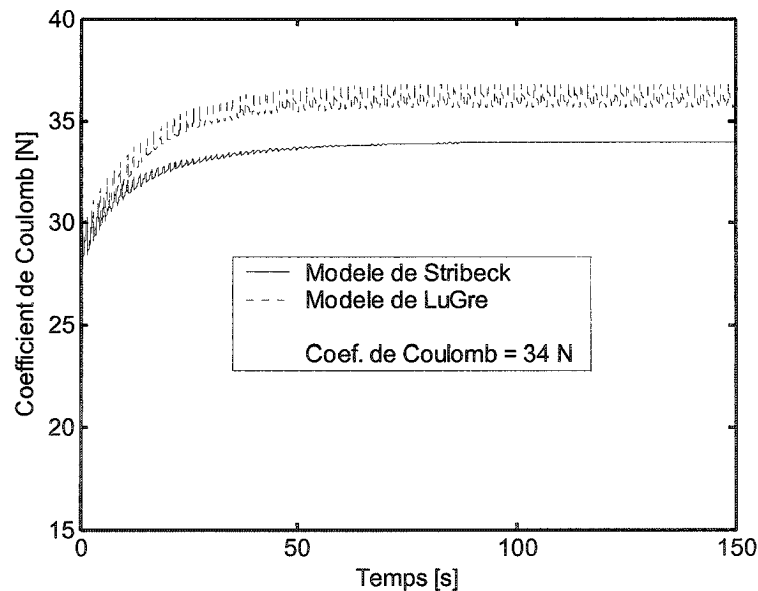


Figure 30 Estimation du coefficient de Coulomb par l'estimateur EOE

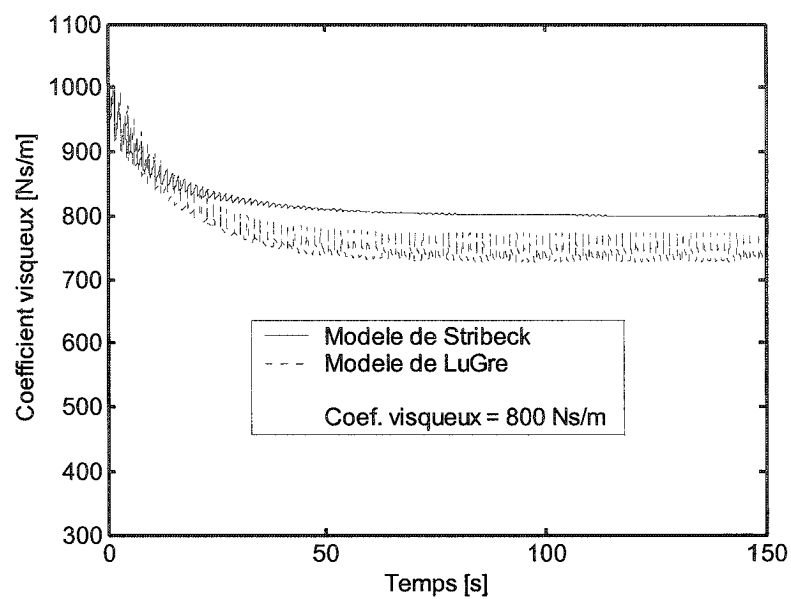


Figure 31 Estimation du coefficient visqueux par l'estimateur EOE

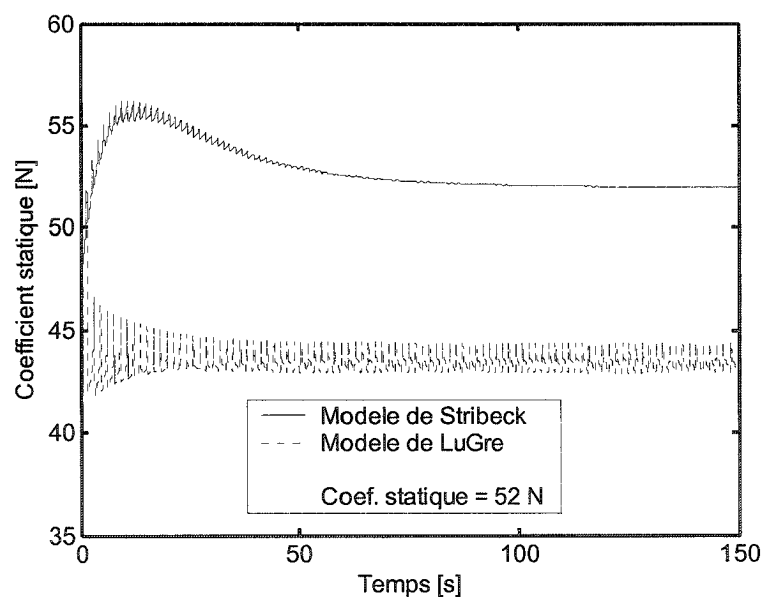


Figure 32 Estimation du coefficient statique par l'estimateur EOE

Le tableau IV résume les valeurs $E_{\text{crête}}$ et E_{RMS} de ces deux modèles. L'estimateur EOE est très performant pour le modèle de Stribeck, ce qui se reflète par une presque annulation des erreurs estimées. En considérant le modèle de LuGre, les erreurs estimées sont plus significatives notamment les erreurs crêtes. En fait, les performances de cet estimateur sont comparables à celles de l'EMCV lorsque le modèle de LuGre est considéré.

Tableau IV

Erreurs $E_{\text{crête}}$ et E_{RMS} estimées en utilisant l'estimateur EOE

Modèle de frottement	$E_{\text{crête}}$	E_{RMS}
Stribeck	68×10^{-4}	$4,2832 \times 10^{-4}$
LuGre	87,2664	0,9259

4.4.2.4 Estimateur utilisant la méthode des moindres carrés (EMMC)

En dernier lieu, comme pour le cas de l'EOE, on a évalué les performances de l'EMMC [7] basé sur le modèle de Stribeck (en considérant la vitesse de Stribeck connue), vis-à-vis du modèle de Stribeck et de celui de LuGre. Cette évaluation est suivie par le calcul des valeurs des erreurs $E_{\text{crête}}$ et E_{RMS} .

Les figures 33, 34 et 35 représentent les tracés respectifs des coefficients estimés de Coulomb, visqueux et statique. On voit clairement, lorsqu'on considère le modèle de Stribeck, que les coefficients estimés convergent vers les vraies valeurs (34N, 800Ns/m, 52N) avec un temps de réponse approximant les 0.2 secondes.

Aussi, l'estimation des coefficients de Coulomb et visqueux par l'EMMC est assez acceptable en appliquant le modèle de LuGre comparativement à l'estimation de ces deux coefficients par l'EOE. Par contre, l'estimation du coefficient statique reste mauvaise, comme dans le cas de l'EOE, mais elle présente moins d'oscillations.

