

**UNIVERSITE ABOU BEKR BELKAID-TLEMCEN FACULTE
DE TECHNOLOGIE**

**DEPARTEMENT DE GENIE ÉLECTRIQUE ET
ÉLECTRONIQUE**

**Mémoire de projet de fin d'étude pour l'obtention du diplôme de Master
En Génie Industriel**

Spécialité : Ingénierie de la production

Réalisé par :

BOUMEZIRENE Thiziri

MOKHTARI Hamid

THEME

**Répartition des objets dans un système de stockage et de
déstockage profond**

Devant les jurys :

Président	S. M. MELIANI	MCA	UABB Tlemcen
Encadreur	L. GHOMRI	MCA	UABB Tlemcen
Co-Encadreur	H. ALLA	Professeur	Josephe Fourier Grenoble
Examineur	A. RIMOUCHE	MCB	UABB Tlemcen
Examineur	S. KOULOUGHLI	MCA	UABB Tlemcen
Examineur	F.D BOUKHARI	MCA	UABB Tlemcen

Année universitaire 2017-2018

Table des matières

Remerciement

Introduction Générale.....2

Chapitre 1 : Introduction aux AS/RS

1.1	Introduction	5
1.2	Présentations des systèmes de stockage et déstockages automatisés	5
1.2.1	Fonction.....	5
1.2.2	Avantages et inconvénients des AS/RS.....	6
1.2.3	Terminologies	8
1.2.4	Composantes des AS/RS	9
1.2.5	Performances des AS/RS.....	9
1.2.6	Différents types d'AS/RS.....	10
1.2.7	Avantages des AS/RS compacts	13
1.2.8	Revue de littérature	14
1.2.9	Importance du rang moyen	15
A.	Système de stockage et de déstockage à convoyeur gravitationnel.....	16
B.	AS/RS à convoyeur gravitationnel à une seule machine.....	18
C.	Bi-directionnel flow-rack AS/R.....	19
D.	Satellite-based compact storage systems.....	20
E.	AVS/R.....	21
F.	Live-cube system	22
1.3	Contribution.....	23
1.4	Conclusion	23

Chapitre 2 : Détermination empirique du rang moyen par simulation et les techniques de la régression non linéaire

2.1	Introduction.....	25
2.2	Présentation de la régression linéaire et la régression non linéaire	25
2.3	Calcul de la fonction rang m	28
2.3.1	Présentation du système	28
2.3.2	Modélisation du système sous Arena/Siman.....	29
1.	Stockage	30
2.	Déstockage	31
2.3.3	Modélisation graphique du rang moyen en fonctionnement réel	32

2.3.4	Implémentation de la régression non linéaire sur les résultats obtenus	Erreur ! Signet non défini.
2.3.5	Résultats et validation	39
2.4	récapitulatif.....	46
2.5	Conclusion	47

Chapitre 3 : Calcul analytique du rang moyen de déstockage des objets dans un AS/RS profond

3.1	Introduction.....	49
3.2	Problématique.....	49
3.3	Chaîne de Markov	53
3.4	Modélisation exacte du comportement de système :	53
3.4.1	Régime transitoire :	53
3.4.1.1	Exemple 1 :	54
3.4.1.1.1	Les états absorbants	57
3.4.1.1.2	Calcul des distributions (Étudions le casier 1) :	58
a.	Par chaîne de Markov	58
b.	Vérification par simulation	60
3.4.1.2	Exemple 2 :	61
3.4.1.2.1	Calcul des distributions (Étudions le casier 1) :	63
a.	Par chaîne de Markov :	63
b.	Vérification par simulation	63
3.4.1.4	Exemple 3	64
3.4.1.4.1	Calcul des distributions (Étudions le casier 1) :	64
a.	Par chaîne de Markov	64
b.	Vérification par simulation	66
3.4.2	Régime permanent : Macro transition à bilan nul	66
3.4.2.1	Calcul des distributions (Étudions le casier 1) :	66
a.	Chaîne de Markov.....	66
b.	Par simulation.....	68
3.5	Conclusion.....	70
	Conclusion générale.....	72

Références

Résumé

Liste des figures

Figure 1.1 : Classes des AS/RS (2D, 3D).....	11
Figure 1.2 : AS/RS à convoyeur gravitationnel.....	17
Figure 1.3 : AS/RS à convoyeur gravitationnel à une seule machine.....	18
Figure 1.4: Bi-directionnel flow-rack AS/R.....	19
Figure 1.5: Satellite-based compact storage systems.....	21
Figure 1.6: AVS/R.....	21
Figure 1.7: Live-cube system.....	22
Figure 2.1 : modélisation du l'opération de stockage sous Arena/Siman.....	30
Figure 2.2 : modélisation du l'opération de déstockage sous Arena/Siman.....	31
Figure 2.3 : Nuage de point représentant les résultats du simulation d'AS/RS profond à 100 casiers.....	32
Figure 2.4 : Courbe représente les résultats de la simulation quand α_i tend vers 1.....	33
Figure 2.5 : Courbe représente les résultats de la simulation quand α_i tend vers 0.....	34
Figure 2.6 : Nuage de point représentant les résultats du simulation d'AS/RS profond à 100 casiers.....	34
Figure 2.7 : Courbe représentante un nuage de point de rang m donné par simulation et la fonction empirique trouvée dans ce premier cas.....	37
Figure 2.8 : Courbe représentante un nuage de point de rang m donné par simulation et la fonction empirique (15).....	40
Figure 2.9 : Représentation des résidus de la fonction validée.....	41
Figure 3.1 : Classification des Systèmes.....	51
Figure 3.2 : chaine de Markov représentante un AS/RS de N=3 et L=1.....	54
Figure 3.3 : chaine de Markov représentante un AS/RS de N=3 et L=1.....	55
Figure 3.4 : chaine de Markov représentante un AS/RS de N=3 et L=2.....	55
Figure 3.5 : chaine de Markov représentante un AS/RS de N=3 et L=3.....	56
Figure 3.6 : chaine de Markov représentante un AS/RS de N=3 et L=4.....	57
Figure 3.7 : modélisation de l'opération de stockage sur Arena/Siman.....	61
Figure 3.8 : chaine de Markov représentante un AS/RS de N=3 et L=6.....	62
Figure 3.9 : chaine de Markov représentante un AS/RS de N=4 et L=4.....	65
Figure 3.10 : chaine de Markov représentante un AS/RS de N=3 et L=4 en régime permanant..	67
Figure 3.11 : Modélisation du système sous Arena en régime permanant.....	69

Liste des tableaux

Tableau 1.1 : Terminologies.....	12
Tableau 1.2 : les AS/RS à profondeur unitaire et leurs caractéristiques.....	13
Tableau 1.3 : les AS/RS à profondeur profonde et leurs caractéristiques.....	13
Tableau 2.1 : Présentation des fonctions empiriques proposées et leurs caractéristiques.....	39
Tableau 2.2 : Présentation d'erreurs et validation des résultats.....	45
Tableau 2.3 : Application de la fonction trouvée sur d'autre système en faisant apparaître sa validité.....	45

Remerciements

Qu'il me soit dans cette prestigieuse occasion l'honneur d'adresser mes sincères remerciements à tous ceux et celles qui m'ont formé, m'ont aidé, étaient présent pour moi et suivi mes pas pour arriver à cette étape, à ceux-là je suis profondément reconnaissante.

Je tiens tout d'abord à remercier le saint DIEU de m'avoir accompagné durant mon parcours et aider à arriver à cette étape.

Je voudrai adresser toute mes gratitude à ma chère encadreur Latéfa GHOMRI, elle m'a englobé du soutien moral et intellectuelle, durant toute l'année elle m'a guidé et suivi sans cesse, je tiens à la remercier vivement pour sa patience, sa disponibilité et surtout ses judicieux conseils, qui ont contribué à alimenter ma réflexion, malgré ses lourdes et bien nombreuses charges, elle était souvent présente pour nous, je tiens aussi à remercier mon co-encadreur Hassan ALLA pour sa disponibilité et ses conseils durant ce trajet.

J'adresse mes sincères remerciements à BOUKHARI Fakhr Edin, DIB Hassan, MIRI Sofian, et RIMOUCHE Ali pour leurs conseils, leurs aides durant la réalisation de notre projet de fin d'étude, et je remercie tous mes profs, et toute personnes, qui ont participé à ma formation.

Nous remercions aussi MELLIANI Sidi Mohamed, KOULOUGHLI Siham, RIMOUCHE Ali, BOUKHARI Fakhr Edin d'avoir accepté d'évaluer notre travail au sein de jury de soutenance.

Je désire aussi remercier mes parents pour leurs soutiens, leurs conseils, leurs présences et leurs confiances en moi, m'ont toujours poussé vers l'avant, je remercier aussi mes chers frères et sœurs, nièce et neveux pour leurs encouragements et leurs soutiens et sur tous leurs compagnies, aucun remerciement n'est digne d'exprimer ma reconnaissance.

Je voudrai exprimer mes reconnaissances envers mes amies : Khadidja, Mazgha, Fazia, Chanez, Houda, Nacera, Chahra et collègues qui m'ont apporté leurs supports moraux et intellectuels tout au long de ma démarche.

BOUMEZIRENE Thiziri

Acknowledgements

The hardest part in a thesis is how to write acknowledgements, because this work would not have been possible without some awesome people and words are not enough to thank them.

Before thanking people, I thank god who offered me this life to be able to meet them so praise to Allaah.

I am especially indebted to Dr. Ghomri Latefa my supervisor and co-supervisor Pr. Hassan Alla who have been a great guidance and help the whole year despite of their busy schedule. I would especially like to thank Dr. Dib Hassan and Dr. Boukhari for their assistance and support whenever we needed them.

I'm so grateful to my family, in top of them my parents, grandmothers and grandfathers who took care of me since I was born and whose love and guidance are with me in whatever I pursue, then my beloved brothers in top of them Mohamed my backup since I have been in the university.

I also send my gratitude and love to my partner of life Thiziri for everything she has done for me now and before.

I am grateful to all of those with whom I have had the pleasure to meet from my friends inside and outside the university.

Mokhtari Hamid

Introduction Générale

Introduction générale

Les entreprises se trouvent face à une concurrence intense qui nécessite un développement et évolution technologique continus, et qui exige de l'efficacité, de la pertinence et de la précision. Cette concurrence nécessite aussi d'amener une bonne méthode de gestion et de contrôle à toutes les fonctions. Dans ce travail, nous nous sommes intéressés à la fonction de stockage, soit le stockage de la matière première, de produits finis, d'outillages ou des produits en transit. Le stockage peut être la cause d'une immense différence dans l'efficacité des entreprises, il est désormais une fonction primordiale qui doit être prise en considération par n'importe quelle entreprise. Au premier lieu, il représente une immobilisation de capital, il peut à tout moment disparaître puisqu'il risque de se détériorer ou se périmier, en deuxième lieu, une bonne gestion de stock garantit un gain du temps et d'argent soit pour l'entreprise elle-même, soit pour la clientèle. Donc les chercheurs n'ont pas pu y passer sans amener des techniques et des améliorations à la gestion de stocks, parmi leurs grandes innovations on souligne les systèmes de stockage et de déstockage automatisés (AS/RS - Automated Storage and Retrieval Systems).

Les AS/RS sont mises en service depuis les années 60, ils mènent une informatisation et une automatisation complète des tâches de la gestion et ils accordent un accès aléatoire à tous les articles stockés, ainsi un gain d'espace est acquis qui peut être utilisé pour élargir les surfaces de la chaîne de production. De plus ils augmentent les niveaux de précision à 99,99% et ils fournissent une rapidité considérable aux systèmes. Principalement composés : de racks, composés à leur tour de casiers servant à contenir les produits ; de machines S/R (Storage/Retrieval) servant au stockage et/ou au déstockage des produits ; et d'un certain nombre d'allées qui sont des chemins fixes sur lesquelles circulent les machines S/R. La croissance d'étude et d'innovation appliquées aux AS/RS a fait naître plusieurs types d'AS/RS, chacun de ces types est caractérisé par une configuration physique et a ses propres avantages et inconvénients. On distingue deux grandes familles d'AS/RS, à savoir : les AS/RS à profondeur unitaire (unit deep ou 2D) et les AS/RS profonds (multi deep) nommés aussi compact ou tridimensionnels. La principale différence entre ces deux classes est la capacité d'un casier, i.e. le nombre de produits qu'un casier peut contenir au maximum. Ainsi dans un AS/RS à profondeur unitaire, un casier est destiné à contenir un seul produit, alors que dans le cas des AS/RS à profondeur multiple, un même casier est destiné à contenir plus d'un produit.

Le temps moyen d'accès à un produit donné pour le déstocker, ou à une position donnée pour y stocker un produit, est un paramètre très important. Plusieurs travaux de recherche ont été consacré à l'évaluation de ce paramètre appelé temps de cycle de la machine S/R. Nous avons consacré ce travail à l'évaluation de ce paramètre dans le cas des AS/RS à profondeur multiple. En effet la modélisation de ce paramètre pour cette classe d'AS/RS pose un problème nouveau par rapport au cas plus classique des AS/RS à profondeur unitaire. Il s'agit de la modélisation du rang moyen de déstockage, i.e. de quelle position dans le casier choisi, déstocke-t-on le produit désiré.

Nous nous sommes intéressés, dans ce travail à la modélisation du rang moyen de déstockage dans un AS/RS à profondeur multiple. Du fait qu'il est un paramètre pertinent qui rentre dans la détermination de temps moyen de déstockage, donc il porte une influence remarquable sur le temps de cycle moyen d'un AS/RS profond. Le temps de cycle est défini comme étant le temps qui s'écoule depuis l'apparition de la requête, jusqu'à la fin de son exécution. Il influe donc directement les performances du système.

Ce travail est composé en deux parties :

Dans un premier temps nous avons modéliser de manière empirique le rang moyen de déstockage. Nous avons considéré un produit dont le taux d'existence dans le système (le nombre de produits de ce type sur le nombre total de produits stocké dans le système) est connu et aussi que le taux de remplissage du système (le nombre d'emplacements occupés sur la capacité du système) et nous avons utilisé des techniques de régression non linéaires afin de pouvoir développer un modèle empirique basé sur la simulation du rang moyen de déstockage.

Dans un deuxième temps, nous avons tenté d'apporter un élément de réponse à une modélisation plus formelle du rang moyen de déstockage en utilisant les chaîne de Markov. Pour cela nous avons simplifier le problème précédent, en considérant un casier donné et en calculant les probabilités que ce casier comporte 0, 1, 2, ... ou M produits. M étant la capacité du casier. Comme mentionné précédemment cela constitue un élément de réponse à une modélisation formelle du temps de cycle moyen.

Ce mémoire est organisé en trois chapitres. Le premier chapitre est divisé en deux parties, la première est réservée à une présentation détaillée sur les AS/RS en général, la définition, la fonction, les avantages et les inconvénients ont été présentés, ensuite nous avons passé à la présentation des performances des AS/RS, types des AS/RS, s'en suivra une revue de la littérature de ces système, la seconde partie, est consacrée à une explication détaillée de l'importance du rang moyen où nous avons illustré le fonctionnement des différents AS/RS profond pour voir l'influence du rang moyen sur le temps moyen de déstockage.

Le deuxième chapitre, évoque le cœur de notre travail, il est destiné à la modélisation empirique du rang moyen en utilisant la régression non linéaire, au début de ce chapitre nous avons donné une introduction sur la régression et ses techniques, ensuite nous sommes passés à la présentation détaillée de notre problématique, à la suite de cela, nous avons présenté la modélisation de système sur le logiciel Arena/Siman, l'application des techniques de la régression sur les données collectées durant les simulations et pour terminer par une interprétation et validation de la fonction trouvée.

Dans le troisième et dernier chapitre, nous avons présenté une tentative de modélisation formelle du rang moyen de déstockage, l'outil stochastique utilisé est les chaînes de Markov, le chapitre est divisé en 3 parties, dans la première, nous avons positionné le fonctionnement de notre système en le classant comme étant un système stochastique, puis nous avons présenté les chaînes de Markov, après cela, nous avons modélisé quelques configurations en changeant le nombre de ses casiers et leurs capacités.

Chapitre 1 : Introduction aux AS/RS

1.1 Introduction

Dans les systèmes de production, la fonction de stockage joue un rôle indispensable, elle permet aux produits d'être stockés pendant des durées bien déterminées, soit avant leurs traitements (produit finis), ou pour leurs premier stockage (matière première). Pendant les opérations de stockage et de déstockage des déplacements physiques doivent être effectués, et pour une bonne gestion de la fonction de stockage, ces déplacements doivent être optimisés

Dans ce chapitre, une description des systèmes automatisés de stockage et de déstockage AS/RS sera faite, et avant de citer les avantages, les inconvénients et les différents types des AS/RS, leur fonction et le besoin d'estimer leurs durées moyennes des déplacements physiques seront exposer.

Par la suite, nous allons consacrer un paragraphe aux AS/RS profonds appelés aussi multi-deep ou compact, nous allons faire apparaître l'importance et l'influence de l'estimation du temps d'accès à un produit souhaité pour le déstocker ou à un emplacement donné pour y stocker un produit.

1.2 Présentations des systèmes de stockage et déstockages automatisés

Les systèmes de stockage et déstockages automatique sont mis en service depuis les années 60, ce sont des systèmes de stockage capables de fournir un accès aléatoire à tous les articles stockés. Les AS/RS sont largement répandus dans l'industrie de logistique [1]. les principales avantages des d'AS/RS est l'augmentation de la capacité de stockage, le contrôle de l'inventaire en temps réel, augmentation de la sécurité dans les zones industrielles, la flexibilité de l'interface avec d'autres composantes du système de production (les systèmes de transports, de contrôle, ...etc.), réalisation du concept Just-in-Time par une réponse rapide à une demande (outils, matériaux, palettes, produits...) au moment souhaité [2].

Selon le « Material Handling Institute », cet équipement est défini comme ceci : « Une combinaison d'équipements et de systèmes de contrôle qui prend en charge, stocke et déstocke, des produits avec précision, exactitude et célérité sous un certain degré d'automatisation ».[3]

1.2.1 Fonction

L'AS/RS dans son intégralité est conçu dans l'intention de réduire au maximum l'interaction humaine avec la fonction de stockage, permettant de cette manière de réduire considérablement le risque d'erreur, et assurer la sécurité humaine en l'éloignant des endroits dangereux.

Un AS/RS doit être capable de recevoir des produits en point de dépôt, les identifier, déplacer chacun vers son endroit destiné, ou bien les déstocker et les transporter vers le point de livraison. Un AS/RS quel que soit son type, il doit avoir la capacité d'exécuter les fonctionnalités suivantes sous supervision et commande humaine :

- Récupérer l'article du point de dépôt afin de le stocker.
- Déplacer l'article d'une façon automatisée jusqu'à l'emplacement qui lui a été destiné.
- Déstocker l'article et le transporter vers le point de livraison.

1.2.2 Avantages et inconvénients des AS/RS

Les principaux avantages des AS/RS sont :

- **Efficacité en espace** : l'amélioration de l'exploitation de l'espace par le AS/RS est remarquable, les AS/RS permettent un gain dans l'espace, le gain peut être exploiter pour l'ajout de nouvelles chaînes de production, ça peut aussi être considéré comme un gain dans un gain dans la capacité de stockage, un nombre important de produit peut être stocké sans besoin d'ajout de locaux supplémentaires.
- **Amélioration de la gestion des stocks** : grâce aux systèmes de contrôle et de gestion, on peut être informer sur le nombre de produits existant dans le stock, et leurs emplacements, en plus de leurs dates de réceptions, l'emplacement où ils sont positionnés et même leurs dates de péremption dans le cas de son existence, et ça rends l'opération d'inventaire et de recensement beaucoup plus facile à réaliser.
- **Temps de réponse moins important** : comme les transactions de stockage/déstockage sont faites de manière automatisée, dès que l'utilisateur lance l'une de ces deux opérations, le système de commande fait en sorte que les temps de cycles soient les plus courts possible à la faveur de sa connaissance de toutes les informations relatives aux produits.
- **Réduction des stocks** : vu que le système de gestion et de contrôle permet une connaissance précise de tous les articles se trouvant à l'intérieur du système ainsi que toutes les informations qui leur sont relatives, il est possible de combiner ces connaissances avec celles relatives aux commandes et à l'activité de l'entreprise, ce qui permettra de trouver un nombre optimal d'articles (selon une tolérance donnée) qui d'une part protège d'une rupture de stock et d'autre part nous évite un sur-stockage.

- **Réduction de la main d'œuvre** : il est clair que l'utilisation d'un système de stockage/déstockage disposant d'un degré plus ou moins élevé d'automatisation diminue considérablement la main d'œuvre, puisque les tâches autrefois faites par des ouvriers, techniciens ou employés en général, vont être faites par des machines automatisées.
- **Diminution des coûts de fonctionnement** : le fait de disposer de ce type de système décroît de manière considérable les coûts liés à la possession du stock, et cela est dû à la réduction du personnel (comme vu plus haut), la diminution des charges relatives à ce dernier (paye, assurance, congés payés, air conditionné...etc.).
- **Augmentation de la sécurité** : le fait de minimiser l'intervention humaine dans les aires de stockage diminue considérablement les risques d'accidents et d'erreurs de manipulation, de plus ces systèmes se présentent sous forme d'aires autonomes et fermées, augmentant ainsi la sécurité des installations environnantes, et permettant le stockage de produits dits dangereux de manière plus sûre.
- **Réduction de la détérioration** : l'AS/RS disposant de systèmes de contrôle et de logiciels performants permet une grande diminution des déficiences de la gestion classique en rendant les péremptions des produits et leur dépassement technique très rares, en plus de réduire les risques de casse des articles pendant leur manipulation par les employés dans un système non automatisé.
- **Grande flexibilité de fonctionnement** : le système de contrôle dont dispose chaque AS/RS permet à son utilisateur de gérer la grande diversité de produits qui y sont stockés, puisqu'il sait à chaque instant où se situe chaque article, sa date de réception, son lieu de stockage voire même sa date de péremption, ce qui alloue la possibilité de traiter différents produits sans risque d'erreur, d'où la très grande flexibilité qui qualifie ce genre de système.

Malgré l'innombrables avantages dont un AS/RS dispose, ils affichent quelques lacunes à leurs caractères en les comparant aux systèmes classiques de stockage.

- Le cout très élevé de l'investissement sur un AS/RS, aussi bien que le coût d'un système à 10000 casiers, 5 machine de stockage/déstockage et un convoyeur de 60m, coûterait entre 2 et 3 millions de Dollars US et qu'un système de contrôle pour AS/RS vaudrait environ 103000 Dollars US [4].

- La difficulté d'effectuer des changements sur le système après son installation, vue qu'ils sont des systèmes de grande complexité et aussi ils caractérisent par la rigidité de leur structure.

1.2.3 Terminologies

Le tableau 1.1 ci-après présente les principaux éléments d'un AS/RS

Termes	Présentation
Casier	C'est un espace tridimensionnel conçu dans l'intérêt de stocker les charges unitaires ou un ensemble de charges.
Colonne	Une colonne est conçue par la superposition des casiers les uns sur les autres.
Rangée	C'est l'ensemble de casiers formé par le placement des colonnes les une derrière les autres, ces rangées vont délimités par eux même les allées des AS/RS
Allée	C'est l'espace qui apparait entre deux rangées mitoyennes et parallèles, sur ces allées circule la machine de stockage et de déstockage.
Station P/D	La station d'entrée/sorties ou station de dépôt/livraison (Pickup/Delivery station) est un point d'interaction avec le système de transfert externe, sur ces stations les produit stockés ou déstockés transitent d'une manière que la station de dépôt est le point par lequel une entité à stocker accède à l'AS/RS, et la station de livraison est le point où l'article déstocké est livré.
Machine S/R	la machine de stockage/déstockage (Storage/Retrieval machine, S/R machine) est l'appareil qui procède aux opérations physiques de stockage/déstockage. Dans la majorité des cas la machine dispose de deux degrés de liberté qui lui permettent de se déplacer verticalement et horizontalement afin d'atteindre tous les casiers de la rangée (Figure 1.5), un mécanisme de saisie ou un troisième degré de liberté est généralement ajouter afin que les manœuvre de stockage/déstockage puissent être réalisées [4]

Tableau 1.1 : Terminologies

1.2.4 Composantes des AS/RS

N'importe quel AS/RS quel que soit son type, est composé principalement :

- D'un ensemble de racks, composant eux même des casiers pour contenir les produits
- Une ou plusieurs stations dépôt/livraison appelés aussi point entrés/sorties pour recevoir les produits à stocker ou livrer les produits déstockés.
- De machines de stockage/déstockage qui servent pour accomplir les fonctions de stockage et de déstockage.
- D'un certain nombre d'allées, ces dernières sont des chemins fixes où se déplacent les machines de stockage et de déstockage.
- Un système de contrôle, de supervision et de commande, assurant le bon fonctionnement du système en plus de l'interfaçage homme-machine, très important à ce niveau.

1.2.5 Performances des AS/RS

Avant de penser à concevoir et réaliser un système, il faut d'abord mettre en clarté que ce système de production va être imposé dans un marché de forte compétition et du même l'intérêt principale de ce système est de faire des profits, et cela en réduisant les coûts et augmentant la qualité, et donc un système de stockage bien conçu doit être justifié en termes d'investissement et le coût des opérations, afin de prévoir un niveau de performance adéquat.

Donc plusieurs paramètres doivent être pris en compte lors d'une analyse d'AS / RS, certains sont liés, les autres sont indépendants, la combinaison entre eux forme les mesures de performance, ces performances sont résumées comme suit :

1. **Capacité de stockage** : peut être défini en deux manières, la première : tous l'espace volumétrique disponible, la seconde est le nombre d'emplacement disponible dans le système pour stocker les articles ou les charges. Dans le système de stockage on normalise le stockage par le principe de charge unitaire, La capacité physique du système de stockage doit être supérieure au nombre maximal de charges pouvant être stockées, afin de permettre des besoins supplémentaires en matière de stockage d'urgence, au fur et à mesure des besoins.
2. **Densité de stockage** : Définie comme l'espace volumétrique disponible pour le stockage réel par rapport à l'espace volumétrique total dans l'installation de stockage. Allée l'espace d'allée et l'espace gaspillé libre est deux exemples d'espace de stockage

inutilisé ; celles-ci prennent souvent plus d'espace que la capacité de stockage réelle utilisable elle-même. Souvent mesurée au moyen de la surface de plancher de l'installation de stockage ; bien que la densité volumétrique soit une métrique plus précise. Les densités élevées devraient être visées.

3. **Accessibilité** : Définie comme la capacité d'accéder à tout élément ou charge souhaité stockée dans le système. La densité a souvent une relation inverse avec l'accessibilité à l'installation de stockage.
4. **Débit du système** : Défini comme le taux horaire auquel le système de stockage reçoit et met les charges en mémoire et / ou récupère et délivre les charges à la station de sortie. Le système de stockage doit être conçu de manière à répondre aux exigences de débit maximal, à mesure que les niveaux de débit varient devrait être attendu tout au long de la journée de travail. Le débit de stockage est limité au moment d'effectuer une transaction de stockage ou de récupération. Le stockage consiste à : prendre une charge à l'entrée ; se rendre à un lieu de stockage ; placement de la charge dans l'emplacement de stockage ; et retourner à la station d'entrée. La récupération consiste en : Voyage à l'emplacement de stockage ; retirer l'article du stockage ; déplacer à la station de sortie pour effectuer la décharge. La somme de ces deux temps (pour l'une ou l'autre opération) détermine le débit du système de stockage. Un cycle de commande double réduit le débit en combinant la fonction de stockage et la fonction de déstockage.
5. **Utilisation** : Défini comme la proportion de temps pendant lequel le système est réellement utilisé (quand il effectue les opérations de stockage / déstockage par rapport au temps disponible).
6. **Disponibilité** : Définie comme la proportion de temps que le système est capable à fonctionner par rapport aux heures de travail normales.
7. **Le temps de cycle** : Il est composé du temps de changement, du temps d'exécution, du temps de transfert, et du temps d'attente. Seul le temps d'exécution augmente la valeur du produit, tandis que les autres temps, tout en coûtant de l'argent, ne donnent aucune valeur ajoutée au produit. Il faudra, donc, minimiser ces temps pour minimiser les coûts de production. Dans le cas idéal, ces temps sont nuls et le temps de cycle sera égal au temps d'exécution. Dans la réalité, il faut approcher autant que possible cette égalité. [5]

1.2.6 Différents types d'AS/RS

Il existe plusieurs types d'AS/RS, leur classification est basée sur leurs applications et leurs configuration physique qui se résume en nombre de machines de stockage et de déstockage

utilisées et leurs capacités, la disposition des racks et des allées dans le système, la position des points d'entrée/sortie et enfin la profondeur maximale d'un casier.

Nous pouvons les classer selon la capacité des casiers en deux grandes catégories : la première est les AS/RS profonds (compact ou 3D), et la deuxième catégorie est les AS/RS à profondeur unitaire (2D) (figure 1.1).

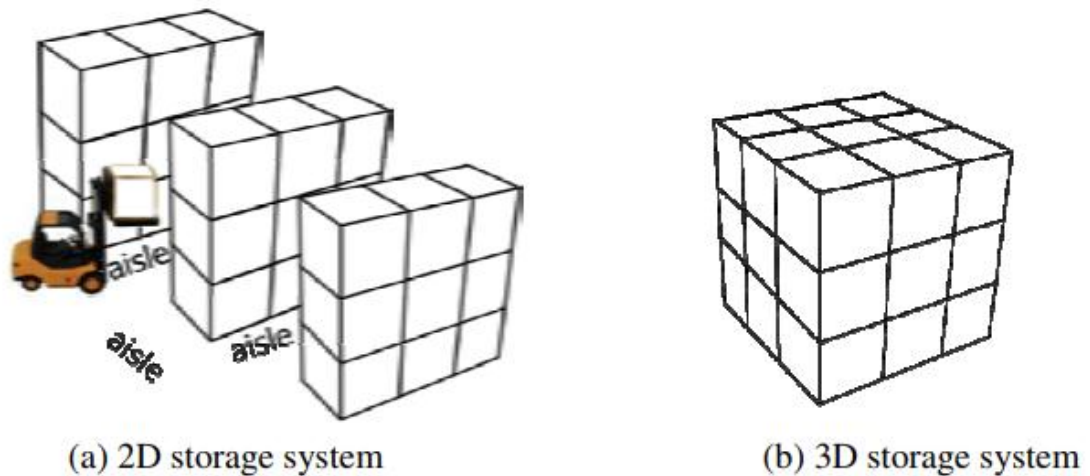


Figure 1.1 : Classes des AS/RS (2D, 3D)

Les AS/RS à profondeur unitaire sont des systèmes de stockage tel que chaque casier peut contenir un seul produit c-à-d la capacité de stockage des casier égale à 1, dans cette catégorie on trouve, les AS/RS à charge unitaire, les AS/RS à rack glissant, les AS/RS multi allé et bien d'autre type. Le (tableau 1.2) représente quelques types des AS/RS 2D, et leurs caractéristiques.

Système	AS/RS à rack glissant	AS/RS multi allé	AS/RS à charge unitaire
Système de déplacement horizontal	Machine S/R	Machine S/R	Machine S/R
Système de déplacement vertical	Machine S/R	Machine S/R	Machine S/R
Principe de fonctionnement	Ce système ne se compose que d'une	Ce système est composé d'une allée	Les machines S/R sont placées sur des rails fixés au

	seule allée former par le déplacement de deux casiers mitoyens, ainsi la machine S/R se déplace sur cette allée pour exécuter la commande de stockage ou de déstockage.	commune appelée transversale, et d'une multitude d'allées où circule la machine S/R, chaque allée est délimitée par deux casiers mitoyens.	sol et au plafond, en plus d'un cadre perpendiculaire à ces rails, sur ce cadre se trouve un plateau, qui lui peut se déplacer verticalement sur ce cadre, et ce même cadre a la possibilité de se déplacer horizontalement grâce aux rails.
Référence	Guezzan (2012)	Bozer et White (1984), Hwang et Ko (1988) Kouloughli (2008)	Hausman 1976 Bozer et white (1984)

Tableau 1.2 : les AS/RS à profondeur unitaire et leurs caractéristiques

En revanche, dans le but d'optimiser l'espace dans les entrepôts, des compagnies ont penché pour fournir des systèmes du stockage 3D compact pour les charges unitaires, actuellement, ils sont devenus de plus en plus populaires pour stocker des produits [6].

Les AS/RS compact est une variation de l'AS/RS à profondeur unitaire, dans cette catégorie des systèmes nommée aussi profonde, chaque casier est dédié pour le stockage de plusieurs produits (une capacité multiple des casiers), ceci permet une grande densité de stockage et une utilisation de l'espace maximum.

Une multitude des systèmes compacts existent avec différents systèmes de manutention qui prennent en charge les mouvements horizontaux, verticaux et de profondeur, nous énumérons les machines S/R, les convoyeurs, les navettes ou les ascenseurs, voir (tableau 1.3).

Type	AS/RS à Convoyeur gravitationnel	Satellite based system	Live-cube system	AVS/R system
Déplacement sur l'axe X	Machine S/R	Machine S/R	Navette	Véhicule autonome
Déplacement sur l'axe y	Machine S/R	Machine S/R	Lift	Lift
Déplacement sur l'axe z	Convoyeur gravitationnel	Satellit	Navette	Véhicule autonome
Référence	Z.Sari (2005), De Koster et al. (2008) Yu and D.Koster (2009)	De koster (2013)	De Koster (2013)	Malmborg, (2002) ; Kuo et al. (2007)

Tableau 1.3 : les AS/RS à profondeur profonde et leurs caractéristiques [7]

1.2.7 Avantages des AS/RS compacts

Comme nous l'avons déjà mentionné auparavant, un meilleur AS/RS est celui qui s'accorde avec le besoin de l'utilisation, mais de plus chacun se privilège à un système qui se bénéficie de meilleures performances. En comparant les systèmes 3D au système 2D, 3D possèdent deux grands avantages, le premier est lié au temps de cycle et le deuxième à la capacité du système, comme suit :

- Certains systèmes compacts disposent de divers mécanismes de mouvement en profondeur (DMM) qui donne une possibilité de fonctionner indépendamment et simultanément pour prépositionner des emplacements ouverts (c.-à-d. Des emplacements de stockage vides) et déstocker des charges alors que les mécanismes de mouvement horizontal et vertical fonctionnent (S / R ou convoyeurs et élévateurs) sur d'autres emplois. D'un autre côté le pré-positionnement des charges, la compacité et l'automatisation du système offrent load throughput souvent réduit. De plus, par rapport à un système 2D, les charges unitaires sont en moyenne plus proches du dépôt, ce qui contribue également à la réduction du temps de cycle.
- Un espace de stockage plus élevé vu que plusieurs allées sont transformées à un espace d'entreposage dédié aux charges unitaires à plusieurs profondeurs. Selon la configuration, dans un système de stockage compact, il faut environ 40 à 50%

d'encombrement en moins par rapport aux systèmes de stockage traditionnels pour accommoder le même nombre de charges unitaires [7]

1.2.8 Revue de littérature

Les systèmes de stockage tridimensionnels ou profond sont récemment introduit et ils sont plus populaire en raison de leurs automatisation complète, leurs intérêts est de garantir une capacité de stockage plus élevée et aussi ils visent à assurer un temps de réponse plus courts. Dans de tels systèmes, les différents composants de système ont la capacité de se déplacer dans un espace tridimensionnel, on trouve différents types de systèmes 3D dans la pratique avec différents systèmes de mouvement et différentes configurations physiques. Plusieurs chercheurs ont consacré leurs travaux sur cette catégorie des AS/RS, et ceci depuis l'année. (Azzouz 2001) est intéressé à l'optimisation des dimensions du rack d'un AS/RS à convoyeur gravitationnel pour un temps de cycle minimal, les résultats obtenus ont permis de développer une solution analytique.

Sari (2005) a développé deux modèles du temps de cycle pour un AS/RS à convoyeur gravitationnel, un modèle exact et un autre approché. Le modèle approché est basé sur une approche continue, où le rack est supposé continu. Le modèle exact est basé sur une approche discrète. Les expressions des deux approches sont comparées via la simulation.

De Koster et al. (2008) étudient un système de stockage compact 3D où un convoyeur prend soin de mouvement de profondeur. Ils optimisent les dimensions d'un tel système de stockage sous stockage aléatoire conduisant à temps de réponse minimum.

Sari et al (2010), sont intéressés à développer une expression analytique pour le temps de cycle d'un nouveau type d'AS/RS à profondeur multiple composé d'une seule machine S/R et de convoyeurs gravitationnels.

Zaerpour et al. (2011) étudie un compact live-cube système de stockage où les navettes prennent en charge les mouvements dans les directions x et y à chaque niveau et un ascenseur déplace les charges unitaires à travers différents niveaux dans la direction z. Ils optimisent les dimensions du système sous une politique de stockage aléatoire en utilisant un processus de décomposition conduisant à quatre cas complémentaires différents.

Zaerpour et al. (2012) étendent leur travail en considérant une politique de stockage basée sur deux classes pour un cube en direct politique de stockage compact. L'ajout de la première

limite de classe comme variable de décision au problème rend la procédure de dérivation de temps de déplacement beaucoup plus complexe donnant 36 cas pour le stockage à deux classes comparées à quatre cas pour le stockage aléatoire. Cela conduit à un modèle mathématique avec un plus grand nombre de variables et contraintes. Cependant, les résultats montrent que les dimensions optimales d'un système avec un stockage basé sur deux tables sont identiques à celles d'un stockage aléatoire.

Sari et Bessnouci (2012), dans la configuration proposée pour un AS/RS à convoyeur gravitationnel, les cellules ont une forme en U et sont divisées en segments, chaque segment est utilisé pour le stockage d'une unité. Une seule charge est transportée par un convoyeur motorisé de côté d'entrée à une sortie.

Liu et al. (2014) ont étudié une nouvelle configuration d'AS / RS profond. Ce dernier est composé de plusieurs ails, une machine S/R serve chaque ail. Les cellules sont équipées de convoyeurs. Lorsqu'une charge doit être déstocker, la machine S/R a l'aptitude de se déplacer verticalement et horizontalement et le convoyeur de la cellule prend en charge le mouvement profond. Pour cet AS/RS, les auteurs développent un model Analytique et présentent le minimum temps de cycle pour des dimensions données.

Fan et al. (2015) étude de temps de cycle de la machine S/R dans AS /RS multi-deep basé sur des méthodes de simulation. Un modèle flexible d'AS / RS multi-profond avec 3600 types de plans ont été construits et simulés par les auteurs, visant le temps de déplacement des machines S / R. Ils ont ainsi obtenu un grand nombre de données de simulation, qui ont ensuite été utilisées dans les multiples analyse de régression. Les formules de montage des machines S / R de temps de déplacement ont été finalement construites.

Hamzaoui et Sari (2015) déterminent les dimensions optimales dans la même configuration physique conçues par Sari and Bessnouci (2012), dans la configuration proposée, les cellules ont une forme en U et sont divisées en segments, chaque segment est utilisé pour le stockage d'une unité. Une seule charge est transportée par un convoyeur motorisé de côté d'entrée à une sortie.

Liu et al. (2014) ont étudié une nouvelle configuration d'AS / RS à plusieurs profondeurs.

1.2.9 Importance du rang moyen

Plusieurs travaux ont été consacrés à la modélisation du temps moyen de cycles, et ceci pour plusieurs configurations physiques d'AS/RS, énumérant le temps de cycle des AS/RS à

rack glissant [8] et celui des machines AS/RS à convoyeur gravitationnel [9], et ce temps de cycle moyen peut être utilisé pour déterminer le débit de système dans le cas où ce dernier existe ; il peut aussi être utilisé pour déterminer les dimensions optimales du système dans le cas où il n'existe pas.

Cependant, le temps de cycle est le temps moyen que met la machine de stockage et de déstockage pour aller de son point de repos à l'emplacement où se trouve le produit à déstocker (dans le cas d'une opération de déstockage), ou à l'emplacement où elle souhaite stocker un produit (dans le cas d'une opération de stockage). En d'autres termes, le temps de cycle moyen est le temps moyen nécessaire à la machine pour accéder à un emplacement quelconque du système.

Par opposition aux systèmes de stockage classique, dans le cas des AS/RS 3D, pour déstocker une charge qui se situe au rang m , on doit déstocker les $(m-1)$ charges qui la précèdent, selon le procédé de déstockage de chaque type des systèmes de stockage profonds, d'où l'importance de pouvoir estimer (modéliser) le rang moyen de déstockage.

Dans l'intérêt de faire apparaître mieux cette importance, nous allons expliquer le principe de fonctionnement de quelque système de stockage et de déstockage profond, et aussi montrer l'impact d'emplacement des produits sur le temps moyen de déstockage, nous allons prendre comme exemples : les AS/RS à convoyeur gravitationnel, les AS/RS à convoyeur gravitationnel à une seule machine, le bidirectionnel flow-rack AS/R, satellite-based compact storage systems. AVS/R et Live-cube system.

A. Système de stockage et de déstockage à convoyeur gravitationnel

Les AS/RS à convoyeur gravitationnel sont une variété des AS/RS à charge unitaire, seulement dans ce cas des systèmes, les casiers ont une capacité multiple.

Cet équipement est constitué d'une multitudes des racks profonds distribués horizontalement et verticalement, chaque casier est équipé d'un convoyeur gravitationnel incliné, et il comporte aussi deux machines, une est placé sur la face de devant du système, dédiée aux stockages des produits, et la deuxième se trouve sur l'autre face du système, elle prend charge de l'opération de déstockage, les deux machines font des déplacements horizontaux entre la station D/L et le convoyeur gravitationnel, voir(figure 1.2).

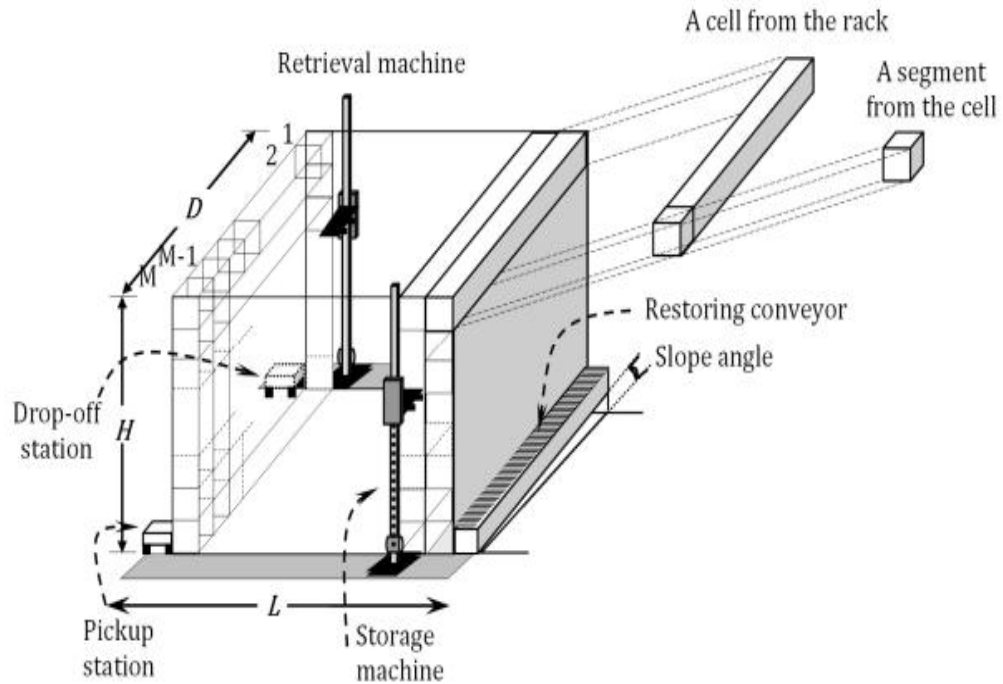


Figure 1.2 : AS/RS à convoyeur gravitationnel

A l'arrivée de produit à la station de dépôt, la machine de stockage reçoit une commande de le déplacer vers l'un des casiers (stockage aléatoire), elle le dépose sur la face de devant de ce dernier, ce produit glisse à l'intérieur du casier jusqu'à atteindre le produit stocké avant lui ou bien l'autre bout du casier.

Concernant l'opération de déstockage, pour retirer une charge qui se situe à l'emplacement (m), la machine de déstockage se charge de retirer les ($m-1$) produits qui précèdent ce produit souhaité un par un et les déplacer temporellement vers le convoyeur de restockage.

Une fois la machine de déstockage à retirer ce produit, les produits déplacés vers le convoyeur de restockage seront restockés encore une autre fois par la machine de stockage, cette opération est répétée au tant de fois qu'on désire de déstocker une charge.

Facilement on peut remarquer que le temps pris pour retirer un produit dans les AS/RS à convoyeur gravitationnel dépend fortement de l'emplacement de produit, plus le produit à déstocker est loin de la face de déstockage, le temps de déstockage sera élevé.