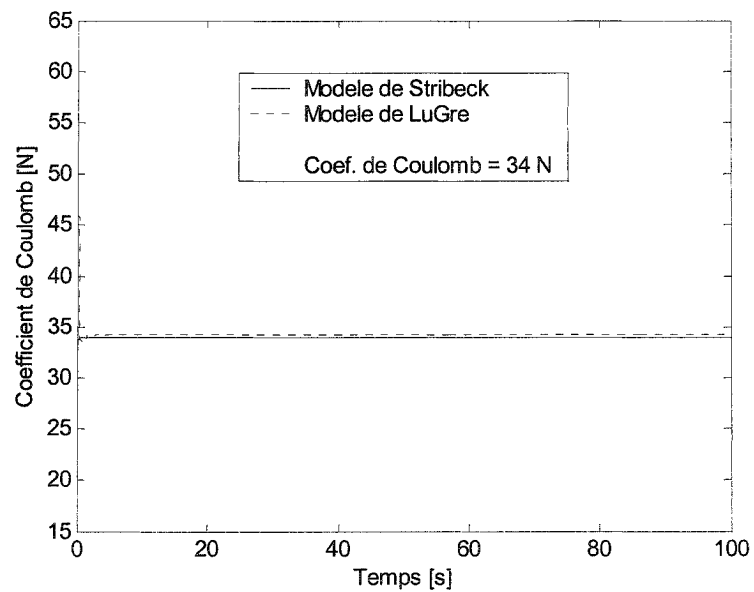


Figure 33 Estimation du coefficient de Coulomb par l'estimateur EMMC

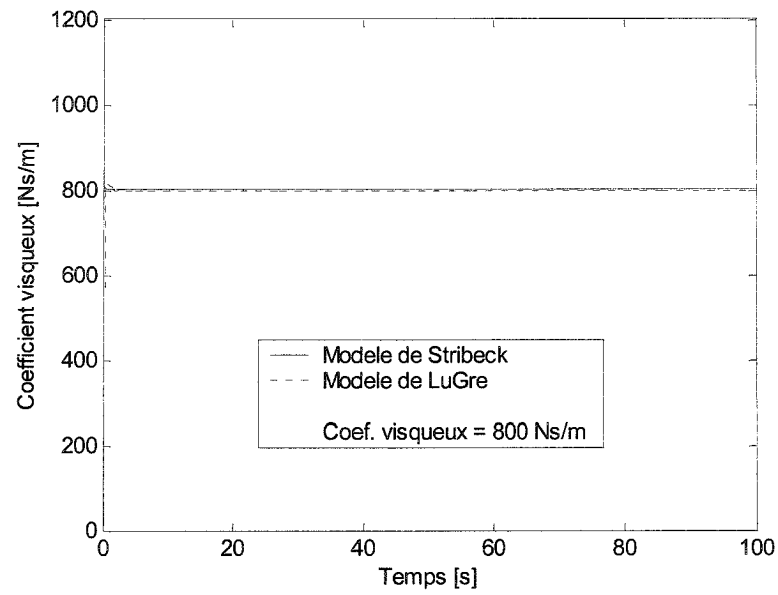


Figure 34 Estimation du coefficient visqueux par l'estimateur EMMC

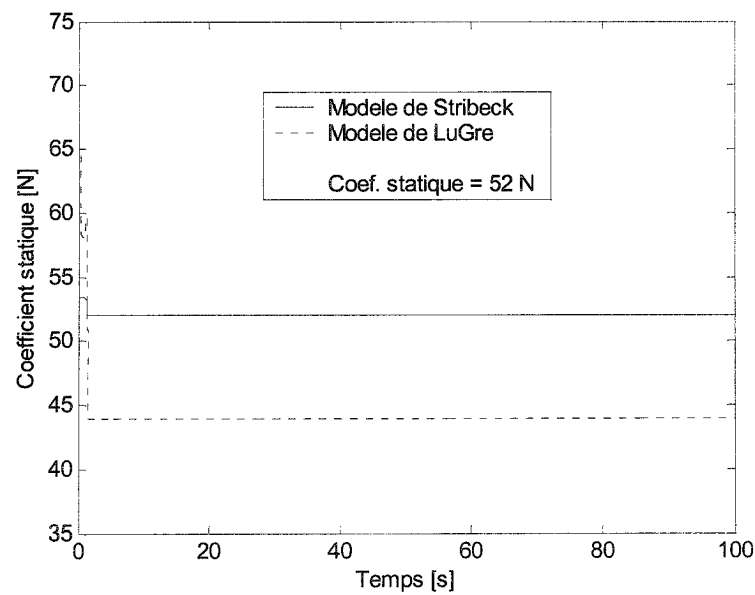


Figure 35 Estimation du coefficient statique par l'estimateur EMMC

Le tableau V compare les deux modèles en utilisant l'estimateur EMMC. En considérant Celui de Stribeck, les erreurs estimées sont minimales, ce qui le situe en premier rang du point de vue performance par rapport aux autres estimateurs. Par contre, dans le cas du modèle de LuGre, les erreurs estimées sont semblables à celles obtenues en considérant les estimateurs EOE (tableau IV) et EMCV (tableau III).

Tableau V

Erreurs $E_{\text{crête}}$ et E_{RMS} estimées en utilisant l'estimateur EMMC

Modèle de frottement	$E_{\text{crête}}$	E_{RMS}
Stribeck	$5,5696 \times 10^{-4}$	$5,1698 \times 10^{-5}$
LuGre	87,3905	0,9183

4.4.3 Simulations des estimateurs de frottement en changeant les paramètres dynamiques du modèle de LuGre

L'objectif de ces simulations est de souligner l'importance et l'influence de la partie dynamique du modèle de frottement de LuGre sur l'estimation des paramètres statiques. Dans ce sens, la procédure suivante a été entreprise pour accomplir le deuxième volet de notre étude : on a fixé les valeurs des paramètres statiques du tableau I et on a changé celles des paramètres dynamiques (le coefficient de raideur et le coefficient d'amortissement). Ce changement consiste, dans un premier temps, à diminuer ces valeurs par rapport aux anciennes valeurs attribuées aux paramètres dynamiques, et dans un deuxième temps, à les augmenter. Cependant, ce changement n'est pas arbitraire, mais il est régi par une relation de proportionnalité existante entre le coefficient de raideur et le coefficient d'amortissement.

Dans [1], les auteurs ont souligné l'importance de la phase d'adhérence dans laquelle les paramètres σ_0 et σ_1 interviennent quand la vitesse est presque nulle. Dans ce régime, le système est réduit à celui d'un second ordre équivalent à une masse, ressort et amortisseur. La relation entre le coefficient de raideur et celui d'amortissement est alors donnée par l'équation suivante [1] :

$$\sigma_1 \approx \sqrt{\sigma_0} \quad (4.5)$$

Ainsi, selon cette équation, le coefficient d'amortissement est proportionnel à la racine carrée du coefficient de raideur. Cette équation nous permettra donc d'établir un lien entre les nouvelles valeurs à attribuer aux deux paramètres et les anciennes valeurs. Soient σ_{0N} et σ_{1N} les nouvelles valeurs à attribuer respectivement aux coefficients de raideur et d'amortissement et soient σ_0 et σ_1 les anciennes valeurs utilisées. La relation de proportionnalité qui relie les nouvelles valeurs aux anciennes valeurs est établie comme suit : étant donné que les nouvelles valeurs sont aussi régies par une équation équivalente à celle de l'équation (4.5), elle est alors donnée par l'équation suivante :

$$\sigma_{1N} \approx \sqrt{\sigma_{0N}} \quad (4.6)$$

Si on divise l'équation (4.6) par l'équation (4.5), on aura finalement :

$$\sigma_{1N} \approx \sigma_1 \sqrt{\frac{\sigma_{0N}}{\sigma_0}} \quad (4.7)$$

La diminution ou l'augmentation des valeurs des deux paramètres dynamiques est effectuée en attribuant respectivement une valeur inférieure ou supérieure à σ_{0N} par

rapport à l'ancienne valeur σ_0 . Les nouvelles valeurs de σ_{1N} sont alors déduites de l'équation (4.7).

4.4.3.1 Estimation des paramètres statiques en diminuant les valeurs des coefficients dynamiques

Dans ce cas, nous avons diminué la valeur du coefficient de raideur σ_{0N} . En remplaçant cette valeur dans l'équation (4.7), nous avons déduit celle du coefficient d'amortissement σ_{1N} . Le tableau VI donne les nouvelles valeurs à prendre en compte dans les prochaines simulations.

Tableau VI

Diminution des valeurs dynamiques de σ_0 et σ_1

Paramètres dynamiques	Valeurs	Unités
Coefficient de raideur (σ_{0N})	10^3	[N/m]
Coefficient d'amortissement (σ_{1N})	10^2	[Ns/m]

En diminuant les valeurs des coefficients dynamiques du modèle de LuGre, nous avons estimé les coefficients statiques par l'ensemble des estimateurs. Les résultats obtenus sont illustrés par les figures 36, 37 et 38.

D'après ces résultats, on peut voir clairement l'influence de la partie dynamique sur l'estimation des paramètres statiques. En estimant le coefficient de Coulomb, l'EMC est affecté négativement par ce changement, ce qui le rend non performant. L'EMMC

n'estime pas la bonne valeur (34N) malgré qu'il ne présente pas d'oscillations. En revanche, même si l'EMCV et l'EOE présentent des oscillations, ils estiment passablement bien la valeur du coefficient de Coulomb. Cependant, aucun des estimateurs n'arrivent à estimer adéquatement les coefficients visqueux et statique. Ces résultats étaient prévisibles car en diminuant la valeur du coefficient de raideur et d'après l'équation (2.16), la dynamique du modèle de LuGre devient plus lente, ce qui diminue lentement la perturbation dynamique, et par conséquent amplifie la différence entre ce modèle et le modèle statique de Stribeck.