B. AS/RS à convoyeur gravitationnel à une seule machine

Cet équipement est une variante des AS/RS à convoyeur gravitationnel à deux machine, introduite par Sari et Bessnouci en 2012. Cependant, il est constitué d'un ensemble de casier qui ont une forme U obtenue grâce à deux bacs qui sont reliés entre eux, et aussi d'une seule machine qui prend en charge les deux opérations suivantes :

- L'opération du stockage est faite sur le bout du bac dédié aux stockage
- L'opération de déstockage est faite sur le bac de déstockage, voir (figure 1.3)

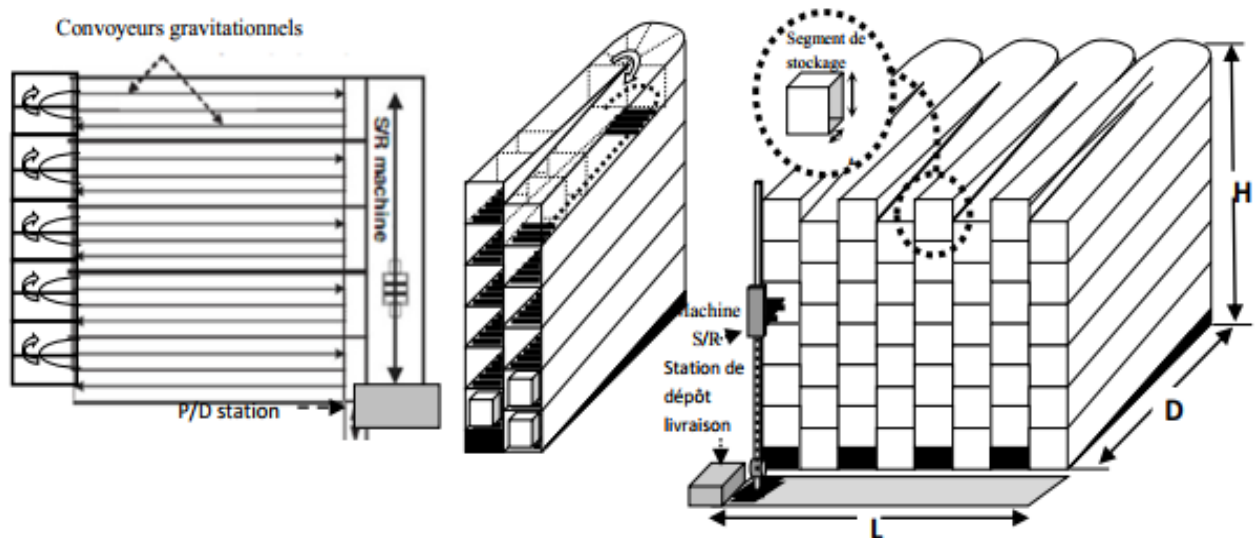


Figure 1.3 : AS/RS à convoyeur gravitationnel à une seule machine

Cette architecture ingénieuse permet le stockage d'une grande diversité d'articles puisque tous sont accessibles d'une manière ou d'une autre, de plus il ne nécessite pas obligatoirement une politique de stockage déterministe puisqu'une politique de stockage aléatoire permet l'utilisation de tout l'espace disponible au stockage tout en équilibrant les charges entre les quatre coins du système.

Cette structure particulière permet aux articles stockés, de glisser à travers le bac de stockage grâce au convoyeur gravitationnel, de changer de direction une fois arrivés au fond du casier, puis de glisser à nouveau à travers le bac de déstockage jusqu'à rencontrer le produit stocké auparavant ou bien la fin du bac (c'est-à-dire la face du rack dans ce cas-là).

Pour déstocker un produit la machine S/R doit déstocker les $(m-1)$ charges qui précèdent le produit à déstocker une par une et les mettre une autre fois sur le bac correspondant au stockage, ne fois que cette machine atteint le produit, elle le transporte vers la station D/L. Facilement on peut remarquer que le temps pris pour retirer un produit dans les AS/RS à

convoyeur gravitationnel dépend fortement de l'emplacement de produit, plus le produit à déstocker est loin de la rentrée de bac de déstockage, le temps de déstockage sera élevé.

C. Bi-directionnel flow-rack AS/R

Le bi-directionnel est aussi un autre type des AS/RS compact et l'un des toutes dernières innovations.

Ce système est une combinaison des deux systèmes présentés précédemment (AS/RS à convoyeur gravitationnel et AS/RS à convoyeur gravitationnel à une seule machine), du premier il garde la caractéristique de deux machines qui se situent sur les deux faces des racks, et en revanche concernant le système AS/RS à convoyeur gravitationnel à une seule machine, il garde l'idée que les casiers prennent la forme U mais ce que ce système à ramener de plus c'est le fait d'éliminer le virage en épingle de cheveux difficile à réaliser d'une manière performante d'un point de vue mécanique, du fait que le virage engendre un glissement délicat des produits, voir (figure 1.4).

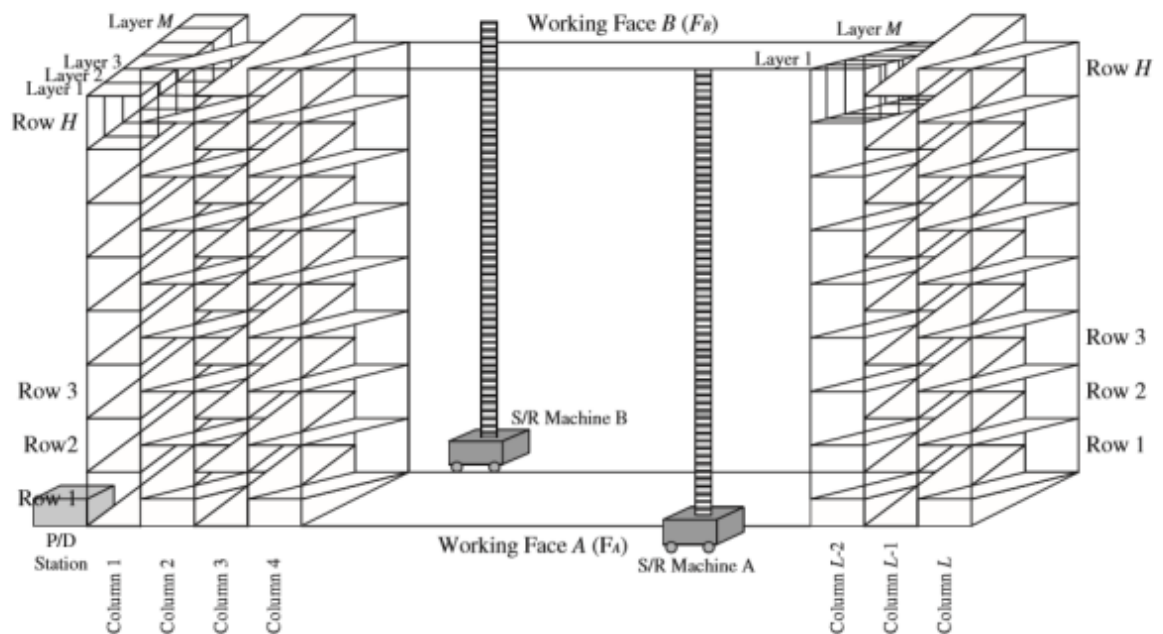


Figure 1.4: Bi-directionnel flow-rack AS/R

Le principe de stockage est le même que celui d'AS/RS à convoyeur gravitationnel classique, mais à propos de déstockage, la procédure est la suivante : les deux machines parfois travaillent indépendamment et d'autres fois travaillent ensemble. Lorsque l'article désiré se trouve en première position dans l'un des casiers, la machine concernée travaille toute seule de

manière indépendante. Par contre lorsque le produit à déstocker ne se trouve pas en première position, les deux machines travaillent ensemble, l'une procède au déstockage du produit à proprement dit (en plus de déplacer les produits bloquants), et la seconde effectue le transfert des produits d'un casier à un autre afin que l'article désiré puisse être accessible pour la machine concernée.

Et du même pour ce type de système, le temps d'accès à un produit désiré dépend toujours de son emplacement, plus il est loin de la machine chargée de déstockage, plus le temps de déstockage est élevé.

D. Satellite-based compact storage systems

C'est une autre variation des AS/RS compact, ce système est composé de :

- Un ensemble de rack profond.
- Une machine S/R attachée à un satellite.
- Un point d'entrée/sortie

La machine S/R a une aptitude de se déplacer dans les directions verticales et horizontales. Tous les mouvements de stockage et de déstockage commencent par la machine S/R au point d'entrée-sortie (E/S) (située dans le coin inférieur gauche du rack), voir figure (1.5).

Pour stocker une charge unitaire ou la déstocker, la machine S/R est positionnée en face de la ligne correspondante à celle de cette charge, et le satellite relié à la machine S/R peut se déplacer à l'intérieur de la ligne pour effectuer l'opération de stockage ou de déstockage.

Ensuite, les charges unitaires récupérées sont déposées par la machine S/R au point d'E/S sur un convoyeur sortant pour un transport ultérieur. La difficulté principale avec ces systèmes est que les charges unitaires doivent être déstocker si plusieurs produits sont stockés sur cette ligne [7].

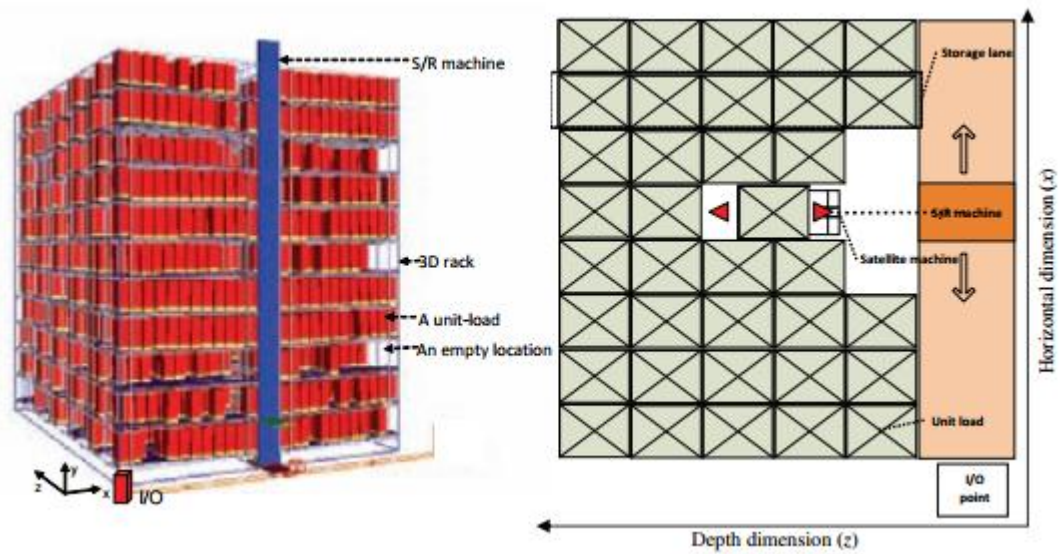


Figure 1.5: Satellite-based compact storage systems

E. AVS/R

Ce sont des variations des AS/RS classiques, sauf si dans cette catégorie, des véhicules autonomes sont utilisés comme des appareils de stockage/déstockage voir (figure 1.6).

L'architecture globale ou l'ossature d'un tel système prend la forme dans la majorité des cas d'un AS/RS multi-allées, dans lequel circulent des véhicules autonomes, et qui grâce à des ascenseurs parviennent à atteindre les étages supérieurs du système de stockage. Comme pour les AS/RS, ce type de système dispose de stations de dépôt/livraison et d'un système de contrôle.

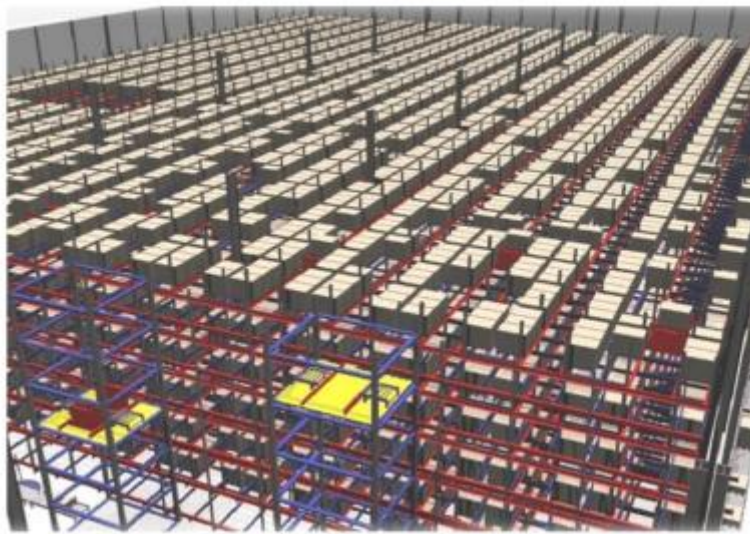


Figure 1.6 : AVS/R

F. Live-cube system

Les systèmes de stockage compact Live-cube ont été récemment introduits. Ils peuvent atteindre une très haute densité de stockage associée à des temps de réponse courts. Les systèmes de stockage compact Live-cube contiennent plusieurs niveaux de grilles de stockage, des navettes, un ascenseur et un dépôt, ou un point d'entrée / sortie (E / S). À chaque niveau, toutes les charges unitaires sont stockées sur des navettes qui peuvent se déplacer dans les directions x et y (à condition qu'il y ait un espace vide). Un ascenseur prend en charge les mouvements à travers les différents niveaux dans la direction z (voir Figure 1.7). Nous supposons que le point d'E / S est situé dans le coin inférieur gauche du système. Lorsqu'il est inactif, l'ascenseur attend au point d'E / S.

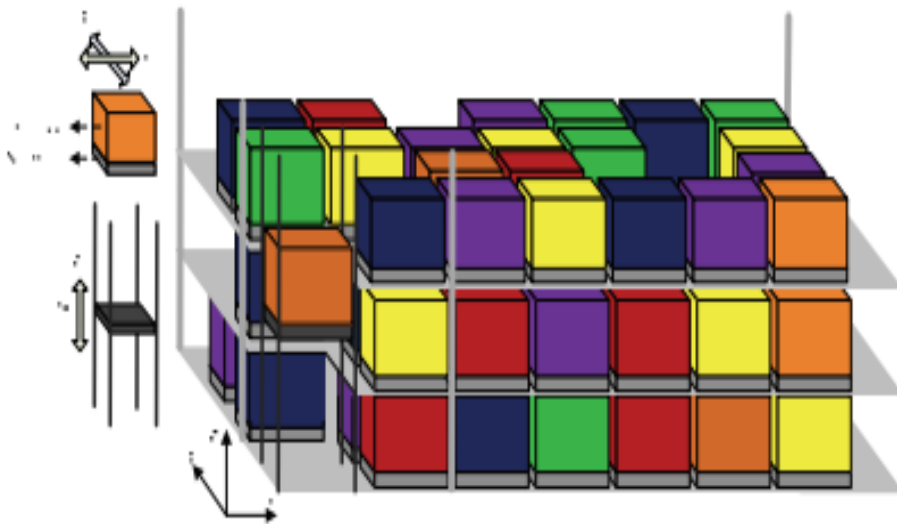


Figure 1.7 : Live-cube system

Comparé à d'autres types de systèmes de stockage compact, un système de cube en direct présente un avantage majeur, à savoir l'indépendance des mouvements dans l'espace tridimensionnel. L'ascenseur se déplace indépendamment des navettes.

Les navettes à différents niveaux se déplacent indépendamment. Plusieurs navettes sur un niveau peuvent même bouger simultanément de façon coordonnée tant qu'un espace vide est présent. À cet égard, déplacer une charge donnée sur une navette à une certaine position est comparable à la résolution d'un jeu de 15 jeux de Sam Loyd. Ce rend le système flexible en offrant un temps de réponse court pour récupérer les demandes. En outre, une très haute densité de stockage peut être atteinte car pratiquement aucun couloir n'est requis. [7]

1.3 Contribution

L'importance de connaître les performances d'un système de stockage parlant de notre cas, AS/RS profond, du déterminer son temps de cycle moyen et arriver à conclure que le rang de produit à déstocker a une influence importante sur le temps moyen de déstockage, cela nous a poussé au premier lieu de faire des simulations pour estimer une fonction empirique qui représente le rang moyen de déstockage en se servant de la régression non linéaire et ses techniques (chapitre 2), et en deuxième lieu trouver un modèle analytique formelle qui représente la probabilité qu'un casier donné contient 0 produit, 1 produit ... jusqu'à m produits, plus juste en se servant des chaînes de Markov (chapitre 3).

1.4 Conclusion

Ce chapitre avait pour but d'introduire au domaine des AS/RS en générale en donnant des définitions, fonctions, composantes et en fin les deux grandes catégories des AS/RS selon la capacité des casiers.

Ensuite nous nous sommes concentrés sur les AS/RS multi-deep, nous avons fait apparaître que le rang moyen est une donnée importante pour la détermination des performances d'un système de stockage compact en exposant le fonctionnement de différents types des AS/RS profond, vu qu'il a un lien direct avec le temps de cycle moyen. Et en terminant par une présentation de notre contribution.

Le chapitre qui va suivre sera consacré pour la recherche de la fonction empirique qui modélise le comportement du rang moyen m en faisant des simulations et en s'aidant des techniques de la régression non linéaire.

***Chapitre 2 : Détermination empirique du rang moyen par
simulation et les techniques de régression non linéaire***

2.1 Introduction

Les systèmes de stockage/ déstockage profonds sont caractérisés comme leur nom l'indique par la profondeur des casiers, chaque casier est d'une capacité multiple, ce qui pose de nouvelles difficultés par rapport au AS/RS classique (2D), nous allons étudier dans ce chapitre le rang moyen de déstockage, c-à-d de quel rang nous déstockerons un produit ? Comme nous l'avons mentionné dans le chapitre 1, Le rang moyen est un paramètre primordial qui s'intervient lors de la détermination des performances des AS/RS profond, notamment le temps de cycle moyen et plus précisément le temps de déstockage moyen dans le cas des AS/RS profond, plus le nombre de charges qui précèdent le produit à déstocker est important, plus le temps de déstockage augmente.

Ce rang moyen m dépend du ρM où M est la capacité du casier et ρ le pourcentage de remplissage de ce casier, ainsi du paramètre α_i qui représente la proportion d'existence du produit i dans le casier.

Dans ce présent chapitre, nous cherchons à modéliser ou à prédire cette variable m en fonction des variables explicatives ρM et α_i , nous allons se servir de la régression non linéaire et ses techniques afin d'obtenir la fonction empirique du rang moyen m .

De cette manière une présentation de la régression linéaire multiple et non linéaire sera faite au début de ce chapitre. S'en suivra l'explication du système de stockage et de déstockage et sa modélisation sous le logiciel Arena /Siman, ensuite l'implémentation des techniques de la régression non linéaire sur notre problématique, les résultats tirés vont être exposés puis interpréter.

2.2 Présentation de la régression linéaire et la régression non linéaire

Les modèles mathématiques représentent une compréhension conceptuelle humaine du fonctionnement de la nature, ils relient les intrants aux extrants, que l'on appelle alternativement les causes aux effets, les influences sur les résultats, stimulus aux réponses. Les modèles mathématiques sont des énoncés de relations [10], nous nous servons d'eux pour valider notre compréhension des principes fondamentaux des processus.

Le développement du modèle se débutera par des concepts puis une transformation de nos compréhensions du phrases linguistiques aux équation mathématiques, si notre compréhension était erronée ou incomplète, le modèle ne correspondrait pas aux données. Si le modèle conçu par l'humain représente le comportement correct du système, alors le modèle serait correspondu aux données, et du même si le modèle correspond aux données que nous avons, implique notre compréhension peut être juste, une fois que nous avons le modèle, nous pouvons s'en servir pour prédire, prévoir, ou anticiper la réaction de la nature en avenir, du plus dès que nous obtenions la fonction mathématique, nous pouvons se servir du son inverse pour répondre à la question : qu'est-ce qui doit être fait pour avoir un résultat x ?

La procédure à suivre pour déterminer les coefficients d'un modèle qui répond mieux aux données est nommée « Régression ».

En statistique, la régression est un ensemble de techniques de modélisation qui consiste à mettre une relation entre une variable dépendante (également appelée variable de réponse) et une ou plusieurs variables indépendantes (également appelées variables explicatives ou prédicteurs). En régression, la variable dépendante est modélisée comme une fonction de : variables indépendantes, paramètres de régression correspondants (coefficients), et un terme d'erreur aléatoire qui représente la variation de variable dépendante inexpliquée par la fonction des variables dépendantes et coefficients. [11]

Dans la régression linéaire, la variable dépendante est modélisée par une fonction linéaire (eq.1) constituée d'un ou un ensemble de paramètres de régression et une erreur aléatoire tel que :

$$y_i = \beta_1 * x_{i1} + \beta_2 * x_{i2} + \dots + \beta_p * x_{ip} + \varepsilon_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (1)$$

Où :

y_i : la variable expliquée

β_j sont les paramètres du model, inconnus, mais non aléatoires;

ε_i sont l'écart entre y_i en réalité et y_i estimé, sont des variables aléatoires inconnues.

x_{ii} : les variables explicatives, sont des nombres connus, non aléatoires, la variable x_{i1} valant souvent 1 pour tout i , ce qui nous donne :

$$y_i = \beta_1 + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_p x_{ip} + \varepsilon_i, i = 1, \dots, n \quad (2)$$

En utilisant l'écriture matricielle, nous obtenons un modèle de régression linéaire défini par la formule suivante :

$$Y = X\beta + \varepsilon \quad (3)$$

Où :

- Y est un vecteur aléatoire de dimension n
- X est une matrice de taille $n \times p$ connue, appelée matrice du plan d'expérience
- β est le vecteur de dimension p des paramètres inconnus du modèle.
- ε est le vecteur de dimension n des erreurs.

L'estimation des paramètres $(\beta_0, \beta_1, \beta_2 \dots \beta_p)$ qui donne le meilleur ajustement aux données doit être faite sur la base d'un critère prédéfini, le critère le plus couramment utilisé est la méthode des moindres carrés (MCO) ou (SSD -Sum of Squared differences), c'est une méthode qui consiste à la minimisation de la somme des carrés des écarts entre la droite de régression et les valeurs observées y , qui se résume dans l'équation suivante :

$$MCO = \sum_{k=1}^n [y_i - y(x_i)]^2 \quad (4)$$

β' a comme expression :

$$\beta' = (X^t X)^{-1} X^t Y \quad (5)$$

Généralement le comportement de la plupart des systèmes n'est pas toujours linéaire, c'est-à-dire il n'y a pas une linéarité entre la valeur expliquée et les valeurs explicatives d'où vient la régression non linéaire. En revanche, le fait de connaître que la relation entre la variable

expliquée et les variables explicatives n'est pas linéaire, ne permet pas de déduire le type de la non linéarité (quadratique, cubique, exponentielle...).