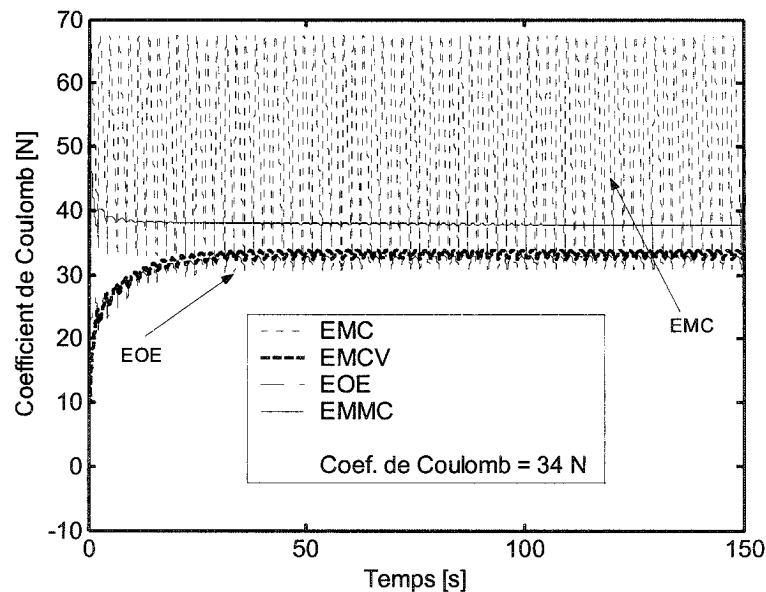


Figure 36 Estimation du coefficient de Coulomb par les quatre estimateurs pour $\sigma_0 = 10^3 \text{ N/m}$ et $\sigma_1 = 10^2 \text{ Ns/m}$

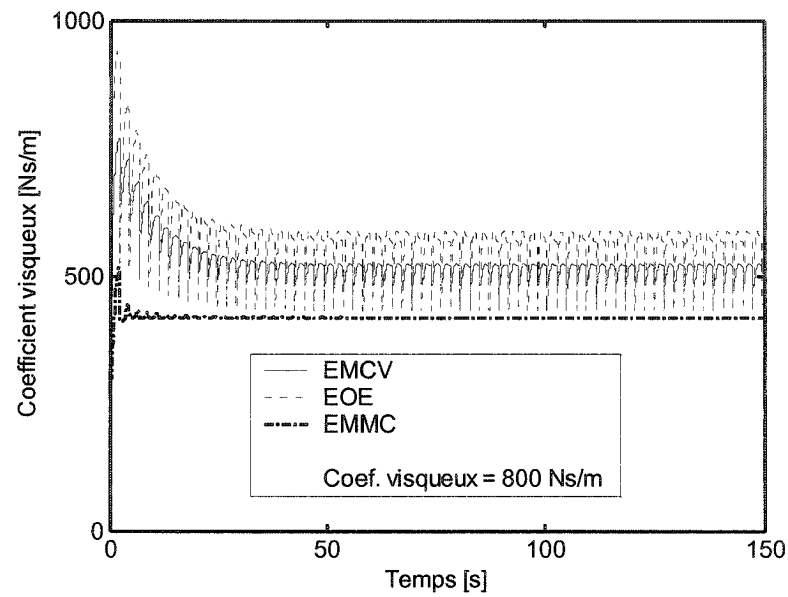


Figure 37 Estimation du coefficient visqueux par les trois estimateurs pour $\sigma_0 = 10^3 \text{ N/m}$ et $\sigma_1 = 10^2 \text{ Ns/m}$

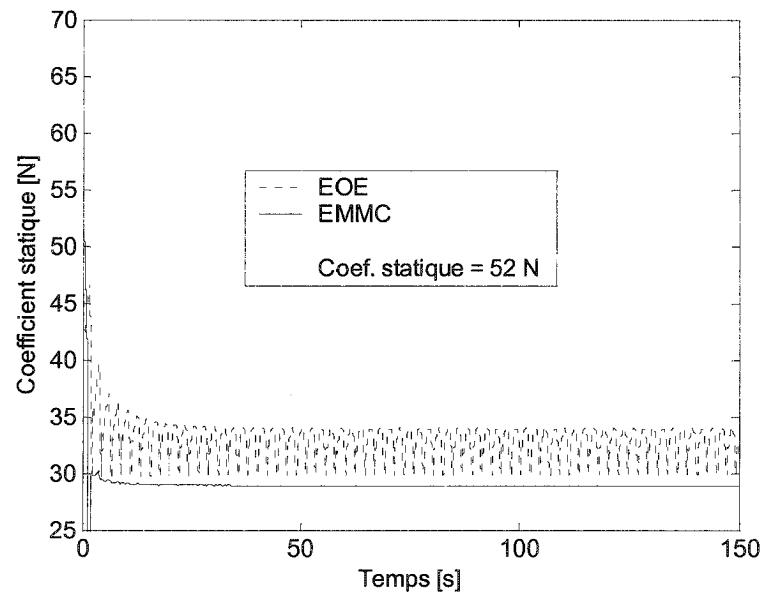


Figure 38 Estimation du coefficient statique par l'EOE et l'EMMC pour $\sigma_0 = 10^3 \text{ N/m}$ et $\sigma_1 = 10^2 \text{ Ns/m}$

Les erreurs $E_{\text{crête}}$ et E_{RMS} sont données dans le tableau VII. L'augmentation significative de la différence entre le modèle de LuGre et celui de Stribeck se traduit par une augmentation des erreurs E_{RMS} . La diminution des erreurs $E_{\text{crête}}$ est due à l'augmentation de la flexibilité de sa dynamique interne qui permet d'atténuer les crêtes transitoires.

Tableau VII

Erreurs $E_{\text{crête}}$ et E_{RMS} relatives au modèle de LuGre ($\sigma_0 = 10^3 \text{ N/m}$ et $\sigma_1 = 10^2 \text{ Ns/m}$)

Estimateur	$E_{\text{crête}}$	E_{RMS}
EMC	62,4225	7,5784
EMCV	62,6615	2,8610
EOE	59,2555	1,1666
EMMC	58,5369	2,1566

4.4.3.2 Estimation des paramètres statiques en augmentant les valeurs des coefficients dynamiques

Dans la même perspective que dans la section précédente, on a augmenté les valeurs de σ_0 et σ_1 . Les nouvelles valeurs sont illustrées dans le tableau VIII.

Tableau VIII
Augmentation des valeurs dynamiques de σ_0 et σ_1

Paramètres dynamiques	Valeurs	Unités
Coefficient de raideur (σ_{0N})	10^7	[N/m]
Coefficient d'amortissement (σ_{1N})	10^4	[Ns/m]

D'après les figures 39, 40 et 41, on note une nette amélioration des performances des estimateurs. En effet, l'estimation des coefficients de Coulomb et visqueux par l'ensemble des estimateurs (à l'exception de l'EMC), convergent vers les vraies valeurs (34N, 800Ns/m). L'estimation du coefficient de Coulomb par l'EMC présente moins d'oscillations (diminution des amplitudes des oscillations) par rapport au cas précédent. L'estimation du coefficient statique par les deux estimateurs, EOE et EMMC, ne convergent pas vers la bonne valeur (52N), mais elle est plutôt proche de celle-ci. Ces résultats étaient également prévisibles comme dans le cas précédent. En effet, étant donné que la dynamique du modèle de LuGre devient plus rapide, ce qui diminue la perturbation dynamique plus rapidement et engendre de faibles erreurs en régime permanent, et par conséquent, la différence qui le sépare du modèle statique de Stribeck est réduite.

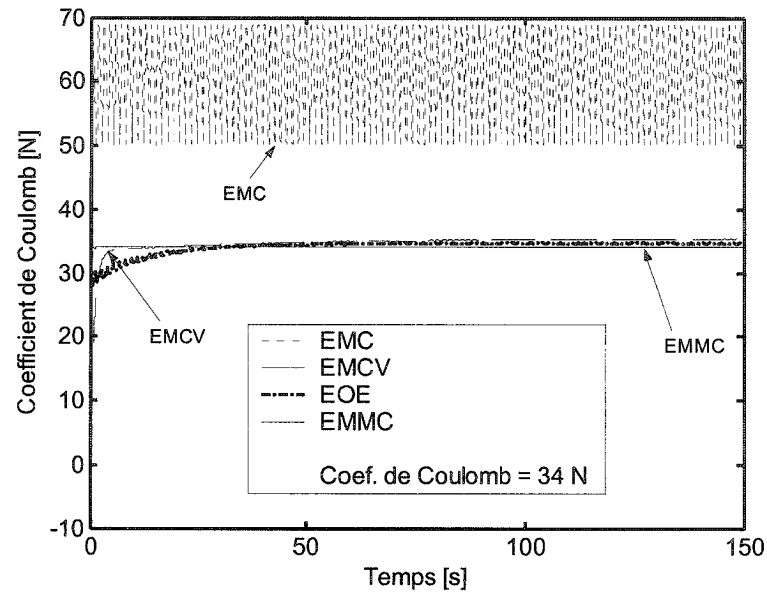


Figure 39 Estimation du coefficient de Coulomb par les quatre estimateurs pour $\sigma_0 = 10^7 \text{ N/m}$ et $\sigma_1 = 10^4 \text{ Ns/m}$