La démarche revient à proposer des modèles de régression soit polynomiale, exponentiel... Ensuite, trouver les valeurs estimées du vecteur $(\beta_0, \beta_1, \beta_2 \dots \beta_p)$ qui minimisent le MCO. Et cela en dérivant le MCO une fois par rapport à $(\beta_0, \beta_1, \beta_2 \dots \text{jusqu'à } \beta_p)$ et comparer chaque équation à zéro.

$$\frac{dMCO}{d\beta_j} = 0 \quad \text{tel que } j = 0, \dots, p \quad (6)$$

Réorganiser les équations afin d'obtenir un système sous la structure suivante :

$$\beta' = (X^t X)^{-1} X^t Y \quad (7)$$

Bien que la régression antique, il paraît, dans le contexte de la régression non linéaire, pour trouver un optimum global ; trouver un critère d'arrêt efficace, simple et unique, il se trouve une énorme amélioration, valider le modèle ; équilibrer la simplicité du modèle et la suffisance avec perfection et complexité ; faire la distinction entre les modèles concurrents ; et distinguer la suffisance fonctionnelle de la précision de prédiction.

2.3 Calcul de la fonction rang m

2.3.1 Présentation du système

Plusieurs paramètres doivent être pris en compte lors d'une analyse AS / RS, certains sont liés, les autres sont indépendants, la combinaison entre eux forme les mesures de performance, comme le taux d'utilisation, la capacité, le temps de cycle... dans notre cas nous allons considérer le paramètre temps de cycle comme une mesure vitale. Le temps de cycle est le temps écoulé pour déplacer une unité de travail à la fin d'un processus physique (MHI) et d'une autre façon, le temps de cycle est le temps moyen pendant lequel le produit reste dans le système. [8], c'est aussi voire comment ce système se comporte en régime permanent lorsqu'il est sollicité pour accomplir sa fonction (effectuer des transactions de stockage/déstockage) du point de vue de la rapidité. [5]

Pour calculer ce temps de cycle, il faut déterminer les temps de tous les déplacements effectués pour stocker un produit, parmi ces déplacements, on énumère le temps de déstockage. Nous sommes intéressés à l'étude d'un critère crucial pour déterminer le temps de déstockage dans un AS/RS profond, ce critère est le rang moyen de déstockage. Notre intérêt est de valider une fonction qui modélise le système en utilisant la simulation, puisque la modélisation et la simulation constituent une alternative intéressante pour l'étude des AS/RS. La simulation est le processus permettant de concevoir un modèle d'un système réel et d'entreprendre des expérimentations avec ce modèle dans le but de comprendre le comportement du système ou d'évaluer diverses stratégies (dans les limites imposées par un critère ou par un ensemble de critères) (Shannon, 1975).

Revenons à notre principale problématique liée aux systèmes de stockage et déstockage profonds (AS/RS profond). Comme c'est déjà mentionné, cette classe d'AS/RS est caractérisée par une capacité multiple de casiers (i.e. capacité de casier supérieure à 1) et pose de nouveaux problèmes par rapport aux AS/RS plus classiques à profondeur unitaire, il s'agit de la modélisation du rang moyen de déstockage, i.e. de quel rang déstocke-t-on en moyen dans un AS/RS profond rempli à ρ % de sa capacité ?

Dans ce qui suit, supposons que nous disposons d'un système de stockage profond, composé d'un nombre de casier N et chacun est caractériser par une capacité M , nous allons remplir ce système à ρ % de sa capacité.

On stocke dans ce système plusieurs types de produit, soit α_i la proportion d'existence du produit i dans ce système.

La méthodologie de stockage employée, est le stockage aléatoire, n'importe quel produit peut être stocker dans n'importe quel casier.

2.3.2 Modélisation du système sous Arena/Siman

L'une des techniques utilisées pour traduire le comportement réel d'un système en fonction mathématique est la simulation en utilisant les outils de régression, dans notre cas, ce sont des fonctions qui peuvent, selon le rang moyen de déstockage à la fin de chaque simulation, la proportion d'existence de produit dans le système et le taux de remplissage de système illustrer

de manière abstraite le fonctionnement de système, c-à-d modéliser le rang moyen de déstockage.

Pour commencer, nous allons modéliser le déroulement d'opérations de stockage et déstockage dans les AS/RS profonds, en envoyant des produits dans le système, les stocker dans des casiers aléatoirement, une fois que le système est rempli à ρ % de sa capacité, nous allons premièrement déstocker un produit aléatoirement, par la suite nous stockerons un produit (i) et nous déstockerons aléatoirement un produit, un seul à la fois en enregistrant le rang moyen de déstockage, cette opération sera répétée plusieurs fois. Voici une explication plus détaillée de la modélisation de ce fonctionnement sous Arena/Siman.

1. Stockage

L'opération de stockage consiste à recevoir des produits et les distribuer aléatoirement dans des casiers qui contiennent au moins un emplacement vide, la procédure de stockage est comme suit :

Des produits seront créés par le module Create, ce module Create représente le point de départ de n'importe quel model sur Arena. Chaque 10 min un produit entre dans le système.

Ces produits vont être dirigés vers le module Assign où nous avons défini deux types de produits (type 1 et type 2), dans ce module nous avons varié la proportion α_i du 0,1 vers 1 avec un pas de 0,1.

Par la suite, ils seront stockés et distribués suivant une loi uniforme dans les 100 casiers créés dans un autre Assign, la capacité de ces casiers est introduite dans le module Decide et qui varie de 30 jusqu'à 180 avec un pas du 30, voir figure (2.1).

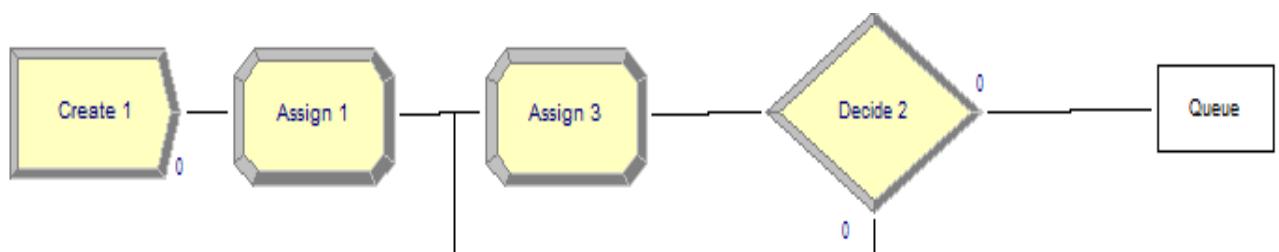


Figure 2.1 : modélisation de l'opération de stockage sous Arena/Siman

2. Déstockage

Cette partie a pour but de choisir un produit au hasard, le déstocker dans l'un des casiers s'il existe dans ce dernier, ensuite sauvegarder son rang de déstockage, répéter cette opération plusieurs fois pour les différentes combinaisons (α_i , ρM , m) tel que α_i appartient à $[0.1 : 0.1 : 1]$, ρ appartient à $[0.1 : 0.05 : 1]$, M appartient à $[30 : 30 : 300]$, plus de détail sur la procédure de déstockage sont présentés comme suit :

Une fois le système est rempli jusqu'à ρ % de sa capacité, l'opération de déstockage sera lancée.

Ce paramètre ρ appartient à $[0.1 : 0.05 : 1]$, il est saisi dans un autre module Create en le transformant du pourcentage en une unité de temps.

Une recherche du produit destiné aux déstockage sera faite dans le casier choisi aléatoirement rang par rang jusqu'à qu'on l'atteint, dans le cas contraire, un autre casier sera régénéré et la recherche de produit aura lieu une autre fois.

Une fois que nous avons trouvé l'emplacement de ce produit, nous allons le déstocker de ce casier en s'aidant du module Remove et sauvegarder son emplacement par le module Assign.

Le modèle est simulé sur 100 réplcation, et la moyenne du rang de déstockage est sauvegardé dans le module record.

A la fin de chaque simulation, les données seront enregistrées sous un fichier Excel que nous allons utiliser par la suite pour appliquer la régression non linéaire et multiple.

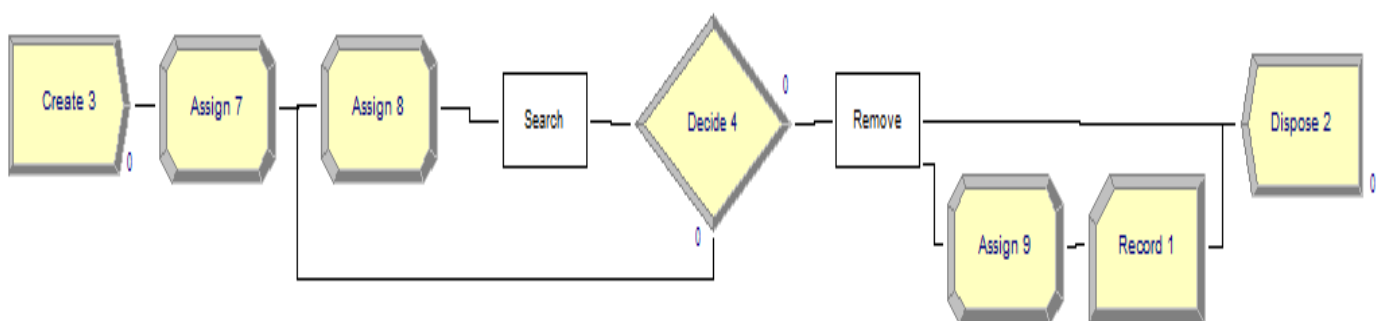


Figure 2.2 : modélisation du l'opération de déstockage sous Arena/Siman

2.3.3 Modélisation graphique du rang moyen en fonctionnement réel

Dans l'intention de voir de quel rang en moyen l'opération de déstockage des produits dans les systèmes de stockage et déstockage profonds se passe selon la capacité des casiers, le taux du remplissage du système par rapport à sa capacité et la proportion d'existence du produit i dans le système.

Les résultats obtenus précédemment par la simulation sous Arena et sauvegardés sous un fichier Excel, seront exploités et modéliser graphiquement sous le logiciel Maple, la figure (2,3) illustre le rang moyen m en fonction du α_i et ρM .

α_i est compris entre 0 et 1 : Comme la (figure 2.3.c) le montre, lorsque α_i est compris entre 0 et 1, la relation entre le rang moyen et les deux paramètres ρM et α_i est non linéaire

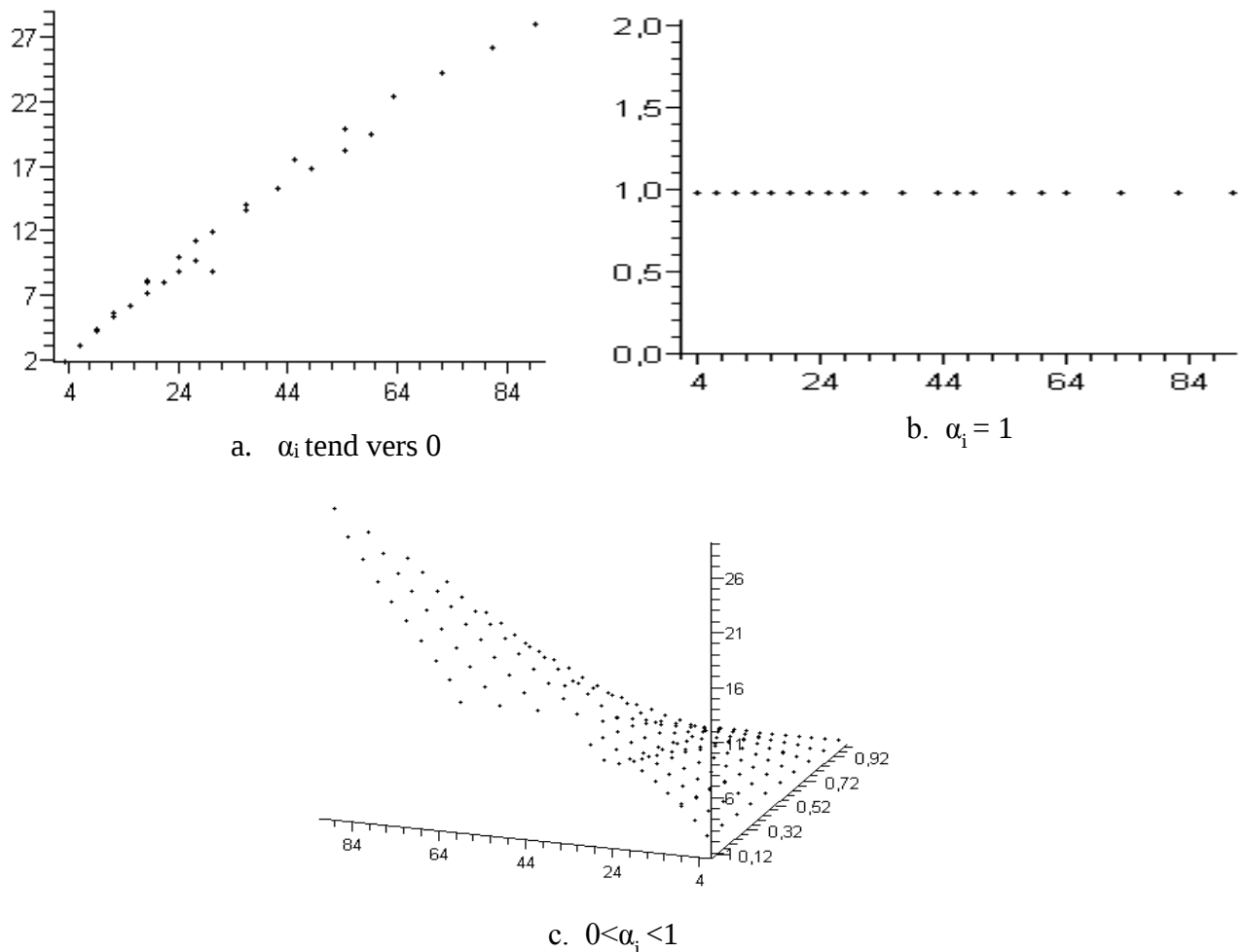


Figure 2.3 : Nuage de point représentant les résultats du simulation d'AS/RS profond à 100 cas

1. Analyse des résultats

Quand $\alpha_i = 1$

Dans le cas $\alpha_i = 1$, c'est-à-dire tous les produits du système sont d'un seul type, la fonction m est une ligne droite avec une pente nulle (figure 2.4), le déstockage des produits se fait suivant sur le premier rang du casier, ce qui est logique, et la figure suivante le montre, donc : $m=1$.

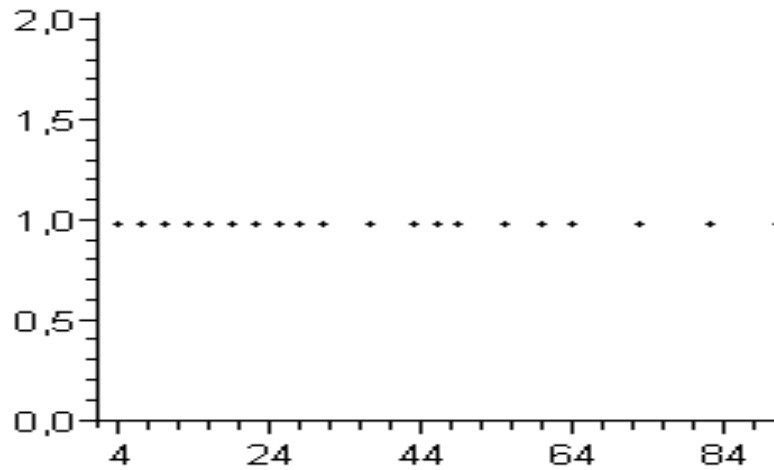


Figure 2.4 : Courbe représente les résultats de la simulation quand α_i tend vers 1.

Quand α_i tend vers 0

Quand α_i tend vers 0, il y a très peu de charges de type i dans le système, la fonction m a une ligne droite inclinée (figure. 2.5). Intuitivement, dans cette situation, la charge de type i sera récupérée à partir du milieu de la partie complète de la cellule, donc :

$$m = \frac{\rho M}{2} \quad (8)$$

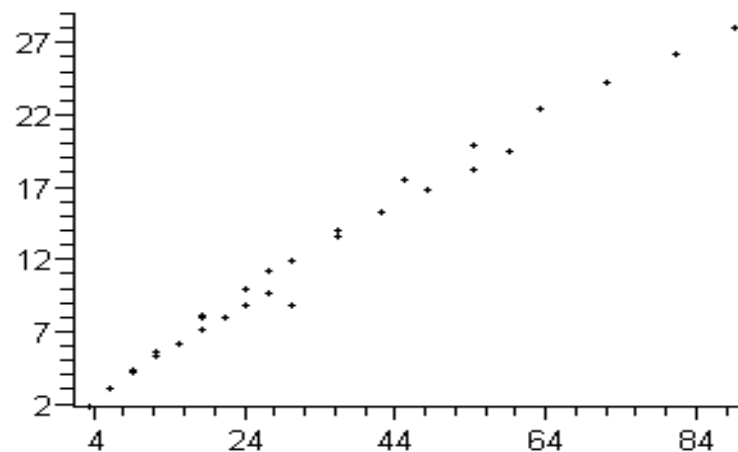


Figure 2.5 : Courbe représente les résultats de la simulation quand α_i tend vers 0

Quand α_i est compris entre 0 et 1

Lorsque α_i est compris entre 0 et 1, la relation entre le rang moyen et les deux paramètres ρ_M et α_i est non linéaire voir (figure 2.6), et elle varie selon deux paramètres, ce qui mène à l'utilisation de la régression non linéaire multiple donc nous devons déterminer la variation du rang moyen en fonction des deux paramètres α_i et ρ_M c-à-d trouver une fonction empirique qui modélise le rang moyen de déstockage.

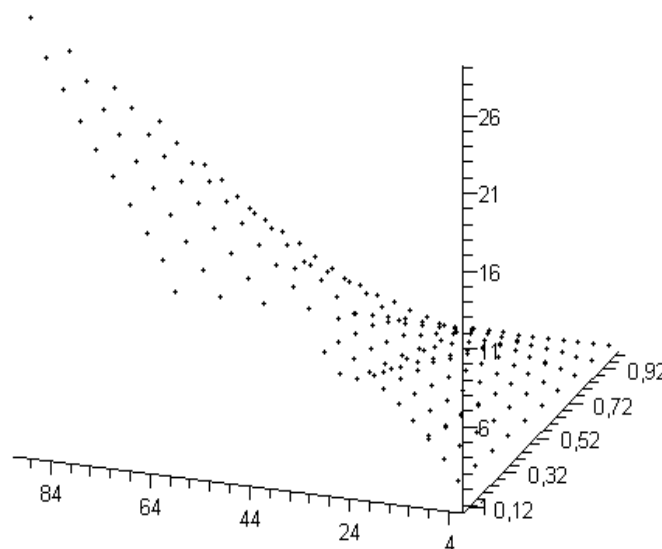


Figure 2.6 : Nuage de point représentant les résultats du simulation d'AS/RS profond à 100 casiers

2.3.4 Implémentation de la régression non linéaire sur les résultats obtenus

Comme on le voit sur la (figure 2.6), la relation entre la variable expliquée m et les variables explicatives ρM et α_i est non linéaire, et comme nous ignorons la fonction de ce problème, nous choisissons une fonction polynomiale, cette dernière est caractérisée par sa simplicité et plus on augmente l'ordre de polynôme, plus elle tend vers une fonction exponentielle, nous allons faire plusieurs hypothèses en changeant l'ordre de polynôme et les étudier une par une, pour pouvoir valider la fonction qui fournisse un meilleur ajustement des variables estimées m à la variable expliquée.

1. Soit m une fonction polynomiale (α_i d'ordre 2, ρM d'ordre 1)

$$m = a + b \alpha_i^2 + c \alpha_i + d \rho M \quad (9)$$

Soit m' le rang moyen estimé.

2. Calcul des moindres carrées :

Pour trouver les paramètres a , b , c et d estimés, nous devons dériver le SDD par rapport à ces paramètres et les comparer à zéro. Ce qui nous donne :

$$SDD = \sum_{k=1}^n [m - m']^2 \quad (10)$$

En dérivant (10), nous obtenions :

$$\frac{dMCO}{d\beta_j} = 0 \quad \text{tel que } j = 1 \dots p$$

$$(11) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{dMCO}{da} = -2 \sum_{k=1}^n (m_i - a - b \alpha_i^2 - c \alpha_i - d \rho M_i) = 0 \\ \frac{dMCO}{db} = -2 \sum_{k=1}^n (m_i - a - b \alpha_i^2 - c \alpha_i - d \rho M_i) \alpha_i^2 = 0 \\ \frac{dMCO}{dc} = -2 \sum_{k=1}^n (m_i - a - b \alpha_i^2 - c \alpha_i - d \rho M_i) \alpha_i = 0 \\ \frac{dMCO}{dd} = -2 \sum_{k=1}^n (m_i - a - b \alpha_i^2 - c \alpha_i - d \rho M_i) \rho M_i = 0 \end{array} \right.$$

(11) implique :

$$(12) \quad \left\{ \begin{array}{l} \sum_{k=1}^n m_i = Na + b \sum_{k=1}^n \alpha_i^2 + c \sum_{k=1}^n \alpha_i + d \sum_{k=1}^n \rho M_i \\ \sum_{k=1}^n m_i \alpha_i = a \sum_{k=1}^n \alpha_i + b \sum_{k=1}^n \alpha_i^3 + c \sum_{k=1}^n \alpha_i^2 + d \sum_{k=1}^n \alpha_i \rho M_i \\ \sum_{k=1}^n m_i \alpha_i^2 = a \sum_{k=1}^n \alpha_i^2 + b \sum_{k=1}^n \alpha_i^4 + c \sum_{k=1}^n \alpha_i^3 + d \sum_{k=1}^n \alpha_i^2 \rho M_i \\ \sum_{k=1}^n m_i \rho M_i = a \sum_{k=1}^n \alpha_i + b \sum_{k=1}^n \alpha_i^2 \rho M_i + c \sum_{k=1}^n \alpha_i \rho M_i + d \sum_{k=1}^n \rho M_i^2 \end{array} \right.$$

Nous avons résolu le système (12) pour les quatre inconnues, a, b, c et d en se servant de l'élimination gaussienne qui souvent représente le système (12) en matrice-vecteur tel que :

$$B' = (X^t X)^{-1} X^t Y \quad (13)$$

B' : représente le vecteur des paramètres a, b, c et d estimés.

X : la matrice des variables explicatives ($\alpha_i, \rho M$).

Y : vecteur de variable à expliquer (le rang m).

Après la résolution de l'équation 4, nous avons obtenu :

$$m = 17.33 + 4.765 \alpha_i^2 - 27.62 \alpha_i + 0.1045 \rho M \quad (14)$$

Avec: R-square: 0.787 et Adjusted R-square: 0.7862.

La fonction est représentée graphiquement sur (la figure 2.7).

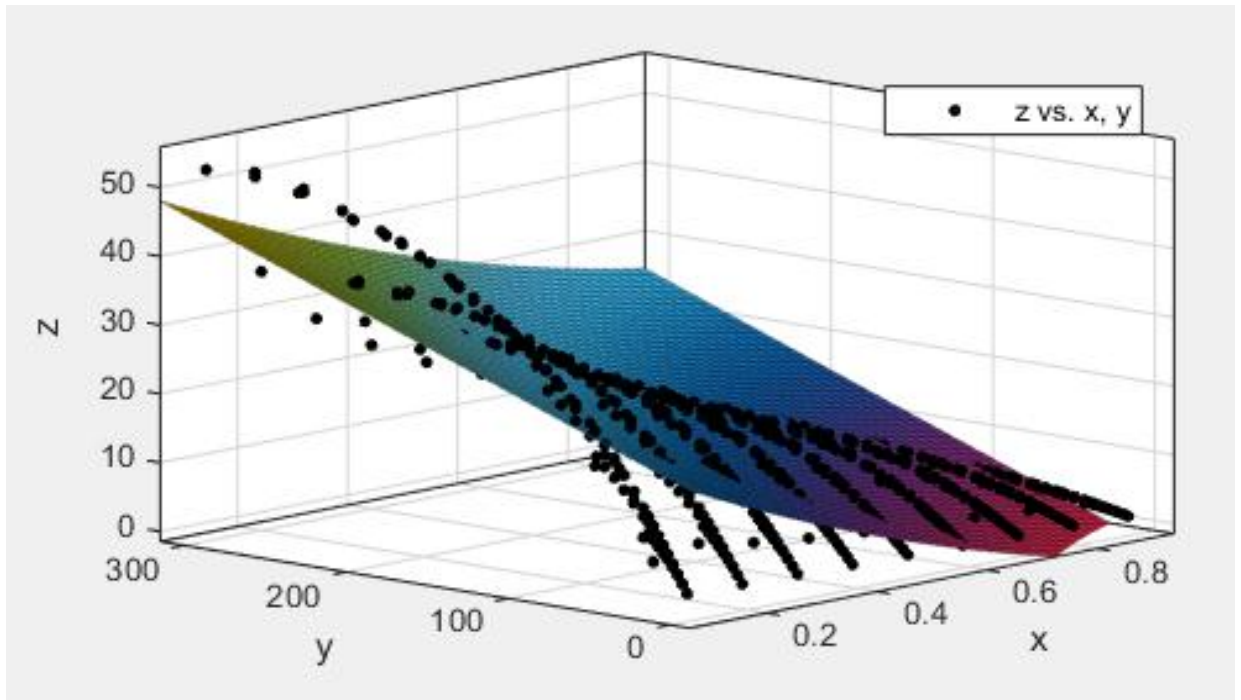


Figure 2.7 : Courbe représentant un nuage de point de rang m donné par simulation et la fonction empirique trouvée dans ce premier cas.

3. Test de validité

a. Coefficient de détermination (R-squared)

C'est une mesure statistique de la proximité des données par rapport à la droite de régression ajustée. Il est également connu comme le coefficient de détermination, ou le coefficient de détermination multiple pour la régression multiple, les valeurs de R au carré vont de 0 à 1 et sont communément exprimées en pourcentages de 0 à 100%, en général, plus le R -carré est élevé, plus le modèle correspond à vos données, voici la signification de R -squared selon son domaine d'appartenance :

- Un R -carré de 100% signifie que tous les mouvements d'un titre sont complètement expliqués par les mouvements de l'indice.
- Un R élevé au carré, compris entre 85% et 100%, indique que les performances du fonds ont été en ligne avec l'indice
- Un fonds avec un faible R au carré, à 70% ou moins, indique que la sécurité n'agit pas beaucoup comme l'indice.

R-squared ne peut pas vérifier si le chiffre approximatif du coefficient et ses prédictions sont affectés. Il ne montre pas non plus si un modèle de régression est satisfaisant ; il peut montrer un chiffre R-carré pour un bon modèle, ou un chiffre élevé R-carré pour un modèle qui ne correspond pas, pour cela on doit vérifier les courbes.

b. Adjusted R-squared

R2 montre à quel point les termes (points de données) correspondent à une courbe ou une ligne. R2 ajusté indique également dans quelle mesure les termes correspondent à une courbe ou à une ligne, mais s'ajuste au nombre de termes d'un modèle. Si on ajoute de plus en plus de variables inutiles à un modèle, le R-carré ajusté diminuera. Si on ajoute plus de variables utiles, le R-carré ajusté augmentera. [12]

R2 ajusté sera toujours inférieur ou égal à R2. On a seulement besoin de R2 lorsque on travaille avec des échantillons. En d'autres termes, R2 n'est pas nécessaire lorsque on a des données provenant d'une population entière.

Une différence majeure entre le R au carré et le R au carré ajusté est que le R au carré suppose que chaque variable indépendante du modèle explique la variation de la variable dépendante. Il donne le pourcentage de variation expliqué comme si toutes les variables indépendantes du modèle affectaient la variable dépendante. D'autre part, le R-carré ajusté donne le pourcentage de variation expliqué uniquement par les variables indépendantes qui affectent en réalité la variable dépendante. [13]

c. P-value

La « valeur P » est une mesure statistique qui aide les scientifiques à déterminer si leurs hypothèses sont correctes. Celle-ci est utilisée pour savoir si les résultats d'une expérience se trouvent dans la gamme normale des valeurs pour un événement observé.

La p-value est utilisée pour quantifier la significativité statistique d'un résultat dans le cadre d'une hypothèse nulle. L'idée générale est de prouver que l'hypothèse nulle n'est pas vérifiée car dans le cas où elle le serait le résultat observé serait fortement improbable. Il s'agit à ce titre d'une extension du principe de preuve par l'absurde.

Dans un test statistique, la valeur-p (en anglais p-value pour probability value), parfois aussi appelée p-valeur, est la probabilité pour un modèle statistique donné sous l'hypothèse nulle d'obtenir la même valeur ou une valeur encore plus extrême que celle observée.

C'est une mesure de la signification globale de l'équation de régression multiple, lorsque P-value s'approche excessivement de 0, indique que l'équation de régression multiple représente une bonne signification globale des données et peut être utiliser pour des prévisions.

2.3.5 Résultats et validation

a. Résultats

Nous avons suivi la même procédure pour l'estimation des paramètre B pour chacune des fonctions proposées en s'appuyant sur le logiciel Matlab, par la suite, nous avons fait une comparaison entre les résultats obtenus selon le R-square, adjusted r-square, p-value, modélisation graphique et enfin le pourcentage d'erreur. Pour terminer par une validation de la meilleure fonction qui donne une meilleure représentation du rang moyen de déstockage.

Les résultats de chaque fonction sont rassemblés et présentés sur le tableau (2.1) et leurs modélisations graphiques est représentées sur la (figure 2.8).

	P (2,1)	P (3,2)	P (4,2)
M	$10,79-20,47*\alpha_i+0,2186*\rho M+14,68*\alpha_i^2-0,2376*\alpha_i*\rho M$	$3,172-5,648\alpha_i+0,4158\rho M+24,79\alpha_i^2-0,6805\alpha_i\rho M-0,0006001*\rho M^2-27,62\alpha_i^3+0,3499*\alpha_i^2\rho M+0,0004971\alpha_i\rho M^2$	$2,527-2,375\alpha_i+0,431\rho M+45,75\alpha_i^2-0,9479\alpha_i\rho M-0,0005031\rho M^2-126,4\alpha_i^3+1,287\alpha_i^2\rho M-0,00008699\alpha_i\rho M^2+89,17\alpha_i^4-0,8349\alpha_i^3\rho M+0,0006955\alpha_i^2\rho M^2$
R-square	0.9061	0.9746	0.9734
Adjusted R-square	0.9057	0.9744	0.9714
Erreur (%)	22,61573	10,614	8,760026546
Erreur maximum	242,2056	76,591%	33,36490579%

Tableau 2.1 : Présentation des fonctions empiriques proposées et leurs caractéristiques

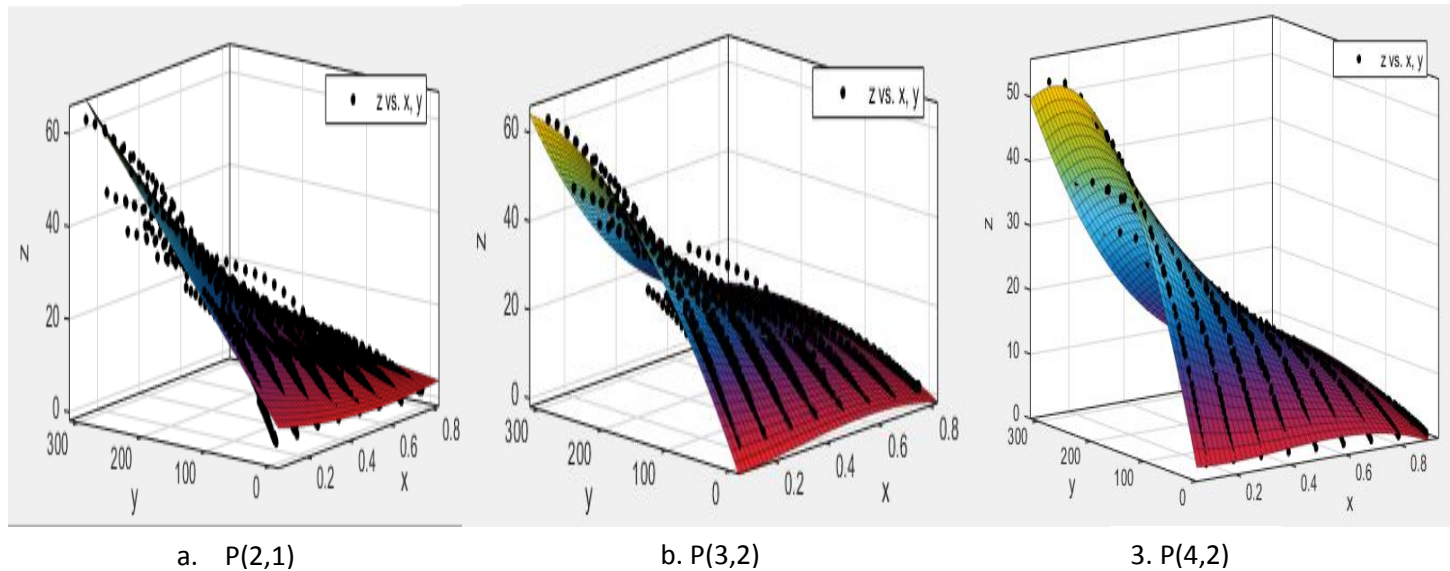


Figure 2.8 : Représentation graphique des fonction proposées dans le tableau ci-dessus

Après une analyse des résultats présentés précédemment, selon les paramètres d'efficacité d'un modèle de régression non linéaire, nous sommes privilégiés sur la fonction polynomiale d'ordre paire (4,2) qui est caractérisé par un coefficient de détermination $R= 0.9734$ et un Adjusted R-square=0.9714, et une erreur maximum de 33,36%, la fonction du rang m vaut :

$$m=2,527 -2,375\alpha_i + 0,431\rho M + 45,75 \alpha_i^2 -0,9479 \alpha_i C^2 -0,0005031\rho M^2 -126,4 \alpha_i^3 + 1,287 \alpha_i^2 \rho M -0,00008699\alpha_i \rho M^2 + 89,17 \alpha_i^4 -0,8349\alpha_i^3 \rho M + 0,0006955 \alpha_i^2 \rho M^2 \quad (15)$$

Sa modélisation graphique est représentée sur la figure (2.9) :

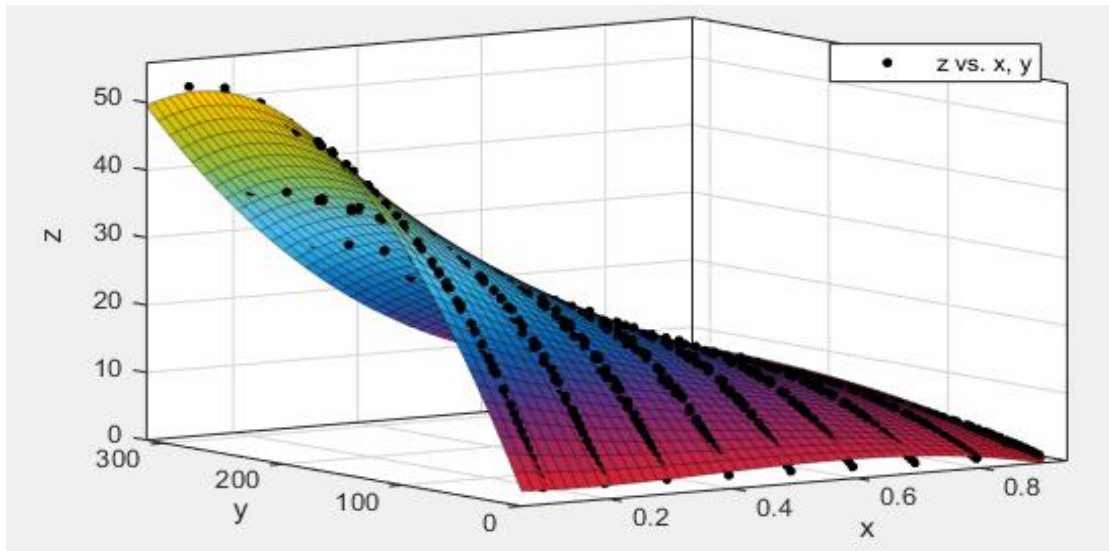


Figure 2.9 : Courbe représentant un nuage de point de rang m donné par simulation et la fonction empirique (15)

b. Validation des résultats :

Nous avons fait plusieurs simulations sur un système de stockage et de déstockage profond de 100 casiers en variant la capacité de système et les taux α_i et ρM , et par la suite nous avons vérifié que cette fonction trouvée marche avec d'autres systèmes voir (tableau 2.3), l'erreur est représentée sur le (tableau 2.2) est assez faible pour qu'on peut valider ce modèle, la figure 2.10 représente les résidus de la fonction validée.

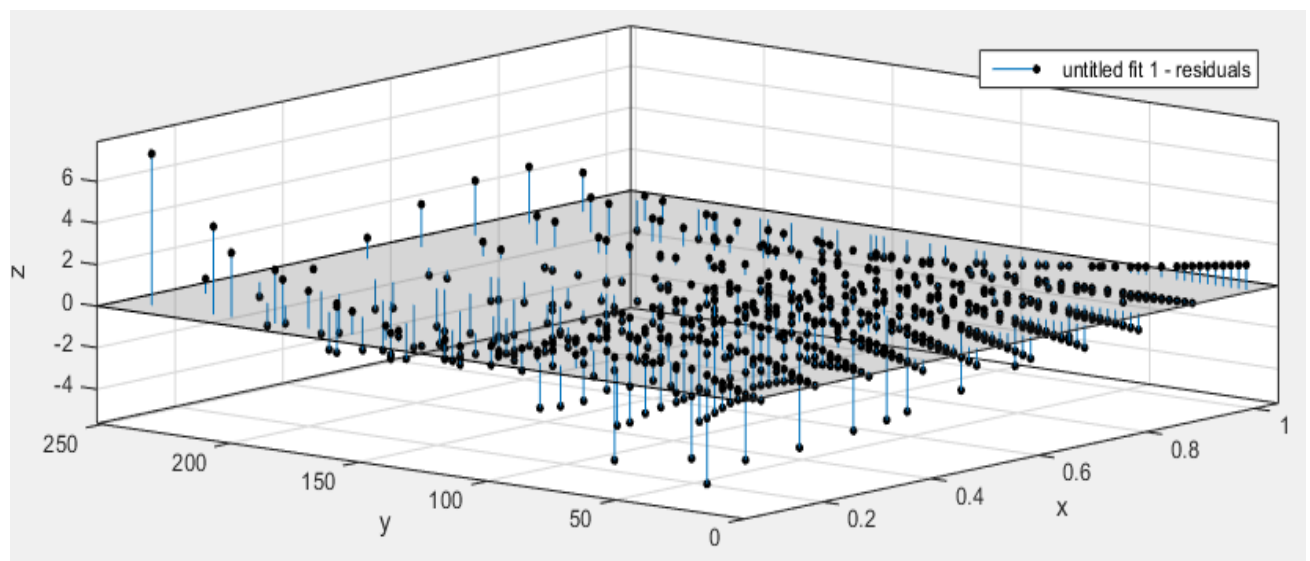


Figure 2.10 : Représentation des résidus de la fonction validée

30	0,5	1,5	2,3752	2,810943	18,34551
30	0,5	3	2,743	3,070083	11,92428
30	0,5	4,5	2,9139	3,327546	14,19562
30	0,5	6	3,865	3,583332	7,287656
30	0,5	7,5	3,0523	3,837441	25,72292
30	0,5	9	3,2127	4,089872	27,30327
30	0,5	10,5	3,5677	4,340626	21,66456
30	0,5	12	3,9172	4,589703	17,16796
30	0,5	13,5	4,2685	4,837103	13,32091
30	0,5	15	4,6045	5,082826	10,38822
30	0,5	16,5	4,9517	5,326871	7,576605
30	0,5	18	5,2864	5,569239	5,350309
30	0,5	19,5	5,6236	5,809929	3,313349
30	0,5	21	5,9591	6,048943	1,50766
30	0,5	22,5	6,3162	6,286279	0,473714
30	0,5	24	6,647	6,521938	1,881476
30	0,8	1,5	1,7505	1,817282	3,815011
30	0,8	3	1,9966	1,919757	3,84867
30	0,8	4,5	1,6453	2,021659	22,8748
30	0,8	6	1,593	2,122987	33,26972
30	0,8	7,5	1,7364	2,22374	28,06612
30	0,8	9	1,8777	2,323919	23,76415
30	0,8	10,5	2,0181	2,423525	20,08943
30	0,8	12	2,1569	2,522556	16,95285
30	0,8	13,5	2,2866	2,621013	14,62491
30	0,8	15	2,4219	2,718896	12,26295
30	0,8	16,5	2,5551	2,816205	10,21899
30	0,8	18	2,6813	2,91294	8,639103
30	0,8	19,5	2,813	3,009101	6,971246
30	0,8	21	2,9333	3,104688	5,842837
30	0,8	22,5	3,0639	3,199701	4,432282
30	0,8	24	3,1933	3,294139	3,157841
30	0,8	25,5	3,3194	3,388004	2,066756
30	0,8	27	3,4387	3,481294	1,238678
30	0,8	28,5	3,564	3,574011	0,280888
30	0,8	29	3,6093	3,604789	0,12499
90	0,4	4,5	3,3379	4,000982	19,86524
90	0,4	9	3,96	4,894534	23,59934
90	0,4	13,5	4,9337	5,770808	16,96714
90	0,4	18	6,144	6,629804	7,90696
90	0,4	22,5	7,2617	7,471522	2,889429
90	0,4	27	8,3195	8,295962	0,282929

90	0,4	31,5	9,3059	9,103124	2,179006
90	0,4	36	10,1791	9,893008	2,810582
90	0,4	40,5	10,984	10,66561	2,898632
90	0,4	45	11,7704	11,42094	2,968951
90	0,4	49,5	12,5099	12,15899	2,805035
90	0,4	54	13,0554	12,87977	1,345303
90	0,4	58,5	13,7128	13,58326	0,944666
90	0,4	63	14,3272	14,26948	0,402896
90	0,4	67,5	14,7348	14,93841	1,381864
90	0,4	72	15,1294	15,59008	3,044902
90	0,4	76,5	15,5789	16,22446	4,143798
90	0,4	81	15,8587	16,84156	6,197625
90	0,4	85,5	15,9971	17,44139	9,028446
90	0,4	89	16,1436	17,89598	10,85493
90	0,7	4,5	1,6669	1,834779	10,07134
90	0,7	9	2,3255	2,324002	0,064431
90	0,7	13,5	2,9592	2,804185	5,238419
90	0,7	18	3,5381	3,275328	7,426917
90	0,7	22,5	4,0509	3,737432	7,738225
90	0,7	27	4,5617	4,190497	8,137388
90	0,7	31,5	5,0344	4,634522	7,942918
90	0,7	36	5,4353	5,069507	6,729947
90	0,7	40,5	5,8171	5,495453	5,529334
90	0,7	45	6,1529	5,91236	3,909383
90	0,7	49,5	6,4399	6,320226	1,858314
90	0,7	54	6,7172	6,719054	0,027598
90	0,7	58,5	6,9454	7,108842	2,353237
90	0,7	63	7,1477	7,48959	4,783218
90	0,7	67,5	7,3758	7,861299	6,582321
90	0,7	72	7,5439	8,223968	9,014809
90	0,7	76,5	7,6977	8,577598	11,43066
90	0,7	81	7,7534	8,922188	15,07453
90	0,7	85,5	7,884	9,257739	17,42439
90	0,7	89	7,8954	9,512473	20,48121
120	0,2	6	3,9782	4,71306	18,47218
120	0,2	12	5,6821	6,377176	12,23273
120	0,2	18	7,8611	8,005819	1,840948
120	0,2	24	9,8757	9,598989	2,801941
120	0,2	30	11,705	11,15669	4,684444
120	0,2	36	13,346	12,67891	4,998426
120	0,2	42	14,9278	14,16566	5,105497
120	0,2	48	16,2522	15,61694	3,908761

120	0,2	54	17,5249	17,03275	2,808312
120	0,2	60	18,5933	18,41308	0,969278
120	0,2	66	19,6341	19,75794	0,630736
120	0,2	72	20,5205	21,06733	2,664783
120	0,2	78	21,366	22,34124	4,564455
120	0,2	84	22,0412	23,57968	6,980034
120	0,2	90	22,833	24,78265	8,538747
120	0,2	96	23,3017	25,95015	11,3659
120	0,2	102	23,6735	27,08217	14,39868
120	0,2	108	24,2503	28,17872	16,19948
120	0,2	114	24,6497	29,2398	18,62132
120	0,2	119	24,6861	30,09693	21,91855
120	0,5	6	3,4871	3,583332	2,759659
120	0,5	12	3,936	4,589703	16,60832
120	0,5	18	5,2955	5,569239	5,169271
120	0,5	24	6,511	6,521938	0,167997
120	0,5	30	7,6733	7,447802	2,938736
120	0,5	36	8,6346	8,34683	3,332756
120	0,5	42	9,5375	9,219022	3,33922
120	0,5	48	10,248	10,06438	1,791783
120	0,5	54	10,9017	10,8829	0,172464
120	0,5	60	11,5586	11,67458	1,003435
120	0,5	66	11,9099	12,43943	4,446147
120	0,5	72	12,3122	13,17744	7,027538
120	0,5	78	12,7402	13,88862	9,014156
120	0,5	84	13,0236	14,57296	11,89658
120	0,5	90	13,1636	15,23047	15,70139
120	0,5	96	13,4697	15,86114	17,7542
120	0,5	102	13,6166	16,46497	20,91837
120	0,5	108	13,6445	17,04197	24,89992
120	0,5	114	13,7314	17,59213	28,11608
120	0,5	119	13,743	18,0301	31,19479
150	0,5	7,5	3,8536	3,837441	0,419329
150	0,5	15	4,6488	5,082826	9,336291
150	0,5	22,5	6,2926	6,286279	0,100447
150	0,5	30	7,8303	7,447802	4,884845
150	0,5	37,5	9,0468	8,567394	5,29918
150	0,5	45	10,1508	9,645055	4,982322
150	0,5	52,5	11,115	10,68078	3,906574
150	0,5	60	12,0012	11,67458	2,721536
150	0,5	67,5	12,6438	12,62645	0,137215
150	0,5	75	13,3003	13,53639	1,775054

150	0,5	82,5	13,8662	14,40439	3,881332
150	0,5	90	14,014	15,23047	8,680377
150	0,5	97,5	14,5008	16,01461	10,43951
150	0,5	105	14,7413	16,75682	13,67264
150	0,5	112,5	14,9366	17,45711	16,8747
150	0,5	120	15,0605	18,11546	20,28457
150	0,5	127,5	15,2476	18,73188	22,85131
150	0,5	135	15,1507	19,30637	27,42887
150	0,5	142,5	15,266	19,83892	29,95495
150	0,5	149	15,2241	20,26656	33,12154
210	0,1	10,5	5,674	6,230431	9,806688
210	0,1	21	10,1069	9,720028	3,827802
210	0,1	31,5	14,3356	13,09831	8,630917
210	0,1	42	18,0592	16,36527	9,379893
210	0,1	52,5	21,5583	19,52091	9,450613
210	0,1	63	24,8239	22,56523	9,098762
210	0,1	73,5	27,543	25,49824	7,423889
210	0,1	84	30,2432	28,31993	6,35936
210	0,1	94,5	32,7002	31,0303	5,106709
210	0,1	105	34,651	33,62935	2,948407

Tableau 2.2 : Présentation d'erreurs et validation des résultats

Vérification de validité de cette fonction sur d'autre systèmes.