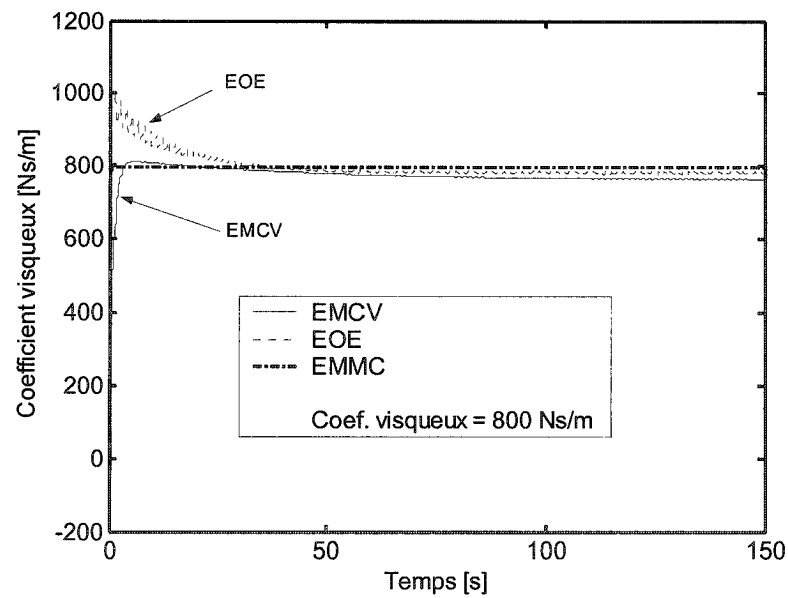


Figure 40 Estimation du coefficient visqueux par les trois estimateurs pour $\sigma_0 = 10^7 \text{ N/m}$ et $\sigma_1 = 10^4 \text{ Ns/m}$

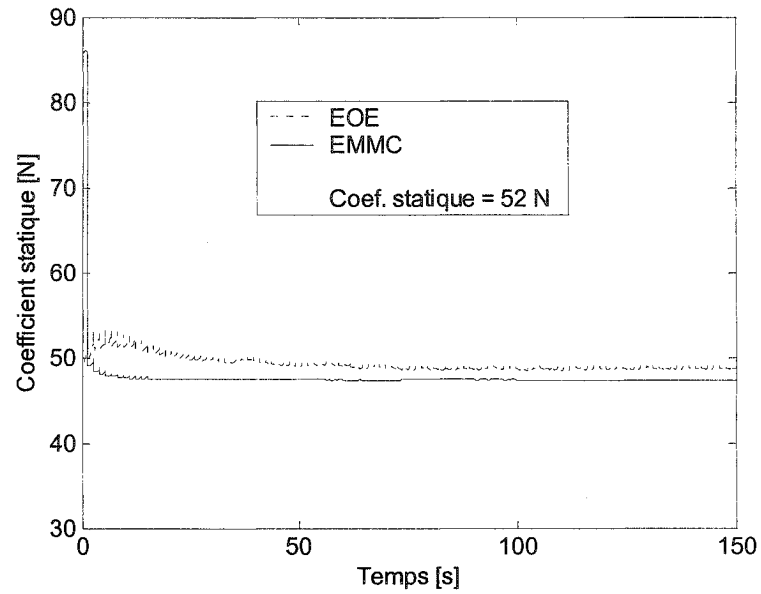


Figure 41 Estimation du coefficient statique par l'EOE et l'EMMC pour $\sigma_0 = 10^7 \text{ N/m}$ et $\sigma_1 = 10^4 \text{ Ns/m}$

Ces résultats se traduisent par une diminution des erreurs E_{RMS} , et l'augmentation des erreurs $E_{\text{crête}}$ due à la rigidité de sa dynamique interne. En effet, comme on peut le constater, les valeurs des erreurs E_{RMS} sont nettement inférieures à celles du tableau VII tandis que les erreurs $E_{\text{crête}}$ en sont augmentées.

Tableau IX

Erreurs $E_{\text{crête}}$ et E_{RMS} relatives au modèle de LuGre ($\sigma_0 = 10^7 \text{ N/m}$ et $\sigma_1 = 10^4 \text{ Ns/m}$)

Estimateur	$E_{\text{crête}}$	E_{RMS}
EMC	96,9018	5,2409
EMCV	81,2598	1,0876
EOE	95,0762	0,7492
EMMC	94,1306	0,7750

4.5 Essais expérimentaux et résultats obtenus

Après avoir testé les performances de chacun des estimateurs en leur soumettant les divers modèles de frottement, nous allons appliquer le frottement réel aux différents estimateurs, en utilisant le banc d'essais expérimental illustré par la figure 19. Les résultats des tracés relatifs à l'estimation des coefficients statiques sont illustrés et les erreurs $E_{\text{crête}}$ et E_{RMS} relatives au frottement réel sont résumées dans le tableau X.

4.5.1 Estimation des coefficients statiques en appliquant le frottement réel

Les tracés obtenus, en appliquant le frottement réel aux différents estimateurs, sont donnés par les figures 42, 43 et 44. Comme on peut le constater, les résultats sont plus ou moins satisfaisants. Ceci est probablement dû, comme déjà signalé dans le chapitre 2 (modèle de LuGre), au coefficient d'amortissement qui dépend de la vitesse, ce qui se traduit par la variation de sa valeur en fonction du temps. Ce fait a probablement aussi affecté la valeur estimée du coefficient visqueux. Ces suppositions peuvent être appuyées par les intervalles de variation assez considérables des valeurs des coefficients

d'amortissement et visqueux obtenues dans l'article de Madi et al. utilisant le même système expérimental [33] . Ce qui a pour effet d'augmenter la perturbation de la dynamique interne du frottement réel et par conséquent diminuer les performances des estimateurs.

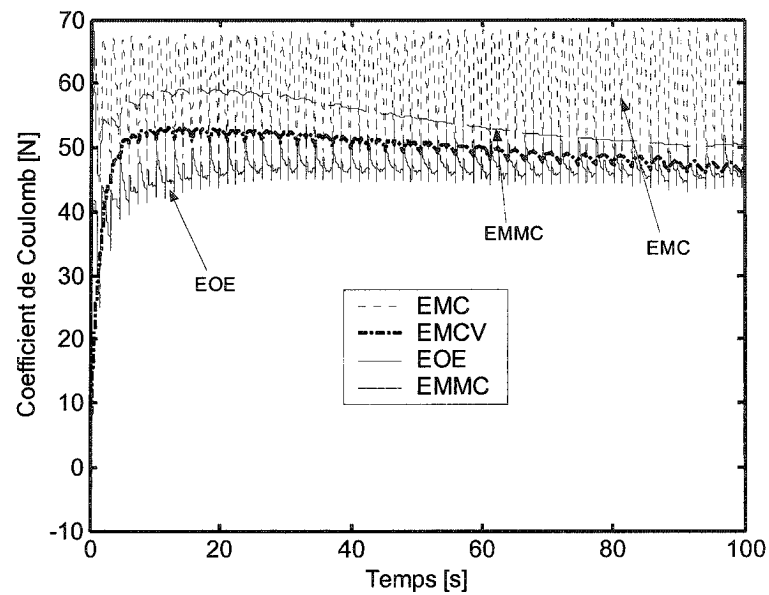


Figure 42 Estimation du coefficient de Coulomb en considérant le modèle de frottement réel

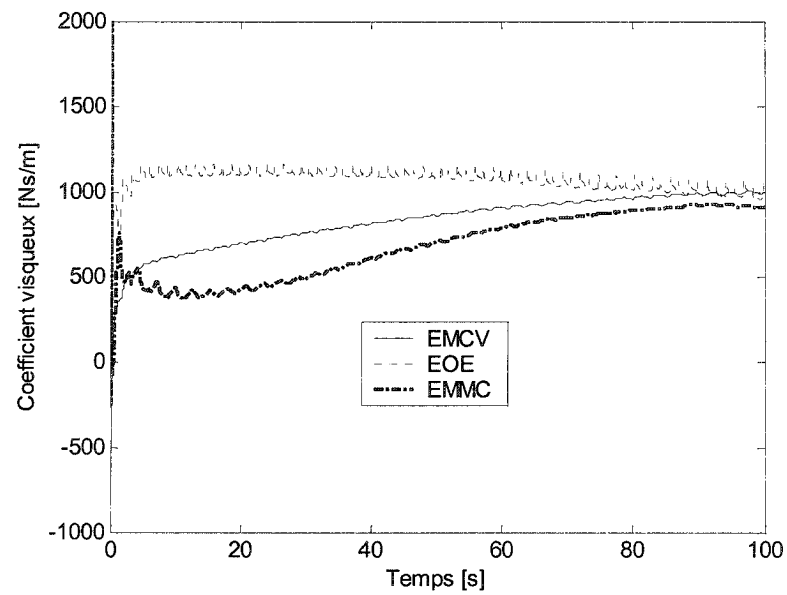


Figure 43 Estimation du coefficient visqueux en considérant le modèle de frottement réel

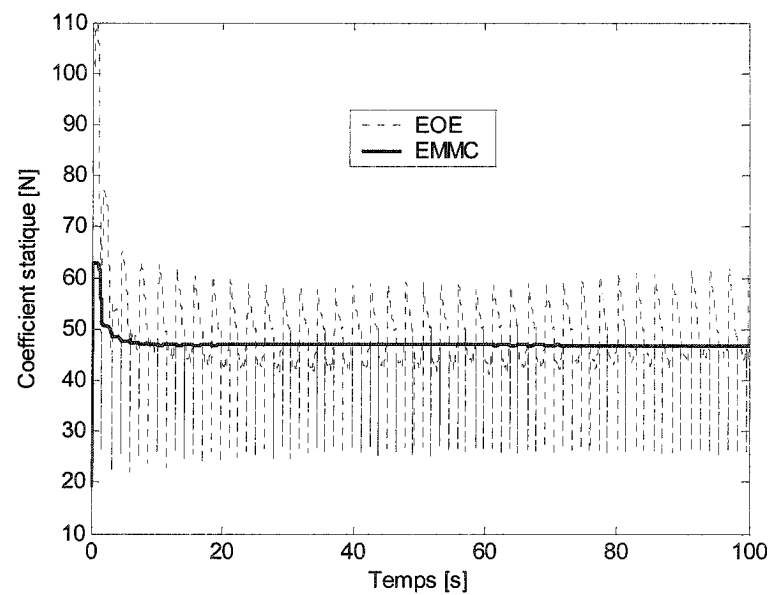


Figure 44 Estimation du coefficient statique en considérant le modèle de frottement réel

Le tableau X récapitule les erreurs $E_{\text{crête}}$ et E_{RMS} . Dans ce cas, les erreurs E_{RMS} augmentent tandis que les erreurs $E_{\text{crête}}$ diminuent par rapport aux résultats du tableau VII, ce qui reflète la supériorité de la flexibilité de la dynamique interne du frottement réel par rapport aux simulations. En effet, les erreurs E_{RMS} de l'estimateur EMC augmentent significativement par rapport à celles des trois autres estimateurs qui sont presque similaires

Tableau X

Erreurs $E_{\text{crête}}$ et E_{RMS} relatives au frottement réel en considérant les quatre estimateurs

Estimateur	$E_{\text{crête}}$	E_{RMS}
EMC	62,0196	7,5454
EMCV	58,4590	4,9203
EOE	52,5635	4,1611
EMMC	57,4886	5,0603

4.6 Tableau récapitulatif et interprétations des résultats

Le tableau XI récapitule l'ensemble des erreurs $E_{\text{crête}}$ et E_{RMS} relatives aux différents modèles de frottement en considérant les quatre estimateurs. Pour une meilleure exploitation de ces résultats, nous avons jugé important de présenter les histogrammes en trois dimensions pour faciliter l'interprétation et la comparaison des performances des différents estimateurs.

Tableau XI

Tableau récapitulatif des erreurs $E_{\text{crête}}$ et E_{RMS} relatives aux modèles de frottement

Estimateur	Modèle de frottement	$E_{\text{crête}}$	E_{RMS}
EMC	Coulomb	43×10^{-4}	$6,5735 \times 10^{-4}$
EMC	Coulomb plus visqueux	36,8892	6,7706
EMC	Stribeck	24,2989	5,3051
EMC	LuGre $\sigma_0 = 10^3$ et $\sigma_1 = 10^2$	62,4225	7,5784
EMC	LuGre $\sigma_0 = 10^5$ et $\sigma_1 = 10^3$	90,5248	5,9282
EMC	LuGre $\sigma_0 = 10^7$ et $\sigma_1 = 10^4$	96,9018	5,2409
EMC	Réel	62,0196	7,5454
EMCV	Coulomb plus visqueux	31×10^{-4}	39×10^{-4}
EMCV	Stribeck	16,9455	0,5549
EMCV	LuGre $\sigma_0 = 10^3$ et $\sigma_1 = 10^2$	62,6615	2,8610
EMCV	LuGre $\sigma_0 = 10^5$ et $\sigma_1 = 10^3$	81,8372	1,7859
EMCV	LuGre $\sigma_0 = 10^7$ et $\sigma_1 = 10^4$	81,2598	1,0876
EMCV	Réel	58,4590	4,9203
EOE	Stribeck	68×10^{-4}	$4,2832 \times 10^{-4}$
EOE	LuGre $\sigma_0 = 10^3$ et $\sigma_1 = 10^2$	59,2555	1,1666
EOE	LuGre $\sigma_0 = 10^5$ et $\sigma_1 = 10^3$	87,2664	0,9259
EOE	LuGre $\sigma_0 = 10^7$ et $\sigma_1 = 10^4$	95,0762	0,7492
EOE	Réel	52,5635	4,1611

Tableau XI (suite)

Estimateur	Modèle de frottement	$E_{\text{crête}}$	E_{RMS}
EMMC	Stribeck	$5,5696 \times 10^{-4}$	$5,1698 \times 10^{-5}$
EMMC	LuGre $\sigma_0 = 10^3$ et $\sigma_1 = 10^2$	58,5369	2,1566
EMMC	LuGre $\sigma_0 = 10^5$ et $\sigma_1 = 10^3$	87,3905	0,9183
EMMC	LuGre $\sigma_0 = 10^7$ et $\sigma_1 = 10^4$	94,1306	0,7750
EMMC	Réel	57,4886	5,0603

Pour éviter d'encombrer les histogrammes, nous avons introduit des abréviations pour chaque modèle de frottement. Ces abréviations sont présentées dans le Tableau XII.

Tableau XII

Abréviations attribuées aux différents modèles de frottement

Modèles de frottement	Abréviations
Coulomb	Cb
Coulomb plus visqueux	Cb_vis
Stribeck	Sbk
LuGre dont on a diminué les valeurs de ses paramètres dynamiques (tableau VI)	LG_↓
LuGre dont on a fixé les valeurs de ses paramètres dynamiques (tableau I)	LG
LuGre dont on a augmenté les valeurs de ses paramètres dynamiques (tableau VIII)	LG_↑
Réel	Réel

4.6.1 Interprétation des performances de l'estimateur EMC

Selon l'histogramme de la figure 45, les performances de l'EMC sont maintenant faciles à interpréter. En effet, on remarque qu'il est performant en appliquant le modèle de Coulomb, le modèle sur lequel il se base, se traduisant par une presque annulation des erreurs estimées. De surcroît, on remarque que les erreurs $E_{\text{crête}}$ croissent avec l'augmentation des valeurs des paramètres dynamiques du modèle de LuGre, ce qui s'explique par une augmentation de la rigidité de sa dynamique interne qui devient plus rapide. Par contre, les E_{RMS} diminuent car la perturbation dynamique du modèle est diminuée rapidement aussi, ce qui engendre des erreurs plus faibles en régime permanent. Ainsi, la différence entre ce modèle dynamique et le modèle statique de Stribeck est réduite. On remarque également que les erreurs $E_{\text{crête}}$ et E_{RMS} du modèle de frottement réel sont presque similaires à celles du modèle de frottement de $\text{LG}_{\downarrow}$, ce qui reflète la non rigidité de la partie dynamique du modèle réel.

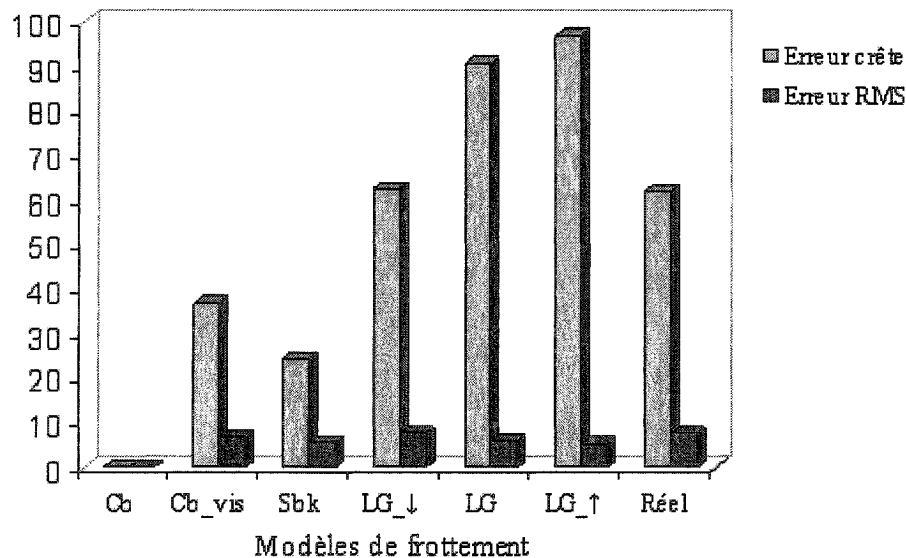


Figure 45 Performances de l'estimateur EMC

4.6.2 Interprétation des performances de l'estimateur EMCV

D'après l'histogramme ci-dessous, l'EMCV performe bien avec le modèle de Coulomb plus visqueux, le modèle sur lequel il se base, comme dans le cas précédent. Avec le modèle de Stribeck, les $E_{\text{crête}}$ augmentent légèrement et les E_{RMS} sont faibles, ce qui rend l'EMCV performant vis-à-vis de ce modèle de frottement. En appliquant le modèle de LuGre, les mêmes conclusions seront déduites des résultats de cet estimateur. Quand on applique le modèle de frottement réel, les $E_{\text{crête}}$ sont légèrement inférieures à celles du modèle de LG_↓, mais les E_{RMS} sont plus importantes, ce qui confirme que la dynamique interne du modèle de frottement réel est plus flexible et donc plus lente par rapport à celle du modèle LG_↓.