N=20	20	0,4	5	3,7943	4,101119	8,086303
	20	0,3	15	5,5747	6,735257	20,81829
	60	0,9	15	2,9099	3,977547	36,69017
	60	0,4	45	11,2427	11,42094	1,585407
N=50	10	0,2	7,5	3,89727	5,132415	31,69257
	50	0,6	25	5,7003	5,266501	7,610113
	75	0,9	50	3,2007	4,346642	35,80286
N=90	75	0,9	50	3,6495	4,346642	19,1024
	20	0,1	8	4,5063	5,383168	19,45871
	60	0,7	21	5,056	3,584402	29,10597
	80	0,6	60	8,2512	9,442838	14,44199

Tableau 2.3 : Application de la fonction trouvée sur d'autre système en faisant apparaître sa validité.

2.4 Récapitulatif :

Les systèmes de stockage et déstockage profond posent un nouveau problème en les comparant des systèmes de stockage classique, ce problème avait lieu lors de détermination du temps moyen de déstockage évidemment le temps de cycle moyen, en remarquant l'influence d'emplacement du produit à déstocker sur ce temps de déstockage.

Dans ce chapitre nous avons élaboré ce problème, nous avons cherché une fonction empirique qui modélise le rang moyen de déstockage en fonction de la proportion d'existence de produit (i) dans le système et le taux de remplissage de système en s'aidant de la simulation et la régression non linéaire et multiple. A la fin de cette étude nous sommes arrivés à valider une fonction qui donne un résultat remarquable, qu'on peut résumer comme suit :

$$m = \begin{cases} 2,527 - 2,375\alpha_i + 0,431\rho M + 45,75 \alpha_i^2 - 0,9479 \alpha_i C^2 - 0,0005031\rho M^2 - 126,4 \alpha_i^3 + 1,287 \alpha_i^2\rho M - 0,00008699\alpha_i \rho M^2 + 89,17 \alpha_i^4 - 0,8349\alpha_i^3\rho M + 0,0006955 \alpha_i^2\rho M^2 & \text{si } 0 < \alpha_i < 1 \\ 1 & \text{si } \alpha_i = 1 \end{cases}$$

2.5 Conclusion

Ce chapitre avait pour but l'étude des systèmes de stockage et déstockage compact, nous nous sommes intéressés à la modélisation mathématique du rang moyen de déstockage, nous avons fourni une fonction empirique qui modélise ce problème en s'aidant de la régression non linéaire multiple. Cette fonction n'est pas unique mais elle porte un résultat satisfaisant et elle peut être utilisée facilement dans le calcul de temps moyen de déstockage pour les systèmes de stockage et déstockage compact.

Dans le chapitre suivant, nous allons tenter de répondre à notre problématique par un modèle formelle en utilisant les chaînes de Markov.

Chapitre 3 : Calcul analytique du rang moyen de déstockage des objets dans les casiers d'un AS/RS profond

3.1 Introduction

Dans le chapitre précédent nous avons présenté l'étude de l'un des paramètres qui rentre dans la détermination des performances des AS/RS profond, et qui influe sur le temps de cycle moyen. Nous avons mis en évidence la forte relation entre le rang moyen et le temps de cycle et nous avons proposé un modèle empirique du rang moyen par simulation en se servons des outils de la régression.

Dans la partie du travail que nous allons présenter dans ce chapitre, Nous allons tenter d'apporter des éléments de réponse à la problématique de la modélisation analytique formelle du rang moyen de déstockage dans un AS/RS profond en utilisant les Chaîne de Markov qui sont un outil de modélisation formel des systèmes stochastiques.

Ce chapitre sera divisé en 3 parties : la première partie sera destinée à la présentation de la problématique où nous allons élaborer certains concepts concernant les systèmes stochastiques s'en suivra le positionnement de notre problématique ainsi une présentation des chaînes de Markov, la deuxième partie sera consacrée à l'étude de système en régime stationnaire en montrant où se situe la complexité de notre problématique, et dans la troisième partie nous allons étudier son fonctionnement en régime permanent dans le cas d'un stockage et déstockage Macro transition à bilan nul.

3.2 Problématique

Nous disposons d'un système de stockage AS/RS profond comportant N casiers, chaque casier est d'une capacité multiple fixe M , nous envoyons P produits dans ce système, en les stockant aléatoirement dans les casiers sous une condition : que ce casier contient au moins un emplacement vide.

Nous voulons modéliser ce problème et tirer de ce modèle les informations que nous cherchons, c.-à-d. trouver les probabilités des états dont notre système peut se trouver et que nous allons exploiter par la suite pour trouver le rang moyen de déstockage. Pour débiter cette étude nous allons commencer par situer et identifier notre système ensuite définir un outil de modélisation capable de répondre à notre problématique.

Premièrement : nous devons répondre à la question est-ce que nous disposons d'un système ? si oui, quelle est sa classe et son identification ?

Nous trouvons dans le Dictionnaire standard IEEE des termes électriques et électroniques qu'un système est une combinaison de composants qui agissent ensemble pour remplir une fonction impossible avec l'une des parties individuelles, et Selon l'Encyclopedia Americana : le système est une agrégation ou un assemblage de choses ainsi combinées par la nature ou par l'homme pour former un ensemble entier ou complexe (Encyclopedia Americana).

- Alors nous pouvons affirmer que nous disposons d'un système qui se compose d'un ensemble des charges, machine S/R ainsi un ensemble de casier chacun à des emplacements, cet ensemble a pour but d'assurer la fonction de stockage.

La figure ci-dessous représente la classification des systèmes qui est importante pour classer la problématique. Les systèmes se sont répandus dans les classes statiques et dynamiques, dans les systèmes statiques, la sortie est toujours indépendante des valeurs passées de l'entrée. Dans les systèmes dynamiques, la sortie dépend des valeurs passées de l'entrée [1].

- Dans notre cas la sortie dépend de la rentrée, le nombre de casier, nombre d'emplacement de chacun, le taux de remplissage de système et la proportion d'existence d'un produit i sont des valeurs passées par l'entrée qui influent sur le rang moyen de déstockage (la sortie de système), donc nous disposons d'un système dynamique.

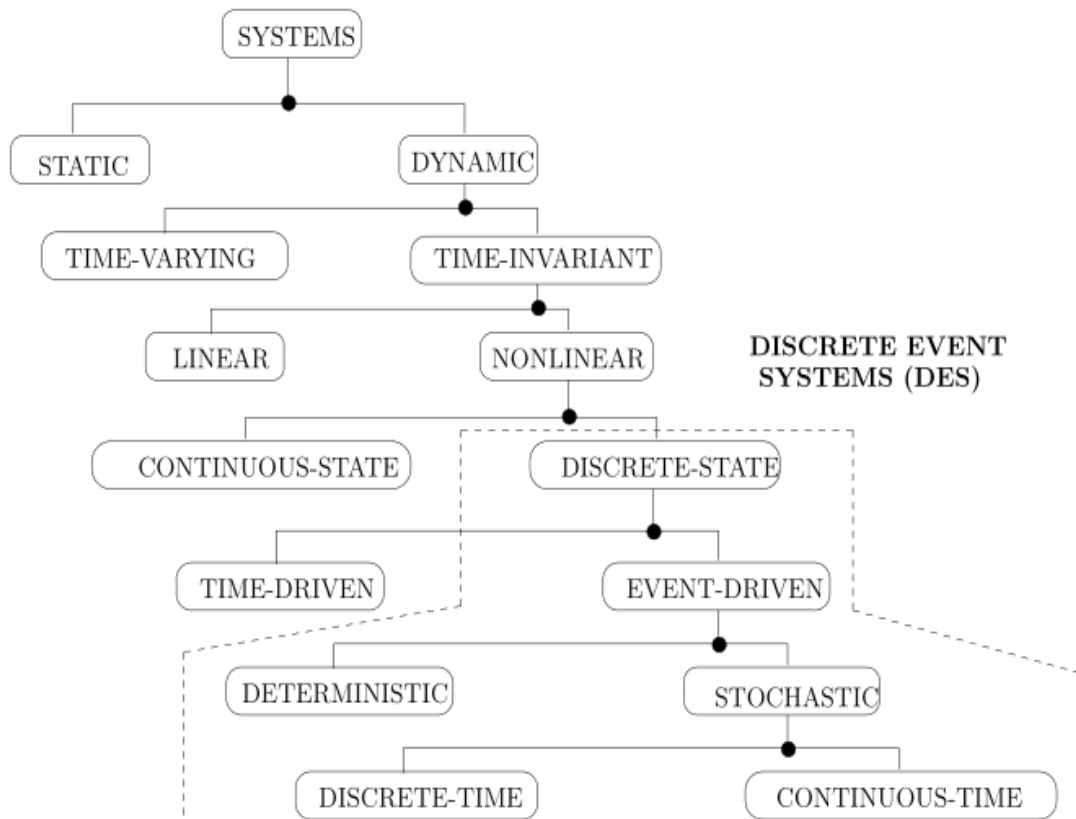


Figure 3.1 : Classification des Systèmes

Les systèmes dynamiques sont une combinaison de deux classes Time-variant et Time-invariant. Les systèmes Time-invariant sont stationnaires, ce qui signifie que nous pouvons appliquer une entrée spécifique à un système et attendre à ce qu'il réagisse toujours de la même manière.

Les systèmes Time-invariants peuvent être divisés en deux classes : systèmes linéaires et non linéaires, les systèmes non linéaires peuvent être dans des systèmes à état continu où les variables d'état peuvent généralement prendre n'importe quelle valeur réelle (ou complexe). Dans les systèmes à états discrets, les variables d'état sont des éléments d'un ensemble discret (par exemple, les entiers non négatifs).

Le système à état discret peut regrouper deux autres classes : les systèmes pilotés par le temps (time Driven) et par les événements (event driven). Dans les systèmes pilotés par le temps, l'état change continuellement avec le temps. Dans les systèmes pilotés par les événements, seule l'occurrence d'événements discrets générés de

manière asynchrone force les transitions d'état instantanées. Entre deux occurrences d'événement, l'état reste inchangé.

Dans le contexte du temps, il existe des systèmes à temps discret et à temps continu. Un système à temps continu est un système dans lequel toutes les variables d'entrée, d'état et de sortie sont définies sur un intervalle de temps continu. Dans les systèmes à temps discret, une ou plusieurs de ces variables sont définies à des moments discrets seulement, généralement à la suite d'un processus d'échantillonnage.

Systèmes déterministes et stochastiques : Un système devient stochastique lorsqu'une ou plusieurs de ses variables de sortie sont une variable aléatoire. Dans ce cas, l'état du système est décrit par un processus stochastique, et un cadre probabiliste est nécessaire pour caractériser le comportement du système.

- Dans notre cas d'étude, nous ne pouvons pas attendre une sortie différente de la même entrée, donc le système est invariable dans le temps. En outre, le système ne peut pas être décrit comme un système linéaire de sorte que notre système est non linéaire (chapitre 2).
- Nous travaillons sur des trames qui sont liées aux événements de stockage ou de déstockage de sorte que le système soit dans un état discret et aussi piloté par des événements, les résultats trouvés ne peuvent jamais être dans un temps continu donc. Enfin, à cause du processus S/R aléatoire (stockage/déstockage) sur lequel nous travaillons, le système peut se trouver dans différentes situations, le stockage aléatoire et le déstockage aussi, donc notre sortie est aléatoire, nous affirmons que le système est stochastique.

Deuxièmement : A ce stade, ces informations requises ont donné une image plus claire sur le domaine théorique de fonctionnement d'un AS/RS profond, il nous reste qu'à trouver un moyen ou un outil de modélisation qui se caractérise par un cadre probabiliste.

L'outil le plus répondu et le plus utile pour concevoir un modèle de notre système est les chaines de Markov.

3.3 Chaîne de Markov

Les chaînes de Markov sont des processus stochastiques portant sur un nombre fini d'états, [2] et dont l'évolution est régie par une équation de récurrence du type : $X_{n+1} = f(X_n, Z_{n+1})$, Où $\{Z_n\}_{n \geq 1}$ est une suite indépendante de la valeur initiale X_0 [1]. En outre, les chaînes de Markov modélisent une séquence de variables aléatoires, qui correspondent aux états d'un certain système de telle sorte que l'état à un moment donné ne dépend que de l'état de l'instant précédent [3].

On peut aussi représenter une chaîne de Markov (S, P) par un diagramme en points et flèches. Dans ces diagrammes, chaque état est représenté par un point et chaque coefficient p_{ij} non nul de la matrice de transition par une flèche allant de l'état i à l'état j . [4] Pour définir une chaîne de Markov il faut donc deux ingrédients de base :

1. L'espace des états $S := \{x_1, \dots, x_n\}$ connu que l'on supposera fini
2. La matrice de transition (ou de passage)

Cette structure extrêmement simple suffit à générer une grande variété de comportements. C'est pour cela que les chaînes de Markov trouvent des applications dans beaucoup de domaines comme, par exemple, la biologie, la physique, la sociologie, la recherche opérationnelle et les sciences de l'ingénieur, où elles donnent des réponses qualitatives aussi bien que quantitatives aux problèmes posés [5].

3.4 Modélisation exacte du comportement de système :

3.4.1 Régime transitoire :

Nous considérons un AS/RS profond comportant N casiers ; et que la capacité d'un casier est M et nous allons supposer que ce système à l'état initial est vide (aucun produit n'est stocké) et on le charge à p % de sa capacité, i.e. l'AS/RS comporte pM charges. Et nous allons calculer la probabilité qu'un casier donné contient 0 produit, 1 produit, 2 produits... M produits ; et ceci en utilisant les chaînes de Markov [3].

La modélisation de ce système au régime transitoire a pour but de savoir toutes les possibilités (états) dont notre système peut être ainsi les probabilités d'atteindre les états absorbants.

Les sommets de la chaîne de Markov sont un N-uplet $(i_1, i_2, \dots, i_N)$ tel que i_j est le nombre des charges choisies aléatoirement dans chaque casier et $\sum_{i=1}^N i_j = P_t$ tel que P est le nombre de produit envoyé dans le système à l'instant t, les transitions sont étiquetées par les probabilité de passer d'un état à un autre.

Les états sont représentés par la combinaison $(i_1, i_2, \dots, i_N)$ où i_j correspond au nombre de produits dans le casier i.

3.4.1.1 Exemple 1 :

On suppose qu'on a 3 casiers ($N=3$), chacun est d'une capacité égale à 2 ($M=2$), nous allons envoyer dans le système 4 produits ($L=4$).

A $t=t_0$, le système est vide, c.-à-d. à l'état initial tous les casiers contiennent (0 produit), donc l'état initial sera $(0,0,0)$, on nomme cet étage : l'étage 0.

A $t=t_1$, un seul produit sera entré au système, donc le produit sera stocké soit dans le casier 1, soit dans le casier 2, soit dans le casier 3, donc à ce stade nous allons obtenir 3 états qui sont $(1,0,0)$, $(0, 1, 0)$, $(0,0,1)$. Ce nombre d'état est représenté par la $C(1_N) = N = 3$, on nomme cet étage : l'étage 1.

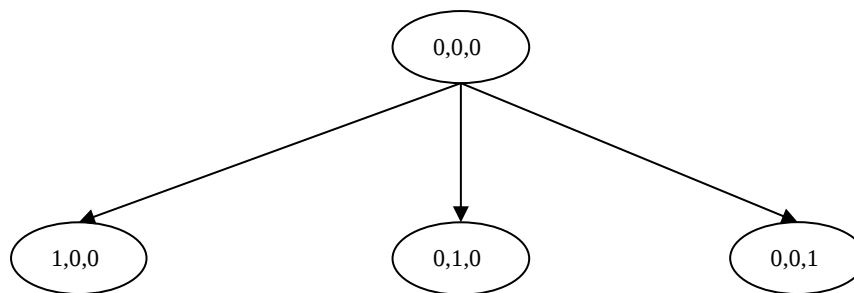


Figure 3.2 : chaîne de Markov représentant un AS/RS de $N=3$ et $L=1$

Ces 3 états représentent les 3 possibilités qu'on peut avoir à cet étage, chaque possibilité a une probabilité de $\frac{1}{3}$.

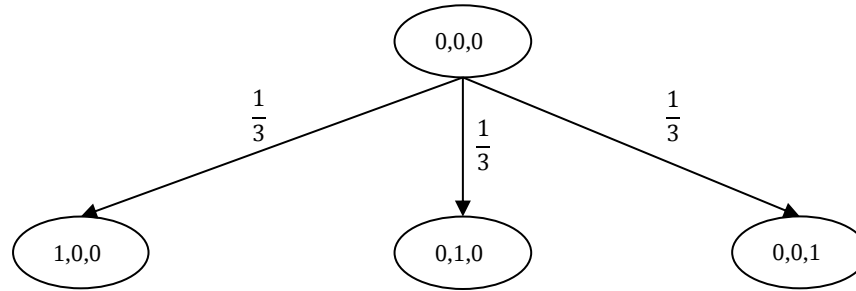


Figure 3.3 : chaîne de Markov représentant un AS/RS de N=3 et L=1

A $t = t_2$, le deuxième produit est arrivé, il sera stocké soit dans le casier 1, soit dans le 2, soit dans le 3, En partant de l'étage 1, chaque état va engendrer 3 autres possibilités, chaque possibilité à une probabilité de $\frac{1}{3}$, sachant que les états de l'étage 1 vont engendrer des certains états en commun, voir (figure 3.)

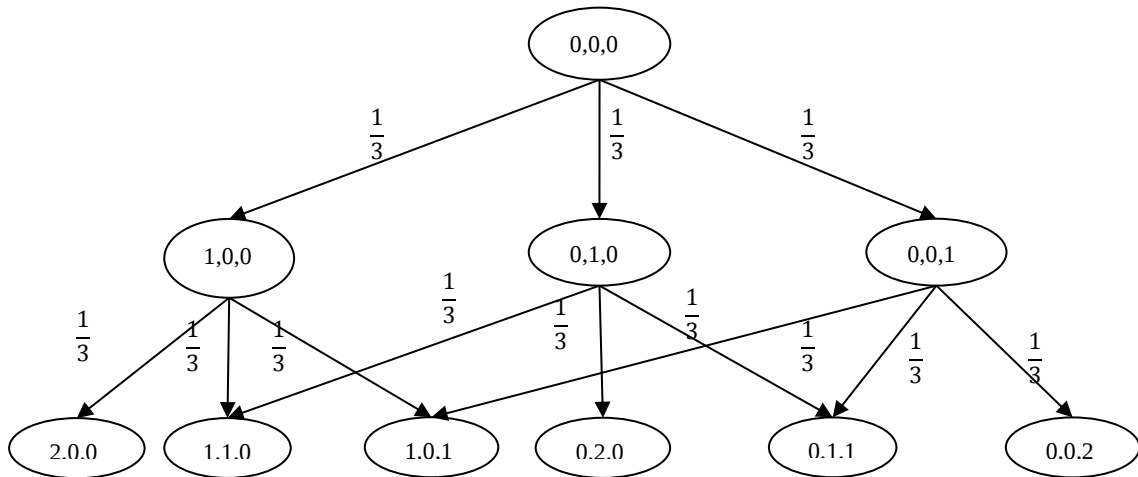


Figure 3.4 : chaîne de Markov représentant un AS/RS de N=3 et L=2

A $t = t_3$, nous allons stocker le 3^{ième} produit, remarquons dans l'étage 2, nous avons des états où y on a des casiers pleins prenons exemple (2,0,0), à l'arrivée de troisième produit, certainement il ne sera pas stocké dans le casier 1, par contre on le met soit dans le casier 2 ou dans le 3, donc de l'état (2,0,0) nous allons obtenir deux possibilités, chacune d'une probabilité $\frac{1}{2}$, du même pour les états (0,2,0) et (0,0,2), voir la chaîne de Markov correspondante (figure (3.)).