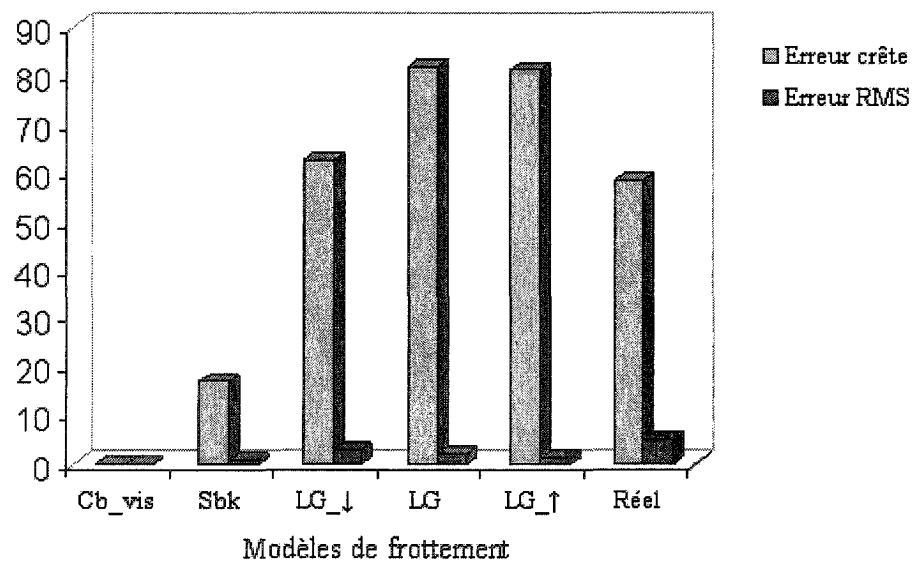


Figure 46 Performances de l'estimateur EMCV

4.6.3 Interprétation des performances de l'estimateur EOE

Comme dans les deux cas précédents, l'EOE performe avec le modèle de Stribeck, c'est-à-dire avec le modèle sur lequel il se base. Le même comportement est obtenu avec le modèle dynamique de LuGre : les $E_{\text{crête}}$ croissent avec la rigidité de la dynamique du modèle et les E_{RMS} diminuent avec la diminution rapide de la perturbation dynamique du modèle. Avec le modèle de frottement réel, les $E_{\text{crête}}$ sont similaires à celles obtenues avec le modèle de LG_↓, mais les E_{RMS} restent plus importantes comme dans le cas précédent.

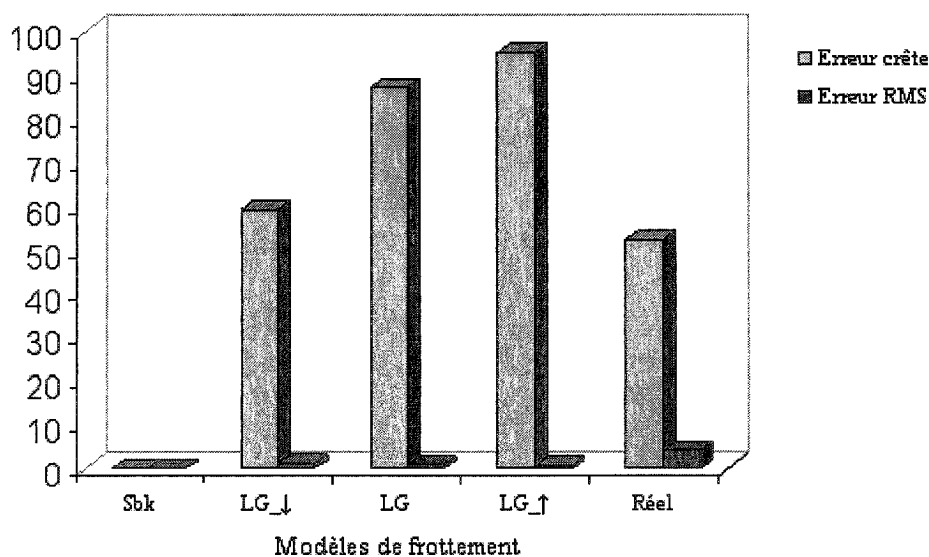


Figure 47 Performances de l'estimateur EOE

4.6.4 Interprétation des performances de l'estimateur EMMC

En dernier lieu (figure 48), et comme dans le cas de l'EOE, l'EMMC performe bien avec le modèle de Stribeck. De plus, les erreurs calculées avec le modèle de Stribeck sont les plus faibles de tous les estimateurs considérés. En appliquant le modèle de LuGre, on a eu les mêmes résultats et donc les mêmes constatations que précédemment : les E_{RMS} diminuent avec l'augmentation des valeurs dynamiques du modèle de LuGre, ce qui réduit la différence de ce modèle par rapport à celui du modèle statique de Stribeck. Le modèle de frottement réel se comporte comme celui du modèle de $LG_{\downarrow}$, mais sa dynamique interne est plus flexible, ce qui se traduit par une augmentation des erreurs E_{RMS} .

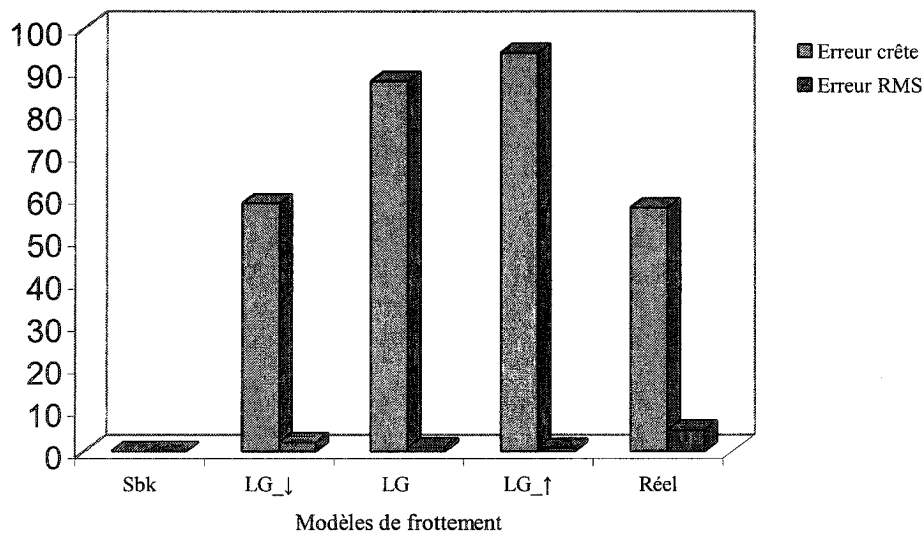


Figure 48 Performances de l'estimateur EMMC

4.7 Conclusion

Les résultats obtenus dans cette étude montrent que lorsqu'on applique un modèle de frottement approprié à un estimateur donné, c'est-à-dire le modèle sur lequel sa structure est basée, de très bonnes performances sont obtenues, ce qui se traduit par des erreurs $E_{\text{crête}}$ et E_{RMS} presque nulles. En revanche, quand on applique un modèle de frottement plus complexe, par rapport au modèle sur lequel un estimateur est conçu, les erreurs $E_{\text{crête}}$ et E_{RMS} augmentent significativement, ce qui diminue les performances de l'estimateur jusqu'à le rendre complètement non performant.

Étant donné que les structures internes des deux estimateurs EOE et EMMC sont basées sur le modèle de Stribeck, qui est une structure assez complète pour modéliser adéquatement le frottement, les résultats obtenus ont montré leurs supériorités et leurs bonnes performances comparativement aux deux autres estimateurs, l'EMC et l'EMCV. Ce dernier a montré de bonnes performances par rapport à l'EMMC et l'EOE, quoique sa structure interne soit basée sur le modèle de Coulomb plus visqueux.

En appliquant le modèle de LuGre, on a remarqué que les performances des estimateurs sont affectées et elles dépendent étroitement des valeurs attribuées aux paramètres dynamiques. On a constaté aussi, que plus les valeurs attribuées aux paramètres dynamiques sont élevées, plus la rigidité de la dynamique du modèle de LuGre devient rapide, ce qui se traduit par une augmentation des valeurs des erreurs $E_{\text{crête}}$. Cependant, cette augmentation a également un avantage qui consiste à réduire la perturbation dynamique en régime permanent, ce qui permet donc d'approximer le modèle de LuGre à celui de Stribeck. Cette approximation a pour effet de diminuer les erreurs E_{RMS} en régime permanent, et par conséquent, les coefficients statiques sont estimés convenablement et convergent presque vers les bonnes valeurs.

Lorsqu'on a appliqué le modèle de frottement réel, les résultats étaient plus ou moins satisfaisants. Ce modèle, comme on l'a constaté sur les différents histogrammes, tend à se comporter plus ou moins comme celui de LuGre (LG_↓) mais les E_{RMS} sont plus importantes. Cette augmentation des erreurs E_{RMS} est dûe probablement au fait que le coefficient d'amortissement est dépendant de la vitesse. Cette variation temporelle du coefficient provoque sans doute une perturbation dans la dynamique du frottement réel, ce qui réduit l'efficacité de l'estimateur.

CONCLUSION

Le travail effectué dans ce mémoire fait partie du domaine de la commande adaptative et plus particulièrement des compensateurs adaptatifs. Ces derniers sont basés essentiellement sur la construction d'estimateurs non linéaires conçus à partir de modèles de frottement statiques.

Puisque notre travail est basé sur une étude comparative de quatre approches d'identification d'un modèle statique de frottement, nous avons pensé nécessaire de présenter d'abord les caractéristiques des différents modèles de frottement, de décrire les composantes qui les constituent et surtout de souligner leurs limitations. Par la suite, nous avons introduit les modèles dynamiques qui viennent palier aux limites que présentent ces modèles statiques. Dans notre étude, nous avons opté pour un modèle de validation, qui est le modèle dynamique de LuGre, considéré comme l'un des plus précis et des plus populaires à l'heure actuelle. Il est important de le considérer pour souligner l'influence de sa dynamique interne sur l'estimation des paramètres statiques.

L'étape suivante consistait en la présentation de quatre estimateurs non linéaires basés sur les modèles de frottement statiques tels que le modèle de Coulomb, le modèle de Coulomb plus visqueux et le modèle de Stribeck dont le coefficient de Stribeck est supposé connu. Chaque estimateur présente une dynamique qui le caractérise relativement à une certaine stabilité qui dépend étroitement de l'excitation persistante du signal appliquée au système. Chaque estimateur a été évalué par rapport à un certain nombre de modèles de frottement composés de trois modèles statiques et d'un modèle dynamique nommé modèle de LuGre. Les résultats obtenus ont montré que chaque estimateur est performant par rapport au modèle sur lequel il se base, se traduisant par une presque annulation des erreurs estimées. Par contre, il devient moins performant lorsqu'on le soumet à un modèle plus complexe et, par conséquent, les erreurs estimées augmentent.

La deuxième partie de notre travail consistait à soumettre le modèle de LuGre aux différents estimateurs afin d'étudier plus profondément l'influence de sa dynamique interne sur l'estimation des paramètres statiques. Les résultats obtenus ont montré que lorsque les valeurs attribuées aux paramètres dynamiques sont relativement petites, cette dynamique devient moins rigide et donc plus lente, ce qui entraîne l'augmentation de la perturbation dynamique du modèle et donc fait croître la différence entre le modèle de LuGre et le modèle statique de Stribeck. Cette différence va perturber considérablement l'estimation des paramètres statiques et en particulier celle du coefficient statique. En effet, ce dernier est étroitement lié au régime d'adhérence qui caractérise le système quand la vitesse est presque nulle. Par contre, lorsque ces valeurs sont plus importantes, la dynamique interne devient rigide et donc plus rapide : la perturbation dynamique est réduite rapidement et, par conséquent, le modèle de LuGre est approximé à celui de Stribeck. Dans ce cas, les erreurs RMS diminuent et les paramètres statiques estimés convergent vers des valeurs adéquates.

Cependant, les résultats obtenus en utilisant le banc d'essais expérimental ont été plus ou moins satisfaisants. En effet, l'estimation des paramètres statiques dépendait des valeurs des coefficients dynamiques du modèle de frottement réel, en particulier du coefficient d'amortissement, qui, comme déjà mentionné dans le chapitre 2, pourrait dépendre de la vitesse. Par conséquent, la valeur de son coefficient qui varie dans le temps détériore probablement l'estimation des paramètres statiques comme on a pu le constater.

Ainsi, il serait intéressant de promouvoir d'autres travaux de recherches dans cette perspective en tentant de développer d'une part, des méthodes d'identification basées sur le modèle de Stribeck sans que le coefficient de Stribeck soit préalablement connu. Dans ce cas, le modèle est non linéaire par rapport aux paramètres statiques. D'autre part, il serait intéressant de développer d'autres estimateurs basés sur l'estimation des paramètres qui pourraient varier dans le temps, afin d'accroître leur robustesse vis-à-vis des perturbations.

Finalement, il serait souhaitable de concevoir d'autres techniques basées sur le modèle de LuGre, permettant l'identification, non seulement, des paramètres statiques mais aussi des paramètres dynamiques. Ces estimateurs seraient sans doute d'un grand apport pour améliorer la qualité et la précision des systèmes de commande de haute précision.

ANNEXE 1

Traductions des termes techniques

Voici la liste des traductions des termes techniques utilisés dans notre mémoire :

Aspérité	Asperity
Brin	Bristle
Cisaillement	Shear
Coefficient d'amortissement	Damping coefficient
Coefficient de raideur (rigidité)	Stiffness
Collage-décollage	Stick-slip
Couche limite	Boundary layer
Cycle limite	Limit cycle
Déflexion	Deflection
Effet de Stribeck	Stribeck effect
Erreur de poursuite	Tracking error
Erreur moyenne quadratique	Root mean square (RMS) error
Erreur statique	Steady state error
Excitation persistante	Persistent excitation
Film fluide	Fluid film
Fléchir	Deflect
Force de décrochage	Break-away force
Frottement de Coulomb	Coulomb (kinetic) friction
Frottement de LuGre	LuGre friction
Frottement de Stribeck	Stribeck friction (negative viscous friction)
Frottement statique (adhérence)	Static friction (sticktion)
Frottement visqueux	Viscous friction
Glissement	Sliding
Hystérésis	Hysteresis
Lubrification	Lubrication
Lubrifiant	Lubricant
Lubrification fluide	Fluid lubrication

Lubrification hydrodynamique partielle	Partial fluid lubrication
Lubrification hydrodynamique totale	Full fluid lubrication
Lubrification limite (pelliculaire)	Boundary lubrication
Ordre réduit	Reduced order
Phénomène Unidirectionnel	Unidirectional phenomena
Préglissement (micro-déplacement)	Presliding
Retard de frottement	Frictional lag
Roulement (Coussinet) à Billes	Ball bearings
Vitesse de Stribeck	Stribeck velocity