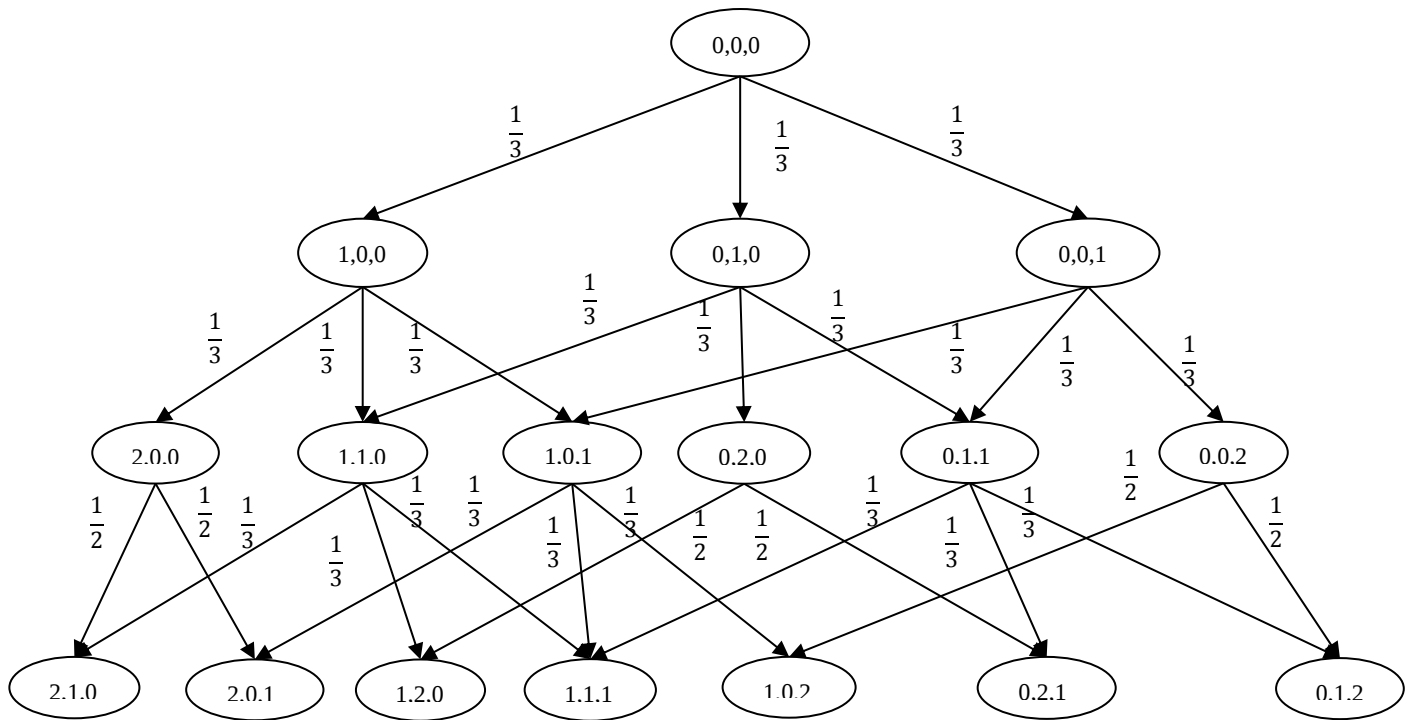


Figure 3.5 : chaîne de Markov représentant un AS/RS de N=3 et L=3

A $t = t_4$, nous allons stocker le 4^{ième} produit, remarquons dans l'étage 3, du même ici nous avons aussi des états où y on a des casiers pleins prenons exemple (2,1,0), à l'arrivée de troisième produit, certainement il ne sera pas stocké dans le casier 1, par contre on le met soit dans le casier 2 ou dans le 3, donc de l'état (2,1,0) nous allons obtenir deux possibilités, chacune d'une probabilité $\frac{1}{2}$, du même pour les états de l'étage 3 sauf (1,1,1) voir la chaîne de Markov correspondante (figure (3.)). La chaîne de Markov représentée dans la figure (3.) est nommée la chaîne de Markov complète, elle représente le fonctionnement du système en régime stationnaire

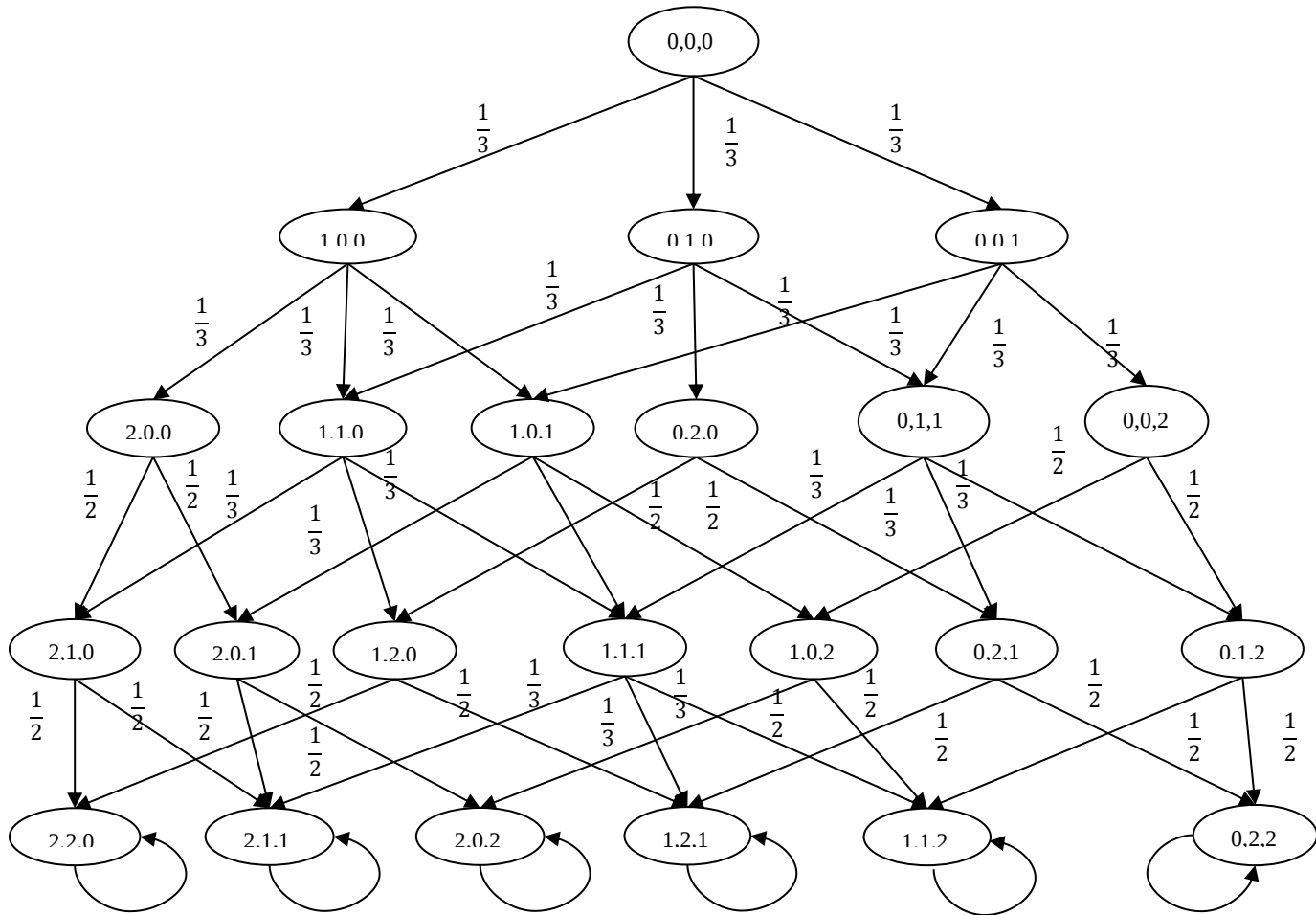


Figure 3.6 : chaîne de Markov représentant un AS/RS de N=3 et L=4

La chaîne de Markov représentée dans la figure (3.) est nommée la chaîne de Markov complète, elle représente le fonctionnement du système en régime stationnaire.

3.4.1.1.1 Les états absorbants

Nous avons suspendu l'opération de stockage au moment où le système est rempli à p% de sa capacité, à ce moment-là nous avons obtenu des états finaux, nommés aussi états absorbants, dans cet exemple, le système pour se figurer dans 6 situations différentes donc 6 états absorbants qui sont : (2,2,0), (2,1,1), (2,0,2), (1,2,1), (1,1,2), (0,2,2).

A cette étape-là, nous sommes capables de citer tous les états absorbants, il nous reste qu'à calculer la probabilité d'atteindre chacun de ces états.

3.4.1.1.2 Calcul des distributions (Etudions le casier 1) :

a. Par chaîne de Markov

Dans le dernier étage, le casier 1 figure qu'il peut contenir 0 produit, 1 produit ou 2 produits, donc nous allons calculer les probabilités des états dont lesquels le casier 1 peut bien être.

Pour calculer la probabilité d'atteindre ces états, soit nous allons trouver tous les chemins qui mènent vers chaque état en partant de l'état zéro, ensuite nous allons calculer la somme des produits de poids de chaque chemin, soit on fait le calcul de $\pi(4)*P$ tel que $\pi(4)$ est la distribution de système à l'instant (4) 'l'envoi de 4eme produit et P la matrice de transition'.

▪ **La matrice de transition :**

Les éléments de la matrice de transition de la chaîne P sont représentés comme suit :

$$P = (p_{ij})_{1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq n} = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_n \\ p_{11} & p_{12} & \dots & p_{1n} \\ \vdots & & & \vdots \\ p_{n1} & p_{n2} & \dots & p_{nn} \end{pmatrix} \begin{matrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{matrix}$$

où $p_{ij} = P(X_{n+1} = j \mid X_n = i)$ est la probabilité de transition de i vers j et E l'ensemble des états de la chaîne de Markov, Comme ses éléments sont des probabilités et puisqu'une transition a nécessairement lieu d'un état vers un autre état, on a :

$$p_{ij} \geq 0, \text{ et } k \in E \sum p_{ik} = 1 \text{ pour tous états } i, j.$$

On appellera matrice markovienne une matrice carrée dont tous les coefficients sont positifs et dont la somme de chaque ligne est égale à 1.

Une matrice P indexée par E et satisfaisant les propriétés ci-dessus est appelée matrice stochastique [5].

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
1	0	1/3	1/3	1/3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	1/3	1/3	1/3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	1/3	0	1/3	1/3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	1/3	0	1/3	1/3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1/2	1/2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1/3	0	1/3	1/3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1/3	0	1/3	1/3	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1/2	0	0	1/2	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1/3	0	1/3	1/3	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1/2	0	1/2	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1/2	1/2	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1/2	1/2	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1/2	0	0	1/2	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1/3	0	1/3	1/3	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1/2	0	1/2	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1/2	0	1/2
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1/2	1/2
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1

Si on connaît la distribution initiale des différents états (c'est-à-dire la proportion d'individus de la population étudiée se trouvant dans chacun des états x_i , que l'on appelle la loi de probabilité initiale π_0), l'étude de la chaîne de Markov va permettre de calculer, à partir de cette répartition $\pi_0(x_i)$ à l'instant $t = 0$, c'est-à-dire à partir des nombres $\pi_0(x_i) := P(X_0 = x_i)$, quels états la population va atteindre à l'instant $t = 1$ et avec quelles probabilités π_1 , puis à l'instant $t = 2$ et ainsi de suite, tel que :

$$\pi(i) = \pi(i-1) * P, \quad i > 0 \quad (16)$$

(16) vaut ainsi

$$\pi(i) = \pi(0) * P^i, \quad i > 0 \quad (17)$$

En d'autres termes, on va ainsi calculer la loi $\pi(t)$ pour tous les $t > 0$ et ainsi modéliser la dynamique de cette population. [4]

Donc, dans notre exemple la distribution initiale à t_0 est (1,0,0), on cherche à calculer la distribution à l'instant t_4 ($\pi(4)$), tel que :

$$\pi(4) = \pi(0) * P^4$$

▪ Résultats :

1. Les états correspondants à la situation où le casier 1 contient 2 produits sont : (2,2,0), (2,1,1), (2,0,2)

- La probabilité d'atteindre l'état (2,2,0) est : 7/54
- La probabilité d'atteindre l'état (2,1,1) est : 11/54
- La probabilité d'atteindre l'état (2,0,2) est : 7/54

Donc la probabilité qu'un casier contient 2 produits est 25/54

2. Les états correspondants à la situation où le casier 1 contient 1 produits sont : (1,1,2), (1,2,1),

- La probabilité d'atteindre l'état (1,1,2) est : 11/54
- La probabilité d'atteindre l'état (1,2,1) est : 11/54

Donc la probabilité qu'un casier contient 1 produits est 22/54

3. L'état correspond à la situation où le casier 1 contient 0 produits sont : (0,2,2) :

- La probabilité d'atteindre l'état (0,2,2) : 7/54

Donc la probabilité qu'un casier contient 0 produit est 7/54

b. Vérification par simulation

Au premier lieu nous allons supposer que nous disposons d'un système de stockage composé de N casiers, chacun d'une profondeur M, nous allons considérer que ce système à l'état initial est vide (aucun produit n'est stocké), nous allons entamer le stockage en remplissant le système un produit à la fois, jusqu'à atteindre p% de sa capacité, nous allons faire dans cette partie que le stockage, c-à-d nous allons pas déstocker aucun produit.

Nous avons modélisé le système sous Arena/Siman, nous avons fixé N=3, M=2 ; L=4. Chaque instant t un produit arrive au système, nous avons limité le nombre de produit à 4, ces produits vont être stocker aléatoirement dans les trois casiers, la capacité de ces casiers égale à 2, est défini dans Decide, une fois que les 4 produits sont stockés, à cet instant, une nouvelle entité dans module Create a été créée dans le but de vérifier si le nombre de produit dans le casier 1 égale à 1, si oui record va nous retourner 1, sinon 0. Cette opération est répétée pour un nombre de réplication égale à 1000000.

A la fin de la simulation la probabilité que le casier 1 contient un seul produit sera affichée dans le rapport donné par Arena, on fera du même pour la probabilité qu'un casier contient 0 ou 2 produits.

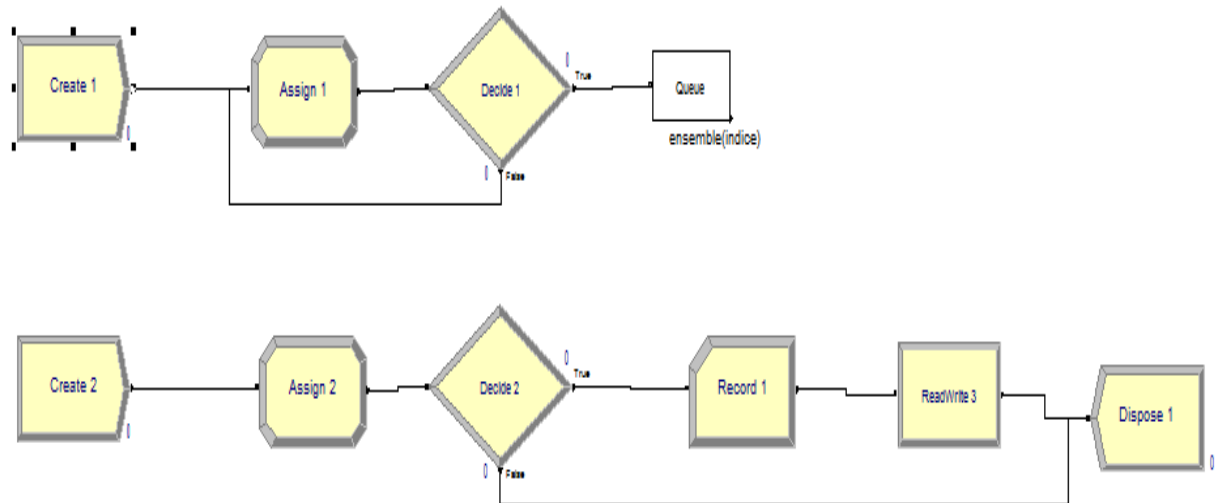


Figure 3.7 : modélisation de l'opération de stockage sur Arena/Siman

Résultats de la simulation :

La probabilité qu'un casier contiendra 0 produit est : 0.131

La probabilité qu'un casier contiendra 1 produit est : 0.410

La probabilité qu'un casier contiendra 2 produits est : 0.458

Comparaison : les résultats de la simulation sont compatibles avec ceux trouvés par la chaîne de Markov

3.4.1.2 Exemple 2 :

Nous allons étudier les probabilités qu'un casier donné peut contenir un certain nombre de produits dans un système de stockage profond qui se compose de 3 casiers, chacun d'une capacité 3, nous allons envoyer dans ce système six produits.

3.4.1.2.1 Calcul des distributions (Etudions le casier 1) :

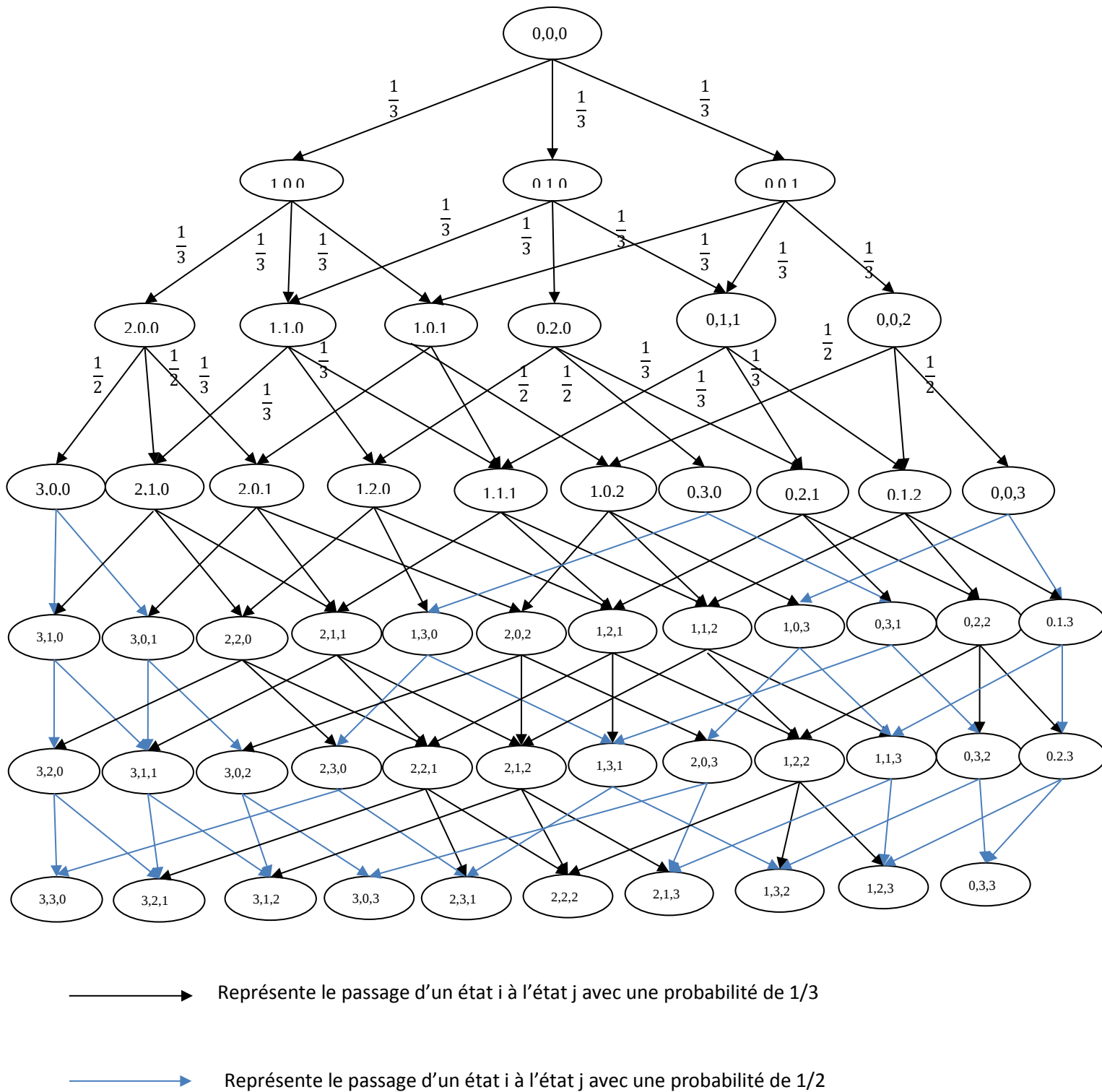


Figure 3.8 : chaîne de Markov représentant un AS/RS de $N=3$ et $L=6$

3.4.1.3 Calcul des probabilités d'atteindre les états

a. Par chaîne de Markov :

Les états correspondants à la situation où le casier 1 contient 3 produits sont : (3,3,0), (3,2,1), (3,1,2), (3,0,3)

- La probabilité d'atteindre l'état (3,3,0) est : 29/486
- La probabilité d'atteindre l'état (3,2,1) est : 173/1944
- La probabilité d'atteindre l'état (3,1,2) est : 55/729
- La probabilité d'atteindre l'état (3,0,3) est : 22/243

Donc la probabilité qu'un casier contient 3 produits est 0.31

Les états correspondants à la situation où le casier 1 contient 2 produits sont : (2,3,1), (2,2,2), (2,1,3),

- La probabilité d'atteindre l'état (2,3,1) est : 59/486
- La probabilité d'atteindre l'état (2,2,2) est : 211/2916
- La probabilité d'atteindre l'état (2,1,3) est : 553/2916

Donc la probabilité qu'un casier contient 2 produits est 0.38

L'état correspond à la situation où le casier 1 contient 1 produit sont : (1,3,2), (1,2,3) :

- La probabilité d'atteindre l'état (1,3,2) : 37/324
- La probabilité d'atteindre l'état (1,2,3) : 31/216

Donc la probabilité qu'un casier contient 1 produit est 0.2577

L'état correspond à la situation où le casier 1 contient 0 produit sont : (0,3,3) :

- La probabilité d'atteindre l'état (0,3,3) : 43/972

Donc la probabilité qu'un casier contient 0 produit est 0.044

b. Vérification par simulation

▪ Résultats :