ANNEXE 2

Schémas blocs des différents estimateurs

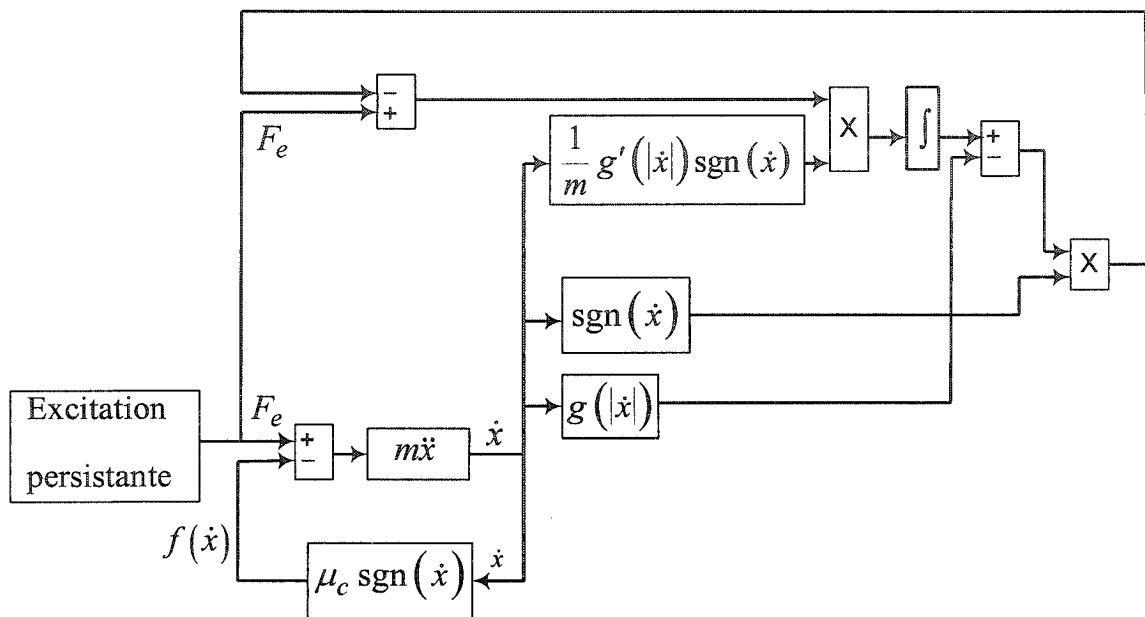


Schéma bloc du système mettant en relief la structure interne de l'EMC

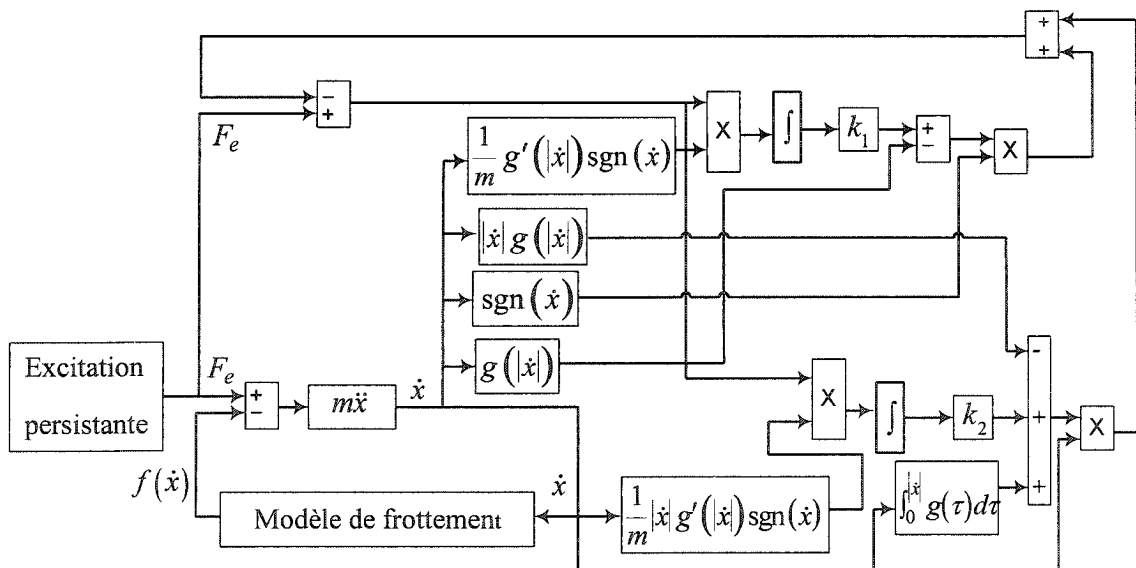


Schéma bloc du système mettant en relief la structure interne de l'EMCV

RÉFÉRENCES

- [1] Canudas de Wit, C., Olsson, H., Aström, K. J., & Lischinsky, P. (1995). A New Model for Control of Systems with Friction. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 40(3), pp. 419-425.
- [2] Armstrong-Hélouvry, B. (1991). Control of Machines with Friction. *Kluwer Academic Publishers, Boston, MA*.
- [3] Armstrong-Hélouvry, B., Dupont, P., & Canudas de Wit, C. (1994). A Survey of Models, Analysis Tools and Compensation Methods for the Control of Machines with Friction. *Automatica*, 30(7), pp. 1083-1138.
- [4] Friedland, B., & Park, Y.-J. (1992). On Adaptive Friction Compensation. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 37(10), pp. 1609-1612.
- [5] Friedland, B., & Mentzelopoulou, S. (1992). On Adaptive Friction Compensation Without Velocity Measurement. *Proceedings of The First IEEE Conference on Control Applications, Dayton, OH*, pp. 1076-1081.
- [6] Yazdizadeh, A., & Khorasani, K. (1996). Adaptive Friction Compensation Using A Lyapunov-Based Design Scheme. *Proceedings of the 35th Conference on Decision and Control, Kobe, Japan*, pp. 1060-1065.
- [7] Feemster, M., Vedagarbha, P., Dawson, D. M., & Haste, D. (1999). Adaptive Control Techniques for Friction Compensation. *Mechatronics*, pp. 125-145.
- [8] Liao, T.-L., & Chien, T.-I. (2000). An Exponentially Stable Adaptive Friction Compensator. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 45(5), pp. 977-980.
- [9] Huang, J. T. (2001). An Adaptive Compensator for a Servosystem with Coulomb and Viscous Friction. *IEEE International Conference on Control Applications- Proceedings, Mexico City, Mexico*, pp. 196-199.
- [10] Teel, A., Kadiyala, R., Kokotovic, P., & Sastry, S. (1991). Indirect Techniques for Adaptive Input-Output Linearization of Nonlinear Systems. *International Journal of Control*, 53(1), pp. 193-222.
- [11] Friedland, B. (1993). A Simple Nonlinear Observer for Estimating Parameters in Dynamic Systems. *In Proceedings of IFAC World Congress, Sydney, Australia*, 5, pp. 227-230.

- [12] Friedland, B., & Mentzelopoulou, S. (1993). On Estimation of Dynamic Friction. *Proceedings of the 32nd IEEE Conference on Decision and Control, San Antonio, Texas, 2*, pp. 1919-1924.
- [13] Tafazoli, S., de Silva, C. W., & Lawrence, P. D. (1996). Friction Estimation in a Planar Electrohydraulic Manipulator. *Proceedings of the American Control Conference, Seattle, Washington, 5*, pp. 3294-3298.
- [14] Bliman, P.-A., & Sorine, M. (1991). Friction Modelling by Hysteresis Operators. Application to Dahl, Sticktion and Stribeck effects. *In Proceedings of the Conference Models of Hysteresis, Trento, Italy*.
- [15] Bliman, P.-A., & Sorine, M. (1993). A System-Theoretic Approach of Systems with Hysteresis. Application to Friction Modelling and Compensation. *In Proceedings of the second European Control Conference, Groningen, The Netherlands*, pp. 1844-1849.
- [16] Bliman, P.-A., & Sorine, M. (1995). Easy-to-Use Realistic Dry Friction Models for Automatic Control. *In Proceedings of 3rd European Control Conference, Rome, Italy*, pp. 3788-3794.
- [17] Dahl, P. (1968). A Solid Friction Model. *The Aerospace Corporation, El Segundo, CA, Technical Report TOR-0158(3107-18)-1*.
- [18] Karnopp, D. (1985). Computer Simulation of Stick-Slip Friction in Mechanical Dynamic Systems. *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Transactions ASME, 107(1)*, pp. 100-103.
- [19] Jean-Marie, G. (2000). *Frottement, usure et lubrification : la tribologie ou science des surfaces*. Paris: Eyrolles.
- [20] Olsson, H., Aström, K. J., Canudas de Wit, C., Gäfvert, M., & Lischinsky, P. (1998). Friction Models and Friction Compensation. *European Journal of control, 4(3)*, pp. 176-195.
- [21] Amin, J., Friedland, B., & Harnoy, A. (1997). Implementation of a Friction Estimation and Compensation Technique.
- [22] Mentzelopoulou, S., & Friedland, B. (1994). Experimental Evaluation of Friction Estimation and Compensation Techniques. *Proceedings of the American Control Conference, Baltimore, Maryland*, 3132-3136.

- [23] Zhang, T., & Guay, M. (2001). Comments on "An Exponentially Stable Adaptive Friction Compensator ". *IEEE Transactions on Automatic Control*, 46(11), pp. 1844-1845.
- [24] Gäfvert, M. (1997). Comparisons of Two Dynamic Friction Models. *Proceedings of the 1997 IEEE International Conference on Control Applications, Hartford, CT*, pp. 386-391.
- [25] Courtney-Pratt, J., & Eisner, E. (1957). The Effect of A Tangential Force on the Contact of Metallic Bodies. *In Proceedings of the Royal Society, A238*, pp. 529-550.
- [26] Johannes, V. I., Green, M. A., & Brockley, C. A. (1973). The Role of the Rate of Application of the Tangential Force in Determining the Static Friction Coefficient. *Wear*, 24(pp. 381-385).
- [27] Hess, D. P., & Soom, A. (1990). Friction at a Lubricated Line Contact Operating at Oscillating Sliding Velocities. *Journal of Tribology*, 112(1), pp. 147-152.
- [28] Misovec, K. M., & Annaswamy, A. M. (1999). Friction Compensation using Adaptive Nonlinear Control with Persistent Excitation. *International Journal of Control*, 72(5), pp. 457-479.
- [29] Tao, G. (2003). *Adaptive control design and analysis*. Hoboken, N.J.: Wiley-Interscience.
- [30] Anderson, B. D. O. (1977). Exponential Stability of Linear Equations Arising in Adaptive Identification. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 22(1), pp. 83-88.
- [31] Ioannou, P. A. (1996). *Robust Adaptive Control*: Upper Saddle River, N.J. : Prentice Hall PTR.
- [32] Khayati, K., Bigras, P., & Dessaint, L.-A. (2004). A Robust Feedback Linearization Force Control of a Pneumatic Actuator. *Systems, Man and Cybernetics, IEEE International Conference on*, 7, pp. 6113-6119.
- [33] Madi, M. S., Khayati, K., & Bigras, P. (2004). Parameter Estimation for the LuGre Friction Model using Interval Analysis and Set Inversion. *Systems, Man and Cybernetics, IEEE International Conference on*, 1, pp. 428-433.
- [34] Rivoire, M., & Ferrier, J. L. (2001). *Matlab Simulink Stateflow avec des exercices d'automatique résolus*. Paris: TECHNIP.