La probabilité qu'un casier contiendra 0 produit est : 0.053

La probabilité qu'un casier contiendra 1 produit est : 0.245

La probabilité qu'un casier contiendra 2 produits est : 0.360

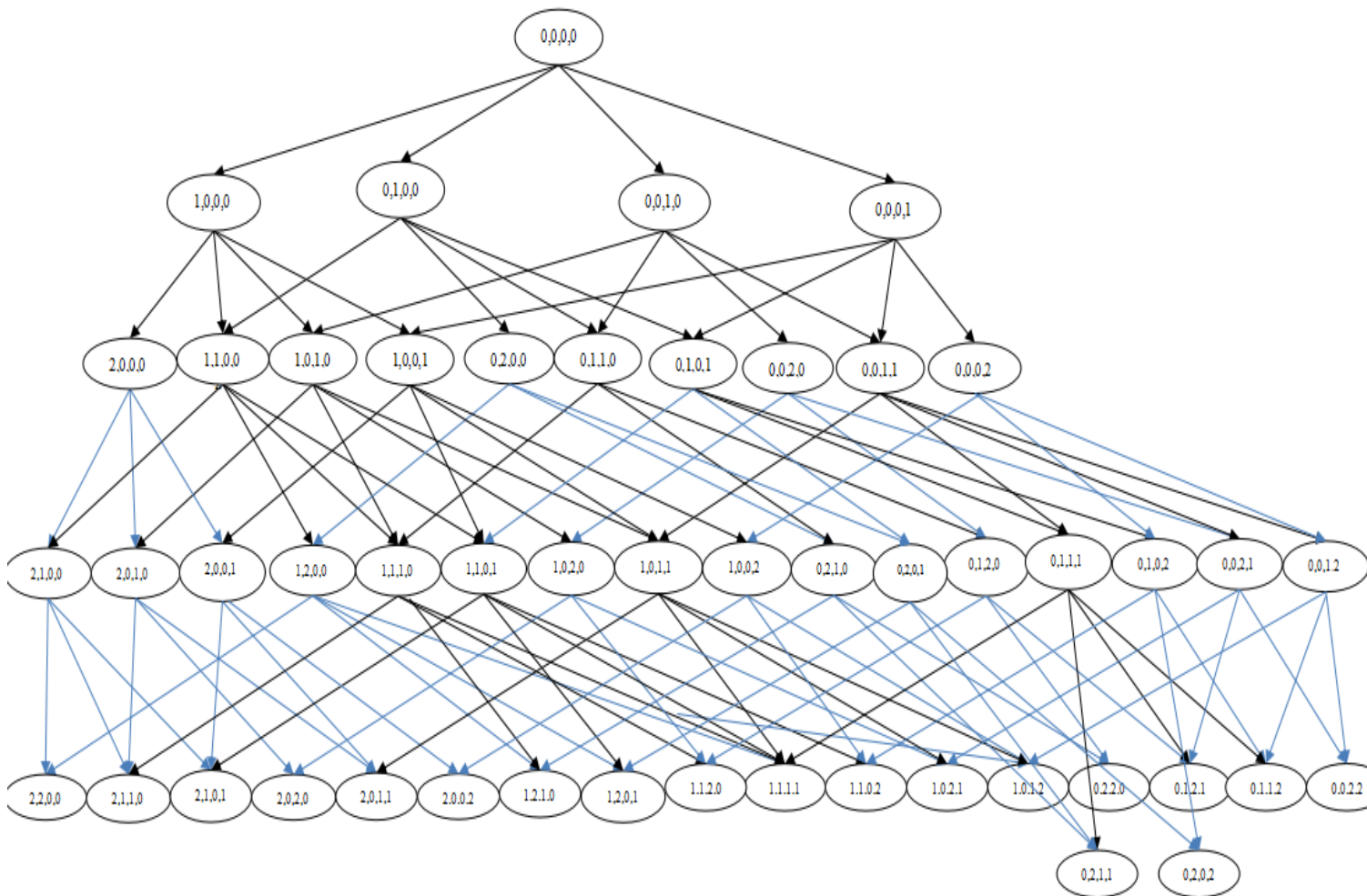
La probabilité qu'un casier contiendra 3 produits est : 0.341

3.4.1.4 Exemple 3

Nous allons étudier les probabilités qu'un casier donné peut contenir un certain nombre de produits dans un système de stockage profond qui se compose de 4 casiers, chacun d'une capacité 2, nous allons envoyer dans ce système quatre produits.

3.4.1.4.1 Calcul des distributions (Etudions le casier 1) :

a. Par chaîne de Markov



→ Représente le passage d'un état i à l'état j avec une probabilité de $1/3$

→ Représente le passage d'un état i à l'état j avec une probabilité de $1/2$

Figure 3.9 : chaîne de Markov représentant un AS/RS de $N=4$ et $L=4$

Les états correspondants à la situation où le casier 1 contient 2 produits sont : (2,2,0,0), (2,1,1,0), (2,0,2,0), (2,1,0,1), (2,0,1,1), (2,0,0,2)

Donc la probabilité qu'un casier contient 2 produits est 0,322.

Les états correspondants à la situation où le casier 1 contient 1 produits sont : (1,1,2,0), (1,2,1,0), (1,2,0,1), (1,1,1,1), (1,1,0,2), (1,0,2,1), (1,0,1,2),

Donc la probabilité qu'un casier contient 1 produits est 0,473.

L'état correspond à la situation où le casier 1 contient 0 produits sont : (0,0,2,2), (0,1,1,2), (0,2,1,1), (0,1,2,1), (0,2,0,2), (0,2,2,0) :

Donc la probabilité qu'un casier soit vide est 0,205.

b. Vérification par simulation

En gardant le même modèle de simulation expliqué précédemment, nous allons faire changer que le nombre de casier ($N=4$), les résultats trouvés par simulation sont comme suit :

La probabilité qu'un casier contiendra 0 produit est : 0.276.

La probabilité qu'un casier contiendra 1 produit est : 0.439.

La probabilité qu'un casier contiendra 2 produits est : 0.284.

Conclusion : les résultats de la simulation sont compatibles avec ceux trouvés par la chaîne de Markov, on conclut que la chaîne de Markov modélise correctement le fonctionnement du système étudié.

3.4.2 Régime permanent : Macro transition à bilan nul

En réalité, le fonctionnement de système n'est pas dédié pour faire que l'opération de stockage, mais aussi celle de déstockage.

Une fois que le système est rempli à $p\%$ de sa capacité, nous allons entamer l'opération de déstockage, on suppose que nous allons déstocker k produits aléatoirement et nous stockerons k autres produits aléatoirement en les distribuant dans des casiers qui contiennent au moins un emplacement vide.

Déstocker et stocker le même nombre de produits successivement est nommé « Macro transition à bilan nul ».

3.4.2.1 Calcul des distributions (Etudions le casier 1) :

a. Chaîne de Markov

Revenons au premier exemple, nous avons envoyé 4 produits dans un système composant de 3 casiers chacun de capacité égale à 2, à $t=t_4$ nous avons passé au déstockage, chaque instant t on déstocke un produit ($k=1$), et à l'instant suivant on stocke un produit dans l'un des casiers aléatoirement, voici la chaîne de Markov représente ce système (fig 3.), prenant l'état $(2,2,0)$, soit :

1. On déstocke un produit du casier 1, ensuite soit :
 - On stocke un autre produit dans le casier 3, on passera donc à l'état $(1,2,1)$.
 - On le rend au même casier et on sera dans l'état $(2,2,0)$.
2. Soit on déstocke du casier 2, ensuite on aura deux possibilités, soit :
 - On stocke un autre dans le casier 3, on sera dans l'état $(2,1,1)$.
 - On met un autre produit dans le même casier (casier 2) donc on restera dans le même état $(2,2,0)$.

Du la même manière on construira la chaîne de Markov ci-dessous.

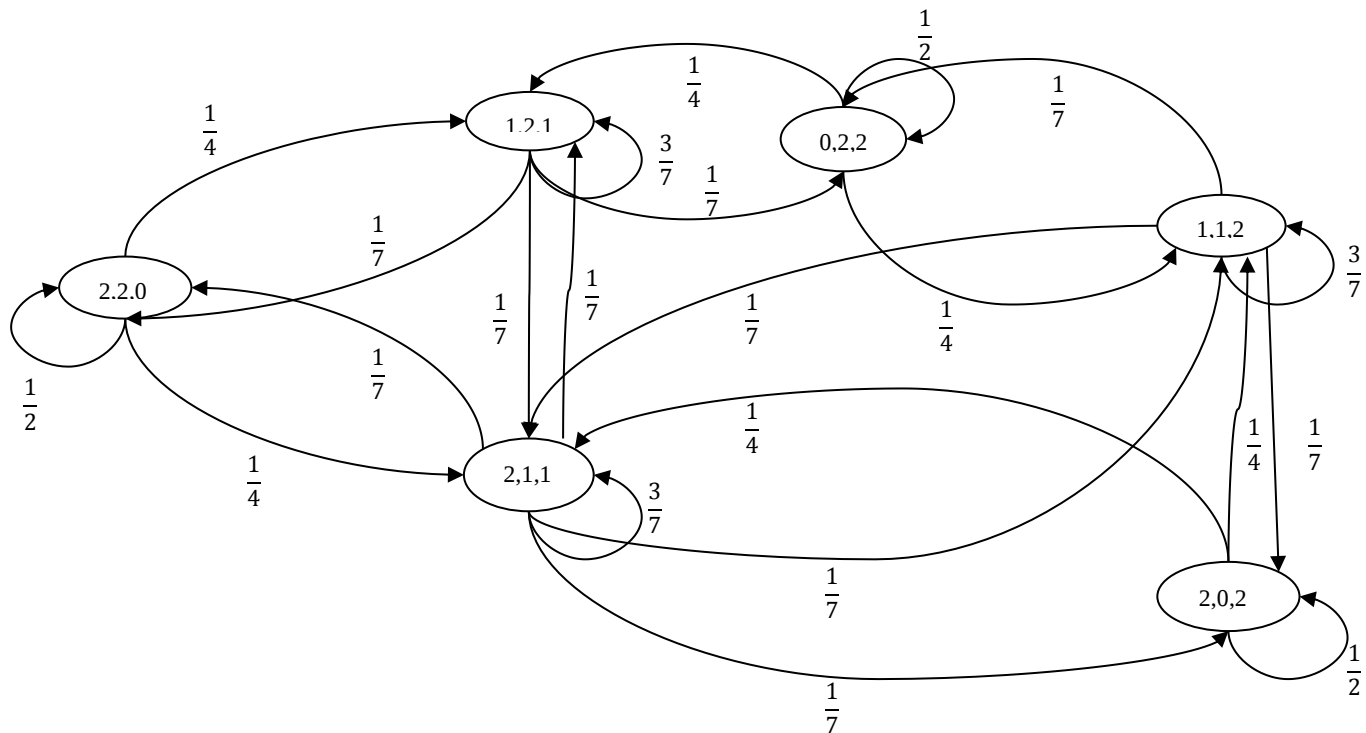


Figure 3.10 : chaîne de Markov représentant un AS/RS de $N=3$ et $L=4$ en régime permanent

Matrice de transition

	1	2	3	4	5	6
1	1/2	1/4	1/4	0	0	0
2	1/7	3/7	1/7	1/7	1/7	0
3	1/7	1/7	3/7	0	1/7	1/7
4	0	1/4	0	1/2	1/4	0
5	0	1/7	1/7	1/7	3/7	1/7
6	0	0	1/4	0	1/4	1/2

Résultats

Les états correspondants à la situation où le casier 1 contient 2 produits sont : (2,2,0), (2,1,1), (2,0,2)

- La probabilité d'être dans l'état (2,2,0) est : 1/9
- La probabilité d'être dans l'état (2,1,1) est : 2/9
- La probabilité d'être dans l'état (2,0,2) est : 1/9

Donc la probabilité qu'un casier contient 2 produits est 0.444

Les états correspondants à la situation où le casier 1 contient 1 produits sont : (1,1,2), (1,2,1),

- La probabilité d'atteindre l'état (1,1,2) est : 2/9
- La probabilité d'atteindre l'état (1,2,1) est : 2/9

Donc la probabilité qu'un casier contient 1 produits est 0.444.

L'état correspond à la situation où le casier 1 contient 0 produits sont : (0,2,2) :

- La probabilité d'atteindre l'état (0,2,2) : 1/9

Donc la probabilité qu'un casier contient 0 produits est 0.1111.

b. Par simulation

Nous avons modélisé ce système de stockage (exemple 1) en régime permanent, en supposons que l'opération de stockage et de déstockage ce fait à bilan nul, dans notre cas on déstocke un produit, immédiatement on stocke un autre, ce qui nous permis d'avoir un nombre de produits constant dans le système.

- **Partie 1 :**

Nous avons créé 100 entités dans le module Create, un produit arrive tous les mins, on les distribue aléatoirement dans les 3 casiers définis dans Assign 1, chaque casier est de capacité, entré comme une condition dans le module Decide.

- **Partie 2 :**

Une fois qu'on a 4 produits dans l'ensemble des casiers, on débute l'opération de déstockage, et à l'instant qui suit on stocke un produit, pour réaliser le concept de Macro transition à bilan nul.

- **Partie 3 :**

Après que ce processus est répété plusieurs fois, nous allons l'interrompre, pour voir si un casier donné contient 0,1 ou 2 produits

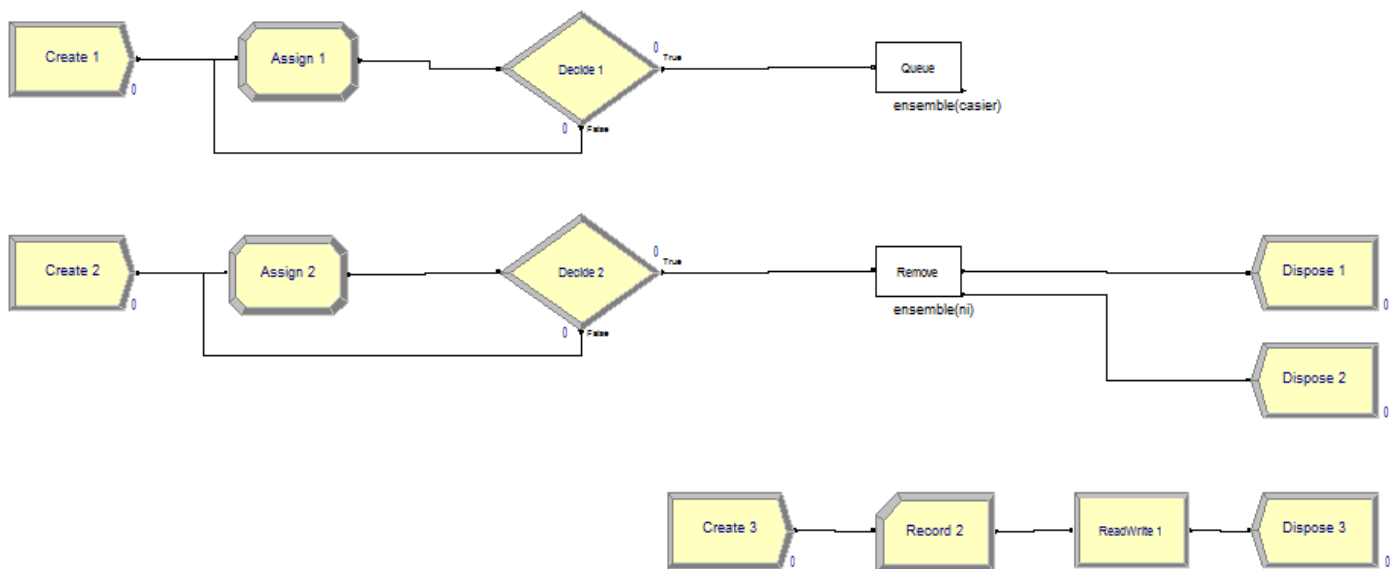


Figure 3.11 : Modélisation du système sous Arena en régime permanent

Résultats

La probabilité qu'un casier contient 2 produits est : 0.444

La probabilité qu'un casier contient 1 produit est : 0.444

La probabilité qu'un casier contient 0 produit est : 0.111

3.5 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons tenté de répondre à la question suivante, étant donné une AS/RS profond comportant N casiers. Chaque casier ayant une capacité égale à M . Soit L Produits à stocker dans ce système qui est initialement vide. Le premier problème posé est le suivant : En fixant un casier i , quel est la probabilité que ce casier comportera $0, 1, 2, 3, \dots$ ou M produit après la répartition des L produits dans le système ? Le deuxième problème posé concerne le régime permanent. Et est le suivant : Soit un AS/RS profond qui fonctionne à un taux de charge de L/MN %, Ce taux de charge est préservé dans le temps. En fonctionnement permanent, i.e. après le stockage et le déstockage de plusieurs (des milliers) produits. Que deviennent la probabilité qu'un casier donné comporte, $0, 1, 2, \dots$ ou M produits.

Conclusion Générale

Conclusion générale

L'étude détaillée des AS/RS a mis en valeur leurs importances dans le domaine de l'industrie et de la logistique et a confirmé leurs performances dans les différents champs d'application, à savoir : une meilleure gestion de stock en minimisant le temps de cycle de la machine S/R et en optimisant la sécurité.

Ce mémoire a pour but l'étude des systèmes automatisés de stockage et de déstockage. Ces derniers sont composés principalement de : racks de stockage composés à leurs tour d'un ensemble de casiers avec un certain nombre d'emplacements pour contenir les charges, ainsi un ensemble d'allées donnant accès aux racks, de machines de stockage/déstockage (S/R) servent à stocker/déstocker les produits, un points d'entrées/sorties ou dépôt/livraison (Pickup/Deposit station : P/D), et enfin un système de contrôle supervisant le tout. Il existe deux grandes familles des AR/RS, la première est les AS/RS à profondeur unitaire (2D) et la deuxième les AS/RS profonds (3D), cette dernière se diffère de la première du fait que ces casiers sont d'une capacité multiple, cependant ceux des AS/RS à profondeur unitaire, chaque casier est destiné à contenir un seul produit. Pour déstocker un produit situé à l'emplacement m dans un AS/RS profond, on doit déstocker tous les produits $(m-1)$ qui le précèdent, ce qui a mené à une nouvelle problématique hors celle des AS/RS 2D, qui est : du quel rang déstocke-t-on en moyenne un produit i dont le taux d'existence dans le système est α_i , et sachant que le taux de remplissage du système est ρ ?

Dans l'intérêt de répondre à cette problématique, nous nous sommes orientés dans un premier temps vers l'application de la régression sur les données collectées à la fin des simulations faites sur Arena/Siman, pour s'en sortir à la fin avec une fonction empirique qui modélise le rang moyen avec un pourcentage d'erreurs maximum de 33.36%, nous avons appliqué la fonction trouvée sur d'autres systèmes de stockage de différentes dimensions, les résultats obtenus sont satisfaisants et à la fin, nous avons validé cette fonction.

Dans un deuxième temps, nous avons présenté une tentative de modélisation formelle du rang moyen, l'outil stochastique employé dans cette partie est les chaînes de Markov. Nous avons modélisé quelques configurations en changeant le nombre de ses casiers et leurs capacités, nous avons constaté que les probabilités qu'un casier contient un certain nombre de produit en régime transitoire et celle de régime permanent sont différentes.

Références

- [1] Ya-Hong Hua, Shell Ying Huangb, Chuanyu Chenb, Wen-Jing Hsub, Ah Cheong Tohc, Chee Kit Lohc and Tiancheng Songc, “Travel time analysis of a new automated storage and retrieval system,” *Computers & Operations Research* 32 (2005) 1515–1544
- [2] N. GAOUAR, Z. SARI and N. GHOUALI, “Modélisation et implémentation d’une heuristique de stockage/déstockage pour un AS/RS à convoyeur gravitationnel dans l’environnement Arena,” MOSIM’06 - du 3 au 5 avril 2006 – Rabat- Maroc.
- [3] Material Handling Institute., “Consideration for planning and installing an automated storage/retrieval systems”, *Inc AS/RS document*, 100 7M, 1977.
- [4] Adel Hamzaoui, M. Baba Ahmed, “Conception, réalisation et pilotage d'un AS/RS à chariots gravitationnels,” mémoire de master, faculté de technologie, Université de Tlemcen, 2016.
- [5] Sari Zaki, “Modélisation, analyse et évaluation des performances d’un AS/RS à convoyeur gravitationnel,” Thèse de doctorat, faculté de technologie, université de Tlemcen 2005.
- [6] Hu, Y.H., S.Y. Huang, C. Chen, W.J. Hsu, A.C. Toh, C.K. Loh, T. Song. 2005. Travel time analysis of a new automated storage and retrieval system. *Computers & Operations Research* 32(6) 1515-1544.
- [7] De Koster, “Efficient Management of Compact Storage Systems,” the doctorat thesis, Erasmus University Rotterdam 2013.
- [8] KOULOUGHLI Siham, “modélisation et optimisation de temps de simple cycle des AS/RS à rack glissant et multi allée” Thèse de doctorat, faculté de technologie, université de Tlemcen.
- [9] Siham KOULOUGHLI, Zaki SARI, Modélisation des temps de cycle d’un AS/RS à convoyeur gravitationnel à une seule machine S/R,” 8e conférence internationale de modélisation et simulation - mosim’10 - 10 au 12 mai 2010 - Hammamet – Tunisie.
- [10] R.Russell Rhinehart, Nonliniaire regression modeling for enginnering applications, 2016
- [11] Xin Yan et Xiao Gong Su, “Linear regression theory and computing,”

[12] <http://www.statisticshowto.com>.

[13] www.investopedia.com.

[14] Christos G. Cassandras and Stéphane Lafortune; “introduction to discrete event system”, second edition, springer.

[15] <http://benhur.telug.ca/SPIP/inf6460/spip.php?article108>.

[16] Wai-Ki Ching, Ximin Huang, Michael K. Ng, Tak-Kuen Siu, “Markov chains Models, Algorithms and applications” second edition, springer.

[17] <https://math.unice.fr/~diener/MAB06/Markov1.pdf>.

[18] <http://www.di.ens.fr/~lelarge/proba09/ENSmarkov.pdf>

Résumé

Ce travail vise à l'étude des systèmes automatisés de stockage et déstockage (AS/RS), et plus précisément les AS/RS profonds, nous nous sommes focalisés sur l'étude du rang moyen qui rapporte une influence importante sur le temps de cycle moyen, au premier lieu, nous nous sommes servi de la régression non linéaire pour trouver une fonction empirique qui représente le rang moyen, le résultat trouvé a été interprété et validé dans le chapitre 2 ; par la suite, nous avons tenté de trouver un modèle analytique qui répond à notre problématique en utilisant les chaînes de Markov, nous avons modélisé quelques configurations en changeant le nombre de ses casiers et leurs capacités.

Abstract

This work aims to study of automated storage and retrieval systems (AS/RS), and more precisely multi deep AS/RS. We focused on the study of the average rank which reports a significant influence on the average travel time of the S/R machine time, we used nonlinear regression to find an empirical function that represents average rank, the results found was interpreted and validated in chapter 2; later, we tried to find an analytical model that answers our problem by using the Markov chains, we modeled some configurations by changing the number of their cells and their capacities.